etrônico

Aul

NÃO ATIVAR Estatística p/ PC-BA (Escrivão) Com Videoaulas - ANTIGO

Professor: Gustavo Menezes Santana, Vítor Menezes

APRESENTAÇÃO PESSOAL

Este curso será ministrado a "quatro mãos".

Eu sou **Vítor Menezes**, professor de lógica, matemática, matemática financeira, e estatística para concursos. Também sou Auditor Federal de Controle Externo pelo TCU. Fui também aprovado nos concursos do ICMS-SP, ICMS-MG (cheguei a exercer o cargo por 1 ano e meio), Polícia Federal e MPU. Sou engenheiro eletrônico pelo ITA.

E eu sou o **Gustavo Santana**, professor de raciocínio lógico, matemática, matemática financeira e estatística para concursos. Sou mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo, pela Unicamp. Graduado em Engenharia Mecânica, pela mesma instituição. Atuei como Engenheiro de Lean Manufacturing na Thyssenkrupp.

Atualmente estamos atuando tanto aqui no Estratégia Concursos como no Tec Concursos, site parceiro do Estratégia. Juntos, já comentamos mais de 12 mil questões de exatas dentro do site do Tec, o que nos dá uma visão bem prática do que realmente cai em prova e de como cai em prova.

APRESENTAÇÃO DO CURSO – ESTATÍSTICA PARA PC-BA (ESCRIVÃO)

O nosso edital traz o seguinte conteúdo:

NOÇÕES DE ESTATÍSTICA: 1 Estatística descritiva e análise exploratória de dados: gráficos, diagramas, tabelas, medidas descritivas (posição, dispersão, assimetria e curtose). 2 Probabilidade. 2.1 Definições básicas e axiomas. 2.2 Probabilidade condicional e independência. 3 Técnicas de amostragem: amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados.

Teremos as seguintes aulas:

Aula	Tema
0	Formas de apresentação de dados
1	Média
2	Quantis e moda
3	Medidas de dispersão
4	Assimetria, Box Plot e Curtose

5	Probabilidade
6	Amostragem

Todas as aulas terão listas de exercícios, com prioridade para a VUNESP. Mas já adiantamos que será inevitável utilizar questões de outras bancas, o que ocorre já nesta aula demonstrativa.

Sem mais delongas, vamos iniciar a aula!

Sumário

1 – Formas não agrupadas de apresentação de dados ... 2

1.1 – Dados Brutos ... 2

1.2 - ROL ... 3

1.3 - Somatório ... 4

1.4 – Propriedades do somatório ... 7

1.5 – Diagrama de ramos e folhas ... 8

2 – Dados agrupados por valor ... 12

2.1 - Frequências ... 13

2.2 – Frequências absolutas ... 14

2.3 – Frequências relativas ... 19

3 – Formas gráficas de apresentação de dados agrupados por valor ... 29

3.1 – Colunas justapostas ... 29

3.2 – Colunas compostas ... 30

3.3 – Gráfico de setores ... 30

4 – Dados tabelados, agrupados em classe ... 31

5 – Formas gráficas de apresentação de dados em classe ... 37

5.1 – Histograma ... 38

5.2 – Polígono de frequência ... 39

5.3 – Histograma baseado em densidade de frequência ... 40

6 – Caderno Tec Concursos ... 42

1 – FORMAS NÃO AGRUPADAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS

Sempre que é feito algum estudo, alguma pesquisa, o resultado disso tem que ser de alguma forma apresentado para o público em geral. Isso é feito por alguma das formas de apresentação de dados. Exemplo: podemos apresentar os dados por meio de uma tabela. Ou por meio de um gráfico. Ou por meio de um diagrama. E há vários tipos de tabela, vários tipos de gráfico e vários tipos de diagrama.

Deste modo, o que veremos nesse capítulo é justamente isso: quais são as diferentes formas de se apresentar um conjunto de dados. Para facilitar nosso estudo, gostaria de apresentar já de cara uma visão geral do que vem pela frente:

1) dados brutos: correspondem aos dados desorganizados, antes de sofrerem qualquer tratamento.

2) dados em Rol: corresponde a uma lista de observações, em ordem crescente

3) dados agrupados por valor: é uma forma de agrupar os dados, para consolidar valores que se repetiram

4) dados agrupados em classe: é uma forma de agrupar ainda mais os dados, em faixas de valores.

Nós vamos detalhar cada um dos itens acima ao longo de nossa aula, e usaremos essa classificação para entender melhor como fazer cada tipo de tabela, cada tipo de gráfico.

1.1 – DADOS BRUTOS

Considere uma pesquisa salarial no Bairro Alfa.

Para realizar a pesquisa, entrevistamos alguns chefes de família e perguntamos sobre seus salários.

Os resultados obtidos foram:

Salário dos moradores do Bairro Alfa – amostra com dez salários: R$ 5.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 7.000,00; R$ 1.000,00; R$ 4.000,00, R$ 2.000,00, R$ 4.000,00, R$ 3.000,00, R$ 6.000,00.

O que significa a listagem acima? Significa que chegamos para um primeiro morador e perguntamos: qual o seu salário? Ele responde: R$ 5.000,00. A gente pega e anota este valor. Fazemos a mesma pergunta para uma segunda pessoa. Ela responde: R$ 2.000,00. A gente pega e anota este valor. E assim por diante.

A estes dados desorganizados, chamamos de **dados brutos**. Eles estão simplesmente na ordem em que foram coletados. Não receberam qualquer tratamento.

1.2 - ROL

Se colocarmos nossos dados em ordem crescente (ou decrescente) temos um ROL. Geralmente em concurso só aparece o rol crescente. O rol da nossa pesquisa ficaria assim:

Rol: R$ 1.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 3.000,00; R$ 4.000,00; R$ 4.000,00; R$ 5.000,00; R$ 6.000,00; R$ 7.000,00.

O rol já é uma primeira forma de organizar nossos dados. É também uma maneira de apresentarmos nossos dados. Como ainda vamos utilizar este exemplo durante algum tempo ao longo da aula, vamos simplificar a escrita. Vamos tirar o símbolo 'R$' e indicar apenas as unidades de milhar.

Rol (dados em R$ 1.000,00): 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7.

Então rol é apenas isto. Nada mais é que um conjunto de números (resultados de uma pesquisa, de um experimento etc.), colocados em ordem crescente (ou decrescente).

É muito comum que se queira referir a um elemento em particular da nossa série de dados. Uma notação muito usual é: X_i (lê-se "xis, índice i"). É utilizada para nos referimos ao "i-ésimo" elemento.

Vamos dar um exemplo.

Quem é o terceiro elemento? A pergunta pode ser reescrita como:

Qual o valor de X_3 *?*

Resposta: o terceiro elemento é 2 ($X_3 = 2$*)*

Para chegar à resposta, simplesmente nos dirigimos ao Rol e contamos. O primeiro elemento é o 1, o segundo elemento é o 2 e o terceiro elemento também é 2.

Abaixo seguem mais valores de X_i:

$$X_1 = 1$$

$$X_2 = 2$$

$$X_3 = 2$$

$$X_4 = 2$$

$$X_5 = 3$$
$$X_6 = 4$$
$$X_7 = 4$$
$$X_8 = 5$$
$$X_9 = 6$$
$$X_{10} = 7$$

1.3 - SOMATÓRIO

Conhecendo esta notação, podemos apresentar uma ferramenta muito importante em estatística: o SOMATÓRIO.

O símbolo de somatório é: Σ

A utilidade do somatório é possibilitar uma escrita mais compacta.

Exemplo. Desejamos saber qual o salário total das pessoas pesquisadas. Ou seja, queremos somar todos os valores de salários das dez pessoas entrevistadas. Basta fazer o seguinte:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}$$

O salário total das dez pessoas entrevistadas é de R$ 36.000,00.

Em vez de escrever desta forma, poderíamos escrever:

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 36$$

O que significa esta simbologia? Significa que queremos somar valores (pois há um símbolo de somatório). Que valores queremos somar? Queremos somar valores de X_i. Quais valores de X_i? Aqueles para os quais 'i' vai de 1 até 10.

A expressão

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 36$$

nada mais é que uma forma compacta de escrever

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}$$

Passemos para outro exemplo. Para a nossa mesma série de dados, vamos calcular

$$\sum_{i=2}^{5} X_i$$

Sabemos que queremos somar valores (pois há um símbolo de somatório). Queremos somar valores de X_i para os quais 'i' vai de 2 até 5. Assim, queremos calcular a seguinte soma:

$$X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

Substituindo os valores, ficamos com:

$$\sum_{i=2}^{5} X_i = X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 2 + 2 + 2 + 3 = 9$$

Exemplo 1: Considere a seguinte sequência de dados:

2, 6, 1, 4, 6

Obtenha o rol correspondente

Resolução:

ROL: 1, 2, 4, 6, 6

Exemplo 2: Considere a seguinte sequência de dados:

3, 1, 4, 2, 7, 3

Obtenha o valor de

$$\sum_{i=1}^{3} X_i$$

Resolução:

Primeiro passo: obtendo o ROL.

ROL: 1, 2, 3, 3, 4, 7

Identificando os termos.

$$X_1 = 1,$$
$$X_2 = 2,$$
$$X_3 = 3,$$
$$X_4 = 3,$$
$$X_5 = 4,$$
$$X_6 = 7$$

Fazendo a soma:

$$\sum_{i=1}^{3} X_i = X_1 + X_2 + X_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

Exemplo 3: Para a mesma sequência de dados do exercício anterior, obtenha $\sum_{i=1}^{4}(X_i)^2$

Resolução:

Fazendo a soma:

$$\sum_{i=1}^{4}(X_i)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 + 9 = 23$$

1.4 – Propriedades do somatório

O somatório tem duas propriedades muito importantes, abaixo resumidas:

$$\sum (X + Y) = \sum X + \sum Y$$

$$\sum (X - Y) = \sum X - \sum Y$$

Em palavras:

- O somatório da adição é a adição dos somatórios
- O somatório da diferença é a diferença dos somatórios

Para entendermos isso, segue um exemplo.

Considere que os conjuntos X e Y abaixo:

X: 2, 4, 6

Y: 2, 3, 3

Vejam que:

$$\sum X = 2 + 4 + 6 = 12$$

$$\sum Y = 2 + 3 + 3 = 8$$

Omiti os limites do somatório, mas considere que estamos somando todos os três valores (i varia de 1 até 3).

Agora vamos determinar o conjunto correspondente à diferença entre X e Y:

	X	Y	$X - Y$
	2	2	0
	4	3	1
	6	3	3
Total	**12**	**8**	**4**

Vejam que:

$$\sum (X - Y) = 0 + 1 + 3 = 4$$

Que é exatamente igual à diferença dos somatórios:

$$\sum (X - Y) = \sum X - \sum Y$$

$$4 = 12 - 8$$

TOME NOTA!

Propriedades do somatório:

$$\sum (X + Y) = \sum X + \sum Y$$

$$\sum (X - Y) = \sum X - \sum Y$$

1.5 – Diagrama de Ramos e Folhas

A primeira forma de organização de dados que nós vimos foi o ROL.

Pois bem, existe outra forma de apresentação de dados que guarda perfeita correspondência com o ROL. Costumo dizer que é um "ROL modificado". É o diagrama de ramos e folhas.

No diagrama de ramos e folhas, nós separamos cada número em duas partes.

Os diagramas que mais caem em prova separam a unidade de um lado e o resto do número do outro lado. Assim, considere o seguinte ROL:

10, 11, 13, 14, 15, 15, 16, 18, 18, 19, 20, 22, 25, 26, 29.

Se quiséssemos representar esses dados por meio de um diagrama de ramos e folhas, ficaria assim:

1 0134

1 556889

2 02

2 569

Observem como separamos cada número em duas partes. Na coluna da esquerda temos as dezenas. As dezenas seriam os ramos. Do lado direito, temos as unidades, que seriam as folhas. As folhas se prendem aos ramos.

Assim, “1” – espaço – “0134”, num diagrama de ramos e folhas, significa que, no ROL original, nós temos os números 10, 11, 13, 14.

Outro detalhe. É muito comum que os diagramas de ramos e folhas separem as unidades em dois grupos: de 0 a 4 e de 5 a 9.

Para entendermos isso, vamos focar nos números que iniciam com 1 (10, 11, 13, ..., 19). Foram necessárias duas linhas para representar tais números. Na primeira linha, representamos os números de 10 a 14 (logo, o algarismo das unidades variou de 0 a 4). Na segunda linha, representamos os números de 15 a 19 (unidade variando de 5 a 9).

Então é isso. Os diagramas que mais caem em concursos adotam as seguintes regras:

- separam as unidades do resto do número (a unidade seria a folha)
- para cada dezena são necessárias duas linhas: uma para as unidades de 0 a 4; outra para as unidades de 5 a 9

Por fim, cumpre destacar que não existe uma regra fixa para construção do diagrama de ramos e folhas. A ideia é apenas isso: dividir os números em duas partes. Em concursos, geralmente separamos as unidades do restante do número. O algarismo das unidades corresponderia às folhas.

Mas seria perfeitamente possível, por exemplo, o seguinte ROL:

ROL: 1,23; 1,24; 1,56; 1,89; 2,31; 2,87; 3,14; 3,67; 4,45; 4,67; 4,89

E poderíamos construir o seguinte diagrama:

1	23 24 56 89
2	31 87
3	14 67
4	45 67 89

Novamente separamos os números em duas partes. Mas as folhas agora são os números após a vírgula. E os ramos são as unidades.

Além disso, não foram necessárias duas linhas para os números iniciados com 1 ("um vírgula qualquer coisa"). Idem para os números iniciados com 2, 3 e 4.

Exemplo 4 - Considere o seguinte ROL:

23, 24, 25, 26, 28, 28, 32, 38, 43, 44, 48, 51, 55, 59, 60, 65, 76, 79, 82.

Elabore o diagrama de ramos e folhas correspondente, adotando as seguintes regras:

- separe as unidades (folhas) das dezenas (ramos)
- para cada dezena, utilize duas linhas: uma para algarismos das unidades indo de 0 a 4; outra indo de 5 a 9.

Resolução:

2	3 4
2	5 6 8 8
3	2
3	8
4	3 4
4	8
5	1
5	5 9
6	0

6	5
7	
7	6 9
8	2

Notem que a primeira linha correspondente à dezena "setenta" está em branco, pois não há nenhum número entre 70 e 74.

CURIOSIDADE

O que vem a seguir é de **leitura opcional.**

Considere dois conjuntos:

$$X: (X_1, X_2, X_3, \cdots, X_n)$$

$$Y: (Y_1, Y_2, Y_3, \cdots Y_n)$$

Se for pedido o somatório de $X + Y$, teremos:

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i + Y_i)$$

$$= (X_1 + Y_1) + (X_2 + Y_2) + (X_3 + Y_3) + \cdots + (X_n + Y_n)$$

Agora podemos aplicar as propriedades comutativa e associativa da adição:

$$= (X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n) + (Y_1 + Y_2 + Y_3 + \cdots + Y_n)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (X_i) + \sum_{i=1}^{n} (Y_i)$$

E é por isso que o somatório da soma pode ser quebrado em soma de somatórios. De forma análoga, o somatório da diferença também pode ser quebrado em diferença de somatórios.

Notem que, nesse passo a passo, em momento algum foi preciso supor que os elementos do conjunto X estavam listados em ordem crescente. Idem para os elementos de Y. Ou seja, do ponto estritamente matemático, não é de fato essencial que trabalhemos em cima do rol, como dito durante a aula. Isto porque, no caso de somar todos os elementos, a ordem das parcelas não afeta o resultado. Tanto faz somar 1 + 2 nessa ordem, ou 2 + 1 nessa ordem, o resultado é o mesmo.

A importância de fixar a ordem dos elementos pelo rol está em outras análises estatísticas que serão feitas nas próximas aulas. Por exemplo, quando se tabelam os dados, eles são dispostos na tabela em ordem crescente. Quando se analisam os quantis (mediana, quartis, percentis), eles também precisam estar ordenados.

2 – DADOS AGRUPADOS POR VALOR

Considere uma pesquisa salarial feita com dez moradores do bairro Alfa:

Rol: R$ 1.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 3.000,00; R$4.000,00; R$ 4.000,00; R$ 5.000,00; R$ 6.000,00; R$ 7.000,00.

Simplificando a escrita, temos:

ROL (salários em R$ 1.000,00):

1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7.

Como são apenas dez dados, até que não é tão difícil trabalhar com o ROL. Agora, imagine que tivessem sido entrevistadas cem mil pessoas. Já pensou ficar escrevendo: “1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...” uma quinhentas vezes. Depois “2, 2, 2, 2 ...” umas mil vezes e assim por diante.

Isso sem levar em conta que ainda poderíamos ter valores como 1,1 (mil e cem reais) ou 2,25 (dois mil duzentos e cinquenta reais).

Com um número muito grande de dados, trabalhar com o ROL pode não ser a melhor opção.

Pois bem, outra maneira de se trabalhar com os dados é agrupar os valores iguais. Colocamos os dados em uma tabela, indicando a frequência com que cada valor acontece.

Salários em R$ 1.000,00	Frequência absoluta simples
1	1
2	3
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1

Daqui a pouco falamos sobre os vários tipos de frequência. Por enquanto, basta saber que a frequência absoluta simples nos indica quantas vezes um valor ocorre.

A frequência do valor 1 (=mil reais) é 1. Isto significa que temos uma pessoa com o salário de mil reais.

A frequência do valor 2 (= dois mil reais) é 3. Isto significa que temos três pessoas com salário de dois mil reais. Ou ainda, o salário de dois mil reais ocorre três vezes.

Assim, em vez de escrever “2, 2, 2” (indicando que o valor dois ocorre três vezes), apenas colocamos sua frequência absoluta simples. Agrupamos todos os salários de R$ 2.000,00 em uma única linha. Dizemos que estamos agrupando os dados por valor.

A frequência do valor 3 (=três mil reais) é 1. Isto significa que temos uma pessoa com o salário de três mil reais. Ou ainda, o salário de três mil reais ocorre uma vez. E assim por diante.

É comum chamar essa relação de valores e suas respectivas frequências (que pode ser expressa tanto por meio de tabelas, quanto de gráficos) de **distribuição de frequências**.

Vamos agora estudar os outros tipos de frequência.

2.1 - FREQUÊNCIAS

Um conceito recorrente em estatística é o conceito de frequência. São de quatro tipos:

- frequência absoluta simples (f);
- frequência absoluta acumulada (F);
- frequência relativa simples (fr);

- frequência relativa acumulada (Fr).

Todas as frequências guardam relação com o número de ocorrências de um valor ou classe de valores. Em seguida, analisaremos cada tipo de frequência.

