

Eletrônico



**Estratégia**  
CONCURSOS

Aul

\*\*\*MAD ATIVAR\*\*\* Estratégia v/ISS São Paulo (Auditor Fiscal) Com Videoaulas - ANTIGO

Professor: Gustavo Menezes Santana, Vitor Menezes

## APRESENTAÇÃO PESSOAL

Este curso será ministrado a “quatro mãos”.

Eu sou **Vítor Menezes**, professor de lógica, matemática, matemática financeira, e estatística para concursos. Também sou Auditor Federal de Controle Externo pelo TCU. Fui também aprovado nos concursos do ICMS-SP, ICMS-MG (cheguei a exercer o cargo por 1 ano e meio), Polícia Federal e MPU. Sou engenheiro eletrônico pelo ITA.

E eu sou o **Gustavo Santana**, professor de raciocínio lógico, matemática, matemática financeira e estatística para concursos. Sou mestre em Ciências e Engenharia de Petróleo, pela Unicamp. Graduado em Engenharia Mecânica, pela mesma instituição. Atuei como Engenheiro de Lean Manufacturing na Thyssenkrupp.

Atualmente estamos atuando tanto aqui no Estratégia Concursos como no Tec Concursos, site parceiro do Estratégia. Juntos, já comentamos mais de 12 mil questões de exatas dentro do site do Tec, o que nos dá uma visão bem prática do que realmente cai em prova e de como cai em prova.

## APRESENTAÇÃO DO CURSO – ESTATÍSTICA PARA ISS SÃO PAULO

Segue conteúdo do nosso edital:

*ESTATÍSTICA – 1. Estatística Descritiva: Gráficos, tabelas, medidas de posição e de variabilidade. 2. Probabilidade: Conceito, axiomas e distribuições (binominal, normal, poisson, qui-quadrado etc.). 3. Amostragem: Amostras casuais e não casuais. Processos de amostragem, incluindo estimativas de parâmetros. 4. Inferência: Intervalos de confiança. Testes de hipóteses para médias e proporções. 5. Correlação e Regressão.*

Teremos as seguintes aulas:

Aulas	Conteúdo
0	Formas de apresentação de dados
1	Média
2	Quantis e Moda
3	Medidas de dispersão
4	Probabilidade



5	Variável discreta. Covariância. Correlação linear entre variáveis aleatórias. Variáveis contínuas
6	Principais distribuições (uniforme discreta, Bernouli, Binomial, Poisson, uniforme contínua, Normal, qui-quadrado)
7	Amostragem. Estimadores pontuais e distribuições amostrais
8	Intervalos de confiança para média e proporções
9	Testes de hipóteses para médias e proporções
10	Regressão linear

Todas as aulas terão listas de exercícios, com uma mescla das principais bancas do país.



---

## Sumário

---

<b>1 – Formas não agrupadas de apresentação de dados .....</b>	<b>2</b>
1.1 – <i>Dados Brutos .....</i>	2
1.2 – <i>ROL .....</i>	3
1.3 – <i>Somatório .....</i>	4
1.4 – <i>Propriedades do somatório .....</i>	7
1.5 – <i>Diagrama de ramos e folhas .....</i>	8
<b>2 – Dados agrupados por valor .....</b>	<b>12</b>
2.1 – <i>Frequências .....</i>	13
2.2 – <i>Frequências absolutas .....</i>	14
2.3 – <i>Frequências relativas .....</i>	19
<b>3 – Formas gráficas de apresentação de dados agrupados por valor .....</b>	<b>29</b>
3.1 – <i>Colunas justapostas .....</i>	29
3.2 – <i>Colunas compostas .....</i>	30
3.3 – <i>Gráfico de setores .....</i>	30
<b>4 – Dados tabelados, agrupados em classe .....</b>	<b>31</b>
<b>5 – Formas gráficas de apresentação de dados em classe .....</b>	<b>37</b>
5.1 – <i>Histograma .....</i>	38
5.2 – <i>Polígono de frequência .....</i>	39
5.3 – <i>Histograma baseado em densidade de frequência .....</i>	40
<b>6 – Caderno Tec Concursos .....</b>	<b>42</b>



## 1 – FORMAS NÃO AGRUPADAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS

Sempre que é feito algum estudo, alguma pesquisa, o resultado disso tem que ser de alguma forma apresentado para o público em geral. Isso é feito por alguma das formas de apresentação de dados. Exemplo: podemos apresentar os dados por meio de uma tabela. Ou por meio de um gráfico. Ou por meio de um diagrama. E há vários tipos de tabela, vários tipos de gráfico e vários tipos de diagrama.

Deste modo, o que veremos nesse capítulo é justamente isso: quais são as diferentes formas de se apresentar um conjunto de dados. Para facilitar nosso estudo, gostaria de apresentar já de cara uma visão geral do que vem pela frente:

- 1) dados brutos: correspondem aos dados desorganizados, antes de sofrerem qualquer tratamento.
- 2) dados em Rol: corresponde a uma lista de observações, em ordem crescente
- 3) dados agrupados por valor: é uma forma de agrupar os dados, para consolidar valores que se repetiram
- 4) dados agrupados em classe: é uma forma de agrupar ainda mais os dados, em faixas de valores.

Nós vamos detalhar cada um dos itens acima ao longo de nossa aula, e usaremos essa classificação para entender melhor como fazer cada tipo de tabela, cada tipo de gráfico.

### 1.1 – DADOS BRUTOS

Considere uma pesquisa salarial no Bairro Alfa.

Para realizar a pesquisa, entrevistamos alguns chefes de família e perguntamos sobre seus salários.

Os resultados obtidos foram:

*Salário dos moradores do Bairro Alfa – amostra com dez salários: R\$ 5.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 7.000,00; R\$ 1.000,00; R\$ 4.000,00, R\$ 2.000,00, R\$ 4.000,00, R\$ 3.000,00, R\$ 6.000,00.*

O que significa a listagem acima? Significa que chegamos para um primeiro morador e perguntamos: qual o seu salário? Ele responde: R\$ 5.000,00. A gente pega e anota este valor. Fazemos a mesma pergunta para uma segunda pessoa. Ela responde: R\$ 2.000,00. A gente pega e anota este valor. E assim por diante.



A estes dados desorganizados, chamamos de **dados brutos**. Eles estão simplesmente na ordem em que foram coletados. Não receberam qualquer tratamento.

## 1.2 - ROL

Se colocarmos nossos dados em ordem crescente (ou decrescente) temos um ROL. Geralmente em concurso só aparece o rol crescente. O rol da nossa pesquisa ficaria assim:

*Rol: R\$ 1.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 3.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 5.000,00; R\$ 6.000,00; R\$ 7.000,00.*

O rol já é uma primeira forma de organizar nossos dados. É também uma maneira de apresentarmos nossos dados. Como ainda vamos utilizar este exemplo durante algum tempo ao longo da aula, vamos simplificar a escrita. Vamos tirar o símbolo 'R\$' e indicar apenas as unidades de milhar.

*Rol (dados em R\$ 1.000,00): 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7.*

Então rol é apenas isto. Nada mais é que um conjunto de números (resultados de uma pesquisa, de um experimento etc.), colocados em ordem crescente (ou decrescente).

É muito comum que se queira referir a um elemento em particular da nossa série de dados. Uma notação muito usual é:  $X_i$  (lê-se "xis, índice i"). É utilizada para nos referimos ao "i-ésimo" elemento.

Vamos dar um exemplo.

Quem é o terceiro elemento? A pergunta pode ser reescrita como:

*Qual o valor de  $X_3$  ?*

*Resposta: o terceiro elemento é 2 ( $X_3 = 2$ )*

Para chegar à resposta, simplesmente nos dirigimos ao Rol e contamos. O primeiro elemento é o 1, o segundo elemento é o 2 e o terceiro elemento também é 2.

Abaixo seguem mais valores de  $X_i$ :

$$X_1 = 1$$

$$X_2 = 2$$

$$X_3 = 2$$

$$X_4 = 2$$



$$X_5 = 3$$

$$X_6 = 4$$

$$X_7 = 4$$

$$X_8 = 5$$

$$X_9 = 6$$

$$X_{10} = 7$$

### 1.3 - SOMATÓRIO

Conhecendo esta notação, podemos apresentar uma ferramenta muito importante em estatística: o SOMATÓRIO.

O símbolo de somatório é:  $\Sigma$

A utilidade do somatório é possibilitar uma escrita mais compacta.

Exemplo. Desejamos saber qual o salário total das pessoas pesquisadas. Ou seja, queremos somar todos os valores de salários das dez pessoas entrevistadas. Basta fazer o seguinte:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}$$

O salário total das dez pessoas entrevistadas é de R\$ 36.000,00.

Em vez de escrever desta forma, poderíamos escrever:

$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 36$$

O que significa esta simbologia? Significa que queremos somar valores (pois há um símbolo de somatório). Que valores queremos somar? Queremos somar valores de  $X_i$ . Quais valores de  $X_i$ ? Aqueles para os quais 'i' vai de 1 até 10.

A expressão



$$\sum_{i=1}^{10} X_i = 36$$

nada mais é que uma forma compacta de escrever

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10}$$

Passemos para outro exemplo. Para a nossa mesma série de dados, vamos calcular

$$\sum_{i=2}^5 X_i$$

Sabemos que queremos somar valores (pois há um símbolo de somatório). Queremos somar valores de  $X_i$  para os quais 'i' vai de 2 até 5. Assim, queremos calcular a seguinte soma:

$$X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

Substituindo os valores, ficamos com:

$$\sum_{i=2}^5 X_i = X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 2 + 2 + 2 + 3 = 9$$

**Exemplo 1:** Considere a seguinte sequência de dados:

2, 6, 1, 4, 6

Obtenha o rol correspondente

**Resolução:**

ROL: 1, 2, 4, 6, 6

**Exemplo 2:** Considere a seguinte sequência de dados:



3, 1, 4, 2, 7, 3

Obtenha o valor de

$$\sum_{i=1}^3 X_i$$

**Resolução:**

Primeiro passo: obtendo o ROL.

ROL: 1, 2, 3, 3, 4, 7

Identificando os termos.

$$X_1 = 1,$$

$$X_2 = 2,$$

$$X_3 = 3,$$

$$X_4 = 3,$$

$$X_5 = 4,$$

$$X_6 = 7$$

Fazendo a soma:

$$\sum_{i=1}^3 X_i = X_1 + X_2 + X_3 = 1 + 2 + 3 = 6$$

**Exemplo 3:** Para a mesma sequência de dados do exercício anterior, obtenha  $\sum_{i=1}^4 (X_i)^2$

**Resolução:**

Fazendo a soma:



$$\sum_{i=1}^4 (X_i)^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 + 9 = 23$$

## 1.4 – PROPRIEDADES DO SOMATÓRIO

O somatório tem duas propriedades muito importantes, abaixo resumidas:

$$\sum (X + Y) = \sum X + \sum Y$$

$$\sum (X - Y) = \sum X - \sum Y$$

Em palavras:

- O somatório da adição é a adição dos somatórios
- O somatório da diferença é a diferença dos somatórios

Para entendermos isso, segue um exemplo.

Considere que os conjuntos X e Y abaixo:

X: 2, 4, 6

Y: 2, 3, 3

Vejam que:

$$\sum X = 2 + 4 + 6 = 12$$

$$\sum Y = 2 + 3 + 3 = 8$$

Omiti os limites do somatório, mas considere que estamos somando todos os três valores (i varia de 1 até 3).

Agora vamos determinar o conjunto correspondente à diferença entre X e Y:



	$X$	$Y$	$X - Y$
	2	2	0
	4	3	1
	6	3	3
<b>Total</b>	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>4</b>

Vejam que:

$$\sum (X - Y) = 0 + 1 + 3 = 4$$

Que é exatamente igual à diferença dos somatórios:

$$\sum (X - Y) = \sum X - \sum Y$$

$$4 = 12 - 8$$



**TOME NOTA!**

Propriedades do somatório:

$$\sum (X + Y) = \sum X + \sum Y$$

$$\sum (X - Y) = \sum X - \sum Y$$

## 1.5 – DIAGRAMA DE RAMOS E FOLHAS

A primeira forma de organização de dados que nós vimos foi o ROL.

Pois bem, existe outra forma de apresentação de dados que guarda perfeita correspondência com o ROL. Costumo dizer que é um “ROL modificado”. É o diagrama de ramos e folhas.

No diagrama de ramos e folhas, nós separamos cada número em duas partes.

Os diagramas que mais caem em prova separam a unidade de um lado e o resto do número do outro lado. Assim, considere o seguinte ROL:

10, 11, 13, 14, 15, 15, 16, 18, 18, 19, 20, 22, 25, 26, 29.



Se quiséssemos representar esses dados por meio de um diagrama de ramos e folhas, ficaria assim:

1 0134

1 556889

2 02

2 569

Observem como separamos cada número em duas partes. Na coluna da esquerda temos as dezenas. As dezenas seriam os ramos. Do lado direito, temos as unidades, que seriam as folhas. As folhas se prendem aos ramos.

Assim, “1” – espaço – “0134”, num diagrama de ramos e folhas, significa que, no ROL original, nós temos os números 10, 11, 13, 14.

Outro detalhe. É muito comum que os diagramas de ramos e folhas separem as unidades em dois grupos: de 0 a 4 e de 5 a 9.

Para entendermos isso, vamos focar nos números que iniciam com 1 (10, 11, 13, ..., 19). Foram necessárias duas linhas para representar tais números. Na primeira linha, representamos os números de 10 a 14 (logo, o algarismo das unidades variou de 0 a 4). Na segunda linha, representamos os números de 15 a 19 (unidade variando de 5 a 9).

Então é isso. Os diagramas que mais caem em concursos adotam as seguintes regras:

- separam as unidades do resto do número (a unidade seria a folha)
- para cada dezena são necessárias duas linhas: uma para as unidades de 0 a 4; outra para as unidades de 5 a 9

Por fim, cumpre destacar que não existe uma regra fixa para construção do diagrama de ramos e folhas. A ideia é apenas isso: dividir os números em duas partes. Em concursos, geralmente separamos as unidades do restante do número. O algarismo das unidades corresponderia às folhas.

Mas seria perfeitamente possível, por exemplo, o seguinte ROL:

ROL: 1,23; 1,24; 1,56; 1,89; 2,31; 2,87; 3,14; 3,67; 4,45; 4,67; 4,89



E poderíamos construir o seguinte diagrama:

```
1    23 24 56 89
2    31 87
3    14 67
4    45 67 89
```

Novamente separamos os números em duas partes. Mas as folhas agora são os números após a vírgula. E os ramos são as unidades.

Além disso, não foram necessárias duas linhas para os números iniciados com 1 (“um vírgula qualquer coisa”). Idem para os números iniciados com 2, 3 e 4.

**Exemplo 4** - Considere o seguinte ROL:

23, 24, 25, 26, 28, 28, 32, 38, 43, 44, 48, 51, 55, 59, 60, 65, 76, 79, 82.

Elabore o diagrama de ramos e folhas correspondente, adotando as seguintes regras:

- separe as unidades (folhas) das dezenas (ramos)
- para cada dezena, utilize duas linhas: uma para algarismos das unidades indo de 0 a 4; outra indo de 5 a 9.

Resolução:

```
2    3 4
2    5 6 8 8
3    2
3    8
4    3 4
4    8
5    1
5    5 9
6    0
```



6     5  
7  
7     6 9  
8     2

Notem que a primeira linha correspondente à dezena “setenta” está em branco, pois não há nenhum número entre 70 e 74.



O que vem a seguir é de **leitura opcional**.

Considere dois conjuntos:

$$X: (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$$

$$Y: (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n)$$

Se for pedido o somatório de  $X + Y$ , teremos:

$$\sum_{i=1}^n (X_i + Y_i)$$

$$= (X_1 + Y_1) + (X_2 + Y_2) + (X_3 + Y_3) + \dots + (X_n + Y_n)$$

Agora podemos aplicar as propriedades comutativa e associativa da adição:

$$= (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) + (Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n)$$

$$= \sum_{i=1}^n (X_i) + \sum_{i=1}^n (Y_i)$$



E é por isso que o somatório da soma pode ser quebrado em soma de somatórios. De forma análoga, o somatório da diferença também pode ser quebrado em diferença de somatórios.

Notem que, nesse passo a passo, em momento algum foi preciso supor que os elementos do conjunto X estavam listados em ordem crescente. Idem para os elementos de Y. Ou seja, do ponto estritamente matemático, não é de fato essencial que trabalhemos em cima do rol, como dito durante a aula. Isto porque, no caso de somar todos os elementos, a ordem das parcelas não afeta o resultado. Tanto faz somar  $1 + 2$  nessa ordem, ou  $2 + 1$  nessa ordem, o resultado é o mesmo.

A importância de fixar a ordem dos elementos pelo rol está em outras análises estatísticas que serão feitas nas próximas aulas. Por exemplo, quando se tabelam os dados, eles são dispostos na tabela em ordem crescente. Quando se analisam os quantis (mediana, quartis, percentis), eles também precisam estar ordenados.

## 2 – DADOS AGRUPADOS POR VALOR

Considere uma pesquisa salarial feita com dez moradores do bairro Alfa:

Rol: R\$ 1.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 3.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 5.000,00; R\$ 6.000,00; R\$ 7.000,00.

Simplificando a escrita, temos:

ROL (salários em R\$ 1.000,00):

1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7.

Como são apenas dez dados, até que não é tão difícil trabalhar com o ROL. Agora, imagine que tivessem sido entrevistadas cem pessoas. Já pensou ficar escrevendo: “1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, ...” uma quinzentas vezes. Depois “2, 2, 2, 2 ...” umas mil vezes e assim por diante.

Isso sem levar em conta que ainda poderíamos ter valores como 1,1 (mil e cem reais) ou 2,25 (dois mil duzentos e cinquenta reais).



Com um número muito grande de dados, trabalhar com o ROL pode não ser a melhor opção.

Pois bem, outra maneira de se trabalhar com os dados é agrupar os valores iguais. Colocamos os dados em uma tabela, indicando a frequência com que cada valor acontece.

Salários em R\$ 1.000,00	Frequência absoluta simples
1	1
2	3
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1

Daqui a pouco falamos sobre os vários tipos de frequência. Por enquanto, basta saber que a frequência absoluta simples nos indica quantas vezes um valor ocorre.

A frequência do valor 1 (=mil reais) é 1. Isto significa que temos uma pessoa com o salário de mil reais.

A frequência do valor 2 (= dois mil reais) é 3. Isto significa que temos três pessoas com salário de dois mil reais. Ou ainda, o salário de dois mil reais ocorre três vezes.

Assim, em vez de escrever “2, 2, 2” (indicando que o valor dois ocorre três vezes), apenas colocamos sua frequência absoluta simples. Agrupamos todos os salários de R\$ 2.000,00 em uma única linha. Dizemos que estamos agrupando os dados por valor.

A frequência do valor 3 (=três mil reais) é 1. Isto significa que temos uma pessoa com o salário de três mil reais. Ou ainda, o salário de três mil reais ocorre uma vez. E assim por diante.

É comum chamar essa relação de valores e suas respectivas frequências (que pode ser expressa tanto por meio de tabelas, quanto de gráficos) de **distribuição de frequências**.

Vamos agora estudar os outros tipos de frequência.

## 2.1 - FREQUÊNCIAS

Um conceito recorrente em estatística é o conceito de frequência. São de quatro tipos:

- frequência absoluta simples ( $f$ );
- frequência absoluta acumulada ( $F$ );
- frequência relativa simples ( $fr$ );



- frequência relativa acumulada (Fr).

Todas as frequências guardam relação com o número de ocorrências de um valor ou classe de valores. Em seguida, analisaremos cada tipo de frequência.

## 2.2 – FREQUÊNCIAS ABSOLUTAS

A frequência **absoluta simples** indica o número de ocorrências de um valor ou classe de valores (obs: posteriormente veremos o que é uma classe).

Para exemplificar, voltemos aos nossos dados da pesquisa salarial no bairro Alfa (1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 7).

*Quantos valores iguais a 2 nós temos? (ou ainda: quantas pessoas ganham R\$ 2.000,00?).*

*Resposta: são três valores iguais a 2 (ou ainda: três pessoas ganham R\$ 2.000,00).*

Dizemos que a frequência absoluta simples do número 2 é 3.

O número 4 ocorre 2 vezes. Assim, a frequência absoluta simples do número 4 é 2.

A tabela abaixo mostra as frequências para cada valor de  $X$ .

Salários em R\$ 1.000,00	Frequência absoluta simples
1	1
2	3
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1
<b>TOTAL</b>	<b>10</b>

Quando os dados estão agrupados por valor, é natural que a gente queira se referir a um específico valor e sua frequência. Para tanto, usamos a notação  $X_i$  ("xis" índice "i") para nos referirmos a cada valor e  $f_i$  ("efe" índice "i") para nos referirmos a cada frequência.

Deste modo, o primeiro valor é 1. Dizemos que  $X_1 = 1$ . Sua frequência também é igual a 1. Dizemos que  $f_1 = 1$ .



O segundo valor é 2. Ou seja,  $X_2 = 2$ . E sua frequência é igual a 3. Portanto,  $f_2 = 3$ .

Repare que o total das frequências absolutas simples é 10. E 10 é justamente o número de pessoas pesquisadas. Isto não é coincidência.

Na tabela acima, indicamos quantas pessoas ganham cada um dos salários. Se são 10 pessoas, é natural esperar que, somando todas as frequências, obtenhamos justamente 10.

Como regra geral, se tivermos  $n$  elementos, podemos dizer que:

$$\sum f_i = n$$

Para o caso acima, temos 7 valores de frequência. O somatório de todas as frequências fica:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^7 f_i &= f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 \\ &= 1 + 3 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 10 \end{aligned}$$

Salários em R\$ 1.000,00	Frequência absoluta simples
1	1
2	3
3	1
4	2
5	1
6	1
7	1
<b>TOTAL</b>	<b>10</b> <b>(sempre igual a "n")</b>

A frequência **absoluta acumulada** nos dá quantas observações são menores ou iguais ao valor observado. Para a nossa sequência de dados, podemos construir a seguinte tabela:



Salários em R\$ 1.000,00	Frequência absoluta acumulada
1	1
2	4
3	5
4	7
5	8
6	9
7	10

Tomemos como exemplo o valor 4 (linha em vermelho).

*Quantos valores menores ou iguais a 4 nós temos? (ou ainda: quantas pessoas ganham de R\$ 4.000,00 para baixo?)*

*Resposta: temos 7 valores menores ou iguais a 4 (são eles: 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4). Ou ainda: sete pessoas ganham salários menores ou iguais a R\$ 4.000,00.*

Portanto, a frequência acumulada do valor 4 é 7.

Note que a última frequência acumulada é igual a 10 (exatamente o número de dados). Isto não é coincidência. Se o maior valor é 7, então todos os dados serão menores ou iguais a 7. Portanto, a frequência absoluta acumulada do valor 7 é 10.

Valor observado (X)	Frequência absoluta acumulada
1	1
2	4
3	5
4	7
5	8
6	9
7	10
	(sempre igual a "n")

É importante saber como se faz para, a partir da frequência absoluta simples, chegar à frequência absoluta acumulada.

Suponha que temos apenas os valores de frequências simples e queremos obter as frequências acumuladas. Como fazer?



A primeira linha da coluna de frequência acumulada coincide com a de frequência simples. Assim, o primeiro valor de frequência acumulada é igual a 1.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	1	1	na primeira linha as duas frequências coincidem
2	3		
3	1		
4	2		
5	1		
6	1		
7	1		

A partir da segunda linha, os valores começam a se diferenciar. Tomamos o valor de frequência acumulada da linha anterior (no caso '1'). Tomamos o valor da frequência simples da linha atual (no caso '3'). Somamos os dois ( $1+3 = 4$ ) e preenchemos a segunda linha da coluna de frequência acumulada. Esta sequência está expressa nas linhas de cor azul.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	3	4
3	1	
4	2	
5	1	
6	1	
7	1	

Para a linha seguinte, a mesma coisa.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	3	4
3	1	5
4	2	
5	1	
6	1	
7	1	

E o mesmo raciocínio segue até a última linha.



Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	1	1	=1
2	3	4	$1 + 3 = 4$
3	1	5	$4 + 1 = 5$
4	2	7	$5 + 2 = 7$
5	1	8	$7 + 1 = 8$
6	1	9	$8 + 1 = 9$
7	1	10	$9 + 1 = 10$

É também importante saber como se calcula, a partir da tabela de frequências acumuladas, os valores de frequências simples. Basta fazer o procedimento inverso do descrito acima.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2		4
3		5
4		7
5		8
6	+	9
7		10

A primeira frequência simples coincide com a primeira frequência acumulada.

A partir da segunda linha, os valores começam a diferenciar. Tomamos o valor de frequência acumulada da linha atual (no caso, 4).

Tomamos o valor de frequência acumulada da linha anterior (no caso, 1). Subtraímos um do outro. E obtemos a frequência simples da linha atual. Este procedimento está expresso nas linhas azuis.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	$4 - 1 = 3$ 3	4
3		5
4		7
5		8
6		9
7		10

Para a linha seguinte, a mesma coisa.

Valor observado (X)	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	1	1
2	3	4
3	5-4=1	5
4		7
5		8
6		9
7		10

E o procedimento segue até a última linha.

Valor observado (X)	Memória de cálculo	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada
1	=1	1	1
2	4-1=3	3	4
3	5-4=1	1	5
4	7-5=2	2	7
5	8-7=1	1	8
6	9-8=1	1	9
7	10-9=1	1	10

## 2.3 – FREQUÊNCIAS RELATIVAS

As frequências relativas são muito parecidas com as absolutas. A única diferença é que, em vez de estarmos interessados em valores absolutos, queremos saber valores relativos.

A palavra “relativo” tem a ver com "relação". Em matemática, relação é sinônimo de divisão.

Pois bem, as frequências relativas serão obtidas a partir de uma divisão. Divisão esta em que o denominador é o número de dados.

A frequência **relativa simples** é dada pela frequência absoluta simples dividida pelo número de dados.

Na nossa pesquisa de salários, temos 10 valores ( $n = 10$ ). Vamos, a título de exemplo, calcular a frequência relativa simples do número 2.

O número 2 ocorre três vezes (a frequência absoluta simples do número 2 é três; isto porque há três pessoas que ganham R\$ 2.000,00).

Para obter a frequência relativa simples do número 2, basta dividir 3 por 10. A frequência relativa simples do número 2 é:



$$fr_2 = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$$

(lê-se “efe erre índice dois”, pois estamos nos referindo à frequência relativa simples do segundo valor).

O que isto significa? Significa que trinta por cento das pessoas pesquisadas ganham R\$ 2.000,00. A tabela abaixo nos mostra as frequências relativas simples para os dados.

Salários em R\$ 1.000,00	Frequência absoluta simples (f)	Frequência relativa simples (fr)
1	1	0,1
2	3	0,3
3	1	0,1
4	2	0,2
5	1	0,1
6	1	0,1
7	1	0,1
<b>TOTAL</b>		<b>1</b>

Observe que cada valor de frequência relativa é igual à respectiva frequência absoluta dividida por 10 (porque foram 10 pessoas pesquisadas). Note também que a soma de todos os valores da coluna de frequência relativa simples é igual a 1. Isto sempre acontece.

Salários em R\$ 1.000,00	Frequência absoluta simples (f)	Frequência relativa simples (fr)
1	1	0,1
2	3	0,3
3	1	0,1
4	2	0,2
5	1	0,1
6	1	0,1
7	1	0,1
<b>TOTAL</b>		<b>1</b> <b>(sempre igual a 1)</b>

A frequência **relativa acumulada** é dada pela divisão da frequência absoluta acumulada por  $n$ . Fornece-nos o percentual de valores que são iguais ou menores ao valor analisado. A tabela abaixo mostra os valores de frequência relativa acumulada.



Salários em R\$ 1.000,00	Frequência absoluta acumulada (F)	Frequência relativa acumulada (Fr)
1	1	0,1
2	4	0,4
3	5	0,5
<b>4</b>	<b>7</b>	<b>0,7</b>
5	8	0,8
6	9	0,9
7	10	1

O que significa dizer que a frequência relativa acumulada do valor 4 é 0,7? Significa que 70% das pessoas entrevistadas ganham salários iguais ou inferiores a R\$ 4.000,00.

Note que a frequência relativa acumulada do último valor é igual a 1. Isto sempre acontece.

Salários em R\$ 1.000,00	Frequência relativa acumulada (Fr)
1	0,1
2	0,4
3	0,5
4	0,7
5	0,8
6	0,9
7	<b>1</b>
	<b>(sempre igual a 1)</b>

Saber o que significa cada uma das frequências é muito importante para qualquer prova de estatística. Contudo, não há questões que cobrem exclusivamente o seu conceito. Por isso, na sequência, trago alguns exercícios propostos (não são de concursos) só para nos familiarizarmos com os conceitos vistos.

Por fim, um comentário. Vimos como, a partir da frequência absoluta simples, obter a frequência absoluta acumulada (e vice-versa).

Para as frequências relativas, o procedimento é exatamente o mesmo. Se tivéssemos apenas as frequências relativas simples, para obter as frequências relativas acumuladas faríamos:



Valor observado (X)	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	0,1	0,1	=0,1
2	0,3	0,4	=0,1+0,3
3	0,1	0,5	=0,4+0,1
4	0,2	0,7	=0,5+0,2
5	0,1	0,8	=0,7+0,1
6	0,1	0,9	=0,8+0,1
7	0,1	1	=0,9+0,1

E se tivéssemos apenas as frequências relativas acumuladas, para obter as frequências relativas simples faríamos o seguinte:

Valor observado (X)	Memória de cálculo	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada
1	=0,1	0,1	0,1
2	=0,4-0,1	0,3	0,4
3	=0,5-0,4	0,1	0,5
4	=0,7-0,5	0,2	0,7
5	=0,8-0,7	0,1	0,8
6	=0,9-0,8	0,1	0,9
7	=1-0,9	0,1	1

### Exemplo 5:

Considere a seguinte sequência de dados:

2, 3, 1, 2, 4, 3, 9, 2, 10, 5, 12, 4, 4, 7, 2, 4, 1, 10, 3, 3.

- obtenha o ROL
- construa a tabela de frequências absolutas simples
- construa a tabela de frequências absolutas acumuladas
- construa a tabela de frequências relativas simples
- construa a tabela de frequências relativas acumuladas

### Resolução:

- Para achar o ROL, basta colocar os dados em ordem crescente.

ROL: 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 10, 10, 12

- 



Valores Frequência absoluta simples

1	2
2	4
3	4
4	4
5	1
7	1
9	1
10	2
12	1
TOTAL	20

Note que a soma de todas as frequências simples é igual a 20, que é justamente o número de dados do nosso ROL.

c) Podemos construir a coluna de frequências acumuladas a partir da coluna de frequência simples.

Valores	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	2	2	=2
2	4	6	=2+4
3	4	10	=6+4
4	4	14	=10+4
5	1	15	=14+1
7	1	16	=15+1
9	1	17	=16+1
10	2	19	=17+2
12	1	20	=19+1

Note que a última frequência acumulada simples é igual ao número de dados do nosso ROL (=20).

d) Podemos obter as frequências relativas simples a partir das frequências absolutas simples.



Valores	Frequência absoluta simples	Frequência relativa simples	Memória de cálculo
1	2	0,1	=2/20
2	4	0,2	=4/20
3	4	0,2	=4/20
4	4	0,2	=4/20
5	1	0,05	=1/20
7	1	0,05	=1/20
9	1	0,05	=1/20
10	2	0,1	=2/20
12	1	0,05	=1/20

Note que a soma de todas as frequências relativas simples é igual a 1.

e) Podemos obter as frequências relativas acumuladas de duas formas. A partir da frequência relativa simples ou a partir da frequência absoluta acumulada (dividindo todos os valores por 20).

Primeira forma:

Valores	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	0,1	0,1	=0,1
2	0,2	0,3	=0,1+0,2
3	0,2	0,5	=0,3+0,2
4	0,2	0,7	=0,5+0,2
5	0,05	0,75	=0,7+0,05
7	0,05	0,8	=0,75+0,05
9	0,05	0,85	=0,8+0,05
10	0,1	0,95	=0,85+0,1
12	0,05	1	=0,95+0,05

Note que o último valor de frequência relativa acumulada é igual a 1.

Segunda forma:



Valores	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	2	0,1	=2/20
2	6	0,3	=6/20
3	10	0,5	=10/20
4	14	0,7	=14/20
5	15	0,75	=15/20
7	16	0,8	=16/20
9	17	0,85	=17/20
10	19	0,95	=19/20
12	20	1	=20/20

### Exemplo 6:

Considere a seguinte tabela

Valores	Frequência absoluta simples
1	2
3	5
5	2
7	1

Obtenha os valores de frequência relativa acumulada.

### Resolução

Podemos, a partir da frequência absoluta simples, obter a frequência absoluta acumulada e, a partir desta, obter a frequência relativa acumulada.

Obtendo as frequências absolutas acumuladas:

Valores	Frequência absoluta simples	Frequência absoluta acumulada	Memória de cálculo
1	2	2	=2
3	5	7	=2+5
5	2	9	=7+2
7	1	10	=9+1

Obtendo as frequências relativas acumuladas:



Valores	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada	Memória de cálculo
1	2	0,2	=2/10
3	7	0,7	=7/10
5	9	0,9	=9/10
7	10	1	=10/10

### Exemplo 7

Considere a seguinte tabela:

Valores	Frequência relativa acumulada
1	0,1
4	0,5
6	0,8
15	1

Sabendo que ao todo são 50 dados, obtenha os valores de frequência absoluta simples.

