Estratégia
CONCURSOS

Aul

NÃO ATIVAR Matemática e Raciocínio Lógico p/ Iniciantes (Nível Médio e Superior) Com videoaulas

Professor: Brunno Lima, Guilherme Neves

Apresentação do curso 3
Metodologia do Curso 4
Conteúdo programático e cronograma 5
1. Conjuntos – Introdução 6
1.1. Conjunto, elemento e relação de pertinência 7
1.2. Igualdade de conjuntos (Axioma da Extensão) 9
1.3. Formas de Representação dos Conjuntos 12
1.3.1. Representação por extensão 12
1.3.2. Representação por compreensão 12
1.3.3. Representação por diagramação (diagrama de Euler-Venn) 13
1.4. Cardinal de um conjunto 13
1.4.1. Classificação dos conjuntos quanto à cardinalidade 13
1.4.1.1. Conjunto Vazio 14
1.4.1.2. Conjunto Unitário 14
1.5. Conjunto Universo e Conjunto Solução 15
1.6. Subconjuntos e Relação de Inclusão 17
1.6.1. Subconjuntos Próprios 18
1.6.2. Propriedades da Inclusão 19
1.6.3. Conjunto das Partes 20
1.6.3.1. Cardinal do Conjunto das Partes 21
2. Operações com Conjuntos 21
2.1. Interseção 22
2.1.1. Propriedades da Interseção 23
2.2. Reunião 24
2.2.1. Propriedades da Reunião 25
2.2.2. Propriedades da Reunião e Interseção 26
2.3. Diferença 27
2.3.1. Propriedades da Diferença 28
2.3.2. Complementação 29
2.3.2.1. Propriedades da Complementação 30

2.3.2.2. Diferença Simétrica 33

3. Diagramas de Venn e Cardinalidade de Conjuntos 34

3.1. Princípio da Inclusão-Exclusão 35

4. Lista de Questões de Concursos Anteriores 37

5. Gabaritos 48

6. Lista de Questões de Concursos Anteriores com Comentários 50

7. Considerações Finais 88



APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, queridos alunos.

Sejam bem vindos ao curso de Matemática e Raciocínio Lógico para Iniciantes.

Para quem não me conhece, meu nome é Guilherme Neves e a minha predileção é ensinar matérias de exatas como Matemática, Matemática Financeira, Raciocínio Lógico, Raciocínio Crítico, Estatística e Física.

Comecei a ensinar em cursos preparatórios para concursos há mais de 10 anos, mesmo antes de começar o meu curso de Bacharelado em Matemática na UFPE. No biênio 2007-2008, fui bolsista pela FACEPE/UFPE com o trabalho “Análise Matemática e Equações Diferenciais Parciais”. Em 2009, publiquei meu livro chamado “Raciocínio Lógico Essencial” pela editora Campus. Tenho o prazer de ensinar Matemática na internet desde 2009 e desde 2014, moro nos Estados Unidos, onde estou me graduando em Engenharia Civil pela University of Central Florida.

Neste curso, você terá acesso a 16 aulas em PDF com teoria minuciosamente explicada e centenas de exercícios resolvidos.

Você também terá acesso às aulas em vídeo com o professor Brunno Lima, nosso parceiro nessa caminhada.

Ademais, você poderá fazer perguntas sobre as aulas em nosso fórum de dúvidas. Estarei sempre atento para responder rapidamente as suas perguntas.



Você também pode nos acompanhar pelo **instagram @profguilhermeneves e @profbrunnolima** ou entrar em contato direto comigo pelo email profguilhermeneves@gmail.com.

METODOLOGIA DO CURSO

Este curso será baseado em vários editais de concursos.

Desta forma, vamos resolver questões de bancas variadas. Assim, você está preparado para tudo.

Aqui, parto do pressuposto de que o aluno não gosta de Matemática ou que não tem uma boa base. Portanto, não se preocupe. Tudo está sendo produzido com muito carinho para que você possa fechar a prova.

