RFB
AFRFB

Aula 00

Raciocínio Lógico-Quantitativo e Matemática p/ Receita Federal (Auditor Fiscal) Com videoaulas-2019

Professor: Brunno Lima

"O SEGREDO DO SUCESSO É A CONSTÂNCIA NO OBJETIVO"

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, queridos alunos!!!

Sejam bem vindos ao Curso Básico de Raciocínio Lógico, Matemática e Matemática Financeira para o futuro concurso para Auditor Fiscal da RFB.

Para quem não me conhece, meu nome é Guilherme Neves e a minha predileção é ensinar matérias de exatas como Matemática, Matemática Financeira, Raciocínio Lógico, Raciocínio Crítico, Estatística e Física.

Comecei a ensinar em cursos preparatórios para concursos há mais de 10 anos, mesmo antes de começar o meu curso de Bacharelado em Matemática na UFPE. No biênio 2007-2008, fui bolsista pela FACEPE/UFPE com o trabalho "Análise Matemática e Equações Diferenciais Parciais". Em 2009, publiquei meu livro chamado "Raciocínio Lógico Essencial" pela editora Campus. Tenho o prazer de ensinar Matemática na internet desde 2009 e desde 2014, moro nos Estados Unidos, onde estou me graduando em Engenharia Civil pela University of Central Florida.

Neste curso, você terá acesso a 30 aulas em PDF com teoria minuciosamente explicada e centenas (creio que bem mais de 1.000) de exercícios resolvidos.

> Apesar de não sabermos ainda qual banca organizará o próximo certame da RFB, sabemos que não será a ESAF. Desta forma, vamos focar as nossas aulas nas grandes bancas tradicionais em concursos fiscais como FCC, CESPE e FGV.

Você também terá acesso às aulas em vídeo com o professor Brunno Lima, nosso parceiro nessa caminhada.

Ademais, você poderá fazer perguntas sobre as aulas em nosso fórum de dúvidas. Estarei sempre atento para responder rapidamente as suas perguntas.

FALE COMIGO

Para **tirar dúvidas** e ter **acesso a dicas e conteúdos gratuitos**, acesse minhas redes sociais:

Instagram - @profguilhermeneves
https://www.instagram.com/profguilhermeneves

Canal do YouTube – Prof. Guilherme Neves
https://youtu.be/gqab047D9l4

E-mail: profguilhermeneves@gmail.com

METODOLOGIA DO CURSO

Este curso está sendo especialmente preparado para o concurso para Auditor Fiscal da RFB.

Conforme já mencionei anteriormente, a ESAF não será mais a banca organizadora do concurso da RFB. Desta forma, vamos focar nossas aulas nas bancas FCC, CESPE e FGV – principais organizadoras de concursos fiscais. Entretanto, adicionalmente, continuaremos a resolver algumas importantes questões da ESAF de alguns assuntos, como na aula de hoje.

Aqui, parto do pressuposto de que o aluno não gosta de Matemática ou que não tem uma boa base. Portanto, não se preocupe. Tudo está sendo produzido com muito carinho para que você possa fechar a prova.

Nosso curso terá a seguinte estrutura:

estudo detalhado da TEORIA de Matemática

resolução e comentários de QUESTÕES de concursos recentes ou inéditas

realização de SIMULADOS

Este curso está sendo preparado para que seja a sua única fonte de estudos. A teoria será minuciosamente explicada sempre com atenção à forma como o assunto é cobrado. Os exercícios são criteriosamente selecionados seguindo uma ordem crescente de dificuldade para a sua melhor compreensão.

Tenho certeza absoluta que na hora da prova você vai dar um sorrisinho e pensar: “bem que o professor Guilherme falou...”.

A partir de hoje, Matemática será a sua aliada na sua caminhada à aprovação!!!

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO E CRONOGRAMA

CRONOGRAMA DE
AULAS

DISPONÍVEL	CONTEÚDO
Aula Demo Disponível	Teoria dos Conjuntos.
Aula 01 Disponível	Sistemas de Numeração e Conjuntos Numéricos. Operações. Múltiplos e Divisores. MMC e MDC.
Aula 01 - Parte 2 Disponível	Sistemas de Numeração
Aula 02 Disponível	Problemas com Frações.
Aula 03 Disponível	Introdução à Álgebra. Expressões Algébricas. Polinômios e Produtos Notáveis.
Aula 04 Disponível	Porcentagem
Aula 05 Disponível	Razão e proporção, divisão proporcional
Aula 06 Disponível	Regra de três simples e composta.
Aula 07 Disponível	Equações e problemas do primeiro grau. Sistemas de equações.
Aula 08 Disponível	Equações e problemas do segundo grau.
Aula 09 Disponível	Funções
Aula 10 Disponível	Função Afim.
Aula 11 Disponível	Função Quadrática. Inequações
Aula 12 Disponível	Equações, inequações e Função Exponencial
Aula 13 Disponível	Logaritmo. Equação, inequação e função logarítmica.
Aula 14 Disponível	Módulo de um número real. Equações modulares. Inequações Modulares. Função Modular.
Aula 15 Disponível	Análise Combinatória
Aula 15 - Parte 2 Disponível	Princípio da Casa dos Pombos

Aula 16 Disponível	Probabilidade.
Aula 17 Disponível	Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares.
Aula 17 - Parte 2 Disponível	Determinantes
Aula 17 - Parte 3 Disponível	Sistemas Lineares
Aula 18 Disponível	Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.
Aula 18 - Parte 2 Disponível	Progressão Geométrica
Aula 19 Disponível	Geometria Plana, Geometria Espacial e Geometria Analítica (Parte 1)
Aula 20 Disponível	Geometria Plana, Geometria Espacial e Geometria Analítica (Parte 2).
Aula 20 - Parte 2 Disponível	Geometria Espacial
Aula 21 Disponível	Trigonometria.
Aula 22 Disponível	Sequências diversas envolvendo figuras, letras, números e palavras.
Aula 23 Disponível	Lógica Proposicional e de Argumentação - Parte 1
Aula 24 Disponível	Lógica Proposicional e de Argumentação - Parte 2
Aula 24 - Parte 2 Disponível	Lógica de Argumentação e Diagramas Lógicos
Aula 25 Disponível	Problemas de Associação Lógica. Verdades e Mentiras.
Aula 25 - Parte 2 Disponível	Problemas de Associação Lógica.
Aula 25 - Parte 3 Disponível	Orientação Temporal
Aula 25 - Parte 4 Disponível	Orientação Espacial
Aula 26 Disponível	Juros Simples
Aula 27 Disponível	Descontos Simples.
Aula 28 Disponível	Juros Compostos e taxas de Juros. Descontos Compostos.
Aula 28 - Parte 2 Disponível	Descontos Compostos
Aula 29 Disponível	Equivalências de Capitais. Rendas Uniformes (Anuidades).
Aula 30 Disponível	Sistemas de Amortização: Sistema Francês, Tabela Price. SAC - Sistema de Amortização Constante. Análise de Investimentos.
Aula 30 - Parte 2 Disponível	Análise de Investimentos

Antes de iniciarmos o nosso curso, vamos a alguns AVISOS IMPORTANTES:

1) Com o objetivo de *otimizar os seus estudos*, você encontrará, em *nossa plataforma (Área do aluno)*, alguns recursos que irão auxiliar bastante a sua aprendizagem, tais como *"Resumos"*, *"Slides"* e *"Mapas Mentais"* dos conteúdos mais importantes desse curso. Essas ferramentas de aprendizagem irão te auxiliar a perceber aqueles tópicos da matéria que você precisa dominar, que você não pode ir para a prova sem ler.

2) Em nossa Plataforma, procure pela *Trilha Estratégica e Monitoria* da sua respectiva área/concurso alvo. A Trilha Estratégica é elaborada pela nossa equipe do *Coaching*. Ela irá te indicar qual é exatamente o *melhor caminho* a ser seguido em seus estudos e vai te ajudar a *responder as seguintes perguntas*:

- Qual a melhor ordem para estudar as aulas? Quais são os assuntos mais importantes?

- Qual a melhor ordem de estudo das diferentes matérias? Por onde eu começo?

- *"Estou sem tempo e o concurso está próximo!"* Posso estudar apenas algumas partes do curso? O que priorizar?

- O que fazer a cada sessão de estudo? Quais assuntos revisar e quando devo revisá-los?

- A quais questões deve ser dada prioridade? Quais simulados devo resolver?

- Quais são os trechos mais importantes da legislação?

3) Procure, nas instruções iniciais da "Monitoria", pelo *Link* da nossa *"Comunidade de Alunos"* no Telegram da sua área / concurso alvo. Essa comunidade é *exclusiva* para os nossos assinantes e será utilizada para orientá-los melhor sobre a utilização da nossa Trilha Estratégica. As melhores dúvidas apresentadas nas transmissões da "*Monitoria*" também serão respondidas na nossa *Comunidade de Alunos* do Telegram.

(*) O Telegram foi escolhido por ser a única plataforma que preserva a intimidade dos assinantes e que, além disso, tem recursos tecnológicos compatíveis com os objetivos da nossa Comunidade de Alunos.

1. CONJUNTOS – INTRODUÇÃO

"Teoria dos Conjuntos" é um dos assuntos mais importantes e frequentes. Além disso, é a base para o entendimento de muitos conceitos em Matemática. Por isso, além da teoria escrita, preparei uma playlist no Youtube se você tiver dificuldade em algum ponto da matéria:

https://www.youtube.com/playlist?list=PLbUmw5q6NcmyygerVUCw-SV74uMDfM-BH

A matemática, diz Bertrand Russell, é a ciência das expressões do tipo "Se P, então Q".

Toda a matemática é construída com base em definições, axiomas, teoremas, lemas, corolários e demonstrações.

Antes de começarmos a falar em conjuntos, vamos dar algumas noções sobre estas expressões que tão comumente são usadas nos diversos assuntos de Matemática.

- **Conceitos primitivos ou noções primitivas**: são adotadas sem definição.

Exemplos: ponto, reta, plano, conjunto.

As definições matemáticas consistem em atribuir nomes a objetos que gozam de certas propriedades particularmente interessantes. Por exemplo, se queremos definir losango devemos dizer assim: chama-se losango a um quadrilátero no qual os quatro lados são congruentes.

- **Proposição ou sentença**: é toda oração declarativa que pode ser classificada em V ou F, mas não ambos. Este conceito é estudado com profundidade em aulas sobre Lógica Proposicional.

Exemplo: Todo recifense é carioca. (F)

- **Axioma ou postulado**: é uma verdade evidente por si mesma. Aceitamos a verdade dos axiomas sem demonstração.

Exemplo: Em uma reta, bem como fora dela, existem infinitos pontos.

- **Teorema ou Lei**: é uma verdade que, para se tornar evidente, carece de demonstração.

Exemplo: A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180º.

Demonstrar um teorema consiste em provar que não ocorre o caso de a hipótese ser verdadeira e a tese ser falsa.

- **Lema**: é um teorema que serve para facilitar a demonstração de outro teorema.

- **Corolário**: é um teorema que é consequência imediata de outro teorema.

Em suma, partimos de certas noções chamadas primitivas, colocamos algumas sentenças como incondicionalmente verdadeiras (postulados), e buscamos conclusões mediante emprego de regras lógicas. Esta noção, de que uma sentença pode ser estabelecida como uma conclusão de uma prova lógica explícita, remonta aos gregos que descobriram o que é conhecido como "método axiomático" e usaram-na para desenvolver a geometria de uma maneira sistemática.

Todas as afirmações que forem demonstradas são consideradas como verdadeiras (teoremas). Os axiomas, por sua vez, como já foi dito, são incondicionalmente verdadeiros, ou seja, são considerados verdadeiros sem demonstração.

A Geometria Elementar, por exemplo, é ensinada como disciplina dedutiva. Ela não é apresentada como uma ciência experimental cujos teoremas devem ser recepcionados porque estão de acordo com a observação.

O método axiomático consiste em aceitar sem prova certas proposições como axiomas e depois derivar dos axiomas todas as proposições do sistema como teoremas.

1.1. CONJUNTO, ELEMENTO E RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

A Teoria dos Conjuntos foi criada por Georg Cantor. A noção matemática de **conjunto** é praticamente a mesma que se usa no cotidiano: **um agrupamento ou coleção de objetos**. Poderíamos usar os termos "classe" ou "coleção" como sinônimos para a noção de conjuntos.

A ideia de conjunto é uma das mais importantes da Matemática. Como disse David Hilbert: "Do paraíso criado por Cantor ninguém nos tirará".

<u>Adotamos sem definição</u>, ou seja, são consideradas conceitos primitivos, as noções de conjunto, elemento e relação de pertinência entre elemento e conjunto.

A situação aqui é análoga à familiar abordagem axiomática da geometria elementar. Não há como definir o que são pontos e retas; em vez disso, descreve-se o que se pode fazer com aqueles objetos.

Da mesma maneira, não definimos o que são conjuntos, elementos e a relação de pertinência entre eles: adotá-las-emos como noções primitivas.

Vejamos alguns exemplos:

i) conjunto das vogais.
ii) conjunto dos países membros da União Europeia.
iii) conjunto dos números pares positivos.

Cada objeto que faz parte da formação do conjunto é chamado de **elemento**. Não há restrições na escolha dos elementos. Assim, é possível, por exemplo, formar um conjunto com um número, uma pessoa e uma comida.

Nos exemplos acima, os elementos são, respectivamente:

i) a, e, i, o, u
ii) Alemanha, Áustria, Bélgica, Bulgária, Chipre, Dinamarca, Eslováquia,...
iii) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

É importante notar que um elemento de um conjunto pode ser uma letra, um nome, um número.

Na realidade, o elemento de um conjunto pode ser qualquer coisa.

TOME NOTA!

"Já que o elemento de um conjunto pode ser qualquer coisa, é possível que um conjunto seja elemento de outro conjunto?"

É claro. Quando dizemos que o elemento de um conjunto pode ser qualquer coisa, o fazemos literalmente.

Exemplo: o conjunto dos estados que formam o Brasil é um conjunto formado por estados que, por sua vez, são conjuntos de cidades.

Exemplo: O conjunto das seleções que disputaram a Copa do Mundo de 2014 é um conjunto formado por times que, por sua vez, são conjuntos de jogadores.

Normalmente utilizamos **letras maiúsculas** para indicar os **conjuntos** e utilizamos **letras minúsculas** para indicar os **elementos**.

Vamos considerar um conjunto A e um elemento x. Há aqui uma dicotomia: ou o elemento x pertence ao conjunto A ou o elemento x não pertence ao conjunto A.

Para indicar que x é elemento de A, escrevemos $x \in A$ (lê-se "x pertence ao conjunto A" ou "x é elemento do conjunto A"). Para indicar que x não é elemento de A, escrevemos $x \notin A$ (lê-se "x não pertence ao conjunto A" ou "x não é elemento do conjunto A").

Acostume-se com estas notações envolvendo traços inclinados. Normalmente um traço inclinado por cima de um símbolo significa que devemos negá-lo.

Exemplos:

O símbolo $\exists$ significa "existe". O símbolo $\nexists$ significa "não existe".

O símbolo $=$ significa "igual". O símbolo $\neq$ significa "não é igual", ou seja, significa "diferente".

Voltemos aos conjuntos.

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

Podemos escrever:

- $a \in V$
- $r \notin V$

O fato de que, **para todo x, não existe uma outra opção além de $x \in A$ ou $x \notin A$** é conhecido em Lógica como **Princípio do Terceiro Excluído**.

O fato de que $x \in A$ **e** $x \notin A$ **não podem ser simultaneamente verdadeiras** chama-se **Princípio da Não-Contradição**.

Estes Princípios são estudados em profundos detalhes em aulas sobre Lógica Proposicional.

1.2. IGUALDADE DE CONJUNTOS (AXIOMA DA EXTENSÃO)

A mais básica propriedade da pertinência é a sua relação com a igualdade, que pode ser assim descrita:

Axioma da Extensão – Dois conjuntos são iguais se e somente se eles possuem os mesmos elementos.

Em outras palavras, dois conjuntos A e B são iguais se e somente se todo elemento de A é também elemento de B e reciprocamente, ou seja, todo elemento de B é também elemento de A.

O símbolo = foi criado em 1557 por Robert Recorde, que justificou a adoção de um par de segmentos de reta paralelos como símbolo de igualdade alegando que "não pode haver duas coisas mais iguais".

Exemplos:

$$\{a, e, i, o, u\} = \{e, i, o, a, u\}$$

$$\{2,4,6,8,10, \dots\} = \{x | x \text{ é } positivo\ e\ par\}$$

Observe que **na definição de igualdade entre conjuntos não é relevante a noção de ordem entre os elementos**.

Observe também que a repetição de algum elemento na descrição do conjunto é totalmente inútil.

$$\{a, e, i, o, u\} = \{a, a, a, a, e, e, e, e, u, u, i, o\}$$

Utilizaremos sempre a notação mais simples.

PODEMOS, mas não DEVEMOS repetir elemento em um mesmo conjunto, pois a repetição de elementos não significa que foram introduzidos novos elementos.

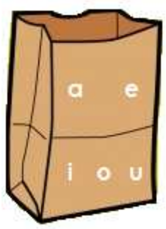
Se A não é igual a B, escrevemos $A \neq B$.

Para que os conjuntos A e B não sejam iguais, basta que exista algum elemento de A que não pertença a B ou que exista algum elemento de B que não pertença a A.

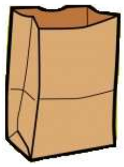
$$\{a, e, i\} \neq \{a, e, i, o\}$$

Vamos fazer uma analogia “grosseira” para entendermos alguns conceitos. Imaginemos que um conjunto seja como uma sacola de supermercado que contenha em seu interior os elementos.

No exemplo do conjunto V das vogais, a visualização seria:



i) Podemos ter um pacote sem objetos em seu interior. Esse pacote corresponde ao conceito de conjunto vazio, cuja representação matemática é { } ou a letra grega ϕ (phi)

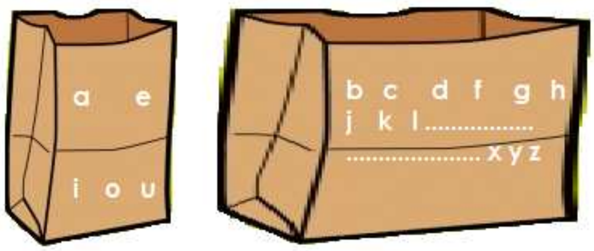


Vamos agora com este exemplo das sacolas de supermercado tentar compreender melhor o fato de que um conjunto pode ser elemento de outro conjunto.

Vamos considerar dois conjuntos V e C, o primeiro com as vogais e o segundo com as consoantes.

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

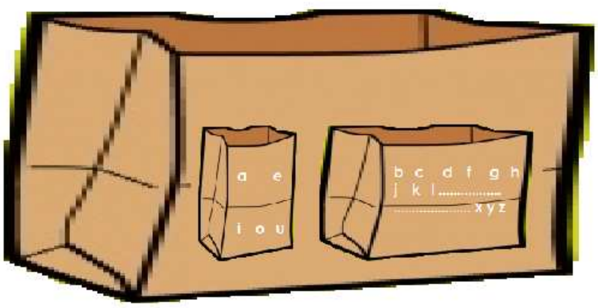
$$C = \{b, c, d, f, g, h, j, k, l \ldots, x, y, z\}$$



Esses pacotinhos correspondem a conjuntos cujos elementos são, respectivamente, as vogais e as consoantes.

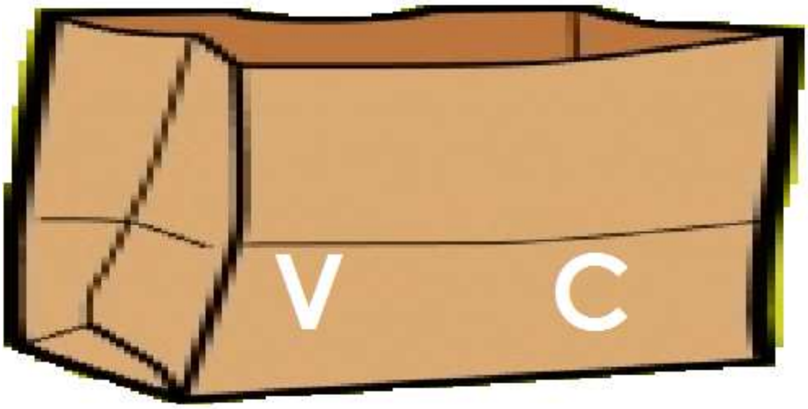
Coloquemos esses pacotinhos dentro de outro pacote, que chamaremos de A.

A =



Podemos visualizar isto assim:

A =



Em linguagem de conjuntos poderíamos escrever:

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

$$C = \{b, c, d, f, g, \dots, x, y, z\}$$

$$A = \{V, C\}$$

Portanto, o conjunto A tem dois elementos, a saber: V e C. Como V é elemento de A, podemos escrever que $V \in A$; como C é elemento de A, podemos escrever que $C \in A$.

Desta forma, podemos concluir que **um conjunto pode ser elemento de outro**.

Vejamos um exemplo um pouco mais formal.

Considere o conjunto $\{a, b\}$. Este conjunto possui apenas dois elementos, a saber: **a, b.**

Podemos escrever que:

$$a \in \{a, b\}$$
$$b \in \{a, b\}$$

Considere agora o conjunto $\{\{a,b\},\{a,c\}\}$. Coloquei os seus elementos em vermelho para destacar. O conjunto $\{\{a,b\},\{a,c\}\}$ possui dois elementos, a saber: {a,b} e {a,c}.

Observe que os elementos do conjunto $\{\{a,b\},\{a,c\}\}$ são dois conjuntos.

Podemos então afirmar que:

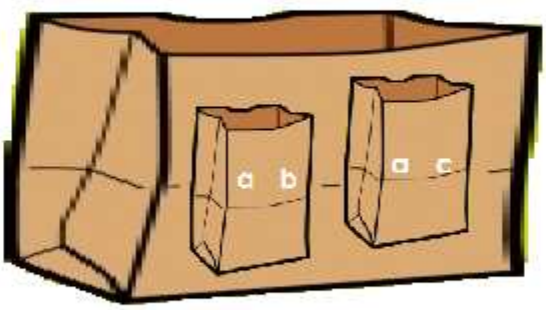
$$\{a,b\} \in \{\{a,b\},\{a,c\}\}$$

$$\{a,c\} \in \{\{a,b\},\{a,c\}\}$$

Mas **não podemos afirmar** que $a \in \{\{a,b\},\{a,c\}\}$, pois os elementos de $\{\{a,b\},\{a,c\}\}$ são conjuntos e não letras.

Voltando para a analogia das sacolas:

A visualização do conjunto $\{\{a,b\},\{a,c\}\}$ é a seguinte:



1.3. FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DOS CONJUNTOS

Usualmente, há **três maneiras de representar conjuntos**: por **extensão**, por **compreensão** e por **diagramação**.

TOME NOTA!

Na representação por **extensão**, enumeramos os elementos do conjunto.

Na representação por **compreensão**, descrevemos os elementos do conjunto através de uma propriedade específica.

Na representação por **diagramação**, representamos os elementos do conjunto em um diagrama, chamado diagrama de Euler-Venn, ou simplesmente diagrama de Venn. O diagrama consiste de uma linha fechada simples.

Vejamos em detalhes cada uma destas formas de representação.

1.3.1. REPRESENTAÇÃO POR EXTENSÃO

Enumeram-se os elementos do conjunto, escrevendo-os entre chaves e separando-os por vírgula (ou ponto e vírgula).

Por exemplo, o conjunto dos jogadores da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014.

A = {Júlio César, Dante, David Luiz, Daniel Alves, Maicon, Fred, Hulk, Neymar,...}

Observe que o conjunto A possui muitos elementos. Desta forma, a representação por extensão muitas vezes é trabalhosa e cansativa. Por essa razão, vamos aprender a segunda forma de representação de conjuntos.

1.3.2. REPRESENTAÇÃO POR COMPREENSÃO

O conjunto será representado por meio de **uma propriedade que caracteriza os seus elementos**.

A = {x | x foi jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014}

A expressão acima é lida assim: A é o conjunto dos elementos x tal que x é um jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014**.**

No lado esquerdo do traço escrevemos o elemento genérico que representa cada elemento do conjunto. No lado direito do traço, escrevemos a propriedade que caracteriza os elementos do conjunto.

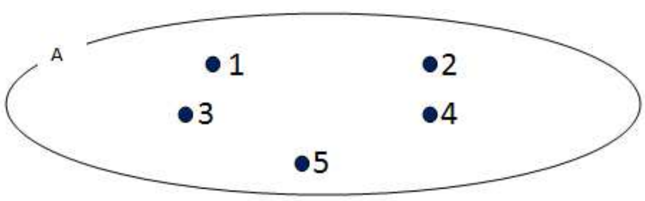
Observe que a propriedade que caracteriza o conjunto permite estabelecer se um dado elemento pertence ou não ao conjunto.

Daniel Alves pertence ao conjunto A? Sim, pois ele foi jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo em 2014.

Gugu Liberato pertence ao conjunto A? Não, pois ele não foi jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo em 2014.

1.3.3. REPRESENTAÇÃO POR DIAGRAMAÇÃO (DIAGRAMA DE EULER-VENN)

Utilizamos uma curva fechada e não-entrelaçada para representar o conjunto.



1.4. CARDINAL DE UM CONJUNTO

O **cardinal de um conjunto** é, por definição, a **quantidade de elementos deste conjunto**.

Exemplo: $A = \{x | x \text{ é } estado\ da\ região\ Sul\ do\ Brasil\}$

O conjunto A possui 3 elementos (Rio Grande do Sul, Paraná e Santa Catarina), logo o cardinal do conjunto A é 3.

Representamos o número de elementos de um conjunto A por **n(A)** ou **#A**.

$$n(A) = \#A = 3$$

1.4.1. CLASSIFICAÇÃO DOS CONJUNTOS QUANTO À CARDINALIDADE

A depender do número de elementos de um conjunto, ele pode receber nomes especiais para facilitar a nossa linguagem.

1.4.1.1. CONJUNTO VAZIO

É o **conjunto que não possui elemento algum**, ou seja, é todo conjunto que tiver **cardinal igual a 0** (zero). Podemos representar o conjunto vazio pela letra grega phi ϕ ou por chaves.

$$A = \emptyset = \{\ \}$$

Para representar o conjunto vazio pelo método da compreensão, devemos descrever os elementos através de uma sentença logicamente falsa.

$$B = \{x | x \text{ é } humano\ e\ x\ vive\ em\ Júpiter\} = \phi$$

1.4.1.2. Conjunto Unitário

É o **conjunto que possui apenas um elemento**, ou seja, é todo conjunto que tiver **cardinal igual a 1** (um).

Exemplo:

$A = \{5\} \Rightarrow n(A) = 1$

$B = \{4,4,4,4,4,4,4\} \Rightarrow n(B) = 1$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!!

Lembre-se de que, quando repetimos elementos, não estamos introduzindo novos elementos no conjunto.

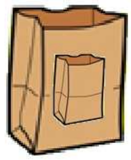
Em tempo, $B = \{4,4,4,4,4,4,4\} = \{4\}$

PEGADINHA

Observação: **Cuidado** para não representar o conjunto vazio como $\{\phi\}$. Observe que o conjunto $\{\phi\}$ possui um elemento, que é o conjunto vazio.

Voltando à analogia dos pacotes, a que "ideia" corresponderia este conjunto $\{\phi\}$?

A "ideia" de $\{\phi\}$ é um conjunto que tem um elemento: ϕ. Ou seja, este conjunto $\{\phi\}$ seria um pacote em cujo interior há outro pacote, este último nada contendo.



Assim, dado um objeto qualquer x, o conjunto unitário {x} tem como único elemento esse objeto x, ou seja, x e {x} não são a mesma coisa.

Em certas ocasiões, entretanto, pode tornar-se pedantismo fazer essa distinção. Nesses casos, admite-se escrever x em vez de {x}. Isto é muito comum em Geometria quando dizemos, por exemplo, que a interseção de duas retas r e s é o ponto P (onde deveríamos dizer que a interseção é o conjunto cujo único elemento é P). Escrevemos $r \cap s = P$ em vez de $r \cap s = \{P\}$.

1.5. Conjunto Universo e Conjunto Solução

Chamamos de **conjunto universo** ou simplesmente universo o **conjunto ao qual pertencem todos os possíveis elementos de uma teoria ou situação problema**.

Todo **subconjunto restrito e determinado do conjunto universo** é denominado **conjunto solução**.

Quase sempre a resposta para algumas questões depende do conjunto universo que é considerado.

Por exemplo: Resolva a equação $x + 5 = 2$ considerando como conjunto universo o conjunto dos números naturais.

Veremos que o conjunto dos números naturais é o conjunto $N = \{0,1,2,3,4, \dots\}$.

Ora, resolver a equação $x + 5 = 2$ significa encontrar um número que somado ao número 5 resulte no número 2. Como estamos considerando como conjunto universo o conjunto dos números naturais, podemos afirmar que não existe número natural tal que $x + 5 = 2$.

Podemos então dizer que, considerando como conjunto universo o conjunto dos números naturais, o conjunto solução da equação $x + 5 = 2$ é o conjunto vazio.

$$S = \phi$$

Vejamos outro exemplo: Resolva a equação $x + 5 = 2$ considerando como conjunto universo o conjunto dos números inteiros.

Veremos que o conjunto dos números inteiros é o conjunto Z= $\{\ldots -3, -2, -1\ 0,1,2,3, \ldots\}$.

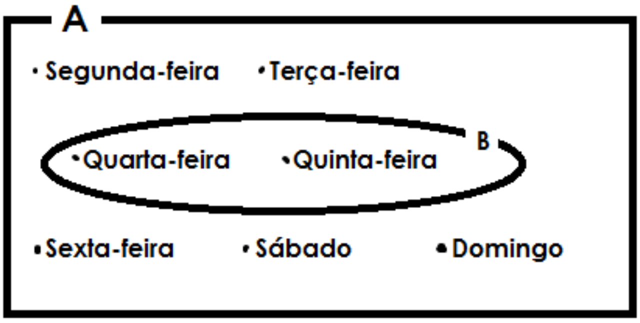
Ora, resolver a equação $x + 5 = 2$ significa encontrar um número que somado ao número 5 resulte no número 2.

Como estamos considerando como conjunto universo o conjunto dos números inteiros, podemos afirmar que a solução desta equação é o número -3. Isto porque $-3 + 5 = 2$.

Neste caso, o conjunto solução é o conjunto $S = \{-3\}$.

Vejamos um exemplo bem ilustrativo.

Considere os dias da semana. Quais os dias que começam pela letra Q?



Neste caso, o conjunto universo é o conjunto A e o conjunto solução é o conjunto B.

HORA DE
PRATICAR!

Descreva os elementos dos seguintes conjuntos:

A = {x | x foi o presidente do Brasil em 2010}

B = {x | x é letra da palavra CONCURSO}

C = {x | x é negativo e x é positivo}

Resolução

A = {Luís Inácio Lula da Silva}

B = {C, O, N, U, R, S}

Observe que não existe número que seja negativo e positivo simultaneamente. Portanto, o conjunto C é o conjunto vazio.

$C = \phi$

Represente, pelo método da compreensão, os seguintes conjuntos:

A = {Deodoro da Fonseca, Floriano Peixoto, Prudente de Morais,...,Getúlio Vargas,...}

B = {Salvador, Brasília, Rio de Janeiro}

C = {Espírito Santo, Minas Gerais, Rio de Janeiro, São Paulo}

Resolução

A = {x | x já foi presidente do Brasil}

B = {y | y é nome de cidade que já foi capital do Brasil}

C = {z | z é estado da região Sudeste do Brasil}

1.6. Subconjuntos e Relação de Inclusão

Considere o conjunto formado pelas letras **a, b, c, d, e, f, g, h, i.**

$$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$$

A partir dos elementos do conjunto acima, podemos formar outros conjuntos. Vamos utilizar apenas as vogais que pertencem ao conjunto A. Formamos então o conjunto V:

$$V = \{a, e, i\}$$

Observe que todos os elementos de V são também elementos de A. Dizemos então que o conjunto V é subconjunto do conjunto A. Isto é verdade porque todo elemento de V é elemento de A.