Resolução:

Vamos obter os valores de frequência relativa simples.

Valores	Memória de cálculo	Frequência relativa simples	Frequência relativa acumulada
1	= 0,1	0,1	0,1
4	= 0,5 – 0,1	0,4	0,5
6	= 0,8 – 0,5	0,3	0,8
15	= 1 – 0,8	0,2	1,0

Agora vamos obter os valores de frequência absoluta simples.

Valores	Frequência relativa simples	Frequência absoluta simples	Memória de cálculo
1	0,1	5	= 0,1 × 50
4	0,4	20	= 0,4 × 50
6	0,3	15	= 0,3 × 50
15	0,2	10	= 0,2 × 50

Algumas questões de concursos para praticarmos:

(Fundação Carlos Chagas)

Uma empresa procurou estudar a ocorrência de acidentes com seus empregados e realizou um levantamento por um período de 36 meses. As informações apuradas estão na tabela a seguir:

Número de empregados acidentados    Número de meses



1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

A porcentagem de meses em que houve menos de 5 empregados acidentados é:

- a) 50%
- b) 45%
- c) 35%
- d) 33%
- e) 30%

### Resolução:

A variável em estudo é o “número de empregados acidentados em um mês”. Ela assume o valor 1 uma vez. Isto significa que, em uma única vez, tivemos 1 acidentado por mês. Por duas vezes, tivemos 2 acidentados por mês. Por quatro vezes tivemos 3 acidentados por mês. E assim por diante.

Poderíamos representar a nossa variável pelo seguinte ROL:

Número de acidentados por mês:

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10

Em vez de fazer desta forma, o exercício agrupou os valores iguais. Em vez de escrever o número 4 cinco vezes, a tabela nos informa que o número 4 tem frequência 5. Dizemos que os dados estão agrupados por valor.



Vamos ver em quantos meses houve menos que cinco empregados acidentados por mês. A tabela abaixo destaca os valores procurados:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

Em vermelho temos os meses com menos de 5 empregados acidentados por mês.

$$1 + 2 + 4 + 5 = 12$$

Em 12 meses tivemos menos que cinco empregados acidentados por mês. Para saber o percentual, basta dividir:

$$12 \div 36 = 0,3333\dots$$

12 meses representam 33% de 36.

**Gabarito: D.**

(Cespe)

Julgue o seguinte item.

Em uma distribuição de frequências para um conjunto de  $n$  indivíduos, pode-se calcular as frequências relativas, dividindo-se cada frequência absoluta pela amplitude da correspondente classe ou do intervalo.

**Resolução:**

A frequência relativa é igual à divisão da frequência absoluta pela quantidade total de elementos ( $n$ ). O item errou ao afirmar que o denominador é a amplitude de classe.

**Gabarito: errado**



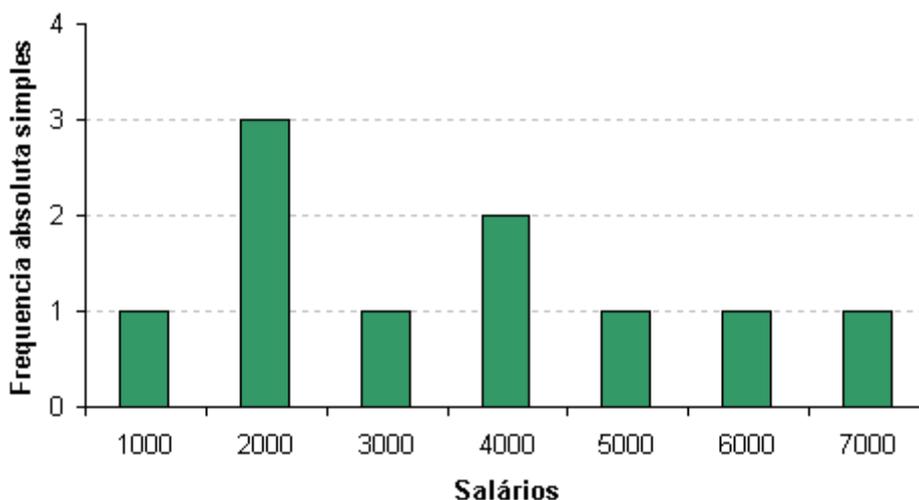
## 3 – FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS POR VALOR

### 3.1 – COLUNAS JUSTAPOSTAS

Considere os seguintes dados, fruto de uma pesquisa salarial com 10 pessoas, moradoras do bairro Alfa:

Rol: R\$ 1.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 3.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 5.000,00; R\$ 6.000,00; R\$ 7.000,00.

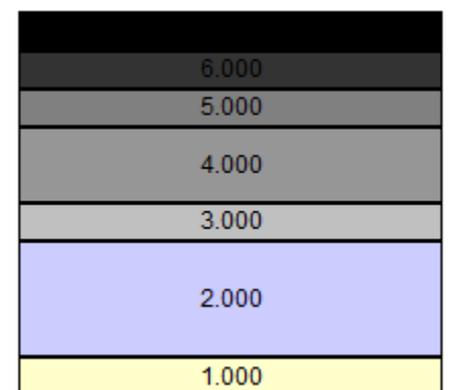
Podemos representar estes dados em um gráfico de colunas.



Este tipo de gráfico é bem comum no nosso dia a dia. A altura de cada coluna está relacionada com a respectiva frequência absoluta de cada salário.

Agrupamos todos os salários de R\$ 4.000,00 numa coluna de altura 2, o que indica que duas pessoas ganham R\$ 4.000,00 por mês. Ou ainda, o valor 4.000,00 ocorre duas vezes. Da mesma forma, agrupamos todos os valores R\$ 2.000,00 em uma coluna com altura 3, que indica que este valor ocorre 3 vezes. E assim por diante.

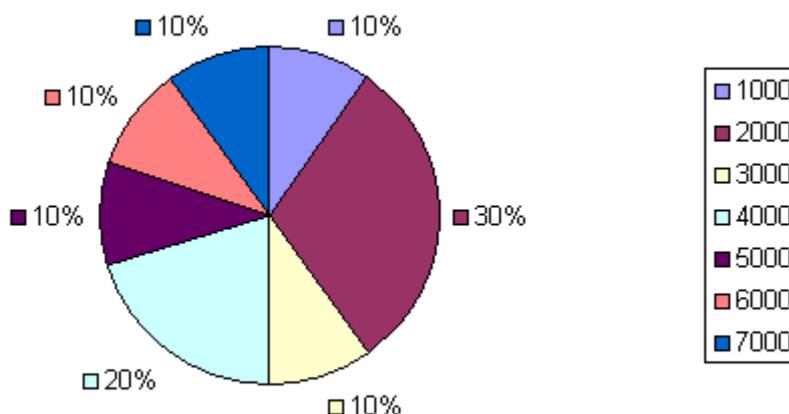
### 3.2 – COLUNAS COMPOSTAS



Aqui nós “empilhamos” as colunas, de forma que cada pedaço tenha altura proporcional à frequência do respectivo valor. Assim, a coluna do valor R\$ 1.000,00 é três vezes menor que a coluna do valor R\$ 2.000,00. Se lembrarmos do ROL original, temos que apenas uma pessoa recebe R\$ 1.000,00, enquanto três pessoas recebem R\$ 2.000,00.

### 3.3 – GRÁFICO DE SETORES

Igualmente usual é o gráfico em forma de pizza:



A área de cada fatia da pizza é proporcional à frequência absoluta do valor.

Além destes, há diversos outros tipos de gráficos. Apesar de haver inúmeras possibilidades, gráficos para dados agrupados por valor pouco caem em prova.

## 4 – DADOS TABELADOS, AGRUPADOS EM CLASSE

Considere os seguintes dados, fruto de uma pesquisa salarial com 10 pessoas, moradoras do bairro Alfa:

*Rol: R\$ 1.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 3.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 5.000,00; R\$ 6.000,00; R\$ 7.000,00.*

Podemos representar estes dados em um gráfico de colunas.

Na nossa pesquisa salarial no bairro Alfa não são muitos os valores envolvidos. Foram entrevistadas apenas dez pessoas. Colocar os dados obtidos em ROL ou em uma tabela, de forma agrupada por valor, não é tão trabalhoso.

Agora imagine que pesquisamos os salários de milhares de pessoas. Mesmo que colocássemos tais valores em uma tabela, de forma agrupada (por valor), ainda seriam necessárias muitas e muitas linhas.

Um trechinho da tabela poderia ser:

Valor observado (R\$)	Frequência absoluta simples
500,00	12
500,01	2
500,02	3
500,03	6
...	...

E a tabela continuaria com centenas de linhas.

Nesses casos, é preciso agrupar os valores um pouco mais. Podemos agrupá-los em classes. A tabela poderia ficar assim:



Classes de valor (R\$)	Frequência absoluta simples
500,00 até 999,99	661
1.000,00 até 1.999,99	240
2.000,00 até 2.999,99	120
3.000,00 até 3.999,99	68
...	...

Cada “faixa salarial” é uma classe. Classe é apenas isto. É uma faixa de valores, ou ainda, um intervalo de valores.

Na primeira classe, temos salários entre R\$ 500,00 e R\$ 999,99. A tabela nos informa que 661 pessoas entrevistadas ganham salários que estão nesta faixa de valores.

Na segunda classe, temos salários entre R\$ 1.000,00 e R\$ 1.999,99. E a tabela informa que 240 pessoas ganham salários nesta faixa de valores.

E assim por diante.

Há uma simbologia específica para representar os dados em classes de valores. Vamos passar a estudá-la. Para tanto, voltemos ao nosso exemplo da pesquisa salarial dos moradores do bairro Alfa.

Relembrando nosso Rol:

R\$ 1.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 2.000,00; R\$ 3.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 4.000,00; R\$ 5.000,00; R\$ 6.000,00; R\$ 7.000,00.

Suponhamos agora que, em vez de divulgarmos todos os dados obtidos na pesquisa, colocamos apenas a seguinte tabela, agrupando os valores em classes:

Classes de valores	Frequência absoluta simples
[1; 4)	5
[4; 7)	4
[7; 10)	1

Deste modo, há 5 pessoas que ganham entre R\$ 1.000,00 e R\$ 4.000,00 (incluindo R\$ 1.000,00 e excluindo R\$ 4.000,00), há quatro pessoas que ganham entre R\$ 4.000,00 e R\$ 7.000,00 e há apenas uma pessoa que ganha entre R\$ 7.000,00 e R\$ 10.000,00.

Não custa nada repetir a utilidade dos dados em classes. No nosso exemplo, foram apenas dez pessoas entrevistadas. É um número pequeno. Poderíamos perfeitamente divulgar todos os dados da pesquisa.



Já num caso em que o número de dados é muito grande, divulgar todos eles pode fazer com que fique difícil de fazer uma leitura adequada da pesquisa. Às vezes se quer publicar o resultado num jornal, numa revista, num mural. O espaço disponível para as tabelas é restrito. Imagine tentar colocar num mural o resultado de uma pesquisa que envolveu milhares de valores distintos. É inviável apresentar todos eles. Seriam páginas e páginas de tabelas. Nestes casos, é útil apresentar somente a quantidade de valores em cada classe.

Assim procedendo, temos a vantagem de ganhar espaço e de facilitar uma visualização geral dos dados. Só que, por outro lado, perde-se um pouco de informação. Por exemplo, analisando apenas a tabela com os valores em classes, não sabemos qual o salário de cada uma das cinco pessoas que ganham entre R\$ 1.000,00 e R\$ 4.000,00. Pode ser que todas elas ganhem um salário de R\$ 2.000,00. Pode ser que cada uma ganhe um salário diferente (por exemplo: R\$ 1.500,00; R\$ 1.525,32; R\$ 1.678,00; R\$ 3.980,05; R\$ 3.988,00). E poderíamos listar inúmeras outras possibilidades. Enfim, não temos como descobrir o salário de cada uma delas. Apenas sabemos que há cinco pessoas que ganham entre R\$ 1.000,00 e R\$ 4.000,00.

Resumindo: com os dados em classes, ganhamos espaço, mas perdemos informação.

Aqui também podemos usar a expressão “distribuição de frequências”, a exemplo do que fizemos com os dados agrupados por valor. Lá tínhamos a relação entre frequências e respectivos valores. Aqui temos a relação entre as frequências e respectivas classes.

Agora vamos detalhar um pouco mais a representação em classes de valores. Vejamos a classe [4; 7). O colchete ao lado do quatro indica que o número 4 faz parte da classe. O parêntese ao lado do sete indica que o número 7 não faz parte da classe. Logo, na classe de 4 a 7, estamos contando todas as pessoas que ganham de quatro mil reais (inclusive as que ganham exatamente R\$ 4.000,00) até sete mil reais (sem contar as que ganham exatamente R\$ 7.000,00). Na verdade, é como se nossa classe envolvesse as pessoas que ganham de R\$ 4.000,00 até R\$ 6.999,99.

E se a nossa classe fosse assim: [4; 7]?

Caso a nossa classe fosse [4;7], com dois colchetes, estaríamos levando em consideração as pessoas que ganham exatamente R\$ 4.000,00 e também as que ganham exatamente R\$ 7.000,00.

E se nossa classe fosse (4; 7)?



Aí estaríamos levando em conta as pessoas que ganham de R\$ 4.000,01 até R\$ 6.999,99.

Uma outra forma de representar a classe [4;7) seria assim:

$$4 \vdash 7$$

Ao lado do número quatro temos um traço vertical. Significa que estamos levando em conta as pessoas que ganham exatamente R\$ 4.000,00. Ao lado do número sete não tem um traço vertical. Significa que não estamos levando em conta as pessoas que ganham exatamente R\$ 7.000,00.

E se a representação fosse assim: 4 - 7?

Aí não levaríamos em conta nenhum dos extremos (pois não há nenhum traço vertical). Estaríamos nos referindo às pessoas que ganham de R\$ 4.000,01 a R\$ 6.999,99.

Na classe [4; 7) dizemos que 4 é o limite inferior. Dizemos também que 7 é o limite superior.

A tabela abaixo mostra o limite inferior e superior para cada classe.

Classes de valores	Limite inferior	Limite superior
[1; 4)	1	4
[4; 7)	4	7
[7; 10)	7	10

É muito nome para saber não é? E vamos a mais alguns nomes...

À diferença entre os limites superior e inferior, chamamos de amplitude de classe. No nosso exemplo, todas as classes têm a mesma amplitude de 3.

Classes de valores	Limite inferior	Limite superior	Amplitude de classe
[1; 4)	1	4	4-1=3
[4; 7)	4	7	7-4=3
[7; 10)	7	10	10-7=3

E, por fim, vamos ao ponto médio de classe. O ponto médio de classe é a média dos limites superior e inferior.



Classes de valores	Ponto médio
[1; 4)	2,5
[4; 7)	5,5
[7; 10)	8,5

Na primeira classe os limites são 1 e 4. Então o ponto médio da primeira classe fica:

$$\frac{1 + 4}{2} = 2,5$$

Para as demais classes, o cálculo é análogo.

Ah, outra coisa muito importante: a **densidade de frequência**. Densidade de frequência é igual à frequência simples dividida pela amplitude de classe. Podemos tanto calcular:

- A divisão entre a frequência absoluta simples, dividida pela amplitude de classe;
- A divisão entre a frequência **relativa** simples, dividida pela amplitude de classe;

O mais importante dos cálculos é o da densidade de frequência **relativa** (segundo item acima). Vejamos como fazer:

Classes de valores	Frequência relativa	Amplitude de classe	Densidade de frequência relativa
[1; 4)	0,5	3	$\frac{5}{3} = 0,166$
[4; 7)	0,4	3	$\frac{0,4}{3} = 0,133$
[7; 10)	0,1	3	$\frac{0,1}{3} = 0,033$

Vamos praticar:

(Fepese)

A tabela abaixo mostra a distribuição de frequência dos salários mensais, em reais, de 95 funcionários da empresa TUDO TOPA LTDA.

Salários(em reais) Número de funcionários

3.000 a 3.999	12
4.000 a 4.999	10
5.000 a 5.999	20
6.000 a 6.999	18
7.000 a 7.999	15
8.000 a 8.999	10
9.000 a 9.999	06
10.000 a 10.999	04



Em relação a essa tabela, a porcentagem de funcionários que ganham menos de R\$ 7.000,00 é de:

- a) 21,1%
- b) 15,7%
- c) 36,9%
- d) 63,1%
- e) 78,9%

**Resolução:**

Abaixo destacamos as frequências correspondentes aos funcionários que ganham menos de R\$ 7.000,00:

Salários(em reais) Número de funcionários

3.000 a 3.999	12
4.000 a 4.999	10
5.000 a 5.999	20
6.000 a 6.999	18
7.000 a 7.999	15
8.000 a 8.999	10
9.000 a 9.999	06
10.000 a 10.999	04

Somando todas as frequências:

$$12 + 10 + 20 + 18 = 60$$

60 funcionários, entre os 95 existentes, ganham menos de R\$ 7.000,00.

O percentual de funcionários correspondente é:

$$\frac{60}{95} \approx \frac{60}{100} = 60\%$$

Quando substituimos o denominador 95 por 100, nós diminuimos um pouco o resultado. Na verdade, a resposta correta é um pouco maior que 60%.

**Gabarito: D**



## 5 – FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS EM CLASSE

Para dados em classe, não nos referimos à frequência de um valor específico. Referimo-nos apenas à frequência de uma classe de valores (ou de uma faixa de valores).

Isso é muito importante no caso de variáveis contínuas.

Vejamos. Considere uma pesquisa sobre a composição etária de uma cidade. As pessoas podem ser classificadas em: jovens, adultos, idosos. Temos uma variável qualitativa. Mas isso não impede que a gente calcule a frequência de cada possível valor da nossa variável.

Assim, para  $X = \text{"idoso"}$ , podemos ter, por exemplo, 80.000 observações. A frequência absoluta é 80.000.

O mesmo se aplica para uma variável quantitativa discreta. No lançamento de um dado honesto, podemos dizer que a frequência relativa do número 2 é igual a  $1/6$ , pois esta face ocorre em  $1/6$  das vezes.

Nos exemplos acima ficou claro como podemos associar frequências a cada valor da variável.

No caso de variável contínua isso não ocorre. Considerem que temos um termômetro mágico, capaz de medir a temperatura de um ambiente com infinitas casas após a vírgula. Este termômetro mede temperaturas como  $20^{\circ}\text{C}$ , ou  $34,55555\dots^{\circ}\text{C}$  (dízima periódica), ou "Pi" graus Celsius ( $3,141592654\dots$ )

Nesse caso, estamos diante de uma variável contínua. É simplesmente inviável nós listarmos todos os possíveis valores de  $X$ , para depois determinar as frequências de cada um deles.

Deste modo, se medirmos a temperatura em diversos instantes, o máximo que dá para fazer é calcular as frequências associadas a classes, ou faixa de valores.

Exemplo: podemos dizer que em 23% das medições a temperatura esteve entre  $20^{\circ}\text{C}$  e  $30^{\circ}\text{C}$ . Estamos associando a frequência 23% à faixa 20 – 30.

O resultado disso é que as representações gráficas utilizadas para dados em classe servem particularmente para variáveis contínuas.

Existem questões que exploram justamente este aspecto.



## 5.1 – HISTOGRAMA

Considere o seguinte exemplo.

Quarenta alunos de um curso fizeram uma prova de 20 questões, cada uma delas valendo 0,20. Deste modo, se um aluno acertar todas as questões, sua nota seria igual a 4.

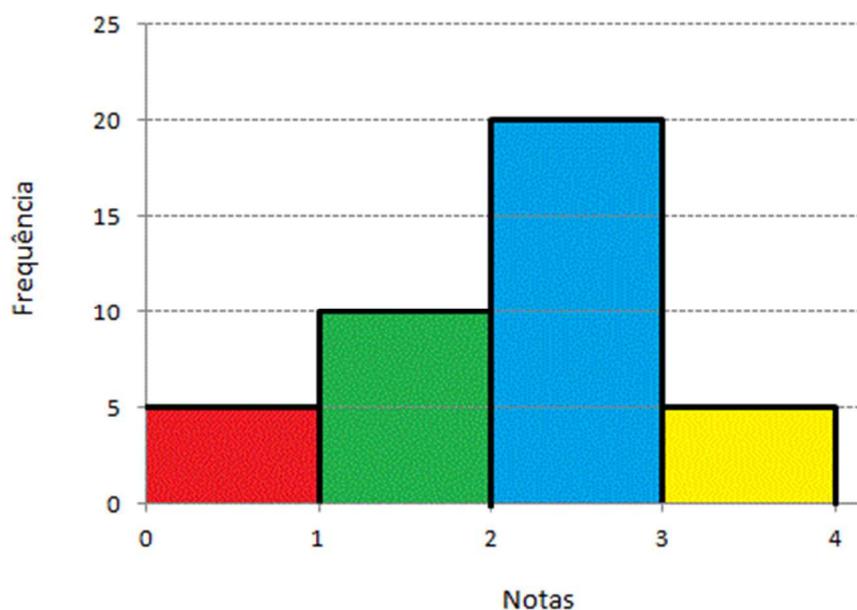
As notas obtidas pelos alunos estão resumidas na tabela abaixo.

Notas	Frequência
0 – 1	5
1 – 2	10
2 – 3	20
3 – 4	5

Conforme já estudamos, temos dados agrupados em classes.

Uma forma gráfica que guarda perfeita correspondência com os dados acima dispostos é o histograma.

O histograma para os dados acima ficaria:



A primeira coluna, vermelha, corresponde à primeira classe. A sua altura guarda relação com a frequência da primeira classe: ela indica que temos 5 notas na primeira classe. A sua base coincide com os extremos da classe.



Deste modo, a primeira coluna indica que a primeira classe vai de 0 até 1 e que, nesta classe, temos 5 ocorrências.

Vamos agora para a segunda coluna (verde). O histograma nos indica que esta classe vai de 1 até 2. Indica ainda que temos 10 ocorrência nesta classe.

Analogamente, a frequência da terceira classe é 20 e seus extremos são 2 e 3 (ver coluna azul).

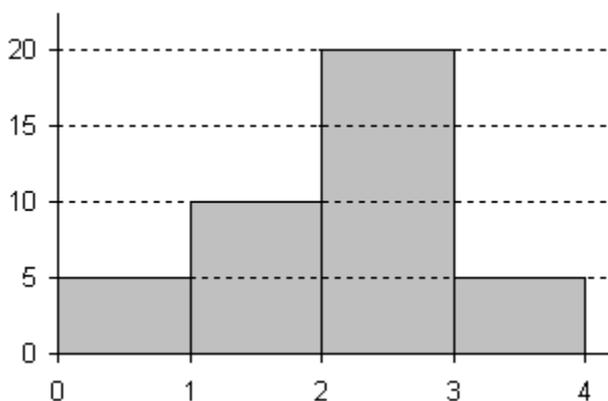
Por fim, a última classe vai de 3 até 4, possuindo frequência 5 (ver coluna amarela).

Histograma é apenas isso. É um monte de barrinhas, cada uma delas representando uma classe.

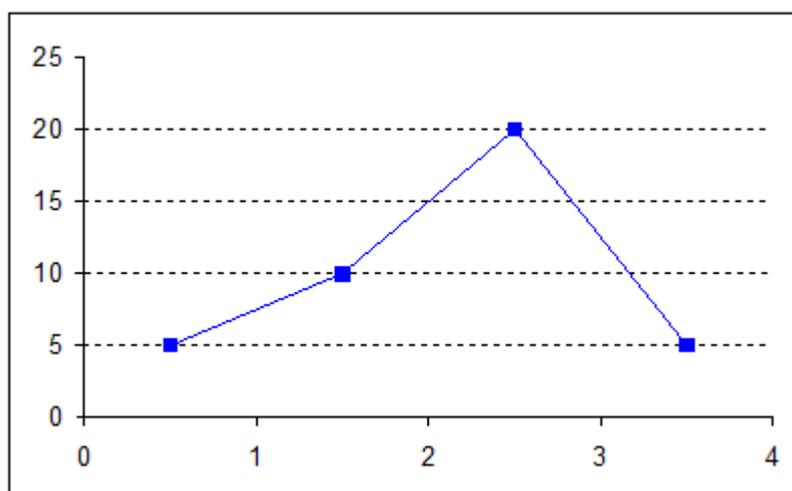
## 5.2 – POLÍGONO DE FREQUÊNCIA

Vamos voltar ao histograma obtido na seção anterior.

Considere o seguinte histograma:



Se nós passarmos uma linha unindo todos os pontos médios das laterais superiores dos retângulos do histograma, obtemos o seguinte gráfico:



Este gráfico acima é chamado de polígono de frequência. É uma forma alternativa de representação de dados, que pode substituir o histograma.

### 5.3 – HISTOGRAMA BASEADO EM DENSIDADE DE FREQUÊNCIA

Vamos agora voltar ao histograma, tópico visto anteriormente, para tratar de um tipo particular de histograma é aquele baseado em **densidade de frequência**.

Nele, em vez de indicarmos as frequências de cada classe, indicamos as densidades de frequência. A densidade de frequência nada mais é que a divisão entre a frequência e a amplitude de classe.

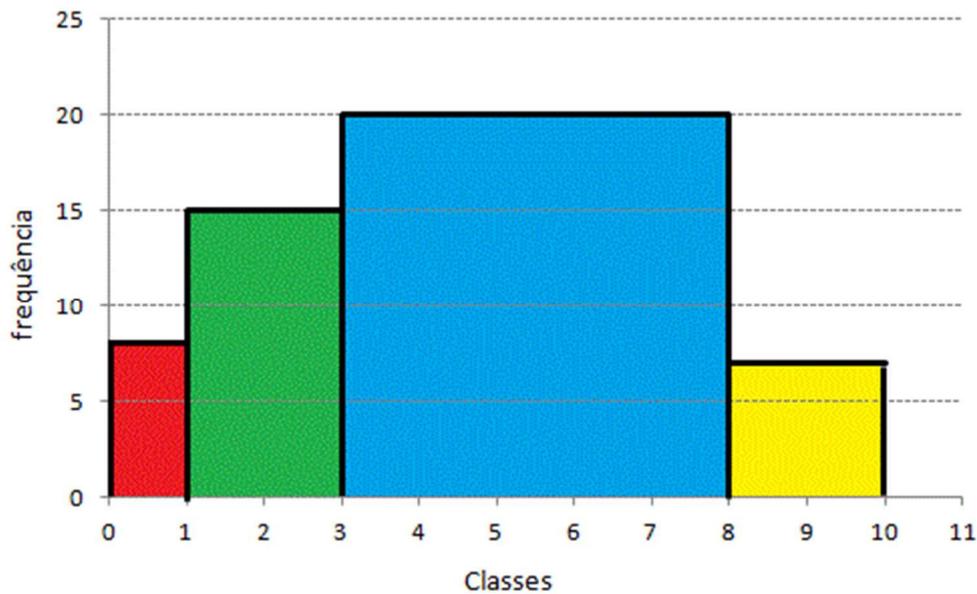
$$\text{densidade de frequência} = \frac{\text{frequência}}{\text{amplitude de classe}}$$

Para ilustrar esse tipo de histograma, considere a seguinte distribuição de frequências:

Classes	Frequência	Amplitude de classe	Densidade de frequência
0 - 1	8	1	8
1 - 3	15	2	7,5
3 - 8	20	5	4
8 - 10	7	2	3,5

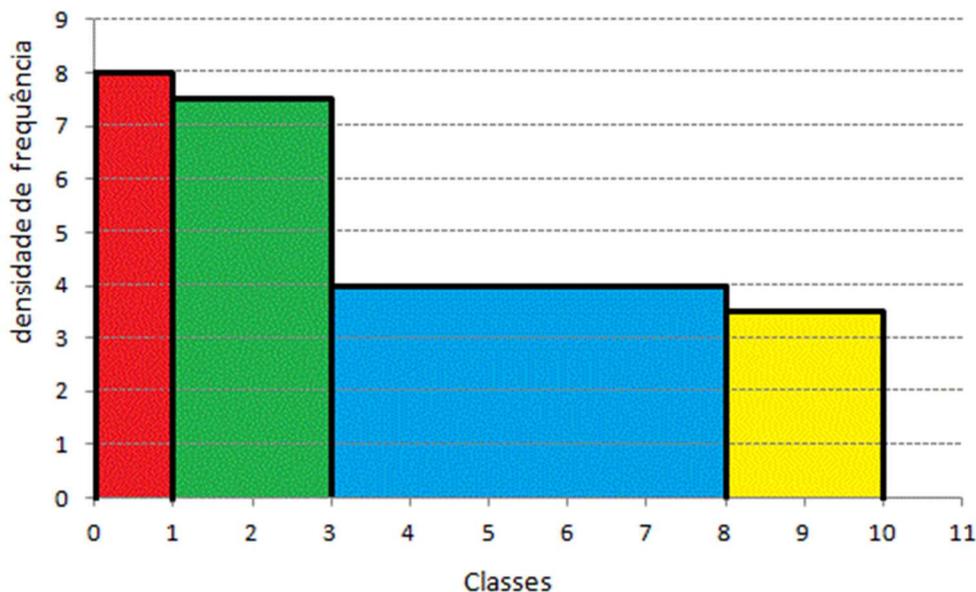
O histograma baseado em frequências ficaria assim:





Notem que a classe com maior frequência (em azul) tem a maior altura.

Contudo, em diversas situações dentro de estatística, é pertinente analisar qual classe tem maior densidade de frequência. Neste caso, utilizamos o histograma baseado em densidade de frequência. Ficaria assim:



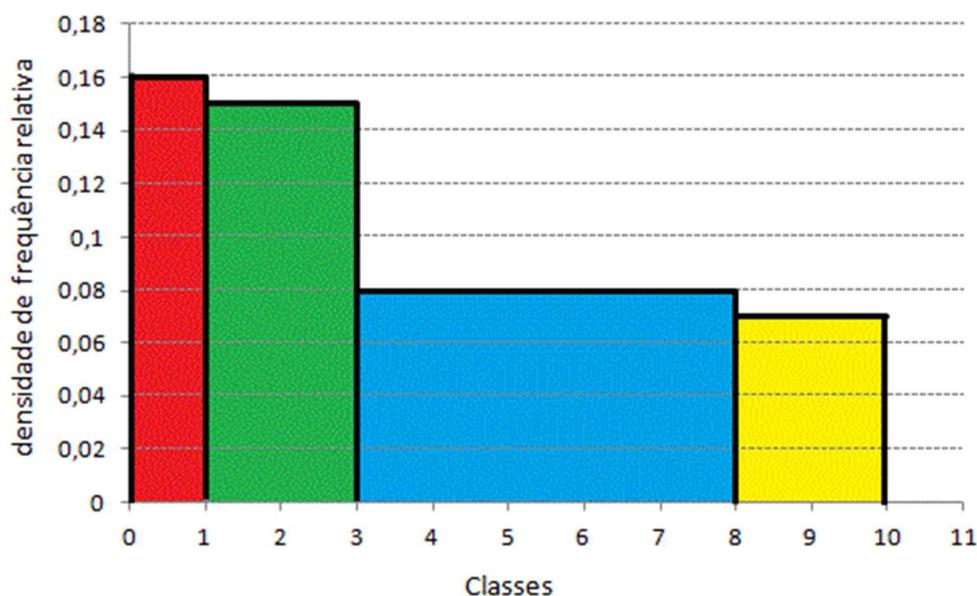
Quando usamos densidade de frequência, a maior altura pode mudar de lugar. No caso acima, a maior altura ficou com a primeira classe, em vermelho.

Podemos ainda construir o histograma baseado em densidade de frequência **relativa**. Fica assim:



Classes	Frequência	Frequência relativa	Amplitude de classe	Densidade de frequência relativa
0 - 1	8	0,16	1	0,16
1 - 3	15	0,30	2	0,15
3 - 8	20	0,40	5	0,08
8 - 10	7	0,14	2	0,07

O histograma fica:



Notem que o perfil do histograma não muda quando passamos de densidade de frequência absoluta para densidade de frequência relativa.

A grande vantagem do histograma com base em densidade de frequência relativa é que a área total dos retângulos vale 1. Pode checar. Some as áreas dos retângulos vermelho, verde, azul e amarelo acima, e veja que a área total é 1. Isso tem uma série de aplicações dentro de estatística, que não abordaremos aqui, dado o caráter introdutório deste capítulo.