2.2 – Frequências absolutas

A frequência **absoluta simples** indica o número de ocorrências de um valor ou classe de valores (obs: posteriormente veremos o que é uma classe).

Para exemplificar, voltemos aos nossos dados da pesquisa salarial no bairro Alfa (1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7).

Quantos valores iguais a 2 nós temos? (ou ainda: quantas pessoas ganham R$ 2.000,00?).

Resposta: são três valores iguais a 2 (ou ainda: três pessoas ganham R$ 2.000,00).

Dizemos que a frequência absoluta simples do número 2 é 3.

O número 4 ocorre 2 vezes. Assim, a frequência absoluta simples do número 4 é 2.

A tabela abaixo mostra as frequências para cada valor de X.

Salários em R$ 1.000,00	Frequência absoluta simples
1	1
2	3
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1
TOTAL	**10**

Quando os dados estão agrupados por valor, é natural que a gente queira se referir a um específico valor e sua frequência. Para tanto, usamos a notação X_i ("xis" índice "i") para nos referirmos a cada valor e f_i ("efe" índice "i") para nos referirmos a cada frequência.

Deste modo, o primeiro valor é 1. Dizemos que $X_1 = 1$. Sua frequência também é igual a 1. Dizemos que $f_1 = 1$.

O segundo valor é 2. Ou seja, $X_2 = 2$. E sua frequência é igual a 3. Portanto, $f_2 = 3$.

Repare que o total das frequências absolutas simples é 10. E 10 é justamente o número de pessoas pesquisadas. Isto não é coincidência.

Na tabela acima, indicamos quantas pessoas ganham cada um dos salários. Se são 10 pessoas, é natural esperar que, somando todas as frequências, obtenhamos justamente 10.

Como regra geral, se tivermos *n* elementos, podemos dizer que:

$$\sum f_i = n$$

Para o caso acima, temos 7 valores de frequência. O somatório de todas as frequências fica:

$$\sum_{i=1}^{7} f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7$$

$$= 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 10$$

Salários em R$ 1.000,00	Frequência absoluta simples
1	1
2	3
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1
TOTAL	**10 (sempre igual a "n")**

A frequência **absoluta acumulada** nos dá quantas observações são menores ou iguais ao valor observado. Para a nossa sequência de dados, podemos construir a seguinte tabela:

Salários em R$ 1.000,00	Frequência absoluta acumulada
1	1
2	4
3	5
4	7
5	8
6	9
7	10

Tomemos como exemplo o valor 4 (linha em vermelho).

Quantos valores menores ou iguais a 4 nós temos? (ou ainda: quantas pessoas ganham de R$ 4.000,00 para baixo?)

Resposta: temos 7 valores menores ou iguais a 4 (são eles: 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4). Ou ainda: sete pessoas ganham salários menores ou iguais a R$ 4.000,00.

Portanto, a frequência acumulada do valor 4 é 7.

Note que a última frequência acumulada é igual a 10 (exatamente o número de dados). Isto não é coincidência. Se o maior valor é 7, então todos os dados serão menores ou iguais a 7. Portanto, a frequência absoluta acumulada do valor 7 é 10.

Valor observado (X)	Frequência absoluta acumulada
1	1
2	4
3	5
4	7
5	8
6	9
7	**10** **(sempre igual a "n")**

É importante saber como se faz para, a partir da frequência absoluta simples, chegar à frequência absoluta acumulada.

Suponha que temos apenas os valores de frequências simples e queremos obter as frequências acumuladas. Como fazer?

A primeira linha da coluna de frequência acumulada coincide com a de frequência simples.

Assim, o primeiro valor de frequência acumulada é igual a 1.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	**1**	**1**	na primeira linha as duas frequências coincidem
2	3		
3	1		
4	2		
5	1		
6	1		
7	1		

A partir da segunda linha, os valores começam a se diferenciar. Tomamos o valor de frequência acumulada da linha anterior (no caso '1'). Tomamos o valor da frequência simples da linha atual (no caso '3'). Somamos os dois (1+3 = 4) e preenchemos a segunda linha da coluna de frequência acumulada. Esta sequência está expressa nas linhas de cor azul.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	3	4 1+3=4
3	1	
4	2	
5	1	
6	1	
7	1	

Para a linha seguinte, a mesma coisa.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	3	4
3	1	5 4+1=5
4	2	
5	1	
6	1	
7	1	

E o mesmo raciocínio segue até a última linha.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	1	1	=1
2	3	4	1 + 3 = 4
3	1	5	4 + 1 = 5
4	2	7	5 + 2 = 7
5	1	8	7 + 1 = 8
6	1	9	8 + 1 = 9
7	1	10	9 + 1 = 10

É também importante saber como se calcula, a partir da tabela de frequências acumuladas, os valores de frequências simples. Basta fazer o procedimento inverso do descrito acima.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2		4
3		5
4		7
5		8
6		9
7		10

A primeira frequência simples coincide com a primeira frequência acumulada.

A partir da segunda linha, os valores começam a diferenciar. Tomamos o valor de frequência acumulada da linha atual (no caso, 4).

Tomamos o valor de frequência acumulada da linha anterior (no caso, 1). Subtraímos um do outro. E obtemos a frequência simples da linha atual. Este procedimento está expresso nas linhas azuis.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	4-1=3 3	4
3		5
4		7
5		8
6		9
7		10

Para a linha seguinte, a mesma coisa.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	3	4
3	5-4=1 1	5
4		7
5		8
6		9
7		10

E o procedimento segue até a última linha.

Valor observado (X)	Memória de cálculo	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	=1	1	1
2	4-1=3	3	4
3	5-4=1	1	5
4	7-5=2	2	7
5	8-7=1	1	8
6	9-8=1	1	9
7	10-9=1	1	10

2.3 – Frequências relativas

As frequências relativas são muito parecidas com as absolutas. A única diferença é que, em vez de estarmos interessados em valores absolutos, queremos saber valores relativos.

A palavra “relativo” tem a ver com "relação". Em matemática, relação é sinônimo de divisão.

Pois bem, as frequências relativas serão obtidas a partir de uma divisão. Divisão esta em que o denominador é o número de dados.

A frequência **relativa simples** é dada pela frequência absoluta simples dividida pelo número de dados.

Na nossa pesquisa de salários, temos 10 valores ($n = 10$). Vamos, a título de exemplo, calcular a frequência relativa simples do número 2.

O número 2 ocorre três vezes (a frequência absoluta simples do número 2 é três; isto porque há três pessoas que ganham R$ 2.000,00).

Para obter a frequência relativa simples do número 2, basta dividir 3 por 10. A frequência relativa simples do número 2 é:

$$fr_2 = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%$$

(lê-se "efe erre índice dois", pois estamos nos referindo à frequência relativa simples do segundo valor).

O que isto significa? Significa que trinta por cento das pessoas pesquisadas ganham R$ 2.000,00.

A tabela abaixo nos mostra as frequências relativas simples para os dados.

Salários em R$ 1.000,00	Frequência absoluta simples (f)	Frequência relativa simples (fr)
1	1	0,1
2	3	0,3
3	1	0,1
4	2	0,2
5	1	0,1
6	1	0,1
7	1	0,1
TOTAL		**1**

Observe que cada valor de frequência relativa é igual à respectiva frequência absoluta dividida por 10 (porque foram 10 pessoas pesquisadas). Note também que a soma de todos os valores da coluna de frequência relativa simples é igual a 1. Isto sempre acontece.

Salários em R$ 1.000,00	Frequência absoluta simples (f)	Frequência relativa simples (fr)
1	1	0,1
2	3	0,3
3	1	0,1
4	2	0,2
5	1	0,1
6	1	0,1
7	1	0,1
TOTAL		**1** **(sempre igual a 1)**

A frequência **relativa acumulada** é dada pela divisão da frequência absoluta acumulada por *n*. Fornece-nos o percentual de valores que são iguais ou menores ao valor analisado. A tabela abaixo mostra os valores de frequência relativa acumulada.

Salários em R$ 1.000,00	Frequência absoluta acumulada (F)	Frequência relativa acumulada (Fr)
1	1	0,1
2	4	0,4
3	5	0,5
4	**7**	**0,7**
5	8	0,8
6	9	0,9
7	10	1

O que significa dizer que a frequência relativa acumulada do valor 4 é 0,7? Significa que 70% das pessoas entrevistadas ganham salários iguais ou inferiores a R$ 4.000,00.

Note que a frequência relativa acumulada do último valor é igual a 1. Isto sempre acontece.

Salários em R$ 1.000,00	Frequência relativa acumulada (Fr)
1	0,1
2	0,4
3	0,5
4	0,7
5	0,8
6	0,9
7	**1** **(sempre igual a 1)**

Saber o que significa cada uma das frequências é muito importante para qualquer prova de estatística. Contudo, não há questões que cobrem exclusivamente o seu conceito. Por isso, na sequência, trago alguns exercícios propostos (não são de concursos) só para nos familiarizarmos com os conceitos vistos.

Por fim, um comentário. Vimos como, a partir da frequência absoluta simples, obter a frequência absoluta acumulada (e vice-versa).

Para as frequências relativas, o procedimento é exatamente o mesmo. Se tivéssemos apenas as frequências relativas simples, para obter as frequências relativas acumuladas faríamos:

Valor observado (X)	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	0,1	0,1	=0,1
2	0,3	0,4	=0,1+0,3
3	0,1	0,5	=0,4+0,1
4	0,2	0,7	=0,5+0,2
5	0,1	0,8	=0,7+0,1
6	0,1	0,9	=0,8+0,1
7	0,1	1	=0,9+0,1

E se tivéssemos apenas as frequências relativas acumuladas, para obter as frequências relativas simples faríamos o seguinte:

Valor observado (X)	Memória de cálculo	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada
1	=0,1	0,1	0,1
2	=0,4-0,1	0,3	0,4
3	=0,5-0,4	0,1	0,5
4	=0,7-0,5	0,2	0,7
5	=0,8-0,7	0,1	0,8
6	=0,9-0,8	0,1	0,9
7	=1-0,9	0,1	1

Exemplo 5:
Considere a seguinte sequência de dados:

2, 3, 1, 2, 4, 3, 9, 2, 10, 5, 12, 4, 4, 7, 2, 4, 1, 10, 3, 3.

a) obtenha o ROL
b) construa a tabela de frequências absolutas simples
c) construa a tabela de frequências absolutas acumuladas
d) construa a tabela de frequências relativas simples
e) construa a tabela de frequências relativas acumuladas

Resolução:

a) Para achar o ROL, basta colocar os dados em ordem crescente.

ROL: 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 10, 10, 12

b)

Valores	Frequência absoluta simples
1	2
2	4
3	4
4	4
5	1
7	1
9	1
10	2
12	1
TOTAL	20

Note que a soma de todas as frequências simples é igual a 20, que é justamente o número de dados do nosso ROL.

c) Podemos construir a coluna de frequências acumuladas a partir da coluna de frequência simples.

Valores	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	2	2	=2
2	4	6	=2+4
3	4	10	=6+4
4	4	14	=10+4
5	1	15	=14+1
7	1	16	=15+1
9	1	17	=16+4
10	2	19	=17+2
12	1	20	=19+1

Note que a última frequência acumulada simples é igual ao número de dados do nosso ROL (=20).

d) Podemos obter as frequências relativas simples a partir das frequências absolutas simples.

Valores	Frequência absoluta simples	Frequência relativa simples	Memória de cálculo
1	2	0,1	$= 2/20$
2	4	0,2	$= 4/20$
3	4	0,2	$= 4/20$
4	4	0,2	$= 4/20$
5	1	0,05	$= 1/20$
7	1	0,05	$= 1/20$
9	1	0,05	$= 1/20$
10	2	0,1	$= 2/20$
12	1	0,05	$= 1/20$

Note que a soma de todas as frequências relativas simples é igual a 1.

e) Podemos obter as frequências relativas acumuladas de duas formas. A partir da frequência relativa simples ou a partir da frequência absoluta acumulada (dividindo todos os valores por 20).

Primeira forma:

Valores	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	0,1	0,1	$= 0{,}1$
2	0,2	0,3	$= 0{,}1 + 0{,}2$
3	0,2	0,5	$= 0{,}3 + 0{,}2$
4	0,2	0,7	$= 0{,}5 + 0{,}2$
5	0,05	0,75	$= 0{,}7 + 0{,}05$
7	0,05	0,8	$= 0{,}75 + 0{,}05$
9	0,05	0,85	$= 0{,}8 + 0{,}05$
10	0,1	0,95	$= 0{,}85 + 0{,}1$
12	0,05	1	$= 0{,}95 + 0{,}05$

Note que o último valor de frequência relativa acumulada é igual a 1.

Segunda forma:

Valores	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	2	0,1	$= 2/20$
2	6	0,3	$= 6/20$
3	10	0,5	$= 10/20$
4	14	0,7	$= 14/20$
5	15	0,75	$= 15/20$
7	16	0,8	$= 16/20$
9	17	0,85	$= 17/20$
10	19	0,95	$= 19/20$
12	20	1	$= 20/20$

Exemplo 6:

Considere a seguinte tabela

Valores	Frequência absoluta simples
1	2
3	5
5	2
7	1

Obtenha os valores de frequência relativa acumulada.

Resolução

Podemos, a partir da frequência absoluta simples, obter a frequência absoluta acumulada e, a partir desta, obter a frequência relativa acumulada.

Obtendo as frequências absolutas acumuladas:

Valores	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	2	2	=2
3	5	7	=2+5
5	2	9	=7+2
7	1	10	=9+1

Obtendo as frequências relativas acumuladas:

Valores	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	2	0,2	$= 2/10$
3	7	0,7	$= 7/10$
5	9	0,9	$= 9/10$
7	10	1	$= 10/10$

Exemplo 7

Considere a seguinte tabela:

Valores Frequência relativa acumulada
1 0,1
4 0,5
6 0,8
15 1

Sabendo que ao todo são 50 dados, obtenha os valores de frequência absoluta simples.

Resolução:

Vamos obter os valores de frequência relativa simples.

Valores	Memória de cálculo	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada
1	$= 0{,}1$	0,1	0,1
4	$= 0{,}5 - 0{,}1$	0,4	0,5
6	$= 0{,}8 - 0{,}5$	0,3	0,8
15	$= 1 - 0{,}8$	0,2	1,0

Agora vamos obter os valores de frequência absoluta simples.

Valores	Frequência relativa simples	Frequência absoluta simples	Memória de cálculo
1	0,1	5	$= 0{,}1 \times 50$
4	0,4	20	$= 0{,}4 \times 50$
6	0,3	15	$= 0{,}3 \times 50$
15	0,2	10	$= 0{,}2 \times 50$

Algumas questões de concursos para praticarmos:

(Fundação Carlos Chagas)

Uma empresa procurou estudar a ocorrência de acidades com seus empregados e realizou um levantamento por um período de 36 meses. As informações apuradas estão na tabela a seguir:

Número de empregados acidentados Número de meses

1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

A porcentagem de meses em que houve menos de 5 empregados acidentados é:

a) 50%

b) 45%

c) 35%

d) 33%

e) 30%

Resolução:

A variável em estudo é o "número de empregados acidentados em um mês". Ela assume o valor 1 uma vez. Isto significa que, em uma única vez, tivemos 1 acidentado por mês. Por duas vezes, tivemos 2 acidentados por mês. Por quatro vezes tivemos 3 acidentados por mês. E assim por diante.

Poderíamos representar a nossa variável pelo seguinte ROL:

Número de acidentados por mês:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10

Em vez de fazer desta forma, o exercício agrupou os valores iguais. Em vez de escrever o número 4 cinco vezes, a tabela nos informa que o número 4 tem frequência 5. Dizemos que os dados estão agrupados por valor.

Vamos ver em quantos meses houve menos que cinco empregados acidentados por mês. A tabela abaixo destaca os valores procurados:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	**1**
2	**2**
3	**4**
4	**5**
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

Em vermelho temos os meses com menos de 5 empregados acidentados por mês.

$$1 + 2 + 4 + 5 = 12$$

Em 12 meses tivemos menos que cinco empregados acidentados por mês. Para saber o percentual, basta dividir:

$$12 \div 36 = 0{,}3333\ldots$$

12 meses representam 33% de 36.

Gabarito: D.

(Cespe)

Julgue o seguinte item.

Em uma distribuição de frequências para um conjunto de n indivíduos, pode-se calcular as frequências relativas, dividindo-se cada frequência absoluta pela amplitude da correspondente classe ou do intervalo.

Resolução:

A frequência relativa é igual à divisão da frequência absoluta pela quantidade total de elementos (n). O item errou ao afirmar que o denominador é a amplitude de classe.

Gabarito: errado

3 – FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS POR VALOR

3.1 – COLUNAS JUSTAPOSTAS

Considere os seguintes dados, fruto de uma pesquisa salariam com 10 pessoas, moradoras do bairro Alfa:

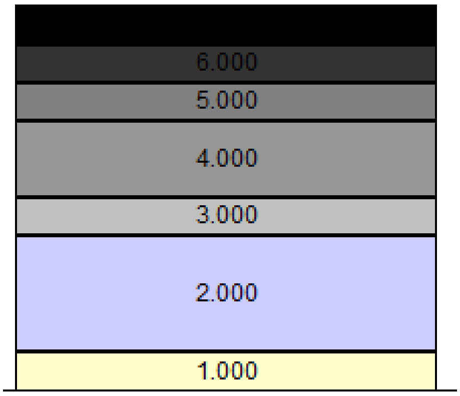
Rol: R$ 1.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 3.000,00; R$ 4.000,00; R$ 4.000,00; R$ 5.000,00; R$ 6.000,00; R$ 7.000,00.

Podemos representar estes dados em um gráfico de colunas.

Este tipo de gráfico é bem comum no nosso dia a dia. A altura de cada coluna está relacionada com a respectiva frequência absoluta de cada salário.

Agrupamos todos os salários de R$ 4.000,00 numa coluna de altura 2, o que indica que duas pessoas ganham R$ 4.000,00 por mês. Ou ainda, o valor 4.000,00 ocorre duas vezes. Da mesma forma, agrupamos todos os valores R$ 2.000,00 em uma coluna com altura 3, que indica que este valor ocorre 3 vezes. E assim por diante.