Dizemos que **um conjunto A é um subconjunto de um conjunto B se todo elemento que pertencer a A também pertencer a B**.

A notação matemática é a seguinte: $\boldsymbol{A \subset B}$. O símbolo $\subset$ é denominado sinal de inclusão.

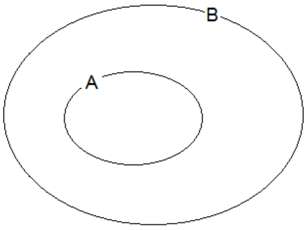
A expressão $A \subset B$ pode ser lida das seguintes maneiras:

- A é subconjunto de B.
- A é parte de B.
- Todo elemento de A é elemento de B.

Podemos também escrever com a seguinte simbologia: $B \supset A$. Esta expressão é lida das seguintes maneiras:

- B contém A.
- B inclui A.
- B é universo de A.
- B é superconjunto de A

Utilizando o gráfico de Euler-Venn temos:



Exemplo: Considere o conjunto $A = \{a, b, c, d, e\}$. Vejamos algumas relações de inclusão:

$\{a, c\} \subset \{a, b, c, d, e\}$
$\{a, b, e\} \subset \{a, b, c, d, e\}$
$\{a\} \subset \{a, b, c, d, e\}$
$\{a, b, c, d, e\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

Com a notação $A \not\subset B$ indicamos que **A não é subconjunto de B.** Obviamente, A não é subconjunto de B somente se existe pelo menos um elemento de A que não pertence a B.

$$\{a, b, 3, e\} \not\subset \{a, b, c, d, e\}$$

Os símbolos $\in$ e $\notin$ são utilizados para exprimir relações entre elementos e conjuntos.

Os símbolos $\subset, \supset, \not\subset, e \not\supset$ são utilizados para exprimir relações entre conjuntos.

1.6.1. Subconjuntos Próprios

Se A e B são conjuntos tais que $A \subset B$ e, além disso, A não é vazio e $A \neq B$, dizemos que A é um subconjunto próprio de B ou que A está contido propriamente em B.

Por exemplo: considere o conjunto dos números naturais $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4, \ldots\}$ e o conjunto dos números inteiros $\mathbb{Z} = \{ \ldots, -3, -2, -1,0,1,2,3, \ldots \}$.

Como todo elemento de $\mathbb{N}$ é elemento de $\mathbb{Z}$, concluímos que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. É fácil perceber também que estes dois conjuntos não são iguais, ou seja, $\mathbb{N} \neq \mathbb{Z}$. Dizemos, portanto, que $\mathbb{N}$ é um subconjunto próprio de $\mathbb{Z}$.

1.6.2. Propriedades da Inclusão

Sabemos que, se A e B são conjuntos e se todo elementos de A é também elemento de B, dizemos que A é um subconjunto de B.

i) Esta definição implica que **todo conjunto deve ser considerado como subconjunto de si mesmo**. Assim, podemos escrever $\boldsymbol{A \subset A}$. Esta é a **propriedade reflexiva da inclusão**.

Note que a igualdade também é reflexiva, ou seja, A = A.

ii) **Se A, B e C são conjuntos tais que $\boldsymbol{A \subset B}$ e $\boldsymbol{B \subset C}$, então $\boldsymbol{A \subset C}$**. Esta é a **propriedade transitiva da inclusão**.

A propriedade transitiva da inclusão é a base do raciocínio dedutivo, sob a forma que classicamente se chama de silogismo.

Exemplo: Todo homem é animal. Todo animal é mortal. Portanto, todo homem é mortal.

Na linguagem de conjuntos, este silogismo seria assim escrito: sejam H, A e M, respectivamente os conjuntos dos seres humanos, dos animais e dos mortais.

$$H \subset A$$

$$A \subset M$$

Logo, $H \subset M$.

Note que a igualdade também é transitiva, ou seja, se A = B e B = C, então A = C.

iii) **Se A e B são conjuntos tais que $A \subset B$ e $B \subset A$, então A e B têm os mesmos elementos e portanto, pelo axioma da extensão, A = B**. Esta é a **propriedade antissimétrica da inclusão**.

Em outras palavras, se todo elemento de A é elemento de B e todo elemento de B é elemento de A, então A e B são conjuntos iguais.

Neste sentido, a inclusão comporta-se diferentemente da igualdade. A igualdade é uma relação simétrica, ou seja, se A = B, então B = A.

O axioma da extensão pode ser reformulado assim: se A e B são conjuntos, então ocorrer $A \subset B$ e $B \subset A$ é condição necessária e suficiente para que se tenha A = B.

iv) **O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja, $\emptyset \subset A$ para todo conjunto A**.

Como justificar esta propriedade de que o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto?

Para provar que algo é verdadeiro, pode-se provar que o mesmo não pode ser falso.

Poderia ser falso que $\emptyset \subset A$? Poderia ser falso somente se $\emptyset$ tivesse um elemento que não pertencesse ao conjunto A. Como $\emptyset$ não possui elemento algum, temos um absurdo. Concluímos que $\emptyset \subset A$ não pode ser falso e, portanto, $\emptyset \subset A$ é verdade para todo conjunto A.

1.6.3. Conjunto das Partes

Consideremos, por exemplo, o conjunto A = {1,2}. Este conjunto possui dois elementos, ou seja, n(A) = 2 ou #A = 2.

Sabemos que o conjunto vazio é um subconjunto deste conjunto, já que o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto. Portanto, $\emptyset \subset A$.

O conjunto A possui também dois subconjuntos unitários, ou seja, dois subconjuntos que possuem apenas um elemento, a saber: {1} e {2}.

Ademais, o conjunto A possui um subconjunto que possui 2 elementos (ele mesmo): {1,2}. Isto é verdade inclusive porque a inclusão é reflexiva, ou seja, $A \subset A$.

Assim, conseguimos "criar" 4 subconjuntos de A: $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}$.

Observe que listamos:

- 1 subconjunto com nenhum elemento: o conjunto vazio
- 2 subconjuntos com 1 elemento: {1} e {2}
- 1 subconjunto com 2 elementos: A = {1,2}

O conjunto A possui, portanto, 1+2+1 = 4 subconjuntos.

Se agruparmos todos esses 4 **subconjuntos em um único conjunto**, teremos **o conjunto das partes de A**, que é indicado por **P(A)**.

Assim,

$$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$$

Poderíamos também escrever $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, A\}$.

Consideremos agora o conjunto B = {a,b,c}. Vamos listar todos os seus subconjuntos.

- Subconjuntos com nenhum elemento: ∅
- Subconjuntos unitários: {a}, {b}, {c}
- Subconjuntos com dois elementos: {a,b}, {a,c}, {b,c}
- Subconjuntos com três elementos: {a,b,c}

O conjunto B possui, portanto, 8 elementos.

Assim, o conjunto das partes de B é:

$$P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$$

1.6.3.1. Cardinal do Conjunto das Partes

Quantos subconjuntos possui um conjunto que tem n elementos? Em outras palavras, qual o número de elementos do conjunto das partes de um conjunto?

Nos exemplo anteriores, vimos que o conjunto A = {1,2} possui 4 subconjuntos e que o conjunto B = {a,b,c} possui 8 subconjuntos.

De uma maneira geral, **um conjunto que tem n elementos possui 2^n elementos.**

- O conjunto A possui 2 elementos. Portanto, possui $2^2 = 4$ elementos.
- O conjunto B possui 3 elementos. Portanto, possui $2^3 = 8$ elementos.

Este fato pode ser demonstrado com o Princípio Fundamental da Contagem, que é estudado em Análise Combinatória.

Para formar um subconjunto, devemos decidir, para cada elemento do conjunto, se ele pertencerá ou não ao subconjunto. Em outras palavras, devemos escolher SIM ou NÃO para cada elemento do conjunto.

Há dois modos de decidir o que fazer com o primeiro elemento do conjunto, 2 modos com o segundo, 2 modos com o terceiro e assim por diante. Assim, o total de possibilidades é igual a

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{n\ fatores} = 2^n$$

HORA DE PRATICAR!

Quantos elementos possui um conjunto que possui 64 subconjuntos?

Resolução

Seja n o número elementos do conjunto. O total de subconjuntos é 2^n.

Portanto,

$$2^n = 64$$

$$2^n = 2^6$$

$$n = 6$$

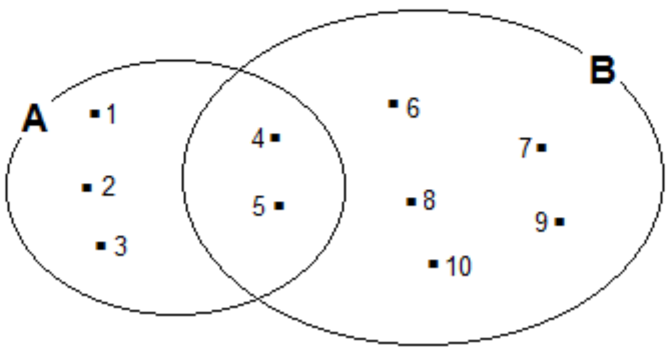
Resposta: O conjunto possui 6 elementos.

2. Operações com Conjuntos

Vamos considerar dois conjuntos dados:

$$A = \{1,2,3,4,5\}$$
$$B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$$

Utilizando o diagrama de Euler-Venn, temos o seguinte:



Observe que há dois elementos comuns aos conjuntos A e B.

Vamos agora descrever as possíveis operações que podem ser realizadas entre os conjuntos A e B.

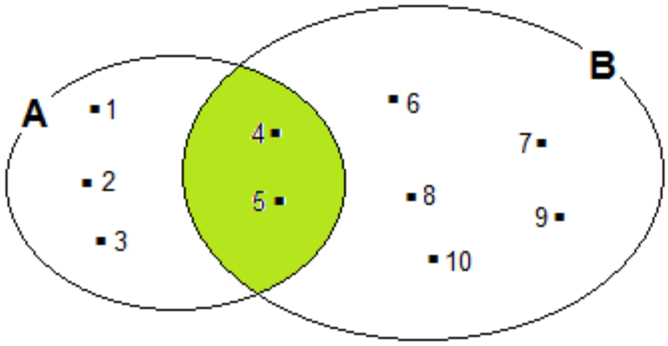
2.1. Interseção

A **interseção de dois conjuntos A e B** é o conjunto formado pelos **elementos que são comuns a A e B**, isto é, pelos **elementos que pertencem a A e também pertencem a B**.

Designamos a interseção de A e B por $\boldsymbol{A \cap B}$ (lê-se A inter B ou A interseção B).

$$A \cap B = \{x | x \in A \ e \ x \in B\}$$

Vamos destacar no nosso exemplo anterior a interseção dos conjuntos A e B.

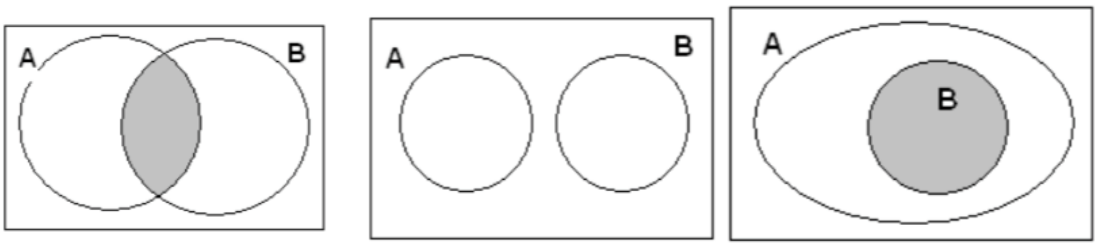


Desta forma, temos que $A \cap B = \{4{,}5\}$.

INDO MAIS **FUNDO!**

> Observe que $x \in A \cap B$ significa $x \in A$ e $x \in B$.
> Desta maneira, a operação $A \cap B$ entre conjuntos constitui a contrapartida matemática do conectivo lógico “e”.

Nos diagramas abaixo, $A \cap B$ é representado pela região sombreada.



Quando $A \cap B = \emptyset$, ou seja, quando os conjuntos A e B não possuem elementos comuns, A e B são denominados **conjuntos disjuntos**.

2.1.1. PROPRIEDADES DA INTERSEÇÃO

Consideremos três conjuntos quaisquer A,B e C. São válidas as seguintes propriedades:

i) $\boldsymbol{A \cap A = A}$ **(idempotente)**

Exemplo: A = {1,2,3}. Assim, {1,2,3}∩{1,2,3} = {1,2,3}.

Em outras palavras, a interseção de um conjunto com si mesmo é o próprio conjunto.

Isto é muito fácil de entender: quais são os elementos em comum entre o conjunto A e o conjunto A? Todos os elementos de A.

ii) $\boldsymbol{A \cap B = B \cap A}$ **(comutativa)**

Exemplo: Sejam A = {1,2,3} e B = {2,3,4}.

$$A \cap B = \{2,3\}$$

$$B \cap A = \{2,3\}$$

Esta propriedade também é muito simples de entender: os elementos comuns entre A e B são os mesmos elementos comuns entre B e A.

iii) $\boldsymbol{A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C}$ **(associativa)**

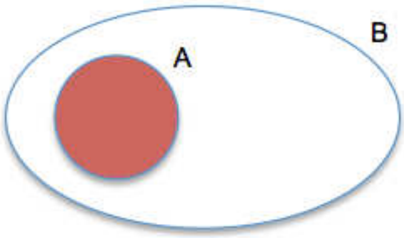
Esta propriedade indica que se precisamos determinar a interseção dos conjuntos A, B e C, podemos:

- primeiro determinar a interseção de B e C e, em seguida, determinar a interseção do resultado com A.

- primeiro determinar a interseção de A e B e, em seguida, determinar a interseção do resultado com C.

iv) Se $A \subset B$, então $A \cap B = A$

Essa propriedade é facilmente percebida com o uso do diagrama de Euler-Venn.



Neste diagrama, A é subconjunto de B, ou seja, todo elemento de A é também elemento de B. Portanto, $A \cap B = A$, ou seja, os elementos comuns entre A e B são todos os elementos de A.

v) $A \cap \emptyset = \emptyset$

Não há elementos comuns entre o conjunto vazio e um conjunto A qualquer, já que o conjunto vazio não possui elementos. Portanto, a interseção entre o conjunto vazio e um conjunto A qualquer é o próprio conjunto vazio.

vi) $(A \cap B) \subset A$ e $(A \cap B) \subset B$

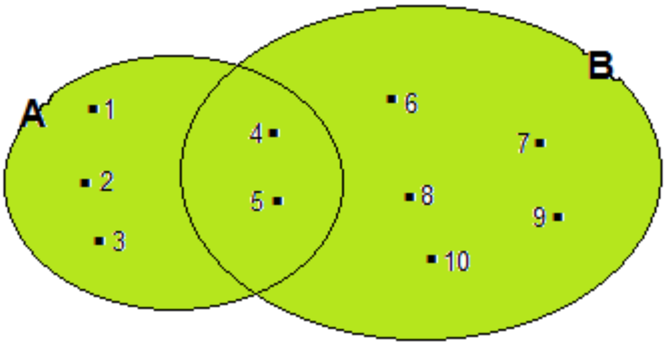
Todo elemento da interseção entre A e B também é elemento de A.
Todo elemento da interseção entre A e B também é elemento de B.

2.2. Reunião

Dados os conjuntos A e B, a **reunião $A \cup B$** é o **conjunto dos elementos que pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos**.

Voltemos ao nosso exemplo anterior dos conjuntos $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$

Abaixo, em cores, destacamos a união de *A* e *B*.

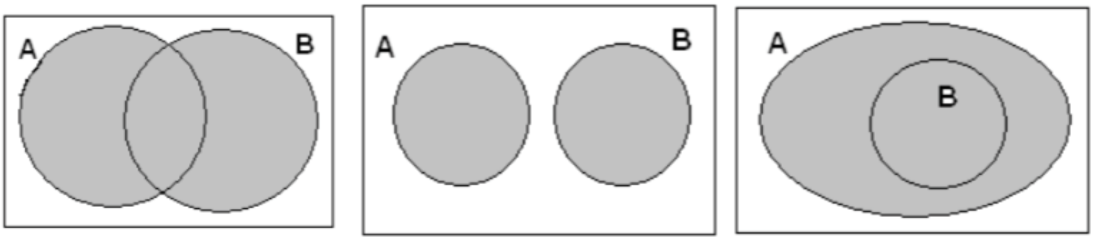


$$A \cup B = \{x | x \in A \ ou \ x \in B\}$$

No nosso exemplo temos que $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.

Observe que $x \in A \cup B$ significa $x \in A$ ou $x \in B$.
Desta maneira, a operação $A \cup B$ entre conjuntos constitui a contrapartida matemática do conectivo lógico "ou".

Nos diagramas abaixo, $A \cup B$ é representado pela região sombreada.



2.2.1. Propriedades da Reunião

Consideremos três conjuntos quaisquer A,B,C e U o conjunto universo. São válidas as seguintes propriedades:

i) $\boldsymbol{A \cup A = A}$ **(idempotente)**

Exemplo: A = {1,2,3}. Assim, {1,2,3}∪{1,2,3} = {1,2,3}.

ii) $\boldsymbol{A \cup B = B \cup A}$ **(comutativa)**

Exemplo: Sejam A = {1,2,3} e B = {2,3,4}.

$$A \cup B = \{1,2,3,4\}$$

$$B \cup A = \{1,2,3,4\}$$

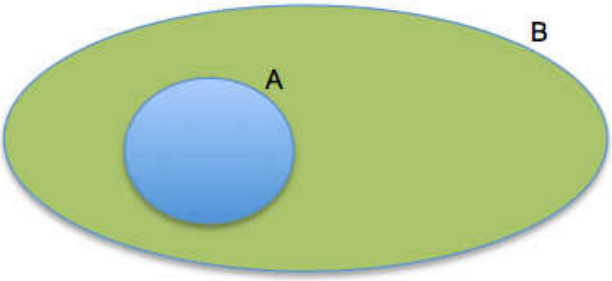
iii) $\boldsymbol{A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C}$ **(associativa)**

Esta propriedade indica que se precisamos determinar a união dos conjuntos A, B e C, podemos:

- primeiro determinar a união de B e C e, em seguida, determinar a união do resultado com A.
- primeiro determinar a união de A e B e, em seguida, determinar a união do resultado com C.

iv) **Se $A \subset B$, então $A \cup B = B$.**

Esta propriedade é facilmente percebida com o uso do diagrama de Euler-Venn.



Neste diagrama, A é subconjunto de B, ou seja, todo elemento de A é também elemento de B. Portanto, $A \cup B = B$.

v) $A \cup \emptyset = A$ (elemento neutro)

2.2.2. Propriedades da Reunião e Interseção

Sendo A, B e C conjuntos quaisquer, são válidas as seguintes propriedades que relacionam a reunião e a interseção de conjuntos.

i) $\boldsymbol{A \cup (A \cap B) = A}$

Verifique a validade desta propriedade com o uso do diagrama de Euler-Venn.

ii) $\boldsymbol{A \cap (A \cup B) = A}$

Estas duas primeiras propriedades são conhecidas como leis de absorção.

iii) $\boldsymbol{A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)}$

Esta é a **propriedade distributiva da interseção em relação à reunião**.

Observe o passo a passo:

$A \cap (B \cup C) =$

1) Escrevemos A inter B: $(A \cap B)$
2) Escrevemos A inter C: $(A \cap C)$
3) Reunimos os resultados: $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

iv) $\boldsymbol{A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)}$

Esta é a **propriedade distributiva da reunião em relação à interseção**.

Observe o passo a passo:

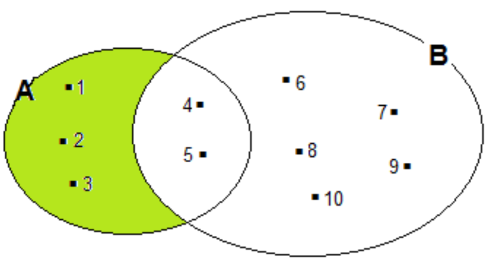
$A \cup (B \cap C) =$

1) Escrevemos A união B: $(A \cup B)$
2) Escrevemos A união C: $(A \cup C)$
3) Determinamos a interseção dos resultados: $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

2.3. Diferença

A diferença entre *A* e *B* corresponde ao **conjunto dos elementos que pertencem a *A* e não pertencem a *B***.

Vamos utilizar novamente o nosso exemplo anterior dos conjuntos $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$. A figura abaixo representa a diferença entre os dois conjuntos (destaque em cores):



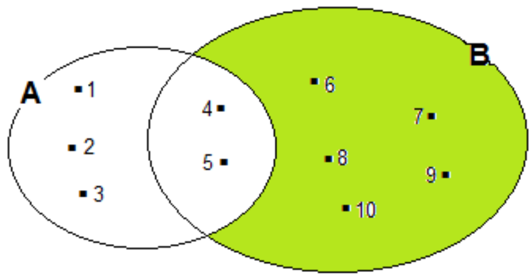
Designamos a diferença de A e B por $A - B$ ou por $A \backslash B$ **(lê-se A menos B)**.

$$A - B = \{x | x \in A \; e \; x \notin B\}$$

No nosso exemplo temos que $A - B = \{1,2,3\}$.

Podemos também considerar a diferença de B e A. Neste caso, devemos considerar os elementos de B que não pertencem a A.

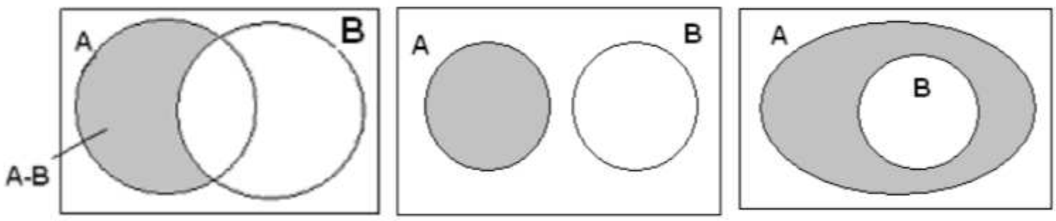
$$B - A = \{x | x \in B \; e \; x \notin A\}$$



$$B - A = \{6,7,8,9,10\}$$

Observe que $x \in A - B$ significa $x \in A$ e $x \notin B$.

Nos diagramas abaixo, $A - B$ é representado pela região sombreada.



2.3.1. Propriedades da Diferença

i) **Se $A \cap B = \emptyset$, então $A - B = A$ e $B - A = B$.**

Exemplo: A = {1,2,3} e B = {4,5,6}.

Assim, A – B = {1,2,3} = A e B – A = {4,5,6} = B.

Lembre-se que ao calcular A – B estamos interessados nos elementos de A que não pertencem a B. Como, neste caso, não há elementos comuns entre A e B, então os elementos de A que não pertencem a B são todos os elementos de A. Analogamente, como não há elementos comuns entre A e B, então os elementos de B que não pertencem a A são todos os elementos de B.

ii) $A - A = \emptyset$

Quais são os elementos de A que não pertencem a A? Nenhum. Portanto, A – A = ∅.

iii) $A - \emptyset = A$

Quais são os elementos de A que não pertencem ao conjunto vazio? Todos os elementos de A. Portanto, $A - \emptyset = A$.

iv) Se $A \subset B$, então $A - B = \emptyset$.

Estamos aqui supondo que todo elemento de A é também elemento de B.

- Quais são os elementos de A que não pertencem a B? Nenhum. Portanto, $A - B = \emptyset$.

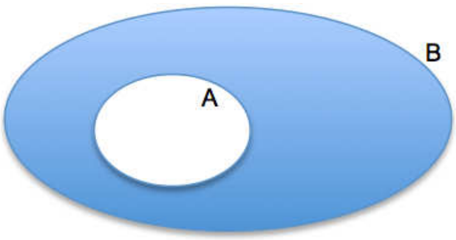
TOME NOTA!

Neste caso, a diferença B – A é chamada de complementar de A em relação a B. Detalharemos a complementação no tópico a seguir.

2.3.2. COMPLEMENTAÇÃO

Consideremos dois conjuntos A e B, tais que $A \subset B$. Chama-se **complementar de A em relação a B o conjunto B – A, ou seja, o conjunto formado pelos elementos de B que não pertencem ao conjunto A**.

Observe no seguinte diagrama de Venn.



Indicamos por C_B^A o **complementar de A em relação a B**.

FIQUE ATENTO!

A diferença B – A só será chamada especialmente de “complementar de A em relação a B” quando $A \subset B$.

Em outras palavras, **se A não é subconjunto de B, não tem sentido em falar sobre complementação. A complementação só ocorre quando um conjunto é subconjunto do outro**.

TOME NOTA!

Suponha que U seja o conjunto universo, em uma situação problema envolvendo os conjuntos A e B. Desta maneira, $A \subset U$ e $B \subset U$.
O complementar do conjunto A em relação ao universo U é indicado por $\overline{A}$ ou A^C ou A'.

Desta maneira, $\overline{A}$ representa todos os elementos que não pertencem ao conjunto A.

$$\overline{A} = A^C = A' = \{x \in U | x \notin A\}$$

Observe que $x \in \overline{A}$ significa $x \notin A$. Em outras palavras, dizer que x é elemento do complementar de A significa dizer que x NÃO pertence ao conjunto A.

INDO MAIS FUNDO!

A operação $\overline{A}$ constitui a contrapartida matemática do operador lógico da negação (advérbio "não").

DESPENCA NA PROVA!

Vamos fazer uma comparação entre as operações entre conjuntos e os operadores lógicos:

Linguagem dos Conjuntos	Linguagem da Lógica Proposicional
$A \cup B$ (união)	A ou B (disjunção inclusiva – conectivo ou)
$A \cap B$ (interseção)	A e B (conjunção – conectivo "e")
$\overline{A}$ (complementar)	Não A (modificador – negação de uma proposição)

2.3.2.1. Propriedades da Complementação

$$\text{i) } \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\text{ii) } \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Estas duas primeiras propriedades são conhecidas como **Leis de DeMorgan**.

Podemos reescrever assim:

i) o complementar da união é igual à interseção dos complementares.

ii) o complementar da interseção é igual à união dos complementares.

Fazendo uma comparação com os conectivos lógicos, teríamos:

i) a negação da disjunção "ou" corresponde à conjunção "e" das negações.

ii) a negação da conjunção "e" corresponde à disjunção "ou" das negações.

Em outras palavras, estas relações significam que a negação de "A ou B" é "Não A e não B" e a negação de "A e B" é "Não A ou não B". Estas regras serão descritas em detalhes nas aulas sobre Lógica Proposicional.

Outras propriedades:

iii) $A - B = A \cap \overline{B}$

A terceira propriedade pode ser verificada utilizando a relação das operações entre conjuntos e os conectivos lógicos.

A – B: A e não B (definição da diferença entre conjuntos).

$A \cap \overline{B}$: A e não B (conectivo "e" se relaciona com a interseção e o complementar se relaciona com o advérbio "não").

iv) $\overline{\overline{A}} = A$

A quarta propriedade afirma que o complementar do complementar de um conjunto A é o próprio conjunto A, ou seja, $(A^C)^C = A$.

v) $A \cup \overline{A} = U$ (conjunto universo)

A quinta propriedade afirma que a reunião do conjunto A com o seu complementar é igual ao conjunto universo.

vi) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

A última propriedade afirma que o conjunto A e o seu complementar são elementos disjuntos, ou seja, não possuem elementos comuns.

HORA DE PRATICAR!

Dados o conjunto universo U = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} e os conjuntos A = {1,2,3,4,5} e B = {4,5,6,7}, determine:

a) $\overline{A}$ b) $\overline{B}$ c) $A \cup B$ d) $A \cap B$ e) $\overline{A \cup B}$

f) $\overline{A} \cap \overline{B}$ g) $\overline{A \cap B}$ h) $\overline{A} \cup \overline{B}$ i) $A - B$ j) $A \cap \overline{B}$

Resolução

a) $\overline{A} = ?$

Queremos os elementos do universo que não pertencem ao conjunto A, ou seja U – A.

$\overline{A} = U - A = \{6,7,8,9\}$

b) $\overline{B} = U - B = \{1,2,3,8,9\}$

c) $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

d) $A \cap B = \{4,5\}$

e) $\overline{A \cup B} = ?$

Já sabemos que $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Queremos, portanto, os elementos do universo que não são elementos de $A \cup B$. Em suma, quais são os elementos que faltam a $A \cup B$ para "chegar" ao universo U? São os números 8 e 9.

Portanto, $\overline{A \cup B} = \{8,9\}$.

f) $\overline{A} \cap \overline{B} = ?$

Sabemos que $\overline{A} = \{6,7,8,9\}$ e $\overline{B} = \{1,2,3,8,9\}$. Queremos, portanto, os elementos comuns de $\overline{A}$ e $\overline{B}$.

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{8,9\}$

Comparando os resultados das letras e) e f) percebemos que $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ (Lei de DeMorgan).

g) $\overline{A \cap B} = ?$

Já sabemos que $A \cap B = \{4,5\}$. Queremos, portanto, os elementos do universo que não são elementos de $A \cap B$. Em suma, quais são os elementos que faltam a $A \cap B$ para "chegar" ao universo U? São os números 1,2,3,6,7,8,9.

Portanto, $\overline{A \cap B} = \{1,2,3,6,7,8,9\}$.

h) $\overline{A} \cup \overline{B} = ?$

Sabemos que $\overline{A} = \{6,7,8,9\}$ e $\overline{B} = \{1,2,3,8,9\}$. Queremos, portanto, a reunião $\overline{A} \cup \overline{B}$.

$\overline{A} \cup \overline{B} = \{1,2,3,6,7,8,9\}$

Comparando os resultados das letras e) e f) percebemos que $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ (Lei de DeMorgan).

i) $A - B = ?$

Estamos interessados nos elementos de A que não pertencem ao conjunto B.

Portanto, $A - B = \{1,2,3\}$

j) $A \cap \overline{B}$

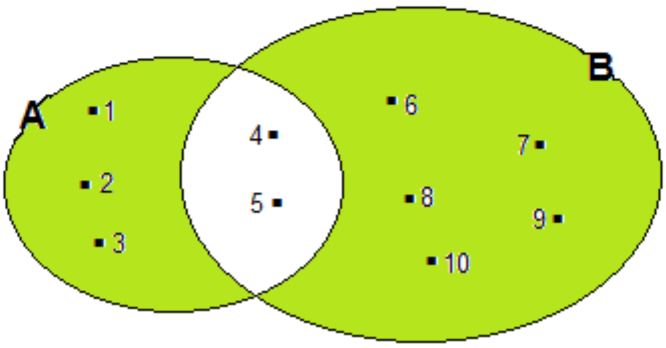
Sabemos que $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $\overline{B} = \{1,2,3,8,9\}$. A interseção entre esses dois conjuntos é $A \cap \overline{B} = \{1,2,3\}$.

Comparando os resultados das letras i) e j) percebemos que $A \cap \overline{B} = A - B$.

2.3.2.2. Diferença Simétrica

Dados dois conjuntos A e B, chama-se **diferença simétrica de A com B** o **conjunto $A\Delta B$ tal que $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$**.

No nosso exemplo:



$$A\Delta B = \{1,2,3,6,7,8,9,10\}$$

Pelo diagrama acima, podemos facilmente perceber que $A\Delta B$ corresponde aos elementos que pertencem a $A \cup B$ e não pertencem a $A \cap B$. Portanto, podemos escrever:

$$A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

HORA DE PRATICAR!