## 6 – CADERNO TEC CONCURSOS

Na sequência teremos nossa bateria de exercícios. Para quem quiser treinar com um volume ainda maior, segue link para o caderno no Tec Concursos:

<https://tec.ec/s/QUoKi>



## Sumário

<b>Lista de questões .....</b>	<b>2</b>
<i>Formas não agrupadas de apresentação de dados .....</i>	<i>2</i>
<i>Dados agrupados por valor .....</i>	<i>6</i>
<i>Formas gráficas de apresentação de dados agrupados por valor .....</i>	<i>17</i>
<i>Dados agrupados em classe .....</i>	<i>30</i>
<i>Formas gráficas de apresentação de dados agrupados em classe .....</i>	<i>37</i>
<b>Gabarito das questões .....</b>	<b>46</b>
<b>Resolução das questões .....</b>	<b>47</b>
<i>Formas não agrupadas de apresentação de dados .....</i>	<i>47</i>
<i>Dados agrupados por valor .....</i>	<i>56</i>
<i>Formas gráficas de apresentação de dados agrupados por valor .....</i>	<i>80</i>
<i>Dados agrupados em classe .....</i>	<i>104</i>
<i>Formas gráficas de apresentação de dados agrupados em classe .....</i>	<i>119</i>

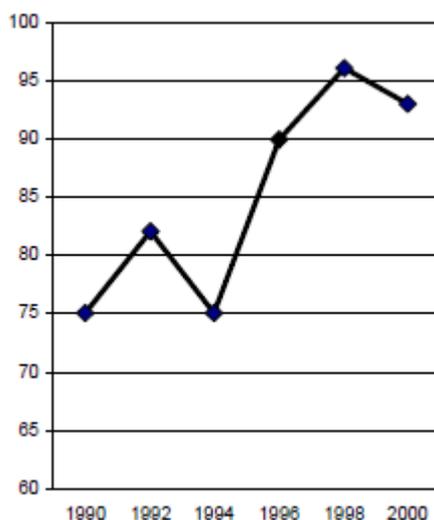


## LISTA DE QUESTÕES

### FORMAS NÃO AGRUPADAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS

#### 01. (NCE e FUJB (UFRJ) / Secretaria de Estado de Fazenda de MG – 2007)

A evolução da dívida (em milhões de reais) de um estado ao longo do período 1990--2000 é apresentada no gráfico abaixo:



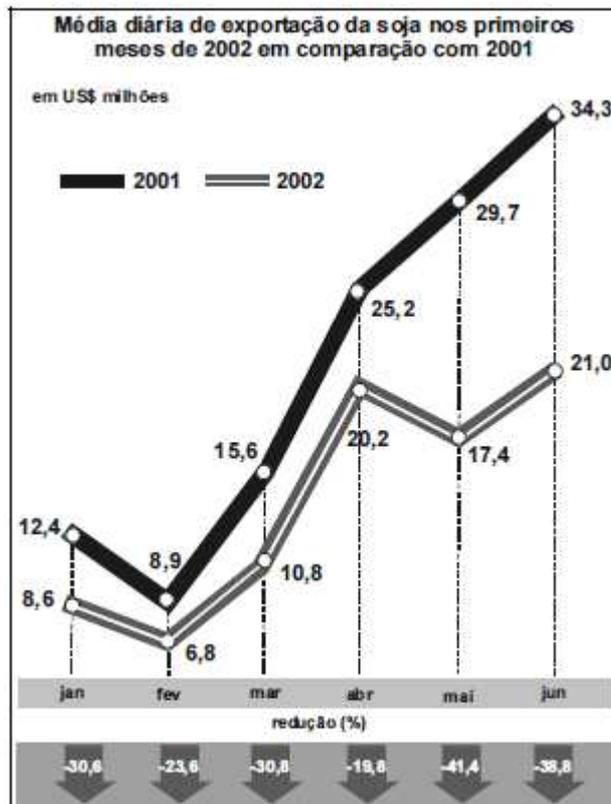
O período de maior crescimento da dívida foi:

- a) 1990--1992;
- b) 1992--1994;
- c) 1994--1996;
- d) 1996--1998;
- e) 1998--2000.

#### 02. (CESPE / TC-DF - 2002)



Durante a recente desvalorização do real, foi reportado na imprensa que alguns exportadores estariam retardando as vendas com o intuito de especular com a cotação do dólar.

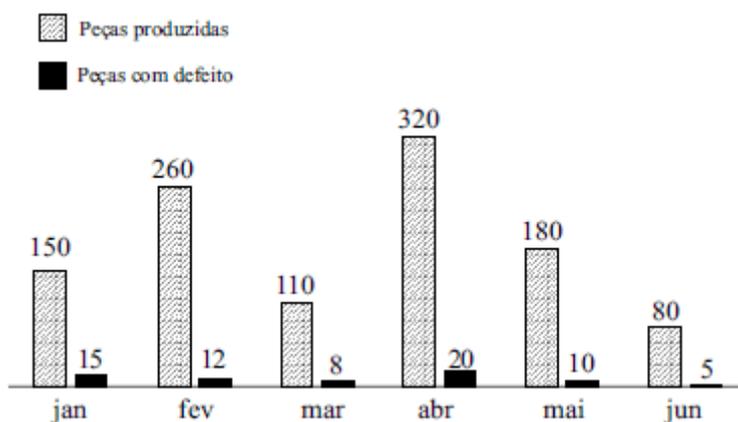


Considerando o gráfico acima, que compara as exportações de soja nos seis primeiros meses de 2001 e de 2002, julgue o item a seguir.

Considerando o valor total dos meses de maio e junho de 2002, as exportações de soja caíram entre 38% e 42% em comparação com o mesmo período de 2001.

### 03. (VUNESP / PROCON SP - 2013)

O gráfico a seguir mostra respectivamente o número de peças produzidas e o número de peças com defeito fabricadas por uma indústria durante o período de janeiro a junho deste ano.

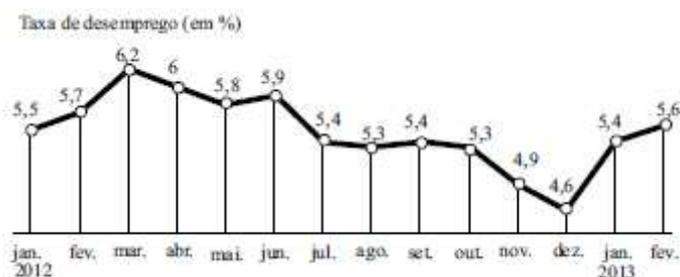


Nesse período, o número de peças produzidas sem defeito foi

- a) 990.
- b) 1 000.
- c) 1 010.
- d) 1 020.
- e) 1 030.

#### 04. (VUNESP / Câmara Municipal de SC - 2013)

O gráfico mostra a evolução do desemprego em certo país, em termos percentuais, ao longo tempo.



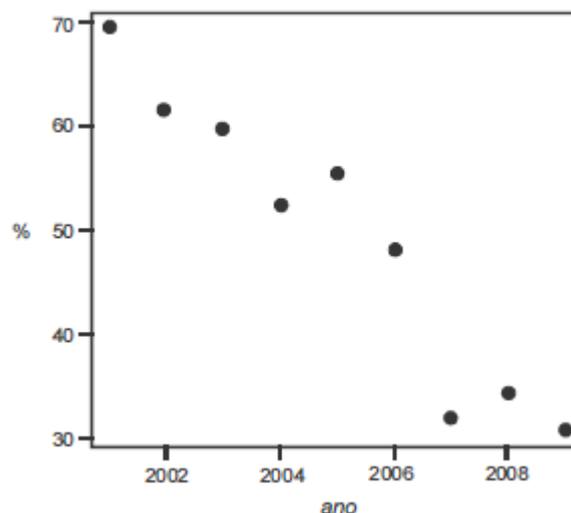
Se, de janeiro de 2013 para fevereiro de 2013, entraram 10 mil pessoas para a lista de desempregados, o número total de desempregados na ocasião era de

- a) 50 mil.
- b) 200 mil.



- c) 500 mil.
- d) 2 milhões.
- e) 5 milhões.

### 05. CESPE / DEPEN - 2015



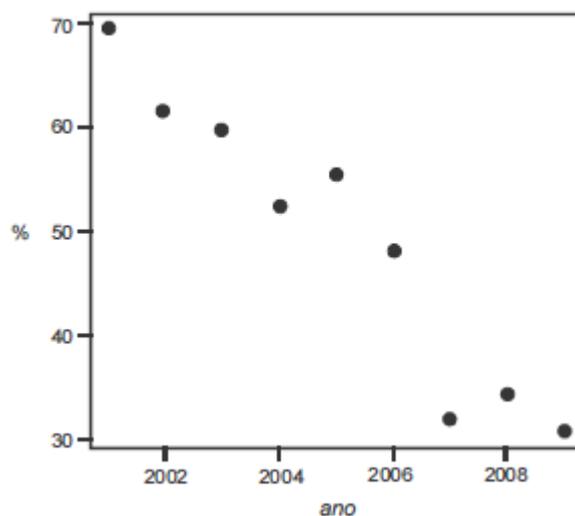
Dado que a participação dos presidiários em cursos de qualificação profissional é um aspecto importante para a reintegração do egresso do sistema prisional à sociedade, foram realizados levantamentos estatísticos, nos anos de 2001 a 2009, a respeito do valor da educação e do trabalho em ambientes prisionais. Cada um desses levantamentos, cujos resultados são apresentados no gráfico, produziu uma estimativa anual do percentual P de indivíduos que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração, mas que não receberam o diploma por motivos diversos. Em 2001, 69,4% dos presidiários que participaram de um curso de qualificação profissional não receberam o diploma. No ano seguinte, 2002, esse percentual foi reduzido para 61,5%, caindo, em 2009, para 30,9%.

A partir das informações e do gráfico apresentados, julgue o item que se segue.

Os dados apresentados são suficientes para que se possa afirmar que o total de presidiários que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração e que não receberam o diploma em 2008 foi superior ao total referente ao ano de 2007.

## DADOS AGRUPADOS POR VALOR

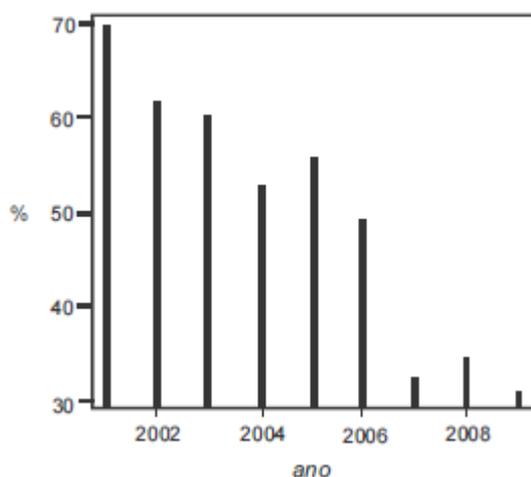
### 06. CESPE / DEPEN - 2015



Dado que a participação dos presidiários em cursos de qualificação profissional é um aspecto importante para a reintegração do egresso do sistema prisional à sociedade, foram realizados levantamentos estatísticos, nos anos de 2001 a 2009, a respeito do valor da educação e do trabalho em ambientes prisionais. Cada um desses levantamentos, cujos resultados são apresentados no gráfico, produziu uma estimativa anual do percentual P de indivíduos que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração, mas que não receberam o diploma por motivos diversos. Em 2001, 69,4% dos presidiários que participaram de um curso de qualificação profissional não receberam o diploma. No ano seguinte, 2002, esse percentual foi reduzido para 61,5%, caindo, em 2009, para 30,9%.

A partir das informações e do gráfico apresentados, julgue o item que se segue.

Se os percentuais forem representados por barras verticais, conforme o gráfico a seguir, então o resultado será denominado histograma.



### 07. (CESPE / SEFAZ AL -2002)

Julgue o seguinte item.

Em uma distribuição de frequências para um conjunto de  $n$  indivíduos, pode-se calcular as frequências relativas, dividindo-se cada frequência absoluta pela amplitude da correspondente classe ou do intervalo.

### 08. (FCC / MPU -2007)

Uma empresa procurou estudar a ocorrência de acidentes com seus empregados e realizou um levantamento por um período de 36 meses. As informações apuradas estão na tabela a seguir:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

A porcentagem de meses em que houve menos de 5 empregados acidentados é

- a) 50%
- b) 45%
- c) 35%
- d) 33%
- e) 30%

**09. (SMA-RJ (antiga FJG) / Pref RJ - 2002)**

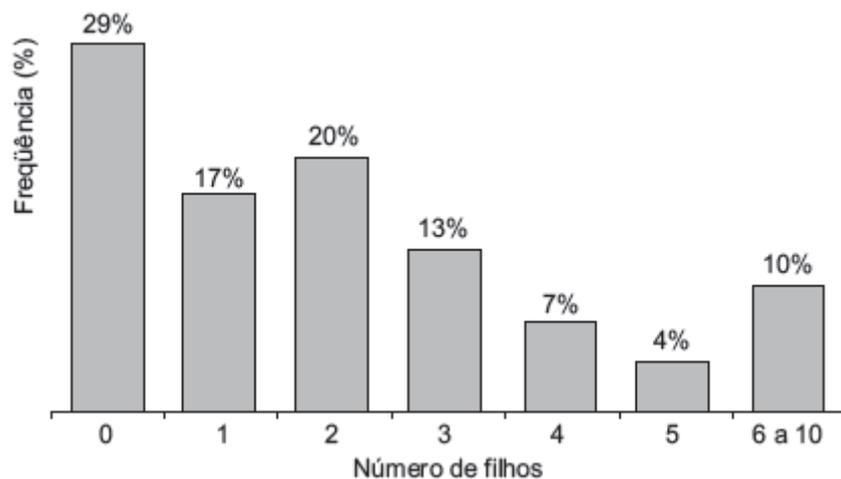
Uma amostra aleatória de 10 empresas, que empregam um total de 4000 pessoas, apresentou 200 acidentes de trabalho em 2002. A frequência relativa dos acidentes de trabalho em 2002 é de:

- a) 0,02
- b) 0,03
- c) 0,04
- d) 0,05

**10. (CESGRANRIO / BNDES - 2008)**

O gráfico a seguir mostra, em percentuais, a distribuição do número de mulheres de 15 anos ou mais de idade, segundo o número de filhos, no Brasil.





IBGE - Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios - 2006 (adaptado)

Selecionando-se aleatoriamente um filho dessa população, a probabilidade de que ele seja filho único é, aproximadamente,

- a)  $17/55$
- b)  $17/71$
- c)  $17/100$
- d)  $17/224$
- e)  $17/1000$

### 11. (ESAF / MINISTÉRIO DA FAZENDA - 2013)

Taxas de Escolarização Bruta e Líquida na faixa etária de 7 a 14 anos Brasil e Regiões – 1991 e 1996



Região/Ano	População de 7 a 14 anos	Matrícula no Ensino Fundamental Total	Taxa Escolarização Bruta %	Matrícula no Ensino Fundamental 7 a 14 anos	Taxa de Escolarização Líquida %
Brasil					
1991	27.611.580	29.203.724	105,8	23.777.428	86,1
1996	28.525.815	33.131.270	116,1	25.909.860	90,8
Norte					
1991	2.248.157	2.246.339	99,9	1.780.876	79,2
1996	2.417.649	2.820.531	116,7	2.171.209	89,8
Nordeste					
1991	9.010.532	8.650.474	96,0	6.528.914	72,5
1996	9.180.333	10.475.469	114,1	7.601.089	82,8
Sudeste					
1991	10.737.330	11.965.480	111,4	10.185.214	94,9
1996	11.127.665	12.958.674	116,5	10.558.852	94,9
Sul					
1991	3.811.860	4.201.369	110,2	3.589.194	94,2
1996	3.899.007	4.475.774	114,8	3.773.730	96,8
Centro-Oeste					
1991	1.803.701	2.140.062	118,6	1.693.230	93,4
1996	1.901.161	2.400.822	126,3	1.804.980	94,9

Fontes: MEC/INEP/SEEC e IBGE

Analise a tabela acima e julgue os itens a seguir. Ao final, assinale a opção correta.

I. considerando-se o número de crianças de 7 a 14 anos matriculadas no ensino fundamental, o índice de atendimento dessa faixa etária (taxa de escolarização líquida) aumentou de 86% para cerca de 91% entre 1991 e 1996.

II. as diferenças regionais estão diminuindo, pois nas regiões Norte e Nordeste a taxa de escolarização líquida passou a 90%, portanto aproximando-se da média nacional.

III. se considerarmos o número de crianças de 7 a 14 anos efetivamente matriculadas, a taxa de atendimento está muito próxima de uma universalização real do atendimento em todas as regiões brasileiras.



IV. o número total de matrículas no ensino fundamental, na maioria das situações, é superior à população de crianças de 7 a 14 anos.

- a) Somente I e II são corretas.
- b) Somente II e III são corretas.
- c) Somente I e IV são corretas.
- d) Somente III e IV são corretas.
- e) Somente II, III e IV são corretas.

**12. (CESPE / BANCO CENTRAL – 2013)**

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.

A distribuição de frequência acumulada para tempo de armazenagem observado na amostra inferior a 8 minutos é igual a 13,0 que corresponde a uma frequência relativa superior a 0,60.

**13. (VUNESP / TJ SP – 2015)**

A distribuição de salários de uma empresa com 30 funcionários é dada na tabela seguinte



Salários (em salários mínimos)	Funcionários
1,8	10
2,5	8
3,0	5
5,0	4
8,0	2
15,0	1

Pode-se concluir que

- a) o total da folha de pagamentos é de 35,3 salários.
- b) 60% dos trabalhadores ganham mais ou igual a 3 salários.
- c) 10% dos trabalhadores ganham mais de 10 salários.
- d) 20% dos trabalhadores detêm mais de 40% da renda total.
- e) 60% dos trabalhadores detêm menos de 30% da renda total.

#### 14. (CESPE / DEPEN – 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário —



registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

No ano considerado, a quantidade média de detentos por 100 mil habitantes na região Nordeste foi superior ao número médio de detentos por 100 mil habitantes na região Centro-oeste.

### 15. (CESPE / DEPEN – 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

O déficit relativo de vagas observado na região Sudeste, em 2013, foi superior ao déficit relativo de vagas registrado na região Centro-oeste no mesmo período.



## 16. (CESPE / DEPEN – 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

A quantidade total de vagas existentes no sistema penitenciário brasileiro em 2013 era de 340 mil vagas.

## 17. (CESPE / DEPEN – 2015)



região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.

### 18. (VUNESP / TJM SP - 2017)

A tabela apresenta o número de acertos dos 600 candidatos que realizaram a prova da segunda fase de um concurso, que continha 5 questões de múltipla escolha.



Número de acertos	Número de candidatos
5	204
4	132
3	96
2	78
1	66
0	24

Analisando-se as informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

- a) mais da metade dos candidatos acertou menos de 50% da prova.
- b) menos da metade dos candidatos acertou mais de 50% da prova.
- c) exatamente 168 candidatos acertaram, no mínimo, 2 questões.
- d) 264 candidatos acertaram, no máximo, 3 questões.
- e) 132 candidatos acertaram a questão de número 4.

### 19. (VUNESP / Instituto de Previdência do Servidor Municipal de SJC – 2018)

A tabela apresenta o número de acertos de 100 candidatos a uma vaga de emprego, em uma avaliação contendo 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
0	4
1	11
2	13
3	16
4	22
5	34

Com base nas informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

- a) 22 candidatos acertaram a questão de número 4.

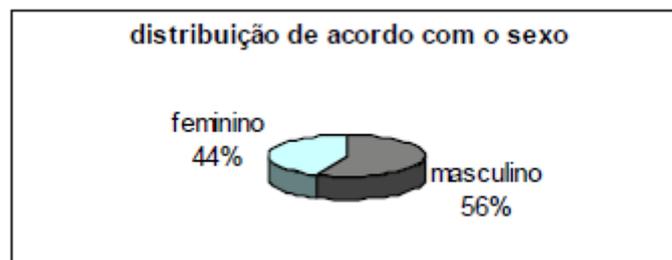


- b) menos da metade dos candidatos acertaram mais da metade das questões.
- c) 28 candidatos acertaram, no máximo, duas questões.
- d) mais da metade dos candidatos acertaram menos da metade das questões.
- e) 15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão.

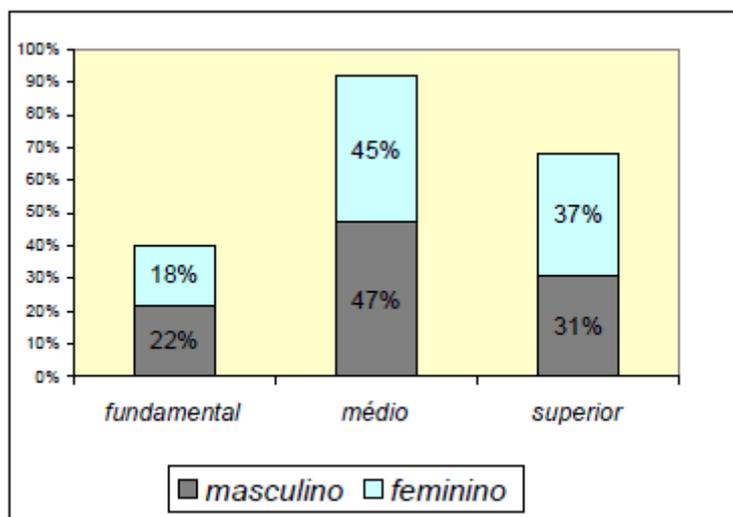
## FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS POR VALOR

### 20. (NCE e FUJB (UFRJ) / SEFAZ AM - 2005)

O gráfico a seguir mostra a distribuição percentual dos trabalhadores de uma certa empresa de acordo com o sexo:



Nessa empresa, a distribuição dos trabalhadores em relação a seu nível de instrução é apresentada a seguir:



Em relação aos trabalhadores dessa empresa, observe as afirmativas a seguir:

I - Há mais homens com instrução de nível médio do que mulheres com esse mesmo nível de instrução.

II - 33,64% dos trabalhadores têm instrução de nível superior.

III - As mulheres tendem a ter nível de instrução ligeiramente superior ao dos homens.

A(s) afirmativa(s) correta(s) é/são somente:

- a) I;
- b) I, II;
- c) I, III;
- d) II, III;
- e) I, II, III.

## 21. (NCE e FUJB (UFRJ) / SECRETARIA DO ESTADO DA FAZENDA DE MG - 2007)

O gráfico a seguir refere-se à questão.





Numa pesquisa, os funcionários de uma empresa responderam sobre o número de horas semanais dedicadas à prática de atividades físicas. O gráfico acima indica as respostas obtidas. A porcentagem de funcionários pesquisados que praticam pelo menos três horas semanais de atividades físicas é:

- a) 20%;
- b) 24%;
- c) 38%;
- d) 40%;
- e) 76%.

## 22. (FEPESE / SECRETARIA DE ESTADO DA FAZENDA DE SC - 2010)

Observe a tabela a seguir com as frequências e percentuais do tipo de empresa atuante em um município:

Tipo de empresa	Frequências	Percentuais
Indústria	200	10,00%
Comércio	1200	60,00%
Serviços	600	30,00%
Total	2000	100,00%

Fonte: dados fictícios

Se houvesse interesse em representar a tabela acima de uma forma gráfica, qual seria o gráfico mais apropriado?



- a) Histograma.
- b) Gráfico em setores.
- c) Diagrama em caixas.
- d) Diagrama de pontos.
- e) Diagrama de dispersão.

### 23. (CESPE / TRE ES - 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

Internet: <www.tse.gov > (com adaptações).

Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

Considerando-se a representação das quantidades de eleitos para cada cargo em um gráfico de pizza, a fatia desse gráfico correspondente ao cargo de deputado federal terá ângulo superior a  $120^\circ$ .

### 24. (CESGRANRIO / BNDES - 2008)

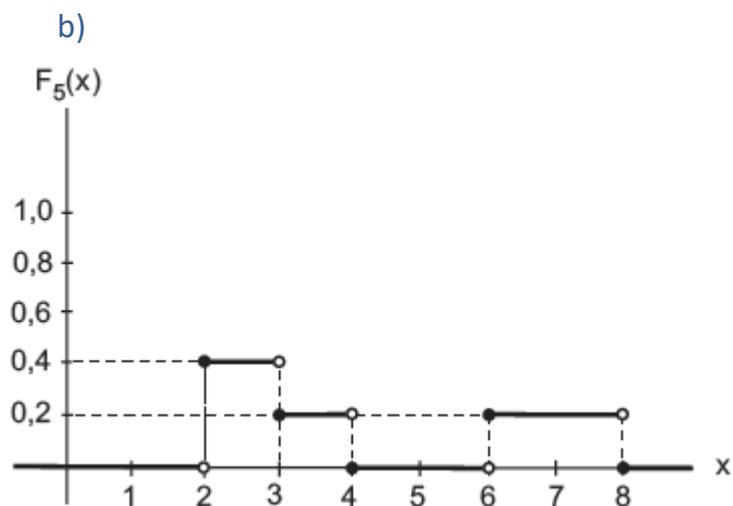
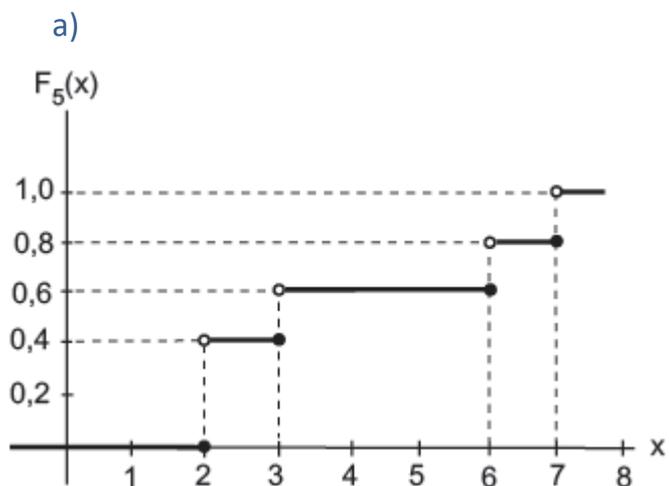
Considere os dados a seguir para responder à questão.



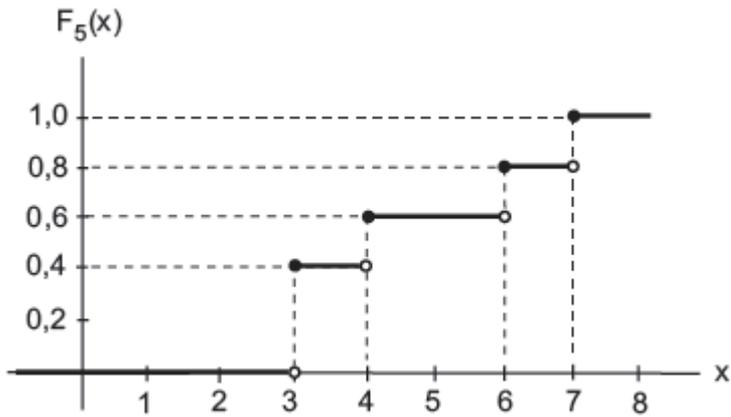
Em uma amostra de cinco residências de uma determinada rua, registram-se os seguintes números de moradores em cada uma:

Casa A	Casa B	Casa C	Casa D	Casa E
3	6	2	7	2

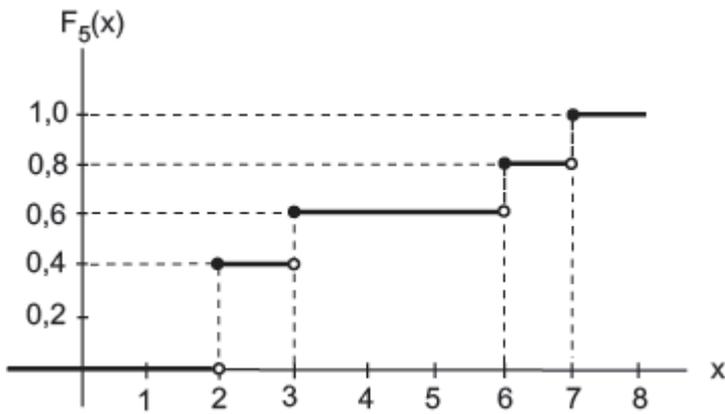
Seja  $X$  a variável que corresponde ao número de moradores em cada uma das 5 residências. Qual o gráfico da função de distribuição acumulada de  $X$  ?



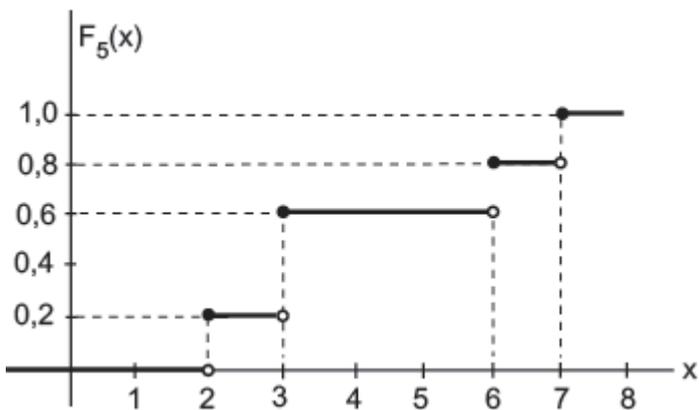
c)



d)



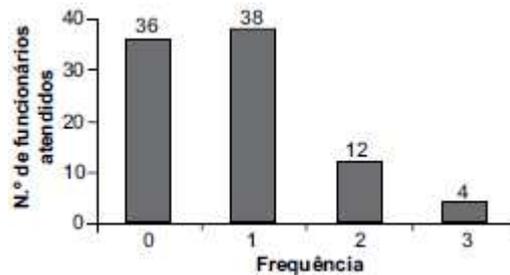
e)



25. (VUNESP / PROCON SP - 2013)



O gráfico mostra o levantamento feito por uma empresa do número de vezes (frequência) com que seus funcionários foram atendidos na enfermaria em um determinado mês.



Sabendo que o gráfico representa o total de funcionários da empresa, pode-se concluir que a porcentagem de funcionários dessa empresa atendidos pelo menos uma vez nesse mês foi de

- a) 45%.
- b) 50%.
- c) 55%.
- d) 60%.
- e) 65%.

## 26. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

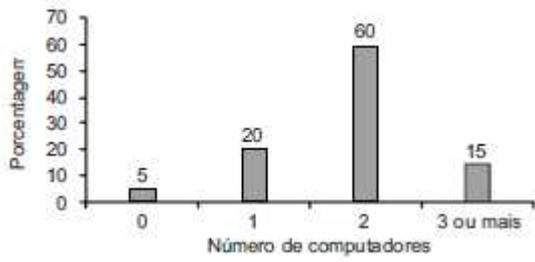
A tabela mostra o resultado de uma pesquisa feita com 160 pessoas sobre o número de computadores que possuem em casa.

Número de computadores	Número de pessoas
0	8
1	24
2	96
3 ou mais	32

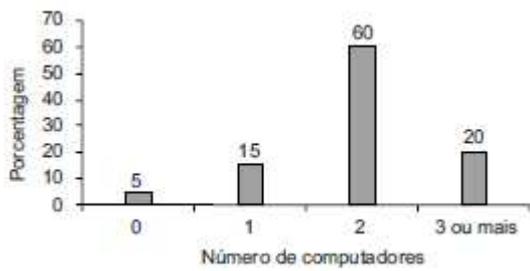
O gráfico que representa essa tabela, em porcentagem, é:



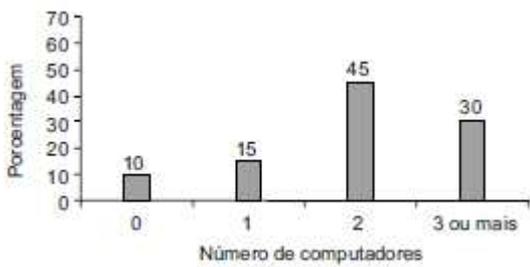
a)



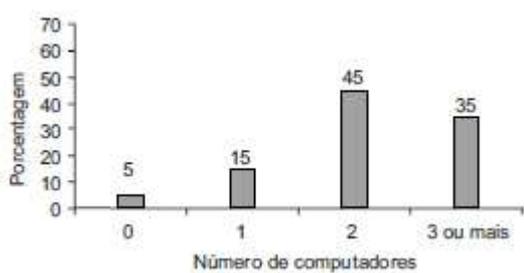
b)



c)

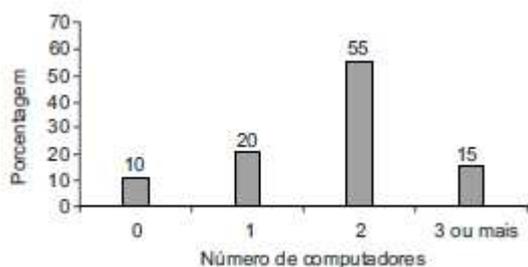


d)



e)





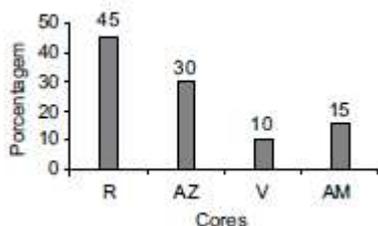
### 27. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

Foi feito um levantamento com 120 crianças sobre a cor preferida de cada uma delas, e os resultados foram colocados na seguinte tabela:

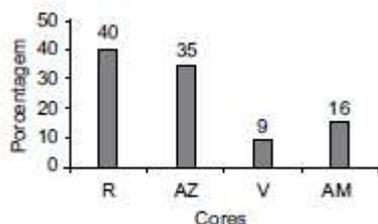
Cor Preferida	Número de crianças
Rosa (R)	48
Azul (AZ)	42
Verde (V)	12
Amarelo (AM)	18

Sabendo que cada criança escolheu uma só cor de sua preferência, então, o gráfico que representa essas informações, em porcentagem, é:

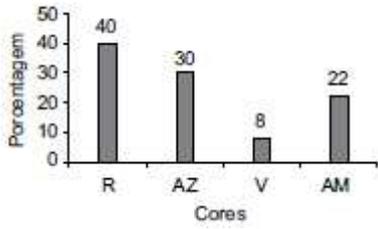
a.



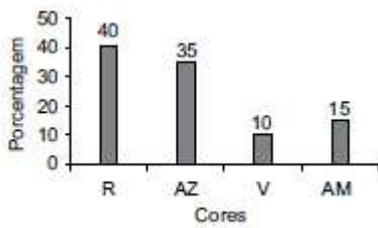
b.