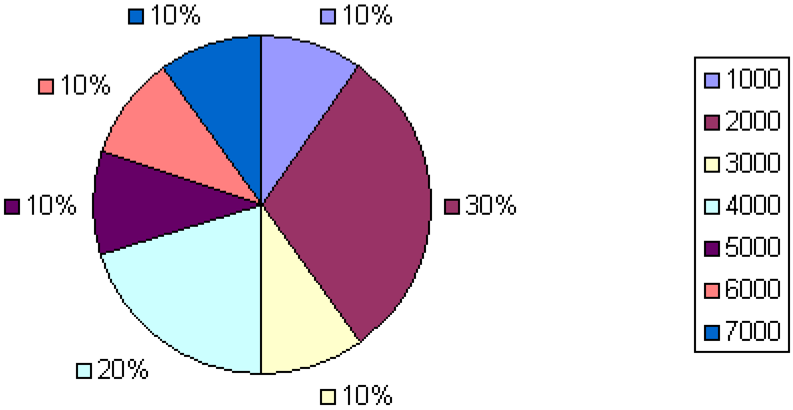
3.2 – Colunas compostas



Aqui nós "empilhamos" as colunas, de forma que cada pedaço tenha altura proporcional à frequência do respectivo valor. Assim, a coluna do valor R$ 1.000,00 é três vezes menor que a coluna do valor R$ 2.000,00. Se lembrarmos do ROL original, temos que apenas uma pessoa recebe R$ 1.000,00, enquanto três pessoas recebem R$ 2.000,00.

3.3 – Gráfico de setores

Igualmente usual é o gráfico em forma de pizza:



A área de cada fatia da pizza é proporcional à frequência absoluta do valor.

Além destes, há diversos outros tipos de gráficos. Apesar de haver inúmeras possibilidades, gráficos para dados agrupados por valor pouco caem em prova.

4 – DADOS TABELADOS, AGRUPADOS EM CLASSE

Considere os seguintes dados, fruto de uma pesquisa salarial com 10 pessoas, moradoras do bairro Alfa:

Rol: R$ 1.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 3.000,00; R$ 4.000,00; R$ 4.000,00; R$ 5.000,00; R$ 6.000,00; R$ 7.000,00.

Podemos representar estes dados em um gráfico de colunas.

Na nossa pesquisa salarial no bairro Alfa não são muitos os valores envolvidos. Foram entrevistadas apenas dez pessoas. Colocar os dados obtidos em ROL ou em uma tabela, de forma agrupada por valor, não é tão trabalhoso.

Agora imagine que pesquisamos os salários de milhares de pessoas. Mesmo que colocássemos tais valores em uma tabela, de forma agrupada (por valor), ainda seriam necessárias muitas e muitas linhas.

Um trechinho da tabela poderia ser:

Valor observado (R$)	Frequência absoluta simples
500,00	12
500,01	2
500,02	3
500,03	6
...	...

E a tabela continuaria com centenas de linhas.

Nesses casos, é preciso agrupar os valores um pouco mais. Podemos agrupá-los em classes. A tabela poderia ficar assim:

Classes de valor (R$)	Frequência absoluta simples
500,00 até 999,99	661
1.000,00 até 1.999,99	240
2.000,00 até 2.999,99	120
3.000,00 até 3.999,99	68
...	...

Cada "faixa salarial" é uma classe. Classe é apenas isto. É uma faixa de valores, ou ainda, um intervalo de valores.

Na primeira classe, temos salários entre R$ 500,00 e R$ 999,99. A tabela nos informa que 661 pessoas entrevistadas ganham salários que estão nesta faixa de valores.

Na segunda classe, temos salários entre R$ 1.000,00 e R$ 1.999,99. E a tabela informa que 240 pessoas ganham salários nesta faixa de valores.

E assim por diante.

Há uma simbologia específica para representar os dados em classes de valores. Vamos passar a estudá-la. Para tanto, voltemos ao nosso exemplo da pesquisa salarial dos moradores do bairro Alfa.

Relembrando nosso Rol:

R$ 1.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 2.000,00; R$ 3.000,00; R$ 4.000,00; R$ 4.000,00; R$ 5.000,00; R$ 6.000,00; R$ 7.000,00.

Suponhamos agora que, em vez de divulgarmos todos os dados obtidos na pesquisa, colocamos apenas a seguinte tabela, agrupando os valores em classes:

Classes de valores	Frequência absoluta simples
[1; 4)	5
[4; 7)	4
[7; 10)	1

Deste modo, há 5 pessoas que ganham entre R$ 1.000,00 e R$ 4.000,00 (incluindo R$ 1.000,00 e excluindo R$ 4.000,00), há quatro pessoas que ganham entre R$ 4.000,00 e R$ 7.000,00 e há apenas uma pessoa que ganha entre R$ 7.000,00 e R$ 10.000,00.

Não custa nada repetir a utilidade dos dados em classes. No nosso exemplo, foram apenas dez pessoas entrevistadas. É um número pequeno. Poderíamos perfeitamente divulgar todos os dados da pesquisa.

Já num caso em que o número de dados é muito grande, divulgar todos eles pode fazer com que fique difícil de fazer uma leitura adequada da pesquisa. Às vezes se quer publicar o resultado num jornal, numa revista, num mural. O espaço disponível para as tabelas é restrito. Imagine tentar colocar num mural o resultado de uma pesquisa que envolveu milhares de valores distintos. É inviável apresentar todos eles. Seriam páginas e páginas de tabelas. Nestes casos, é útil apresentar somente a quantidade de valores em cada classe.

Assim procedendo, temos a vantagem de ganhar espaço e de facilitar uma visualização geral dos dados. Só que, por outro lado, perde-se um pouco de informação. Por exemplo, analisando apenas a tabela com os valores em classes, não sabemos qual o salário de cada uma das cinco pessoas que ganham entre R$ 1.000,00 e R$ 4.000,00. Pode ser que todas elas ganhem um salário de R$ 2.000,00. Pode ser que cada uma ganhe um salário diferente (por exemplo: R$ 1.500,00; R$ 1.525,32; R$ 1.678,00; R$ 3.980,05; R$ 3.988,00). E poderíamos listar inúmeras outras possibilidades. Enfim, não temos como descobrir o salário de cada uma delas. Apenas sabemos que há cinco pessoas que ganham entre R$ 1.000,00 e R$ 4.000,00.

Resumindo: com os dados em classes, ganhamos espaço, mas perdemos informação.

Aqui também podemos usar a expressão “distribuição de frequências”, a exemplo do que fizemos com os dados agrupados por valor. Lá tínhamos a relação entre frequências e respectivos valores. Aqui temos a relação entre as frequências e respectivas classes.

Agora vamos detalhar um pouco mais a representação em classes de valores. Vejamos a classe [4; 7). O colchete ao lado do quatro indica que o número 4 faz parte da classe. O parênteses ao lado do sete indica que o número 7 não faz parte da classe. Logo, na classe de 4 a 7, estamos contando todas as pessoas que ganham de quatro mil reais (inclusive as que ganham exatamente R$ 4.000,00) até sete mil reais (sem contar as que ganham exatamente R$ 7.000,00). Na verdade, é como se nossa classe envolvesse as pessoas que ganham de R$ 4.000,00 até R$ 6.999,99.

E se a nossa classe fosse assim: [4; 7]?

Caso a nossa classe fosse [4;7], com dois colchetes, estaríamos levando em consideração as pessoas que ganham exatamente R$ 4.000,00 e também as que ganham exatamente R$ 7.000,00.

E se nossa classe fosse (4; 7)?

Aí estaríamos levando em conta as pessoas que ganham de R$ 4.000,01 até R$ 6.999,99.

Uma outra forma de representar a classe [4;7) seria assim:

$$4 \vdash 7$$

Ao lado do número quatro temos um traço vertical. Significa que estamos levando em conta as pessoas que ganham exatamente R$ 4.000,00. Ao lado do número sete não tem um traço vertical. Significa que não estamos levando em conta as pessoas que ganham exatamente R$ 7.000,00.

E se a representação fosse assim: 4 - 7?

Aí não levaríamos em conta nenhum dos extremos (pois não há nenhum traço vertical). Estaríamos nos referindo às pessoas que ganham de R$ 4.000,01 a R$ 6.999,99.

Na classe [4; 7) dizemos que 4 é o limite inferior. Dizemos também que 7 é o limite superior.

A tabela abaixo mostra o limite inferior e superior para cada classe.

Classes de valores	Limite inferior	Limite superior
[1; 4)	1	4
[4; 7)	4	7
[7; 10)	7	10

É muito nome para saber não é? E vamos a mais alguns nomes...

À diferença entre os limites superior e inferior, chamamos de amplitude de classe. No nosso exemplo, todas as classes têm a mesma amplitude de 3.

Classes de valores	Limite inferior	Limite superior	Amplitude de classe
[1; 4)	1	4	4-1=3
[4; 7)	4	7	7-4=3
[7; 10)	7	10	10-7=3

E, por fim, vamos ao ponto médio de classe. O ponto médio de classe é a média dos limites superior e inferior.

Classes de valores	Ponto médio
[1; 4)	2,5
[4; 7)	5,5
[7; 10)	8,5

Na primeira classe os limites são 1 e 4. Então o ponto médio da primeira classe fica:

$$\frac{1+4}{2} = 2{,}5$$

Para as demais classes, o cálculo é análogo.

Ah, outra coisa muito importante: a **densidade de frequência**. Densidade de frequência é igual à frequência simples dividida pela amplitude de classe. Podemos tanto calcular:

- A divisão entre a frequência absoluta simples, dividida pela amplitude de classe;
- A divisão entre a frequência **relativa** simples, dividida pela amplitude de classe;

O mais importante dos cálculos é o da densidade de frequência **relativa** (segundo item acima). Vejamos como fazer:

Classes de valores	Frequência relativa	Amplitude de classe	Densidade de frequência relativa
[1; 4)	0,5	3	$\frac{5}{3} = 0{,}166$
[4; 7)	0,4	3	$\frac{0{,}4}{3} = 0{,}133$
[7; 10)	0,1	3	$\frac{0{,}1}{3} = 0{,}033$

Vamos praticar:

(Fepese)

A tabela abaixo mostra a distribuição de frequência dos salários mensais, em reais, de 95 funcionários da empresa TUDO TOPA LTDA.

Salários(em reais)	Número de funcionários
3.000 a 3.999	12
4.000 a 4.999	10
5.000 a 5.999	20
6.000 a 6.999	18
7.000 a 7.999	15
8.000 a 8.999	10
9.000 a 9.999	06
10.000 a 10.999	04

Em relação a essa tabela, a porcentagem de funcionários que ganham menos de R$ 7.000,00 é de:

a) 21,1%

b) 15,7%

c) 36,9%

d) 63,1%

e) 78,9%

Resolução:

Abaixo destacamos as frequências correspondentes aos funcionários que ganham menos de R$ 7.000,00:

Salários(em reais)	Número de funcionários
3.000 a 3.999	12
4.000 a 4.999	10
5.000 a 5.999	20
6.000 a 6.999	18
7.000 a 7.999	15
8.000 a 8.999	10
9.000 a 9.999	06
10.000 a 10.999	04

Somando todas as frequências:

$$12 + 10 + 20 + 18 = 60$$

60 funcionários, entre os 95 existentes, ganham menos de R$ 7.000,00.

O percentual de funcionários correspondente é:

$$\frac{60}{95} \approx \frac{60}{100} = 60\%$$

Quando substituímos o denominador 95 por 100, nós diminuímos um pouco o resultado. Na verdade, a resposta correta é um pouco maior que 60%.

Gabarito: D

5 – FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS EM CLASSE

Para dados em classe, não nos referimos à frequência de um valor específico. Referimo-nos apenas à frequência de uma classe de valores (ou de uma faixa de valores).

Isso é muito importante no caso de variáveis contínuas.

Vejamos. Considere uma pesquisa sobre a composição etária de uma cidade. As pessoas podem ser classificadas em: jovens, adultos, idosos. Temos uma variável qualitativa. Mas isso não impede que a gente calcule a frequência de cada possível valor da nossa variável.

Assim, para X = “idoso”, podemos ter, por exemplo, 80.000 observações. A frequência absoluta é 80.000.

O mesmo se aplica para uma variável quantitativa discreta. No lançamento de um dado honesto, podemos dizer que a frequência relativa do número 2 é igual a 1/6, pois esta face ocorre em 1/6 das vezes.

Nos exemplos acima ficou claro como podemos associar frequências a cada valor da variável.

No caso de variável contínua isso não ocorre. Considerem que temos um termômetro mágico, capaz de medir a temperatura de um ambiente com infinitas casas após a vírgula. Este termômetro mede temperaturas como 20ºC, ou 34,55555...ºC (dízima periódica), ou "Pi" graus Celsius (3,141592654....)

Nesse caso, estamos diante de uma variável contínua. É simplesmente inviável nós listarmos todos os possíveis valores de X, para depois determinar as frequências de cada um deles.

Deste modo, se medirmos a temperatura em diversos instantes, o máximo que dá para fazer é calcular as frequências associadas a classes, ou faixa de valores.

Exemplo: podemos dizer que em 23% das medições a temperatura esteve entre 20ºC e 30ºC. Estamos associando a frequência 23% à faixa 20 – 30.

O resultado disso é que as representações gráficas utilizadas para dados em classe servem particularmente para variáveis contínuas.

Existem questões que exploram justamente este aspecto.

5.1 – HISTOGRAMA

Considere o seguinte exemplo.

Quarenta alunos de um curso fizeram uma prova de 20 questões, cada uma delas valendo 0,20. Deste modo, se um aluno acertar todas as questões, sua nota seria igual a 4.

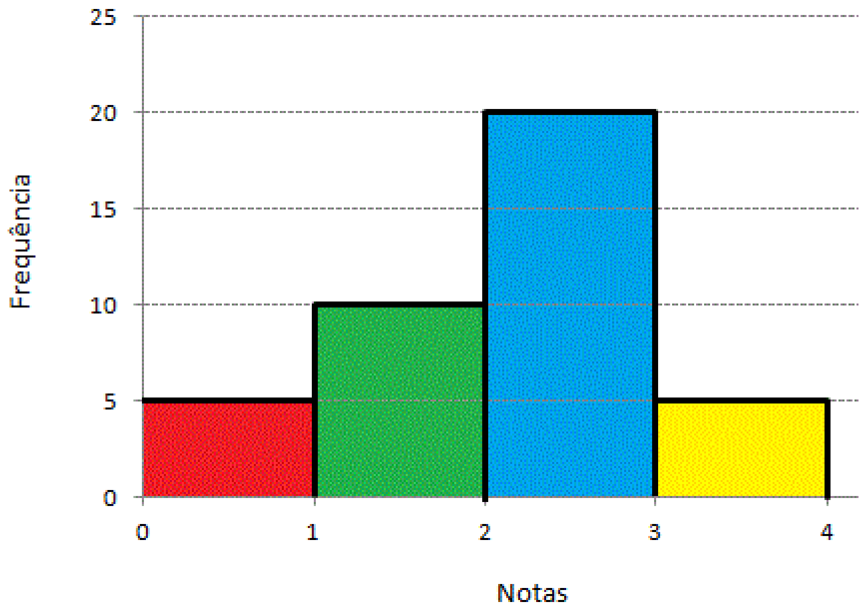
As notas obtidas pelos alunos estão resumidas na tabela abaixo.

Notas	Frequência
0 – 1	5
1 – 2	10
2 – 3	20
3 – 4	5

Conforme já estudamos, temos dados agrupados em classes.

Uma forma gráfica que guarda perfeita correspondência com os dados acima dispostos é o histograma.

O histograma para os dados acima ficaria:



A primeira coluna, vermelha, corresponde à primeira classe. A sua altura guarda relação com a frequência da primeira classe: ela indica que temos 5 notas na primeira classe. A sua base coincide com os extremos da classe.

Deste modo, a primeira coluna indica que a primeira classe vai de 0 até 1 e que, nesta classe, temos 5 ocorrências.

Vamos agora para a segunda coluna (verde). O histograma nos indica que esta classe vai de 1 até 2. Indica ainda que temos 10 ocorrência nesta classe.

Analogamente, a frequência da terceira classe é 20 e seus extremos são 2 e 3 (ver coluna azul).

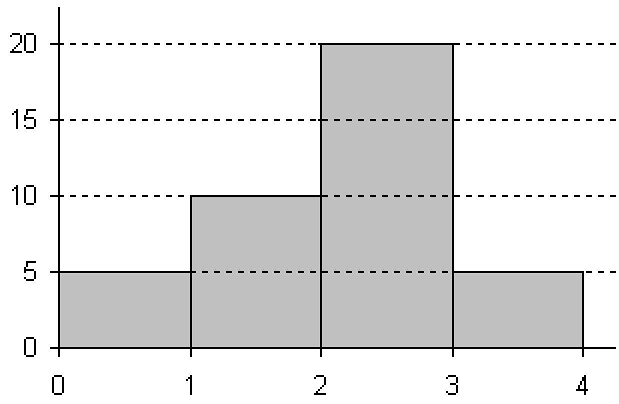
Por fim, a última classe vai de 3 até 4, possuindo frequência 5 (ver coluna amarela).

Histograma é apenas isso. É um monte de barrinhas, cada uma delas representando uma classe.

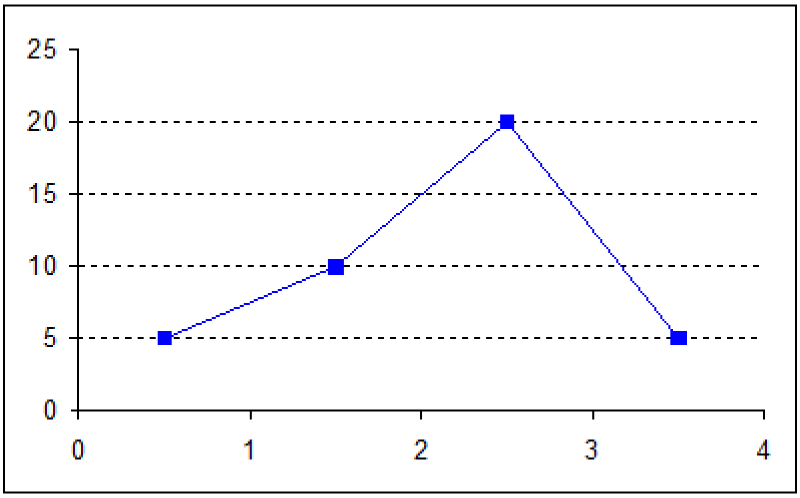
5.2 – Polígono de frequência

Vamos voltar ao histograma obtido na seção anterior.

Considere o seguinte histograma:



Se nós passarmos uma linha unindo todos os pontos médios das laterais superiores dos retângulos do histograma, obtemos o seguinte gráfico:



Este gráfico acima é chamado de polígono de frequência. É uma forma alternativa de representação de dados, que pode substituir o histograma.

5.3 – Histograma baseado em densidade de frequência

Vamos agora voltar ao histograma, tópico visto anteriormente, para tratar de um tipo particular de histograma é aquele baseado em **<u>densidade de frequência</u>**.