(ESAF 2005/STN)

Considere dois conjuntos, *A* e *B*, onde *A* = {X_1, X_2, X_3, X_4} e *B* = {X_1, X_5, X_6, X_4}. Sabendo-se que a operação Ψ é definida por *A* Ψ *B* = (*A* – *B*) ∪ (*B* – *A*), então a expressão (*A* Ψ *B*) Ψ *B* é dada por:

a) {X_1, X_5, X_4}
b) {X_1, X_2}
c) {X_1, X_2, X_3, X_4}
d) {X_4, X_6, X_5}
e) {X_1, X_6}

Resolução

Na realidade a questão atribuiu o símbolo Ψ à operação correspondente à diferença simétrica.

$$A\Psi B = (A - B) \cup (B - A)$$

$$A\Psi B = \{X_2, X_3\} \cup \{X_5, X_6\} = \{X_2, X_3, X_5, X_6\}$$

Vamos chamar de C este conjunto obtido.

$$A\Psi B = C = \{X_2, X_3, X_5, X_6\}$$

Queremos calcular (*A* Ψ *B*) Ψ *B* = *C* Ψ *B*

$$C \, \Psi \, B = (C - B) \cup (B - C)$$

$$C \,\Psi\, B = \{X_2, X_3\} \cup \{X_1, X_4\} = \{X_2, X_3, X_1, X_4\}$$

Lembre-se que não há ordem entre os elementos de um conjunto.

Portanto, $(A \,\Psi\, B) \,\Psi\, B = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$.

Gabarito: C

---

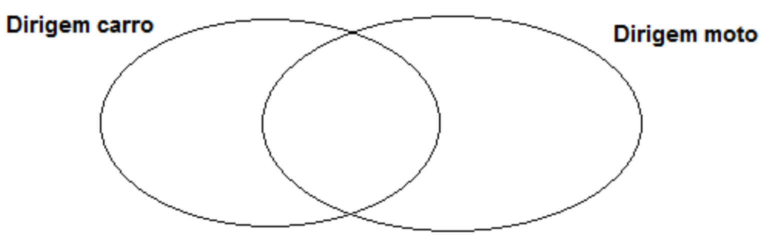
3. Diagramas de Venn e Cardinalidade de Conjuntos

Frequentemente é útil escrever dentro dos diagramas não os elementos propriamente ditos, e sim o número de elementos do conjunto. O cardinal de um conjunto é o seu número de elementos.

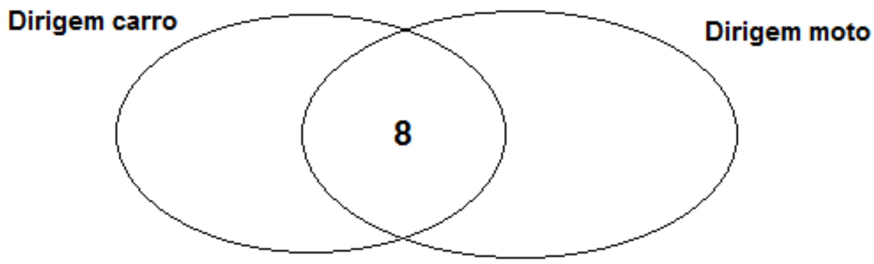
Vejamos um exemplo: Num grupo de motoristas há 28 que dirigem carro, 12 que dirigem moto e 8 que dirigem carro e moto. Quantos motoristas há nesse grupo? Quantos só dirigem carro?

Resolução

Vamos representar com diagramas os conjuntos citados**.**

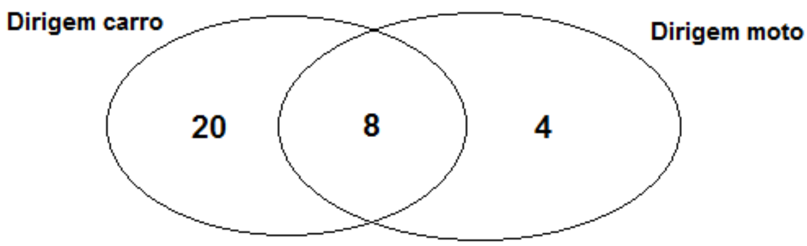


O problema falou explicitamente que 8 dirigem carro e moto. Este é o número de elementos da interseção dos dois conjuntos.



Sabemos que 28 pessoas dirigem carro e que, destes, 8 dirigem carro e moto. Concluímos que 28 – 8 = 20 pessoas dirigem apenas carro (dirigem carro e não dirigem moto).

Sabemos também que 12 pessoas dirigem moto. Como 8 pessoas dirigem carro e moto, então 12 – 8 = 4 pessoas dirigem apenas moto.



Resposta: O total de motoristas é igual a $20 + 8 + 4 = 32$. Vinte pessoas dirigem apenas carro.

Observe que neste caso o total de pessoas corresponde ao número de elementos da união dos dois conjuntos citados.

Poderíamos seguir o seguinte raciocínio:

Há 28 pessoas que dirigem carro e 12 pessoas que dirigem moto. O total de pessoas "seria" igual a $28 + 12 = 40$. O problema é que existem 8 pessoas que foram contadas duas vezes. Neste caso, as pessoas que dirigem carro e moto devem ser subtraídas deste resultado, pois elas foram contadas duas vezes. O total de pessoas é igual a $40 - 8 = 32$.

Vamos resumir a conta que fizemos para chegar neste resultado:

$$32 = 28 + 12 - 8$$

O “32” é o número de elementos da união $(C \cup M)$.

O “28” é o número de elementos do conjunto das pessoas que dirigem carro (C).

O “12” é o número de elementos das pessoas que dirigem moto (M).

O “8” é o número de elementos das pessoas que dirigem carro e moto $(C \cap M)$.

Designando por $n(X)$ o número de elementos do conjunto X chegamos à seguinte fórmula:

$$n(C \cup M) = n(C) + n(M) - n(C \cap M)$$

Esta fórmula, que fornece o número de elementos da união de dois conjuntos, é explicada através do princípio da inclusão-exclusão.

3.1. Princípio da Inclusão-Exclusão

O **Princípio da Inclusão-Exclusão** é uma **fórmula para calcular o número de elementos que pertencem à união de vários conjuntos**.

Na sua forma mais simples, o princípio afirma que

$$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

ESTA CAI NA PROVA!

$n(A \cup B)$ é o número de elementos que pertencem a **pelo menos um** dos conjuntos A e B.

ESCLARECENDO

Para contar os elementos de $A \cup B$, contamos todos os elementos de A e todos os elementos de B.

Desta forma, os elementos da interseção foram contados duas vezes, uma em A e outra em B.

Portanto, devemos descontar a segunda contagem desses elementos e obtemos a fórmula acima.

Há uma expressão parecida quando estão envolvidos **três conjuntos**:

$$\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}$$

Para facilitar a memorização, escreveremos de outra maneira:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) = n(A) &+ n(B) + n(C) \\ &- n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) \\ &+ n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

DESPENCA NA PROVA!

$n(A \cup B \cup C)$ é o número de elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos A, B e C.

O raciocínio é o mesmo demonstrado acima para 2 conjuntos.

Para contar os elementos de $A \cup B \cup C$, contamos os elementos de A, de B e de C. Desta forma, os elementos de $A \cap B$ foram contados duas vezes (uma em A e outra em B), o mesmo ocorrendo com os elementos de $A \cap C$ e $B \cap C$. Portanto, devemos descontar uma vez $n(A \cap B)$, $n(A \cap C)$ e $n(B \cap C)$.

Por fim, os elementos de $A \cap B \cap C$ foram contados três vezes (em A, em B e em C) e descontados três vezes (em $A \cap B$, em $A \cap C$ e em $B \cap C$). Contados três vezes e descontados três vezes significa que eles não foram contados. Devemos, portanto, incluí-los novamente na contagem obtendo a fórmula acima.

Para quatro conjuntos teríamos:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{n(A \cup B \cup C \cup D)} = {} & \boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C) + n(D)} \\ & \boldsymbol{- n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(A \cap D) - n(B \cap C) - n(B \cap D) - n(C \cap D)} \\ & \boldsymbol{+ n(A \cap B \cap C) + n(A \cap B \cap D) + n(A \cap C \cap D) + n(B \cap C \cap D)} \\ & \boldsymbol{- n(A \cap B \cap C \cap D)}\end{aligned}$$

RESUMINDO

O número de elementos da união é obtido somando os números de elementos de cada conjunto, subtraindo os números de elementos das interseções dois a dois, somando os números de elementos das interseções três a três, subtraindo os números de elementos das interseções quatro a quatro, somando os números de elementos das interseções cinco a cinco e assim por diante.

4. Lista de Questões de Concursos Anteriores

1. **(FCC 2019/Prefeitura do Recife)**

Em um censo realizado em uma cidade em que são consumidos somente os sabonetes de marca X, Y e Z, verifica-se que:

I. 40% consomem X.

II. 40% consomem Y.

III. 47% consomem Z.

IV. 15% consomem X e Y.

V. 5% consomem X e Z.

VI. 10% consomem Y e Z.

VII. qualquer elemento da população consome pelo menos uma marca de sabonete.

Então, escolhendo aleatoriamente um elemento dessa população, a probabilidade de ele consumir uma e somente uma marca de sabonete é igual a

(A) 80%.

(B) 76%.

(C) 79%.

(D) 70%.

(E) 60%.

2. **(IDECAN 2019/AGU)**

Em uma pesquisa feita com 70 pessoas sobre o consumo de três frutas (banana, maçã e uva), foi constatado que:

- 11 pessoas gostam de banana, maçã e uva;
- 23 pessoas gostam de banana e uva;
- 19 pessoas gostam de maçã e uva;
- 27 pessoas gostam de banana e maçã;
- 44 pessoas gostam de banana;
- 40 pessoas gostam de maçã;
- 34 pessoas gostam de uva.

Com base nessas informações, é correto afirmar que, entre as pessoas que participaram da pesquisa,

a) 15 pessoas não gostam de nenhuma das três frutas da pesquisa.
b) 13 pessoas gostam de somente uma das três frutas mencionadas na pesquisa.
c) 37 pessoas não gostam de uva.
d) 26 pessoas não gostam de banana.
e) 26 pessoas não gostam de maçã.

3. **(IDECAN 2019/AGU)**

Luna é uma menina muito esperta e possui 27 colegas meninos e 34 colegas meninas. Todas essas crianças juntas formam uma turma de alunos muito diferente, pois cada aluno ou adora matemática ou adora português. Sabendo que, nessa turma, 21 meninas adoram matemática e um total de 38 alunos adoram português, o número de meninos que adoram matemática é

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

4. **(IAUPE 2019/ISS Petrolina)**

Entre 100 pessoas para uma vaga de estágio, constatou-se que dentre estas, 70 são fluentes em inglês, 45, fluentes em língua francesa, e 50, em língua alemã; 25 são fluentes tanto em inglês quanto em francês; 5 tanto em alemão quanto em francês e, 45, em inglês e em alemão. Com base nesses dados, é CORRETO afirmar que
(A) todas as entrevistadas são fluentes em alguma dessas três línguas (inglês, francês ou alemão).
(B) nenhuma entrevistada é fluente em alguma dessas três línguas (inglês, francês ou alemão).
(C) a quantidade de entrevistadas que não é fluente em nenhuma ou que é fluente em todas as três línguas é menor ou igual a 15 pessoas.
(D) a quantidade de entrevistadas que não é fluente em nenhuma ou que é fluente em todas as três línguas é maior que 15 pessoas.

(E) se a entrevistada for fluente em inglês, ela será fluente em todas as três línguas.

5. **(IAUPE 2019/ISS Petrolina)**

Dado um conjunto A, representa-se por P(A) o conjunto formado por todos os subconjuntos de A – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por 2^A.
Se $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, \{1\}\}$, qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de P(A)?

(A) $\emptyset$
(B) $\{\emptyset, 1\}$
(C) $\{1, \{\emptyset, 1\}\}$
(D) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
(E) $\{1, \{1\}\}$

6. **(IAUPE 2019/ISS Petrolina)**

A união de 4 conjuntos que podem ou não ter elemento em comum na qual cada conjuntos possui, ao menos, 10 elementos é tal que

(A) sua união, possui, ao menos 40 elementos distintos.
(B) sua intersecção, possui, ao menos 5 elementos distintos.
(C) se dois deles não possuem elementos em comum, a união de todos, possui, ao menos, 40 elementos distintos.
(D) se três deles não possuem elementos em comum, a união de todos, possui, ao menos, 40 elementos distintos.
(E) se não há elementos em comum em nenhum par de conjuntos distintos, então a união deles, possui, ao menos 40 elementos distintos.

7. **(IDECAN 2018/AGU – Analista Técnico-Administrativo)**

Considerando os conjuntos $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{5}\}$, $\boldsymbol{B} = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}\}$, $\boldsymbol{C} = \{\mathbf{0}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\}$, $\boldsymbol{D} = \{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{7}\}$, quantos elementos possui o conjunto $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) \cap (\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D})$?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) Não possui elementos.

8. **(FCC 2018/CL-DF)**

Em uma escolha com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

a) 126

b) 144

c) 138

d) 132

e) 108

9. **(CESPE 2018/Polícia Federal)**

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B.

Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

10. **(CESPE 2018/Polícia Federal)**

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B.

Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Considere que, separando-se o grupo de passageiros selecionados que visitou o país A, o grupo que visitou o país B e o grupo que visitou o país C, seja verificado, em cada um desses grupos, que pelo menos a metade dos seus componentes era do sexo masculino. Nessa situação, conclui-se que o grupo de 30 passageiros selecionados tem, no máximo, 14 mulheres.

11. **(CESPE/2018/SEFAZ-RS)**

Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

• 18 contribuintes com pendências de IPTU;
• 23 contribuintes com pendências de IPVA;
• 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

a) 9.

b) 10.

c) 15.

d) 17.

e) 25.

12. **(ESAF 2010/Fiscal de Rendas RJ)**

Em uma amostra de 100 empresas, 52 estão situadas no Rio de Janeiro, 38 são exportadoras e 35 são sociedades anônimas. Das empresas situadas no Rio de Janeiro, 12 são exportadoras e 15 são sociedades anônimas e das empresas exportadoras 18 são sociedades anônimas. Não estão situadas no Rio de Janeiro nem são sociedades anônimas e nem exportadoras 12 empresas. Quantas empresas que estão no Rio de Janeiro são sociedades anônimas e exportadoras ao mesmo tempo?

a) 18

b) 15

c) 8

d) 0

e) 20

13. **(ESAF 2009/ATRFB)**

Uma escola para filhos de estrangeiros oferece cursos de idiomas estrangeiros para seus alunos. Em uma determinada série, 30 alunos estudam francês, 45 estudam inglês, e 40, espanhol. Dos alunos que estudam francês, 12 estudam também inglês e 3 estudam também espanhol. Dos alunos que estudam inglês, 7 estudam também espanhol e desses 7 alunos que estudam inglês e espanhol, 3 estudam também francês. Por fim, há 10 alunos que estudam apenas alemão. Não sendo oferecidos outros idiomas e sabendo-se que todos os alunos dessa série devem estudar pelo menos um idioma estrangeiro, quantos alunos dessa série estudam nessa escola?

a) 96.
b) 100.
c) 125.
d) 115.
e) 106.

14. **(ESAF 2010/SUSEP)**

Sejam A e B dois conjuntos quaisquer e sejam $A \cap B$, $A \cup B$ e $A \setminus B$, respectivamente, as operações de interseção, união e diferença entre eles. Seja ϕ o conjunto vazio, U o conjunto universo e seja $A^c = U \setminus A$. A opção correta é:

a) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c)^c = U$.

b) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c)^c = \phi$.

c) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c) = \phi$.

d) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c) = A \cup B$.

e) $(A \cup B) \cup (A^c \cup B^c)^c = U$.

15. **(ESAF 2006/SUSEP)**

Indique quantos são os subconjuntos do conjunto {1,2,3,4}.

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16

16. **(ESAF 2012/CGU)**

Em um grupo de 120 empresas, 57 estão situadas na Região Nordeste, 48 são empresas familiares, 44 são empresas exportadoras e 19 não se enquadram em nenhuma das classificações acima. Das empresas do Nordeste, 19 são familiares e 20 são exportadoras. Das empresas familiares, 21 são exportadoras. O número de empresas do Nordeste que são ao mesmo tempo familiares e exportadoras é

a) 21.

b) 14.
c) 16.
d) 19.
e) 12.

17. **(ESAF 2009/EPPGG-MPOG)**

Em um grupo de 1.800 entrevistados sobre três canais de televisão aberta, verificou-se que 3/5 dos entrevistados assistem ao canal A e 2/3 assistem ao canal B. Se metade dos entrevistados assiste a pelo menos 2 canais e, se todos os que assistem ao canal C assistem também ao canal A, mas não assistem ao canal B, quantos entrevistados assistem apenas ao canal A?

a) 1.080

b) 180

c) 360

d) 720

e) 108

18. **(ESAF 2013/DNIT)**

Uma escola oferece reforço escolar em todas as disciplinas. No mês passado, dos 100 alunos que fizeram reforço escolar nessa escola, 50 fizeram reforço em Matemática, 25 fizeram reforço em Português e 10 fizeram reforço em Matemática e Português. Então, é correto afirmar que, no mês passado, desses 100 alunos, os que não fizeram reforço em Matemática e nem em Português é igual a:

a) 15
b) 35
c) 20
d) 30
e) 25

19. **(ESAF 2006/ANEEL)**

X e Y são dois conjuntos não vazios. O conjunto X possui 64 subconjuntos. O conjunto Y, por sua vez, possui 256 subconjuntos. Sabe-se, também, que o conjunto $Z = X \cap Y$ possui 2 elementos. Desse modo, conclui-se que o número de elementos do conjunto P = Y - X é igual a:

a) 4
b) 6
c) 8
d) vazio
e) 1

20. **(ESAF 2006/CGU/Analista de Finanças e Controle)**

Uma escola de idiomas oferece apenas três cursos: um curso de Alemão, um curso de Francês e um curso de Inglês. A escola possui 200 alunos e cada aluno pode matricular-se em quantos cursos desejar. No corrente ano, 50% dos alunos estão matriculados no curso de Alemão, 30% no curso de Francês e 40% no de Inglês. Sabendo-se que 5% dos alunos estão matriculados em todos os três cursos, o número de alunos matriculados em mais de um curso é igual a

a) 30
b) 10
c) 15
d) 5
e) 20

21. **(ESAF 2004/CGU/Analista de Finanças e Controle)**

Foi feita uma pesquisa de opinião para determinar o nível de aprovação popular a três diferentes propostas de políticas governamentais para redução da criminalidade. As propostas (referidas como “A”, “B” e “C”) não eram mutuamente excludentes, de modo que o entrevistado poderia se declarar ou contra todas elas, ou a favor de apenas uma, ou a favor de apenas duas, ou a favor de todas as três. Dos entrevistados, 78% declararam-se favoráveis a pelo menos uma delas. Ainda do total dos entrevistados, 50% declararam-se favoráveis à proposta A, 30% à proposta B e 20% à proposta C. Sabe-se, ainda, que 5% do total dos entrevistados se declararam favoráveis a todas as três propostas. Assim, a percentagem dos entrevistados que se declararam favoráveis a mais de uma das três propostas foi igual a:

a) 17%

b) 5%

c) 10%

d) 12%

e) 22%

22. **(CESPE 2018/EMAP)**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

23. **(CESPE 2018/EMAP)**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

24. **(CESPE 2018/EMAP)**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

A carga de 400 contêineres continha frango congelado.

25. **(CESPE 2018/IFF)**

Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

26. **(CESPE 2018/IFF)**

Para um conjunto qualquer X, n(X) representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$

$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$

$n(A \cap B \cap C) = 0.$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a

A) 100.
B) 110.

C) 120.
D) 130.
E) 140.

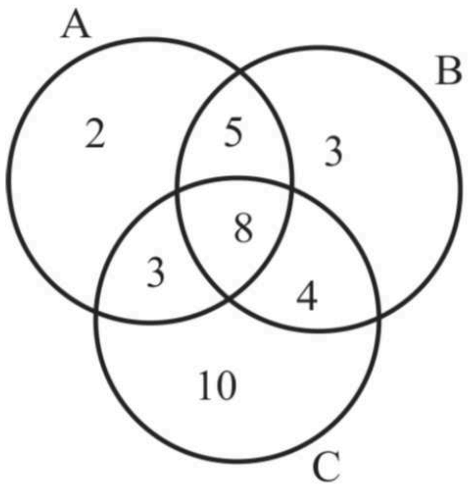
27. **(CESPE 2018/EBSERH)**

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto AUBUC, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir

Pelo menos 30 casais dessa comunidade têm 2 ou mais filhos.

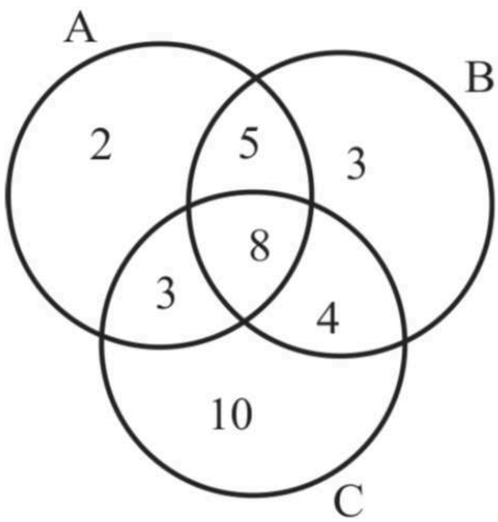
28. **(CESPE 2018/EBSERH)**

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto AUBUC, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

29. **(CESPE 2017/ TRF - 1ª REGIÃO)**

Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: “Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada.”

Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue os próximos itens.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

30. **(CESPE 2015/STJ)**

Determinada faculdade oferta, em todo semestre, três disciplinas optativas para alunos do quinto semestre: Inovação e Tecnologia (INT); Matemática Aplicada (MAP); Economia do Mercado Empresarial (EME). Neste semestre, dos 150 alunos que possuíam os requisitos necessários para cursar essas disciplinas, foram registradas matrículas de alunos nas seguintes quantidades:

- 70 em INT;
- 45 em MAP;
- 60 em EME;
- 25 em INT e MAP;
- 35 em INT e EME;
- 30 em MAP e EME;
- 15 nas três disciplinas.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

A quantidade de alunos que se matricularam apenas na disciplina MAP é inferior a 10.

(CESPE 2014/CADE)

Em uma escola, uma pesquisa, entre seus alunos, acerca de práticas esportivas de futebol, voleibol e natação revelou que cada um dos entrevistados pratica pelo menos um desses esportes. As quantidades de alunos entrevistados que praticam esses esportes estão mostradas na tabela abaixo.

esporte	futebol	voleibol	natação	voleibol e futebol	voleibol e natação	futebol e natação	futebol, voleibol e natação
n.º de alunos praticantes	505	250	80	113	17	29	9

Com base nas informações e na tabela acima, julgue os próximos itens.

31. **Mais de 130 dos alunos praticam apenas 2 dessas atividades esportivas.**
32. **Entre os alunos, 20 praticam voleibol e natação, mas não jogam futebol.**
33. **Escolhendo-se um aluno ao acaso, entre os entrevistados, a probabilidade de ele praticar natação é inferior a 10%.**

(MPU 2013/CESPE-UnB)

Uma pesquisa realizada com um grupo de 35 técnicos do MPU a respeito da atividade I — planejamento estratégico institucional — e da atividade II — realizar estudos, pesquisas e levantamento de dados — revelou que 29 gostam da atividade I e 28 gostam da atividade II. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

34. **A quantidade máxima de técnicos desse grupo que não gosta de nenhuma das duas atividades é inferior a 7.**
35. **Se 4 técnicos desse grupo não gostam de nenhuma das atividades citadas, então mais de 25 técnicos gostam das duas atividades.**

36. **Infere-se dos dados que a quantidade mínima de técnicos desse grupo que gostam das duas atividades é superior a 20.**

37. **(CESPE 2012/PC-CE)**

Dos 420 detentos de um presídio, verificou-se que 210 foram condenados por roubo, 140, por homicídio e 140, por outros crimes. Verificou-se, também, que alguns estavam presos por roubo e homicídio. Acerca dessa situação, julgue o item seguinte.

Menos de 60 dos detentos estavam presos por terem sido condenados por roubo e homicídio.

38. **(CESPE 2013/MPU)**

Em razão da limitação de recursos humanos, a direção de determinada unidade do MPU determinou ser prioridade analisar os processos em que se investiguem crimes contra a administração pública que envolvam autoridades influentes ou desvio de altos valores. A partir dessas informações, considerando P = conjunto dos processos em análise na unidade, A = processos de P que envolvem autoridades influentes, B = processos de P que envolvem desvio de altos valores, $C_P(X)$ = processos de P que não estão no conjunto X, e supondo que, dos processos de P, 2/3 são de A e 3/5 são de B, julgue o item a seguir.

O conjunto $C_P(A) \cup C_P(B)$ corresponde aos processos da unidade que não são prioritários para análise.

39. **(CESPE 2012/Polícia Federal)**

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Dez denúncias foram classificadas apenas como crime de tráfico de pessoas.

40. **(CESPE 2012/Polícia Federal)**

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Os crimes de tráfico de pessoas foram mais denunciados que os de pornografia infantil.

41. **(CESPE 2013/CNJ)**

Em uma sala, cinco computadores para uso público (A, B, C, D e E) estão ligados em uma rede. Devido a problemas com os softwares de proteção da rede, o computador A está infectado com algum vírus; consequentemente, o computador B ou o computador C está infectado com o mesmo vírus. Se o computador C estiver infectado, então os computadores D e E também estarão infectados com o mesmo vírus. Cada computador pode ser infectado isoladamente e todas as manhãs, antes de serem disponibilizados para a utilização pública, os cinco computadores são submetidos a software antivírus que os limpa de qualquer infecção por vírus.

Considerando a situação hipotética acima e desconsiderando questões técnicas relativas à proteção e segurança de redes, julgue o item a seguir.

Se, em determinado dia: 50% das pessoas que utilizarem o computador A também utilizarem o computador B; o computador A for utilizado por 12 usuários a mais que o computador B; e a soma de usuários de A ou B totalizar 84 usuários, então, nesse dia, o computador B será utilizado por mais de 50 usuários.

42. **(CESPE 2014/TJ-SE)**

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Marcos, Carlos, Pedro e Henrique têm em comum menos de 40 amigos na rede social X.

43. **(CESPE 2014/TJ-SE)**

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

As informações apresentadas permitem concluir que Marcos possui mais de 100 amigos na rede social X.

44. **(CESPE 2015/TRE-MT)**

Um grupo de 300 soldados deve ser vacinado contra febre amarela e malária. Sabendo-se que a quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de febre amarela é o triplo da quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de malária, que 45 soldados já haviam recebido as duas vacinas e que apenas 25 não haviam recebido nenhuma delas, é correto afirmar que a quantidade de soldados que já haviam recebido apenas a vacina de malária é

a) inferior a 10.

b) superior a 10 e inferior a 20.

c) superior a 20 e inferior a 30.

d) superior a 30 e inferior a 40.

e) superior a 40.

45. **(CESPE 2016/INSS)**

Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:

A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e

B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).

Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante).

A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não-fumantes).

Com base nessas informações, julgue o item subsecutivo.

Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

(DPU 2016/CESPE-UnB)

Em uma festa com 15 convidados, foram servidos 30 bombons: 10 de morango, 10 de cereja e 10 de pistache. Ao final da festa, não sobrou nenhum bombom e

- quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache;

- quem comeu dois ou mais bombons de pistache comeu também bombom de cereja;
- quem comeu bombom de cereja não comeu de morango.

Com base nessa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

46. **É possível que um mesmo convidado tenha comido todos os 10 bombons de pistache.**
47. **Quem comeu bombom de morango comeu somente um bombom de pistache.**
48. **(CESPE 2014/ANTAQ)**

Uma pesquisa sobre o objeto de atividade de 600 empresas apresentou o seguinte resultado:

• **5/6** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de cargas;

• **1/3** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de passageiros;

• 50 dessas empresas não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros;

Com base nessa situação hipotética e sabendo-se que as 600 empresas pesquisadas se enquadram em, pelo menos, uma das 3 opções acima, julgue o item a seguir.

O número de empresas que atuam somente no mercado de transporte fluvial de passageiros é superior ao número de empresas que não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros.

(CESPE 2014/SUFRAMA)

Para o conjunto Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, se A for um subconjunto de Ω, indique por S(A) a soma dos elementos de A e considere S(Ø) = 0. Nesse sentido, julgue os itens a seguir.

49. **Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que A [illegible]B, então 0 ≤ S(A) ≤ S(B) ≤ 55.**
50. **Se A⊂Ω , e se Ω\A é o complementar de A em Ω , então S(Ω\A) = S(Ω) – S(A).**
51. **(CESPE 2014/Polícia Federal)**

A partir de uma amostra de 1.200 candidatos a cargos em determinado concurso, verificou-se que 600 deles se inscreveram para o cargo A, 400 se inscreveram para o cargo B e 400, para cargos distintos de A e de B. Alguns que se inscreveram para o cargo A também se inscreveram para o cargo B.

A respeito dessa situação hipotética, julgue o item subsecutivo.

Menos de 180 candidatos se inscreveram no concurso para os cargos A e B.

(CESPE 2013/PC-DF)

O Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) divulgou, em 2013, dados a respeito da violência contra a mulher no país. Com base em dados do Sistema de Informações sobre Mortalidade, do Ministério da Saúde, o instituto apresentou uma estimativa de mulheres mortas em razão de violência doméstica.

Alguns dos dados apresentados nesse estudo são os seguintes:

- mais da metade das vítimas eram mulheres jovens, ou seja, mulheres com idade entre 20 e 39 anos: 31% estavam na faixa etária de 20 a 29 anos e 23% na faixa etária de 30 a 39 anos;

- 61% das vítimas eram mulheres negras;

- grande parte das vítimas tinha baixa escolaridade: 48% cursaram até o 8.º ano.

Com base nessas informações e considerando que V seja o conjunto formado por todas as mulheres incluídas no estudo do IPEA; $A \subset V$, o conjunto das vitimas jovens; $B \subset V$, o conjunto das vitimas negras; e $C \subset V$, o conjunto das vítimas de baixa escolaridade — vítimas que cursaram até o 8.º ano —, julgue os itens que se seguem.

52. **Se V\C for o conjunto complementar de C em V, então (V\C) ∩ A será um conjunto não vazio.**
53. **Se 15% das vítimas forem mulheres negras e com baixa escolaridade, então V = B ∪ C.**
54. **Se V\A for o conjunto complementar de A em V, então 46% das vítimas pertencerão a V\A.**

(CESPE 2013/FUB)

Considere os seguintes conjuntos: X = estudantes da UnB; A = estudantes da UnB que tendem a ser mais ousados; B = estudantes da UnB que consideram o erro como uma etapa da aprendizagem; D = estudantes da UnB que desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade. Nessa situação, se $Y \subset X$, indique por $C_X(Y)$ o complemento de Y em X. Com relação a esses conjuntos, julgue os itens a seguir.

55. **Se $A \subset B$, então todo estudante da UnB que tende a ser mais ousado considera o erro como uma etapa da aprendizagem.**

56. **O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição "Se os estudantes consideram o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade" seja verdadeira é igual a $D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)]$.**

57. **O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição "Os estudantes tendem a ser mais ousados e consideram o erro como uma etapa da aprendizagem" seja falsa é igual a $C_X(A) \cap C_X(B)$.**

(CESPE 2013/TCE-RO)

A respeito das auditorias realizadas pelos auditores A1, A2 e A3 de um tribunal de contas, concluiu-se que:

- A1 realizou 70 auditorias;
- A3 realizou 75 auditorias;
- A1 e A3 realizaram, juntos, 55 auditorias;
- A2 e A3 realizaram, juntos, 30 auditorias;
- A1 e A2 realizaram, juntos, 20 auditorias;
- das auditorias que não foram realizadas por A1, somente 18 foram realizadas por A2;
- A1, A2 e A3 realizaram, juntos, 15 auditorias.

Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

58. **Mais de 100 auditorias foram realizadas.**
59. **20 auditorias foram realizadas apenas por A1.**
60. **5 auditorias foram realizadas apenas por A3.**
61. **23 auditorias não foram realizadas por A1.**

62. **(CESPE 2013/MPOG)**

Uma entrevista foi realizada com 46 empregados de uma empresa, entre os quais 24 eram do sexo masculino e 22, do feminino. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

Considerando que os empregados entrevistados dessa empresa pratiquem tênis ou ciclismo e que, na entrevista, tenha sido constatado que 30 funcionários gostam de praticar tênis e 28 gostam de ciclismo, é correto afirmar que a quantidade de empregados dessa empresa que gostam de praticar tênis e ciclismo é maior que 10.

63. **(CESPE 2016/INSS)**

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, B ⊂ C, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

64. **(CESPE 2010/PC-ES)**

Considere que os conjuntos A, B e C tenham o mesmo número de elementos, que A e B sejam disjuntos, que a união dos três possuía 150 elementos e que a interseção entre B e C possuía o dobro de elementos da interseção entre A e C. Nesse caso, se a interseção entre B e C possui 20 elementos, então B tem menos de 60 elementos.

65. **(FGV 2010/BADESC)**

Dado um conjunto A, chamamos *subconjunto próprio não vazio de A* a qualquer conjunto que pode ser formado com *parte* dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios

de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

(E) 8

66. **(FCC 2010/AL-SP)**

Numa pesquisa respondida por todos os funcionários de uma empresa, 75% declararam praticar exercícios físicos regularmente, 68% disseram que fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos e 17% informaram que não possuem nenhum dos dois hábitos. Em relação ao total, os funcionários desta empresa que afirmaram que praticam exercícios físicos regularmente e fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos representam

a) 43%
b) 60%
c) 68%
d) 83%
e) 100%

67. **(FCC 2010/BAHIAGAS)**

Em um grupo de 100 pessoas, sabe-se que:

- 15 nunca foram vacinadas;
- 32 só foram vacinadas contra a doença A;
- 44 já foram vacinadas contra a doença A;
- 20 só foram vacinadas contra a doença C;
- 2 foram vacinadas contra as doenças A, B e C;
- 22 foram vacinadas contra apenas duas doenças.

De acordo com as informações, o número de pessoas do grupo que só foi vacinado contra ambas as doenças B e C é
a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

68. **(FCC 2011/BB)**

Dos 36 funcionários de uma Agência do Banco do Brasil, sabe-se que: apenas 7 são fumantes, 22 são do sexo masculino e 11 são mulheres que não fumam. Com base nessas afirmações, é correto afirmar que o
a) número de homens que não fumam é 18.
b) número de homens fumantes é 5.
c) número de mulheres fumantes é 4.
d) total de funcionários do sexo feminino é 15.
e) total de funcionários não fumantes é 28.

69. **(FCC 2012/INSS)**

Em uma turma de 100 alunos, 63 sabem escrever apenas com a mão direita, 5 não sabem escrever, 25% dos restantes sabem escrever tanto com a mão direita quanto com a esquerda, e os demais alunos sabem escrever apenas com a mão esquerda. Dessa turma, a porcentagem de alunos que sabe escrever com apenas uma das duas mãos é de

(A) 86%.
(B) 87%.

(C) 88%.
(D) 89%.
(E) 90%.

70. **(AOCP 2016/Pref. de Juazeiro)**

Em uma pesquisa sobre as atividades de lazer no final de semana, 80 pessoas responderam que vão ao shopping Center, 40 pessoas responderam que vão ao cinema e 15 pessoas responderam que vão ao shopping Center e ao cinema. Dessa forma, o total de pessoas entrevistadas nessa pesquisa é igual a

a) 125
b) 120
c) 115
d) 105
e) 135

71. **(AOCP 2016/ EBSERH/Analista Administrativo – Biblioteconomia)**

Em uma pesquisa feita com um grupo de 160 pessoas, descobriu-se que 60% gosta de chocolate ao leite e 40% gosta de chocolate amargo, mas não gosta de chocolate ao leite. Dos que gostam de chocolate ao leite, 25% também gosta de chocolate amargo. Desse grupo de 160 pessoas, o número de pessoas que gosta de chocolate amargo é de

(A) 24.

(B) 64.

(C) 72.

(D) 88.

(E) 90.

72. **(FGV 2010/CODEBA)**

A, B e C são três conjuntos. Com base nessa informação, analise as afirmativas a seguir:

I. Se todos os elementos de A pertencem a B, então A e B são o mesmo conjunto.

II. Se A e C não possuem elementos em comum, então um dos dois é um conjunto vazio.

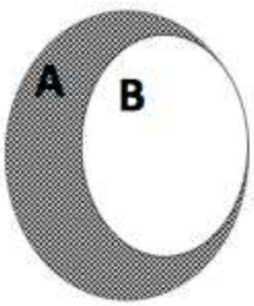
III. Se todos os elementos de A pertencem a B e todos os elementos de B pertencem a C, então todos os elementos de A pertencem a C.

Assinale

a) se somente a afirmativa I estiver correta.
b) se somente a afirmativa II estiver correta.
c) se somente a afirmativa III estiver correta.
d) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
e) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.

73. **(CONSULPLAN 2013/ CODEG)**

No diagrama a seguir, que representa os conjuntos A e B, a região hachurada é indicada por



A) A ∩ B.
B) A ∪ B.
C) A – B.
D) A ∈ B.
E) A ⊂ B.

74. **(CETRO 2010/ANVISA)**

Sabe-se que três conjuntos M, N e P são tais que $M \subset N, N \subset P \ e \ P \subset M$. Para tanto, é condição necessária e suficiente que

a) $P = \phi$
b) $M = P$
c) $M = P = \phi$
d) $M = N = P$
e) $M = N = P = \phi$

75. **(FUNCAB 2012/CBM-AC)**

Sejam os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {2, 3, 5}, determine o conjunto A – B.

A) { }
B) {1,5}
C) {5}
D) {1}
E) {2,3}

76. **(FUNCAB 2012/CBM-AC)**

Considere o conjunto A = {1, 2, {3}} e assinale a alternativa que contém um subconjunto de A.

A) {3}
B) {1,3}
C) {2, 3}
D) {4, {3}}
E) {{3}}

77. **(FGV 2006/SERC-MS)**

Se X, Y e Z são conjuntos, $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$:
a) nunca
b) se e somente se X = Y = Z.
c) se e somente se $Z \subset X$.
d) se e somente se $Z \subset Y$.
e) sempre.

78. **(CEPERJ 2010/SEFAZ-RJ)**

Um professor, conversando sobre cinema com os 40 alunos de uma turma, fez três perguntas:

- Quem viu Avatar? Levantaram a mão 16 alunos.

- Quem viu Kung Fu Panda? Levantaram a mão 18 alunos.

- Quem não viu nenhum destes dois filmes? Levantaram a mão 13 alunos.
O número de alunos que viram ambos os filmes é:
a) 4
b) 6
c) 7
d) 9
e) 10

79. **(CETRO 2012/TJ-RS)**

Dados os conjuntos A = {x | x é vogal da palavra CARRO} e B = {x | x é letra da palavra CAMINHO}, é correto afirmar que $A \cap B$ tem

(A) 1 elemento.
(B) 2 elementos.
(C) 3 elementos.
(D) 4 elementos.
(E) 5 elementos.

80. **(FGV 2013/TJ-AM)**

Seja A e B duas características de uma população, tais que:

A = alta escolaridade,

B = alta renda

As características complementares seriam, respectivamente,

A^c = baixa escolaridade,

B^c = baixa renda

em que o sobrescrito c representa a característica complementar.

A expressão $Pr(A^c \cap B^c)$ significa que a probabilidade do indivíduo ter baixa escolaridade e baixa renda. Essa probabilidade pode ser igualmente expressa como:

a) $Pr[(A \cup B)]$
b) $Pr[(A \cup B)^c]$
c) $Pr[(A \cap B)^c]$
d) $Pr[(A \cap B)]$
e) $\mathrm{Pr}\,[(A^c \cap B)]$

81. **(FCC 2012/TJ-PE)**

Em um clube com 160 associados, três pessoas, A, B e C (não associados), manifestam seu interesse em participar da eleição para ser o presidente deste clube. Uma pesquisa realizada com todos os 160 associados revelou que

− 20 sócios não simpatizam com qualquer uma destas pessoas.
− 20 sócios simpatizam apenas com a pessoa A.
− 40 sócios simpatizam apenas com a pessoa B.
− 30 sócios simpatizam apenas com a pessoa C.
− 10 sócios simpatizam com as pessoas A, B e C.

A quantidade de sócios que simpatizam com pelo menos duas destas pessoas é

(A) 20.
(B) 30.
(C) 40.
(D) 50.
(E) 60.

82. **(FCC 2014/SEFAZ-RJ/AFRE)**

Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista **X**, 40% são assinantes da revista **Y** e 60% são assinantes da revista **Z**. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas **X** e **Y**, 30% assinam as revistas **X** e **Z**, 20% assinam as revistas **Y** e **Z** e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas **X**, **Y** e **Z**, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

(A) 80%.
(B) 40%.
(C) 60%.
(D) 50%.
(E) 70%.

83. **(IBFC 2017/EBSERH)**

Numa pesquisa sobre a preferência entre dois candidatos, 48 pessoas votariam no candidato A , 63 votariam no candidato B, 24 pessoas votariam nos dois e 30 pessoas não votariam nesses dois candidatos. Se todas as pessoas responderam uma única vez, então o total de pessoas entrevistadas foi:

a) 117
b) 87
c) 141
d) 105
e) 112

84. **(FCC 2017/TRT 11ª Região)**

Para um concurso foram entrevistados 970 candidatos, dos quais 527 falam inglês, 251 falam francês, 321 não falam inglês nem francês. Dos candidatos entrevistados, falam inglês e francês, aproximadamente,

a) 13%

b) 18%

c) 9%

d) 11%

e) 6%

85. **(FCC 2017/SABESP)**

Ao todo são 195 engenheiros. Alguns desses engenheiros são engenheiros civis, outros são engenheiros hidráulicos e outros são engenheiros civis e hidráulicos. Sabe-se que ao todo são 143 engenheiros civis e ao todo são 109 engenheiros hidráulicos. Desse modo, é correto concluir que o total de engenheiros civis que não são engenheiros hidráulicos é igual a

(A) 86.
(B) 94.
(C) 57.
(D) 77.
(E) 52.

86. **(VUNESP 2017/TJ-SP)**

Carlos é o único atleta que tem patrocínio de 3 empresas: A, B e C. Em se tratando de atletas que recebem patrocínios de apenas 2 dessas empresas, temos: Leandro e Hamilton, das empresas A e B; Marta e Silas, das empresas A e C; e Amanda, Renata e Sérgio, das empresas B e C. Se esses atletas fazem parte de um grupo contendo, ao todo, 18 atletas que recebem patrocínio das empresas A, B ou C, e cada empresa tem, pelo menos, 1 atleta recebendo patrocínio somente dela, então é correto afirmar que os números mínimo e máximo de atletas que a empresa B pode patrocinar são, respectivamente,

(A) 5 e 10.
(B) 8 e 16.
(C) 7 e 14.
(D) 4 e 8.
(E) 6 e 12.

5. GABARITOS

01. B
02. B, D, E (Anulada)
03. C
04. C
05. C
06. E
07. A
08. E
09. Certo
10. Errado
11. D
12. C
13. E
14. C
15. E
16. E
17. B
18. B
19. B
20. A
21. A
22. Errado
23. Certo
24. Certo
25. D
26. C
27. Certo
28. Errado
29. Errado
30. Certo
31. Certo
32. Errado
33. Errado
34. Certo
35. Certo
36. Certo

37. Errado
38. Errado
39. Certo
40. Errado
41. Certo
42. Certo
43. Errado
44. D
45. Certo
46. Errado
47. Certo
48. Errado
49. Certo
50. Certo
51. Errado
52. Certo
53. Errado
54. Certo
55. Certo
56. Certo
57. Errado
58. Errado
59. Errado
60. Certo
61. Certo
62. Certo
63. Errado
64. Errado
65. A
66. B
67. C
68. A
69. B
70. D
71. D
72. C
73. C
74. D
75. D
76. E
77. C
78. C
79. B
80. B

81. D
82. D
83. A
84. A
85. A
86. C

6. Lista de Questões de Concursos Anteriores com Comentários

QUESTÕES COMENTADAS

1. **(FCC 2019/Prefeitura do Recife)**

Em um censo realizado em uma cidade em que são consumidos somente os sabonetes de marca X, Y e Z, verifica-se que:

I. 40% consomem X.

II. 40% consomem Y.

III. 47% consomem Z.

IV. 15% consomem X e Y.

V. 5% consomem X e Z.

VI. 10% consomem Y e Z.

VII. qualquer elemento da população consome pelo menos uma marca de sabonete.

Então, escolhendo aleatoriamente um elemento dessa população, a probabilidade de ele consumir uma e somente uma marca de sabonete é igual a

(A) 80%.

(B) 76%.

(C) 79%.

(D) 70%.

(E) 60%.

Resolução

A informação VII garante que $n(X \cup Y \cup Z) = 100\%$.

Vamos aplicar o Princípio da Inclusão-Exclusão (número de elementos da união de três conjuntos) para determinar a quantidade de elementos de $X \cap Y \cap Z$.

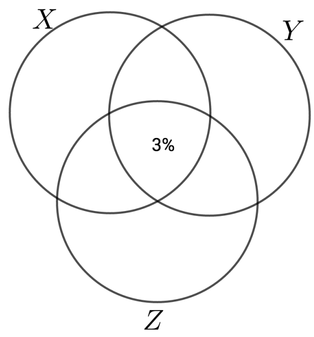
$$n(X \cup Y \cup Z) = n(X) + n(Y) + n(Z) - n(X \cap Y) - n(X \cap Z) - n(Y \cap Z) + n(X \cap Y \cap Z)$$

$$100\% = 40\% + 40\% + 47\% - 15\% - 5\% - 10\% + n(X \cap Y \cap Z)$$

$$100\% = 97\% + n(X \cap Y \cap Z)$$

$$n(X \cap Y \cap Z) = 3\%$$

Vamos agora desenhar o diagrama.



Vamos agora analisar as interseções dos conjuntos 2 a 2.

IV. 15% consomem X e Y.

V. 5% consomem X e Z.

VI. 10% consomem Y e Z.

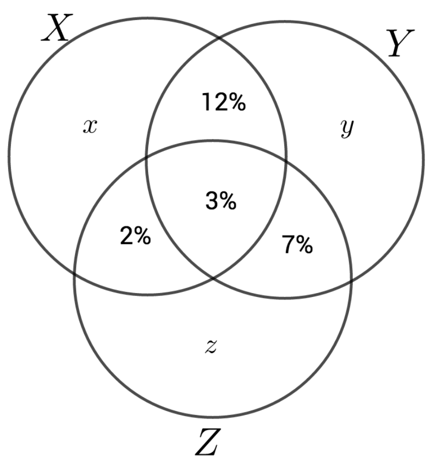
Destes percentuais, vamos subtrair a interseção dos 3 conjuntos para determinar a porcentagem de pessoas que consomem apenas duas marcas.

Assim,

- consomem apenas X e Y: 15% - 3% = 12%

- consomem apenas X e Z: 5% - 3% = 2%

- consomem apenas Y e Z: 10% - 3% = 7%



A questão pede o valor de $x + y + z$, que corresponde ao total de pessoas que consome apenas uma marca. Não precisamos calcular os valores isolados dessas incógnitas.

O percentual total é igual a 100%.

$$x + 12\% + y + 2\% + 3\% + 7\% + z = 100\%$$

$$x + y + z + 24\% = 100\%$$

$$x + y + z = 76\%$$

A porcentagem de pessoas que consome apenas uma marca é 76%. Portanto, a probabilidade pedida é igual a 76%.

Gabarito: B

---

2. **(IDECAN 2019/AGU)**

Em uma pesquisa feita com 70 pessoas sobre o consumo de três frutas (banana, maçã e uva), foi constatado que:

- 11 pessoas gostam de banana, maçã e uva;
- 23 pessoas gostam de banana e uva;
- 19 pessoas gostam de maçã e uva;
- 27 pessoas gostam de banana e maçã;
- 44 pessoas gostam de banana;
- 40 pessoas gostam de maçã;
- 34 pessoas gostam de uva.

Com base nessas informações, é correto afirmar que, entre as pessoas que participaram da pesquisa,

a) 15 pessoas não gostam de nenhuma das três frutas da pesquisa.
b) 13 pessoas gostam de somente uma das três frutas mencionadas na pesquisa.
c) 37 pessoas não gostam de uva.
d) 26 pessoas não gostam de banana.
e) 26 pessoas não gostam de maçã.

Resolução

A construção do diagrama de Venn ajudaria a responder de uma forma mais rápida apenas a alternativa B. As outras alternativas são rapidamente respondidas sem o uso de diagramas.

Sejam $\boldsymbol{B}, \boldsymbol{M}\ \boldsymbol{e}\ \boldsymbol{U}$ os conjuntos das pessoas que gostam de banana, maçã e uva, respectivamente.

Podemos calcular o número de elementos de $\boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{M} \cup \boldsymbol{U}$ utilizando o princípio da inclusão-exclusão.

$$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{M} \cup \boldsymbol{U}) = \boldsymbol{n}(\boldsymbol{B}) + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{M}) + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{U}) - \boldsymbol{n}(\boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{M}) - \boldsymbol{n}(\boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{U}) - \boldsymbol{n}(\boldsymbol{M} \cap \boldsymbol{U}) + \boldsymbol{n}(\boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{M} \cap \boldsymbol{U})$$

$$n(B \cup M \cup U) = 44 + 40 + 34 - 27 - 23 - 19 + 11$$

$$n(B \cup M \cup U) = 60$$

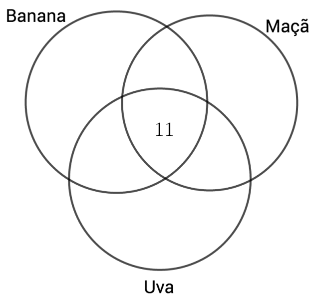
Assim, 60 pessoas gostam de PELO MENOS UMA fruta. A quantidade de pessoas que gostam de nenhuma fruta é 70 – 60 = 10. Portanto, a alternativa A está errada.

Sabemos que 34 pessoas gostam de uva. Portanto, a quantidade de pessoas que não gostam de uva é 70 – 34 = 36. A alternativa C está errada.

São 44 pessoas que gostam de banana. Portanto, a quantidade de pessoas que não gostam de banana é 70 – 44 = 26. A alternativa D está correta.

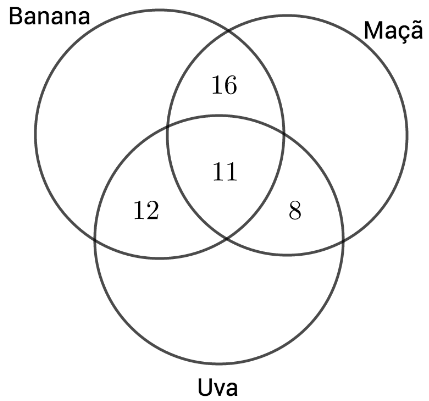
São 40 pessoas que gostam de maçã. Portanto, 70 – 40 = 30 pessoas não gostam de maçã. Como 30 pessoas não gostam de maçã, também é verdade dizer que "26 pessoas não gostam de maçã". Seria falso dizer que "exatamente 26 pessoas não gostam de maçã" ou "somente 26 pessoas não gostam de maçã". Portanto, a alternativa E também está correta.

Além disso, a alternativa B também está correta. Vamos mostrar através do diagrama. Sabemos que 11 pessoas gostam das 3 frutas.

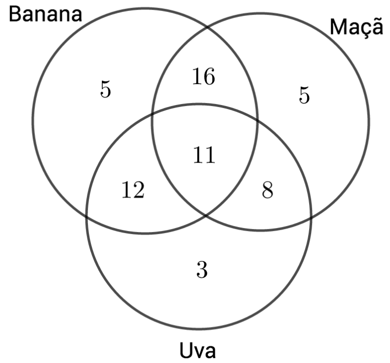


Vamos agora às interseções dos conjuntos tomados dois a dois.

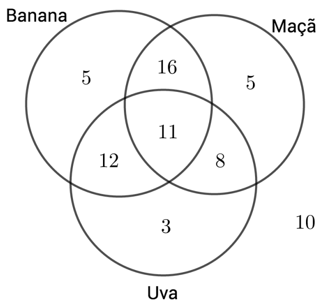
- 23 pessoas gostam de banana e uva. Logo, 23 – 11 = 12 gostam APENAS de banana e uva.
- 19 pessoas gostam de maçã e uva. Logo, 19 – 11 = 8 gostam APENAS de maçã e uva.
- 27 pessoas gostam de banana e maçã. Logo, 27 – 11 = 16 gostam APENAS de banana e maçã.



- No conjunto Banana, há 16 + 11 + 12 = 39 pessoas preenchidas. Como o total de pessoas que gostam de banana é 44, ainda faltam 44 – 39 = 5, que são as pessoas que gostam apenas de banana.
- No conjunto Maçã, há 16 + 11 + 8 = 35 pessoas. Como o total de pessoas que gostam de maçã é 40, ainda faltam 40 – 35 = 5 pessoas, que são as pessoas que gostam apenas de maçã.
- No conjunto Uva, há 12 + 11 + 8 = 31 pessoas. Como o total de pessoas que gostam de uva é 34, então faltam 34 – 31 = 3 pessoas, que são as pessoas que gostam apenas de uva.



A soma dos números no diagrama é 60. Como o total de pessoas é 70, há 70 – 60 = 10 pessoas que não gostam dessas frutas.



Vamos analisar a alternativa B.
A quantidade de pessoas que gostam de apenas uma das três frutas é

$$\mathbf{5 + 5 + 3 = 13}$$

A alternativa B também está correta.

Gabarito: B, D, E (Anulada)

3. **(IDECAN 2019/AGU)**

Luna é uma menina muito esperta e possui 27 colegas meninos e 34 colegas meninas. Todas essas crianças juntas formam uma turma de alunos muito diferente, pois cada aluno ou adora matemática ou adora português. Sabendo que, nessa turma, 21 meninas adoram matemática e um total de 38 alunos adoram português, o número de meninos que adoram matemática é

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

Resolução

Observe que o total de meninas é 34 + 1 = 35, pois devemos incluir Luna no cálculo.

Vamos montar uma tabelinha para organizar os dados.

	Matemática	Português
Meninos		
Meninas		

Sabemos que 21 meninas adoram matemática.

	Matemática	Português
Meninos		
Meninas	21	

Sabemos ainda que 38 alunos adoram português (entre meninos e meninas).

	Matemática	Português
Meninos		38
Meninas	21	

O total de pessoas é 27 + 35 = 62.

Na tabela, já preenchemos 21 + 38 = 59 alunos. Estão faltando 62 – 59 = 3, que são os meninos que adoram matemática.

	Matemática	Português
Meninos	3	38
Meninas	21	

Gabarito: C

---

4. **(IAUPE 2019/ISS Petrolina)**

Entre 100 pessoas para uma vaga de estágio, constatou-se que dentre estas, 70 são fluentes em inglês, 45, fluentes em língua francesa, e 50, em língua alemã; 25 são fluentes tanto em inglês quanto em francês; 5 tanto em alemão quanto em francês e, 45, em inglês e em alemão. Com base nesses dados, é CORRETO afirmar que

(A) todas as entrevistadas são fluentes em alguma dessas três línguas (inglês, francês ou alemão).

(B) nenhuma entrevistada é fluente em alguma dessas três línguas (inglês, francês ou alemão).

(C) a quantidade de entrevistadas que não é fluente em nenhuma ou que é fluente em todas as três línguas é menor ou igual a 15 pessoas.

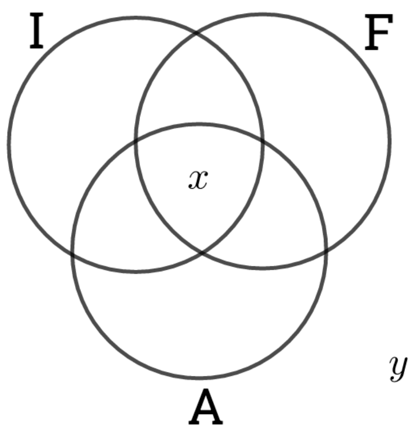
(D) a quantidade de entrevistadas que não é fluente em nenhuma ou que é fluente em todas as três línguas é maior que 15 pessoas.

(E) se a entrevistada for fluente em inglês, ela será fluente em todas as três línguas.

Resolução

Sejam $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ as quantidades de entrevistados fluentes nas três línguas e não fluentes nas três línguas, respectivamente.

Sejam $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{F}$ e $\boldsymbol{A}$ os conjuntos dos entrevistados fluentes em inglês, francês e alemão, respectivamente.



O total de pessoas entrevistadas é 100. Como $\boldsymbol{y}$ não são fluentes nas três línguas, então o número de elementos da união dos três conjuntos é $\mathbf{100 - y}$.

Vamos aplicar o Princípio da Inclusão-Exclusão

$$\boldsymbol{n(I \cup F \cup A) = n(I) + n(F) + n(A) - n(I \cap F) - n(I \cap A) - n(F \cap A) + n(I \cap F \cap A)}$$

$$\mathbf{100 - y = 70 + 45 + 50 - 25 - 45 - 5 + x}$$

$$\mathbf{100 - y = 90 + x}$$

$$\mathbf{x + y = 10}$$

Não sabemos os valores de $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$, mas sabemos que sua soma é 10.

A alternativa A diz que $\boldsymbol{y = 0}$. Não temos como afirmar isso. Portanto, a alternativa A está errada.

A alternativa B diz que o número de elementos da união é 0. Isso é obviamente falso. Basta perceber que há pessoas fluentes em inglês, por exemplo (70 pessoas são fluentes em inglês).

A alternativa C diz que a soma $\boldsymbol{x + y}$ é menor do que ou igual a 15.

$$\mathbf{x + y \leq 15}$$

Como $\mathbf{x + y = 10}$, então:

$$\mathbf{10 \leq 15\ (verdade)}$$

Essa desigualdade é verdade. Portanto, a alternativa C é verdadeira.

A alternativa D diz que a soma $\boldsymbol{x + y}$ é maior do que ou igual a 15.

$$\boldsymbol{x+y\geq 15}$$

Como $\boldsymbol{x+y=10}$, então:

$$\boldsymbol{10\geq 15\ (falso)}$$

Essa desigualdade é falsa. Portanto, a alternativa D está errada.

A alternativa E diz que se uma pessoa for fluente em inglês, será fluente nas três línguas. Isso é impossível, pois $\boldsymbol{x}$ é no máximo igual a 10. Há no máximo 10 pessoas que são fluentes nas três línguas (e há 70 que são fluentes em inglês). A alternativa E está errada.

Gabarito: C

---

5. **(IAUPE 2019/ISS Petrolina)**

Dado um conjunto A, representa-se por P(A) o conjunto formado por todos os subconjuntos de A – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por 2^A.
Se $A=\{\emptyset,\{\emptyset\},1,\{1\}\}$, qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de P(A)?
(A) $\emptyset$
(B) $\{\emptyset,1\}$
(C) $\{1,\{\emptyset,1\}\}$
(D) $\{\emptyset,\{\emptyset\}\}$
(E) $\{1,\{1\}\}$

Resolução

Para que um conjunto seja elemento de $\boldsymbol{P(A)}$, ele precisa ser subconjunto de A. Assim, vamos verificar se os conjuntos dados nas alternativas são ou não subconjuntos de A.

a) $\boldsymbol{\phi}$

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto. Portanto, $\boldsymbol{\phi\subset A}$, que é o mesmo que dizer que $\boldsymbol{\phi\in P(A)}$.

b) $\boldsymbol{\{\phi,1\}}$

Para que $\boldsymbol{\{\phi,1\}}$ seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

$$\boldsymbol{\phi\in A}$$

$$1 \in A$$

Assim, todo elemento de $\{\phi, 1\}$ é também elemento de A. Portanto, $\{\phi, 1\} \subset A$, que é o mesmo que dizer que $\{\phi, 1\} \in P(A)$.

c) $\{1, \{\phi, 1\}\}$

Para que $\{1, \{\phi, 1\}\}$ seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

$$1 \in A$$

$$\{\phi, 1\} \notin A$$

Assim, nem todo elemento de $\{1, \{\phi, 1\}\}$ é elemento de A. Portanto, $\{1, \{\phi, 1\}\} \not\subset A$, que é o mesmo que dizer que $\{1, \{\phi, 1\}\} \notin P(A)$.

d) $\{\phi, \{\phi\}\}$

Para que $\{\phi, \{\phi\}\}$ seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

$$\phi \in A$$
$$\{\phi\} \in A$$

Assim, todo elemento de $\{\phi, \{\phi\}\}$ é também elemento de A. Portanto, $\{\phi, \{\phi\}\} \subset A$, que é o mesmo que dizer que $\{\phi, \{\phi\}\} \in P(A)$.

e) $\{1, \{1\}\}$

Para que $\{1, \{1\}\}$ seja subconjunto de A, todos os seus elementos devem ser elementos de A. Vejamos:

$$1 \in A$$
$$\{1\} \in A$$

Assim, todo elemento de $\{1, \{1\}\}$ é também elemento de A. Portanto, $\{1, \{1\}\} \subset A$, que é o mesmo que dizer que $\{1, \{1\}\} \in P(A)$.

Gabarito: C

6. **(IAUPE 2019/ISS Petrolina)**

A união de 4 conjuntos que podem ou não ter elemento em comum na qual cada conjuntos possui, ao menos, 10 elementos é tal que

(A) sua união, possui, ao menos 40 elementos distintos.

(B) sua intersecção, possui, ao menos 5 elementos distintos.

(C) se dois deles não possuem elementos em comum, a união de todos, possui, ao menos, 40 elementos distintos.

(D) se três deles não possuem elementos em comum, a união de todos, possui, ao menos, 40 elementos distintos.

(E) se não há elementos em comum em nenhum par de conjuntos distintos, então a união deles, possui, ao menos 40 elementos distintos.

Resolução

Sejam $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{D}$ os conjuntos, que podem ou não ter elementos em comum. Lembre-se que para mostrar que algo é falso, basta mostrar um contraexemplo. Para mostrar que algo é verdade, a sentença precisa ser verdadeira em todos os casos.

A alternativa A está errada. Basta pensar em um caso em que $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C} = \boldsymbol{D}$. A quantidade de elementos de cada conjunto é pelo menos 10. Se esses conjuntos possuírem exatamente 10 elementos, então o número de elementos da união seria exatamente 10. Este é um contraexemplo que torna falsa a alternativa A.

A alternativa B está errada. Basta pensar em um caso em que não há elementos comuns aos 4 conjuntos.

A alternativa C está errada. Basta pensar em um caso em que todos os conjuntos possuem 10 elementos, que $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \boldsymbol{\phi}$ e $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{C} = \boldsymbol{D}$. Neste caso, o número de elementos da união seria $\mathbf{10} + \mathbf{10} = \mathbf{20}$.

A alternativa D está errada. Basta pensar em um caso em que todos os conjuntos possuem 10 elementos, que $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}$ e que A, C e D não possuem elementos comuns. Assim, o total de elementos da união seria 10 + 10 + 10 = 30.

A alternativa E está correta. Se os 4 elementos são disjuntos e cada conjunto possui pelo menos 10 elementos, então o número de elementos da união será pelo menos igual a 10 + 10 + 10 + 10 = 40.

Gabarito: E

7. **(IDECAN 2018/AGU – Analista Técnico-Administrativo)**

Considerando os conjuntos $\boldsymbol{A = \{0, 2, 3, 5\}}$, $\boldsymbol{B = \{0, 1, 3, 5\}}$, $\boldsymbol{C = \{0, 3, 4, 5, 6\}}$, $\boldsymbol{D = \{1, 3, 5, 7\}}$, quantos elementos possui o conjunto $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) \cap (\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D})$?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) Não possui elementos.