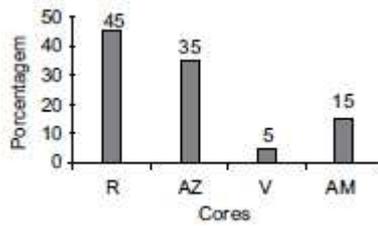
c.



d.



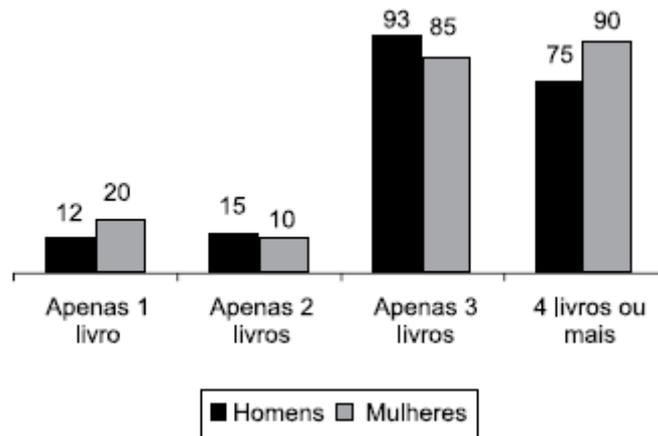
e.



## 28. (VUNESP / TJ PA – 2014)

Considere o gráfico com informações sobre os números de livros lidos pelos 400 funcionários de uma empresa, no último ano.





Com base nas informações do gráfico, é correto afirmar que

- há funcionários que não leram livro algum.
- a média de livros lidos pelas mulheres, em um ano, é igual a 3,19 livros.
- o número de mulheres que leram 5 livros é maior que o número de homens que também leram 5 livros.
- a razão entre o número de homens e o número de mulheres que leram 3 ou mais livros é  $\left(\frac{93}{85}\right)$ .
- o número de funcionários que leram apenas dois livros corresponde a 6,25% do número total de funcionários.

## 29. (FUNDATEC / Banco Regional de Desenvolvimento do Extremo Sul – BRDE - 2015)

Assinale a alternativa que representa a nomenclatura dos três gráficos abaixo, respectivamente.

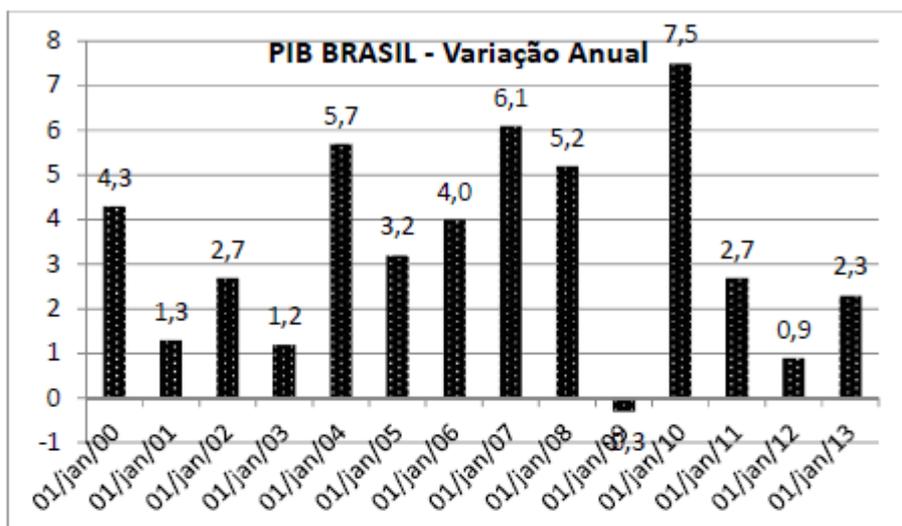


GRÁFICO 1

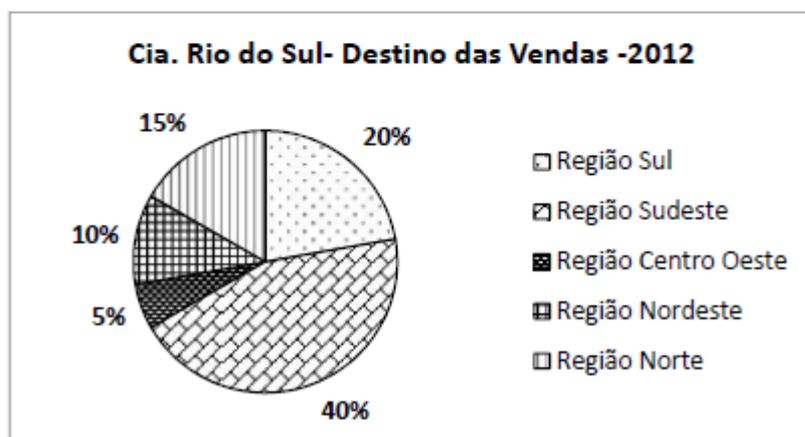


GRÁFICO 2

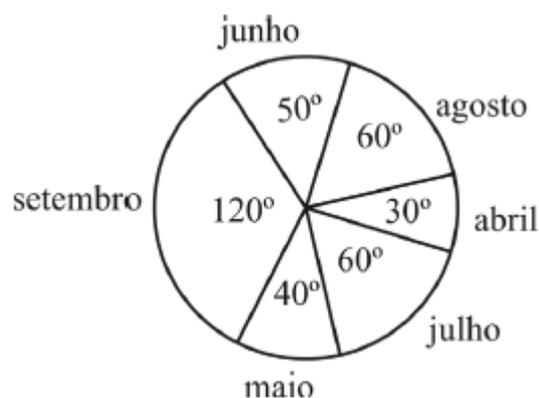


GRÁFICO 3

- a) Gráfico de Setores – Gráfico de Barras – Gráfico de Linha.
- b) Gráfico de Pareto – Gráfico de Pizza – Gráfico de Tendência.
- c) Gráfico de Barras – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.
- d) Gráfico de Linhas – Gráfico de Pizza – Gráfico de Barras.
- e) Gráfico de Tendência – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.

### 30. (CESPE / CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DE ALAGOAS - 2017)

O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.

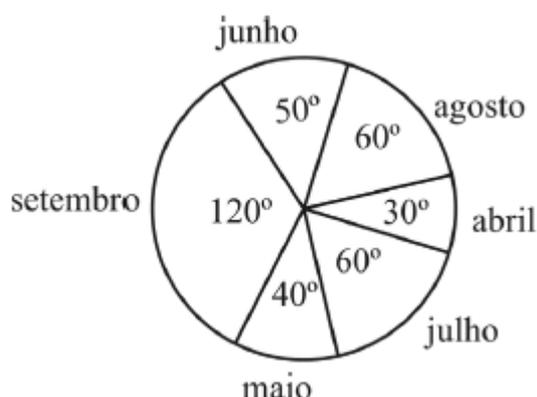


Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

A frequência relativa à classe “incêndios no mês de setembro” é superior a 30%.

### 31. (CESPE / CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DE ALAGOAS - 2017)

O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.



Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

Nos meses de maio e junho ocorreram mais de 400 incêndios nessa região.

## DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

### 32. (CESPE / SEFAZ MT – 2004)

Considere a seguinte situação hipotética.

Um órgão do governo recebeu pela Internet denúncias de sonegação de impostos estaduais contra 600 pequenas empresas. Denúncias contra outras 200 pequenas empresas foram encaminhadas pessoalmente para esse órgão. Para a apuração das denúncias, foram realizadas auditorias nas 800 empresas denunciadas. Como resultado dessas auditorias, foi elaborada a tabela abaixo, que apresenta um quadro das empresas denunciadas e os correspondentes débitos fiscais ao governo. Das empresas denunciadas, observou-se que apenas 430 tinham débitos fiscais.

forma de recebimento da denúncia	valor do débito fiscal (VDF), em R\$ mil, apurado após auditoria na empresa denunciada				total
	$0 < \text{VDF} < 1$	$1 \cdot \text{VDF} < 2$	$2 \cdot \text{VDF} < 3$	$3 \cdot \text{VDF} < 4$	
pela Internet	60	100	50	30	240
pessoalmente	20	120	40	10	190
total	80	220	90	40	430*

Nota: \*Para as demais empresas, VDF = 0.

Com base na situação hipotética acima e de acordo com as informações apresentadas, julgue o item que se segue.

O valor total dos débitos fiscais apurados após as auditorias feitas nas empresas denunciadas é inferior a R\$ 500 mil.

### 33. (FEPESE / SECRETARIA DE ESTADO DA FAZENDA DE SC - 1998)

A tabela abaixo mostra a distribuição de frequência dos salários mensais, em reais, de 95 funcionários da empresa TUDO TOPA LTDA.

Salários(em reais)	Número de funcionários
3.000 a 3.999	12
4.000 a 4.999	10
5.000 a 5.999	20
6.000 a 6.999	18
7.000 a 7.999	15
8.000 a 8.999	10
9.000 a 9.999	06
10.000 a 10.999	04



Em relação a essa tabela, a porcentagem de funcionários que ganham menos de R\$ 7.000,00 é de:

- a) 21,1%
- b) 15,7%
- c) 36,9%
- d) 63,1%
- e) 78,9%

**34. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)**

A distribuição dos 500 preços unitários de um equipamento é representada por um histograma em que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe e no eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequências, em (R\$)-1. Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe no histograma apresenta uma amplitude de R\$ 2,50 com uma densidade de frequência igual a 0,096. A quantidade de preços unitários referente a este intervalo é

- a) 96.
- b) 120.
- c) 144.
- d) 150.
- e) 192.

**35. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)**

A função de distribuição empírica abaixo,  $F_{200}(x)$ , refere-se a uma pesquisa realizada em 200 residências, escolhidas aleatoriamente, em que  $x$  é o número verificado de pessoas que trabalham em cada residência.



$$F_{200}(x) = \begin{cases} 0,00 & \text{se } x < 0 \\ 0,10 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0,40 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0,65 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0,85 & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 0,95 & \text{se } 4 \leq x < 5 \\ 1,00 & \text{se } x \geq 5 \end{cases}$$

O número de residências desta pesquisa em que se verificou possuir pelo menos uma pessoa que trabalha e menos que 4 é

- a) 150.
- b) 160.
- c) 170.
- d) 180.
- e) 190.

### 36. (FGV / ASSEMBLEIA LEGISLATIVA DA BAHIA (ALBA)- 2014)

Observe a tabela de frequências a seguir, que se refere aos saldos em conta, num determinado dia, de duzentas contas-correntes:

Saldos em conta (R\$)	Frequência
Até 100,00	8
De mais de 100,00 a 300,00	28
De mais de 300,00 a 500,00	46
De mais de 500,00 a 700,00	54
De mais de 700,00 a 900,00	44
De mais de 900,00 a 1.100,00	13
De mais de 1.100,00 a 1.300,00	6
Acima de 1.300,00	1

A frequência relativa acumulada de saldos em R\$ 900,00 é igual a

- a) 22%.



- b) 36%.
- c) 54%.
- d) 90%.
- e) 97%.

**37. (CESGRANRIO / IBGE - 2014)**

Um grupo formado por 1200 alunos fez uma prova, e as notas obtidas foram dispostas sobre uma escala que vai de 100 a 500. A Tabela abaixo mostra, em números aproximados, a distribuição do percentual acumulado acima das notas indicadas.

<b>DISTRIBUIÇÃO DO PERCENTUAL ACUMULADO ACIMA DAS NOTAS</b>											
Notas	> 125	> 150	> 175	> 200	> 225	> 250	> 275	> 300	> 325	> 350	> 375
Percentual de alunos	99,9%	99,7%	98,0%	93,2%	82,6%	64,3%	39,3%	18,6%	6,3%	1,7%	0,3%

O número de alunos, com notas maiores que 225 e menores ou iguais a 250, é mais próximo de

- a) 980
- b) 881
- c) 319
- d) 220
- e) 183

**38. (FCC / TRT 3ª Região - 2015)**

Em um histograma representando os preços unitários de microcomputadores em estoque, observa-se que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe em R\$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em (R\$)<sup>-1</sup>. Densidade de frequência de um intervalo de classe é o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um determinado intervalo de classe com amplitude igual a R\$ 2.500,00 apresenta uma densidade de frequência, em (R\$)<sup>-1</sup>, igual a  $12,8 \times 10^{-5}$ . Se o número de microcomputadores deste intervalo é igual a 48, então o número total de microcomputadores em estoque é igual a



- a) 150.
- b) 120.
- c) 240.
- d) 160.
- e) 96.

**39. (FCC / TRT 20ª Região - 2016)**

Um gráfico corresponde a um histograma apresentando a distribuição dos salários dos funcionários lotados em um determinado órgão público. No eixo das abscissas constam os intervalos de classe (fechados à esquerda e abertos à direita) dos salários em R\$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em  $(R\$)^{-1}$ . Densidade de frequência de um intervalo é definida como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Se 135 funcionários ganham salários com valores pertencentes ao intervalo  $[3.000, 6.000)$  com uma densidade de frequência de  $1 \times 10^{-4} (R\$)^{-1}$ , então o número de funcionários que ganham salários com valores pertencentes ao intervalo  $[6.000, 8.000)$  com uma densidade de frequência de  $2 \times 10^{-4} (R\$)^{-1}$  é igual a

- a) 300
- b) 180
- c) 270
- d) 150
- e) 90

**40. (FCC / Agência Reguladora de Serviços Públicos Delegados de Transporte do Estado de São Paulo (ARTESP) - 2017)**

Foi solicitado para uma empresa de transportes que fizesse um levantamento da idade da frota dos seus caminhões que operavam em um trecho de rodovia com tráfego intenso. O gerente da empresa entregou a seguinte tabela:

Caminhão	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
Idade (anos)	15	20	5	2	3	3	17	23	16	8	6	9	14



**Caminhão N O P Q R S T U V W X Y**  
Idade (anos) 10 10 6 8 2 4 18 5 9 11 26 14

De posse deste levantamento, a analista de operações da autarquia solicitante organizou uma distribuição de frequência para organizar melhor os dados para serem analisados. Sendo assim, em um primeiro momento, fez-se necessário encontrar o número de intervalos (K) e a classe (C), que são expressos, respectivamente, por

- a) 5 e 4,80.
- b) 5 e 5,20.
- c) 6 e 4,80.
- d) 6 e 5,20.
- e) 4 e 5.

**41. (INSTITUTO MAIS / CÂMARA MUNICIPAL DE OSASCO - 2016)**

Observe a tabela abaixo.

Salários em R\$	Fi	Far.
1000 a 1070	3	3
1071 a 1150	5	8
1151 a 1220	14	22
1221 a 1300	6	28
1301 a 1370	8	36
1371 a 1450	2	38

Considere estar se falando de salários e frequência de pessoal. isto posto, é correto ,afirmar que recebem R\$ 1221 a RS 1450.

- a) 16 funcionários.
- b) 36 funcionários.
- c) 38 funcionários.
- d) 102 funcionários.



## FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

### 42. (CESPE / TER ES – 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

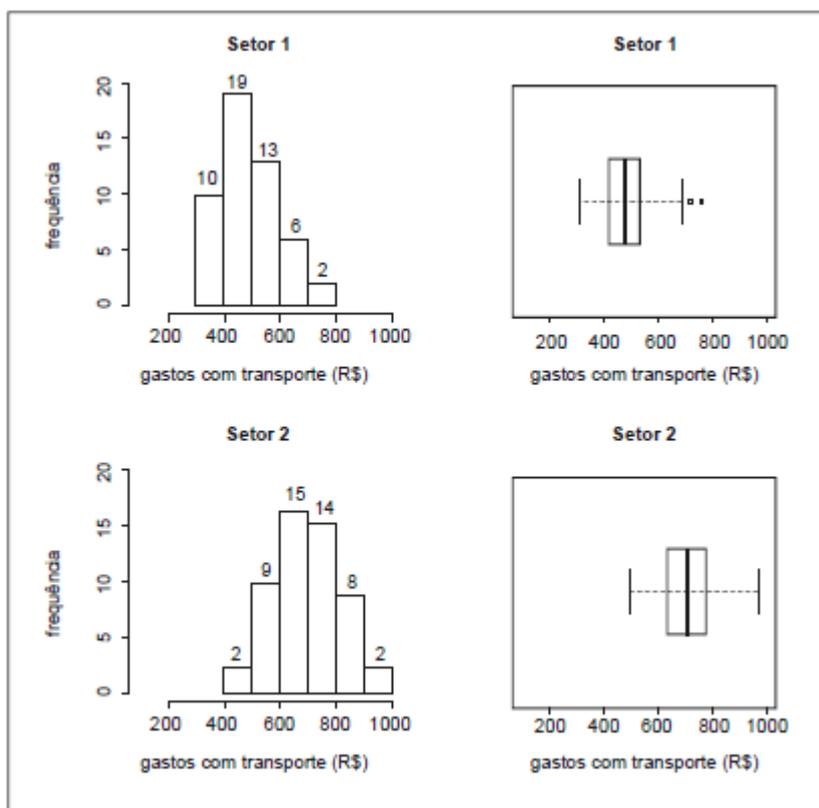
Internet: <[www.tse.gov](http://www.tse.gov)> (com adaptações).

Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

O histograma é a representação gráfica ideal para a distribuição de frequências do número de candidatos aptos segundo o cargo pretendido.

### 43. (CESPE / CÂMARA DOS DEPUTADOS DE BRASÍLIA - 2012)





Para avaliar os gastos com transporte de determinada diretoria, um analista coletou amostras de despesas com transportes (em R\$) registradas por servidores dos setores 1 e 2. Para cada setor, a amostra é constituída por 50 registros. Essas amostras foram organizadas graficamente, e os resultados são mostrados na figura acima. Nesta figura, as frequências absolutas estão indicadas nos histogramas correspondentes. Os dados foram os seguintes:

**Setor 1**

308,73	311,80	358,33	359,89	371,53	379,82
383,76	388,66	391,53	394,65	414,60	416,38
418,34	419,42	427,85	428,58	432,06	436,61
442,49	450,53	450,98	452,35	471,70	473,11
476,76	481,46	484,89	490,07	499,87	500,52
502,06	513,80	514,39	521,96	522,18	526,42
528,76	531,53	547,91	572,66	591,43	596,99
609,44	632,15	639,71	677,48	683,76	688,76



723,79 767,53

## Setor 2

488,37	493,73	547,72	552,66	567,94	571,49
572,26	582,00	583,63	594,77	598,46	619,25
624,20	631,03	634,51	637,21	655,70	657,56
663,81	670,12	671,90	673,78	684,69	685,98
693,35	698,58	708,78	719,80	721,16	734,84
735,94	746,34	754,83	756,10	756,96	760,80
762,29	766,24	770,11	797,73	804,06	805,97
807,29	832,83	844,00	866,77	878,27	897,09
943,10	963,25				

Considerando essas informações, julgue o item.

Na amostra do setor 2, a frequência relativa das despesas entre R\$ 700,00 e R\$ 799,99 é superior a 20%.

### 44. (FCC / TRT 1ª Região - 2011)

Um histograma representa a distribuição dos preços unitários de venda de um determinado equipamento no mercado. No eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequência para cada intervalo em  $(R\$)^{-1}$ . Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o quociente da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe do histograma corresponde aos preços unitários maiores ou iguais a R\$ 32,00 e inferiores a R\$ 44,50 com uma densidade de frequência igual a  $1,6 \times 10^{-2} (R\$)^{-1}$ . Se todos os intervalos de classe do histograma têm a mesma frequência relativa, então um intervalo de classe com densidade de frequência igual a  $5,0 \times 10^{-3} (R\$)^{-1}$  apresenta uma amplitude de

- a) R\$ 64,00.
- b) R\$ 48,00.



- c) R\$ 40,00.
- d) R\$ 32,00.
- e) R\$ 24,00.

**45. (FCC / SERGAS - 2013)**

Acerca das Representações Gráficas, considere:

I. Histograma é um gráfico que apresenta a distribuição de frequências de uma variável por meio de retângulos justapostos, feitos sobre as classes dessa variável, sendo que a área de cada retângulo é proporcional à frequência observada da correspondente classe.

II. O gráfico de setores não é adequado para representar variáveis quantitativas.

III. O gráfico de colunas contrapostas (ou opostas) não é adequado para representar variáveis quantitativas contínuas.

Está correto o que consta APENAS em

- a) I.
- b) III.
- c) I e II.
- d) I e III.
- e) II e III.

**46. (CESPE / Banco Central do Brasil - 2013)**

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.



Com base nesses dados, julgue o próximo item.

É inviável a elaboração de um histograma em decorrência do fato de ser este um conjunto de dados quantitativos discretos; dessa forma, apenas por meio de um gráfico de barras pode ser realizada a representação gráfica.

**47. (VUNESP / TJ SP - 2015)**

Leia o texto a seguir para responder à questão.

Considere a tabela de distribuição de frequência seguinte, em que  $x_i$  é a variável estudada e  $f_i$  é a frequência absoluta dos dados.

$x_i$	$f_i$
30 — 35	4
35 — 40	12
40 — 45	10
45 — 50	8
50 — 55	6
TOTAL	40

Assinale a alternativa em que o histograma é o que melhor representa a distribuição de frequência da tabela.

a)



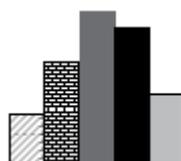
b)



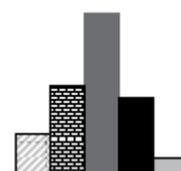
c)



d)



e)



#### 48. (CESGRANRIO / IBGE - 2014)

Observe as afirmações a seguir relativas a histograma e a gráfico de ramo e folha.

I - Histogramas serão mais úteis do que gráfico de ramo e folha para mostrar quaisquer observações que estejam bem afastadas da maioria dos dados, se os gráficos forem construídos com um número suficiente de intervalos de classe.

II - Se um gráfico de ramo e folha ou um histograma utilizar uma escala muito expandida, apresentará o comportamento de um gráfico de pontos, em vez de mostrar as densidades relativas dos dados.



III - Na construção de um modelo estatístico para o processo que descreve os dados, o histograma pode sugerir uma função matemática cuja curva se ajusta bem ao histograma.

Está correto APENAS o que se afirma em

- a) I
- b) II
- c) III
- d) I e III
- e) II e III

#### 49. (CESPE / DEPEN – 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

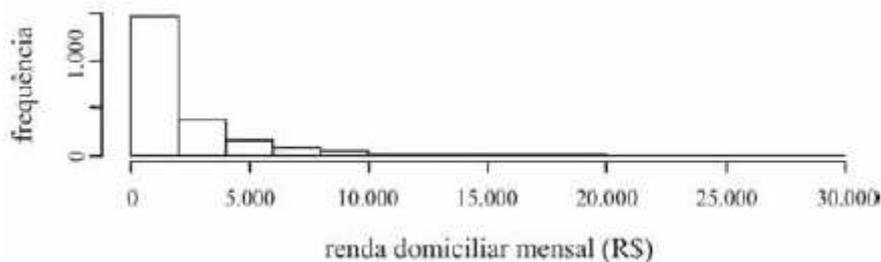
A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.



Na análise exploratória, o histograma é um gráfico adequado para descrever a distribuição da quantidade de detentos por região em 2013.

### 50. (CESPE / TELEBRAS - 2015)



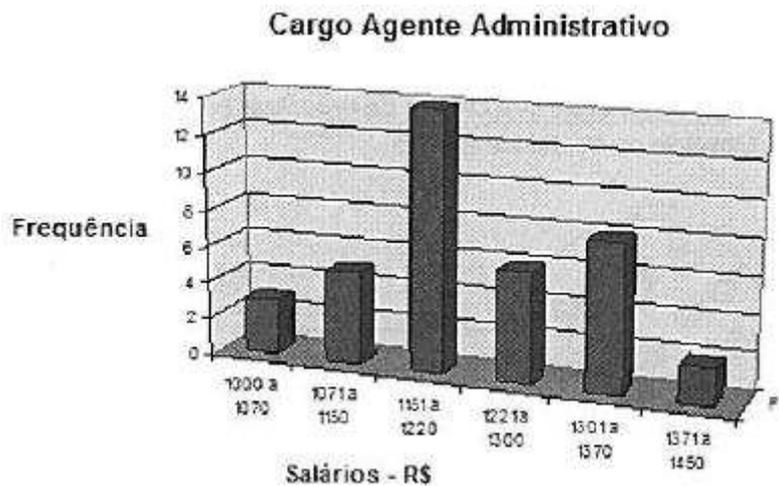
Uma empresa coletou e armazenou em um banco de dados diversas informações sobre seus clientes, entre as quais estavam o valor da última fatura vencida e o pagamento ou não dessa fatura. Analisando essas informações, a empresa concluiu que 15% de seus clientes estavam inadimplentes. A empresa recolheu ainda dados como a unidade da Federação (UF) e o CEP da localidade em que estão os clientes. Do conjunto de todos os clientes, uma amostra aleatória simples constituída por 2.175 indivíduos prestou também informações sobre sua renda domiciliar mensal, o que gerou o histograma apresentado.

Com base nessas informações e no histograma, julgue o item a seguir.

Se for elaborado um histograma com classes de larguras variáveis para representar a distribuição dos valores das últimas faturas vencidas, então a classe com maior altura no histograma será, necessariamente, aquela com maior frequência no banco de dados.

### 51. (INSTITUTO MAIS / Câmara Municipal de Osasco - 2016)

Observe o gráfico do pesquisa para responder à questão.

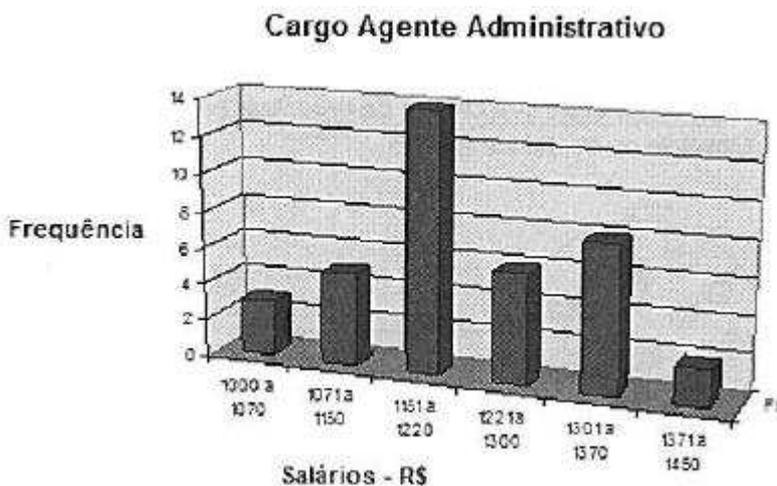


Pode-se concluir que, para o cargo de agente administrativo, das organizações pesquisadas a maior concentração de pessoas recebe salários entre

- a) R\$ 1000 e R\$ 1070.
- b) R\$ 1301 e R\$ 1370.
- c) R\$ 1151 e R\$ 1220.
- d) R\$ 1371 e R\$ 1450

**52. (INSTITUTO MAIS / Câmara Municipal de Osasco - 2016)**

Observe o gráfico da pesquisa para responder à questão.



Pode-se concluir, ainda, que para o cargo de agente administrativo. das organizações pesquisadas, o ponto médio da classe salarial, dos que recebem maiores e menores salários são, respectivamente,

- a) R\$ 1300,50 e RS 1035,00.
- b) R\$ 1271,50 e RS 1037,00.
- c) R\$1321,50 e RS 1055,00.
- d) R\$ 1410,50 e R\$ 1035,00.

## GABARITO DAS QUESTÕES

001: C	019: C	037: D
002: Certo	020: E	038: A
003: E	021: D	039: B
004: E	022: B	040: A
005: ERRADO.	023: errado	041: A
006: ERRADO.	024: D	042: errado.
007: : ERRADO	025: D	043: certo
008: : D	026: B	044: C
009: D	027: D	045: A
010: D	028: E	046: ERRADO
011: C	029: C	047: A
012: CERTO	030: CERTO.	048: E
013: D	031: ERRADO.	049: Errado
014: ERRADO.	032: errado	050: Errado
015: ERRADO.	033: D	051: D
016: CERTO.	034: B	052: C
017: CERTO	035: A	053: D
018: D	036: D	

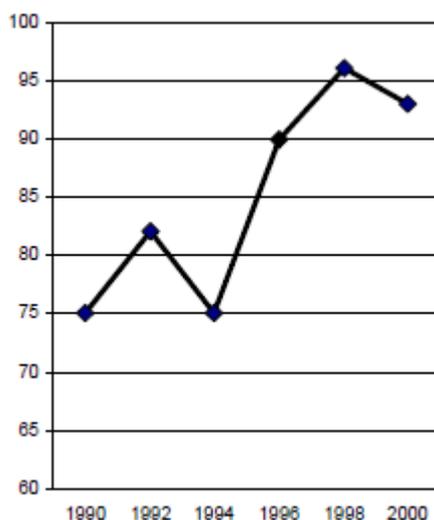


## RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES

### FORMAS NÃO AGRUPADAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS

#### 01. (NCE e FUJB (UFRJ) / Secretaria de Estado de Fazenda de MG – 2007)

A evolução da dívida (em milhões de reais) de um estado ao longo do período 1990--2000 é apresentada no gráfico abaixo:



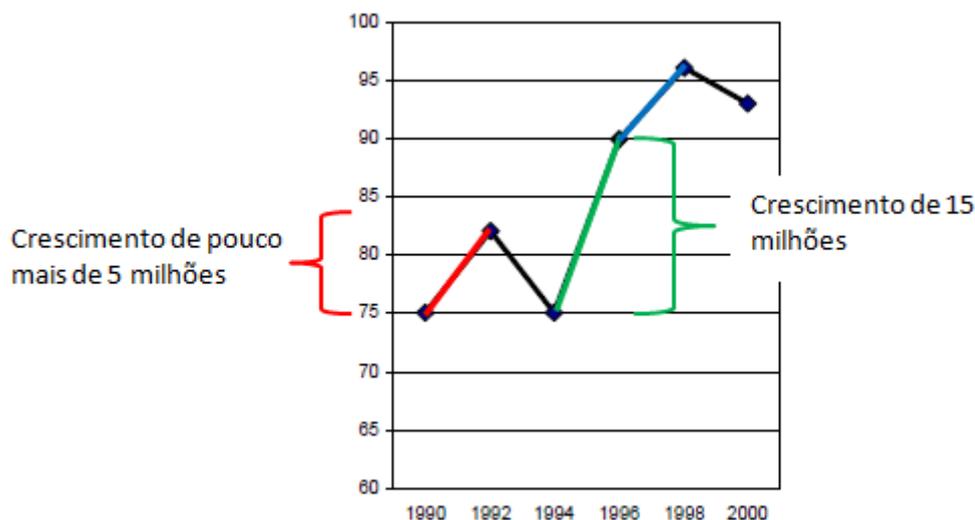
O período de maior crescimento da dívida foi:

- a) 1990--1992;
- b) 1992--1994;
- c) 1994--1996;
- d) 1996--1998;
- e) 1998--2000.

#### Comentários:

Destacamos algumas partes do gráfico na figura abaixo:





No período de 1990 a 1992 (em vermelho), tivemos um crescimento de pouco mais de 5 milhões de reais, pois a dívida aumentou de 75 milhões para pouco mais de 80 milhões.

No período seguinte, de 1992 a 1994 (em preto), a dívida caiu.

No período de 1994 a 1996 (em verde) o crescimento foi de 15 milhões de reais. Isso porque a dívida foi de 75 milhões para 90 milhões. Esse foi o período de maior acréscimo na dívida.

No período seguinte, 1996 a 1998 (em azul), o crescimento foi pouco maior que 5 milhões. Sequer preenchemos o gráfico, para não sobrecarregar a figura.

Finalmente, de 1998 a 2000 (em preto), tivemos nova queda da dívida.

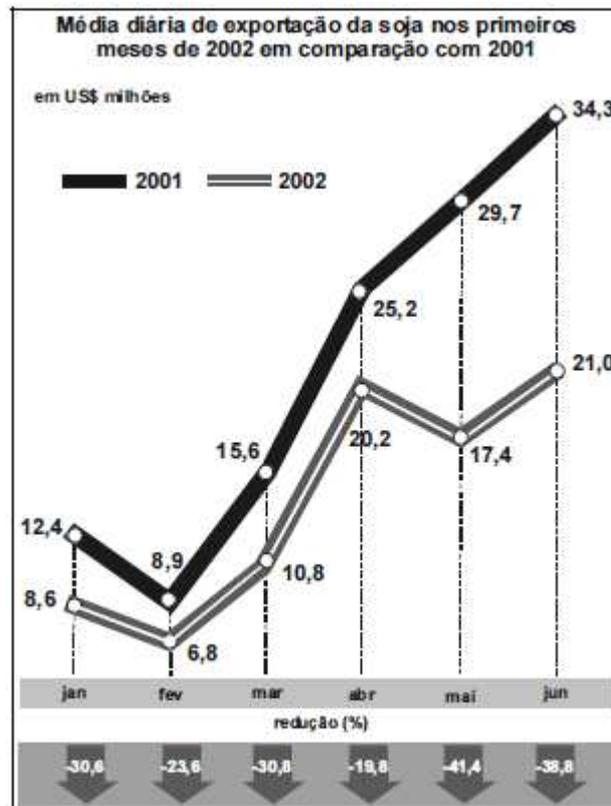
Assim, o maior crescimento ocorreu para o período de 1994 a 1996.