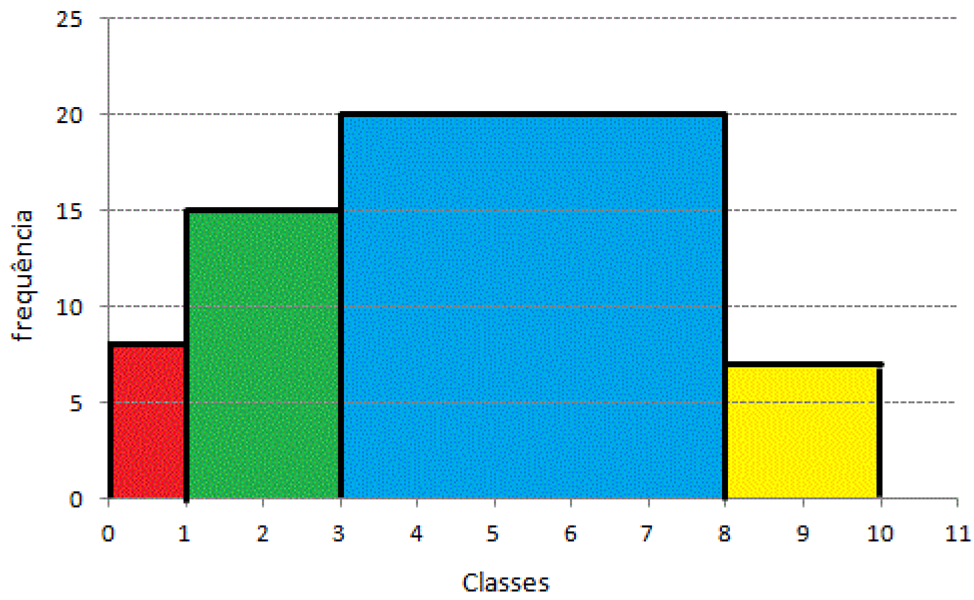
Nele, em vez de indicarmos as frequências de cada classe, indicamos as densidades de frequência. A densidade de frequência nada mais é que a divisão entre a frequência e a amplitude de classe.

$$\text{densidade de frequência} = \frac{\text{frequência}}{\text{amplitude de classe}}$$

Para ilustrar esse tipo de histograma, considere a seguinte distribuição de frequências:

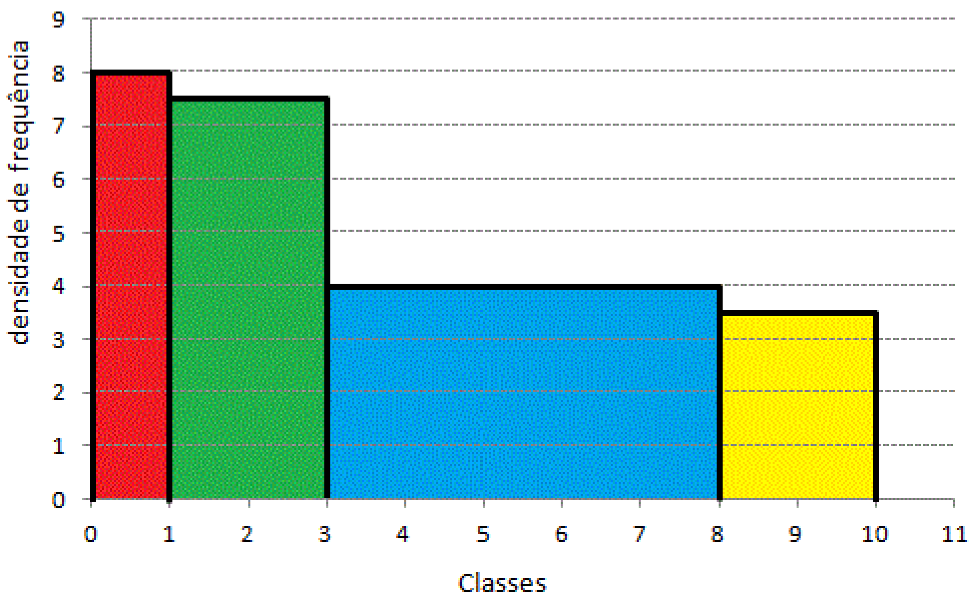
Classes	Frequência	Amplitude de classe	Densidade de frequência
0 – 1	8	1	8
1 – 3	15	2	7,5
3 - 8	20	5	4
8 - 10	7	2	3,5

O histograma baseado em frequências ficaria assim:



Notem que a classe com maior frequência (em azul) tem a maior altura.

Contudo, em diversas situações dentro de estatística, é pertinente analisar qual classe tem maior densidade de frequência. Neste caso, utilizamos o histograma baseado em densidade de frequência. Ficaria assim:

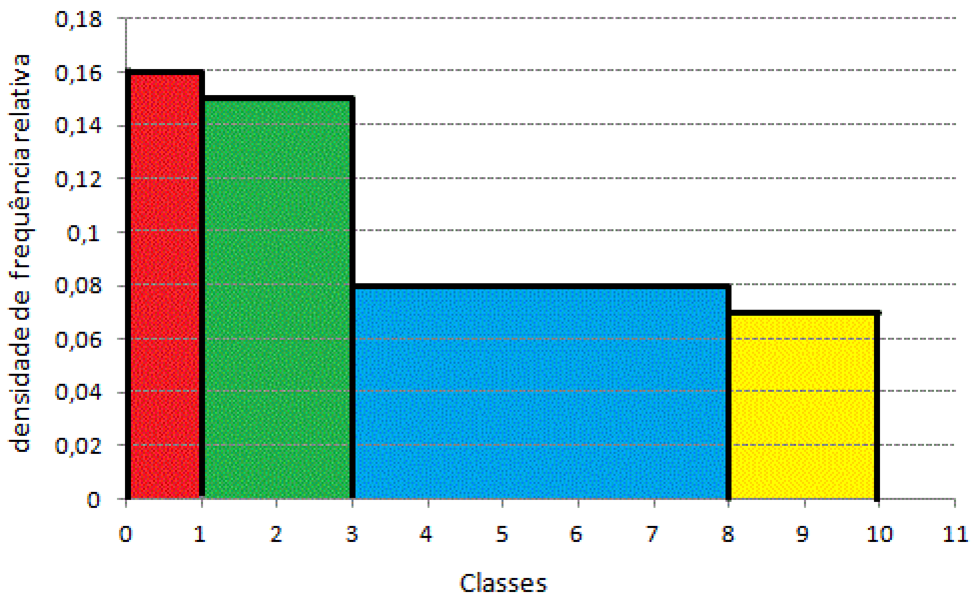


Quando usamos densidade de frequência, a maior altura pode mudar de lugar. No caso acima, a maior altura ficou com a primeira classe, em vermelho.

Podemos ainda construir o histograma baseado em densidade de frequência **relativa**. Fica assim:

Classes	Frequência	Frequência relativa	Amplitude de classe	Densidade de frequência relativa
0 – 1	8	0,16	1	0,16
1 – 3	15	0,30	2	0,15
3 - 8	20	0,40	5	0,08
8 - 10	7	0,14	2	0,07

O histograma fica:



Notem que o perfil do histograma não muda quando passamos de densidade de frequência absoluta para densidade de frequência relativa.

A grande vantagem do histograma com base em densidade de frequência relativa é que a área total dos retângulos vale 1. Pode checar. Some as áreas dos retângulos vermelho, verde, azul e amarelo acima, e veja que a área total é 1. Isso tem uma série de aplicações dentro de estatística, que não abordaremos aqui, dado o caráter introdutório deste capítulo.

6 – Caderno Tec Concursos

Na sequência teremos nossa bateria de exercícios. Para quem quiser treinar com um volume ainda maior, segue link para o caderno no Tec Concursos:

https://tec.ec/s/QUoKi

Sumário

Lista de exercícios 2

Formas não agrupadas de apresentação de dados 2

Dados agrupados por valor 4

Formas gráficas de apresentação de dados agrupados por valor 6

Dados agrupados em classe 15

Formas gráficas de apresentação de dados agrupados em classe 18

Gabaritos 22

Questões comentadas 23

Formas não agrupadas de apresentação de dados 23

Dados agrupados por valor 28

Formas gráficas de apresentação de dados agrupados por valor 38

Dados agrupados em classe 53

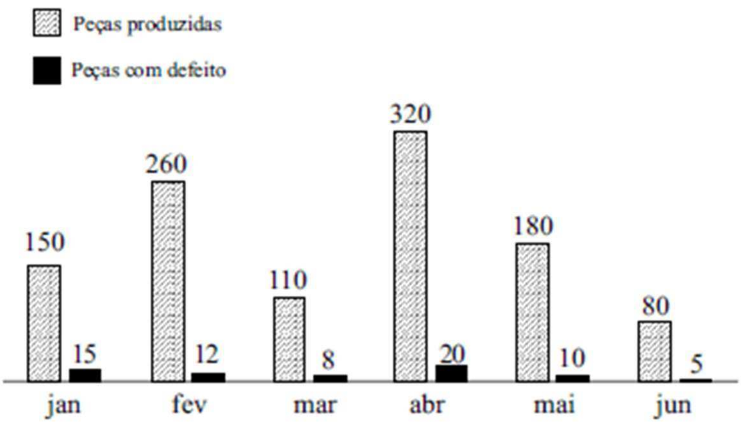
Formas gráficas de apresentação de dados agrupados em classe 61

LISTA DE EXERCÍCIOS

FORMAS NÃO AGRUPADAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS

01. (VUNESP / PROCON SP - 2013)

O gráfico a seguir mostra respectivamente o número de peças produzidas e o número de peças com defeito fabricadas por uma indústria durante o período de janeiro a junho deste ano.



Nesse período, o número de peças produzidas sem defeito foi

a) 990.

b) 1 000.

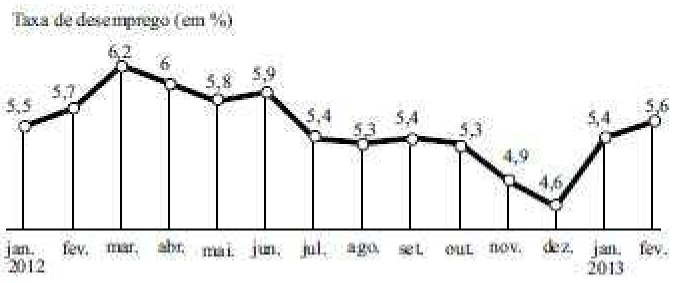
c) 1 010.

d) 1 020.

e) 1 030.

02. (VUNESP / Câmara Municipal de SC - 2013)

O gráfico mostra a evolução do desemprego em certo país, em termos porcentuais, ao longo tempo.



Se, de janeiro de 2013 para fevereiro de 2013, entraram 10 mil pessoas para a lista de desempregados, o número total de desempregados na ocasião era de

a) 50 mil.

b) 200 mil.

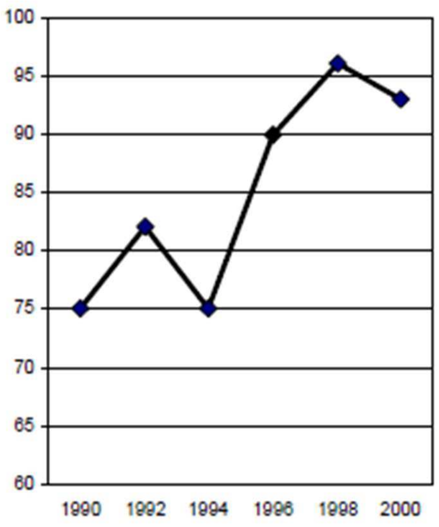
c) 500 mil.

d) 2 milhões.

e) 5 milhões.

03. (NCE e FUJB (UFRJ) / Secretaria de Estado de Fazenda de MG – 2007)

A evolução da dívida (em milhões de reais) de um estado ao longo do período 1990--2000 é apresentada no gráfico abaixo:



O período de maior crescimento da dívida foi:

a) 1990--1992;
b) 1992--1994;
c) 1994--1996;
d) 1996--1998;
e) 1998--2000.

DADOS AGRUPADOS POR VALOR

04. (VUNESP / TJ SP – 2015)

A distribuição de salários de uma empresa com 30 funcionários é dada na tabela seguinte

Salários (em salários mínimos)	Funcionários
1,8	10
2,5	8
3,0	5
5,0	4
8,0	2
15,0	1

Pode-se concluir que

a) o total da folha de pagamentos é de 35,3 salários.
b) 60% dos trabalhadores ganham mais ou igual a 3 salários.
c) 10% dos trabalhadores ganham mais de 10 salários.
d) 20% dos trabalhadores detêm mais de 40% da renda total.
e) 60% dos trabalhadores detêm menos de 30% da renda total.

05. (VUNESP / TJM SP - 2017)

A tabela apresenta o número de acertos dos 600 candidatos que realizaram a prova da segunda fase de um concurso, que continha 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
5	204
4	132
3	96
2	78
1	66
0	24

Analisando-se as informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

a) mais da metade dos candidatos acertou menos de 50% da prova.

b) menos da metade dos candidatos acertou mais de 50% da prova.

c) exatamente 168 candidatos acertaram, no mínimo, 2 questões.

d) 264 candidatos acertaram, no máximo, 3 questões.

e) 132 candidatos acertaram a questão de número 4.

06. (VUNESP / Instituto de Previdência do Servidor Municipal de SJC – 2018)

A tabela apresenta o número de acertos de 100 candidatos a uma vaga de emprego, em uma avaliação contendo 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
0	4
1	11
2	13
3	16
4	22
5	34

Com base nas informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

a) 22 candidatos acertaram a questão de número 4.

b) menos da metade dos candidatos acertaram mais da metade das questões.

c) 28 candidatos acertaram, no máximo, duas questões.

d) mais da metade dos candidatos acertaram menos da metade das questões.

e) 15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão.

07. (FCC / MPU -2007)

Uma empresa procurou estudar a ocorrência de acidentes com seus empregados e realizou um levantamento por um período de 36 meses. As informações apuradas estão na tabela a seguir:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

A porcentagem de meses em que houve menos de 5 empregados acidentados é

a) 50%

b) 45%

c) 35%

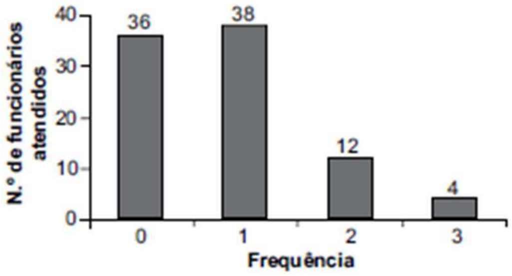
d) 33%

e) 30%

FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS POR VALOR

08. (VUNESP / PROCON SP - 2013)

O gráfico mostra o levantamento feito por uma empresa do número de vezes (frequência) com que seus funcionários foram atendidos na enfermaria em um determinado mês.



Sabendo que o gráfico representa o total de funcionários da empresa, pode-se concluir que a porcentagem de funcionários dessa empresa atendidos pelo menos uma vez nesse mês foi de

a) 45%.

b) 50%.

c) 55%.

d) 60%.

e) 65%.

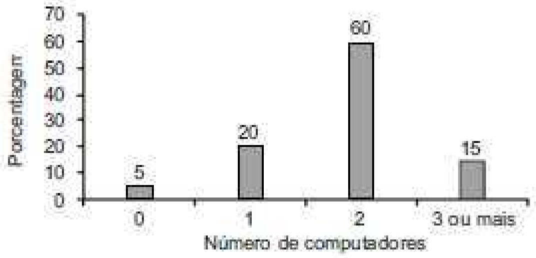
09. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

A tabela mostra o resultado de uma pesquisa feita com 160 pessoas sobre o número de computadores que possuem em casa.

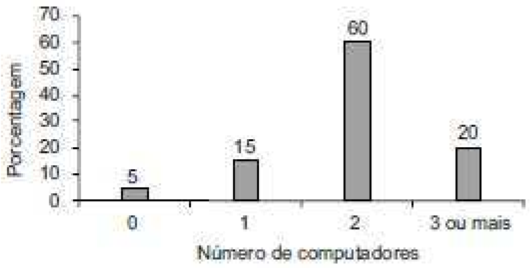
Número de computadores	Número de pessoas
0	8
1	24
2	96
3 ou mais	32

O gráfico que representa essa tabela, em porcentagem, é:

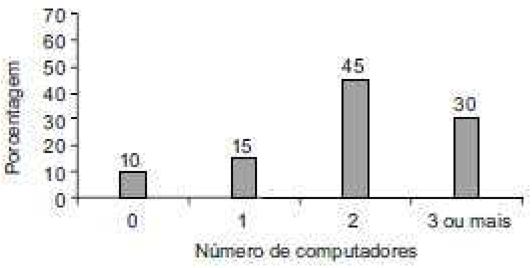
a)


Porcentagem
70
60
50
40
30
20
10
0
5
20
60
15
0
1
2
3 ou mais
Número de computadores

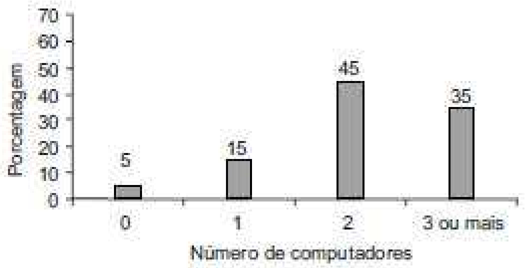
b)


Porcentagem
70
60
50
40
30
20
10
0
5
15
60
20
0
1
2
3 ou mais
Número de computadores

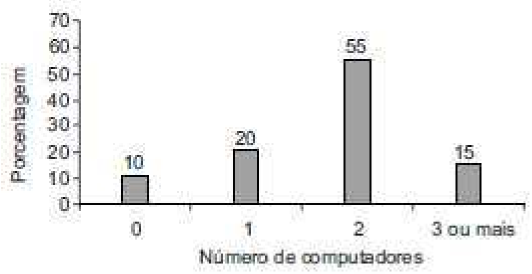
c)


Porcentagem
70
60
50
40
30
20
10
0
10
15
45
30
0
1
2
3 ou mais
Número de computadores

d)


Porcentagem
70
60
50
40
30
20
10
0
5
15
45
35
0
1
2
3 ou mais
Número de computadores

e)



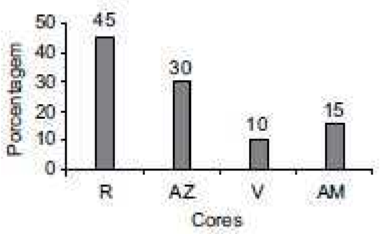
10. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

Foi feito um levantamento com 120 crianças sobre a cor preferida de cada uma delas, e os resultados foram colocados na seguinte tabela:

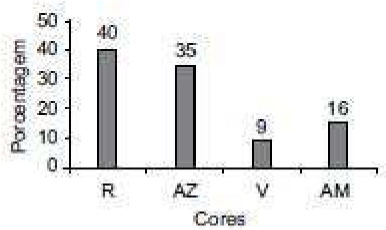
Cor Preferida	Número de crianças
Rosa (R)	48
Azul (AZ)	42
Verde (V)	12
Amarelo (AM)	18

Sabendo que cada criança escolheu uma só cor de sua preferência, então, o gráfico que representa essas informações, em porcentagem, é:

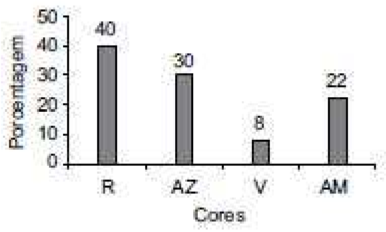
a.