Resolução

Vamos calcular $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}$. Basta escrever todos os elementos comuns e não-comuns dos conjuntos A e B. Não precisa escrever mais de uma vez os elementos repetidos.

$$\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \boldsymbol{3}, \boldsymbol{5}\}$$

Vamos agora calcular o conjunto $\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D}$. Esse conjunto é formado pelos elementos de C que não pertencem ao conjunto D.

$$\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D} = \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{4}, \boldsymbol{6}\}$$

Agora queremos a interseção dos conjuntos obtidos.

$$(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) \cap (\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D}) =$$

$$= \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \boldsymbol{3}, \boldsymbol{5}\} \cap \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{4}, \boldsymbol{6}\}$$

$$= \{\boldsymbol{0}\}$$

O conjunto possui apenas um elemento.

Gabarito: A

---

8. **(FCC 2018/CL-DF)**

Em uma escolha com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

a) 126

b) 144

c) 138

d) 132

e) 108

Resolução

Vamos utilizar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** (fórmula da união de dois conjuntos) para calcular quantas pessoas frequentam os dois cursos.

Dos 150 alunos, 15 não estão frequentando estes cursos. Assim, o total de pessoas que frequenta pelo menos um curso é 150 – 15 = 135.

Dizer que uma pessoa frequente pelo menos um curso é o mesmo que dizer que a pessoa pertence à união dos conjuntos.

$n(F \cup I) = n(F) + n(I) - n(F \cap I)$

$$135 = 72 + 90 - n(F \cap I)$$

$$n(F \cap I) = 27$$

Há 27 pessoas que frequentam os dois cursos.

Assim, 135 – 27 = 108 pessoas frequentam apenas um curso. Gabarito: E

Poderíamos ter detalhado um pouco mais. São 27 pessoas que frequentam os dois cursos.

Como 72 pessoas estudam francês, então 72 – 27 = 45 frequentam apenas o curso de francês.

Como 90 estudam inglês, então 90 – 27 = 63 frequentam apenas o curso de inglês.

Assim, o total de pessoas que frequenta apenas um curso é igual a 45 + 63 = 108.

Gabarito: E

9. **(CESPE 2018/Polícia Federal)**

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B.

Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

Resolução

Pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, sabemos que:

$$n(A\ ou\ B) = n(A) + n(B) - n(A\ e\ B)$$

Assim,

$$25 = n(A) + 11 - 6$$

$n(A) = 20$

Como 20 é maior que 15, então o item está certo.

Gabarito: Certo

10. **(CESPE 2018/Polícia Federal)**

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B.

Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Considere que, separando-se o grupo de passageiros selecionados que visitou o país A, o grupo que visitou o país B e o grupo que visitou o país C, seja verificado, em cada um desses grupos, que pelo menos a metade dos seus componentes era do sexo masculino. Nessa situação, conclui-se que o grupo de 30 passageiros selecionados tem, no máximo, 14 mulheres.

Resolução

Vamos mostrar que o item está errado através de um contraexemplo.

O conjunto C tem 5 elementos. Desta forma, vamos colocar 3 homens e **2 mulheres**.

Considere que as 6 pessoas que integram a interseção dos conjuntos A e B são homens.

Se considerarmos que o conjunto A tem 10 pessoas, como já temos 6 homens, precisaremos de **4 mulheres** (as 4 mulheres pertencem apenas ao conjunto A). Este valor de 10 pessoas é um valor arbitrário, apenas para mostrar que existe pelo menos um caso em que a proposição é falsa.

Ora, sabemos que n(AUB) = n(A) + n(B) – n(A e B).

Assim, 25 = 10 + n(B) – 6. Portanto, n(B) = 21. Como pelo menos metade é formada por homens, teremos 11 homens (6 na interseção entre A e B e 5 que pertencem apenas ao conjunto B) e **10 mulheres** que pertencem apenas ao conjunto B.

Desta forma, neste contraexemplo, temos um total de 2 + 4 + 10 = 16 mulheres.

Gabarito: Errado

---

11. **(CESPE/2018/SEFAZ-RS)**

Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

- 18 contribuintes com pendências de IPTU;
- 23 contribuintes com pendências de IPVA;
- 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

a) 9.

b) 10.

c) 15.

d) 17.

e) 25.

Resolução

Podemos rapidamente utilizar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para determinar a quantidade de contribuintes que possuem pendências de IPTU ou IPVA.

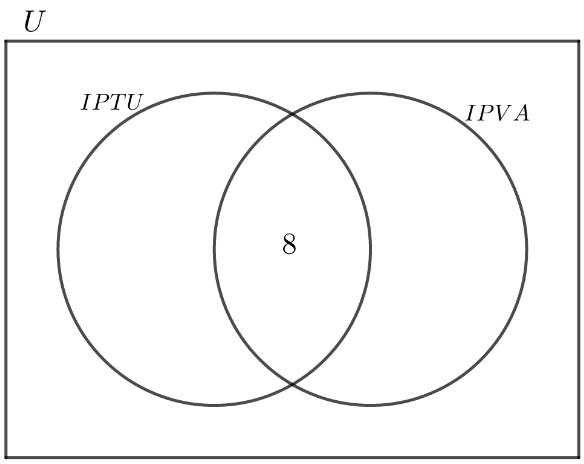
$$\boldsymbol{n(IPTU\ ou\ IPVA) = n(IPTU) + n(IPVA) - n(IPTU\ e\ IPVA)}$$

$$n(IPTU\ ou\ IPVA) = 18 + 23 - 8$$

$$n(IPTU\ ou\ IPVA) = 33$$

Portanto, 33 contribuintes foram atendidos para resolver pendências de IPTU ou de IPVA. A quantidade de pessoas que foram atendidas por outros motivos é igual a 50 – 33 = 17.

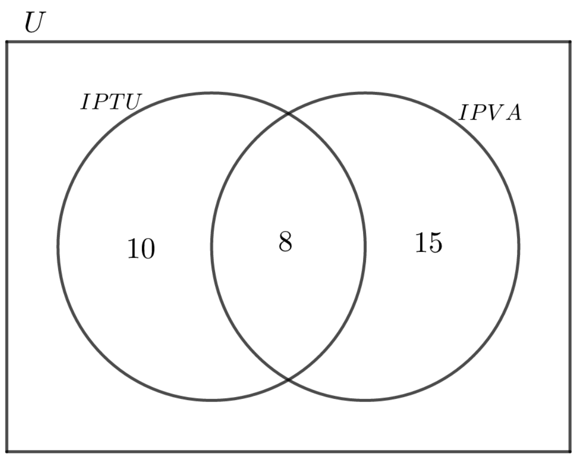
Poderíamos também ter resolvido com diagramas.



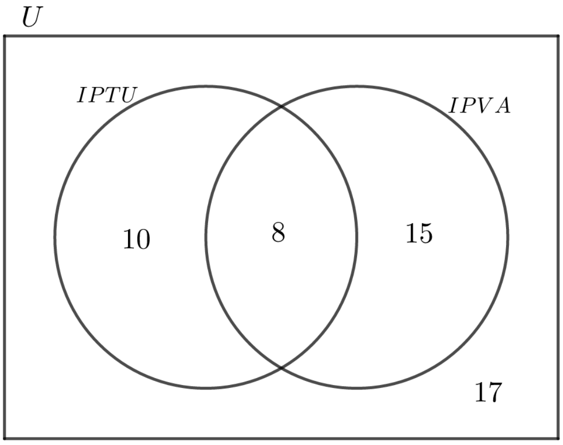
Sabemos também que:

- 18 contribuintes com pendências de IPTU;
- 23 contribuintes com pendências de IPVA;

Portanto, 18 – 8 = 10 pessoas foram atendidas para resolver pendências apenas sobre IPTU e 23 – 8 = 15 pessoas foram resolver apenas pendências sobre IPVA.



Já temos $10 + 8 + 15 = 33$ pessoas no diagrama. Como o total de pessoas é 50, então ainda faltam $50 - 33 = 17$ pessoas, que correspondem às pessoas que foram resolver outras pendências.



Gabarito: D

---

12. **(ESAF 2010/Fiscal de Rendas RJ)**

Em uma amostra de 100 empresas, 52 estão situadas no Rio de Janeiro, 38 são exportadoras e 35 são sociedades anônimas. Das empresas situadas no Rio de Janeiro, 12 são exportadoras e 15 são sociedades anônimas e das empresas exportadoras 18 são sociedades anônimas. Não estão situadas no Rio de Janeiro nem são sociedades anônimas e nem exportadoras 12 empresas. Quantas empresas que estão no Rio de Janeiro são sociedades anônimas e exportadoras ao mesmo tempo?

a) 18

b) 15

c) 8

d) 0

e) 20

Resolução

Em uma situação que envolve três conjuntos e é pedido o número de elementos da interseção dos três conjuntos, podemos utilizar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Vamos considerar como conjunto universo a amostra de 100 empresas. Denotaremos por **R** o conjunto dessas empresas que estão situadas no Rio de Janeiro, **E** o conjunto das empresas exportadoras e **S** as empresas que são sociedades anônimas.

Desta forma:

$$n(R \cup E \cup S) = n(R) + n(E) + n(S) - n(R \cap E) - n(R \cap S) - n(E \cap S) + n(R \cap E \cap S)$$

Não estão situadas no Rio de Janeiro nem são sociedades anônimas e nem exportadoras 12 empresas. Desta forma, $n(R \cup E \cup S) = 100 - 12 = 88$.

52 estão situadas no Rio de Janeiro → $n(R) = 52$

38 são exportadoras → $n(E) = 38$

35 são sociedades anônimas → $n(S) = 35$

Das empresas situadas no Rio de Janeiro, 12 são exportadoras e 15 são sociedades anônimas → $n(R \cap E) = 12$ e $n(R \cap S) = 15$

Das empresas exportadoras 18 são sociedades anônimas → $n(E \cap S) = 18$

Vamos colocar estas informações na fórmula:

$$88 = 52 + 38 + 35 - 12 - 15 - 18 + n(R \cap E \cap S)$$
$$88 = 80 + n(R \cap E \cap S)$$
$$n(R \cap E \cap S) = 8$$

Gabarito: C

---

13. **(ESAF 2009/ATRFB)**

Uma escola para filhos de estrangeiros oferece cursos de idiomas estrangeiros para seus alunos. Em uma determinada série, 30 alunos estudam francês, 45 estudam inglês, e 40, espanhol. Dos alunos que estudam francês, 12 estudam também inglês e 3 estudam também espanhol. Dos alunos que estudam inglês, 7 estudam também espanhol e desses 7 alunos que estudam inglês e espanhol, 3 estudam também francês. Por fim, há 10 alunos que estudam apenas alemão. Não sendo oferecidos outros idiomas e sabendo-se que todos os alunos dessa série devem estudar pelo menos um idioma estrangeiro, quantos alunos dessa série estudam nessa escola?

a) 96.
b) 100.
c) 125.
d) 115.
e) 106.

Resolução

Vamos resumir as informações do enunciado.

1) 30 alunos estudam francês
2) 45 estudam inglês
3) 40 estudam espanhol
4) 12 estudam francês e inglês
5) 3 estudam francês e espanhol
6) 7 estudam inglês e espanhol
7) 3 estudam inglês, francês e espanhol
8) 10 alunos estudam apenas alemão

Sendo F o conjunto dos alunos que estudam francês, I o conjunto dos que estudam inglês, e E o conjunto dos que estudam espanhol, pelo **Princípio da Inclusão-Exclusão** temos:

$$n(F \cup I \cup E) = n(F) + n(I) + n(E) - n(F \cap I) - n(F \cap E) - n(I \cap E) + n(F \cap I \cap E)$$

$$n(F \cup I \cup E) = 30 + 45 + 40 - 12 - 3 - 7 + 3 = 96$$

Temos ainda 10 alunos que estudam apenas alemão. Portanto, o total de alunos é igual a 96 + 10 = 106.

Gabarito: E

14. **(ESAF 2010/SUSEP)**

Sejam A e B dois conjuntos quaisquer e sejam A ∩ B, A ∪ B e A \ B, respectivamente, as operações de interseção, união e diferença entre eles. Seja ϕ o conjunto vazio, U o conjunto universo e seja A^c = U \ A. A opção correta é:

a) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c)^c = U$.

b) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c)^c = \phi$.

c) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c) = \phi$.

d) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c) = A \cup B$.

e) $(A \cup B) \cup (A^c \cup B^c)^c = U$.

Resolução

Lembremos as Leis de De Morgan:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

Sabemos também que $(A^c)^c = A$.

Analisemos cada alternativa de per si.

a) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c)^c = (A \cap B) \cup ((A^c)^c \cap (B^c)^c) = (A \cap B) \cup (A \cap B) = (A \cap B)$.

Como $(A \cap B) \neq U$, então a **alternativa A é falsa**.

b) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c)^c = (A \cap B) \cap ((A^c)^c \cap (B^c)^c) = (A \cap B) \cap (A \cap B) = (A \cap B)$

Como $(A \cap B) \neq \phi$, então a **alternativa B é falsa**.

c) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c) = (A \cap B) \cap (A \cap B)^c = \phi$, pois a interseção entre um conjunto X e o seu complementar é igual ao conjunto vazio. No caso, a interseção entre $A \cap B$ e o seu complementar $(A \cap B)^c$ é igual ao conjunto vazio.

A alternativa C é verdadeira.

d) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c) =)\ (A \cap B) \cup (A \cap B)^c = U$, pois a união de um conjunto X com o seu complementar é igual ao conjunto universo.

Logo, a alternativa D é falsa.

e) $(A \cup B) \cup (A^c \cup B^c)^c = (A \cup B) \cup ((A^c)^c \cap (B^c)^c) = (A \cup B) \cup (A \cap B) = (A \cup B)$.

Logo, a alternativa E é falsa.

Gabarito: C

15. **(ESAF 2006/SUSEP)**

Indique quantos são os subconjuntos do conjunto {1,2,3,4}.

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16

Resolução

A quantidade de subconjuntos de um conjunto com n elementos é igual a 2^n.

Portanto, o conjunto {1,2,3,4} possui $2^4 = 16$ subconjuntos.

Gabarito: E

---

16. **(ESAF 2012/CGU)**

Em um grupo de 120 empresas, 57 estão situadas na Região Nordeste, 48 são empresas familiares, 44 são empresas exportadoras e 19 não se enquadram em nenhuma das classificações acima. Das empresas do Nordeste, 19 são familiares e 20 são exportadoras. Das empresas familiares, 21 são exportadoras. O número de empresas do Nordeste que são ao mesmo tempo familiares e exportadoras é

a) 21.
b) 14.
c) 16.
d) 19.
e) 12.

Resolução

Em uma situação que envolve três conjuntos e é pedido o número de elementos da interseção dos três conjuntos, podemos utilizar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Vamos considerar como conjunto universo o conjunto formado pelas 120 empresas. Denotaremos por **N** o conjunto dessas empresas que estão situadas no Nordeste, **E** o conjunto das empresas exportadoras e **F** as empresas que são familiares.

Desta forma:

$$n(N \cup E \cup F) = n(N) + n(E) + n(F) - n(N \cap E) - n(N \cap F) - n(E \cap F) + n(N \cap E \cap F)$$

19 empresas não se enquadram nessas classificações. Desta forma, $n(N \cup E \cup F) = 120 - 19 = 101.$

57 estão situadas no Nordeste → $n(N) = 57$

44 são exportadoras → $n(E) = 44$

48 são familiares → $n(F) = 48$

Das empresas situadas no Nordeste, 19 são familiares e 20 são exportadoras → $n(N \cap F) = 19$ e $n(N \cap E) = 20$

Das empresas familiares, 21 são exportadoras → $n(F \cap E) = 21$

Vamos colocar estas informações na fórmula:

$$101 = 57 + 44 + 48 - 20 - 19 - 21 + n(N \cap E \cap F)$$

$$101 = 89 + n(N \cap E \cap F)$$

$$n(N \cap E \cap F) = 12$$

Gabarito: E

---

17. **(ESAF 2009/EPPGG-MPOG)**

Em um grupo de 1.800 entrevistados sobre três canais de televisão aberta, verificou-se que 3/5 dos entrevistados assistem ao canal A e 2/3 assistem ao canal B. Se metade dos entrevistados assiste a pelo menos 2 canais e, se todos os que assistem ao canal C assistem também ao canal A, mas não assistem ao canal B, quantos entrevistados assistem apenas ao canal A?

a) 1.080

b) 180

c) 360

d) 720

e) 108

Resolução

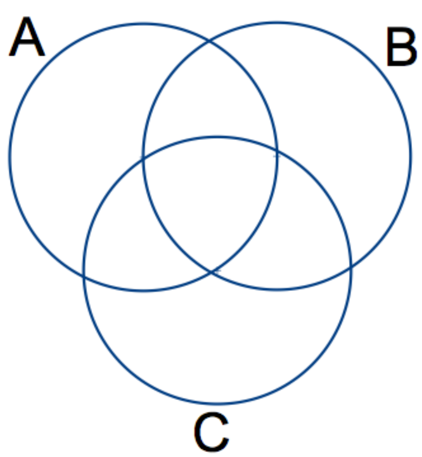
São 1.800 entrevistados. Sabemos que 3/5 deles assistem ao canal A e 2/3 assistem ao canal B.

$$\frac{3}{5}de\ 1.800 = \frac{3}{5} \times 1.800 = 3 \times 360 = 1.080\ assistem\ ao\ canal\ A$$

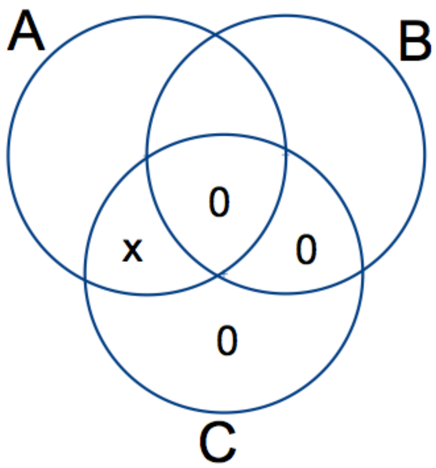
$$\frac{2}{3}de\ 1.800 = \frac{2}{3} \times 1.800 = 2 \times 600 = 1.200\ assistem\ ao\ canal\ B$$

Ademais, metade dos entrevistados (1800/2 = 900) assiste a pelo menos 2 canais.

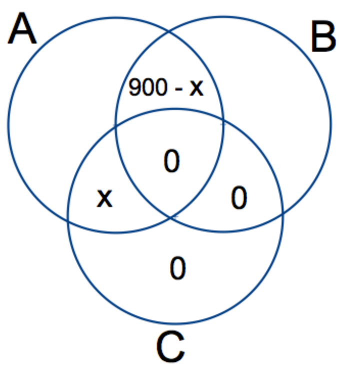
Vamos construir um diagrama.



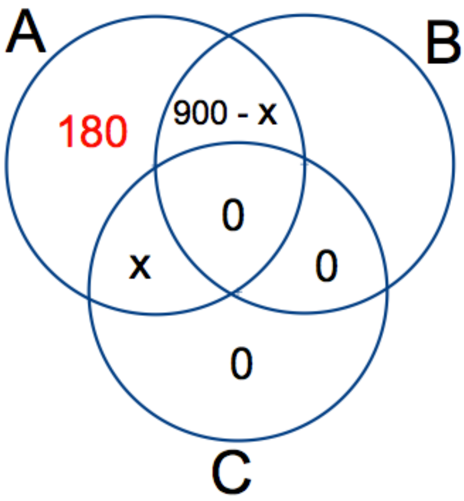
Sabemos que todos os que assistem ao canal C assistem também ao canal A, mas não assistem ao canal B. Vamos preencher o diagrama com esta informação supondo que x seja a quantidade de pessoas que assistem ao canal C.



Sabemos que 900 pessoas assistem a pelo menos dois canais. Observe as interseções dos conjuntos. Já temos x pessoas que assistem pelo menos dois canais (A e C). Assim, ainda precisamos preencher 900 – x nas interseções.



Sabemos que 1.080 pessoas assistem ao canal A. Observe o diagrama de A. Já preenchemos x + 0 + 900 – x = 900 pessoas. Ainda precisamos preencher 1.080 – 900 = 180 pessoas.



A questão pede a quantidade de entrevistados que assistem apenas ao canal A. A resposta é 180.

Gabarito: B

---

18. **(ESAF 2013/DNIT)**

Uma escola oferece reforço escolar em todas as disciplinas. No mês passado, dos 100 alunos que fizeram reforço escolar nessa escola, 50 fizeram reforço em Matemática, 25 fizeram reforço em Português e 10 fizeram reforço em Matemática e Português. Então, é correto afirmar que, no mês passado, desses 100 alunos, os que não fizeram reforço em Matemática e nem em Português é igual a:

a) 15
b) 35
c) 20
d) 30
e) 25

Resolução

Vamos considerar que M é o conjunto dos alunos que fizeram reforço em Matemática e P o conjunto dos alunos que fizeram reforço em Português.

O enunciado diz que n(M) = 50, n(P) = 25 e n(M∩P) = 10.

Vamos utilizar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(M \cup P) = n(M) + n(P) - n(M \cap P)$$

$$n(M \cup P) = 50 + 25 - 10 = 65$$

Desta maneira, 65 alunos fizeram reforço em Matemática ou Português. Portanto, 100 – 65 = 35 alunos não fizeram reforço em Matemática e nem em Português.

Gabarito: B

---

19. **(ESAF 2006/ANEEL)**

X e Y são dois conjuntos não vazios. O conjunto X possui 64 subconjuntos. O conjunto Y, por sua vez, possui 256 subconjuntos. Sabe-se, também, que o conjunto $Z = X \cap Y$ possui 2 elementos. Desse modo, conclui-se que o número de elementos do conjunto P = Y - X é igual a:

a) 4
b) 6
c) 8
d) vazio
e) 1

Resolução

A quantidade de subconjuntos de um conjunto com n elementos é 2^n.

Suponha que o conjunto X possua x elementos. Como o conjunto X possui 64 subconjuntos, então $2^x = 64$. Portanto, x = 6. O conjunto X possui 6 elementos.

Suponha que o conjunto Y possua y elementos. Como o conjunto Y possui 256 subconjuntos, então $2^y = 256$. Portanto, y = 8. O conjunto Y possui 8 elementos.

Os conjuntos X e Y possuem 2 elementos comuns.

Queremos saber o número de elementos do conjunto Y – X, ou seja, queremos saber quantos elementos pertencem a Y e não pertencem a X. Esta quantidade é igual a 8 – 2 = 6.

Gabarito: B

---

20. **(ESAF 2006/CGU/Analista de Finanças e Controle)**

Uma escola de idiomas oferece apenas três cursos: um curso de Alemão, um curso de Francês e um curso de Inglês. A escola possui 200 alunos e cada aluno pode matricular-se em quantos cursos desejar. No corrente ano, 50% dos alunos estão matriculados no curso de Alemão, 30% no curso de Francês e 40% no de Inglês. Sabendo-se que 5% dos alunos estão matriculados em todos os três cursos, o número de alunos matriculados em mais de um curso é igual a

a) 30
b) 10
c) 15
d) 5
e) 20

Resolução

Sabemos que:

i) 50% fazem alemão = 100 alunos

ii) 30% fazem francês = 60 alunos

iii) 40% fazem inglês = 80 alunos

iii) 5% fazem os três cursos = 10 alunos

Vamos analisar a fórmula do **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup F \cup I) = n(A) + n(F) + n(I) - n(A \cap F) - n(A \cap I) - n(F \cap I) + n(A \cap F \cap I)$$

$$200 = 100 + 60 + 80 - n(A \cap F) - n(A \cap I) - n(F \cap I) + 10$$

$$n(A \cap F) + n(A \cap I) + n(F \cap I) = 100 + 60 + 80 + 10 - 200$$

$$n(A \cap F) + n(A \cap I) + n(F \cap I) = 50$$

Queremos o número de alunos que estão matriculados em mais de um curso, ou seja, em dois ou três cursos.

Quando calculamos a soma $n(A \cap F) + n(A \cap I) + n(F \cap I)$, a interseção dos três conjuntos $A \cap F \cap I$ foi contada três vezes. Assim, devemos subtrair duas vezes $n(A \cap F \cap I)$ para retirar da contagem os elementos que foram contados três vezes. Assim, o número de alunos matriculados em mais de um curso é $n(A \cap F) + n(A \cap I) + n(F \cap I) - 2 \cdot n(A \cap F \cap I) = 50 - 2 \cdot 10 = 30$.

Esta é a "alma" do princípio da inclusão-exclusão: somamos tudo e depois subtraímos o que foi contado mais de uma vez.

Gabarito: A

21. **(ESAF 2004/CGU/Analista de Finanças e Controle)**

Foi feita uma pesquisa de opinião para determinar o nível de aprovação popular a três diferentes propostas de políticas governamentais para redução da criminalidade. As propostas (referidas como "A", "B" e "C") não eram mutuamente excludentes, de modo que o entrevistado poderia se declarar ou contra todas elas, ou a favor de apenas uma, ou a favor de apenas duas, ou a favor de todas as três. Dos entrevistados, 78% declararam-se favoráveis a pelo menos uma delas. Ainda do total dos entrevistados, 50% declararam-se favoráveis à proposta A, 30% à proposta B e 20% à proposta C. Sabe-se, ainda, que 5% do total dos entrevistados se declararam favoráveis a todas as três propostas. Assim, a percentagem dos entrevistados que se declararam favoráveis a mais de uma das três propostas foi igual a:

a) 17%
b) 5%
c) 10%
d) 12%
e) 22%

Resolução

Vamos considerar os conjuntos A, B e C das pessoas favoráveis às propostas A, B e C, respectivamente.

Como 78% declararam-se favoráveis a pelo menos uma delas, então $n(A \cup B \cup C) = 78\%$.

Vamos analisar a fórmula do **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$78\% = 50\% + 30\% + 20\% - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + 5\%$$

$$n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) = 50\% + 30\% + 20\% + 5\% - 78\%$$

$$n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) = 27\%$$

Queremos calcular a percentagem dos entrevistados que se declararam favoráveis a mais de uma das três propostas, ou seja, duas ou mais propostas.

Quando calculamos a soma $n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C)$, a interseção $n(A \cap B \cap C)$ foi contada 3 vezes. Assim, vamos subtrair 2 vezes $n(A \cap B \cap C)$ para que os elementos não da interseção não sejam contados mais de uma vez.

O número de pessoas favoráveis a pelo menos duas propostas é

$$n(A \cap B) + n(A \cap C) + n(B \cap C) - 2 \cdot n(A \cap B \cap C) = 27\% - 2 \cdot 5\% = 17\%$$

Gabarito: A

22. **(CESPE 2018/EMAP)**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

Resolução

Sabemos que 450 contêineres foram carregados com carne suína; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína e nenhum contêiner foi carregado com os três produtos.

Assim, a quantidade de contêineres carregados apenas com carne suína é igual a 450 – 150 – 100 = 200.

Gabarito: Errado

---

23. **(CESPE 2018/EMAP)**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

Resolução

Sabemos que 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina e nenhum contêiner foi carregado com os 3 produtos.

Assim, a quantidade de contêineres carregados apenas com carne bovina é igual a 300 – 100 – 150 = 50.

Gabarito: Certo

---

24. **(CESPE 2018/EMAP)**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

A carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Resolução

Vamos utilizar a fórmula da união de três conjuntos.

$$n(F \cup S \cup B) = n(F) + n(S) + n(B) - n(F \cap S) - n(F \cap B) - n(S \cap B) + n(F \cap S \cap B)$$
$$800 = n(F) + 450 + 300 - 100 - 100 - 150 + 0$$
$$800 = n(F) + 400$$
$$n(F) = 400$$

Gabarito: Certo

---

25. **(CESPE 2018/IFF)**

Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

Resolução

A quantidade de estudantes que gostam de cinema ou teatro é 600 – 50 = 550. Vamos aplicar a fórmula da união de dois conjuntos.

$$n(T \cup C) = n(T) + n(C) - n(T \cap C)$$

$$550 = 370 + 420 - n(T \cap C)$$

$$n(T \cap C) = 240$$

Gabarito: D

26. **(CESPE 2018/IFF)**

Para um conjunto qualquer X, n(X) representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

n(A) = n(B) = n(C) = 50;

n(A∩B) = n(A∩C) = n(B∩C) = 10;

n(A∩B∩C) = 0.

Nessa situação, n(A∪B∪C) é igual a
A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
E) 140.

Resolução

Vamos aplicar a fórmula da união de 3 conjuntos.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0 = 120$$

Gabarito: C

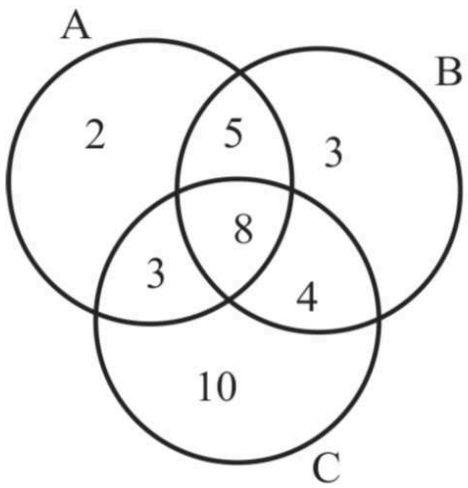
27. **(CESPE 2018/EBSERH)**

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto AUBUC, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade}; B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir

Pelo menos 30 casais dessa comunidade têm 2 ou mais filhos.

Resolução

Todos os elementos do conjunto C possuem 4 filhos ou mais. O enunciado informou que são 25 pessoas com 4 filhos ou mais.

Sabemos que B é o conjunto dos casais que possuem pelo menos um filho com menos de 10 anos.

Sabemos ainda que C é o conjunto dos casais que possuem pelo menos um filho com mais de 20 anos.

O diagrama nos mostra que 5 famílias pertencem apenas aos conjuntos A e B, ou seja, possuem menos de 4 filhos (não pertencem ao conjunto C) e possuem 2 filhos ou mais (pelo menos um com menos de 10 anos e pelo menos um com mais de 20 anos).

Assim, pelo menos 25 + 5 = 30 famílias possuem 2 filhos ou mais.

Gabarito: Certo

---

28. **(CESPE 2018/EBSERH)**

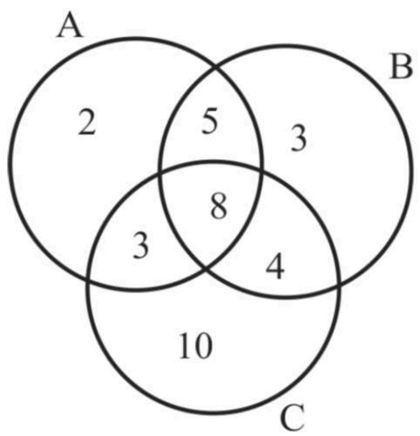
Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto A∪B∪C, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};

B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

Resolução

Há 2 casais que pertencem apenas ao conjunto A (possuem pelo menos um filho). Assim, temos 2 famílias com pelos menos 3 pessoas (casal + 1 filho), ou seja, já contamos pelo menos 2 x 3 = 6 pessoas.

Há 5 casais que pertencem apenas aos conjuntos A e B. Cada uma dessas famílias possui pelo menos 2 filhos (um com menos de 10 anos e outro com mais de 20 anos). Assim, temos 5 famílias com pelo menos 4 pessoas (casal + 2 filhos), ou seja, contamos pelo menos 5 x 4 = 20 pessoas.

Há 3 casais que pertencem apenas ao conjunto B (possuem pelo menos um filho). Assim, temos 3 famílias com pelo menos 3 pessoas (casal + 1 filho), totalizando 3 x 3 = 9 pessoas.

O conjunto C possui 25 casais com pelo menos 4 filhos. Assim, são 25 famílias com pelos menos 6 pessoas (casal + 4 filhos), totalizando 6 x 25 = 150 pessoas.

Portanto, temos pelo menos 6 + 20 + 9 + 150 = 185 pessoas.

Gabarito: Errado

---

29. **(CESPE 2017/ TRF - 1ª REGIÃO)**

Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada."

Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue os próximos itens.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

Resolução

O conjunto A possui 6 elementos, já que 6 pessoas votaram a favor.

O conjunto B possui 5 elementos, já que 5 votaram contra.

A interseção entre A e B é o conjunto vazio, já que ninguém pode votar a favor e contra simultaneamente.

Como não há elementos em comum, então o conjunto diferença $A \backslash B = A - B$ é o próprio conjunto A.

Lembre-se: O conjunto A – B é formado pelos elementos de A que não pertencem a B. Como nenhum elemento de A pertence a B, então A – B = A.

Portanto, o conjunto diferença possui 6 elementos.

Gabarito: Errado

---

30. **(CESPE 2015/STJ)**

Determinada faculdade oferta, em todo semestre, três disciplinas optativas para alunos do quinto semestre: Inovação e Tecnologia (INT); Matemática Aplicada (MAP); Economia do Mercado Empresarial (EME). Neste semestre, dos 150 alunos que possuíam os requisitos necessários para cursar essas disciplinas, foram registradas matrículas de alunos nas seguintes quantidades:

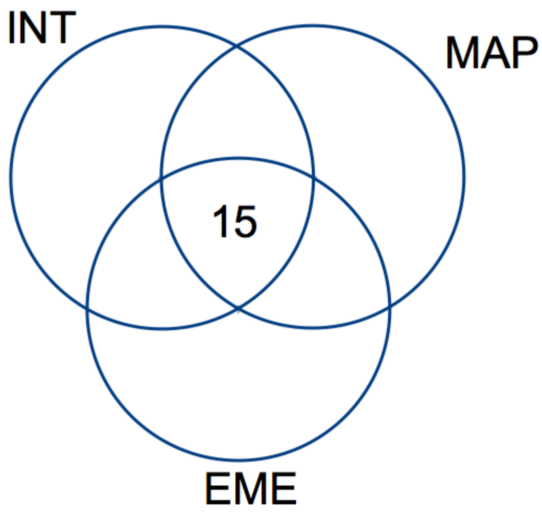
- 70 em INT;
- 45 em MAP;
- 60 em EME;
- 25 em INT e MAP;
- 35 em INT e EME;
- 30 em MAP e EME;
- 15 nas três disciplinas.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

A quantidade de alunos que se matricularam apenas na disciplina MAP é inferior a 10.

Resolução

Vamos começar desenhando o diagrama e já colocando 15 na interseção dos 3 conjuntos.



Vamos agora para a interseção dos conjuntos dois a dois.

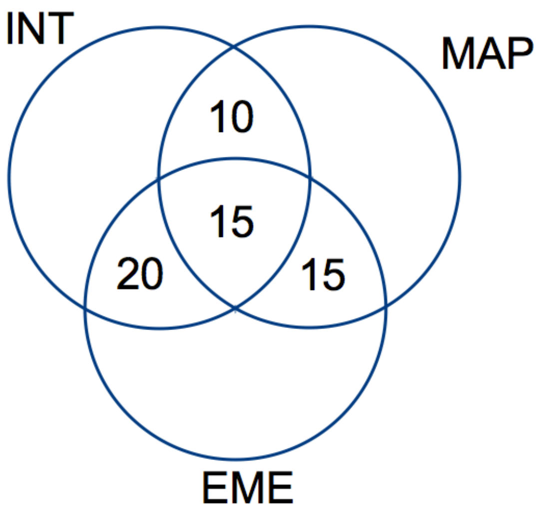
- 25 em INT e MAP;
- 35 em INT e EME;
- 30 em MAP e EME;

Como já temos 15 na interseção dos três conjuntos, colocarei os seguintes números:

25 – 15 = 10 para apenas INT e MAP

35 – 15 = 20 para apenas INT e EME

30 – 15 = 15 para apenas MAP e EME

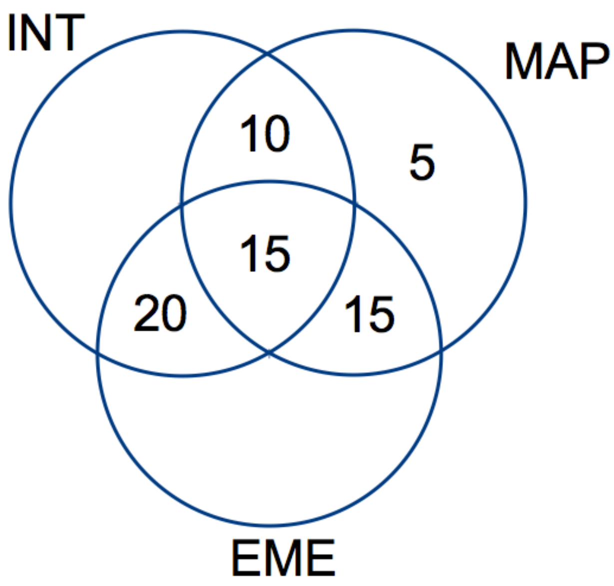


O problema pergunta quantos estão matriculados apenas em MAP.

Ao todo, há 45 alunos matriculados em MAP.

Observe os números preenchidos no conjunto MAP: 10 + 15 + 15 = 40.

Como o total é 45, ainda precisamos preencher 5 alunos.



Cinco alunos estão matriculados apenas em MAP.

Gabarito: Certo.

(CESPE 2014/CADE)

Em uma escola, uma pesquisa, entre seus alunos, acerca de práticas esportivas de futebol, voleibol e natação revelou que cada um dos entrevistados pratica pelo menos um desses esportes. As quantidades de alunos entrevistados que praticam esses esportes estão mostradas na tabela abaixo.

esporte	futebol	voleibol	natação	voleibol e futebol	voleibol e natação	futebol e natação	futebol, voleibol e natação
n.º de alunos pratican-tes	505	250	80	113	17	29	9

Com base nas informações e na tabela acima, julgue os próximos itens.

31. **Mais de 130 dos alunos praticam apenas 2 dessas atividades esportivas.**
32. **Entre os alunos, 20 praticam voleibol e natação, mas não jogam futebol.**
33. **Escolhendo-se um aluno ao acaso, entre os entrevistados, a probabilidade de ele praticar natação é inferior a 10%.**

Resolução

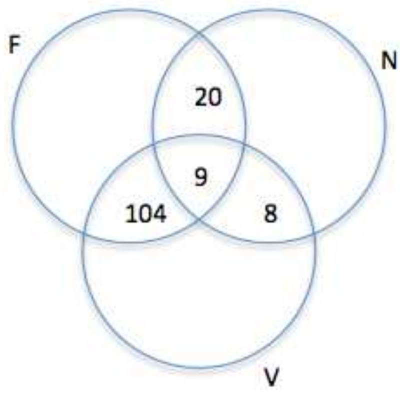
Neste tipo de questão, sempre começamos pela interseção dos 3 conjuntos (9 pessoas). Depois vamos analisar as interseções de 2 em 2.

São 113 pessoas que praticam voleibol e futebol. Como 9 praticam os 3 esportes, concluímos que 113 – 9 = 104 praticam apenas voleibol e futebol.

17 pessoas praticam voleibol e natação. Como 9 praticam os 3 esportes, concluímos que 17 – 9 = 8 praticam apenas voleibol e natação.

29 pessoas praticam futebol e natação. Como 9 praticam os 3 esportes, concluímos que 29 – 9 = 20 pessoas praticam apenas futebol e natação.

Até agora o nosso diagrama fica assim:

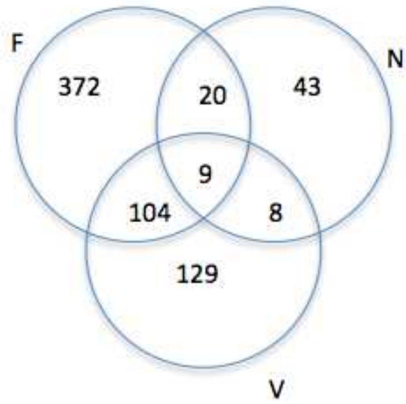


Ao todo, 505 pessoas praticam futebol. Tirando as 104 + 9 + 20 = 133 que já estão no diagrama, sobram 372 que praticam apenas futebol.

Ao todo, 250 pessoas praticam voleibol. Tirando as 104 + 9 + 8 = 121 que já estão no diagrama, sobram 129 que praticam apenas voleibol.

Ao todo, 80 pessoas praticam natação. Tirando as 20 + 9 + 8 = 37 que já estão no diagrama, sobram 43 que praticam apenas natação.

Vamos agora preencher estes dados no diagrama.



E agora vamos analisar os itens.

Item I. Mais de 130 dos alunos praticam apenas 2 dessas atividades esportivas.

Resolução

A quantidade de pessoas que praticam apenas 2 atividades é 104 + 20 + 8 = 132.

Gabarito: Certo

Item II. Entre os alunos, 20 praticam voleibol e natação, mas não jogam futebol.

Resolução

Pelo diagrama, a quantidade de alunos que praticam voleibol e natação, mas não praticam futebol é igual a 8.

Gabarito: Errado

Item III. Escolhendo-se um aluno ao acaso, entre os entrevistados, a probabilidade de ele praticar natação é inferior a 10%.

Resolução

Para calcular o total de alunos, basta somar todos os números do diagrama. Desta maneira, o total de alunos é 685. Sabemos que 80 alunos praticam natação. A probabilidade pedida é 80/685 = 0,1167... = 11,67%.

Gabarito: Errado

(MPU 2013/CESPE-UnB)

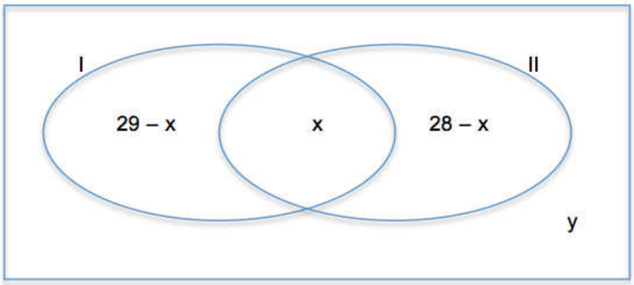
Uma pesquisa realizada com um grupo de 35 técnicos do MPU a respeito da atividade I — planejamento estratégico institucional — e da atividade II — realizar estudos, pesquisas e levantamento de dados — revelou que 29 gostam da atividade I e 28 gostam da atividade II. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

34. **A quantidade máxima de técnicos desse grupo que não gosta de nenhuma das duas atividades é inferior a 7.**
35. **Se 4 técnicos desse grupo não gostam de nenhuma das atividades citadas, então mais de 25 técnicos gostam das duas atividades.**
36. **Infere-se dos dados que a quantidade mínima de técnicos desse grupo que gostam das duas atividades é superior a 20.**

Resolução

Vamos considerar que x pessoas gostam das duas

atividades e que y pessoas não gostam dessas atividades (nenhuma das duas). Nosso diagrama ficará assim:



O total de pessoas é 35, portanto:

$$29 - x + x + 28 - x + y = 35$$

$$57 - x + y = 35$$

$$-x + y = -22$$

Multiplicando esta equação por (-1), temos:

$$x - y = 22$$

Observe ainda que 29 – x e 28 – x não podem ser números negativos.

$$29 - x \geq 0 \quad e \quad 28 - x \geq 0$$

$$x \leq 29 \quad e \quad x \leq 28$$

Para que esta proposição seja verdadeira, os dois componentes devem ser simultaneamente verdadeiros. Para que isso ocorra, devemos ter $x \leq 28$.

Vamos agora analisar os itens:

Item I. A quantidade máxima de técnicos desse grupo que não gosta de nenhuma das duas atividades é inferior a 7.

Resolução

Sabemos que $x \leq 28$.

Vamos subtrair y nos dois membros.

$x - y \leq 28 - y$

Como x – y = 22, ficamos com:

$22 \leq 28 - y$

$y \leq 6$

Concluímos que a quantidade máxima de y é 6 e, portanto, é inferior a 7.

Gabarito: Certo

Item II. Se 4 técnicos desse grupo não gostam de nenhuma das atividades citadas, então mais de 25 técnicos gostam das duas atividades.

Resolução

Sabemos que $x - y = 22$. Queremos colocar y = 4.

$x - 4 = 22$

$x = 26$

Gabarito: Certo

Item III. Infere-se dos dados que a quantidade mínima de técnicos desse grupo que gostam das duas atividades é superior a 20.

Resolução

Sabemos que $x - y = 22$, ou seja, $x = y + 22$.

Assim, se aumentarmos o valor de y, aumentaremos também o valor de x. Como queremos o valor mínimo de x, deveremos colocar o menor valor possível para y. O menor valor para y é 0, de onde tiramos que x será:

$x = 0 + 22 = 22$

Gabarito: Certo

37. **(CESPE 2012/PC-CE)**

Dos 420 detentos de um presídio, verificou-se que 210 foram condenados por roubo, 140, por homicídio e 140, por outros crimes. Verificou-se, também, que alguns estavam presos por roubo e homicídio. Acerca dessa situação, julgue o item seguinte.

Menos de 60 dos detentos estavam presos por terem sido condenados por roubo e homicídio.

Resolução

Dos 420 detentos, 140 não cometeram roubo ou homicídio. Assim, sendo R o conjunto dos detentos que cometeram roubo e H o conjunto dos detentos que cometeram homicídio, temos que $n(R \cup H) = 420 - 140 = 280$.

Vamos aplicar a fórmula do **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(R \cup H) = n(R) + n(H) - n(R \cap H)$$

$$280 = 210 + 140 - n(R \cap H)$$

$$n(R \cap H) = 70$$

Gabarito: Errado.

38. **(CESPE 2013/MPU)**

Em razão da limitação de recursos humanos, a direção de determinada unidade do MPU determinou ser prioridade analisar os processos em que se investiguem crimes contra a administração pública que envolvam autoridades influentes ou desvio de altos valores. A partir dessas informações, considerando P = conjunto dos processos em análise na unidade, A = processos de P que envolvem autoridades influentes, B = processos de P que envolvem desvio de altos valores, $C_P(X)$ = processos de P que não estão no conjunto X, e supondo que, dos processos de P, 2/3 são de A e 3/5 são de B, julgue o item a seguir.

O conjunto $C_P(A) \cup C_P(B)$ corresponde aos processos da unidade que não são prioritários para análise.

Resolução

O conjunto $C_P(X)$ é, na verdade, o complementar de X em relação a P.

Para que um processo da unidade seja prioritário, ele tem que ser elemento de A ou B.

Em outra palavras, um processo da unidade é prioritário se ele é elemento de $A \cup B$.

O problema está interessado nos processos da unidade que não são prioritários para análise. Assim, estamos interessados no complementar de $A \cup B$.

Vamos utilizar a **Lei de DeMorgan**.

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$

Utilizando a simbologia dada no enunciado: $C_P(A) \cap C_P(B)$.

O correto seria utilizar interseção no lugar de união.

Gabarito: errado.

---

39. **(CESPE 2012/Polícia Federal)**

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

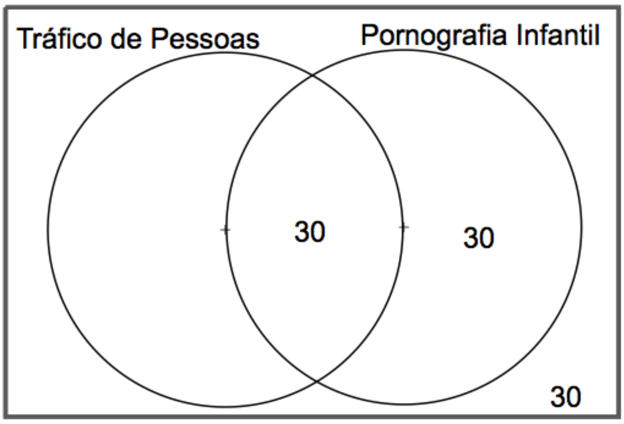
Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Dez denúncias foram classificadas apenas como crime de tráfico de pessoas.

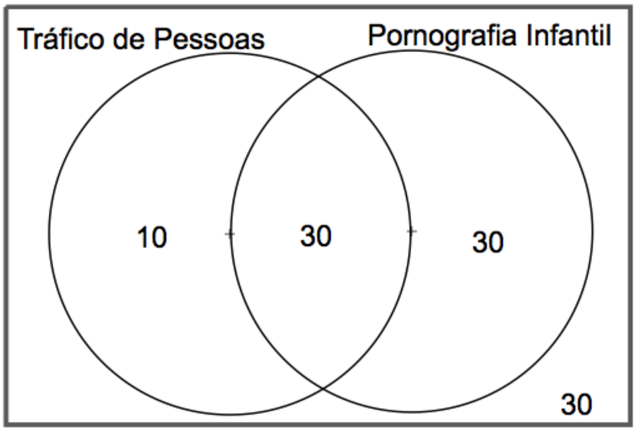
Resolução

Vamos construir um diagrama para alocar os números mencionados no enunciado.

Há 30 pessoas na interseção. Além disso, 30 não se enquadravam em nenhum dos dois crimes. Temos ainda um total de 60 pessoas que pertencem ao conjunto de Pornografia Infantil.



Como o total de pessoas é 100 e 90 já estão alocadas, precisamos de 10 pessoas para alocar na parte do diagrama que pertencem apenas ao conjunto das pessoas referentes ao tráfico de pessoas.



Gabarito: Certo

---

40. **(CESPE 2012/Polícia Federal)**

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

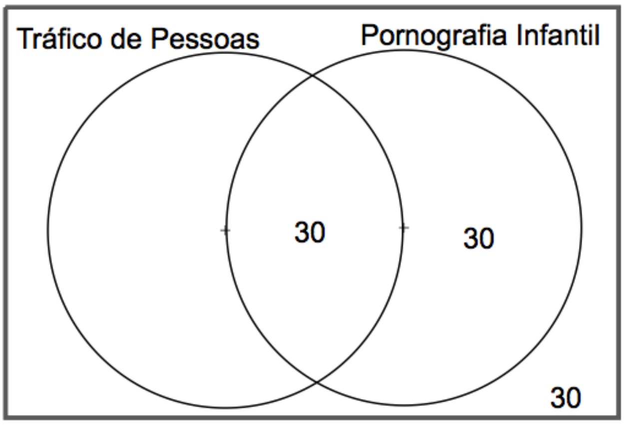
Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Os crimes de tráfico de pessoas foram mais denunciados que os de pornografia infantil.

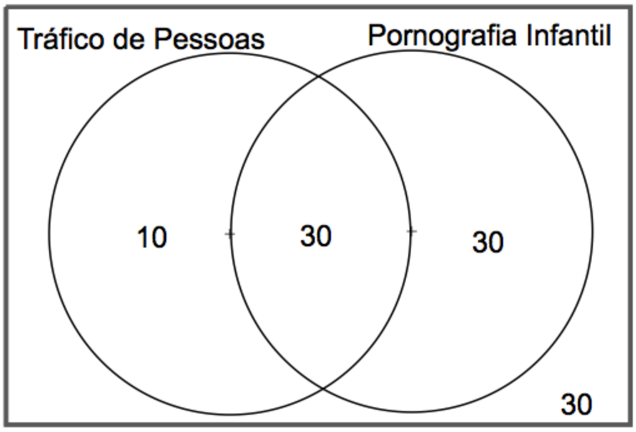
Resolução

Vamos construir um diagrama para alocar os números mencionados no enunciado.

Há 30 pessoas na interseção. Além disso, 30 não se enquadravam em nenhum dos dois crimes. Temos ainda um total de 60 pessoas que pertencem ao conjunto de Pornografia Infantil.



Como o total de pessoas é 100 e 90 já estão alocadas, precisamos de 10 pessoas para alocar na parte do diagrama que pertencem apenas ao conjunto das pessoas referentes ao tráfico de pessoas.



São 40 pessoas no conjunto do tráfico de pessoas e 60 pessoas no conjunto da pornografia infantil.

Gabarito: Errado

41. **(CESPE 2013/CNJ)**

Em uma sala, cinco computadores para uso público (A, B, C, D e E) estão ligados em uma rede. Devido a problemas com os softwares de proteção da rede, o computador A está infectado com algum vírus; consequentemente, o computador B ou o computador C está infectado com o mesmo vírus. Se o computador C estiver infectado, então os computadores D e E também estarão infectados com o mesmo vírus. Cada computador pode ser infectado isoladamente e todas as manhãs, antes de serem disponibilizados para a utilização pública, os cinco computadores são submetidos a software antivírus que os limpa de qualquer infecção por vírus.

Considerando a situação hipotética acima e desconsiderando questões técnicas relativas à proteção e segurança de redes, julgue o item a seguir.

Se, em determinado dia: 50% das pessoas que utilizarem o computador A também utilizarem o computador B; o computador A for utilizado por 12 usuários a mais que o computador B; e a soma de usuários de A ou B totalizar 84 usuários, então, nesse dia, o computador B será utilizado por mais de 50 usuários.

Resolução

O enunciado afirma que 50% das pessoas que utilizam A também utilizaram B. Assim, o número de elementos na interseção entre A e B corresponde à metade da quantidade de elementos de A.

$$n(A \cap B) = 0{,}5 \cdot n(A)$$

Sabemos ainda que o computador A foi usado por 12 pessoas a mais que o computador B, ou seja, n(A) = n(B) + 12.

Vamos agora utilizar a fórmula da união.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$84 = n(B) + 12 + n(B) - 0{,}5n(A)$$

$$84 = n(B) + 12 + n(B) - 0{,}5(n(B) + 12)$$

$$84 = 1{,}5n(B) + 6$$

$$n(B) = 52$$

Gabarito: Certo.

---

42. **(CESPE 2014/TJ-SE)**

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Marcos, Carlos, Pedro e Henrique têm em comum menos de 40 amigos na rede social X.

Resolução

Marcos e Carlos possuem 37 amigos em comum. Assim, a quantidade de amigos comuns a Marcos, Carlos, Pedro e Henrique será no máximo igual a 37. Como 37 é menor que 40, o item está certo.

Gabarito: Certo

---

43. **(CESPE 2014/TJ-SE)**

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

As informações apresentadas permitem concluir que Marcos possui mais de 100 amigos na rede social X.

Resolução

A única coisa que se pode garantir a partir do enunciado é que Marcos tem pelo menos 51 amigos. Não podemos garantir que ele possui mais de 100 amigos.

Gabarito: Errado.

---

44. **(CESPE 2015/TRE-MT)**

Um grupo de 300 soldados deve ser vacinado contra febre amarela e malária. Sabendo-se que a quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de febre amarela é o triplo da quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de malária, que 45 soldados já haviam recebido as duas vacinas e que apenas 25 não haviam recebido nenhuma delas, é correto afirmar que a quantidade de soldados que já haviam recebido apenas a vacina de malária é

a) inferior a 10.

b) superior a 10 e inferior a 20.

c) superior a 20 e inferior a 30.

d) superior a 30 e inferior a 40.

e) superior a 40.

Resolução

São 300 soldados e 25 não haviam recebido vacina alguma. Assim, 300 – 25 = 275 receberam a vacina de malária ou de febre amarela.

Digamos que x pessoas receberam a vacina de malária. Assim, n(M) = x.

Sabemos que a quantidade de pessoas que receberam vacina de febre amarela é o triplo de x: n(F) = 3x.

Vamos aplicar a fórmula da união.

$$n(M \cup F) = n(M) + n(F) - n(M \cap F)$$

$$275 = x + 3x - 45$$

$$4x = 320$$

$$x = 80$$

Desses 80, 45 também receberam a vacina de febre amarela. Assim, a quantidade de soldados que recebeu apenas a vacina de malária é igual a 80 - 45 = 35.

Gabarito: D

---

45. **(CESPE 2016/INSS)**

Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:

A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e

B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).

Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante).

A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não-fumantes).

Com base nessas informações, julgue o item subsecutivo.

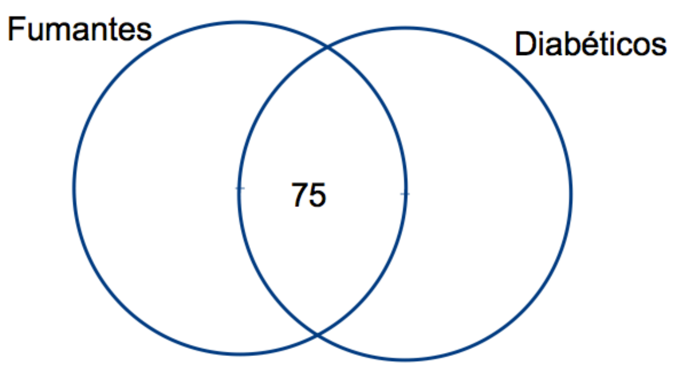
Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

Resolução

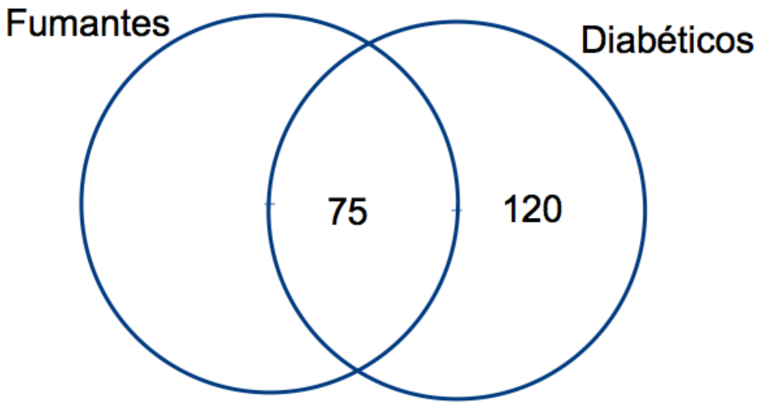
O total de pessoas no grupo A é igual a 400. 280 são fumantes e 195 são diabéticas.

Somando fumantes e diabéticos temos 280 + 195 = 475 pessoas. Como o total de pessoas no grupo A é igual a 400, concluímos que 75 pessoas pertencem à interseção dos diabéticos e fumantes.

Ficamos com o seguinte diagrama.



São 195 diabéticos. Dos 195 sabemos que 75 são fumantes. Portanto, a quantidade de diabéticos não fumantes é igual a 195 – 75 = 120.



Gabarito: Certo

(DPU 2016/CESPE-UnB)

Em uma festa com 15 convidados, foram servidos 30 bombons: 10 de morango, 10 de cereja e 10 de pistache. Ao final da festa, não sobrou nenhum bombom e

- quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache;
- quem comeu dois ou mais bombons de pistache comeu também bombom de cereja;
- quem comeu bombom de cereja não comeu de morango.

Com base nessa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

46. **É possível que um mesmo convidado tenha comido todos os 10 bombons de pistache.**
47. **Quem comeu bombom de morango comeu somente um bombom de pistache.**

Resolução

Item I. Vamos considerar 3 conjuntos:

- o conjunto M das pessoas que comeram bombom de morango.

- o conjunto C das pessoas que comeram bombom de cereja.
- o conjunto P das pessoas que comeram bombom de pistache.

O enunciado afirma que não sobrou bombom algum. Desta forma, os conjuntos M, C e P são conjuntos não-vazios.

A primeira informação afirma que quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache, ou seja, toda pessoa que comeu bombom de morango também comeu bombom de pistache. Na linguagem de conjuntos, podemos dizer que o conjunto M é subconjunto do conjunto P: $M \subset P$.

Queremos julgar se é possível ou não que um mesmo convidado tenha comido todos os 10 bombons de pistache. Ora, se esta afirmação é verdadeira, então o conjunto P é unitário, porque uma pessoa só comeu todos os bombons de Pistache.

Digamos que Guilherme tenha sido o convidado que comeu todos os bombons de pistache. Desta maneira, P = {Guilherme}.

Entretanto, sabemos que $M \subset P$, ou seja, TODO elemento de M é também elemento de P. Assim, se M possui algum elemento, então este elemento é Guilherme. Como o conjunto M não é vazio, então M = P = {Guilherme}.

Desta forma, se um convidado comeu todos os 10 bombons de pistache, obrigatoriamente ele comeu também todos os 10 bombons de morango.

Ademais, como Guilherme comeu mais de dois bombons de pistache, pela segunda informação, ele também comeu bombom de cereja.

Chegamos a um absurdo, pois Guilherme comeu todos os bombons de morango, todos os bombons de pistache e ainda comeu bombom de cereja (quem comeu bombom de cereja não comeu bombom de morango).

Desta forma, a nossa hipótese inicial de que é possível uma pessoa ter comido os 10 bombons de pistache nos levou a uma situação absurda.

Gabarito: errado.

Item II. Se uma pessoa que comeu bombom de morango comer mais de um bombom de pistache (dois ou mais bombons de pistache), então esta pessoa obrigatoriamente terá comido bombom de cereja (segunda informação).

Isto é um absurdo, pois quem comeu bombom de cereja não comeu bombom de morango (terceira informação).

Gabarito: Certo

---

48. **(CESPE 2014/ANTAQ)**

Uma pesquisa sobre o objeto de atividade de 600 empresas apresentou o seguinte resultado:

• **5/6** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de cargas;

• **1/3** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de passageiros;

• 50 dessas empresas não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros;

Com base nessa situação hipotética e sabendo-se que as 600 empresas pesquisadas se enquadram em, pelo menos, uma das 3 opções acima, julgue o item a seguir.

O número de empresas que atuam somente no mercado de transporte fluvial de passageiros é superior ao número de empresas que não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros.

Resolução

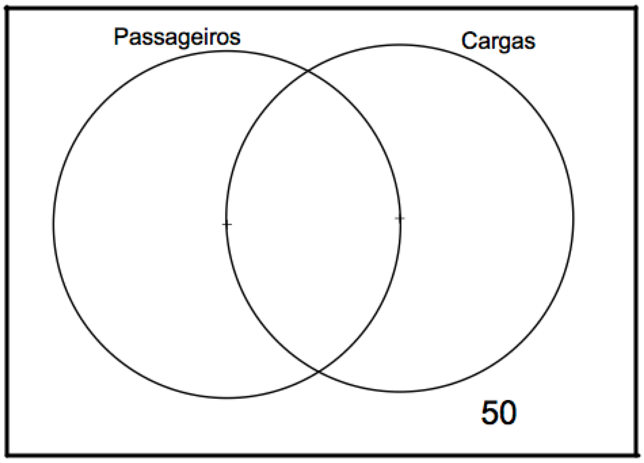
São 600 empresas. Sabemos que 5/6 delas atuam no mercado de transporte fluvial de cargas.

$$Cargas = \frac{5}{6} \cdot 600 = 5 \cdot 100 = 500\ empresas$$

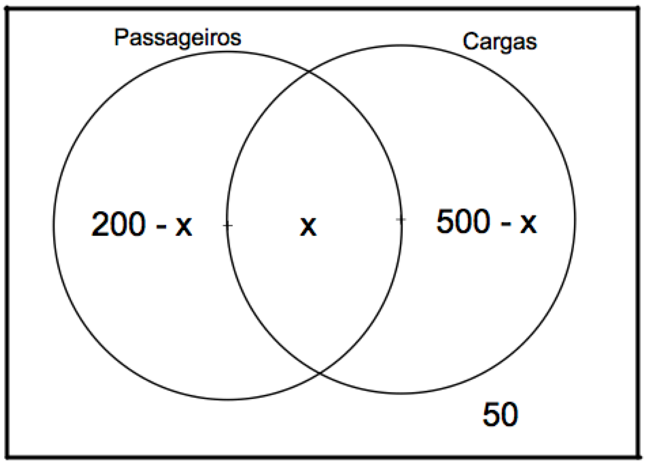
Sabemos ainda que 1/3 das 600 empresas atuam com transporte fluvial de passageiros.

$$Passageiros = \frac{1}{3} \cdot 600 = 200\ empresas$$

Vamos construir um diagrama para representar a situação descrita.