**Gabarito questão 001: C**

## 02. (CESPE / TC-DF - 2002)



Durante a recente desvalorização do real, foi reportado na imprensa que alguns exportadores estariam retardando as vendas com o intuito de especular com a cotação do dólar.



Considerando o gráfico acima, que compara as exportações de soja nos seis primeiros meses de 2001 e de 2002, julgue o item a seguir.

Considerando o valor total dos meses de maio e junho de 2002, as exportações de soja caíram entre 38% e 42% em comparação com o mesmo período de 2001.

### Comentários:

Maio e junho de 2001:  $29,7 + 34,3 = 64$

Maio e junho de 2002:  $17,4 + 21,0 = 38,4$ .

A redução foi de:



$$64 - 38,4 = 25,6$$

Vamos calcular quantos por cento 25,6 representa de 64:

$$25,6 \div 64 = 0,4$$

A redução foi de 40%.

**Gabarito questão 002: Certo**

Na verdade, os cálculos acima estão aproximados. No fundo, a média geral para o bimestre maio-junho é uma média ponderada das médias de cada mês. Os pesos de ponderação são as quantidades de dias em cada mês.

Acima, implicitamente, acabamos considerando um peso igual para os meses de maio e junho, o que não é correto.

Para calcular o total das exportações em maio, multiplicamos a média diária por 31 (pois maio tem 31 dias). E para calcular o total das exportações em junho, multiplicamos a média diária por 30 (pois junho tem 30 dias).

Assim, os verdadeiros totais seriam:

- maio e junho de 2001:  $29,7 \times 31 + 34,3 \times 30$

- maio e junho de 2002:  $17,4 \times 31 + 21 \times 30$

Assim, a conta exata seria aquela que compara os dois resultados acima. A título de curiosidade, a redução exata seria 40,02154%.

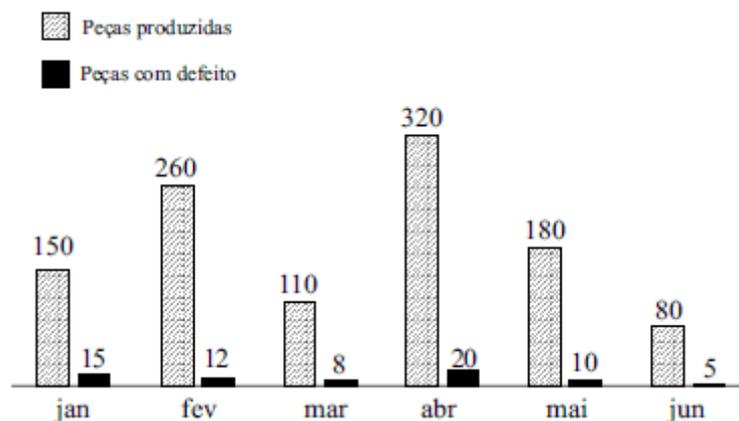
No entanto, acho que não vale a pena gastar tanto tempo com a resolução exata. O cálculo anterior, aproximado, é muito mais rápido.



A aproximação foi muito boa porque os meses têm praticamente a mesma quantidade de dias (31 contra 30).

### 03. (VUNESP / PROCON SP - 2013)

O gráfico a seguir mostra respectivamente o número de peças produzidas e o número de peças com defeito fabricadas por uma indústria durante o período de janeiro a junho deste ano.



Nesse período, o número de peças produzidas sem defeito foi

- a) 990.
- b) 1 000.
- c) 1 010.
- d) 1 020.
- e) 1 030.

#### Comentários:

A barra branca dá o total produzido. Somando todos os valores das barras brancas, temos:

$$150 + 260 + 110 + 320 + 180 + 80 = 1.100$$

Foram 1.100 peças produzidas.



A barra preta dá o total com defeito. Total de peças com defeito:

$$15 + 12 + 8 + 20 + 10 + 5 = 70$$

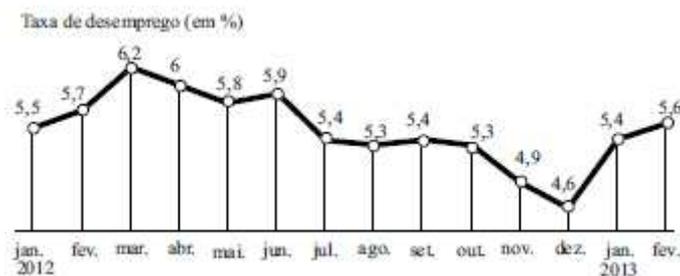
Fazendo a diferença, temos o total livre de defeitos:

$$1.100 - 70 = 1.030$$

**Gabarito questão 003: E**

#### 04. (VUNESP / Câmara Municipal de SC - 2013)

O gráfico mostra a evolução do desemprego em certo país, em termos percentuais, ao longo tempo.



Se, de janeiro de 2013 para fevereiro de 2013, entraram 10 mil pessoas para a lista de desempregados, o número total de desempregados na ocasião era de

- a) 50 mil.
- b) 200 mil.
- c) 500 mil.
- d) 2 milhões.
- e) 5 milhões.

**Comentários:**



A variação percentual foi de  $5,6 - 5,4 = 0,2$

Isso correspondeu a uma variação absoluta de 10 mil pessoas.

0,2%.....10.000 pessoas

5,6%.....x pessoas

Fazendo a regra de três:

$$0,2x = 5,6 \times 10.000$$

$$x = \frac{56.000}{0,2} = 280.000$$

Não há resposta correta e a questão deveria ter sido anulada.

Para chegarmos ao gabarito da banca, temos que alterar o enunciado:

Se, de janeiro de 2013 para fevereiro de 2013, entraram 10 mil pessoas para a lista de desempregados, o número total de pessoas na população (empregados + desempregados) na ocasião era de

Agora sim, chegaremos aos 5 milhões.

Basta notar que, se y for o total de pessoas (empregados + desempregados), então:

$$5,6\% \times y = 280.000$$

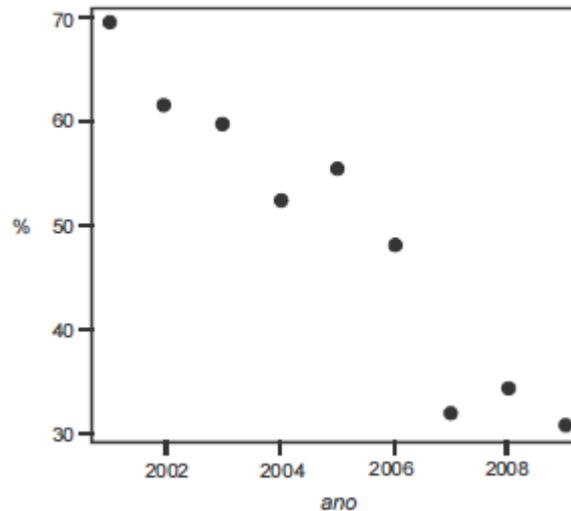
$$y = \frac{280.000}{0,056} = 5.000.000$$

O que nos leva à letra E.



Gabarito questão 004: E

### 05. CESPE / DEPEN - 2015



Dado que a participação dos presidiários em cursos de qualificação profissional é um aspecto importante para a reintegração do egresso do sistema prisional à sociedade, foram realizados levantamentos estatísticos, nos anos de 2001 a 2009, a respeito do valor da educação e do trabalho em ambientes prisionais. Cada um desses levantamentos, cujos resultados são apresentados no gráfico, produziu uma estimativa anual do percentual P de indivíduos que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração, mas que não receberam o diploma por motivos diversos. Em 2001, 69,4% dos presidiários que participaram de um curso de qualificação profissional não receberam o diploma. No ano seguinte, 2002, esse percentual foi reduzido para 61,5%, caindo, em 2009, para 30,9%.

A partir das informações e do gráfico apresentados, julgue o item que se segue.

Os dados apresentados são suficientes para que se possa afirmar que o total de presidiários que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração e que não receberam o diploma em 2008 foi superior ao total referente ao ano de 2007.

Comentários:

O gráfico só nos dá informações **percentuais**, e não absolutas.



Assim, do gráfico, sabemos apenas que, em 2008, o **percentual** de presidiários que participaram de tais cursos e não receberam o diploma foi maior que o **percentual** para 2007.

Mas nada podemos afirmar sobre números absolutos.

**Gabarito questão 005: ERRADO.**

Para melhor entendimento, vejam o seguinte exemplo.

Suponha que, em 2007, 5.000 presidiários tenham participado dos cursos, sendo que 32% não receberam o diploma, o que corresponde a

$$0,32 \times 5.000 = 1.600$$

o que corresponde a 1.600 presidiários.

Suponha que em 2008 4.000 presidiários tenham participado dos cursos, sendo que 35% não receberam o diploma, o que corresponde a:

$$0,35 \times 4.000 = 1.400$$

Resultados:

	2007	2008
porcentagem	32%	35%
número absoluto	1.600	1.400

Construímos um exemplo que respeita o gráfico, ou seja, em que o percentual para 2008 é maior que para 2007.

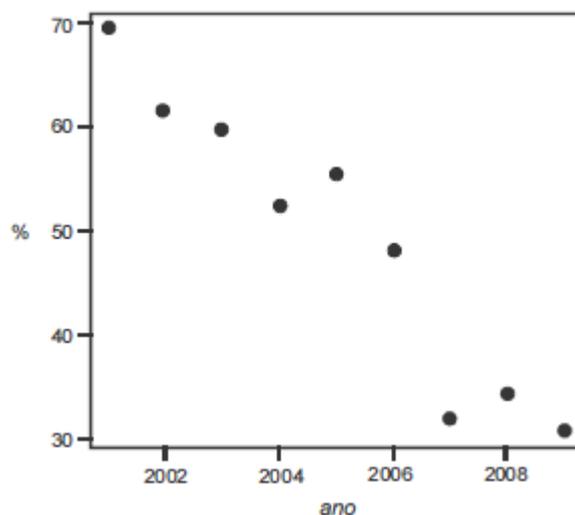


Mas ainda assim foi possível que o número absoluto para 2007 fosse maior que o número absoluto para 2008.

Ou seja, o gráfico nos dá a primeira linha (porcentagem), mas nada informa sobre a segunda linha.

## DADOS AGRUPADOS POR VALOR

### 06. CESPE / DEPEN - 2015

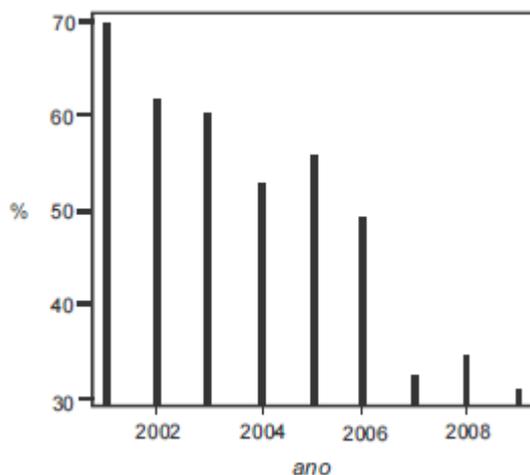


Dado que a participação dos presidiários em cursos de qualificação profissional é um aspecto importante para a reintegração do egresso do sistema prisional à sociedade, foram realizados levantamentos estatísticos, nos anos de 2001 a 2009, a respeito do valor da educação e do trabalho em ambientes prisionais. Cada um desses levantamentos, cujos resultados são apresentados no gráfico, produziu uma estimativa anual do percentual P de indivíduos que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração, mas que não receberam o diploma por motivos diversos. Em 2001, 69,4% dos presidiários que participaram de um curso de qualificação profissional não receberam o diploma. No ano seguinte, 2002, esse percentual foi reduzido para 61,5%, caindo, em 2009, para 30,9%.

A partir das informações e do gráfico apresentados, julgue o item que se segue.



Se os percentuais forem representados por barras verticais, conforme o gráfico a seguir, então o resultado será denominado histograma.



### Comentários:

O gráfico apresentado na questão associa uma barra para cada valor de ano. Ou seja, é uma representação gráfica para dados agrupados por valor.

O histograma exige que cada frequência seja associada a uma **classe** de valores, e não a valores individuais. Ou seja, é uma representação gráfica para dados em classe.

**Gabarito questão 006: ERRADO.**

### 07. (CESPE / SEFAZ AL -2002)

Julgue o seguinte item.

Em uma distribuição de frequências para um conjunto de  $n$  indivíduos, pode-se calcular as frequências relativas, dividindo-se cada frequência absoluta pela amplitude da correspondente classe ou do intervalo.





**Comentários:**

A frequência relativa é igual à divisão da frequência absoluta pela quantidade total de elementos (n). O item errou ao afirmar que o denominador é a amplitude de classe.

**Gabarito questão 007: : ERRADO**

**08. (FCC / MPU -2007)**

Uma empresa procurou estudar a ocorrência de acidentes com seus empregados e realizou um levantamento por um período de 36 meses. As informações apuradas estão na tabela a seguir:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

A porcentagem de meses em que houve menos de 5 empregados acidentados é

- a) 50%
- b) 45%
- c) 35%
- d) 33%
- e) 30%

**Comentários:**



Número de empregados acidentados	Número de meses
1	1
2	2
3	4
4	5
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

As frequências associadas a observações menores que 5 estão destacadas em vermelho:

Número de empregados acidentados	Número de meses
1	<b>1</b>
2	<b>2</b>
3	<b>4</b>
4	<b>5</b>
5	7
6	6
7	5
8	3
9	2
10	1

Somando essas as frequências:

$$1 + 2 + 4 + 5 = 12$$

Em 11 dos 36 meses tivemos menos de 5 empregados acidentados.

$$\frac{12}{36} = 33,33\%$$

Gabarito questão 008: : D

### 09. (SMA-RJ (antiga FJG) / Pref RJ - 2002)



Uma amostra aleatória de 10 empresas, que empregam um total de 4000 pessoas, apresentou 200 acidentes de trabalho em 2002. A frequência relativa dos acidentes de trabalho em 2002 é de:

- a) 0,02
- b) 0,03
- c) 0,04
- d) 0,05

**Comentários:**

Para obter a frequência relativa, dividimos a frequência absoluta (200 acidentes) pelo número total de observações (4.000 pessoas).

Assim, a frequência relativa fica:

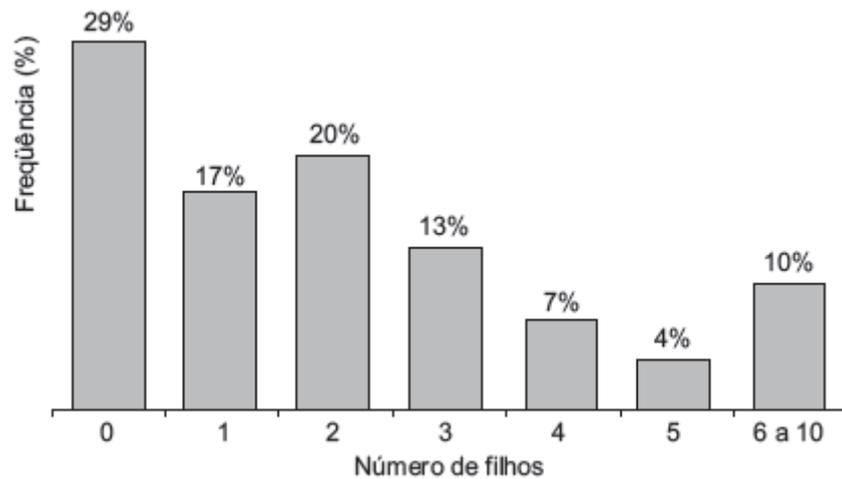
$$\frac{200}{4.000} = 0,05$$

**Gabarito questão 009: D**

**10. (CESGRANRIO / BNDES - 2008)**

O gráfico a seguir mostra, em percentuais, a distribuição do número de mulheres de 15 anos ou mais de idade, segundo o número de filhos, no Brasil.





IBGE - Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios - 2006 (adaptado)

Selecionando-se aleatoriamente um filho dessa população, a probabilidade de que ele seja filho único é, aproximadamente,

- a)  $17/55$
- b)  $17/71$
- c)  $17/100$
- d)  $17/224$
- e)  $17/1000$

### Comentários:

Vamos supor que são 100 mulheres na cidade.

Filhos por mulher	Quantidade de mulheres	Total de filhos
0	29	0
1	17	17
2	20	40
3	13	39
4	7	28
5	4	20
6 a 10	10	80
Total	100	224

Para preencher a última linha, considerei o ponto médio da classe (média de 8 filhos por mulher).



Só os 17 filhos da segunda linha são filhos únicos (pois são filhos de mulheres que só têm 1 filho). Logo, são 17 filhos únicos em 224. A chance de filho único é:

$$\frac{17}{224}$$

Gabarito questão 010: D

### 11. (ESAF / MINISTÉRIO DA FAZENDA - 2013)

Taxas de Escolarização Bruta e Líquida na faixa etária de 7 a 14 anos Brasil e Regiões – 1991 e 1996

Região/Ano	População de 7 a 14 anos	Matrícula no Ensino Fundamental Total	Taxa Escolarização Bruta %	Matrícula no Ensino Fundamental 7 a 14 anos	Taxa de Escolarização Líquida %
Brasil					
1991	27.611.580	29.203.724	105,8	23.777.428	86,1
1996	28.525.815	33.131.270	116,1	25.909.860	90,8
Norte					
1991	2.248.157	2.246.339	99,9	1.780.876	79,2
1996	2.417.649	2.820.531	116,7	2.171.209	89,8
Nordeste					
1991	9.010.532	8.650.474	96,0	6.528.914	72,5
1996	9.180.333	10.475.469	114,1	7.601.089	82,8
Sudeste					
1991	10.737.330	11.965.480	111,4	10.185.214	94,9
1996	11.127.665	12.958.674	116,5	10.558.852	94,9
Sul					
1991	3.811.860	4.201.369	110,2	3.589.194	94,2
1996	3.899.007	4.475.774	114,8	3.773.730	96,8
Centro-Oeste					
1991	1.803.701	2.140.062	118,6	1.693.230	93,4
1996	1.901.161	2.400.822	126,3	1.804.980	94,9



Fontes: MEC/INEP/SEEC e IBGE

Analise a tabela acima e julgue os itens a seguir. Ao final, assinale a opção correta.

I. considerando-se o número de crianças de 7 a 14 anos matriculadas no ensino fundamental, o índice de atendimento dessa faixa etária (taxa de escolarização líquida) aumentou de 86% para cerca de 91% entre 1991 e 1996.

II. as diferenças regionais estão diminuindo, pois nas regiões Norte e Nordeste a taxa de escolarização líquida passou a 90%, portanto aproximando-se da média nacional.

III. se considerarmos o número de crianças de 7 a 14 anos efetivamente matriculadas, a taxa de atendimento está muito próxima de uma universalização real do atendimento em todas as regiões brasileiras.

IV. o número total de matrículas no ensino fundamental, na maioria das situações, é superior à população de crianças de 7 a 14 anos.

- a) Somente I e II são corretas.
- b) Somente II e III são corretas.
- c) Somente I e IV são corretas.
- d) Somente III e IV são corretas.
- e) Somente II, III e IV são corretas.

### Comentários:

Item I - CERTO. A primeira linha da tabela confirma que a taxa de escolarização líquida era de 86% em 1991. A segunda linha nos mostra que esse valor saltou para 90,8% (ou seja, aproximadamente 91%) em 1996.

Item II - ERRADO. Na região Nordeste não atingimos os 90%. A taxa passou apenas a 82,8%.

Item III - ERRADO. Em nenhuma região temos taxa líquida de 100%, sendo que nas regiões Norte e Nordeste o valor não chega a 90%. Logo, não se pode falar em universalização do atendimento.



Item IV - CERTO. Exato. Basta conferir a coluna "taxa de escolarização bruta". Nesta coluna, a maioria dos valores são maiores que 100%.

Para obter os valores desta coluna, dividimos o total de matrículas no ensino fundamental, pelo total de crianças de 7 a 14 anos.

Exemplificando, para o Brasil, em 1996, tivemos 33 milhões de matrículas, sendo que a população de crianças de 7 a 14 anos tinha tamanho de 28 milhões. Dividindo os dois valores, temos a taxa de 116,1%.

Descartando-se a possibilidade de erros nos valores levantados, então esta taxa só pode dar maior que 100% pela ocorrência de pelo menos uma das duas situações:

- crianças matriculadas em mais de uma escola - assim, 1 criança é contada apenas uma vez na população de crianças, mas sua matrícula é contada 2 ou mais vezes.
- crianças fora do intervalo de 7 a 14 anos matriculadas no ensino fundamental. Conhecendo a realidade brasileira, em que é comum vermos jovens de 16, 17, 18 anos ainda no ensino fundamental, concluímos esta ser a causa mais provável para a taxa ter sido maior que 100%.

**Gabarito questão 011: C**

## 12. (CESPE / BANCO CENTRAL – 2013)

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.

A distribuição de frequência acumulada para tempo de armazenagem observado na amostra inferior a 8 minutos é igual a 13,0 que corresponde a uma frequência relativa superior a 0,60.



Comentários:

Vamos organizar os dados em uma tabela:

Valor (X)	Frequência (f)	Frequência acumulada (F)	Memória de cálculo
1	2	2	=2
2	2	4	=2+2
3	1	5	=4+1
4	4	9	=5+4
5	3	12	=9+3
7	1	13	=12+1
8	2	15	=13+2
12	1	16	=15+1
14	1	17	=16+1
19	1	18	=17+1
24	1	19	=18+1
32	1	20	=19+1

De fato, 13 valores são inferiores a 8 (vide frequência acumulada para  $X = 7$ ).

Dividindo 13 pelo total de observações (20), temos:

$$\frac{13}{20} = 65\%$$

Trata-se de uma frequência relativa maior que 60%

**Gabarito questão 012: CERTO**

### 13. (VUNESP / TJ SP – 2015)

A distribuição de salários de uma empresa com 30 funcionários é dada na tabela seguinte



Salários (em salários mínimos)	Funcionários
1,8	10
2,5	8
3,0	5
5,0	4
8,0	2
15,0	1

Pode-se concluir que

- a) o total da folha de pagamentos é de 35,3 salários.
- b) 60% dos trabalhadores ganham mais ou igual a 3 salários.
- c) 10% dos trabalhadores ganham mais de 10 salários.
- d) 20% dos trabalhadores detêm mais de 40% da renda total.
- e) 60% dos trabalhadores detêm menos de 30% da renda total.

Comentários:

**Alternativa A** - O total da folha de pagamentos vale 104 salários. Alternativa incorreta.

Seguem cálculos:

Salário (X)	Frequência (f)	$X \times f$
1,8	10	18
2,5	8	20
3,0	5	15
5,0	4	20
8,0	2	16
15,0	1	15
<b>Total</b>	<b>30</b>	<b>104</b>

**Alternativa B** - Trabalhadores que ganham 3 salários ou mais:



Salários (em salários mínimos)	Funcionários
1,8	10
2,5	8
3,0	5
5,0	4
8,0	2
15,0	1

São  $5 + 4 + 2 + 1 = 12$  funcionários de um total de 30. Isso dá  $12 \div 30 = 40\%$  do total. Alternativa errada.

**Alternativa C** - Apenas 1 funcionário ganha mais de dez salários (vide última linha). O que corresponde a  $1 \div 30 \approx 3,33\%$

Alternativa incorreta

**Alternativa D - CORRETA.** A renda total é de 104 salários, como já calculamos na letra A. Vamos agora determinar 40% disso:

$$0,4 \times 104 = 41,6$$

São 30 funcionários. 20% deles correspondem a  $0,2 \times 30 = 6$  funcionários.

Os 6 funcionários que mais ganham são os das três últimas linhas da tabela. Eles têm salários de:

$$15, 8, 8, 5, 5, 5$$

$$\text{Total} = 46$$

Vejam que esses 6 trabalhadores (20% dos trabalhadores) detêm mais de 40% da renda total (mais de 41,6 salários)

**Alternativa correta.**



**Alternativa E.** A renda total é de 104 salários, como já vimos na letra A. 30% disso dá 31,2 salários.

São 30 funcionários ao todo. 60% disso dá 18 funcionários.

Os dezoito funcionários que menos ganham são os das duas linhas de cima da tabela:

Salários (em salários mínimos)	frequência	Produto
1,8	10	18
2,5	8	20
Total	18	<b>38</b>

Esses funcionários "mais pobres" ganham, juntos, 38 salários, o que dá mais de 30% da renda total, ou seja, mais de 31,2 salários. **Alternativa errada.**

**Gabarito questão 013: D**

#### 14. (CESPE / DEPEN – 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <[www.justica.gov.br](http://www.justica.gov.br)> (com adaptações).



A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

No ano considerado, a quantidade média de detentos por 100 mil habitantes na região Nordeste foi superior ao número médio de detentos por 100 mil habitantes na região Centro-oeste.

### Comentários:

Nordeste: 94 mil detentos e 55 milhões de habitantes. Relação:

$$\frac{94.000}{55.000.000}$$
$$\approx \frac{1,7}{1.000}$$

Centro-oeste: 51 mil detentos e 15 milhões de habitantes. Relação:

$$\frac{51.000}{15.000.000}$$
$$\approx \frac{3,4}{1.000}$$

A quantidade no Centro-oeste foi maior.

**Gabarito questão 014: ERRADO.**



O candidato nem precisaria fazer a conta com precisão. Basta fazer uma conta rápida. Na hora de dividir 51 por 15, o resultado é claramente maior que 3, já que  $3 \times 15 = 45$ .

Na hora de dividir 94 por 55, o resultado é claramente menor que 3, já que  $3 \times 55 = 165$

Daí já dá para ver que a relação é maior no Centro-oeste.

### 15. (CESPE / DEPEN – 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

O déficit relativo de vagas observado na região Sudeste, em 2013, foi superior ao déficit relativo de vagas registrado na região Centro-oeste no mesmo período.

### Comentários:



Déficit na região Sudeste:

$$\frac{120}{306}$$

Déficit na região Centro-oeste:

$$\frac{24}{51}$$

Você pode fazer as duas contas para checar qual valor é maior.

Para ganhar tempo, vamos evitar fazer a conta exata. Note que para o Centro-oeste quase obtivemos a fração  $25/50$ , que seria igual a  $0,5$ . Assim, podemos concluir que o déficit na região CO é só um pouco menor que  $50\%$ .

Já na região Sudeste,  $120$  é consideravelmente menor que a metade de  $306$ . A metade de  $306$  seria  $153$ . Logo, na região SE a fração vai dar consideravelmente menor que  $50\%$ .

Portanto, o déficit é maior na região CO.

**Gabarito questão 015: ERRADO.**

Fazendo de fato as contas, obteremos:

$$24 \div 51 \approx 47 \%$$

$$120 \div 306 \approx 39 \%$$

A fração para o CO é maior que para o SE.

## 16. (CESPE / DEPEN – 2015)



região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

A quantidade total de vagas existentes no sistema penitenciário brasileiro em 2013 era de 340 mil vagas.

### Comentários:

Se havia 555 mil detentos, e faltavam 215 mil vagas, então havia superpopulação nos presídios. Havia 215 mil pessoas presas e sem vagas.

Logo, o número de vagas de fato existente era:

$$555 - 215 = 340 \text{ mil}$$

**Gabarito questão 016: CERTO.**



## 17. (CESPE / DEPEN – 2015)

região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.

### Comentários:

Havia 306 mil presos na região Sudeste, de um total de 555 mil.

Vamos ver quanto é 55% de 555 mil:

$$0,55 \times 555 = 305,25$$



Então na região Sudeste, de fato, havia mais que 55% do total, já que  $306 > 305,25$

**Gabarito questão 017: CERTO**

**18. (VUNESP / TJM SP - 2017)**

A tabela apresenta o número de acertos dos 600 candidatos que realizaram a prova da segunda fase de um concurso, que continha 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
5	204
4	132
3	96
2	78
1	66
0	24

Analisando-se as informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

- a) mais da metade dos candidatos acertou menos de 50% da prova.
- b) menos da metade dos candidatos acertou mais de 50% da prova.
- c) exatamente 168 candidatos acertaram, no mínimo, 2 questões.
- d) 264 candidatos acertaram, no máximo, 3 questões.
- e) 132 candidatos acertaram a questão de número 4.

**Comentários:**

**Letra A:** ~~mais~~ *menos* da metade dos candidatos acertou menos de 50% da prova.

A prova tinha 5 questões. Metade da prova corresponde a 2,5 questões. Portanto, acertaram "menos da metade da prova" quem teve 0, 1 ou 2 acertos.



$$78 + 66 + 24$$

$$= 168$$

Portanto, temos:

- 168 pessoas acertaram menos da metade da prova.
- metade dos candidatos = 300
- logo, menos da metade dos candidatos acertaram menos da metade da prova. Alternativa errada.

**Letra B:** *menos mais da metade dos candidatos acertou mais de 50% da prova.*

Já vimos na letra A que 168 pessoas acertaram menos da metade da prova. Logo, a quantidade das que acertaram mais da metade da prova é:

$$600 - 168 = 432$$

Portanto:

- 432 pessoas acertaram mais da metade da prova
- metade das pessoas = 300
- logo, mais da metade das pessoas acertou mais de 50% da prova. Alternativa errada.

**Letra C:** *exatamente 168 candidatos acertaram, no ~~mínimo~~-máximo, 2 questões.*

Já vimos na letra "A" que 168 candidatos acertaram 0, 1 ou 2 questões; portanto, acertaram **no máximo** duas questões.

Já a quantidade dos que acertaram no mínimo duas questões é dada por:

$$204 + 132 + 96 + 78$$

$$= 432 + 78$$



$$= 510$$

**Alternativa errada.**

**Letra D:** 264 candidatos acertaram, no máximo, 3 questões.

Perfeito! São 168 candidatos que acertaram até duas questões (vide letra A). Somando com os 96 que acertaram exatamente 3 questões, temos:

$$168 + 96 = 264$$

**Alternativa correta.**

**Letra E:** 132 candidatos acertaram ~~a questão de número 4~~ exatamente 4 questões.

Só sabemos que 132 candidatos acertaram exatamente quatro questões. Mas não temos como saber quantos acertaram a quarta questão da prova.

Exemplo: o candidato Alfa acertou as questões 01, 02, 03 e 05. Ele se enquadra nestas 132 pessoas, pois acertou exatamente quatro questões. Mas isso não significa que, entre tais questões, esteja a de número 04, concorda?

Além disso, nas demais linhas da tabela, ou seja, nas linhas referentes às pessoas que acertaram 1 questão, 2 questões, 3 questões, ou 5 questões, é perfeitamente possível termos mais gente acertando a questão 04. Alternativa errada.

Observação:

Até daria para "forçar" um recurso nesta questão, para tornar a letra "E" correta.

Na análise acima supusemos implícita a palavra "exatamente", como se a frase a ser julgada fosse esta:

exatamente 132 candidatos acertaram a questão de número 4



Ocorre que esta palavra "exatamente" não estava expressa. Quando isso ocorre, interpretar a questão "ao pé da letra" significa afirmar que ao menos 132 candidatos acertaram a questão de número 4. Não posso garantir exatamente quantos são. Mas estou afirmando que são ao menos 132. E isso está correto. Pois, na primeira linha da tabela, é informado que 204 candidatos fecharam a prova. Logo, ao menos estes 204 acertaram a questão de número 4. Oras, se 204 acertaram, então 132 também acertaram.

Evidentemente que a chance de provimento de um recurso deste tipo é praticamente nula, pois é muito comum as bancas omitirem a palavra "exatamente", mas ainda assim exigirem que o candidato a considere.

**Gabarito questão 018: D**

### 19. (VUNESP / Instituto de Previdência do Servidor Municipal de SJC – 2018)

A tabela apresenta o número de acertos de 100 candidatos a uma vaga de emprego, em uma avaliação contendo 5 questões de múltipla escolha.

Número de acertos	Número de candidatos
0	4
1	11
2	13
3	16
4	22
5	34

Com base nas informações apresentadas na tabela, é correto afirmar que

- a) 22 candidatos acertaram a questão de número 4.
- b) menos da metade dos candidatos acertaram mais da metade das questões.
- c) 28 candidatos acertaram, no máximo, duas questões.
- d) mais da metade dos candidatos acertaram menos da metade das questões.
- e) 15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão.



## Comentários:

A questão tem algumas imprecisões, e nós precisamos de um pouco de bom senso para marcar a resposta correta.

**Letra A:** *22 candidatos acertaram a questão de número 4.*

Rigorosamente falando, a alternativa está correta. Oras, sabemos da última linha da tabela que houve 34 candidatos que gabaritaram a prova. Logo, ao menos esses 34 acertaram a quarta questão da prova. Portanto, se há 34 que a acertaram, é possível formar um subgrupo contendo 22 candidatos.

No entanto, a banca deu a alternativa como errada. Isto porque devemos considerar que a palavra "exatamente" está implícita no enunciado, assim:

*exatamente 22 candidatos acertaram a questão de número 4*

Isso está evidentemente errado. Sabemos que ao menos 34 candidatos acertaram tal questão, então impossível terem sido exatamente 22.

## Alternativa errada.

**Letra B:** *menos da metade dos candidatos acertaram mais da metade das questões.*

Os candidatos das três últimas linhas da tabela acertaram mais da metade das questões. São aqueles que acertaram 3, 4 ou 5 questões.

Somando as quantias correspondentes:

$$16 + 22 + 34 = 72$$

72 candidatos acertaram mais da metade das questões. Isso corresponde a mais de 50% do total de alunos.