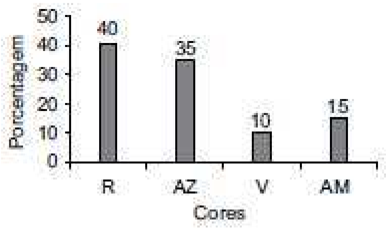
b.



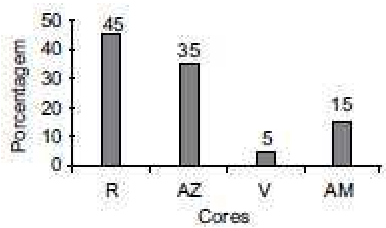
c.



d.

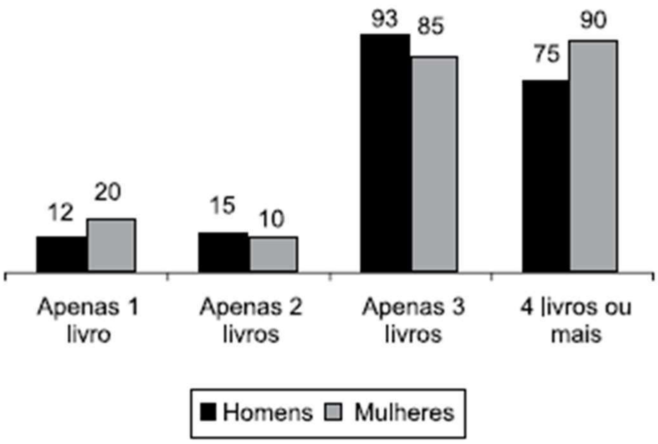


e.



11. (VUNESP / TJ PA – 2014)

Considere o gráfico com informações sobre os números de livros lidos pelos 400 funcionários de uma empresa, no último ano.



Com base nas informações do gráfico, é correto afirmar que

a) há funcionários que não leram livro algum.

b) a média de livros lidos pelas mulheres, em um ano, é igual a 3,19 livros.

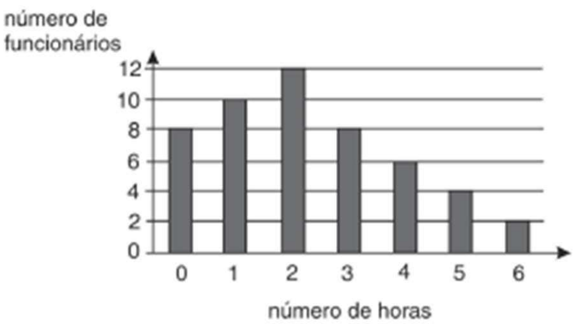
c) o número de mulheres que leram 5 livros é maior que o número de homens que também leram 5 livros.

d) a razão entre o número de homens e o número de mulheres que leram 3 ou mais livros é $\left(\frac{93}{85}\right)$.

e) o número de funcionários que leram apenas dois livros corresponde a 6,25% do número total de funcionários.

12. (NCE e FUJB (UFRJ) / SECRETARIA DO ESTADO DA FAZENDA DE MG - 2007)

O gráfico a seguir refere-se à questão.



Numa pesquisa, os funcionários de uma empresa responderam sobre o número de horas semanais dedicadas à prática de atividades físicas. O gráfico acima indica as respostas obtidas. A porcentagem de funcionários pesquisados que praticam pelo menos três horas semanais de atividades físicas é:

a) 20%;

b) 24%;

c) 38%;

d) 40%;

e) 76%.

13. (FEPESE / SECRETARIA DE ESTADO DA FAZENDA DE SC - 2010)

Observe a tabela a seguir com as frequências e percentuais do tipo de empresa atuante em um município:

Tipo de empresa	Frequências	Percentuais
Indústria	200	10,00%
Comércio	1200	60,00%
Serviços	600	30,00%
Total	2000	100,00%

Fonte: dados fictícios

Se houvesse interesse em representar a tabela acima de uma forma gráfica, qual seria o gráfico mais apropriado?

a) Histograma.

b) Gráfico em setores.

c) Diagrama em caixas.

d) Diagrama de pontos.

e) Diagrama de dispersão.

14. (CESPE / TRE ES - 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

Internet: <www.tse.gov > (com adaptações).

Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

Considerando-se a representação das quantidades de eleitos para cada cargo em um gráfico de pizza, a fatia desse gráfico correspondente ao cargo de deputado federal terá ângulo superior a 120º.

15. (FUNDATEC / BRDE – 2015)

Assinale a alternativa que representa a nomenclatura dos três gráficos abaixo, respectivamente.

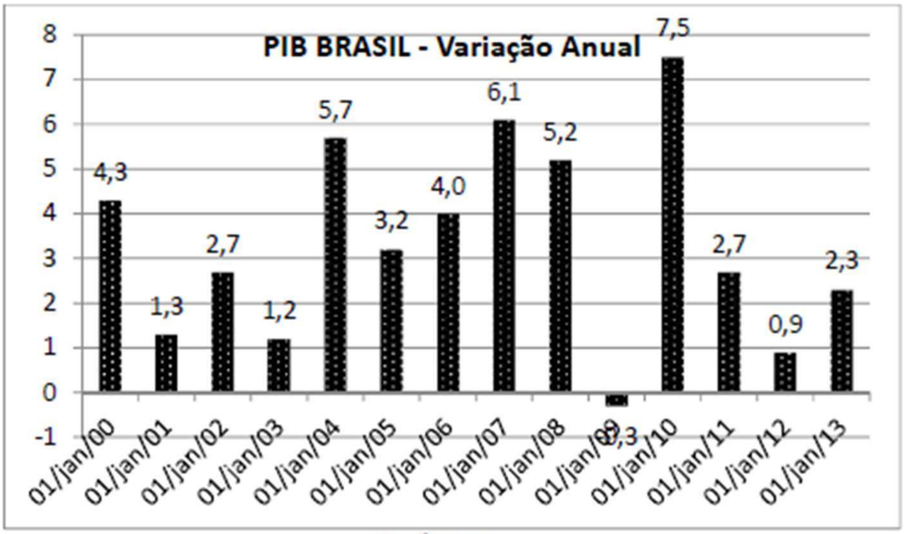


GRÁFICO 1

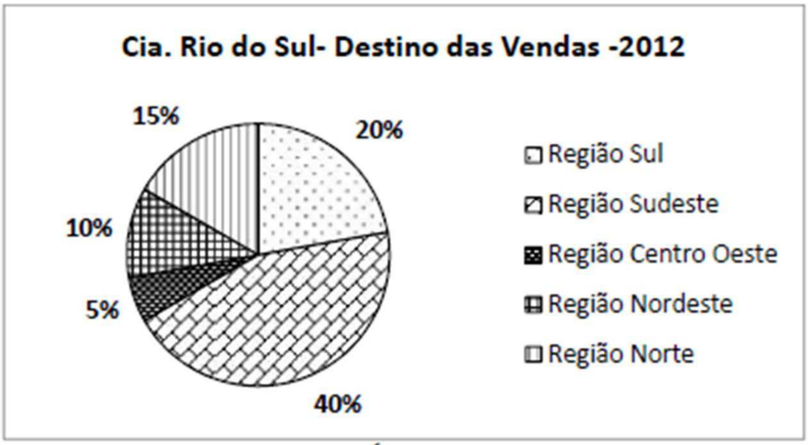


GRÁFICO 2

GRÁFICO 3

a) Gráfico de Setores – Gráfico de Barras – Gráfico de Linha.

b) Gráfico de Pareto – Gráfico de Pizza – Gráfico de Tendência.

c) Gráfico de Barras – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.

d) Gráfico de Linhas – Gráfico de Pizza – Gráfico de Barras.

e) Gráfico de Tendência – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.

DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

16. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)

A distribuição dos 500 preços unitários de um equipamento é representada por um histograma em que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe e no eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequências, em (R$)−1. Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe no histograma apresenta uma amplitude de R$ 2,50 com uma densidade de frequência igual a 0,096. A quantidade de preços unitários referente a este intervalo é

a) 96.

b) 120.

c) 144.

d) 150.

e) 192.

17. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)

A função de distribuição empírica abaixo, F200(x), refere-se a uma pesquisa realizada em 200 residências, escolhidas aleatoriamente, em que x é o número verificado de pessoas que trabalham em cada residência.

$$F_{200}(x) = \begin{cases} 0{,}00 \text{ se } x < 0 \\ 0{,}10 \text{ se } 0 \leq x < 1 \\ 0{,}40 \text{ se } 1 \leq x < 2 \\ 0{,}65 \text{ se } 2 \leq x < 3 \\ 0{,}85 \text{ se } 3 \leq x < 4 \\ 0{,}95 \text{ se } 4 \leq x < 5 \\ 1{,}00 \text{ se } x \geq 5 \end{cases}$$

O número de residências desta pesquisa em que se verificou possuir pelo menos uma pessoa que trabalha e menos que 4 é

a) 150.

b) 160.

c) 170.

d) 180.

e) 190.

18. (FCC / TRT 3ª Região - 2015)

Em um histograma representando os preços unitários de microcomputadores em estoque, observa-se que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe em R$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em (R$)− 1. Densidade de frequência de um intervalo de classe é o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um determinado intervalo de classe com amplitude igual a R$ 2.500,00 apresenta uma densidade de frequência, em (R$)− 1, igual a 12,8 × 10− 5. Se o número de microcomputadores deste intervalo é igual a 48, então o número total de microcomputadores em estoque é igual a

a) 150.

b) 120.

c) 240.

d) 160.

e) 96.

19. (FCC / TRT 20ª Região - 2016)

Um gráfico corresponde a um histograma apresentando a distribuição dos salários dos funcionários lotados em um determinado órgão público. No eixo das abscissas constam os intervalos de classe (fechados à esquerda e abertos à direita) dos salários em R$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em (R$) −1. Densidade de frequência de um intervalo é definida como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Se 135 funcionários ganham salários com valores pertencentes ao intervalo [3.000, 6.000) com uma densidade de frequência de 1 × 10 −4 (R$) −1, então o número de funcionários que ganham salários com valores pertencentes ao intervalo [6.000, 8.000) com uma densidade de frequência de 2 × 10 −4 (R$) −1 é igual a

a) 300

b) 180

c) 270

d) 150

e) 90

20. (FCC / ARTESP - 2017)

Foi solicitado para uma empresa de transportes que fizesse um levantamento da idade da frota dos seus caminhões que operavam em um trecho de rodovia com tráfego intenso. O gerente da empresa entregou a seguinte tabela:

Caminhão	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
Idade (anos)	15	20	5	2	3	3	17	23	16	8	6	9	14
Caminhão	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	
Idade (anos)	10	10	6	8	2	4	18	5	9	11	26	14	

De posse deste levantamento, a analista de operações da autarquia solicitante organizou uma distribuição de frequência para organizar melhor os dados para serem analisados. Sendo assim, em um primeiro momento, fez-se necessário encontrar o número de intervalos (K) e a classe (C), que são expressos, respectivamente, por

a) 5 e 4,80.

b) 5 e 5,20.

c) 6 e 4,80.

d) 6 e 5,20.

e) 4 e 5.

FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

21. (VUNESP / TJ SP - 2015)

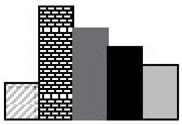
Leia o texto a seguir para responder à questão.

Considere a tabela de distribuição de frequência seguinte, em que xi é a variável estudada e fi é a frequência absoluta dos dados.

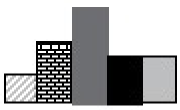
x_i	f_i
30 — 35	4
35 — 40	12
40 — 45	10
45 — 50	8
50 — 55	6
TOTAL	40

Assinale a alternativa em que o histograma é o que melhor representa a distribuição de frequência da tabela.

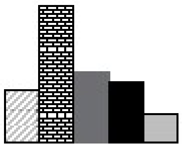
a)



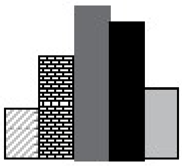
b)



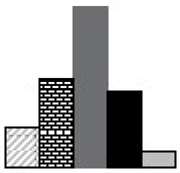
c)



d)



e)



22. (FCC / TRT 1ª Região - 2011)

Um histograma representa a distribuição dos preços unitários de venda de um determinado equipamento no mercado. No eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequência para cada intervalo em $(R\$)^{-1}$. Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o quociente da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe do histograma corresponde aos preços unitários maiores ou iguais a R$ 32,00 e inferiores a R$ 44,50 com uma densidade de frequência igual a $1,6 \times 10-2$ $(R\$)^{-1}$. Se todos os intervalos de classe do histograma têm a mesma frequência relativa, então um intervalo de classe com densidade de frequência igual a $5,0 \times 10^{-3}$ $(R\$)^{-1}$ apresenta uma amplitude de

a) R$ 64,00.

b) R$ 48,00.

c) R$ 40,00.

d) R$ 32,00.

e) R$ 24,00.

23. (FCC / SERGAS - 2013)

Acerca das Representações Gráficas, considere:

I. Histograma é um gráfico que apresenta a distribuição de frequências de uma variável por meio de retângulos justapostos, feitos sobre as classes dessa variável, sendo que a área de cada retângulo é proporcional à frequência observada da correspondente classe.

II. O gráfico de setores não é adequado para representar variáveis quantitativas.

III. O gráfico de colunas contrapostas (ou opostas) não é adequado para representar variáveis quantitativas contínuas.

Está correto o que consta APENAS em

a) I.

b) III.

c) I e II.

d) I e III.

e) II e III.

24. (CESPE / TER ES – 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

Internet: <www.tse.gov > (com adaptações).

Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

O histograma é a representação gráfica ideal para a distribuição de frequências do número de candidatos aptos segundo o cargo pretendido.

25. (CESPE / Banco Central do Brasil - 2013)

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.

É inviável a elaboração de um histograma em decorrência do fato de ser este um conjunto de dados quantitativos discretos; dessa forma, apenas por meio de um gráfico de barras pode ser realizada a representação gráfica.

GABARITOS

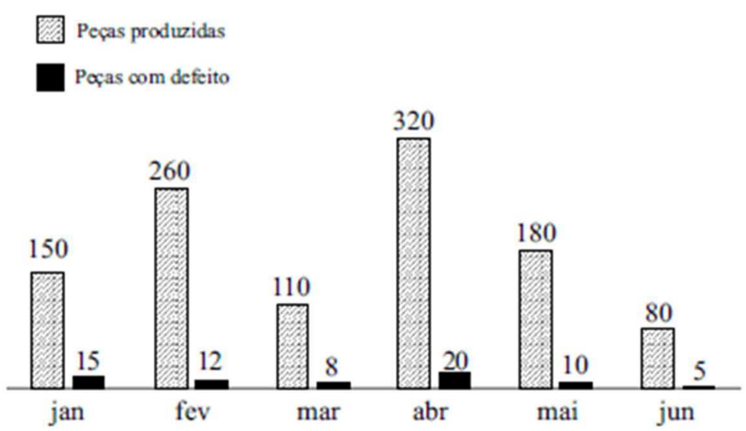
1	E	14	ERRADO
2	E	15	C
3	C	16	B
4	D	17	A
5	D	18	A
6	C	19	B
7	D	20	A
8	D	21	A
9	B	22	CERTO
10	D	23	A
11	E	24	ERRADO
12	D	25	ERRADO
13	B		

QUESTÕES COMENTADAS

FORMAS NÃO AGRUPADAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS

01. (VUNESP / PROCON SP - 2013)

O gráfico a seguir mostra respectivamente o número de peças produzidas e o número de peças com defeito fabricadas por uma indústria durante o período de janeiro a junho deste ano.



Nesse período, o número de peças produzidas sem defeito foi

a) 990.

b) 1 000.

c) 1 010.

d) 1 020.

e) 1 030.

Comentários:

A barra branca dá o total produzido. Somando todos os valores das barras brancas, temos:

$$150 + 260 + 110 + 320 + 180 + 80 = 1.100$$

Foram 1.100 peças produzidas.

A barra preta dá o total com defeito. Total de peças com defeito:

$$15 + 12 + 8 + 20 + 10 + 5 = 70$$

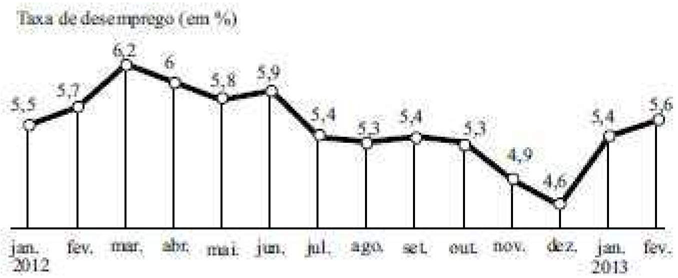
Fazendo a diferença, temos o total livre de defeitos:

$$1.100 - 70 = 1.030$$

Gabarito: E

02. (VUNESP / Câmara Municipal de SC - 2013)

O gráfico mostra a evolução do desemprego em certo país, em termos porcentuais, ao longo tempo.



Se, de janeiro de 2013 para fevereiro de 2013, entraram 10 mil pessoas para a lista de desempregados, o número total de desempregados na ocasião era de

a) 50 mil.

b) 200 mil.

c) 500 mil.

d) 2 milhões.

e) 5 milhões.

Comentários:

A variação percentual foi de $5,6 - 5,4 = 0,2$

Isso correspondeu a uma variação absoluta de 10 mil pessoas.

0,2%..........10.000 pessoas

5,6%..........x pessoas

Fazendo a regra de três:

$$0,2x = 5,6 \times \ 10.000$$

$$x = \frac{56.000}{0,2} = 280.000$$

Não há resposta correta e a questão deveria ter sido anulada.