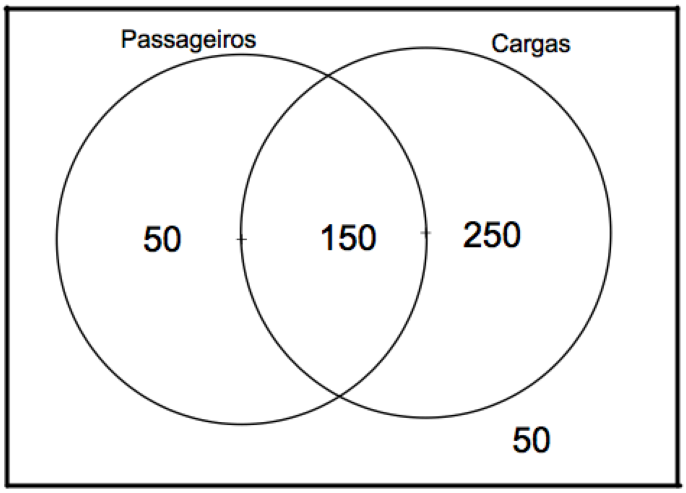
Digamos que a interseção possua x elementos. Desta forma, o diagrama fica:



A soma total é igual a 600.

$$200 - x + x + 500 - x + 50 = 600$$
$$750 - x = 600$$
$$x = 150$$

Substituindo no diagrama, ficamos com:



O item afirma que o número de empresas que atuam somente no mercado de transporte fluvial de passageiros (50) é superior ao número de empresas que não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros (50).

Gabarito: Errado

(CESPE 2014/SUFRAMA)

Para o conjunto Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, se A for um subconjunto de Ω, indique por S(A) a soma dos elementos de A e considere S(Ø) = 0. Nesse sentido, julgue os itens a seguir.

49. **Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que A ⊂B, então 0 ≤ S(A) ≤ S(B) ≤ 55.**
50. **Se A⊂Ω , e se Ω\A é o complementar de A em Ω , então S(Ω\A) = S(Ω) – S(A).**

Resolução

Observe que 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55.

Vamos aos itens.

Item I. Sabemos que A é um subconjunto de Ω. Se A = Ø, então S(A) = 0. Se A = Ω, então S(A) = 55. Se A ≠ Ø e A ≠ Ω, então 0 < S(A) < 55. Assim, concluímos que 0 ≤ S(A) ≤ 55.

O mesmo ocorre com B. Sabemos que B é um subconjunto de Ω. Se B = Ø, então S(B) = 0. Se B = Ω, então S(B) = 55. Se B ≠ Ø e B ≠ Ω, então 0 < S(B) < 55. Assim, concluímos que 0 ≤ S(B) ≤ 55.

Precisamos apenas mostrar agora que S(A) ≤ S(B). O enunciado afirma que A é um subconjunto de B. Se A = B, então S(A) = S(B). Se A tiver menos elementos que B, então S(A) < S(B). Isso é verdade porque como todos os elementos são positivos, então quanto mais elementos, maior será a soma.

Assim, concluímos que S(A) ≤ S(B).

Gabarito: Certo.

Item II. Vamos simplificar a notação e denotar o complementar de A em Ω por $\overline{A}$. Assim, $\Omega \backslash A = \overline{A}$.

Os conjuntos A e $\overline{A}$ são disjuntos, ou seja, não possuem elementos comuns. Ademais, sabemos que $A \cup \overline{A} = \Omega$.

Assim, ao somar todos os elementos de A com todos os elementos de $\overline{A}$, teremos a soma de todos os elementos de Ω.

$$S(A) + S(\overline{A}) = S(\Omega)$$

$$S(\overline{A}) = S(\Omega) - S(A)$$

Gabarito: Certo.

---

51. **(CESPE 2014/Polícia Federal)**

A partir de uma amostra de 1.200 candidatos a cargos em determinado concurso, verificou-se que 600 deles se inscreveram para o cargo A, 400 se inscreveram para o cargo B e 400, para cargos distintos de A e de B. Alguns que se inscreveram para o cargo A também se inscreveram para o cargo B.

A respeito dessa situação hipotética, julgue o item subsecutivo.

Menos de 180 candidatos se inscreveram no concurso para os cargos A e B.

Resolução

Como 400 candidatos se inscreveram para cargos distintos de A e B, então o número de elementos da união A U B é 1.200 – 400 = 800. Desta forma,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$800 = 600 + 400 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 200$$

Gabarito: Errado

ESTA É DIFÍCIL!

(CESPE 2013/PC-DF)

O Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) divulgou, em 2013, dados a respeito da violência contra a mulher no país. Com base em dados do Sistema de Informações sobre Mortalidade, do Ministério da Saúde, o instituto apresentou uma estimativa de mulheres mortas em razão de violência doméstica.

Alguns dos dados apresentados nesse estudo são os seguintes:

- mais da metade das vítimas eram mulheres jovens, ou seja, mulheres com idade entre 20 e 39 anos: 31% estavam na faixa etária de 20 a 29 anos e 23% na faixa etária de 30 a 39 anos;

- 61% das vítimas eram mulheres negras;

- grande parte das vítimas tinha baixa escolaridade: 48% cursaram até o 8.º ano.

Com base nessas informações e considerando que V seja o conjunto formado por todas as mulheres incluídas no estudo do IPEA; A $\subset$ V, o conjunto das vitimas jovens; B $\subset$ V, o conjunto das vitimas negras; e C $\subset$ V, o conjunto das vítimas de baixa escolaridade — vítimas que cursaram até o 8.º ano —, julgue os itens que se seguem.

52. **Se V\C for o conjunto complementar de C em V, então (V\C) ∩ A será um conjunto não vazio.**
53. **Se 15% das vítimas forem mulheres negras e com baixa escolaridade, então V = B ∪ C.**
54. **Se V\A for o conjunto complementar de A em V, então 46% das vítimas pertencerão a V\A.**

Resolução

Item I. Vamos simplificar a notação e escrever $V\backslash C = \overline{C}$.

Assim, temos:

$(V\backslash C) \cap A = \overline{C} \cap A = A \cap \overline{C}$

Sabemos que:

- grande parte das vítimas tinha baixa escolaridade: 48% cursaram até o 8.º ano.

Assim, o número de vítimas que não tinha baixa escolaridade é igual a 100% - 48% = 52%, ou seja, $n(\overline{C}) = 52\%$.

O total de vítimas jovens é 31% + 23% = 54%, ou seja, n(A) = 54%.

O enunciado afirma que o conjunto $A \cap \overline{C}$ é um conjunto não-vazio. Vamos analisar. Observe a fórmula da união dos dois conjuntos e leve em consideração que o conjunto universo corresponde a 100%.

$$n(A \cup \overline{C}) = n(A) + n(\overline{C}) - n(A \cap \overline{C})$$

$$n(A \cup \overline{C}) = 54\% + 52\% - n(A \cap \overline{C})$$

$$n(A \cup \overline{C}) = 106\% - n(A \cap \overline{C})$$

Ora, se $A \cap \overline{C}$ fosse um conjunto vazio, então o número de elementos do conjunto $A \cup \overline{C}$ corresponderia a 106% do total, o que é um absurdo. Assim, o conjunto $A \cap \overline{C}$ não pode ser vazio.

Gabarito: Certo.

Item II. O enunciado afirma que o conjunto B U C é igual ao conjunto universo, ou seja, todas as mulheres pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos: o das vítimas negras e o das vítimas com baixa escolaridade. Pensando desta forma, não há vítima branca com alta escolaridade, mas não temos como afirmar isso pois o enunciado não nos deu informações suficientes.

Vamos novamente levar em consideração que o conjunto universo corresponde a 100%.

$$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$$
$$n(B \cup C) = 61\% + 48\% - 15\%$$
$$n(B \cup C) = 61\% + 48\% - 15\% = 94\%.$$

Como 94% < 100%, então B U C não é o conjunto universo.

Gabarito: Errado.

Item III. O conjunto A é o conjunto das vítimas jovens. O enunciado afirma que são 31% + 23% = 54%. Assim, o complementar de A em V é o conjunto das vítimas não-jovens, que correspondem a 100% - 54% = 46%.

Gabarito: Certo.

(CESPE 2013/FUB)

Considere os seguintes conjuntos: X = estudantes da UnB; A = estudantes da UnB que tendem a ser mais ousados; B = estudantes da UnB que consideram o erro como uma etapa da aprendizagem; D = estudantes da UnB que desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade. Nessa situação, se $Y \subset X$, indique por $C_X(Y)$ o complemento de Y em X. Com relação a esses conjuntos, julgue os itens a seguir.

55. **Se $A \subset B$, então todo estudante da UnB que tende a ser mais ousado considera o erro como uma etapa da aprendizagem.**
56. **O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição “Se os estudantes consideram o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade” seja verdadeira é igual a $D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)]$.**
57. **O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição “Os estudantes tendem a ser mais ousados e consideram o erro como uma etapa da aprendizagem” seja falsa é igual a $C_X(A) \cap C_X(B)$.**

Resolução

Esta questão exige alguns conhecimentos de Lógica Proposicional.

O primeiro fato que precisamos saber da Lógica Proposicional é que toda proposição do tipo "Se P, então Q" pode ser reescrita como uma proposição composta pelo conectivo "ou": "não-P ou Q". Assim, para transformar uma proposição composta pelo "se...,então..." para uma proposição composta pelo conectivo "ou", basta negar o primeiro componente.

Assim, por exemplo, as proposições "Se chove, então o chão fica molhado" e "Não chove ou o chão fica molhado" são equivalentes, ou seja, dizem a mesma coisa.

O segundo fato que precisamos saber é que se uma proposição é falsa, então a sua negação será verdadeira.

Exemplo: a proposição "Paris está na Inglaterra" é falsa e a sua negação "Paris não está na Inglaterra" é verdadeira.

Finalmente, precisamos saber que para negar uma proposição composta pelo conectivo "e" devemos negar os dois componentes e trocar o conectivo por "ou".

Exemplo: A negação de "Canto e não durmo" é "Não canto ou durmo".

Vamos voltar à questão agora.

Pela notação dada no enunciado, temos que $C_X(Y) = \overline{Y}$.

Item I. Se A⊂B, então todo elemento de A (estudante que tende a ser mais ousado) também é elemento de B (considera o erro como uma etapa da aprendizagem).

Gabarito: Certo.

Item II. A sentença dada "Se os estudantes consideram o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade" pode ser representada por "Se B, então D".

Para transformar uma proposição condicional em uma proposição composta pelo conectivo "ou", devemos negar o primeiro componente. Assim, a proposição "Se B, então D" pode ser reescrita como "Não-B ou D". Em linguagem de conjuntos, "Não-B ou D" pode ser escrita como **C_X(B) U D**.

Vamos analisar agora a outra expressão que foi dada no enunciado $D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)]$ e verificar se ela é equivalente à proposição dada.

Da Teoria dos Conjuntos, sabemos que $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. Assim, a expressão acima pode ser reescrita como:

$$D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)] = [D \cup C_X(B)] \cap [D \cup C_X(D)]$$

X é o conjunto universo. Sabemos que a reunião de um conjunto com o seu complementar em relação ao universo é igual ao conjunto universo (Ex: $A \cup \overline{A} = U$). Portanto,

$$[D \cup C_X(B)] \cap [D \cup C_X(D)] = [D \cup C_X(B)] \cap U$$

Sabemos ainda que se A é subconjunto de B, então $A \cap B = A$. Como U é o conjunto universo e todos os outros conjuntos relacionados são seus subconjuntos, podemos escrever:

$$[D \cup C_X(B)] \cap U = \boldsymbol{D} \cup \boldsymbol{C_X}(\boldsymbol{B})$$

que foi a mesma expressão que havíamos encontrado anteriormente.

Gabarito: Certo.

Item III. Como a proposição composta dada é falsa, devemos negá-la para estabelecer uma proposição verdadeira. Para tanto, devemos negar os dois componentes e trocar o conectivo "e" pelo conectivo "ou".

Assim, a proposição verdadeira é "Os estudantes não tendem a ser mais ousados ou não consideram o erro como uma etapa da aprendizagem".

Lembre-se que o conectivo "ou" se relaciona com a união entre dois conjuntos. Assim, a proposição acima pode ser representada por $C_A(A) \cup C_X(B)$.

O erro do enunciado foi ter usado interseção.

Gabarito: Errado.

(CESPE 2013/TCE-RO)

A respeito das auditorias realizadas pelos auditores A1, A2 e A3 de um tribunal de contas, concluiu-se que:

- A1 realizou 70 auditorias;
- A3 realizou 75 auditorias;
- A1 e A3 realizaram, juntos, 55 auditorias;
- A2 e A3 realizaram, juntos, 30 auditorias;
- A1 e A2 realizaram, juntos, 20 auditorias;
- das auditorias que não foram realizadas por A1, somente 18 foram realizadas por A2;
- A1, A2 e A3 realizaram, juntos, 15 auditorias.

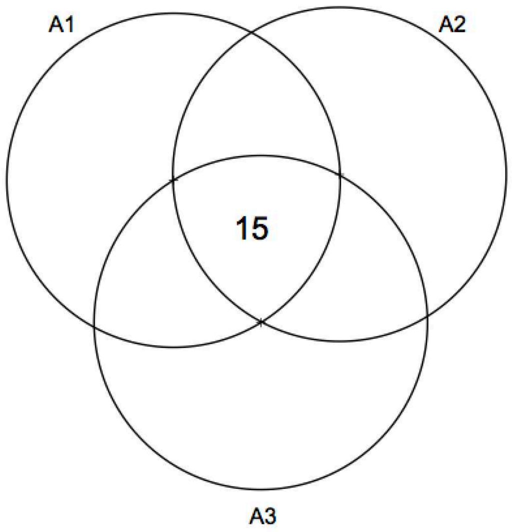
Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

58. **Mais de 100 auditorias foram realizadas.**
59. **20 auditorias foram realizadas apenas por A1.**
60. **5 auditorias foram realizadas apenas por A3.**
61. **23 auditorias não foram realizadas por A1.**

Resolução

Vamos construir um diagrama para representar a situação descrita e, em seguida, analisar os itens.

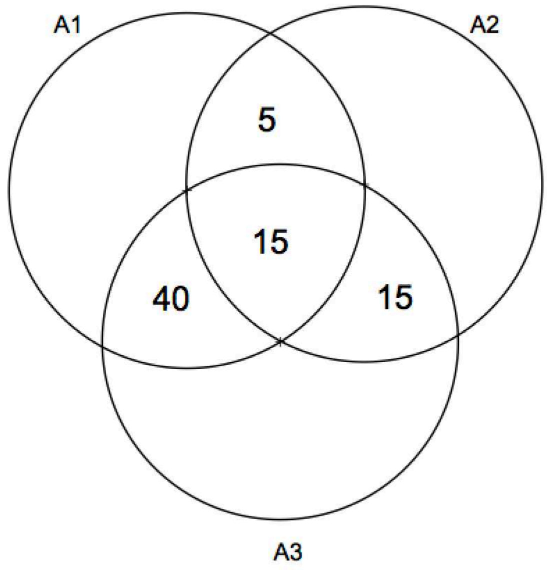
Teremos 3 diagramas e colocaremos 15 elementos na interseção dos 3, pois A1, A2 e A3 realizaram, juntos, 15 auditorias.



Vamos às interseções dos conjuntos tomados dois a dois.

- A1 e A3 realizaram, juntos, 55 auditorias;
- A2 e A3 realizaram, juntos, 30 auditorias;
- A1 e A2 realizaram, juntos, 20 auditorias;

Lembre que devemos subtrair os 15, que pertencem à interseção dos 3 conjuntos, para preencher o diagrama.

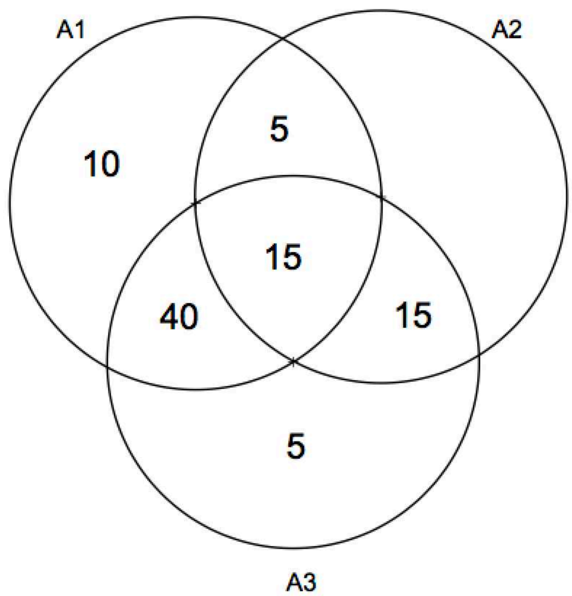


- A1 realizou 70 auditorias;

Como já há 5 + 15 + 40 = 60 elementos preenchidos no conjunto A1, ainda faltam 10 elementos.

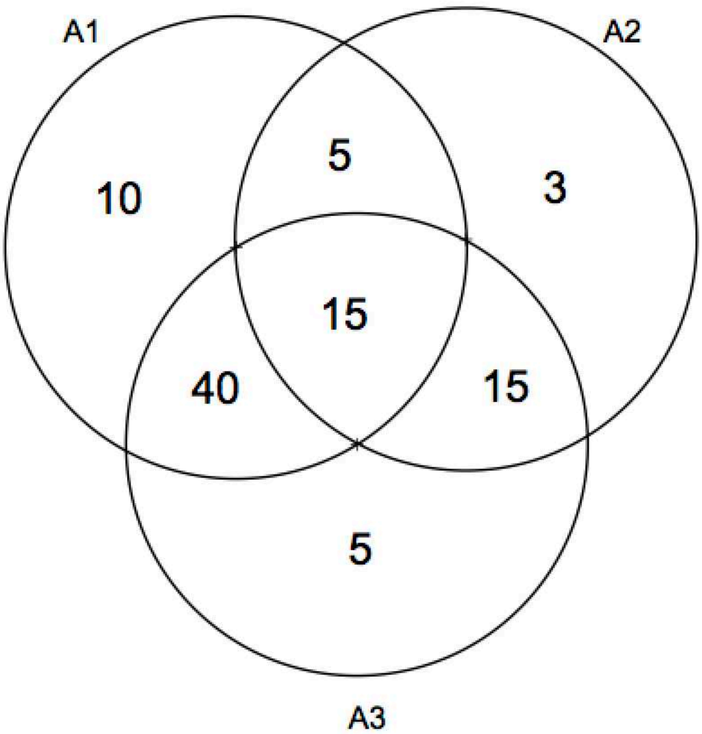
- A3 realizou 75 auditorias;

Como já há 40 + 15 + 15 = 70 elementos preenchidos no conjunto A3, ainda faltam 5 elementos.



- das auditorias que não foram realizadas por A1, somente 18 foram realizadas por A2;

Assim, o conjunto A2 – A1 possui 18 elementos. Como já há 15 elementos preenchidos, ainda faltam 3.



Vamos julgar os itens.

Item I. Mais de 100 auditorias foram realizadas.

O total de auditorias é 10 + 5 + 3 + 40 + 15 + 15 + 5 = 93.

Gabarito: Errado.

Item II. 20 auditorias foram realizadas apenas por A1.

Pelo diagrama, 10 auditorias foram realizadas apenas por A1.

Gabarito: Errado.

Item III. 5 auditorias foram realizadas apenas por A3.

Gabarito: Certo

Item IV. 23 auditorias não foram realizadas por A1.

O número de auditorias não realizadas por A1 é 3 +15 + 5 = 23.

Gabarito: Certo

---

62. **(CESPE 2013/MPOG)**

Uma entrevista foi realizada com 46 empregados de uma empresa, entre os quais 24 eram do sexo masculino e 22, do feminino. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

Considerando que os empregados entrevistados dessa empresa pratiquem tênis ou ciclismo e que, na entrevista, tenha sido constatado que 30 funcionários gostam de praticar tênis e 28 gostam de ciclismo, é correto afirmar que a quantidade de empregados dessa empresa que gostam de praticar tênis e ciclismo é maior que 10.

Resolução

O total de pessoas é 46. Seja T o conjunto das pessoas que praticam Tênis e seja C o conjunto das pessoas que praticam ciclismo.

$$n(T \cup C) = n(T) + n(C) - n(T \cap C)$$

$$46 = 30 + 28 - n(T \cap C)$$

$$n(T \cap C) = 12$$

Gabarito: Certo

ESTA É DIFÍCIL!

63. **(CESPE 2016/INSS)**

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, B ⊂ C, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

Resolução

Antes de desenhar os diagramas, observe que o enunciado afirma que A e B são subconjuntos de C (A, B ⊂ C).

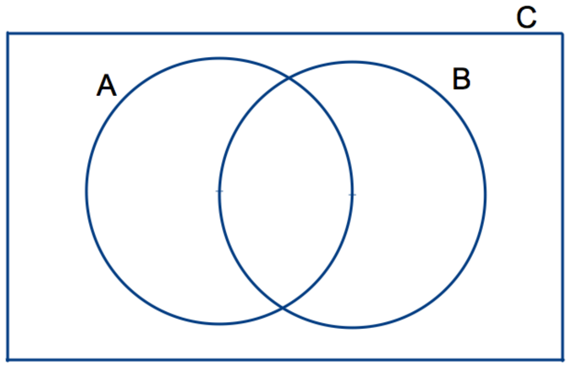


Figura 1

Observe que não sabemos a relação entre A e B. Eles podem ter elementos em comum ou não. Portanto, a representação acima é a correta. É a representação genérica de dois conjuntos.

Apesar de haver uma região comum aos dois conjuntos (interseção), não sabemos se há elementos ali ou não. A interseção pode ser o conjunto vazio. A interseção pode não ser o conjunto vazio.

A figura acima engloba todos os casos. Se você desenha os conjuntos separados, você está afirmando que não há elementos comuns e isso não foi garantido pelo enunciado. Devemos desenhar os diagramas da forma mais genérica possível.

Observe a expressão que queremos representar: $(C \setminus A) \cap (A \cup B)$

Vamos primeiro representar $C \setminus A$, que é o mesmo que C – A. C – A são os elementos de C que não são elementos de A.

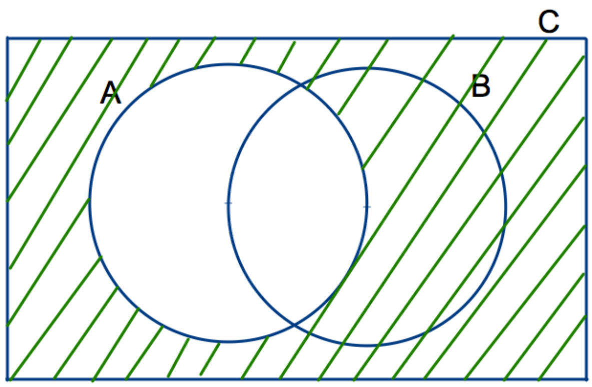


Figura 2

Vamos agora representar $A \cup B$.

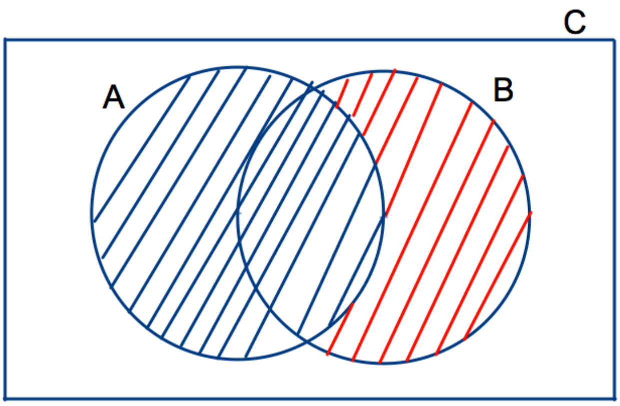


Figura 3

Queremos a interseção (elementos comuns) das figuras 2 e 3.

Esta interseção pedida é formada justamente pelos segmentos vermelhos da figura 3.

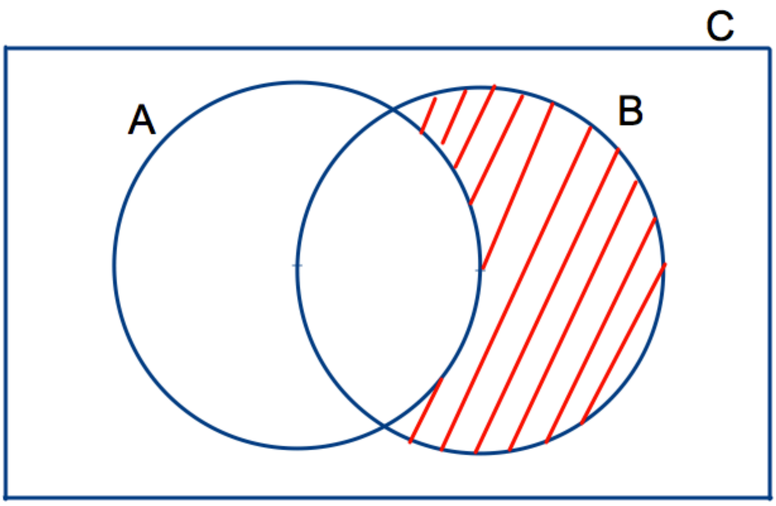


Figura 4

A região hachurada na figura 4 corresponde a $(C \setminus A) \cap (A \cup B)$.

O enunciado afirma que isto é igual a $C \cap B$. O item está **errado**.

Como B é subconjunto de C, $C \cap B$ (elementos comuns entre C e B) é igual ao próprio conjunto B.

Vamos agora resolver a questão algebricamente.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, B $\subset$ C, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

Como A e B são subconjuntos de C, vamos assumir que C é o conjunto universo.

Vamos analisar o lado esquerdo da equação: $(C \setminus A) \cap (A \cup B)$

Desta maneira, a diferença $C \setminus A$ é o complementar de A em relação ao universo, ou seja, $C \setminus A = \overline{A}$.

$(C \setminus A) \cap (A \cup B) = \overline{A} \cap (A \cup B)$

Vamos aplicar a propriedade distributiva da interseção em relação à reunião.

$$\overline{A} \cap (A \cup B) = (\overline{A} \cap A) \cup (\overline{A} \cap B)$$

$\overline{A}$ e A são conjuntos disjuntos. Portanto, $\overline{A} \cap A = \emptyset$.

$$(\overline{A} \cap A) \cup (\overline{A} \cap B) = \emptyset \cup (\overline{A} \cap B)$$

O conjunto vazio é o elemento neutro da reunião. Portanto,

$$\emptyset \cup (\overline{A} \cap B) = \overline{A} \cap B$$

Esta última expressão $\overline{A} \cap B$ representa os elementos de B que não são elementos de A, ou seja, $B - A$.

Logo, $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = B - A$.

Vamos agora analisar o lado direito da equação: $C \cap B$.

Como C é o conjunto universo, ou seja, $B \subset C$, concluímos que $C \cap B = B$.

Lado esquerdo da equação: $B - A$

Lado direito da equação: B

São iguais? Não. Portanto, o item está **errado**.

Gabarito: Errado

64. **(CESPE 2010/PC-ES)**

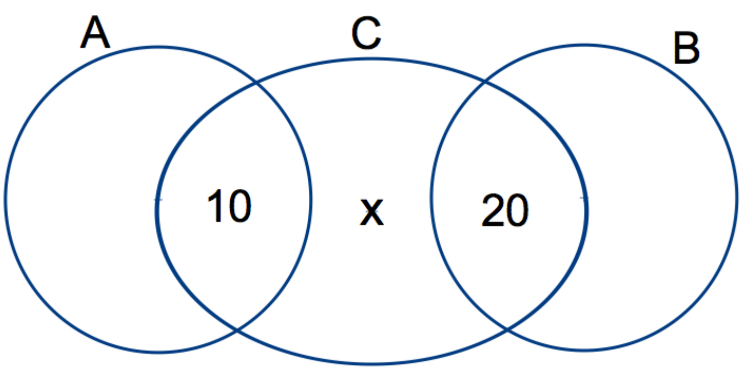
Considere que os conjuntos A, B e C tenham o mesmo número de elementos, que A e B sejam disjuntos, que a união dos três possuía 150 elementos e que a interseção entre B e C possuía o dobro de elementos da interseção entre A e C. Nesse caso, se a interseção entre B e C possui 20 elementos, então B tem menos de 60 elementos.

Resolução

O enunciado afirma que A e B são disjuntos, ou seja, a interseção entre eles é o conjunto vazio. Em outras palavras, não há elementos comuns entre A e B.

O problema afirma que a interseção entre B e C possui 20 elementos. A interseção entre B e C possuía o dobro de elementos da interseção entre A e C.

Portanto, a interseção entre A e C possui 10 elementos.



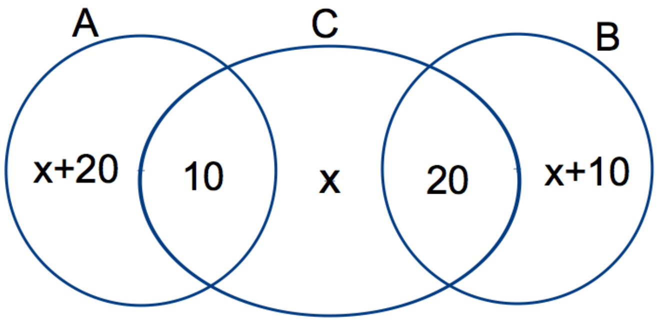
Desta maneira, o número de elementos de C é igual a 10+x+20 = x+30.

Sabemos que os conjuntos A, B e C possuem a mesma quantidade de elementos.

$$n(A) = x + 30 \text{ e } n(B) = x+30.$$

O conjunto A já tem 10 elementos, então faltam x+20 para que o total seja x+30.

O conjunto B já tem 20 elementos, então faltam x+10 para que o total seja x+30.



A união dos três conjuntos possui 150 elementos. Portanto:

$$x+20 + 10 + x + 20 + x + 10 = 150$$
$$3x + 60 = 150$$
$$3x = 90$$
$$x = 30$$

Assim, o conjunto B possui 20 + x + 10 = 20 + 30 + 10 = 60 elementos.

Gabarito: Errado

---

65. **(FGV 2010/BADESC)**

Dado um conjunto A, chamamos *subconjunto próprio não vazio de A* a qualquer conjunto que pode ser formado com *parte* dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios

de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

(E) 8

Resolução

Se um conjunto possui n elementos, então ele possui 2^n subconjuntos. Para contar os subconjuntos próprios não vazios, devemos desconsiderar o próprio conjunto (já que não podemos escolher todos os elementos de A) e o conjunto vazio (pois algum elemento de A deve ser escolhido).

Desta forma, se um conjunto possui n elementos, então ele possui $2^n - 2$ subconjuntos próprios.

$$2^n - 2 = 14$$

$$2^n = 16$$

$$2^n = 2^4$$

$$n = 4$$

Gabarito: A

---

66. **(FCC 2010/AL-SP)**

Numa pesquisa respondida por todos os funcionários de uma empresa, 75% declararam praticar exercícios físicos regularmente, 68% disseram que fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos e 17% informaram que não possuem nenhum dos dois hábitos. Em relação ao total, os funcionários desta empresa que afirmaram que praticam exercícios físicos regularmente e fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos representam

a) 43%
b) 60%
c) 68%
d) 83%
e) 100%

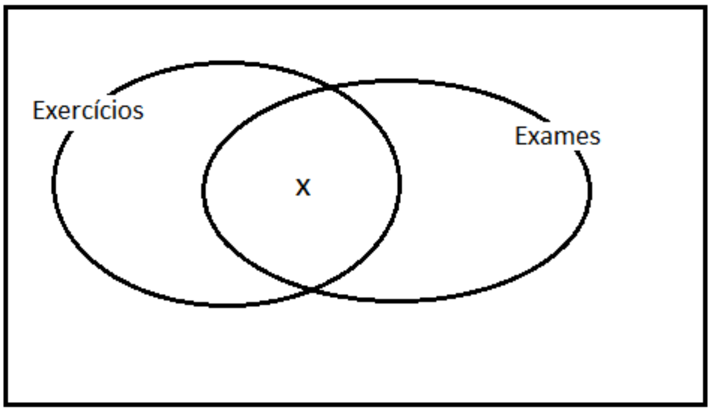
Resolução I

Temos dois conjuntos para trabalhar, a saber:

i) o conjunto formado pelas pessoas que praticam exercícios físicos regularmente.

ii) o conjunto formado pelas pessoas que fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos.