**Alternativa errada.**

**Letra C:** *28 candidatos acertaram, no máximo, duas questões.*

De fato, temos:

- 4 candidatos que erraram todas
- 11 candidatos que acertaram (exatamente) uma questão
- 13 candidatos que acertaram (exatamente) duas questões
- total:  $4+11+13 = 28$

**Alternativa correta.**

**Letra D:** *mais da metade dos candidatos acertaram menos da metade das questões*

Acertaram menos da metade das questões aqueles que tiveram 0, 1 ou 2 acertos. Vamos somar a correspondente quantidade de pessoas:

$$4 + 11 + 13 = 28$$

Isso representa 28% do total, bem menos da metade dos candidatos. **Alternativa errada.**

**Alternativa E:** *15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão.*

Rigorosamente falando, a alternativa está correta. Mas aqui temos o mesmo caso da letra "A": precisamos supor implícita a palavra "exatamente":

***exatamente*** 15 candidatos acertaram, pelo menos, uma questão



Dos 100 candidatos, só 4 erraram todas as questões da prova. Os outros  $100 - 4 = 96$  acertaram pelo menos uma questão.

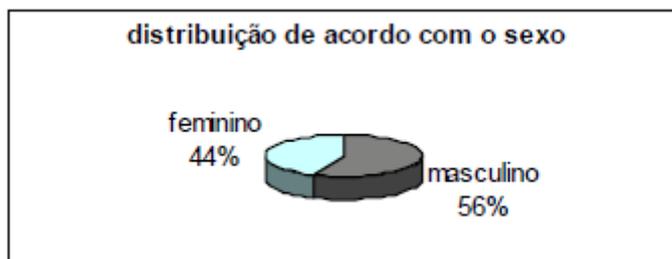
**Alternativa errada.**

**Gabarito questão 019: C**

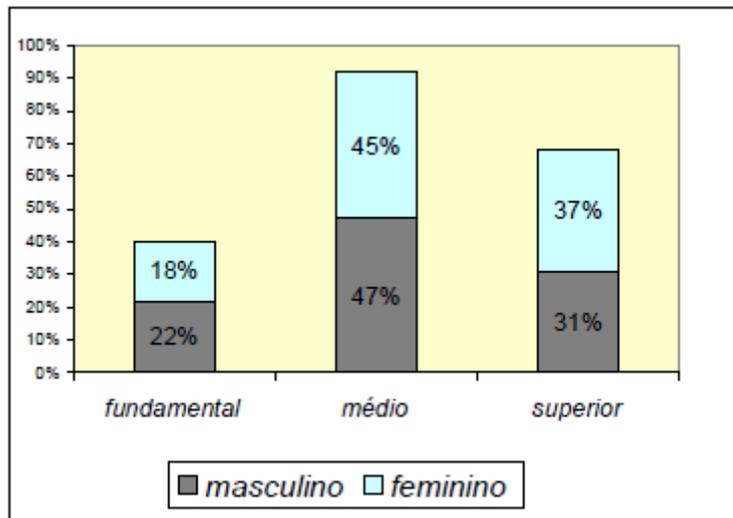
## FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS POR VALOR

### 20. (NCE e FUJB (UFRJ) / SEFAZ AM - 2005)

O gráfico a seguir mostra a distribuição percentual dos trabalhadores de uma certa empresa de acordo com o sexo:



Nessa empresa, a distribuição dos trabalhadores em relação a seu nível de instrução é apresentada a seguir:



Em relação aos trabalhadores dessa empresa, observe as afirmativas a seguir:

I - Há mais homens com instrução de nível médio do que mulheres com esse mesmo nível de instrução.

II - 33,64% dos trabalhadores têm instrução de nível superior.

III - As mulheres tendem a ter nível de instrução ligeiramente superior ao dos homens.

A(s) afirmativa(s) correta(s) é/são somente:

- a) I;
- b) I, II;
- c) I, III;
- d) II, III;
- e) I, II, III.

### Comentários:

Vamos supor que a empresa tenha 10.000 funcionários.



Deste modo, são 4.400 mulheres e 5.600 homens, para obedecermos aos percentuais de 44% e 56% dados no primeiro gráfico.

Agora vamos aos itens.

### Item I:

Número de homens com nível médio:

$$47\% \text{ de } 5.600: 0,47 \times 5.600 = 2.632$$

Número de mulheres com nível médio:

$$45\% \text{ de } 4400: 0,45 \times 4400 = 1980$$

Realmente há mais homens com instrução de nível médio do que mulheres com esse mesmo nível. O item **está certo**.

Detalhe: vejam que nem era realmente necessário fazer contas para julgarmos esse item. Observe que o percentual de homens de nível médio é maior que o de mulheres (47% > 45%). E a quantidade de homens é maior que a de mulheres (5600 > 4400).

Oras, se para os homens temos o maior percentual incidindo sobre a maior base de cálculo, então o resultado final certamente será maior do que o obtido para as mulheres.

### Item II

37% das mulheres têm nível superior:

$$0,37 \times 4400 = 1628$$

31% dos homens têm nível superior:



$$0,31 \times 5600 = 1736$$

O total de pessoas com nível superior é:

$$1736 + 1628 = 3364$$

Isso representa 36,64% do total de trabalhadores.

**Item certo**

**Item III**

De fato, notem que há proporcionalmente mais mulheres com nível superior do que homens. Já para o nível médio, temos praticamente um empate (em termos percentuais). E há menos mulheres com nível fundamental do que homens (novamente, em termos percentuais).

Por isso é correto afirmar que as mulheres têm, de modo geral, nível de instrução ligeiramente superior ao dos homens.

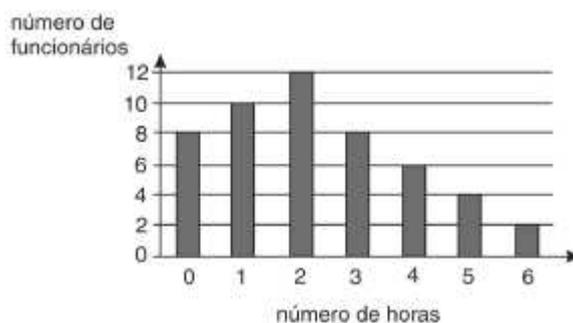
**Item certo**

**Gabarito questão 020: E**

**21. (NCE e FUJB (UFRJ) / SECRETARIA DO ESTADO DA FAZENDA DE MG - 2007)**

O gráfico a seguir refere-se à questão.





Numa pesquisa, os funcionários de uma empresa responderam sobre o número de horas semanais dedicadas à prática de atividades físicas. O gráfico acima indica as respostas obtidas. A porcentagem de funcionários pesquisados que praticam pelo menos três horas semanais de atividades físicas é:

- a) 20%;
- b) 24%;
- c) 38%;
- d) 40%;
- e) 76%.

### Comentários:

A partir do gráfico acima, podemos determinar as frequências relacionadas a cada quantidade de horas. Assim:

Número de horas	Frequência (= número de funcionários)
0	8
1	10
2	12
3	8
4	6
5	4
6	2



Em vermelho destacamos as linhas correspondentes aos funcionários que praticam pelo menos 3 horas semanais de atividade física.

Somando todas as frequências:

$$8 + 6 + 4 + 2 = 20$$

Vinte funcionários praticam pelo menos 3 horas por semana.

Agora vamos calcular quantos funcionários temos ao todo:

$$8 + 10 + 12 + 8 + 6 + 4 + 2 = 50$$

Assim, em um total de 50 funcionários, 20 praticam pelo menos 3 horas de atividade física por semana.

$$\frac{20}{50} = 40\%$$

Assim, 40% dos funcionários praticam pelo menos 3 horas de atividade física.

**Gabarito questão 021: D**

## **22. (FEPESE / SECRETARIA DE ESTADO DA FAZENDA DE SC - 2010)**

Observe a tabela a seguir com as frequências e percentuais do tipo de empresa atuante em um município:



Tipo de empresa	Frequências	Percentuais
Indústria	200	10,00%
Comércio	1200	60,00%
Serviços	600	30,00%
Total	2000	100,00%

Fonte: dados fictícios

Se houvesse interesse em representar a tabela acima de uma forma gráfica, qual seria o gráfico mais apropriado?

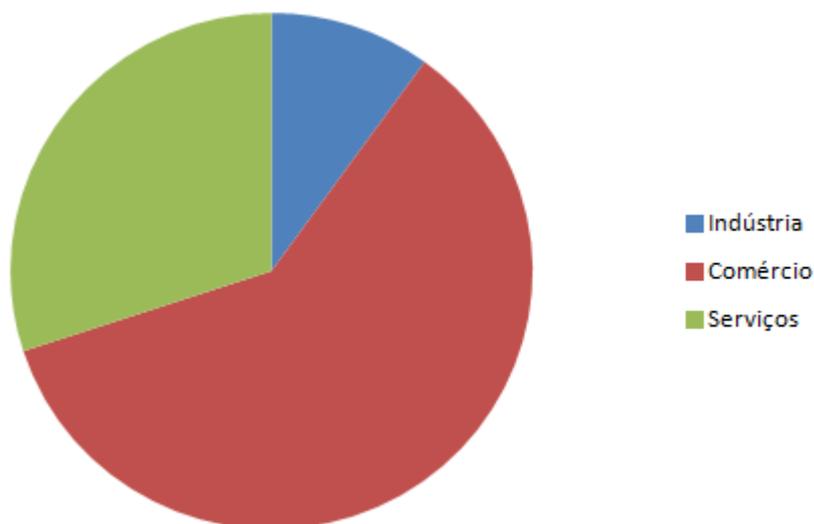
- a) Histograma.
- b) Gráfico em setores.
- c) Diagrama em caixas.
- d) Diagrama de pontos.
- e) Diagrama de dispersão.

#### Comentários:

**Alternativa A - INCORRETA.** Para utilização de um histograma, devemos ter dados em classes. Não é o caso dos dados em análise, onde sequer temos uma variável quantitativa.

**Alternativa B - CORRETA.** O gráfico em setores é perfeito para a representação de variáveis qualitativas, pois ele mostra a composição das partes, geralmente em forma de porcentagem. Exemplificando, para os dados acima teríamos o seguinte gráfico:





**Alternativa C - INCORRETA.** Para utilização do diagrama de caixa, precisamos conhecer os quantis da distribuição (1º, 2º e 3º quartis).

**Alternativas D e E - INCORRETAS.** Os dois tipos de diagrama são apenas utilizados para variáveis quantitativas.

**Gabarito questão 022: B**

### 23. (CESPE / TRE ES - 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

Internet: <www.tse.gov> (com adaptações).



Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

Considerando-se a representação das quantidades de eleitos para cada cargo em um gráfico de pizza, a fatia desse gráfico correspondente ao cargo de deputado federal terá ângulo superior a  $120^\circ$ .

Comentários:

Vamos dividir  $120^\circ$  por  $360^\circ$ , que corresponde à circunferência inteira:

$$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

Assim, para que uma das categorias corresponda a um terço da pizza, ela deve ter um terço da frequência total.

A categoria "deputado federal eleito" tem frequência 513. Multiplicando este valor por 3 obtemos:

$$513 \times 3 = 1539$$

Obtivemos um resultado menor que 1658, que é o total das frequências.

Com isso concluímos que 513 é menor que  $1/3$  de 1658. Logo, a fatia de pizza correspondente tem ângulo menor que  $120^\circ$ .

**Gabarito questão 023: errado**

**24. (CESGRANRIO / BNDES - 2008)**

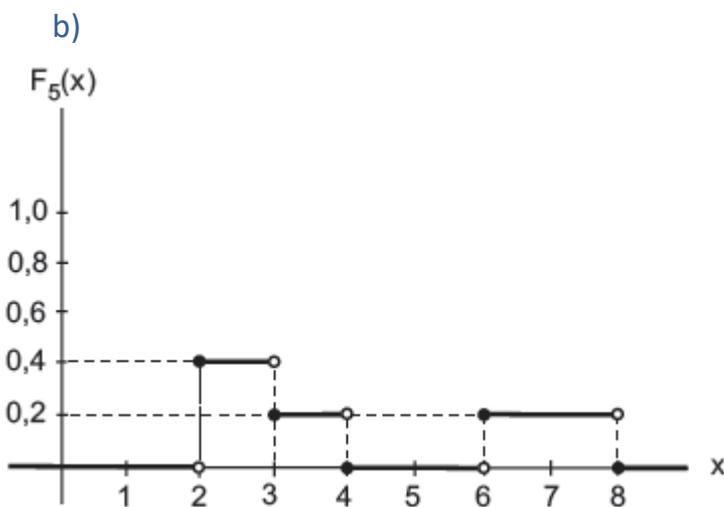
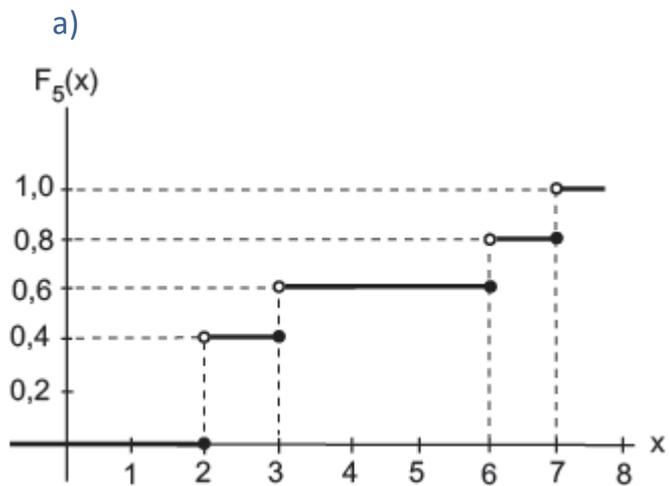


Considere os dados a seguir para responder à questão.

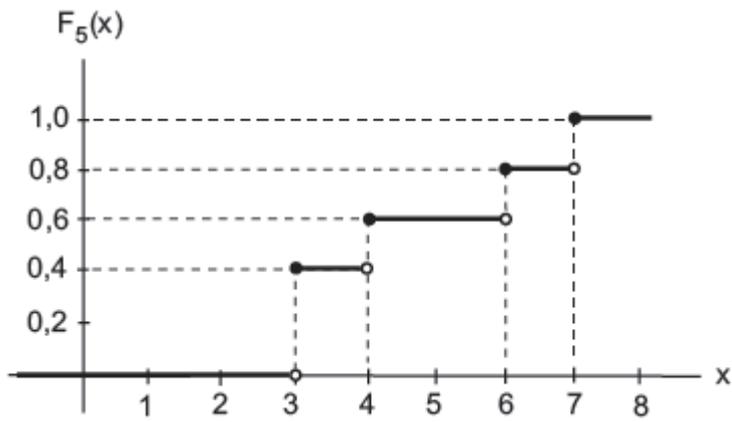
Em uma amostra de cinco residências de uma determinada rua, registram-se os seguintes números de moradores em cada uma:

Casa A	Casa B	Casa C	Casa D	Casa E
3	6	2	7	2

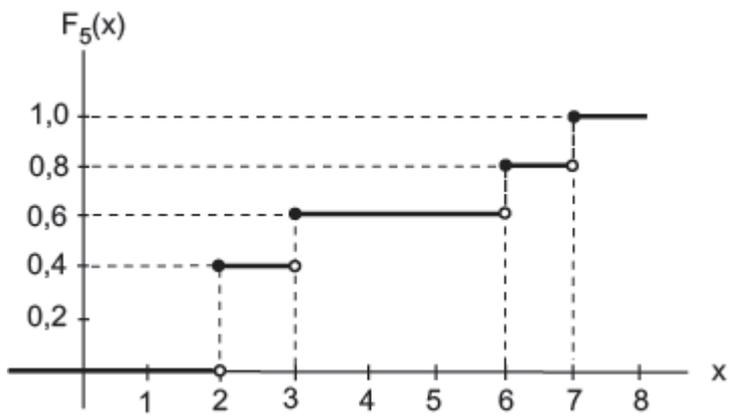
Seja  $X$  a variável que corresponde ao número de moradores em cada uma das 5 residências. Qual o gráfico da função de distribuição acumulada de  $X$  ?



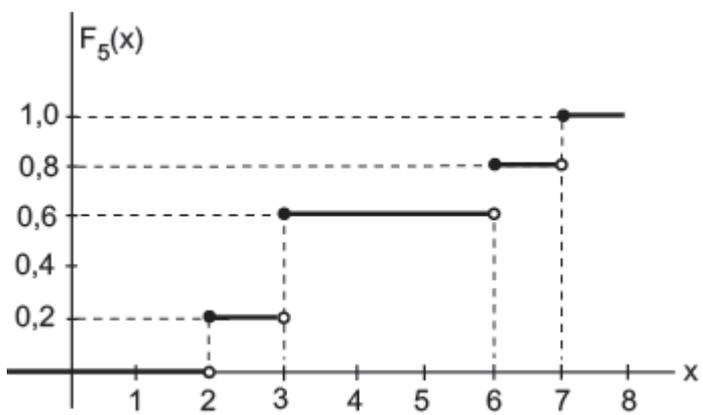
c)



d)



e)



Comentários:



Primeiro vamos montar a tabela relacionando cada valor de X e sua frequência.

Valor	Frequência absoluta	Frequência relativa
2	2	0,4
3	1	0,2
6	1	0,2
7	1	0,2

Agora vamos acumulando as frequências relativas, para obter as frequências acumuladas:

Valor	Frequência relativa	Freq. relativa acumulada	Memória de cálculo
2	0,4	0,4	=0,4
3	0,2	0,6	=0,4+0,2
6	0,2	0,8	=0,6+0,2
7	0,2	1	=0,8+0,2

Feito isso, vamos analisar as alternativas. A frequência acumulada sempre aumenta, nunca diminui. Então seu gráfico não pode apresentar trechos decrescentes. Logo, descartamos a letra B.

Para  $X = 2$ , o valor da frequência acumulada é 0,4. A única alternativa que prevê isso é a D.

As demais alternativas trazem os seguintes valores para a frequência acumulada em  $X = 2$ :

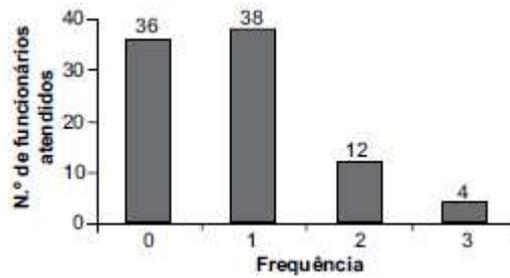
- letra A: 0
- letra B: 0,4 (está correto, mas já havíamos descartado essa alternativa por outro motivo)
- letra C: 0
- letra E: 0,2

**Gabarito questão 024: D**

### 25. (VUNESP / PROCON SP - 2013)

O gráfico mostra o levantamento feito por uma empresa do número de vezes (frequência) com que seus funcionários foram atendidos na enfermaria em um determinado mês.





Sabendo que o gráfico representa o total de funcionários da empresa, pode-se concluir que a porcentagem de funcionários dessa empresa atendidos pelo menos uma vez nesse mês foi de

- a) 45%.
- b) 50%.
- c) 55%.
- d) 60%.
- e) 65%.

Comentários:

Total de funcionários:  $36 + 38 + 12 + 4 = 90$

Funcionários atendidos pelo menos uma vez =  $38 + 12 + 4 = 54$

Porcentagem:

$$(54)/(90)$$

$$= 0,6$$

$$= 60\%$$

**Gabarito questão 025: D**



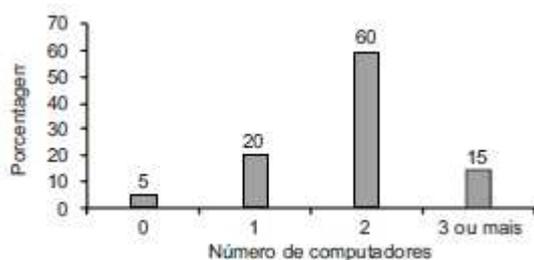
### 26. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

A tabela mostra o resultado de uma pesquisa feita com 160 pessoas sobre o número de computadores que possuem em casa.

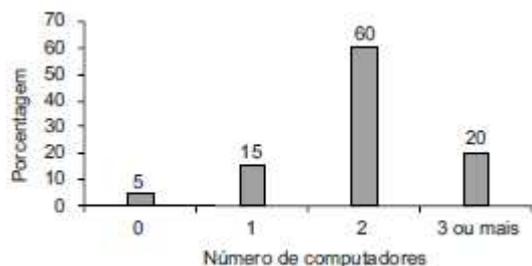
Número de computadores	Número de pessoas
0	8
1	24
2	96
3 ou mais	32

O gráfico que representa essa tabela, em porcentagem, é:

a)

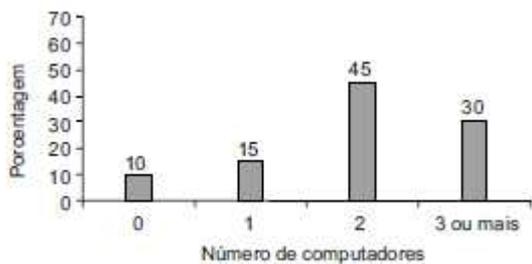


b)

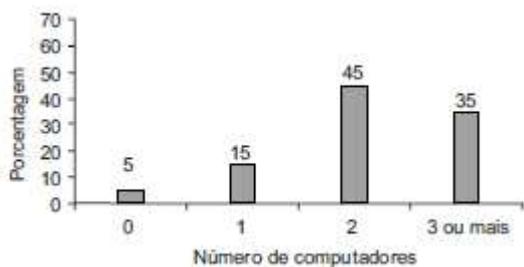


c)

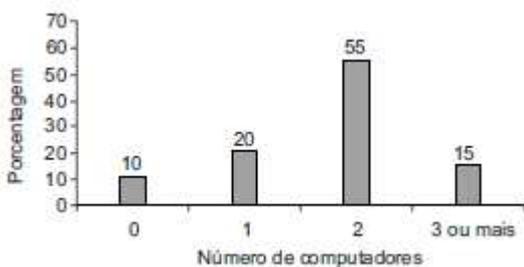




d)



e)



### Comentários:

O primeiro passo é calcular o total das frequências:

$$8 + 24 + 96 + 32 = 160$$

O valor 0 tem frequência absoluta 8. Logo, sua frequência relativa será:

$$\frac{8}{160} = 0,05 = 5\%$$



Descartamos as letras C e E.

O valor 1 tem frequência absoluta 24. Portanto, sua frequência relativa será:

$$\frac{24}{160} = 0,15 = 15\%$$

Descartamos a letra A.

O valor 2 tem frequência absoluta 96. Em termos relativos isso dá:

$$\frac{96}{160} = 0,6$$

**Gabarito questão 026: B**

### 27. (VUNESP / Prefeitura de Ribeirão Preto - 2014)

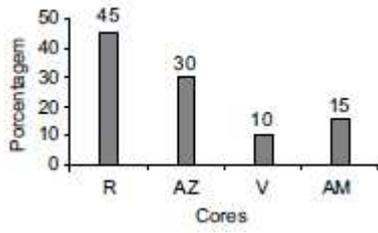
Foi feito um levantamento com 120 crianças sobre a cor preferida de cada uma delas, e os resultados foram colocados na seguinte tabela:

Cor Preferida	Número de crianças
Rosa (R)	48
Azul (AZ)	42
Verde (V)	12
Amarelo (AM)	18

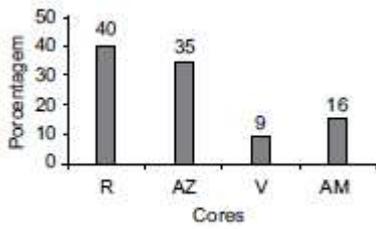
Sabendo que cada criança escolheu uma só cor de sua preferência, então, o gráfico que representa essas informações, em porcentagem, é:

a.

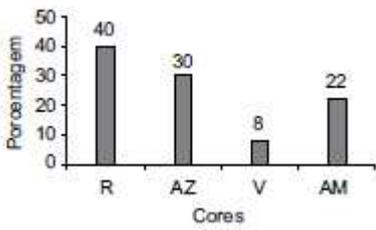




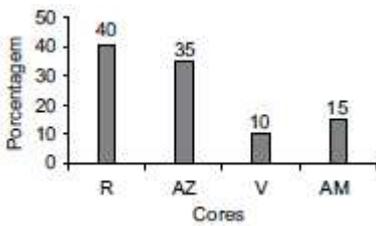
b.



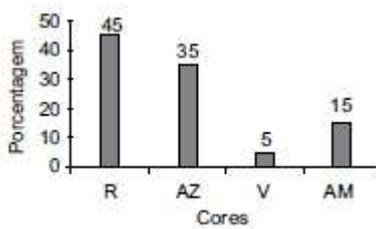
c.



d.



e.



### Comentários:

48 das 120 crianças preferiram rosa:

$$\frac{48}{120} = 0,4 = 40\%$$

Assim, a coluna correspondente a R deve ser de 40%. Isso nos deixa entre as alternativas B, C e D.

12 crianças das 120 preferiram verde.

$$\frac{12}{120} = 0,1 = 10\%$$

A coluna correspondente a V tem valor 10%. Isso nos permite eliminar B e C.

**Gabarito questão 027: D**

Para a cor azul temos:

$$\frac{42}{120} = 0,35 = 35\%$$

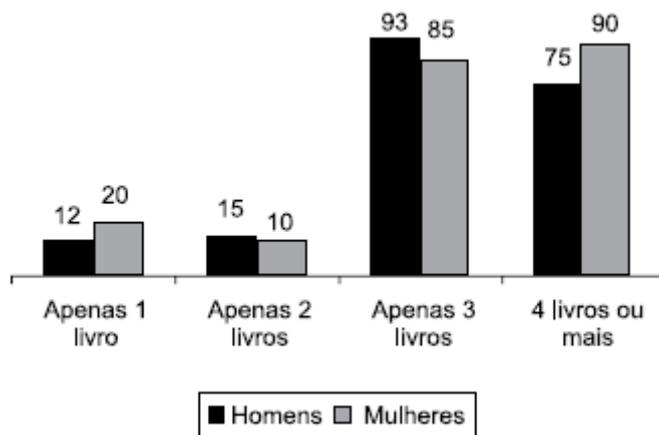
Para amarelo:

$$\frac{18}{120} = 0,15 = 15\%$$

**28. (VUNESP / TJ PA – 2014)**



Considere o gráfico com informações sobre os números de livros lidos pelos 400 funcionários de uma empresa, no último ano.



Com base nas informações do gráfico, é correto afirmar que

- a) há funcionários que não leram livro algum.
- b) a média de livros lidos pelas mulheres, em um ano, é igual a 3,19 livros.
- c) o número de mulheres que leram 5 livros é maior que o número de homens que também leram 5 livros.
- d) a razão entre o número de homens e o número de mulheres que leram 3 ou mais livros é  $\left(\frac{93}{85}\right)$ .
- e) o número de funcionários que leram apenas dois livros corresponde a 6,25% do número total de funcionários.

### Comentários:

**Alternativa A - INCORRETA.** O gráfico nos indica que todas as pessoas leram ao menos 1 livro.

**Alternativa B - INCORRETA.** Não temos como calcular a média para as mulheres, pois a última barra corresponde a "4 livros ou mais". Assim, não sabemos se estas 90 mulheres leram 4 livros, 5 livros, 6 livros, ou outra quantia maior. Pode ser ainda que cada uma tenha lido uma quantidade diferente. Enfim, não dá para calcular a média.





**Letra C - INCORRETA.** O gráfico não nos dá informações sobre quantos homens leram 5 livros, nem sobre quantas mulheres leram 5 livros, de modo que não temos como afirmar nada a respeito. Isso ocorre porque as últimas barras correspondem a uma faixa de valores: de 4 livros para cima.

Exemplificando, seria perfeitamente possível que todos os 75 homens ali retratados tivessem lido 5 livros, e que todas as 90 mulheres tivessem lido exatamente 4 livros. Daí que a letra C seria errada.

**Letra D - INCORRETA.** Homens que leram 3 ou mais livros:  $93 + 75$ .

Mulheres que leram 3 ou mais livros:  $85 + 90$

Razão:

$$\frac{93 + 75}{85 + 90}$$

A alternativa errou ao pegar os dados de quem leu exatamente três livros. Mas a questão perguntou sobre leitura de três ou mais livros. Assim, temos que levar em conta as pessoas que leram 4 livros, 5 livros, 6 livros, etc.

**Letra E - CORRETA.** Funcionários que leram apenas 2 livros:  $15 + 10 = 25$

Dividindo essa quantidade pelo total de funcionários:

$$\frac{25}{400}$$
$$= 6,25\%$$

Foi exatamente o que disse a alternativa.

**Gabarito questão 028: E**



## 29. (FUNDATEC / Banco Regional de Desenvolvimento do Extremo Sul – BRDE - 2015

Assinale a alternativa que representa a nomenclatura dos três gráficos abaixo, respectivamente.

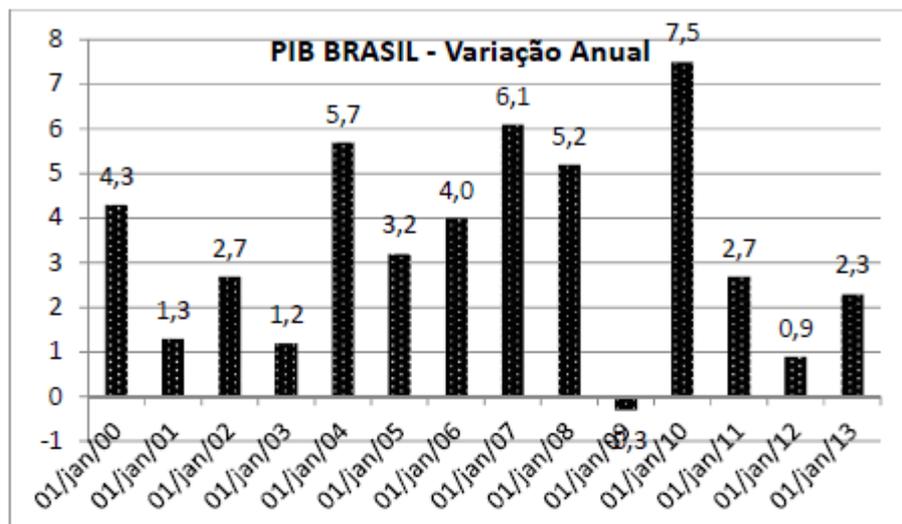


GRÁFICO 1

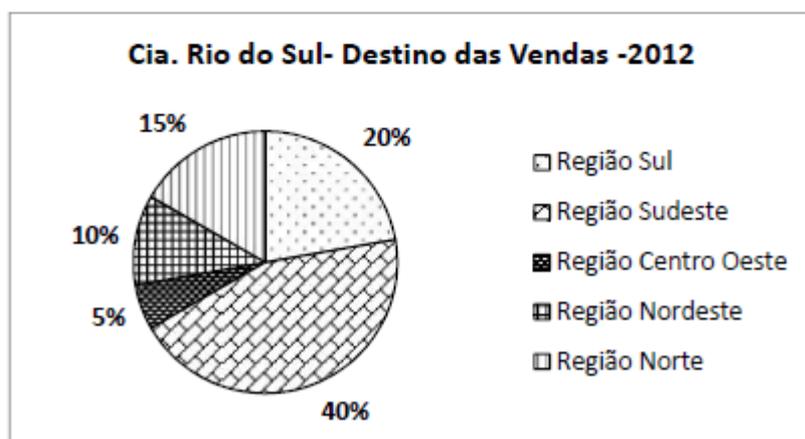


GRÁFICO 2



GRÁFICO 3

- a) Gráfico de Setores – Gráfico de Barras – Gráfico de Linha.
- b) Gráfico de Pareto – Gráfico de Pizza – Gráfico de Tendência.
- c) Gráfico de Barras – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.
- d) Gráfico de Linhas – Gráfico de Pizza – Gráfico de Barras.
- e) Gráfico de Tendência – Gráfico de Setores – Gráfico de Linha.

#### Comentários:

- Para o primeiro gráfico, há as seguintes alternativas:
- gráfico de setores: errado. Um gráfico de setores é aquele que parece uma pizza dividida em fatias
- gráfico de Pareto: um gráfico de Pareto ordenaria os eventos conforme sua frequência, para separar aqueles que são muito frequentes daqueles pouco frequentes.
- **gráfico de barras: perfeito!**
- gráfico de linhas: errado, no primeiro gráfico não há linhas, há colunas ou barras
- gráfico de tendência: errado, um gráfico de tendência mostraria uma tendência de crescimento ou decréscimo dos dados. Geralmente a tendência é mostrada com uma linha

Só aqui já dá para marcar a letra C.

O segundo gráfico é o famoso "gráfico de setores". Ele é popularmente chamado de "gráfico em forma de pizza", mas o nome mais "chique" mesmo é gráfico de setores.

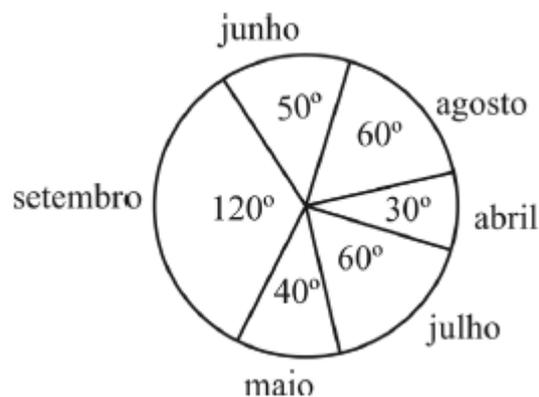


O último gráfico é um gráfico de linha.