Para chegarmos ao gabarito da banca, temos que alterar o enunciado:

Se, de janeiro de 2013 para fevereiro de 2013, entraram 10 mil pessoas para a lista de desempregados, *o número total de pessoas na população (empregados + desempregados)* na ocasião era de

Agora sim, chegaremos aos 5 milhões.

Basta notar que, se y for o total de pessoas (empregados + desempregados), então:

$$5,6\% \times \ y = 280.000$$

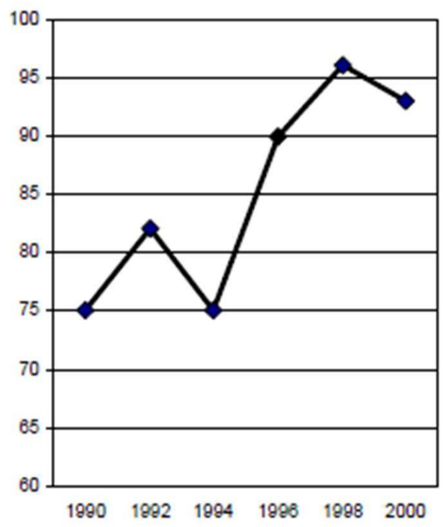
$$y = \frac{280.000}{0,056} = 5.000.000$$

O que nos leva à letra E.

Gabarito: E

03. (NCE e FUJB (UFRJ) / Secretaria de Estado de Fazenda de MG – 2007)

A evolução da dívida (em milhões de reais) de um estado ao longo do período 1990--2000 é apresentada no gráfico abaixo:



O período de maior crescimento da dívida foi:

a) 1990--1992;

b) 1992--1994;

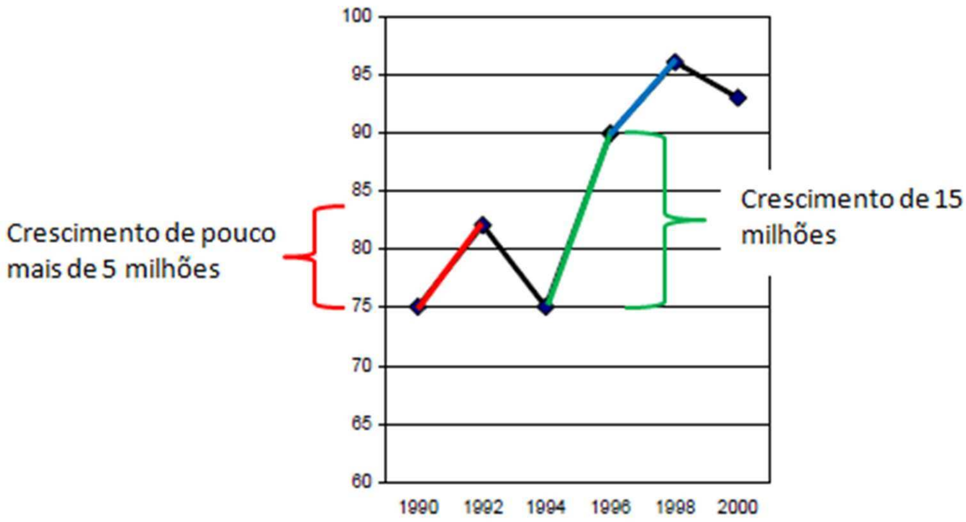
c) 1994--1996;

d) 1996--1998;

e) 1998--2000.

Comentários:

Destacamos algumas partes do gráfico na figura abaixo:



No período de 1990 a 1992 (em vermelho), tivemos um crescimento de pouco mais de 5 milhões de reais, pois a dívida aumentou de 75 milhões para pouco mais de 80 milhões.

No período seguinte, de 1992 a 1994 (em preto), a dívida caiu.

No período de 1994 a 1996 (em verde) o crescimento foi de 15 milhões de reais. Isso porque a dívida foi de 75 milhões para 90 milhões. Esse foi o período de maior acréscimo na dívida.

No período seguinte, 1996 a 1998 (em azul), o crescimento foi pouco maior que 5 milhões. Sequer preenchemos o gráfico, para não sobrecarregar a figura.

Finalmente, de 1998 a 2000 (em preto), tivemos nova queda da dívida.

Assim, o maior crescimento ocorreu para o período de 1994 a 1996.

Gabarito: C

DADOS AGRUPADOS POR VALOR

04. (VUNESP / TJ SP – 2015)

A distribuição de salários de uma empresa com 30 funcionários é dada na tabela seguinte

Salários (em salários mínimos)	Funcionários
1,8	10
2,5	8
3,0	5
5,0	4
8,0	2
15,0	1

Pode-se concluir que

a) o total da folha de pagamentos é de 35,3 salários.

b) 60% dos trabalhadores ganham mais ou igual a 3 salários.

c) 10% dos trabalhadores ganham mais de 10 salários.

d) 20% dos trabalhadores detêm mais de 40% da renda total.

e) 60% dos trabalhadores detêm menos de 30% da renda total.

Comentários:

Alternativa A - O total da folha de pagamentos vale 104 salários. Alternativa incorreta.

Seguem cálculos:

Salário (X)	Frequência (f)	$X \times f$
1,8	10	18
2,5	8	20
3,0	5	15
5,0	4	20
8,0	2	16
15,0	1	15
Total	**30**	**104**

Alternativa B - Trabalhadores que ganham 3 salários ou mais:

Salários (em salários mínimos)	Funcionários
1,8	10
2,5	8
3,0	5
5,0	4
8,0	2
15,0	1

São $5 + 4 + 2 + 1 = 12$ funcionários de um total de 30. Isso dá $12 \div 30 = 40\,\%$ do total. Alternativa errada.

Alternativa C - Apenas 1 funcionário ganha mais de dez salários (vide última linha). O que corresponde a $1 \div 30 \approx 3{,}33\%$

Alternativa incorreta

Alternativa D - CORRETA. A renda total é de 104 salários, como já calculamos na letra A. Vamos agora determinar 40% disso:

$$0{,}4 \times 104 = 41{,}6$$

São 30 funcionários. 20% deles correspondem a $0,2 \times 30 = 6$ funcionários.

Os 6 funcionários que mais ganham são os das três últimas linhas da tabela. Eles têm salários de:

15, 8, 8, 5, 5, 5

Total = 46

Vejam que esses 6 trabalhadores (20% dos trabalhadores) detêm mais de 40% da renda total (mais de 41,6 salários)

Alternativa correta.

Alternativa E. A renda total é de 104 salários, como já vimos na letra A. 30% disso dá 31,2 salários.

São 30 funcionários ao todo. 60% disso dá 18 funcionários.

Os dezoito funcionários que menos ganham são os das duas linhas de cima da tabela:

Salários (em salários mínimos)	frequência	Produto
1,8	10	18
2,5	8	20
Total	18	**38**

Esses funcionários "mais pobres" ganham, juntos, 38 salários, o que dá mais de 30% da renda total, ou seja, mais de 31,2 salários. **Alternativa errada.**

Gabarito: D

05. (VUNESP / TJM SP - 2017)

A tabela apresenta o número de acertos dos 600 candidatos que realizaram a prova da segunda fase de um concurso, que continha 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
5	204
4	132
3	96
2	78
1	66
0	24

Analisando-se as informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

a) mais da metade dos candidatos acertou menos de 50% da prova.

b) menos da metade dos candidatos acertou mais de 50% da prova.

c) exatamente 168 candidatos acertaram, no mínimo, 2 questões.

d) 264 candidatos acertaram, no máximo, 3 questões.

e) 132 candidatos acertaram a questão de número 4.

Comentários:

Letra A: ~~*mais*~~ *menos da metade dos candidatos acertou menos de 50% da prova.*

A prova tinha 5 questões. Metade da prova corresponde a 2,5 questões. Portanto, acertaram "menos da metade da prova" quem teve 0, 1 ou 2 acertos.

$$78 + 66 + 24$$

$$= 168$$

Portanto, temos:

- 168 pessoas acertaram menos da metade da prova.
- metade dos candidatos = 300

- logo, menos da metade dos candidatos acertaram menos da metade da prova. Alternativa errada.

Letra B: *~~menos~~ mais da metade dos candidatos acertou mais de 50% da prova.*

Já vimos na letra A que 168 pessoas acertaram menos da metade da prova. Logo, a quantidade das que acertaram mais da metade da prova é:

$$600 - 168 = 432$$

Portanto:

- 432 pessoas acertaram mais da metade da prova
- metade das pessoas = 300
- logo, mais da metade das pessoas acertou mais de 50% da prova. Alternativa errada.

Letra C: *exatamente 168 candidatos acertaram, no ~~mínimo~~ máximo, 2 questões.*

Já vimos na letra "A" que 168 candidatos acertaram 0, 1 ou 2 questões; portanto, acertaram **no máximo** duas questões.

Já a quantidade dos que acertaram no mínimo duas questões é dada por:

$$204 + 132 + 96 + 78$$

$$= 432 + 78$$

$$= 510$$

Alternativa errada.

Letra D: *264 candidatos acertaram, no máximo, 3 questões.*

Perfeito! São 168 candidatos que acertaram até duas questões (vide letra A). Somando com os 96 que acertaram exatamente 3 questões, temos:

$$168 + 96 = 264$$

Alternativa correta.

Letra E: *132 candidatos acertaram ~~a questão de número 4~~ exatamente 4 questões.*

Só sabemos que 132 candidatos acertaram exatamente quatro questões. Mas não temos como saber quantos acertaram a quarta questão da prova.

Exemplo: o candidato Alfa acertou as questões 01, 02, 03 e 05. Ele se enquadra nestas 132 pessoas, pois acertou exatamente quatro questões. Mas isso não significa que, entre tais questões, esteja a de número 04, concorda?

Além disso, nas demais linhas da tabela, ou seja, nas linhas referentes às pessoas que acertaram 1 questão, 2 questões, 3 questões, ou 5 questões, é perfeitamente possível termos mais gente acertando a questão 04. Alternativa errada.

Observação:

Até daria para "forçar" um recurso nesta questão, para tornar a letra "E" correta.

Na análise acima supusemos implícita a palavra "exatamente", como se a frase a ser julgada fosse esta:

exatamente 132 candidatos acertaram a questão de número 4

Ocorre que esta palavra "exatamente" não estava expressa. Quando isso ocorre, interpretar a questão "ao pé da letra" significa afirmar que ao menos 132 candidatos acertaram a questão de número 4. Não posso garantir exatamente quantos são. Mas estou afirmando que são ao menos 132. E isso está correto. Pois, na primeira linha da tabela, é informado que 204 candidatos fecharam a prova. Logo, ao menos estes 204 acertaram a questão de número 4. Oras, se 204 acertaram, então 132 também acertaram.

Evidentemente que a chance de provimento de um recurso deste tipo é praticamente nula, pois é muito comum as bancas omitirem a palavra "exatamente", mas ainda assim exigirem que o candidato a considere.

Gabarito: D

06. (VUNESP / Instituto de Previdência do Servidor Municipal de SJC – 2018)

A tabela apresenta o número de acertos de 100 candidatos a uma vaga de emprego, em uma avaliação contendo 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
0	4
1	11
2	13
3	16
4	22
5	34

Com base nas informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

a) 22 candidatos acertaram a questão de número 4.

b) menos da metade dos candidatos acertaram mais da metade das questões.

c) 28 candidatos acertaram, no máximo, duas questões.

d) mais da metade dos candidatos acertaram menos da metade das questões.

e) 15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão.

Comentários:

A questão tem algumas imprecisões, e nós precisamos de um pouco de bom senso para marcar a resposta correta.

Letra A: *22 candidatos acertaram a questão de número 4.*

Rigorosamente falando, a alternativa está correta. Oras, sabemos da última linha da tabela que houve 34 candidatos que gabaritaram a prova. Logo, ao menos esses 34 acertaram a quarta questão da prova. Portanto, se há 34 que a acertaram, é possível formar um subgrupo contendo 22 candidatos.

No entanto, a banca deu a alternativa como errada. Isto porque devemos considerar que a palavra "exatamente" está implícita no enunciado, assim:

exatamente 22 candidatos acertaram a questão de número 4

Isso está evidentemente errado. Sabemos que ao menos 34 candidatos acertaram tal questão, então impossível terem sido exatamente 22.

Alternativa errada.

Letra B: *menos da metade dos candidatos acertaram mais da metade das questões.*

Os candidatos das três últimas linhas da tabela acertaram mais da metade das questões. São aqueles que acertaram 3, 4 ou 5 questões.

Somando as quantias correspondentes:

$$16 + 22 + 34 = 72$$

72 candidatos acertaram mais da metade das questões. Isso corresponde a mais de 50% do total de alunos.

Alternativa errada.

Letra C: *28 candidatos acertaram, no máximo, duas questões.*

De fato, temos:

- 4 candidatos que erraram todas
- 11 candidatos que acertaram (exatamente) uma questão
- 13 candidatos que acertaram (exatamente) duas questões
- total: 4+11+13 = 28

Alternativa correta.

Letra D: *mais da metade dos candidatos acertaram menos da metade das questões*

Acertaram menos da metade das questões aqueles que tiveram 0, 1 ou 2 acertos. Vamos somar a correspondente quantidade de pessoas:

$$4 + 11 + 13 = 28$$

Isso representa 28% do total, bem menos da metade dos candidatos. **Alternativa errada**.

Alternativa E: *15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão.*

Rigorosamente falando, a alternativa está correta. Mas aqui temos o mesmo caso da letra "A": precisamos supor implícita a palavra "exatamente":

***exatamente** 15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão*

Dos 100 candidatos, só 4 erraram todas as questões da prova. Os outros $100 - 4 = 96$ acertaram pelo menos uma questão.

Alternativa errada.

Gabarito: C

07. (FCC / MPU -2007)

Uma empresa procurou estudar a ocorrência de acidentes com seus empregados e realizou um levantamento por um período de 36 meses. As informações apuradas estão na tabela a seguir:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

A porcentagem de meses em que houve menos de 5 empregados acidentados é

a) 50%

b) 45%

c) 35%

d) 33%

e) 30%

Comentários:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

As frequências associadas a observações menores que 5 estão destacadas em vermelho:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	**1**
2	**2**
3	**4**
4	**5**
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

Somando essas as frequências:

$$1 + 2 + 4 + 5 = 12$$

Em 11 dos 36 meses tivemos menos de 5 empregados acidentados.

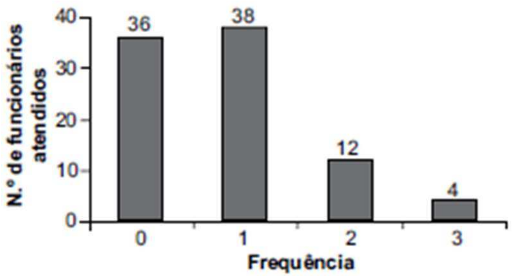
$$\frac{12}{36} = 33{,}33\%$$

Gabarito: D

FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS POR VALOR

08. (VUNESP / PROCON SP - 2013)

O gráfico mostra o levantamento feito por uma empresa do número de vezes (frequência) com que seus funcionários foram atendidos na enfermaria em um determinado mês.



Sabendo que o gráfico representa o total de funcionários da empresa, pode-se concluir que a porcentagem de funcionários dessa empresa atendidos pelo menos uma vez nesse mês foi de

a) 45%.

b) 50%.

c) 55%.

d) 60%.

e) 65%.

Comentários:

Total de funcionários: $36 + 38 + 12 + 4 = 90$

Funcionários atendidos pelo menos uma vez = $38 + 12 + 4 = 54$

Porcentagem:

$$\frac{54}{90}$$

$$= 0{,}6$$

$$= 60\%$$

Gabarito: D

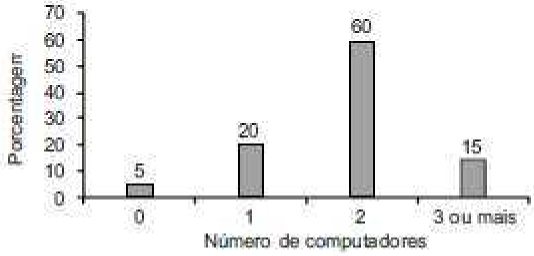
09. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

A tabela mostra o resultado de uma pesquisa feita com 160 pessoas sobre o número de computadores que possuem em casa.

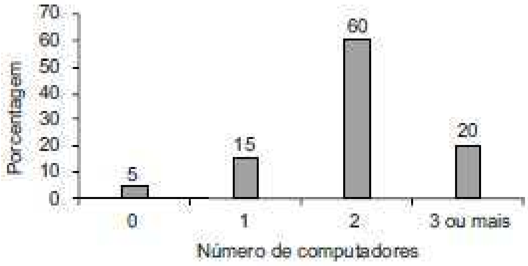
Número de computadores	Número de pessoas
0	8
1	24
2	96
3 ou mais	32

O gráfico que representa essa tabela, em porcentagem, é:

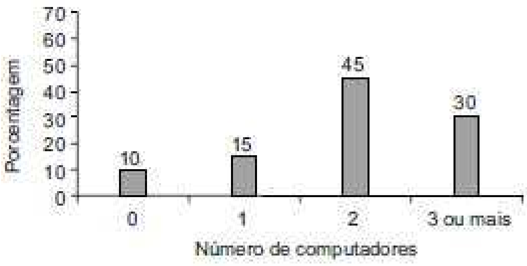
a)



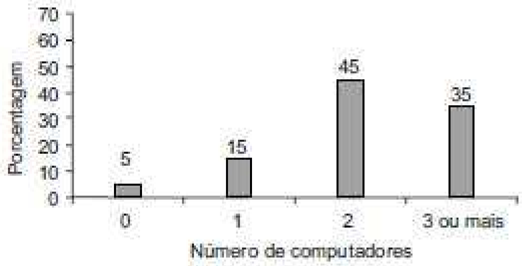
b)



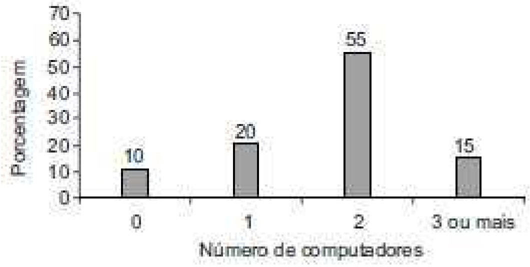
c)



d)



e)



Comentários:

O primeiro passo é calcular o total das frequências:

$$8 + 24 + 96 + 32 = 160$$

O valor 0 tem frequência absoluta 8. Logo, sua frequência relativa será:

$$\frac{8}{160} = 0{,}05 = 5\%$$

Descartamos as letras C e E.