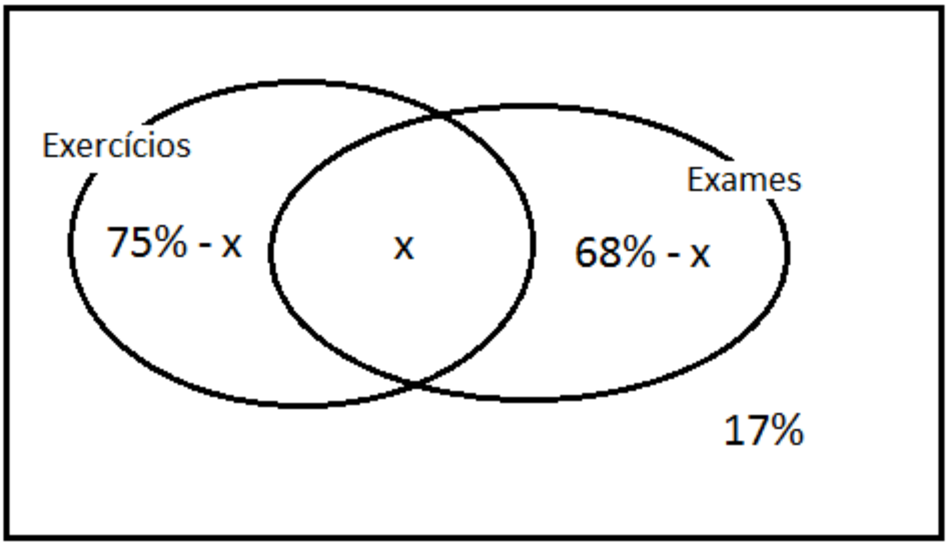
Seja x o percentual de pessoas que pertencem aos dois conjuntos (interseção).



75% declararam praticar exercícios físicos regularmente. Como já temos x, então ainda faltam 75% - x.

68% disseram que fazem todos os exames de rotina recomendados pelos médicos. Como já temos x, então ainda faltam 68% - x.

Temos ainda 17% que não possuem nenhum dos dois hábitos.



A soma total deve ser igual a 100%.

$$75\% - x + x + 68\% - x + 17\% = 100\%$$

$$160 - x = 100\%$$

$$x = 60\%$$

Resolução II

Se 17% não possui nenhum dos hábitos, então a união dos dois conjuntos representa 100% - 17% = 83%. Queremos calcular o número de elementos da interseção.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$83\% = 75\% + 68\% - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 60\%$$

Gabarito: B

---

67. **(FCC 2010/BAHIAGAS)**

Em um grupo de 100 pessoas, sabe-se que:

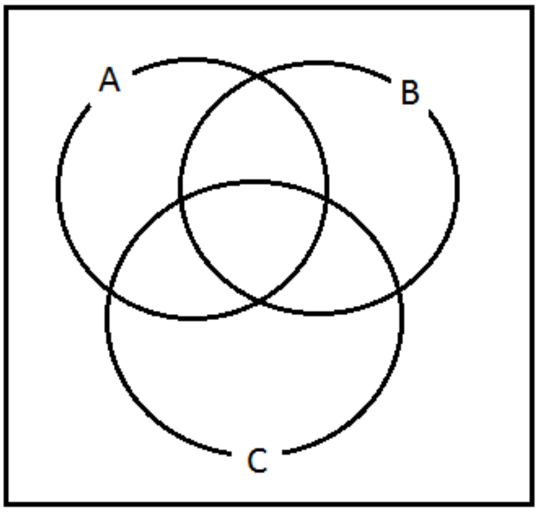
- 15 nunca foram vacinadas;
- 32 só foram vacinadas contra a doença A;
- 44 já foram vacinadas contra a doença A;
- 20 só foram vacinadas contra a doença C;
- 2 foram vacinadas contra as doenças A, B e C;
- 22 foram vacinadas contra apenas duas doenças.

De acordo com as informações, o número de pessoas do grupo que só foi vacinado contra ambas as doenças B e C é

a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

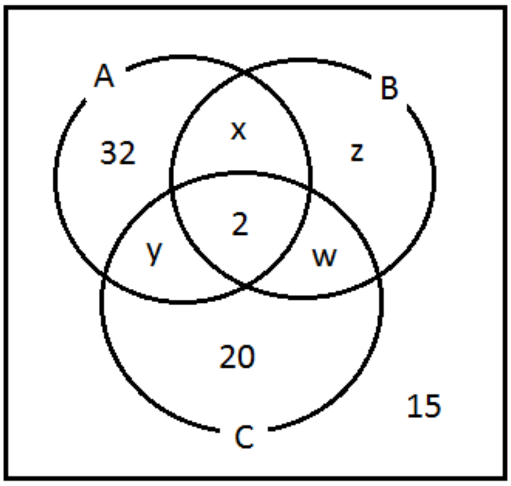
Resolução

Agora são 3 conjuntos.



As seguintes informações podem ser facilmente preenchidas no diagrama:
-15 nunca foram vacinadas;
- 32 só foram vacinadas contra a doença A
- 20 só foram vacinadas contra a doença C
- 2 foram vacinadas contra as doenças A, B e C

Nas regiões desconhecidas, vamos colocar incógnitas.



- 44 já foram vacinadas contra a doença A. Assim, concluímos que:

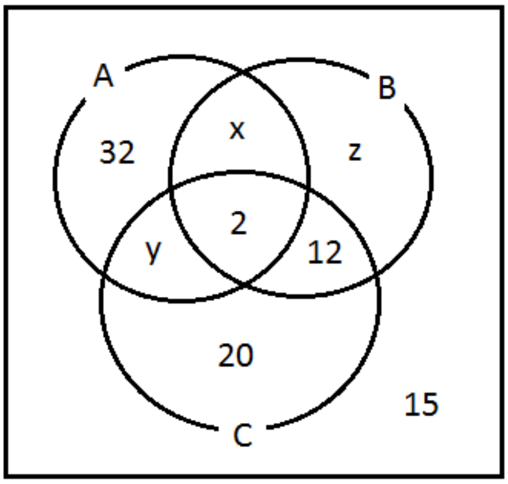
$x + y + 2 + 32 = 44$

$x + y = 10$

- 22 foram vacinadas contra apenas duas doenças. Assim, concluímos que:

$x + y + w = 22$

Como $x + y = 10$, então $w = 12$.



Gabarito: C

---

68. **(FCC 2011/BB)**

Dos 36 funcionários de uma Agência do Banco do Brasil, sabe-se que: apenas 7 são fumantes, 22 são do sexo masculino e 11 são mulheres que não fumam. Com base nessas afirmações, é correto afirmar que o

a) número de homens que não fumam é 18.

b) número de homens fumantes é 5.

c) número de mulheres fumantes é 4.

d) total de funcionários do sexo feminino é 15.

e) total de funcionários não fumantes é 28.

Resolução

Esta é uma questão interessante. Não há interseção entre homens e mulheres. Assim como não há interseção entre os fumantes e não fumantes. Então, como construir um diagrama com estes quatro conjuntos?

A melhor saída é construir uma tabela.

	Fumantes	Não-Fumantes
Homens		
Mulheres		

Sabemos que são 11 mulheres que não fumam.

	Fumantes	Não-Fumantes
Homens		
Mulheres		11

Como são apenas 7 fumantes e o total de pessoas é 36, então o total de não-fumantes é igual a 29. Dos não-fumantes (29), temos 11 mulheres. Assim, o total de homens não-fumantes é igual a 29 – 11 = 18.

	Fumantes	Não-Fumantes
Homens		18
Mulheres		11

Há um total de 22 homens. Como são 18 não-fumantes, então são 4 homens fumantes.

	Fumantes	Não-Fumantes
Homens	4	18
Mulheres		11

Já temos 4 + 18 + 11 = 33 pessoas na tabela. Como o total é igual a 36, então faltam 3 mulheres fumantes.

	Fumantes	Não-Fumantes
Homens	4	18
Mulheres	3	11

a) número de homens que não fumam é 18. (Verdade)
b) número de homens fumantes é 5. (Falso, são 4.)
c) número de mulheres fumantes é 4. (Falso, são 3.)
d) total de funcionários do sexo feminino é 15. (Falso, são 14.)
e) total de funcionários não fumantes é 28. (Falso, são 29).

Gabarito: A

---

69. **(FCC 2012/INSS)**

Em uma turma de 100 alunos, 63 sabem escrever apenas com a mão direita, 5 não sabem escrever, 25% dos restantes sabem escrever tanto com a mão direita quanto com a esquerda, e os demais alunos sabem escrever apenas com a mão esquerda. Dessa turma, a porcentagem de alunos que sabe escrever com apenas uma das duas mãos é de

(A) 86%.
(B) 87%.
(C) 88%.
(D) 89%.
(E) 90%.

Resolução

63 alunos sabem escrever apenas com a mão direita.

5 não sabem escrever.

Já temos 68 pessoas. Faltam 32 pessoas.

25% dos restantes escrevem com as duas mãos. 25% de 32 = 0,25 * 32 = 8.

Faltam 24 pessoas, que são os que escrevem apenas com a mão esquerda.

Desta turma de 100 alunos, 63 escrevem apenas com a mão direita e 24 apenas com a mão esquerda. Total de pessoas que escrevem com apenas uma das mãos: 63 + 24 = 87.

Gabarito: B

---

70. **(AOCP 2016/Pref. de Juazeiro)**

Em uma pesquisa sobre as atividades de lazer no final de semana, 80 pessoas responderam que vão ao shopping Center, 40 pessoas responderam que vão ao cinema e 15 pessoas responderam que vão ao shopping Center e ao cinema. Dessa forma, o total de pessoas entrevistadas nessa pesquisa é igual a

a) 125
b) 120
c) 115
d) 105
e) 135

Resolução

Ao somar as 80 pessoas que vão ao Shopping Center com as 40 pessoas que vão ao cinema, estamos contando duplamente as pessoas que vão aos dois locais.

Portanto, o total de pessoas entrevistadas é 80 + 40 – 15 = 105.

Gabarito: D.

---

71. **(AOCP 2016/ EBSERH/Analista Administrativo – Biblioteconomia)**

Em uma pesquisa feita com um grupo de 160 pessoas, descobriu-se que 60% gosta de chocolate ao leite e 40% gosta de chocolate amargo, mas não gosta de chocolate ao leite. Dos que gostam de chocolate ao leite, 25% também gosta de chocolate amargo. Desse grupo de 160 pessoas, o número de pessoas que gosta de chocolate amargo é de

(A) 24.

(B) 64.

(C) 72.

(D) 88.

(E) 90.

Resolução

Sabemos que 60% gostam de chocolate ao leite.

60% de 160 = 0,6 * 160 = 96 gostam de chocolate ao leite.

Ademais, 40% gostam de chocolate amargo e não gostam de chocolate ao leite.

Assim, 40% de 160 = 0,4 * 160 = 64 gostam de chocolate amargo e não gostam de chocolate ao leite.

Dos que gostam de chocolate ao leite (96 pessoas), 25% também gostam de chocolate amargo. Portanto, 25% de 96 = 0,25 * 96 = 24 pessoas gostam de chocolate ao leite e chocolate amargo.

O problema dividiu as pessoas que gostam de chocolate amargo em dois grupos: os que não gostam de chocolate ao leite (64 pessoas) e os que gostam de chocolate ao leite (24 pessoas).

Portanto, o total de pessoas que gostam de chocolate amargo é igual a 64 + 24 = 88.

Gabarito: D.

---

72. **(FGV 2010/CODEBA)**

A, B e C são três conjuntos. Com base nessa informação, analise as afirmativas a seguir:

I. Se todos os elementos de A pertencem a B, então A e B são o mesmo conjunto.

II. Se A e C não possuem elementos em comum, então um dos dois é um conjunto vazio.

III. Se todos os elementos de A pertencem a B e todos os elementos de B pertencem a C, então todos os elementos de A pertencem a C.

Assinale

a) se somente a afirmativa I estiver correta.
b) se somente a afirmativa II estiver correta.
c) se somente a afirmativa III estiver correta.
d) se somente as afirmativas I e III estiverem corretas.
e) se somente as afirmativas II e III estiverem corretas.

Resolução

Vamos analisar cada uma das frases separadamente.

I. Se todos os elementos de A pertencem a B, então A e B são o mesmo conjunto.

Vamos pensar em um caso concreto: Todos os recifenses são pernambucanos, mas isso não implica dizer que o conjunto dos recifenses é igual ao conjunto dos pernambucanos. A frase é falsa.

Em símbolos: se $A \subset B$, então A = B. Esta claramente é uma proposição falsa.

II. Se A e C não possuem elementos em comum, então um dos dois é um conjunto vazio.

Esta frase também é falsa. Vamos pensar no conjunto dos cariocas e dos paulistas. Estes conjuntos não possuem elementos comuns e nenhum deles é vazio.

Em símbolos: Se $A \cap B = \emptyset$ (A e B são conjuntos disjuntos), então um dos dois é um conjunto vazio. Esta proposição é falsa, pois para que A e B sejam disjuntos basta que eles não possuam elementos comuns.

III. Se todos os elementos de A pertencem a B e todos os elementos de B pertencem a C, então todos os elementos de A pertencem a C.

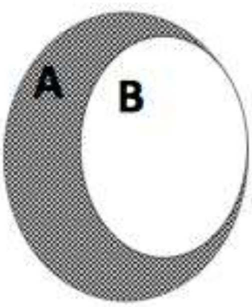
Esta frase está perfeita. Vamos pensar em um caso concreto: Todos os recifenses são pernambucanos, todos os pernambucanos são brasileiros. Portanto, todos os recifenses são brasileiros.

Em símbolos: Se A, B e C são conjuntos tais que $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$. Esta é a propriedade transitiva da inclusão.

Gabarito: C

73. **(CONSULPLAN 2013/ CODEG)**

No diagrama a seguir, que representa os conjuntos A e B, a região hachurada é indicada por



A) A ∩ B.
B) A ∪ B.
C) A – B.
D) A ∈ B.
E) A ⊂ B.

Resolução

No diagrama acima a região hachurada representa os elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B. Portanto, a região hachurada representa o conjunto A – B.

Gabarito: C

---

74. **(CETRO 2010/ANVISA)**

Sabe-se que três conjuntos M, N e P são tais que $M \subset N, N \subset P\ e\ P \subset M$. Para tanto, é condição necessária e suficiente que

a) $P = \phi$
b) $M = P$
c) $M = P = \phi$
d) $M = N = P$
e) $M = N = P = \phi$

Resolução

A proposição $A \subset B$ pode ser lida como "Todo elemento de A é elemento de B".

Tem-se ainda que se todo elemento de A é elemento de B e todo elemento de B é elemento de A, concluímos que $A = B$.

Temos as seguintes proposições:

Todo elemento de M é elemento de N.
Todo elemento de N é elemento de P.
Todo elemento de P é elemento de M.

Ora, se todo elemento de M é elemento de N e todo elemento de N é elemento de P, podemos concluir que todo elemento de M é elemento de P. Mas como todo elemento de P é elemento de M, concluímos que $M = P$.

Assim, dizer que todo elemento de N é elemento de P é o mesmo que dizer que **todo elemento de N é elemento de M**, já que $M = P$. Como **todo elemento de M é elemento de N**, concluímos que $M = N$.

Assim, $M = N = P$.

Não podemos brigar pela letra B, pois o problema pede uma condição necessária e suficiente.

Gabarito: D

---

75. **(FUNCAB 2012/CBM-AC)**

Sejam os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {2, 3, 5}, determine o conjunto A – B.

A) { }
B) {1,5}
C) {5}
D) {1}
E) {2,3}

Resolução

O conjunto A – B é formado pelos elementos de A que não são elementos de B. Apenas o número 1 satisfaz.

Assim, A – B = {1}.

Gabarito: D

---

76. **(FUNCAB 2012/CBM-AC)**

Considere o conjunto A = {1, 2, {3}} e assinale a alternativa que contém um subconjunto de A.

A) {3}
B) {1,3}
C) {2, 3}
D) {4, {3}}
E) {{3}}

Resolução

Os elementos do conjunto A são 1, 2 e {3}.

Vamos analisar cada uma das alternativas.

A) {3}

É fácil perceber que {3} não é um subconjunto de A, pois {3} possui apenas um elemento, que é o número 3. O número 3 não é elemento de A. Em tempo, {3} é um elemento de A.

Podemos escrever, portanto, que $\{3\} \in A$ e que $\{3\} \not\subset A$.

B) {1,3}

O conjunto {1,3} possui dois elementos, a saber: 1 e 3. Como o número 3 não é elemento de A, então {1,3} não é subconjunto de A.

C) {2, 3}

O conjunto {2,3} possui dois elementos, a saber: 2 e 3. Como o número 3 não é elemento de A, então {2,3} não é subconjunto de A.

D) {4, {3}}

O conjunto {4, {3}} possui dois elementos, a saber: 4 e {3}. Como o número 4 não é elemento de A, então {4, {3}} não é subconjunto de A.

E) {{3}}

Resolução

O conjunto {{3}} possui apenas um elemento: {3}. Como {3} é um elemento de A, concluímos que {{3}} é subconjunto de A.

Gabarito: E

---

77. **(FGV 2006/SERC-MS)**

Se X, Y e Z são conjuntos, $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$:
a) nunca
b) se e somente se X = Y = Z.
c) se e somente se $Z \subset X$.
d) se e somente se $Z \subset Y$.
e) sempre.

Resolução

Vamos desenvolver o lado esquerdo da equação utilizando a propriedade distributiva.

$$X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$$

Vamos comparar agora o resultado obtido com a expressão dada no enunciado $(X \cap Y) \cup Z$.
Para que estas duas expressões $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$ e $(X \cap Y) \cup Z$ sejam iguais, precisamos ter $X \cap Z$ igual a Z.

A interseção $X \cap Z$ é igual a Z somente se Z é um subconjunto de X.

Gabarito: C

---

78. **(CEPERJ 2010/SEFAZ-RJ)**

Um professor, conversando sobre cinema com os 40 alunos de uma turma, fez três perguntas:

- Quem viu Avatar? Levantaram a mão 16 alunos.

- Quem viu Kung Fu Panda? Levantaram a mão 18 alunos.

- Quem não viu nenhum destes dois filmes? Levantaram a mão 13 alunos.

O número de alunos que viram ambos os filmes é:
a) 4
b) 6
c) 7
d) 9
e) 10

Resolução

Vamos supor que A seja o conjunto dos alunos que assistiram Avatar e K seja o conjunto dos alunos que assistiram Kung Fu Panda. Como são 40 alunos e 13 alunos viram nenhum dos filmes, então o número de elementos da união dos conjuntos A e K é igual a 40 – 13 = 27.

$$n(A \cup K) = n(A) + n(K) - n(A \cap K)$$

$$27 = 16 + 18 - n(A \cap K)$$

$$n(A \cap K) = 16 + 18 - 27 = 7$$

Gabarito: C

---

79. **(CETRO 2012/TJ-RS)**

Dados os conjuntos A = {x | x é vogal da palavra CARRO} e B = {x | x é letra da palavra CAMINHO}, é correto afirmar que $A \cap B$ tem

(A) 1 elemento.
(B) 2 elementos.
(C) 3 elementos.
(D) 4 elementos.
(E) 5 elementos.

Resolução

Vamos representar os conjuntos A e B por extensão.

A = {a,o}

B = {c,a,m,i,n,h,o}

Estamos interessados nos elementos comuns: $A \cap B = \{a, o\}$.

Gabarito: B

80. **(FGV 2013/TJ-AM)**

Seja A e B duas características de uma população, tais que:

A = alta escolaridade,

B = alta renda

As características complementares seriam, respectivamente,

A^c = baixa escolaridade,

B^c = baixa renda

em que o sobrescrito c representa a característica complementar.

A expressão Pr($A^c \cap B^c$) significa que a probabilidade do indivíduo ter baixa escolaridade e baixa renda. Essa probabilidade pode ser igualmente expressa como:

a) $Pr[(A \ \cup \ B)]$
b) $Pr[(A \ \cup \ B)^c]$
c) $Pr[(A \ \cap \ B)^c]$
d) $Pr[(A \ \cap \ B)]$
e) $\mathrm{Pr}\ [(A^c \ \cap \ B)]$

Resolução

Vamos relembrar as leis de DeMorgan.

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$

$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$

Gabarito: B

81. **(FCC 2012/TJ-PE)**

Em um clube com 160 associados, três pessoas, A, B e C (não associados), manifestam seu interesse em participar da eleição para ser o presidente deste clube. Uma pesquisa realizada com todos os 160 associados revelou que

- 20 sócios não simpatizam com qualquer uma destas pessoas.
- 20 sócios simpatizam apenas com a pessoa A.
- 40 sócios simpatizam apenas com a pessoa B.
- 30 sócios simpatizam apenas com a pessoa C.
- 10 sócios simpatizam com as pessoas A, B e C.

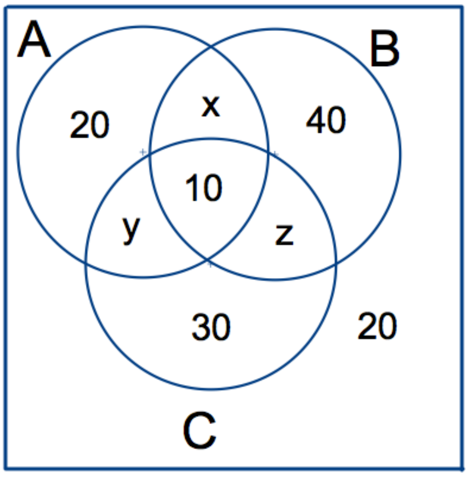
A quantidade de sócios que simpatizam com pelo menos duas destas pessoas é

(A) 20.
(B) 30.
(C) 40.
(D) 50.
(E) 60.

Resolução

Vamos desenhar um diagrama para resumir os dados do enunciado.

Colocarei incógnitas nas regiões onde não há informações disponíveis.



O total de pessoas é 160.

x + y + z + 10 + 20 + 40 + 30 + 20 = 160

x + y + z = 40

Queremos calcular a quantidade de sócios que simpatizam com pelo menos duas destas pessoas. Queremos, portanto, o valor de x + y + z + 10 = 40 + 10 = 50.

Gabarito: D

---

82. **(FCC 2014/SEFAZ-RJ/AFRE)**

Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista **X**, 40% são assinantes da revista **Y** e 60% são assinantes da revista **Z**. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas **X** e **Y**, 30% assinam as revistas **X** e **Z**, 20% assinam as revistas **Y** e **Z** e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas **X**, **Y** e **Z**, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

(A) 80%.
(B) 40%.

(C) 60%.
(D) 50%.
(E) 70%.

Resolução

Sejam X, Y e Z os conjuntos das pessoas que assinam as revistas X,Y e Z, respectivamente.

Vamos supor que o total de empregados é igual a 100.

Desta maneira, temos as seguintes informações:

$$n(X) = 50, n(Y) = 40, n(Z) = 60$$

$$n(X \cap Y) = 20, n(X \cap Z) = 30, n(Y \cap Z) = 20$$

Sabemos ainda que 10 pessoas não assinam revistas. Portanto, $n(X \cup Y \cup Z) = 100 - 10 = 90$.

Vamos aplicar o Princípio da Inclusão-Exclusão para calcular a interseção dos três conjuntos.

$$n(X \cup Y \cup Z) = n(X) + n(Y) + n(Z) - n(X \cap Y) - n(X \cap Z) - n(Y \cap Z) + n(X \cap Y \cap Z)$$

$$90 = 50 + 40 + 60 - 20 - 30 - 20 + n(X \cap Y \cap Z)$$

$$n(X \cap Y \cap Z) = 10$$

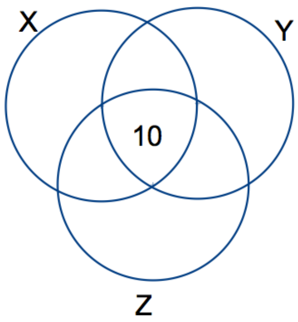
Queremos saber a quantidade de pessoas que assinam mais de uma revista, ou seja, pelo menos 2 revistas.

Vamos resolver isto de duas maneiras. A primeira delas é aplicando o raciocínio do Princípio da Inclusão-Exclusão.

Ao somar $n(X \cap Y) + n(X \cap Z) + n(Y \cap Z)$ estaremos contando a interseção dos três conjuntos 3 vezes. Para que esta interseção dos três conjuntos $X \cap Y \cap Z$ seja contada apenas uma vez, vamos subtrair 2 vezes o número $n(X \cap Y \cap Z)$.

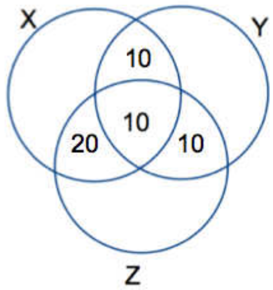
$$n(X \cap Y) + n(X \cap Z) + n(Y \cap Z) - 2 \cdot n(X \cap Y \cap Z) = 20 + 30 + 20 - 2 \cdot 10 = 50$$

Vamos agora chegar ao mesmo resultado com o auxílio dos diagramas.



Vamos às interseções dos conjuntos dois a dois. Sabemos que $n(X \cap Y) = 20, n(X \cap Z) = 30\ e\ n(Y \cap Z) = 20$.

Como já temos 10 elementos na interseção dos três conjuntos, precisamos preencher os seguintes números: 20 – 10 = 10, 30 – 10 = 20 e 20 – 10 = 10.



Assim, a quantidade de pessoas que assinam mais de uma revista é 10 + 10 + 10 + 20 = 50.

Gabarito: D

---

83. **(IBFC 2017/EBSERH)**

Numa pesquisa sobre a preferência entre dois candidatos, 48 pessoas votariam no candidato A , 63 votariam no candidato B, 24 pessoas votariam nos dois e 30 pessoas não votariam nesses dois candidatos. Se todas as pessoas responderam uma única vez, então o total de pessoas entrevistadas foi:
a) 117
b) 87
c) 141
d) 105
e) 112

Resolução

Para calcular o número de elementos da união de dois conjuntos A e B, devemos somar a quantidade de elementos desses conjuntos e subtrair a quantidade de elementos da interseção.

Desta maneira, o número de pessoas que votariam nos candidatos A ou B é igual a 48 + 63 – 24 = 87.

Devemos subtrair a quantidade de elementos da interseção pois estes foram contados mais de uma vez (princípio da inclusão-exclusão).

O total de pessoas entrevistas é igual a 87 (elementos da união) mais 30 (pessoas que não votariam nestes candidatos): 87 + 30 = 117.

Gabarito: A.

---

84. **(FCC 2017/TRT 11ª Região)**

Para um concurso foram entrevistados 970 candidatos, dos quais 527 falam inglês, 251 falam francês, 321 não falam inglês nem francês. Dos candidatos entrevistados, falam inglês e francês, aproximadamente,

a) 13%

b) 18%

c) 9%

d) 11%

e) 6%

Resolução

Seja F o conjunto dos candidatos que falam francês e I o conjunto dos candidatos que falam inglês. Como 321 não falam inglês nem francês, então o número de elementos de $F \cup I$ é igual a 970 – 321 = 649.

$$n(F \cup I) = n(F) + n(I) - n(F \cap I)$$

$$649 = 251 + 527 - n(F \cap I)$$

$$n(F \cap I) = 251 + 527 - 649$$

$$n(F \cap I) = 129$$

Assim, 129 pessoas falam inglês em francês. A questão pede esse valor como uma porcentagem do total de candidatos. Para tanto, basta dividir esse valor pelo total de candidatos e multiplicar o resultado por 100%.

$$\frac{129}{970} \times 100\% = 13{,}298\%$$

Gabarito: A

---

85. **(FCC 2017/SABESP)**

Ao todo são 195 engenheiros. Alguns desses engenheiros são engenheiros civis, outros são engenheiros hidráulicos e outros são engenheiros civis e hidráulicos. Sabe-se que ao todo são 143 engenheiros civis e ao todo são 109 engenheiros hidráulicos. Desse modo, é correto concluir que o total de engenheiros civis que não são engenheiros hidráulicos é igual a

(A) 86.
(B) 94.
(C) 57.
(D) 77.
(E) 52.

Resolução

Seja C o conjunto dos engenheiros civis e H o conjunto dos engenheiros hidráulicos.

$$n(C \cup H) = n(C) + n(H) - n(C \cap H)$$

$$195 = 143 + 109 - n(C \cap H)$$

$$n(C \cap H) = 57$$

Assim, há 57 pessoas que são engenheiros civis e hidráulicos.

Como são 143 engenheiros civis ao todo, então 143 – 57 = 86 são apenas engenheiros civis.

Gabarito: A

---

86. **(VUNESP 2017/TJ-SP)**

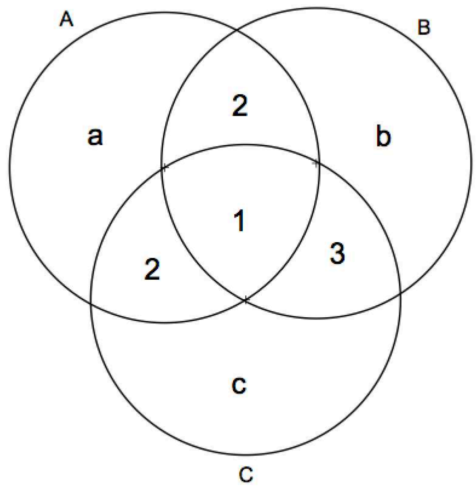
Carlos é o único atleta que tem patrocínio de 3 empresas: A, B e C. Em se tratando de atletas que recebem patrocínios de apenas 2 dessas empresas, temos: Leandro e Hamilton, das empresas A e B; Marta e Silas, das empresas A e C; e Amanda, Renata e Sérgio, das empresas B e C. Se esses atletas fazem parte de um grupo contendo, ao todo, 18 atletas que recebem patrocínio das empresas A, B ou C, e cada empresa tem, pelo menos, 1 atleta recebendo patrocínio somente dela, então é correto afirmar que os números mínimo e máximo de atletas que a empresa B pode patrocinar são, respectivamente,

(A) 5 e 10.
(B) 8 e 16.
(C) 7 e 14.
(D) 4 e 8.
(E) 6 e 12.

Resolução

Carlos é o único atleta que tem patrocínio de 3 empresas: A, B e C. Portanto, $n(A \cap B \cap C) = 1$.

Sabemos ainda que 2 pessoas recebem o patrocínio apenas de A e B; 2 pessoas recebem o patrocínio apenas de A e C; 3 pessoas recebem o patrocínio apenas de B e C.



Sabemos ainda que:

- Pelo menos 1 pessoa recebe patrocínio apenas da empresa A. Assim, a ≥ 1.

- Pelo menos 1 pessoa recebe patrocínio apenas da empresa B. Assim, b ≥ 1.

- Pelo menos 1 pessoa recebe patrocínio apenas da empresa C. Assim, c ≥ 1.

O total de pessoas é 18, portanto.

$$a + 2 + b + 2 + 1 + 3 + c = 18$$

$$a + b + c = 10$$

Para que b tenha um valor máximo, devemos colocar a = 1 e c = 1. Assim, b = 8 e o número de elementos no conjunto B é 2 + 1 + 3 + 8 = 14.

O valor mínimo de b é 1. Neste caso, o número de elementos do conjunto B é 2 + 1 + 3 + 1 = 7.

Gabarito: C

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ficamos por aqui, queridos alunos. Espero que tenham gostado da aula!!!

Vamos juntos nesta sua caminhada. Lembre-se que vocês podem fazer perguntas e sugestões no nosso fórum de dúvidas.

Você também pode me encontrar no instagram @profguilhermeneves ou entrar em contato diretamente comigo pelo meu email profguilhermeneves@gmail.com.

Um forte abraço e até a próxima aula!!!

Guilherme Neves

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.