**Gabarito questão 029: C**

**30. (CESPE / CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DE ALAGOAS - 2017)**

O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.



Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

A frequência relativa à classe “incêndios no mês de setembro” é superior a 30%.

**Comentários:**

A circunferência tem 360°, sendo que o mês de setembro corresponde a 120°.

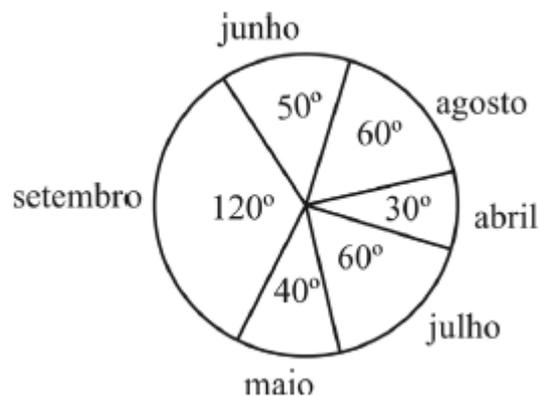
Logo, sua frequência relativa fica:

$$f_r = \frac{120}{360} = \frac{1}{3} \approx 33,33\%$$

Gabarito questão 030: CERTO.

**31. (CESPE / CORPO DE BOMBEIROS MILITAR DE ALAGOAS - 2017)**

O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.



Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

Nos meses de maio e junho ocorreram mais de 400 incêndios nessa região.

**Comentários:**

Em maio temos um ângulo de 40°, em junho, de 50°. A soma destes dois valores é de 90°.

Como a circunferência inteira tem 360°, a fração fica:

$$\frac{90}{360} = \frac{1}{4} = 0,25$$

25% dos incêndios ocorreram durante estes dois meses.

$$0,25 \times 1.548$$



$$= 387$$

A quantidade de incêndios durante os meses de maio e junho não foi superior a 400.

**Gabarito questão 031: ERRADO.**

## DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

### 32. (CESPE / SEFAZ MT – 2004)

Considere a seguinte situação hipotética.

Um órgão do governo recebeu pela Internet denúncias de sonegação de impostos estaduais contra 600 pequenas empresas. Denúncias contra outras 200 pequenas empresas foram encaminhadas pessoalmente para esse órgão. Para a apuração das denúncias, foram realizadas auditorias nas 800 empresas denunciadas. Como resultado dessas auditorias, foi elaborada a tabela abaixo, que apresenta um quadro das empresas denunciadas e os correspondentes débitos fiscais ao governo. Das empresas denunciadas, observou-se que apenas 430 tinham débitos fiscais.

forma de recebimento da denúncia	valor do débito fiscal (VDF), em R\$ mil, apurado após auditoria na empresa denunciada				total
	$0 < \text{VDF} < 1$	$1 \cdot \text{VDF} < 2$	$2 \cdot \text{VDF} < 3$	$3 \cdot \text{VDF} < 4$	
pela Internet	60	100	50	30	240
pessoalmente	20	120	40	10	190
total	80	220	90	40	430*

Nota: \*Para as demais empresas, VDF = 0.

Com base na situação hipotética acima e de acordo com as informações apresentadas, julgue o item que se segue.



O valor total dos débitos fiscais apurados após as auditorias feitas nas empresas denunciadas é inferior a R\$ 500 mil.

### Comentários:

Segue tabela de frequências dos débitos:

Débito	Frequência
$0 < VDF < 1$	80
$1 < VDF < 2$	220
$2 < VDF < 3$	90
$3 < VDF < 4$	40

Vamos trabalhar com os limites inferiores das classes, tentando minimizar os valores dos débitos, para ver se é possível que o total seja menor de R\$ 500.000,00.

Débito mínimo	Frequência	Produto
0	80	0
1	220	220
2	90	180
3	40	120
	TOTAL	520

No mínimo, o débito total é de R\$ 520 mil. Logo, é impossível que ele seja menor que R\$ 500 mil.

**Gabarito questão 032: errado**

### 33. (FEPESE / SECRETARIA DE ESTADO DA FAZENDA DE SC - 1998)

A tabela abaixo mostra a distribuição de frequência dos salários mensais, em reais, de 95 funcionários da empresa TUDO TOPA LTDA.



Salários(em reais)	Número de funcionários
3.000 a 3.999	12
4.000 a 4.999	10
5.000 a 5.999	20
6.000 a 6.999	18
7.000 a 7.999	15
8.000 a 8.999	10
9.000 a 9.999	06
10.000 a 10.999	04

Em relação a essa tabela, a porcentagem de funcionários que ganham menos de R\$ 7.000,00 é de:

- a) 21,1%
- b) 15,7%
- c) 36,9%
- d) 63,1%
- e) 78,9%

Comentários:

Abaixo destacamos as frequências correspondentes aos funcionários que ganham menos de R\$ 7.000,00:



Salários(em reais) Número de funcionários

3.000 a 3.999	12
4.000 a 4.999	10
5.000 a 5.999	20
6.000 a 6.999	18
7.000 a 7.999	15
8.000 a 8.999	10
9.000 a 9.999	06
10.000 a 10.999	04

Somando todas as frequências:

$$12 + 10 + 20 + 18 = 60$$

60 funcionários, entre os 95 existentes, ganham menos de R\$ 7.000,00.

O percentual de funcionários correspondente é:

$$\frac{60}{95} \approx \frac{60}{100} = 60\%$$

Quando substituimos o denominador 95 por 100, nós diminuimos um pouco o resultado. Na verdade, a resposta correta é um pouco maior que 60%.

**Gabarito questão 033: D**

### 34. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)

A distribuição dos 500 preços unitários de um equipamento é representada por um histograma em que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe e no eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequências, em (R\$)-1. Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe no histograma apresenta uma amplitude de R\$ 2,50 com uma densidade de frequência igual a 0,096. A quantidade de preços unitários referente a este intervalo é

a) 96.



- b) 120.
- c) 144.
- d) 150.
- e) 192.

**Comentários:**

A densidade de frequência (df) corresponde à divisão entre a frequência relativa (fr) e a amplitude de classe (h).

$$d_f = \frac{f_r}{h}$$

Nesta questão, a amplitude de classe vale 2,50 ( $h = 2,50$ ) e a densidade de frequência vale 0,096 ( $df = 0,096$ ).

Portanto:

$$0,096 = \frac{f_r}{2,50}$$

$$f_r = 0,096 \times 2,50 = 0,24 = 24\%$$

Isto significa que 24% dos preços estão neste intervalo. Como há 500 preços ao todo, a quantidade correspondente será:

$$24\% \times 500 = 120$$

**Gabarito questão 034: B**

**35. (FCC / TRT 6ª Região - 2012)**



A função de distribuição empírica abaixo,  $F_{200}(x)$ , refere-se a uma pesquisa realizada em 200 residências, escolhidas aleatoriamente, em que  $x$  é o número verificado de pessoas que trabalham em cada residência.

$$F_{200}(x) = \begin{cases} 0,00 & \text{se } x < 0 \\ 0,10 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 0,40 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0,65 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0,85 & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 0,95 & \text{se } 4 \leq x < 5 \\ 1,00 & \text{se } x \geq 5 \end{cases}$$

O número de residências desta pesquisa em que se verificou possuir pelo menos uma pessoa que trabalha e menos que 4 é

- a) 150.
- b) 160.
- c) 170.
- d) 180.
- e) 190.

### Comentários:

A questão nos deu as frequências acumuladas. Passando os dados para uma tabela:

Classe	Frequência acumulada
$0 \leq x < 1$	<b>0,1</b>
$1 \leq x < 2$	0,4
$2 \leq x < 3$	0,65
$3 \leq x < 4$	<b>0,85</b>
$4 \leq x < 5$	0,95
$x \geq 5$	1

A primeira linha nos diz que 10% das residências não apresentam ninguém que trabalhe.

A quarta linha nos diz que em 85% das residências há menos de 4 pessoas trabalhando.



Ok, tomemos as residências em que menos de 4 pessoas trabalham (85%). Se destas residências excluirmos aquelas em que ninguém trabalha (10%), teremos justamente as residências em que pelo menos uma pessoa trabalha e menos de 4 pessoas trabalham.

$$85\% - 10\% = 75\%$$

Lembrando que o total de residências é 200:

$$75\% \times 200 = 150$$

**Gabarito questão 035: A**

### 36. (FGV / ASSEMBLEIA LEGISLATIVA DA BAHIA (ALBA)- 2014)

Observe a tabela de frequências a seguir, que se refere aos saldos em conta, num determinado dia, de duzentas contas-correntes:

Saldos em conta (R\$)	Frequência
Até 100,00	8
De mais de 100,00 a 300,00	28
De mais de 300,00 a 500,00	46
De mais de 500,00 a 700,00	54
De mais de 700,00 a 900,00	44
De mais de 900,00 a 1.100,00	13
De mais de 1.100,00 a 1.300,00	6
Acima de 1.300,00	1

A frequência relativa acumulada de saldos em R\$ 900,00 é igual a

- a) 22%.
- b) 36%.
- c) 54%.



- d) 90%.
- e) 97%.

**Comentários:**

Primeiro calculamos as frequências acumuladas:

Saldos em conta (R\$)	Frequência	Frequência acumulada
Até 100,00	8	=8
De mais de 100,00 a 300,00	28	= 8 + 28 = 36
De mais de 300,00 a 500,00	46	= 36 + 46 = 82
De mais de 500,00 a 700,00	54	= 82 + 54 = 136
De mais de 700,00 a 900,00	44	= 136 + 44 =180
De mais de 900,00 a 1.100,00	13	
De mais de 1.100,00 a 1.300,00	6	
Acima de 1.300,00	1	

Preenchemos a tabela só até onde foi preciso, até o valor 900.

A frequência absoluta acumulada do 900 é 180. Para determinar a frequência relativa acumulada, basta dividir tal valor por 200, eis que são 200 observações:

$$\frac{180}{200} = 0,9 = 90\%$$

**Gabarito questão 036: D**

**37. (CESGRANRIO / IBGE - 2014)**

Um grupo formado por 1200 alunos fez uma prova, e as notas obtidas foram dispostas sobre uma escala que vai de 100 a 500. A Tabela abaixo mostra, em números aproximados, a distribuição do percentual acumulado acima das notas indicadas.



<b>DISTRIBUIÇÃO DO PERCENTUAL ACUMULADO ACIMA DAS NOTAS</b>											
Notas	> 125	> 150	> 175	> 200	> 225	> 250	> 275	> 300	> 325	> 350	> 375
Percentual de alunos	99,9%	99,7%	98,0%	93,2%	82,6%	64,3%	39,3%	18,6%	6,3%	1,7%	0,3%

O número de alunos, com notas maiores que 225 e menores ou iguais a 250, é mais próximo de

- a) 980
- b) 881
- c) 319
- d) 220
- e) 183

**Comentários:**

A tabela nos diz que 82,6% dos alunos têm nota maior que 225. Nos diz ainda que 64,3% têm notas maiores que 250.

Logo, entre essas duas notas, teremos:

$$82,6\% - 64,3\% = 18,3\%$$

Temos 18,3% dos alunos no intervalo de notas desejado. Como são 1.200 alunos ao todo, esse percentual corresponde a:

$$\frac{18,3}{100} \times 1.200 = 219,6$$

São aproximadamente 220 alunos nesta situação.

**Gabarito questão 037: D**

**38. (FCC / TRT 3ª Região - 2015)**



Em um histograma representando os preços unitários de microcomputadores em estoque, observa-se que no eixo das abscissas constam os intervalos de classe em R\$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em (R\$)<sup>-1</sup>. Densidade de frequência de um intervalo de classe é o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um determinado intervalo de classe com amplitude igual a R\$ 2.500,00 apresenta uma densidade de frequência, em (R\$)<sup>-1</sup>, igual a  $12,8 \times 10^{-5}$ . Se o número de microcomputadores deste intervalo é igual a 48, então o número total de microcomputadores em estoque é igual a

- a) 150.
- b) 120.
- c) 240.
- d) 160.
- e) 96.

#### Comentários:

Densidade de frequência ( $d_f$ ) é a relação entre a frequência relativa ( $f_r$ ) e a amplitude de classe ( $h$ ).

$$d_f = \frac{f_r}{h}$$

Para determinada classe, a amplitude vale 2.500 e a densidade de frequência vale  $12,8 \times 10^{-5}$

$$12,8 \times 10^{-5} = \frac{f_r}{2.500}$$

$$f_r = 12,8 \times 10^{-5} \times 2.500 = 0,32$$

A frequência relativa vale 0,32. Isso significa que 32% das observações estão nesta classe. O exercício disse que isso corresponde a 48 microcomputadores. Para determinar o número total de computadores, basta fazer uma regra de três:

$$32\% \dots 48$$



$$100\% \dots x$$

$$0,32x = 48$$

$$x = \frac{48}{0,32}$$

$$x = 150$$

**Gabarito questão 038: A**

**39. (FCC / TRT 20ª Região - 2016)**

Um gráfico corresponde a um histograma apresentando a distribuição dos salários dos funcionários lotados em um determinado órgão público. No eixo das abscissas constam os intervalos de classe (fechados à esquerda e abertos à direita) dos salários em R\$ e no eixo das ordenadas as respectivas densidades de frequências em (R\$) <sup>-1</sup>. Densidade de frequência de um intervalo é definida como sendo o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Se 135 funcionários ganham salários com valores pertencentes ao intervalo [3.000, 6.000) com uma densidade de frequência de  $1 \times 10^{-4}$  (R\$) <sup>-1</sup>, então o número de funcionários que ganham salários com valores pertencentes ao intervalo [6.000, 8.000) com uma densidade de frequência de  $2 \times 10^{-4}$  (R\$) <sup>-1</sup> é igual a

- a) 300
- b) 180
- c) 270
- d) 150
- e) 90

**Comentários:**

A densidade de frequência ( $d$ ), como explicado na questão, é a relação entre a frequência relativa ( $f_r$ ) e a amplitude de classe ( $h$ ).



$$d = \frac{f_r}{h}$$

1) Foi dito que 135 funcionários pertencem à classe [3.000, 6.000). Esta classe tem amplitude:

$$h = 6.000 - 3.000 = 3.000$$

A densidade de frequência relativa é de  $10^{-4}$ . Logo:

$$d = \frac{f_r}{h}$$

$$10^{-4} = \frac{f_r}{3.000}$$

$$f_r = 3.000 \times 10^{-4} = 0,3$$

30% das observações estão nesta classe.

**30% das observações ..... 135 funcionários**

2) Foi afirmado que a classe [6.000, 8.000) tem densidade de frequência  $2 \times 10^{-4}$ . Esta classe tem amplitude:

$$h = 8.000 - 6.000 = 2.000$$

Resultado:

$$d = \frac{f_r}{h}$$



$$2 \times 10^{-4} = \frac{f_r}{2.000}$$

$$f_r = 2.000 \times 2 \times 10^{-4} = 0,4$$

Esta classe apresenta 40% das observações.

30% das observações .... 135 funcionários

40% das observações .... x

Multiplicando cruzado:

$$0,3x = 0,4 \times 135$$

$$x = \frac{54}{0,3} = 180$$

**Gabarito questão 039: B**

**40. (FCC / Agência Reguladora de Serviços Públicos Delegados de Transporte do Estado de São Paulo (ARTESP) - 2017)**

Foi solicitado para uma empresa de transportes que fizesse um levantamento da idade da frota dos seus caminhões que operavam em um trecho de rodovia com tráfego intenso. O gerente da empresa entregou a seguinte tabela:

<b>Caminhão</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>	<b>G</b>	<b>H</b>	<b>I</b>	<b>J</b>	<b>K</b>	<b>L</b>	<b>M</b>
Idade (anos)	15	20	5	2	3	3	17	23	16	8	6	9	14
<b>Caminhão</b>	<b>N</b>	<b>O</b>	<b>P</b>	<b>Q</b>	<b>R</b>	<b>S</b>	<b>T</b>	<b>U</b>	<b>V</b>	<b>W</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	
Idade (anos)	10	10	6	8	2	4	18	5	9	11	26	14	

De posse deste levantamento, a analista de operações da autarquia solicitante organizou uma distribuição de frequência para organizar melhor os dados para serem analisados. Sendo assim,



em um primeiro momento, fez-se necessário encontrar o número de intervalos (K) e a classe (C), que são expressos, respectivamente, por

- a) 5 e 4,80.
- b) 5 e 5,20.
- c) 6 e 4,80.
- d) 6 e 5,20.
- e) 4 e 5.

### Comentários:

O enunciado ficou um pouco confuso. Melhorando a redação:

*De posse deste levantamento, a analista de operações da autarquia solicitante organizou uma distribuição de frequência para organizar melhor os dados para serem analisados. Sendo assim, em um primeiro momento, fez-se necessário encontrar o número de intervalos (K) e a **amplitude de classe** (C), que são expressos, respectivamente, por*

Notem que o menor valor é 2 e o maior valor é 26. Assim, a amplitude total é de:

$$26 - 2 = 24$$

Portanto, com K intervalos de amplitude C devemos conseguir cobrir as 24 unidades:

$$KC = 24$$

As alternativas trazem as opções K=4, ou K=5, ou K=6.

Se K=4, C deve valer 6, para que o produto seja 24. Não há alternativa com esta combinação.

Se K=5, C deve valer 4,8, para que o produto seja 24. **Resposta: A.**

Se K=6, C deve valer 4, para que o produto seja 24. Não há alternativa com esta combinação.



Gabarito questão 040: A

**41. (INSTITUTO MAIS / CÂMARA MUNICIPAL DE OSASCO - 2016)**

Observe a tabela abaixo.

Salários em R\$	Fi	Far.
1000 a 1070	3	3
1071 a 1150	5	8
1151 a 1220	14	22
1221 a 1300	6	28
1301 a 1370	8	36
1371 a 1450	2	38

Considere estar se falando de salários e frequência de pessoal. isto posto, é correto ,afirmar que recebem R\$ 1221 a RS 1450.

- a) 16 funcionários.
- b) 36 funcionários.
- c) 38 funcionários.
- d) 102 funcionários.

Abaixo destacamos as classes que nos interessam:

Salários em R\$	Fi	Far.
1000 a 1070	3	3
1071 a 1150	5	8
1151 a 1220	14	22
<b>1221 a 1300</b>	<b>6</b>	<b>28</b>
<b>1301 a 1370</b>	<b>8</b>	<b>36</b>
<b>1371 a 1450</b>	<b>2</b>	<b>38</b>

Destacamos as classes que cobrem o intervalo de 1.221 a 1.450.



O total de pessoas nestas classes fica:

$$6 + 8 + 2 = 16$$

Há 16 funcionários que recebem entre R\$ 1.221,00 a R\$ 1.450,00.

**Gabarito questão 041: A**

## FORMAS GRÁFICAS DE APRESENTAÇÃO DE DADOS AGRUPADOS EM CLASSE

### 42. (CESPE / TER ES – 2011)

cargo	candidatos	candidatos aptos	eleitos
presidente da República	9	9	1
governador de estado	170	156	27
senador	272	234	54
deputado federal	6.021	5.058	513
deputado estadual/distrital	15.268	13.076	1.059
total	21.640	18.533	1.658

Internet: <[www.tse.gov](http://www.tse.gov)> (com adaptações).

Com base na tabela acima, referente às eleições de 2010, que apresenta a quantidade de candidatos para os cargos de presidente da República, governador de estado, senador, deputado federal e deputado estadual/distrital, bem como a quantidade de candidatos considerados aptos pela justiça eleitoral e o total de eleitos para cada cargo pretendido, julgue o item a seguir.

O histograma é a representação gráfica ideal para a distribuição de frequências do número de candidatos aptos segundo o cargo pretendido.

**Comentários:**

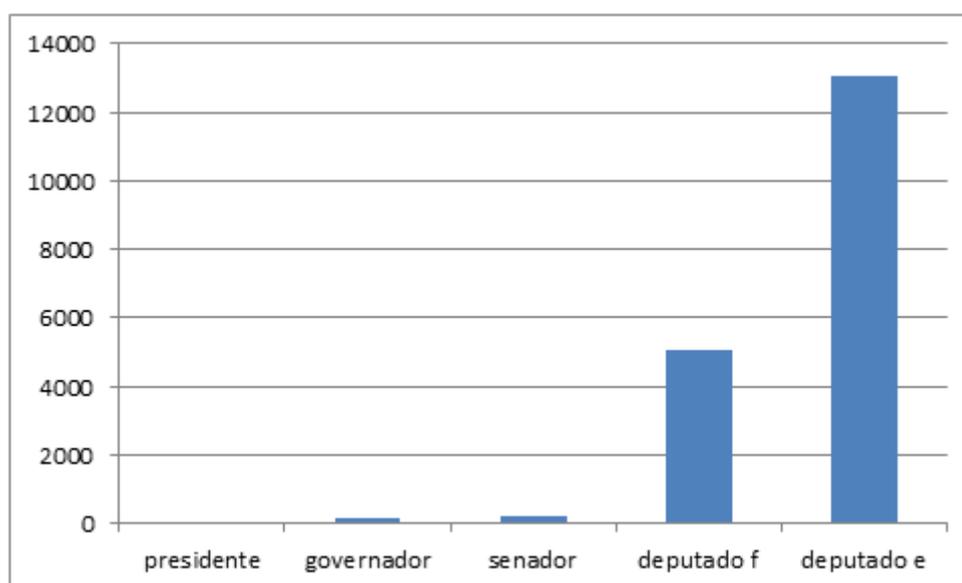


O histograma é aplicável quando estamos representando uma distribuição de frequências para dados em classe, o que não ocorre no presente caso. Portanto, não é adequada a utilização do histograma.

**Gabarito questão 042: errado.**

Mas qual tipo de gráfico seria adequado?

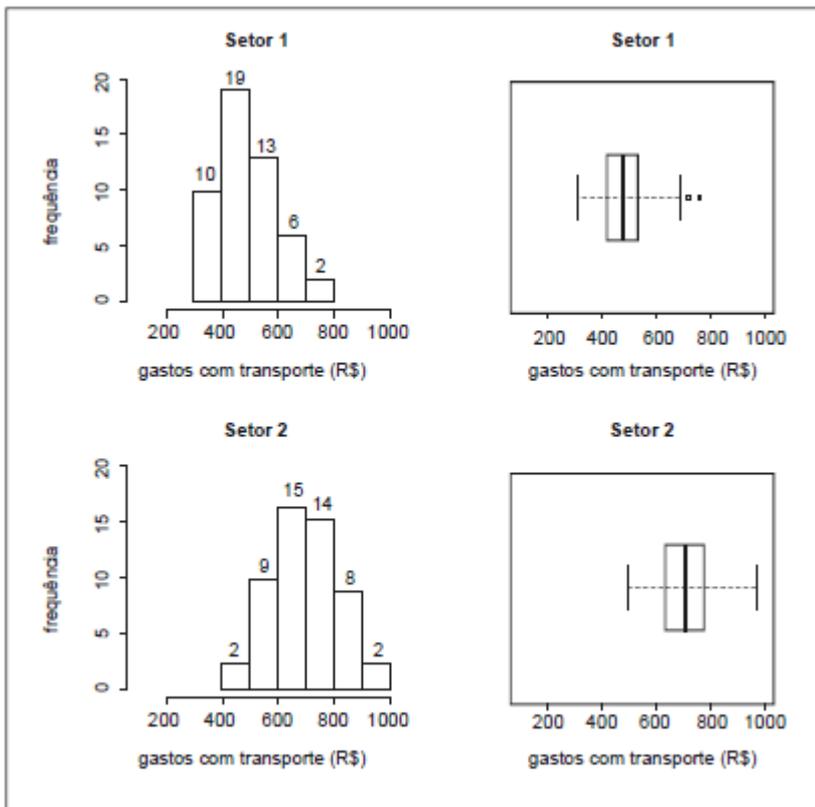
Poderíamos usar, por exemplo, um gráfico de colunas, assim:



No eixo "y" temos o número de candidatos aptos, no eixo "x" as diversas categorias.

#### 43. (CESPE / CÂMARA DOS DEPUTADOS DE BRASÍLIA - 2012)





Para avaliar os gastos com transporte de determinada diretoria, um analista coletou amostras de despesas com transportes (em R\$) registradas por servidores dos setores 1 e 2. Para cada setor, a amostra é constituída por 50 registros. Essas amostras foram organizadas graficamente, e os resultados são mostrados na figura acima. Nesta figura, as frequências absolutas estão indicadas nos histogramas correspondentes. Os dados foram os seguintes:

### Setor 1

308,73	311,80	358,33	359,89	371,53	379,82
383,76	388,66	391,53	394,65	414,60	416,38
418,34	419,42	427,85	428,58	432,06	436,61
442,49	450,53	450,98	452,35	471,70	473,11
476,76	481,46	484,89	490,07	499,87	500,52
502,06	513,80	514,39	521,96	522,18	526,42
528,76	531,53	547,91	572,66	591,43	596,99
609,44	632,15	639,71	677,48	683,76	688,76



723,79 767,53

## Setor 2

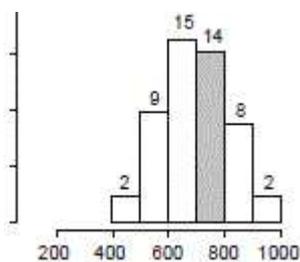
488,37	493,73	547,72	552,66	567,94	571,49
572,26	582,00	583,63	594,77	598,46	619,25
624,20	631,03	634,51	637,21	655,70	657,56
663,81	670,12	671,90	673,78	684,69	685,98
693,35	698,58	708,78	719,80	721,16	734,84
735,94	746,34	754,83	756,10	756,96	760,80
762,29	766,24	770,11	797,73	804,06	805,97
807,29	832,83	844,00	866,77	878,27	897,09
943,10	963,25				

Considerando essas informações, julgue o item.

Na amostra do setor 2, a frequência relativa das despesas entre R\$ 700,00 e R\$ 799,99 é superior a 20%.

## Comentários:

Abaixo destacamos a barra do histograma correspondente ao intervalo de 700 a 799,99:



A frequência desta classe é de 14.

Para calcular a frequência relativa, dividimos 14 pelo total das frequências (50):



$$\frac{14}{50} = \frac{28}{100} = 28\%$$

**Gabarito questão 043: certo**

**44. (FCC / TRT 1ª Região - 2011)**

Um histograma representa a distribuição dos preços unitários de venda de um determinado equipamento no mercado. No eixo das ordenadas estão assinaladas as respectivas densidades de frequência para cada intervalo em  $(R\$)^{-1}$ . Define-se densidade de frequência de um intervalo de classe como sendo o quociente da divisão da respectiva frequência relativa pela correspondente amplitude do intervalo. Um intervalo de classe do histograma corresponde aos preços unitários maiores ou iguais a R\$ 32,00 e inferiores a R\$ 44,50 com uma densidade de frequência igual a  $1,6 \times 10^{-2} (R\$)^{-1}$ . Se todos os intervalos de classe do histograma têm a mesma frequência relativa, então um intervalo de classe com densidade de frequência igual a  $5,0 \times 10^{-3} (R\$)^{-1}$  apresenta uma amplitude de

- a) R\$ 64,00.
- b) R\$ 48,00.
- c) R\$ 40,00.
- d) R\$ 32,00.
- e) R\$ 24,00.

**Comentários:**

**Intervalo de 32 a 44,50**

Esse intervalo tem amplitude de:

$$44,50 - 32 = 12,50$$

A densidade desse intervalo é de  $1,6 \times 10^{-2}$ . Multiplicando a amplitude pela densidade de frequência, obtemos a frequência relativa:

$$f = (1,6 \times 10^{-2}) \times 12,50 = 20 \times 10^{-2} = 0,2$$



Foi dito que todos os intervalos têm a mesma frequência. Logo, concluímos que todos eles têm frequência de 20%.

**Intervalo com densidade de  $5,0 \times 10^{-3} (\text{R}\$)^{-1}$**

Seja  $h$  a amplitude deste segundo intervalo. Sabemos que sua frequência relativa é de 20%, pois todos os intervalos têm a mesma frequência.

Dividindo a frequência relativa pela amplitude de classe, obtemos a densidade de frequência:

$$5 \times 10^{-3} = \frac{0,2}{h}$$

$$h = \frac{0,2}{5 \times 10^{-3}}$$

$$h = 40$$

**Gabarito questão 044: C**

**45. (FCC / SERGAS - 2013)**

Acerca das Representações Gráficas, considere:

I. Histograma é um gráfico que apresenta a distribuição de frequências de uma variável por meio de retângulos justapostos, feitos sobre as classes dessa variável, sendo que a área de cada retângulo é proporcional à frequência observada da correspondente classe.

II. O gráfico de setores não é adequado para representar variáveis quantitativas.

III. O gráfico de colunas contrapostas (ou opostas) não é adequado para representar variáveis quantitativas contínuas.





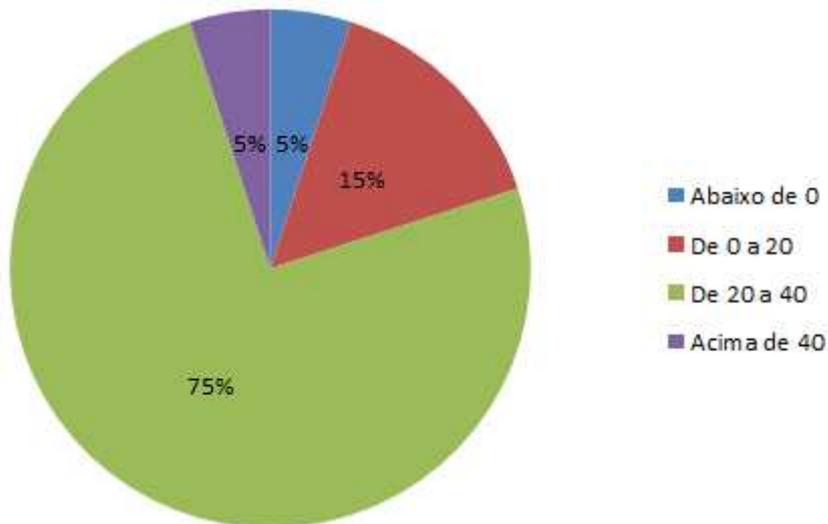
Está correto o que consta APENAS em

- a) I.
- b) III.
- c) I e II.
- d) I e III.
- e) II e III.

**Comentários:**

**Item I - correto.**

**Item II - incorreto.** Como exemplo, segue um gráfico de setores representando as temperaturas máximas, em graus Celsius, para determinada cidade, durante determinado período:



Exemplo: em 75% das ocorrências, a temperatura máxima ficou entre 20° C e 40° C.

Bastou agrupar a variável quantitativa em intervalos de valores que conseguimos representar por meio de um diagrama de setores.

**Item III - correto.** Como cada coluna tem que ser associada a um valor único, não temos como representar variáveis contínuas.





Para deixar mais claro, vamos tomar o seguinte exemplo.

Considere um termômetro mágico, capaz de medir a temperatura com infinitas casas após a vírgula.

Nossa tarefa é construir um gráfico de colunas. Uma das colunas vai me indicar a probabilidade de o termômetro registrar a temperatura  $20,3333\dots^\circ\text{C}$  (uma dízima periódica).

Qual a chance de isso ocorrer?

A chance é 0, pois trata-se de um caso em infinitas possibilidades. Há infinitas temperaturas possíveis, pois estamos avaliando um intervalo real. Há valores tais como  $20^\circ\text{C}$ , ou  $25,67676767\dots^\circ\text{C}$ , ou  $\sqrt{530}$  (número irracional).

Ou seja, não temos como trabalhar com valores únicos, não dá pra vincular uma probabilidade a cada possível valor da variável aleatória.

No lugar disso, temos duas possibilidades:

- associar probabilidades a intervalos de classe. Exemplo: daria para dizer que a chance de valores no intervalo de  $20^\circ\text{C}$  a  $30^\circ\text{C}$  é igual a 20%. Isso é feito por meio do histograma
- trabalhar com gráfico de função densidade de probabilidade

Deste modo, eu assinalaria itens I e III corretos, resposta D. Mas o gabarito da banca foi apenas item I correto, letra A.

**Gabarito questão 045: A**

#### **46. (CESPE / Banco Central do Brasil - 2013)**

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14



Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.

É inviável a elaboração de um histograma em decorrência do fato de ser este um conjunto de dados quantitativos discretos; dessa forma, apenas por meio de um gráfico de barras pode ser realizada a representação gráfica.