O valor 1 tem frequência absoluta 24. Portanto, sua frequência relativa será:

$$\frac{24}{160} = 0{,}15 = 15\%$$

Descartamos a letra A.

O valor 2 tem frequência absoluta 96. Em termos relativos isso dá:

$$\frac{96}{160} = 0{,}6$$

Gabarito: B

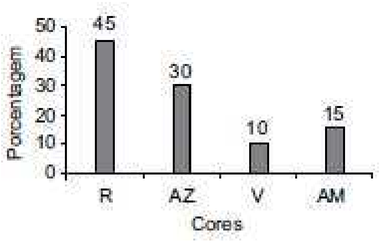
10. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

Foi feito um levantamento com 120 crianças sobre a cor preferida de cada uma delas, e os resultados foram colocados na seguinte tabela:

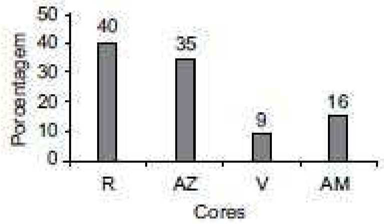
Cor Preferida	Número de crianças
Rosa (R)	48
Azul (AZ)	42
Verde (V)	12
Amarelo (AM)	18

Sabendo que cada criança escolheu uma só cor de sua preferência, então, o gráfico que representa essas informações, em porcentagem, é:

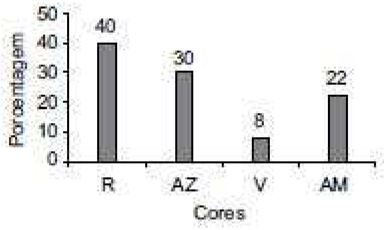
a.


Porcentagem
50
40
30
20
10
0
45
30
10
15
R
AZ
V
AM
Cores

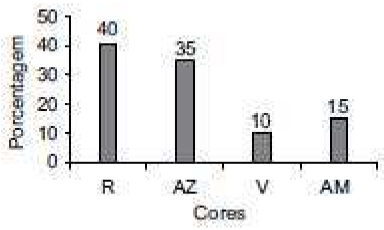
b.


Porcentagem
50
40
30
20
10
0
40
35
9
16
R
AZ
V
AM
Cores

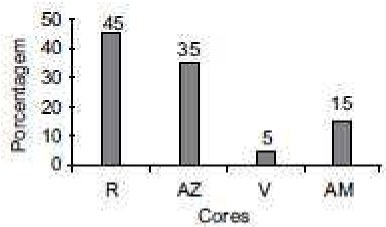
c.


Porcentagem
50
40
30
20
10
0
40
30
8
22
R
AZ
V
AM
Cores

d.


Porcentagem
50
40
30
20
10
0
40
35
10
15
R
AZ
V
AM
Cores

e.


Porcentagem
50
40
30
20
10
0
45
35
5
15
R
AZ
V
AM
Cores

Comentários:

48 das 120 crianças preferiram rosa:

$$\frac{48}{120} = 0{,}4 = 40\%$$

Assim, a coluna correspondente a R deve ser de 40%. Isso nos deixa entre as alternativas B, C e D.

12 crianças das 120 preferiram verde.

$$\frac{12}{120} = 0{,}1 = 10\%$$

A coluna correspondente a V tem valor 10%. Isso nos permite eliminar B e C.

Gabarito: D

Para a cor azul temos:

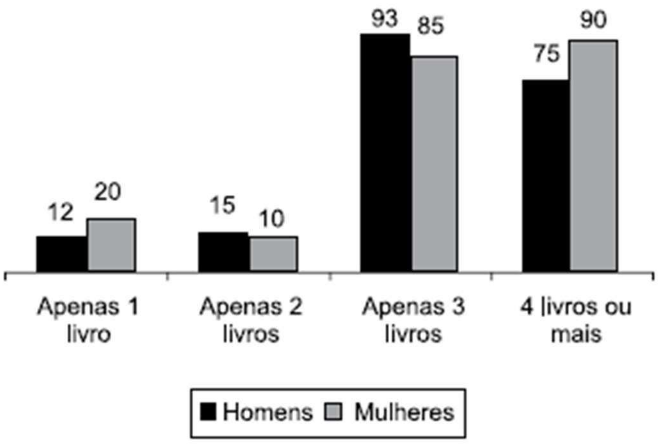
$$\frac{42}{120} = 0{,}35 = 35\%$$

Para amarelo:

$$\frac{18}{120} = 0{,}15 = 15\%$$

11. (VUNESP / TJ PA – 2014)

Considere o gráfico com informações sobre os números de livros lidos pelos 400 funcionários de uma empresa, no último ano.



Com base nas informações do gráfico, é correto afirmar que

a) há funcionários que não leram livro algum.

b) a média de livros lidos pelas mulheres, em um ano, é igual a 3,19 livros.

c) o número de mulheres que leram 5 livros é maior que o número de homens que também leram 5 livros.

d) a razão entre o número de homens e o número de mulheres que leram 3 ou mais livros é $\left(\frac{93}{85}\right)$.

e) o número de funcionários que leram apenas dois livros corresponde a 6,25% do número total de funcionários.

Comentários:

Alternativa A - INCORRETA. O gráfico nos indica que todas as pessoas leram ao menos 1 livro.

Alternativa B - INCORRETA. Não temos como calcular a média para as mulheres, pois a última barra corresponde a "4 livros ou mais". Assim, não sabemos se estas 90 mulheres leram 4 livros, 5 livros, 6 livros, ou outra quantia maior. Pode ser ainda que cada uma tenha lido uma quantidade diferente. Enfim, não dá para calcular a média.

Letra C - INCORRETA. O gráfico não nos dá informações sobre quantos homens leram 5 livros, nem sobre quantas mulheres leram 5 livros, de modo que não temos como afirmar nada a respeito. Isso ocorre porque as últimas barras correspondem a uma faixa de valores: de 4 livros para cima.

Exemplificando, seria perfeitamente possível que todos os 75 homens ali retratados tivessem lido 5 livros, e que todas as 90 mulheres tivessem lido exatamente 4 livros. Daí que a letra C seria errada.

Letra D - INCORRETA. Homens que leram 3 ou mais livros: $93 + 75$.

Mulheres que leram 3 ou mais livros: $85 + 90$

Razão:

$$\frac{93 + 75}{85 + 90}$$

A alternativa errou ao pegar os dados de quem leu exatamente três livros. Mas a questão perguntou sobre leitura de três ou mais livros. Assim, temos que levar em conta as pessoas que leram 4 livros, 5 livros, 6 livros, etc.

Letra E - CORRETA. Funcionários que leram apenas 2 livros: $15 + 10 = 25$

Dividindo essa quantidade pelo total de funcionários:

$$\frac{25}{400}$$

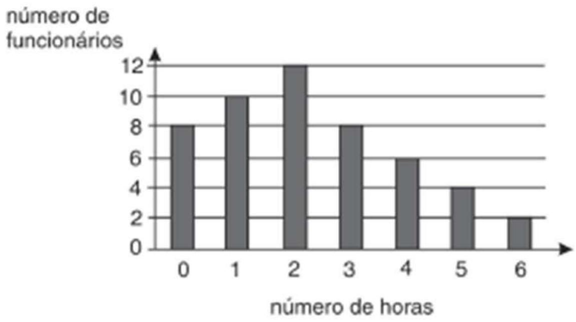
$$= 6{,}25\%$$

Foi exatamente o que disse a alternativa.

Gabarito: E

12. (NCE e FUJB (UFRJ) / SECRETARIA DO ESTADO DA FAZENDA DE MG - 2007)

O gráfico a seguir refere-se à questão.



Numa pesquisa, os funcionários de uma empresa responderam sobre o número de horas semanais dedicadas à prática de atividades físicas. O gráfico acima indica as respostas obtidas. A porcentagem de funcionários pesquisados que praticam pelo menos três horas semanais de atividades físicas é:

a) 20%;

b) 24%;

c) 38%;

d) 40%;

e) 76%.

Comentários:

A partir do gráfico acima, podemos determinar as frequências relacionadas a cada quantidade de horas. Assim:

Número de horas	Frequência (= número de funcionários)
0	8
1	10
2	12
3	8
4	6
5	4
6	2

Em vermelho destacamos as linhas correspondentes aos funcionários que praticam pelo menos 3 horas semanais de atividade física.

Somando todas as frequências:

$$8 + 6 + 4 + 2 = 20$$

Vinte funcionários praticam pelo menos 3 horas por semana.

Agora vamos calcular quantos funcionários temos ao todo:

$$8 + 10 + 12 + 8 + 6 + 4 + 2 = 50$$

Assim, em um total de 50 funcionários, 20 praticam pelo menos 3 horas de atividade física por semana.

$$\frac{20}{50} = 40\%$$

Assim, 40% dos funcionários praticam pelo menos 3 horas de atividade física.

Gabarito: D

13. (FEPESE / SECRETARIA DE ESTADO DA FAZENDA DE SC - 2010)

Observe a tabela a seguir com as frequências e percentuais do tipo de empresa atuante em um município:

Tipo de empresa	Frequências	Percentuais
Indústria	200	10,00%
Comércio	1200	60,00%
Serviços	600	30,00%
Total	2000	100,00%

Fonte: dados fictícios

Se houvesse interesse em representar a tabela acima de uma forma gráfica, qual seria o gráfico mais apropriado?

a) Histograma.

b) Gráfico em setores.

c) Diagrama em caixas.

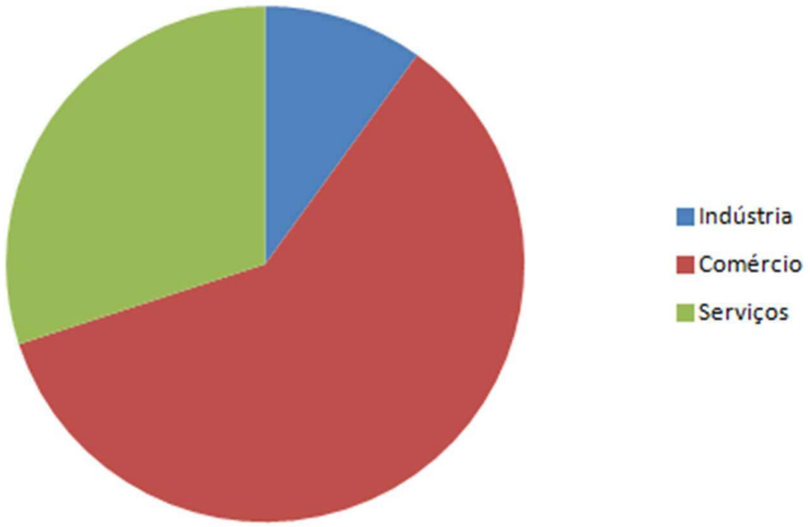
d) Diagrama de pontos.

e) Diagrama de dispersão.

Comentários:

Alternativa A - INCORRETA. Para utilização de um histograma, devemos ter dados em classes. Não é o caso dos dados em análise, onde sequer temos uma variável quantitativa.

Alternativa B - CORRETA. O gráfico em setores é perfeito para a representação de variáveis qualitativas, pois ele mostra a composição das partes, geralmente em forma de porcentagem. Exemplificando, para os dados acima teríamos o seguinte gráfico:



Alternativa C - INCORRETA. Para utilização do diagrama de caixa, precisamos conhecer os quantis da distribuição (1º, 2º e 3º quartis).

Alternativas D e E - INCORRETAS. Os dois tipos de diagrama são apenas utilizados para variáveis quantitativas.

Gabarito: B

14. (CESPE / TRE ES - 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

Internet: <www.tse.gov > (com adaptações).

Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

Considerando-se a representação das quantidades de eleitos para cada cargo em um gráfico de pizza, a fatia desse gráfico correspondente ao cargo de deputado federal terá ângulo superior a 120º.

Comentários:

Vamos dividir 120º por 360º, que corresponde à circunferência inteira:

$$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

Assim, para que uma das categorias corresponda a um terço da pizza, ela deve ter um terço da frequência total.

A categoria "deputado federal eleito" tem frequência 513. Multiplicando este valor por 3 obtemos:

$$513 \times 3 = 1539$$

Obtivemos um resultado menor que 1658, que é o total das frequências.

Com isso concluímos que 513 é menor que 1/3 de 1658. Logo, a fatia de pizza correspondente tem ângulo menor que 120º.

Gabarito: ERRADO

15. (FUNDATEC / BRDE – 2015)

Assinale a alternativa que representa a nomenclatura dos três gráficos abaixo, respectivamente.

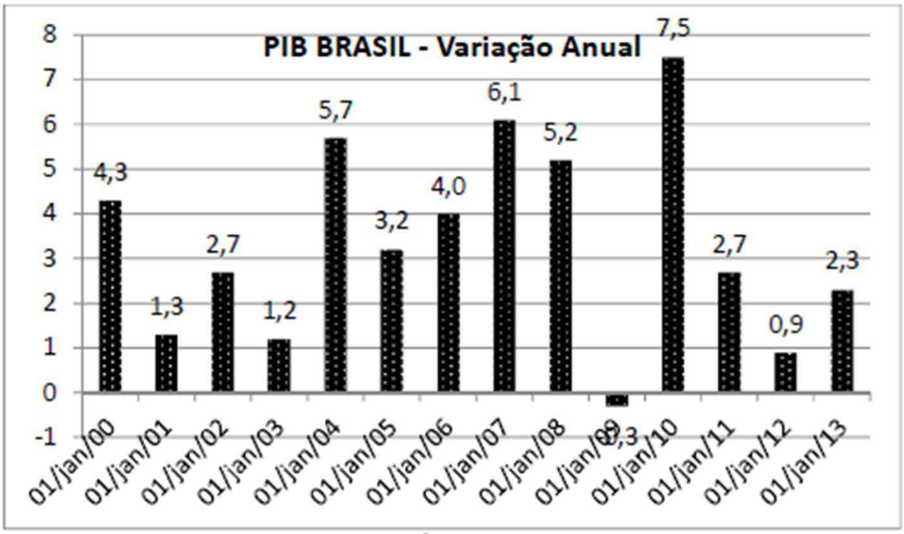


GRÁFICO 1

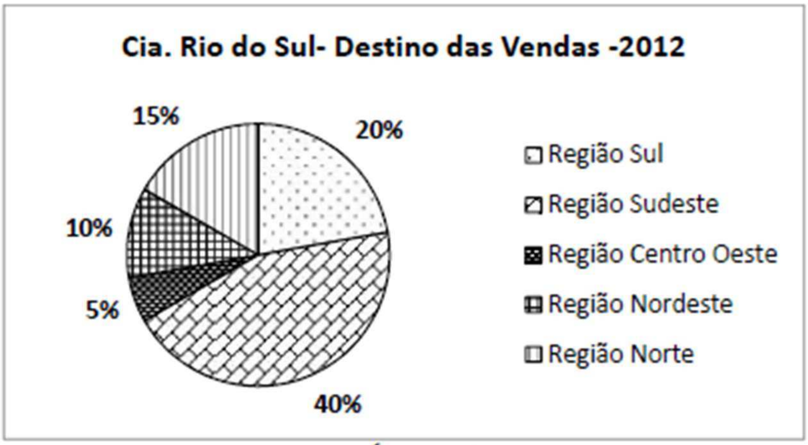


GRÁFICO 2

GRÁFICO 3

a) Gráfico de Setores – Gráfico de Barras – Gráfico de Linha.
b) Gráfico de Pareto – Gráfico de Pizza – Gráfico de Tendência.
c) Gráfico de Barras – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.
d) Gráfico de Linhas – Gráfico de Pizza – Gráfico de Barras.
e) Gráfico de Tendência – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.

Comentários:

- Para o primeiro gráfico, há as seguintes alternativas:
- gráfico de setores: errado. Um gráfico de setores é aquele que parece uma pizza dividida em fatias
- gráfico de Pareto: um gráfico de Pareto ordenaria os eventos conforme sua frequência, para separar aqueles que são muito frequentes daqueles pouco frequentes.
- **gráfico de barras: perfeito!**
- gráfico de linhas: errado, no primeiro gráfico não há linhas, há colunas ou barras
- gráfico de tendência: errado, um gráfico de tendência mostraria uma tendência de crescimento ou decrescimento dos dados. Geralmente a tendência é mostrada com uma linha

Só aqui já dá para marcar a letra C.

O segundo gráfico é o famoso "gráfico de setores". Ele é popularmente chamado de "gráfico em forma de pizza", mas o nome mais "chique" mesmo é gráfico de setores.

O último gráfico é um gráfico de linha.

Gabarito: C

DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

16. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)

A distribuição dos 500 preços unitários de um equipamento é representada por um histograma em que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe e no eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequências, em (R$)−1. Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe no histograma apresenta uma amplitude de R$ 2,50 com uma densidade de frequência igual a 0,096. A quantidade de preços unitários referente a este intervalo é

a) 96.

b) 120.

c) 144.

d) 150.

e) 192.

Comentários:

A densidade de frequência (df) corresponde à divisão entre a frequência relativa (fr) e a amplitude de classe (h).

$$d_f = \frac{f_r}{h}$$

Nesta questão, a amplitude de classe vale 2,50 (h = 2,50) e a densidade de frequência vale 0,096 (df = 0,096).

Portanto:

$$0{,}096 = \frac{f_r}{2{,}50}$$

$$f_r = 0{,}096 \times 2{,}50 = 0{,}24 = 24\%$$

Isto significa que 24% dos preços estão neste intervalo. Como há 500 preços ao todo, a quantidade correspondente será:

$$24\% \times 500 = 120$$

Gabarito: B

17. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)

A função de distribuição empírica abaixo, F200(x), refere-se a uma pesquisa realizada em 200 residências, escolhidas aleatoriamente, em que x é o número verificado de pessoas que trabalham em cada residência.

$$F_{200}(x) = \begin{cases} 0{,}00 \text{ se } x < 0 \\ 0{,}10 \text{ se } 0 \le x < 1 \\ 0{,}40 \text{ se } 1 \le x < 2 \\ 0{,}65 \text{ se } 2 \le x < 3 \\ 0{,}85 \text{ se } 3 \le x < 4 \\ 0{,}95 \text{ se } 4 \le x < 5 \\ 1{,}00 \text{ se } x \ge 5 \end{cases}$$

O número de residências desta pesquisa em que se verificou possuir pelo menos uma pessoa que trabalha e menos que 4 é

a) 150.

b) 160.

c) 170.

d) 180.

e) 190.

Comentários:

A questão nos deu as frequências acumuladas. Passando os dados para uma tabela:

Classe	Frequência acumulada
$0 \leq x < 1$	0,1
$1 \leq x < 2$	0,4
$2 \leq x < 3$	0,65
$3 \leq x < 4$	0,85
$4 \leq x < 5$	0,95
$x \geq 5$	1

A primeira linha nos diz que 10% das residências não apresentam ninguém que trabalhe.