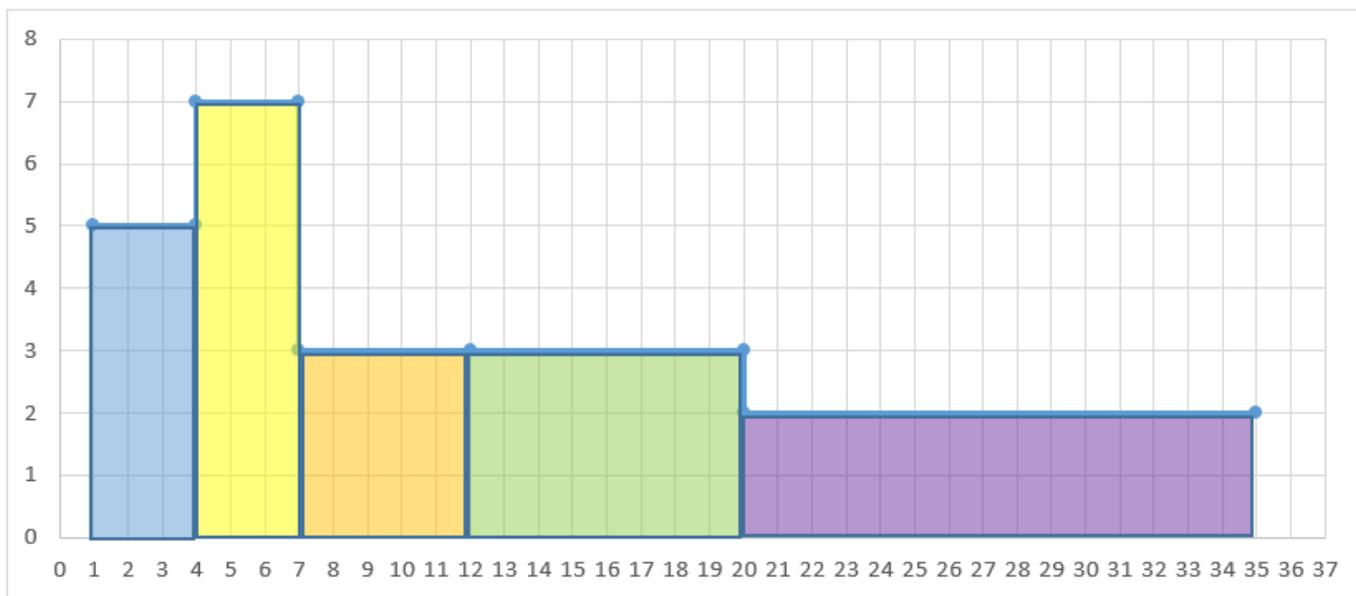
### Comentários:

Basta agruparmos os dados em classe para ser possível a utilização do histograma. Exemplo:

Classe	Frequência
[1; 4)	5
[4; 7)	7
[7; 12)	3
[12; 20)	3
[20; 35)	2

O que resulta no seguinte histograma:





Gabarito questão 046: ERRADO

#### 47. (VUNESP / TJ SP - 2015)

Leia o texto a seguir para responder à questão.

Considere a tabela de distribuição de frequência seguinte, em que  $x_i$  é a variável estudada e  $f_i$  é a frequência absoluta dos dados.

$x_i$	$f_i$
30 — 35	4
35 — 40	12
40 — 45	10
45 — 50	8
50 — 55	6
TOTAL	40

Assinale a alternativa em que o histograma é o que melhor representa a distribuição de frequência da tabela.



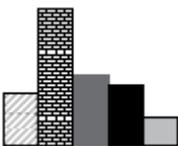
a)



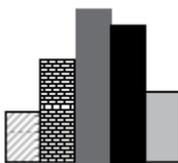
b)



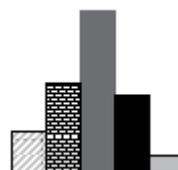
c)



d)



e)



### Comentários:

Como a maior frequência é a da segunda classe, então a maior coluna do histograma tem que ser a segunda coluna. Isso já nos permite eliminar as alternativas B, D e E.

Ficamos entre A e C.



A diferença de frequência entre a segunda e a terceira classe é 2. Em seguida, a diferença entre a terceira e a quarta classe novamente é 2. E a diferença entre as frequências da quarta e da quinta classe novamente é 2. Deste modo, no histograma esperamos um comportamento em formato de escada, com degraus de mesmo tamanho. Isso ocorre na alternativa A.

**Gabarito questão 047: A**

**48. (CESGRANRIO / IBGE - 2014)**

Observe as afirmações a seguir relativas a histograma e a gráfico de ramo e folha.

I - Histogramas serão mais úteis do que gráfico de ramo e folha para mostrar quaisquer observações que estejam bem afastadas da maioria dos dados, se os gráficos forem construídos com um número suficiente de intervalos de classe.

II - Se um gráfico de ramo e folha ou um histograma utilizar uma escala muito expandida, apresentará o comportamento de um gráfico de pontos, em vez de mostrar as densidades relativas dos dados.

III - Na construção de um modelo estatístico para o processo que descreve os dados, o histograma pode sugerir uma função matemática cuja curva se ajusta bem ao histograma.

Está correto APENAS o que se afirma em

- a) I
- b) II
- c) III
- d) I e III
- e) II e III

**Comentários:**





**Item I** - Não há regra fixa sobre qual forma de apresentação de dados é melhor que outra. Tudo depende do caso concreto. Se houver uma quantidade relativamente pequena de dados, a perda de informação resultante de agrupar os dados em classe será relevante, e o histograma não será muito adequado. Será melhor usar o diagrama de ramos e folhas.

Por outro lado, se a quantidade de dados for muito grande, o diagrama de ramos e folhas pode ficar extremamente grande, e de difícil visualização. Nesse caso, é muito melhor agrupar os dados em classe e usar o histograma, que dará uma visão bem melhor do comportamento dos dados.

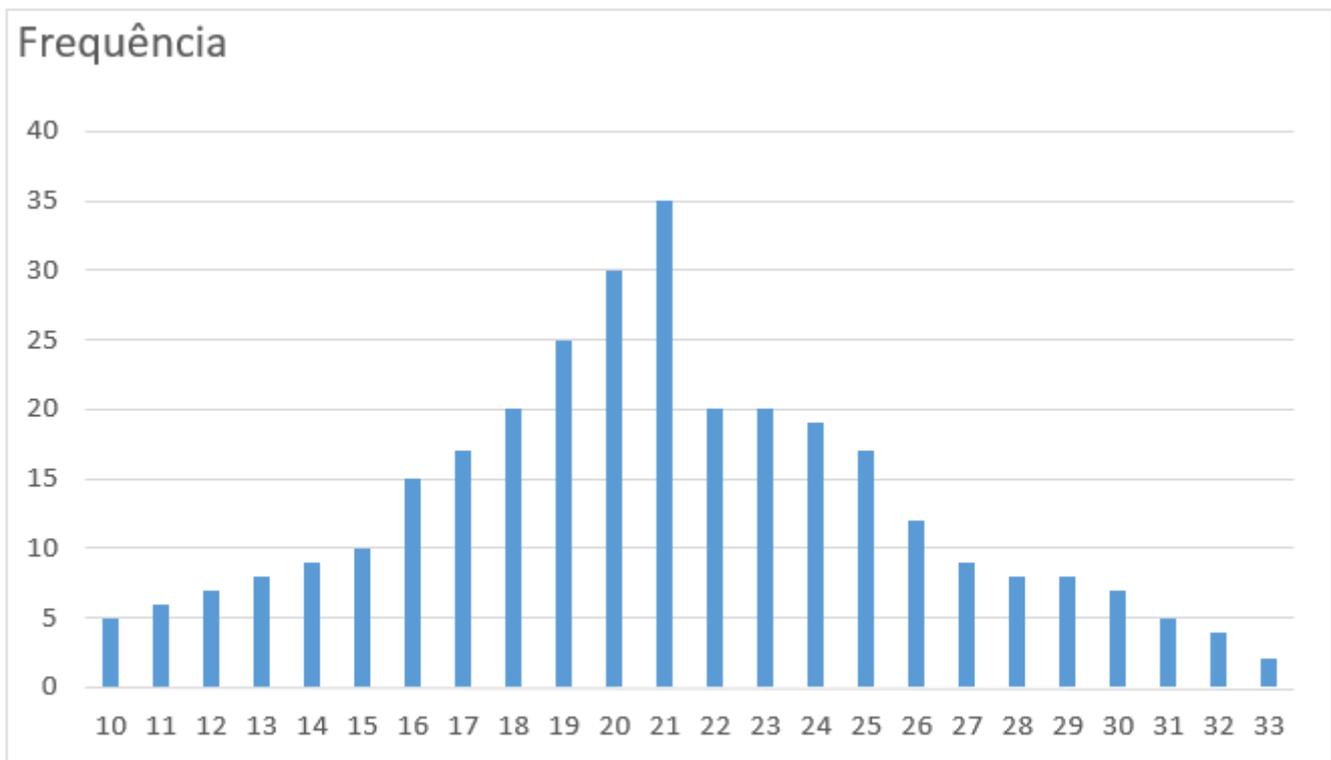
Enfim, tudo depende do caso concreto, não há como dizer qual forma é melhor de maneira genérica.

**Item errado.**

**Item II.** Aparentemente o item quis se referir ao caso em que usamos amplitudes de classes muito pequenas para o histograma, ou intervalos muito curtos para cada linha do diagrama de ramos e folhas. Isso seria a tal "escala expandida". Neste caso, de fato, o gráfico resultante fica parecendo um gráfico de pontos.

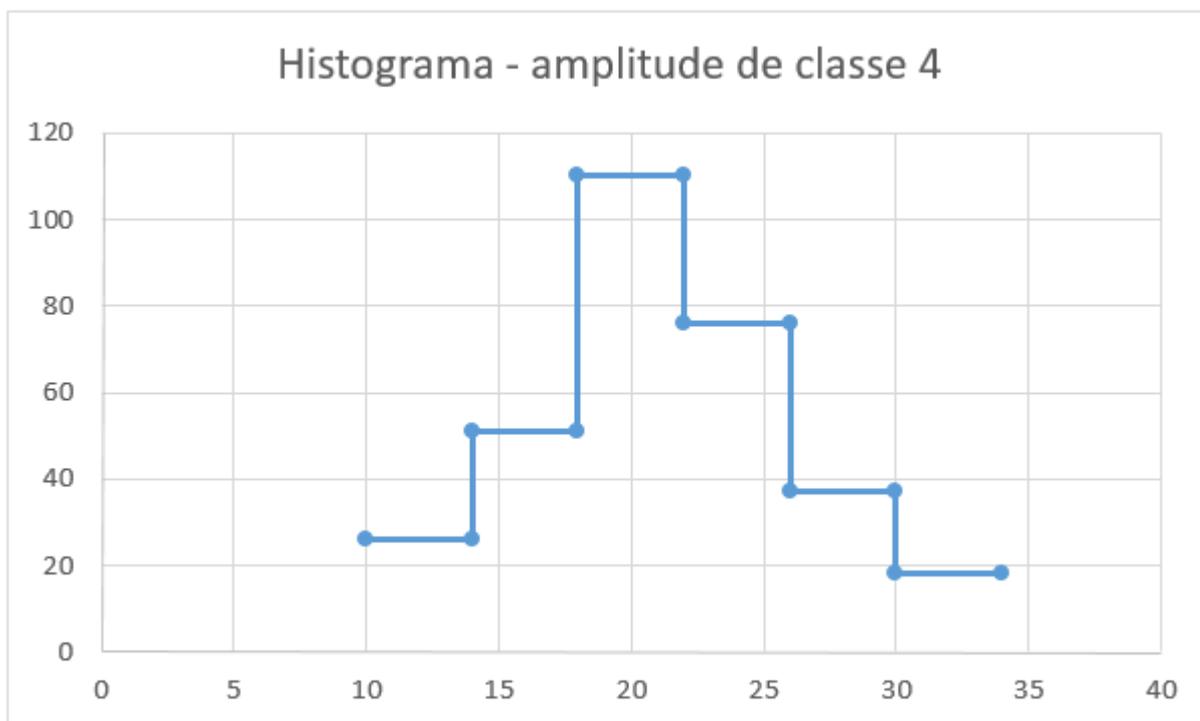
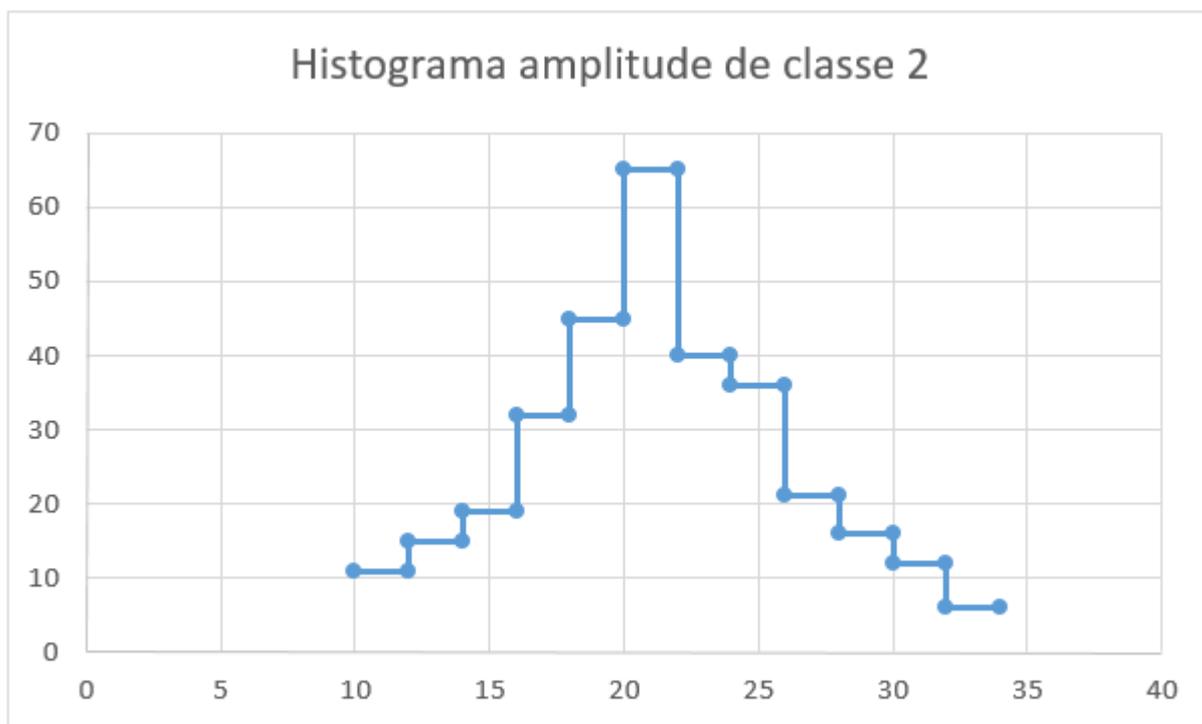
Como dá um pouco de trabalho desenhar um diagrama de pontos, vou substituir por um gráfico de colunas, já que o perfil final é o mesmo.





Se no lugar de cada barrinha a gente colocasse tantas bolinhas quantas fossem necessárias para representar a frequência, teríamos o diagrama de pontos. Exemplo: a primeira barrinha tem tamanho 5. Se a trocássemos por 5 bolinhas empilhadas, perfazendo a mesma altura 5, estaríamos formando o diagrama de pontos.

Agora vamos agrupar esses mesmos dados em classes. Na primeira figura temos classes de amplitude 2. Na segunda figura temos classes de amplitude 4.



Você concorda que o primeiro gráfico se parece mais com o original? Pois é, quanto mais "expandido" for o histograma, ou seja, quanto mais ele tiver amplitudes de classes reduzidas, mais ele se aproxima do formato do gráfico original, no qual não dividimos os dados em classe.

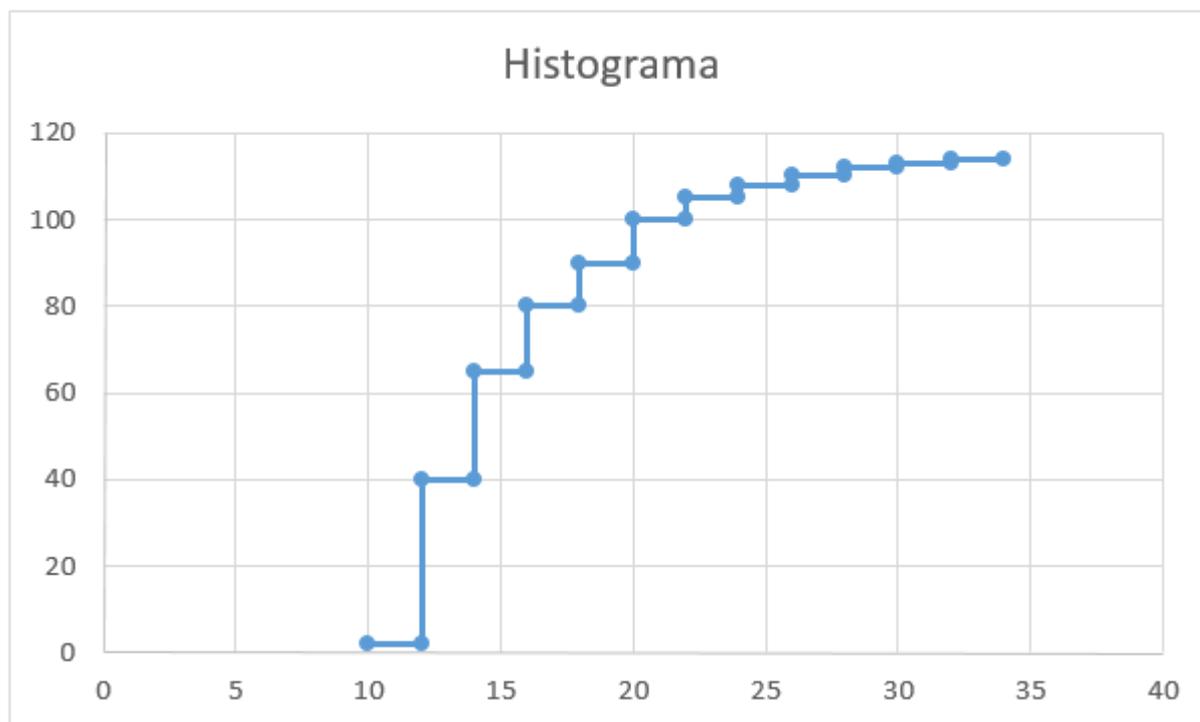
Para o diagrama de ramos e folhas é a mesma coisa. Qual dos dois diagramas abaixo tem perfil que mais lembra o gráfico original?





Item certo

Item III. De fato, ajustando uma curva ao histograma, podemos ter uma sugestão de função matemática. Exemplo:



Talvez uma curva logarítmica se ajuste bem ao histograma acima, ou seja, o histograma está sugerindo um modelo matemático logarítmico para representar o conjunto inicial. **Item certo.**

Gabarito questão 048: E

49. (CESPE / DEPEN – 2015)



região	quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	população brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013 Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Na análise exploratória, o histograma é um gráfico adequado para descrever a distribuição da quantidade de detentos por região em 2013.

### Comentários:

O histograma é apenas usado quando temos dados em classes, ou seja, dados agrupados em faixas de valores.

No caso desta questão, não há qualquer coisa sequer parecida com dados em classe. **Portanto, item errado.**

Poderíamos fazer outros tipos de gráficos, mas nenhum deles seria o histograma. Exemplos:



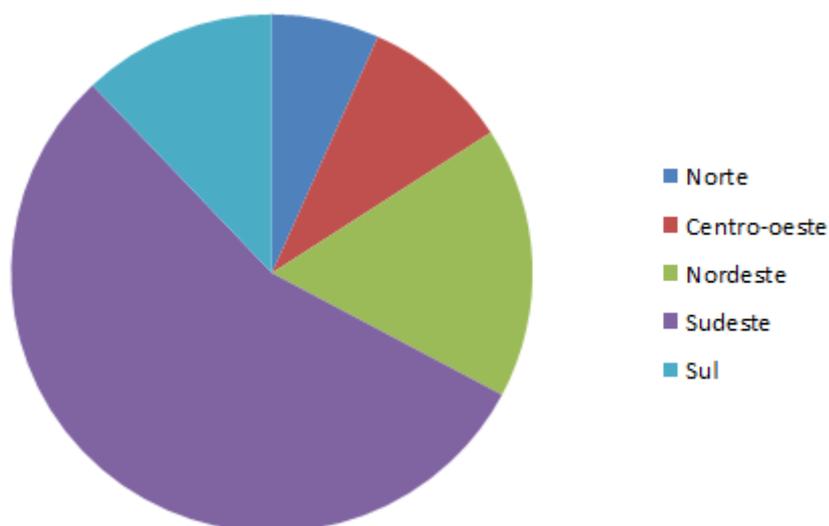


Gráfico de setores

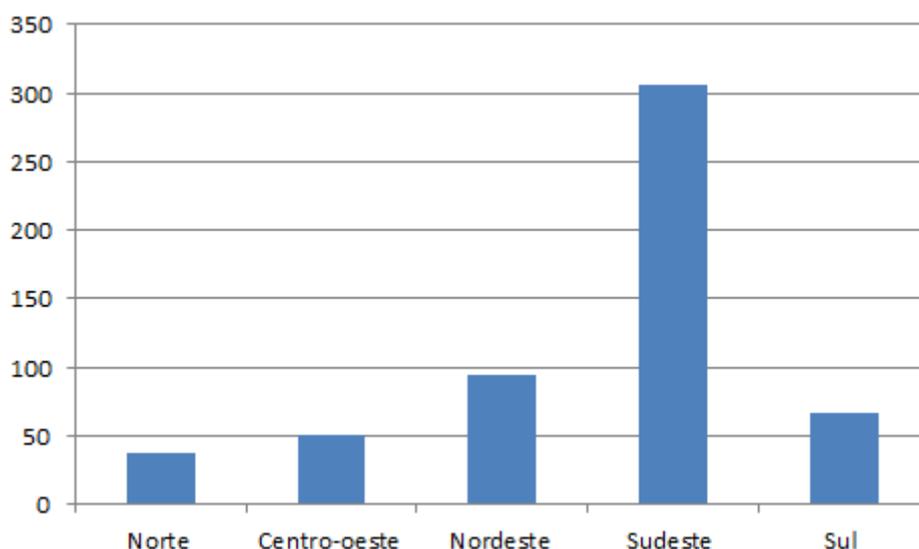


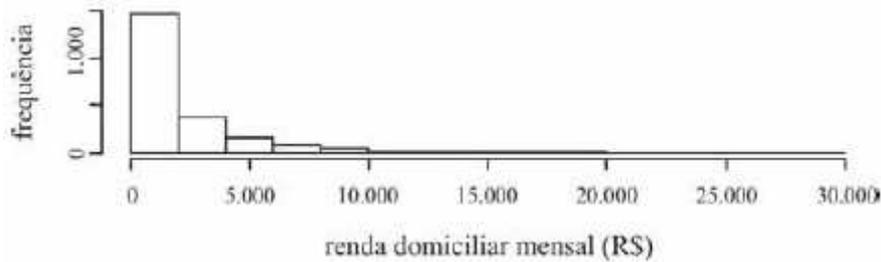
Gráfico de colunas

Agora, histograma simplesmente não dá para fazer porque não temos como agrupar as regiões em "classes de valores", já que elas não são realizações numéricas correspondentes a pontos na reta real, e sim categorias.

**Gabarito questão 049: Errado**

**50. (CESPE / TELEBRAS - 2015)**





Uma empresa coletou e armazenou em um banco de dados diversas informações sobre seus clientes, entre as quais estavam o valor da última fatura vencida e o pagamento ou não dessa fatura. Analisando essas informações, a empresa concluiu que 15% de seus clientes estavam inadimplentes. A empresa recolheu ainda dados como a unidade da Federação (UF) e o CEP da localidade em que estão os clientes. Do conjunto de todos os clientes, uma amostra aleatória simples constituída por 2.175 indivíduos prestou também informações sobre sua renda domiciliar mensal, o que gerou o histograma apresentado.

Com base nessas informações e no histograma, julgue o item a seguir.

Se for elaborado um histograma com classes de larguras variáveis para representar a distribuição dos valores das últimas faturas vencidas, então a classe com maior altura no histograma será, necessariamente, aquela com maior frequência no banco de dados.

### Comentários:

Achei a questão bem problemática, pois não ficou claro se:

- é para trabalhar com um histograma de frequências (como o que foi usado para indicar a renda) ou com um histograma de densidade de frequência
- se tal histograma é referente à base inteira de clientes, ou somente à amostra de 2.175 indivíduos

1) Caso o histograma seja referente apenas à amostra de 2.175, evidentemente que seu comportamento pode não refletir o que ocorre na população (banco de dados completo). Neste caso, **ITEM ERRADO**.

Se o histograma for referente ao banco de dados inteiro, aí temos duas opções.



2) Caso seja um histograma baseado em frequências: quanto maior a altura da barra, maior a frequência. Neste caso, **ITEM CORRETO**.

3) Por fim, caso seja um histograma baseado em densidade de frequências, o **ITEM ESTÁ ERRADO**.

Vamos detalhar melhor este último caso. A altura do histograma é dada pela densidade de frequência ( $d_f$ ). Ela corresponde à razão entre frequência ( $f$ ) e amplitude de classe ( $h$ ).

$$d_f = \frac{f}{h}$$

Uma densidade de frequência elevada pode ser fruto de:

- frequência grande (foi o que o item afirmou)
- ou amplitude de classe muito baixa (pequeno valor de  $h$ )
- ou uma combinação de ambos os anteriores

Deste modo, ainda que uma classe tenha frequência moderada, pode apresentar a maior  $d_f$ ; basta que tenha pequena amplitude de classe.

Exemplo:

- primeira classe com amplitude de R\$ 30,00 e frequência 3.000. A densidade de frequência será 100
- segunda classe com amplitude de R\$ 10,00 e frequência 2.000. A densidade de frequência será 200

Note que a segunda classe, no histograma, terá maior altura (altura 200). Mas na base de dados ela não tem a maior frequência.

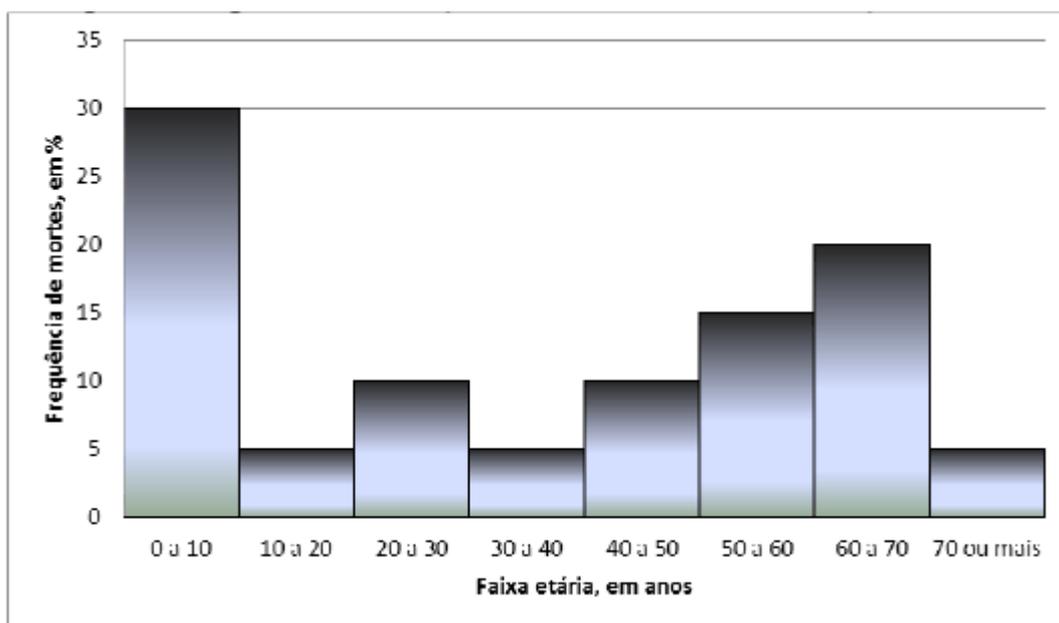
**Crítica à questão:** notem que apresentei três cenários possíveis, com respostas diferentes, por não ter entendido exatamente o que a banca queria. O mais adequado seria a anulação da questão.

**Gabarito questão 050: Errado**



### 51. (MS CONCURSOS / Pref Tremembé - 2016)

O gráfico a seguir mostra a frequência relativa de mortes em um país, distribuída por faixa etária.



De acordo com o gráfico, é verdade que:

- a) A maior quantidade de mortes refere-se a pessoas com 70 anos ou mais.
- b) Cerca de 40% das mortes atingiram pessoas na faixa etária de 40 a 60 anos.
- c) 50% da população morre após os 50 anos.
- d) O maior índice de mortes se dá em crianças de até 10 anos de idade.

#### Comentários:

**Alternativa A - INCORRETA.** A maior quantidade de mortes ocorre na primeira classe, de 0 a 10 anos, e não na última.

Isso já é suficiente para vermos que a **letra D está correta**.

**Alternativa B - INCORRETA.** Na faixa de 40 a 50 anos, temos 10% das mortes. Na faixa de 50 a 60 anos, temos 15% das mortes. Somando tudo, temos:



$$10\% + 15\% = 25\%$$

A resposta correta é, então, 25% e não 40%.

**Alternativa C - INCORRETA.** As pessoas com mais de 50 anos são aquelas retratadas nas três últimas barras. As frequências relativas são de 15%, 20% e 5%, totalizando 40%. Ou seja, não temos 50% das pessoas, como dito na questão.

Obs: **ainda que a soma acima desse 50%, a alternativa continuaria errada.**

O gráfico nos dá informações relativas às pessoas que faleceram, mas não informa quanto isso representa da população total.

Exemplo: A população total tem 100.000 pessoas. Considere que, em determinado período, há 1.000 mortes. E, entre os mortos, 50% tinha mais de 50 anos, o que corresponde a 500 pessoas.

Neste caso, falamos que, entre os mortos, 50% tinha mais de 50 anos.

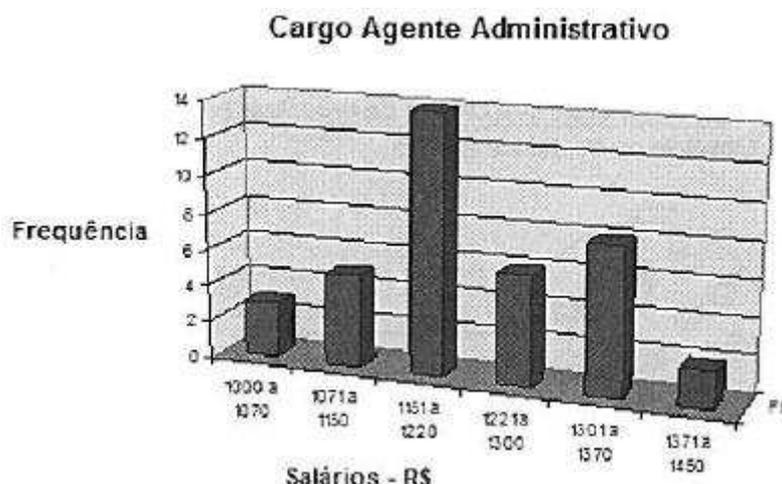
Mas, tomando como base de cálculo a população geral (as 100.000 pessoas), as 500 que faleceram representam apenas 0,5%.

**Gabarito questão 051: D**

## **52. (INSTITUTO MAIS / Câmara Municipal de Osasco - 2016)**

Observe o gráfico do pesquisa para responder à questão.





Pode-se concluir que, para o cargo de agente administrativo, das organizações pesquisadas a maior concentração de pessoas recebe salários entre

- a) R\$ 1000 e R\$ 1070.
- b) R\$ 1301 e R\$ 1370.
- c) R\$ 1151 e R\$ 1220.
- d) R\$ 1371 e R\$ 1450

#### Comentários:

No gráfico, quanto maior a altura da barra, maior a frequência e, portanto, maior a concentração de pessoas.

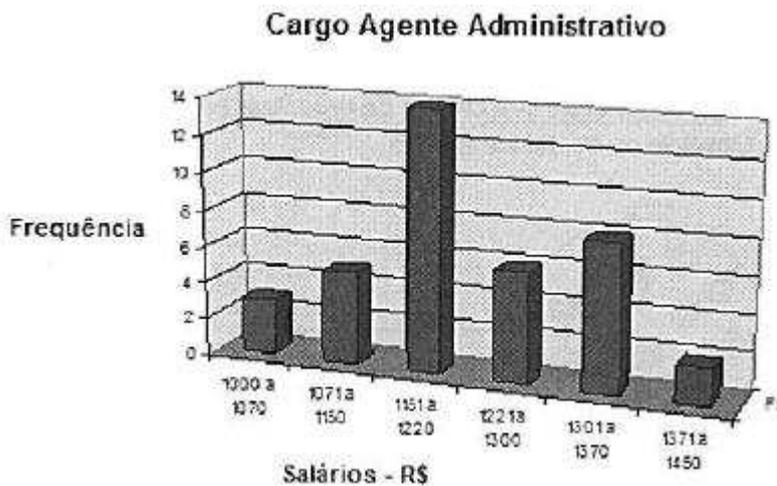
A maior barra é a da terceira classe, que pega de 1.151 a 1.220.

**Gabarito questão 052: C**

#### 53. (INSTITUTO MAIS / Câmara Municipal de Osasco - 2016)

Observe o gráfico da pesquisa para responder à questão.





Pode-se concluir, ainda, que para o cargo de agente administrativo, das organizações pesquisadas, o ponto médio da classe salarial, dos que recebem maiores e menores salários são, respectivamente,

- a) R\$ 1300,50 e R\$ 1035,00.
- b) R\$ 1271,50 e R\$ 1037,00.
- c) R\$ 1321,50 e R\$ 1055,00.
- d) R\$ 1410,50 e R\$ 1035,00.

#### Comentários:

Os maiores salários são os da última classe (1.371 a 1.450). O ponto médio desta classe é:

$$\frac{1.371 + 1.450}{2} = \frac{2.821}{2} = 1.410,5$$

O que já é suficiente para marcar a letra D.

**Gabarito questão 053: D**

Os menores salários são os da primeira classe (1000 a 1070). O ponto médio fica:



$$\frac{1.000 + 1070}{2} = \frac{2.070}{2} = 1.035$$



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



**1** Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



**2** Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



**3** Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



**4** Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



**5** Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



**6** Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



**7** Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



**8** O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.