A quarta linha nos diz que em 85% das residências há menos de 4 pessoas trabalhando.

Ok, tomemos as residências em que menos de 4 pessoas trabalham (85%). Se destas residências excluirmos aquelas em que ninguém trabalha (10%), teremos justamente as residências em que pelo menos uma pessoa trabalha e menos de 4 pessoas trabalham.

$$85\% - 10\% = 75\%$$

Lembrando que o total de residências é 200:

$$75\% \times 200 = 150$$

Gabarito: A

18. (FCC / TRT 3ª Região - 2015)

Em um histograma representando os preços unitários de microcomputadores em estoque, observa-se que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe em R$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em (R$)− 1. Densidade de frequência de um intervalo de classe é o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um determinado intervalo de classe com amplitude igual a R$ 2.500,00 apresenta uma densidade de frequência, em (R$)− 1, igual a 12,8 × 10− 5. Se o número de microcomputadores deste intervalo é igual a 48, então o número total de microcomputadores em estoque é igual a

a) 150.
b) 120.
c) 240.
d) 160.
e) 96.

Comentários:

Densidade de frequência (d_f) é a relação entre a frequência relativa (f_r) e a amplitude de classe (h).

$$d_f = \frac{f_r}{h}$$

Para determinada classe, a amplitude vale 2.500 e a densidade de frequência vale $12{,}8 \times 10^{-5}$

$$12{,}8 \times 10^{-5} = \frac{f_r}{2.500}$$

$$f_r = 12{,}8 \times \ 10^{-5} \times \ 2.500 = 0{,}32$$

A frequência relativa vale 0,32. Isso significa que 32% das observações estão nesta classe. O exercício disse que isso corresponde a 48 microcomputadores. Para determinar o número total de computadores, basta fazer uma regra de três:

32% 48

100% x

$$0{,}32x = 48$$

$$x = \frac{48}{0{,}32}$$

$$x = 150$$

Gabarito: A

19. (FCC / TRT 20ª Região - 2016)

Um gráfico corresponde a um histograma apresentando a distribuição dos salários dos funcionários lotados em um determinado órgão público. No eixo das abscissas constam os intervalos de classe (fechados à esquerda e abertos à direita) dos salários em R$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em (R$) −1. Densidade de frequência de um intervalo é definida como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Se 135 funcionários ganham salários com valores pertencentes ao intervalo [3.000, 6.000) com uma densidade de frequência de 1 × 10 −4 (R$) −1, então o número de funcionários que ganham salários com valores pertencentes ao intervalo [6.000, 8.000) com uma densidade de frequência de 2 × 10 −4 (R$) −1 é igual a

a) 300

b) 180

c) 270

d) 150

e) 90

Comentários:

A densidade de frequência (d), como explicado na questão, é a relação entre a frequência relativa (f_r) e a amplitude de classe (h).

$$d = \frac{f_r}{h}$$

1) Foi dito que 135 funcionários pertencem à classe [3.000, 6.000). Esta classe tem amplitude:

$$h = 6.000 - 3.000 = 3.000$$

A densidade de frequência relativa é de 10^{-4}. Logo:

$$d = \frac{f_r}{h}$$

$$10^{-4} = \frac{f_r}{3.000}$$

$$f_r = 3.000 \times 10^{-4} = 0,3$$

30% das observações estão nesta classe.

30% das observações ..... 135 funcionários

2) Foi afirmado que a classe [6.000, 8.000) tem densidade de frequência 2×10^{-4}. Esta classe tem amplitude:

$$h = 8.000 - 6.000 = 2.000$$

Resultado:

$$d = \frac{f_r}{h}$$

$$2 \times 10^{-4} = \frac{f_r}{2.000}$$

$$f_r = 2.000 \times 2 \times 10^{-4} = 0,4$$

Esta classe apresenta 40% das observações.

30% das observações .... 135 funcionários

40% das observações x

Multiplicando cruzado:

$$0{,}3x = 0{,}4 \times 135$$

$$x = \frac{54}{0{,}3} = 180$$

Gabarito: B

20. (FCC / ARTESP - 2017)

Foi solicitado para uma empresa de transportes que fizesse um levantamento da idade da frota dos seus caminhões que operavam em um trecho de rodovia com tráfego intenso. O gerente da empresa entregou a seguinte tabela:

Caminhão	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
Idade (anos)	15	20	5	2	3	3	17	23	16	8	6	9	14
Caminhão	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	
Idade (anos)	10	10	6	8	2	4	18	5	9	11	26	14	

De posse deste levantamento, a analista de operações da autarquia solicitante organizou uma distribuição de frequência para organizar melhor os dados para serem analisados. Sendo assim, em um primeiro momento, fez-se necessário encontrar o número de intervalos (K) e a classe (C), que são expressos, respectivamente, por

a) 5 e 4,80.

b) 5 e 5,20.

c) 6 e 4,80.

d) 6 e 5,20.

e) 4 e 5.

Comentários:

O enunciado ficou um pouco confuso. Melhorando a redação:

*De posse deste levantamento, a analista de operações da autarquia solicitante organizou uma distribuição de frequência para organizar melhor os dados para serem analisados. Sendo assim, em um primeiro momento, fez-se necessário encontrar o número de intervalos (K) e a **amplitude de classe** (C), que são expressos, respectivamente, por*

Notem que o menor valor é 2 e o maior valor é 26. Assim, a amplitude total é de:

$$26 - 2 = 24$$

Portanto, com K intervalos de amplitude C devemos conseguir cobrir as 24 unidades:

$$KC \; = \; 24$$

As alternativas trazem as opções K=4, ou K=5, ou K=6.

Se K=4, C deve valer 6, para que o produto seja 24. Não há alternativa com esta combinação.

Se K=5, C deve valer 4,8, para que o produto seja 24. **Resposta: A.**

Se K=6, C deve valer 4, para que o produto seja 24. Não há alternativa com esta combinação.

Gabarito: A

FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

21. (VUNESP / TJ SP - 2015)

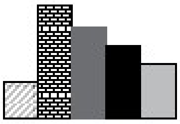
Leia o texto a seguir para responder à questão.

Considere a tabela de distribuição de frequência seguinte, em que xi é a variável estudada e fi é a frequência absoluta dos dados.

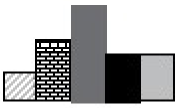
x_i	f_i
30 — 35	4
35 — 40	12
40 — 45	10
45 — 50	8
50 — 55	6
TOTAL	40

Assinale a alternativa em que o histograma é o que melhor representa a distribuição de frequência da tabela.

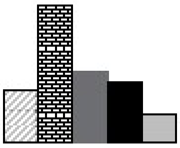
a)



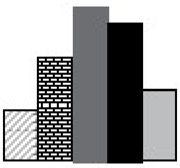
b)



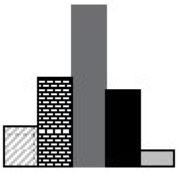
c)



d)



e)



Comentários:

Como a maior frequência é a da segunda classe, então a maior coluna do histograma tem que ser a segunda coluna. Isso já nos permite eliminar as alternativas B, D e E.

Ficamos entre A e C.

A diferença de frequência entre a segunda e a terceira classe é 2. Em seguida, a diferença entre a terceira e a quarta classe novamente é 2. E a diferença entre as frequências da quarta e da quinta classe novamente é 2. Deste modo, no histograma esperamos um comportamento em formato de escada, com degraus de mesmo tamanho. Isso ocorre na alternativa A.

Gabarito: A

22. (FCC / TRT 1ª Região - 2011)

Um histograma representa a distribuição dos preços unitários de venda de um determinado equipamento no mercado. No eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequência para cada intervalo em $(R\$)^{-1}$. Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o quociente da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe do histograma corresponde aos preços unitários maiores ou iguais a R$ 32,00 e inferiores a R$ 44,50 com uma densidade de frequência igual a 1,6 × 10–2 $(R\$)^{-1}$. Se todos os intervalos de classe do histograma têm a mesma frequência relativa, então um intervalo de classe com densidade de frequência igual a $5{,}0 \times 10^{-3}$ $(R\$)^{-1}$ apresenta uma amplitude de

a) R$ 64,00.

b) R$ 48,00.
c) R$ 40,00.
d) R$ 32,00.
e) R$ 24,00.

Comentários:

Intervalo de 32 a 44,50

Esse intervalo tem amplitude de:

$$44{,}50 - 32 = 12{,}50$$

A densidade desse intervalo é de $1{,}6 \times 10^{-2}$. Multiplicando a amplitude pela densidade de frequência, obtemos a frequência relativa:

$$f = (1{,}6 \times 10^{-2}) \times 12{,}50 = 20 \times 10^{-2} = 0{,}2$$

Foi dito que todos os intervalos têm a mesma frequência. Logo, concluímos que todos eles têm frequência de 20%.

Intervalo com densidade de $5{,}0 \times 10^{-3}$ (R$)$^{-1}$

Seja h a amplitude deste segundo intervalo. Sabemos que sua frequência relativa é de 20%, pois todos os intervalos têm a mesma frequência.

Dividindo a frequência relativa pela amplitude de classe, obtemos a densidade de frequência:

$$5 \times 10^{-3} = \frac{0{,}2}{h}$$

$$h = \frac{0{,}2}{5 \times 10^{-3}}$$

$$h = 40$$

Gabarito: CERTO

23. (FCC / SERGAS - 2013)

Acerca das Representações Gráficas, considere:

I. Histograma é um gráfico que apresenta a distribuição de frequências de uma variável por meio de retângulos justapostos, feitos sobre as classes dessa variável, sendo que a área de cada retângulo é proporcional à frequência observada da correspondente classe.

II. O gráfico de setores não é adequado para representar variáveis quantitativas.

III. O gráfico de colunas contrapostas (ou opostas) não é adequado para representar variáveis quantitativas contínuas.

Está correto o que consta APENAS em

a) I.

b) III.

c) I e II.

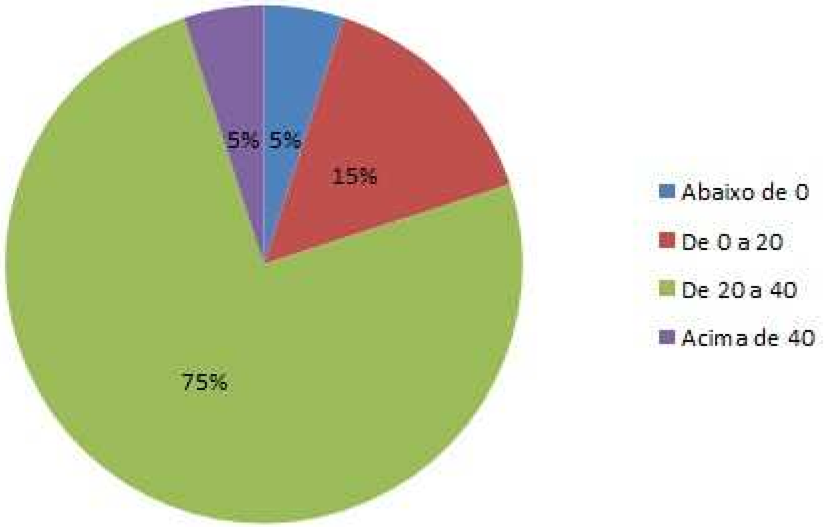
d) I e III.

e) II e III.

Comentários:

Item I - correto.

Item II - incorreto. Como exemplo, segue um gráfico de setores representando as temperaturas máximas, em graus Celsius, para determinada cidade, durante determinado período:



Exemplo: em 75% das ocorrências, a temperatura máxima ficou entre 20º C e 40ºC.

Bastou agrupar a variável quantitativa em intervalos de valores que conseguimos representar por meio de um diagrama de setores.

Item III - correto. Como cada coluna tem que ser associada a um valor único, não temos como representar variáveis contínuas.

Para deixar mais claro, vamos tomar o seguinte exemplo.

Considere um termômetro mágico, capaz de medir a temperatura com infinitas casas após a vírgula.

Nossa tarefa é construir um gráfico de colunas. Uma das colunas vai me indicar a probabilidade de o termômetro registrar a temperatura 20,3333.... º C (uma dízima periódica).

Qual a chance de isso ocorrer?

A chance é 0, pois trata-se de um caso em infinitas possibilidades. Há infinitas temperaturas possíveis, pois estamos avaliando um intervalo real. Há valores tais como 20º C, ou 25,67676767...ºC, ou $\sqrt{530}$ (número irracional).

Ou seja, não temos como trabalhar com valores únicos, não dá pra vincular uma probabilidade a cada possível valor da variável aleatória.

No lugar disso, temos duas possibilidades:

- associar probabilidades a intervalos de classe. Exemplo: daria para dizer que a chance de valores no intervalo de 20º C a 30ºC é igual a 20%. Isso é feito por meio do histograma
- trabalhar com gráfico de função densidade de probabilidade

Deste modo, eu assinalaria itens I e III corretos, resposta D. Mas o gabarito da banca foi apenas item I correto, letra A.

Gabarito: A

24. (CESPE / TER ES – 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

Internet: <www.tse.gov > (com adaptações).

Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

O histograma é a representação gráfica ideal para a distribuição de frequências do número de candidatos aptos segundo o cargo pretendido.

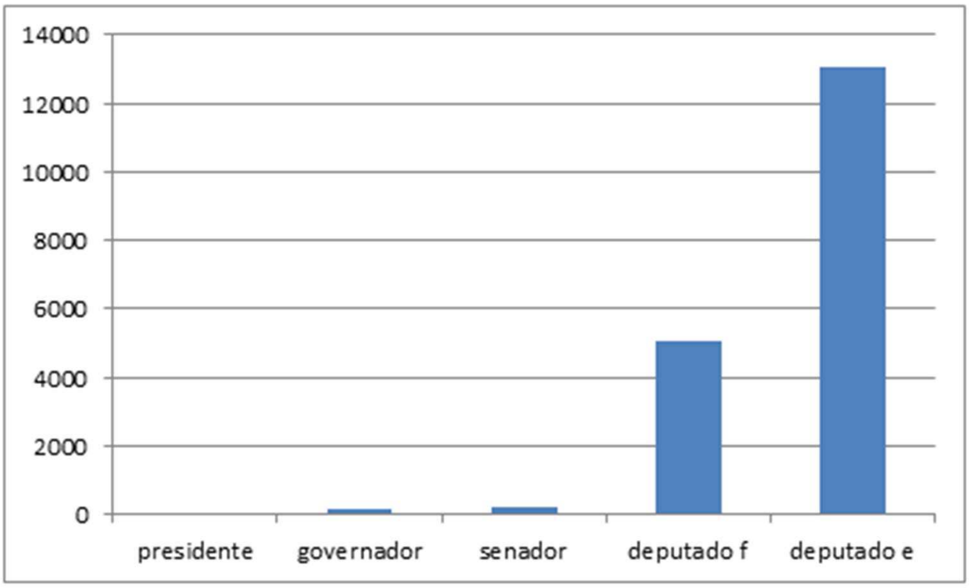
Comentários:

O histograma é aplicável quando estamos representando uma distribuição de frequências para dados em classe, o que não ocorre no presente caso. Portanto, não é adequada a utilização do histograma.

Gabarito: ERRADO

Mas qual tipo de gráfico seria adequado?

Poderíamos usar, por exemplo, um gráfico de colunas, assim:



No eixo "y" temos o número de candidatos aptos, no eixo "x" as diversas categorias.

25. (CESPE / Banco Central do Brasil - 2013)

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.

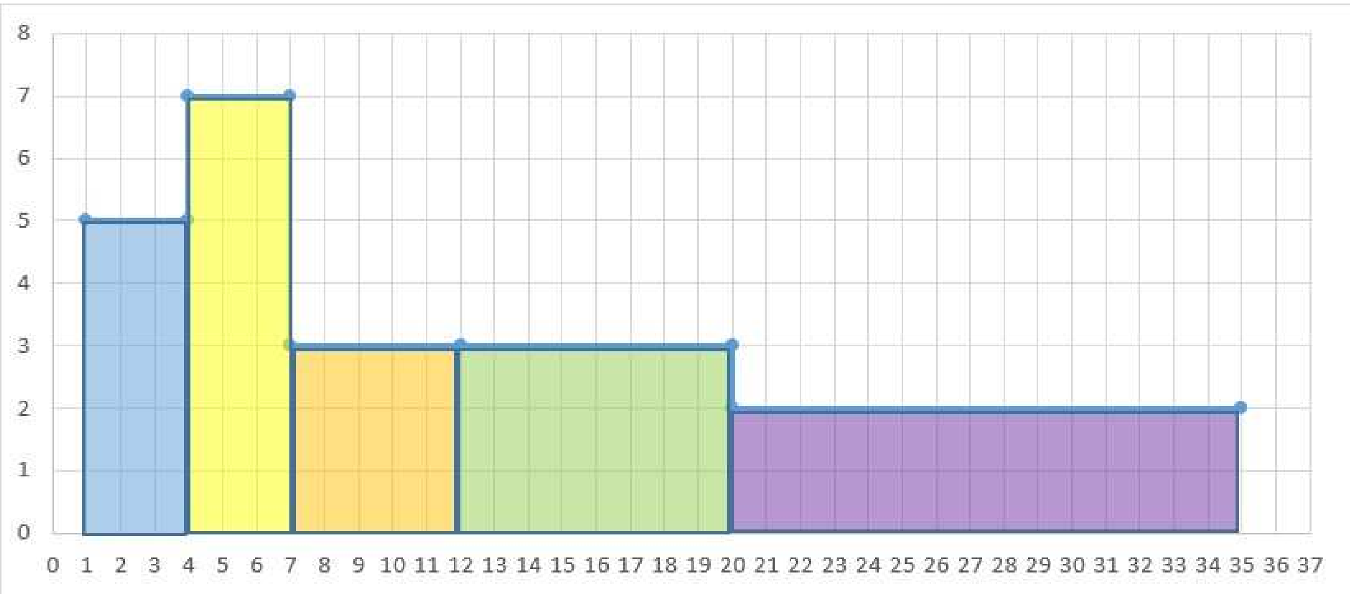
É inviável a elaboração de um histograma em decorrência do fato de ser este um conjunto de dados quantitativos discretos; dessa forma, apenas por meio de um gráfico de barras pode ser realizada a representação gráfica.

Comentários:

Basta agruparmos os dados em classe para ser possível a utilização do histograma. Exemplo:

Classe	Frequência
[1; 4)	5
[4; 7)	7
[7; 12)	3
[12; 20)	3
[20; 35)	2

O que resulta no seguinte histograma:



Gabarito: ERRADO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.