Nosso curso terá a seguinte estrutura:

estudo detalhado da TEORIA de Matemática e Raciocínio Lógico

resolução e comentários de QUESTÕES de concursos recentes ou inéditas

realização de SIMULADOS

Este curso está sendo preparado para que seja a sua única fonte de estudos. A teoria será minuciosamente explicada sempre com atenção à forma como o assunto é cobrado. Os exercícios são criteriosamente selecionados seguindo uma ordem crescente de dificuldade para a sua melhor compreensão.

Tenho certeza absoluta que na hora da prova você vai dar um sorrisinho e pensar: “bem que o professor Guilherme falou...”.

A partir de hoje, Matemática será a sua aliada na sua caminhada à aprovação!!!

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO E CRONOGRAMA

CRONOGRAMA DE AULAS

DISPONÍVEL	CONTEÚDO
Aula demo Disponível em 25/09/2018	Apresentação. Teoria dos Conjuntos.
Aula 01 Disponível em 02/10/2018	Sistemas de Numeração e Conjuntos Numéricos. Operações. Múltiplos e Divisores. MMC e MDC.
Aula 02 Disponível em 09/10/2018	Problemas com Frações.
Aula 03 Disponível em 16/10/2018	Introdução à Álgebra. Expressões Algébricas. Polinômios e Produtos Notáveis.
Aula 04 Disponível em 23/10/2018	Porcentagem.
Aula 05 Disponível em 30/10/2018	Razão e proporção, divisão proporcional, regra de três simples e composta
Aula 06 Disponível em 07/11/2018	Equações e problemas do primeiro grau. Sistemas de equações.
Aula 07 Disponível em 14/11/2018	Equações e problemas do segundo grau.
Aula 08 Disponível em 21/11/2018	Funções.
Aula 09 Disponível em 28/11/2018	Função Afim.
Aula 10 Disponível em 05/12/2018	Função Quadrática. Inequações.

Aula 11 Disponível em 12/12/2018	Análise Combinatória.	
Aula 12 Disponível em 19/12/2018	Probabilidade.	
Aula 13 Disponível em 26/12/2018	Progressão Aritmética e Progressão Geométrica.	
Aula 14 Disponível em 03/01/2019	Estruturas Lógicas.	
Aula 15 Disponível em 10/01/2019	Lógica de Argumentação	
Aula 16 Disponível em 17/01/2019	Problemas de Associação Lógica. Verdades e mentiras.	

1. CONJUNTOS – INTRODUÇÃO

A matemática, diz Bertrand Russell, é a ciência das expressões do tipo "Se P, então Q".

Toda a matemática é construída com base em definições, axiomas, teoremas, lemas, corolários e demonstrações.

Antes de começarmos a falar em conjuntos, vamos dar algumas noções sobre estas expressões que tão comumente são usadas nos diversos assuntos de Matemática.

- **Conceitos primitivos ou noções primitivas**: são adotadas sem definição.

Exemplos: ponto, reta, plano, conjunto.

As definições matemáticas consistem em atribuir nomes a objetos que gozam de certas propriedades particularmente interessantes. Por exemplo, se queremos definir losango devemos dizer assim: chama-se losango a um quadrilátero no qual os quatro lados são congruentes.

- Proposição ou sentença: é toda oração declarativa que pode ser classificada em V ou F, mas não ambos. Este conceito será profundamente explicado no capítulo sobre Lógica Proposicional.

Exemplo: Todo recifense é carioca. (F)

- Axioma ou postulado: é uma verdade evidente por si mesma. Aceitamos a verdade dos axiomas sem demonstração.

Exemplo: Em uma reta, bem como fora dela, existem infinitos pontos.

- Teorema ou Lei: é uma verdade que, para se tornar evidente, carece de demonstração.

Exemplo: A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180^{o}.

Demonstrar um teorema consiste em provar que não ocorre o caso de a hipótese ser verdadeira e a tese ser falsa.

- Lema: é um teorema que serve para facilitar a demonstração de outro teorema.

- Corolário: é um teorema, que é consequência imediata de outro teorema.

Em suma, partimos de certas noções chamadas primitivas, colocamos algumas sentenças como incondicionalmente verdadeiras (postulados), e buscamos conclusões mediante emprego de regras lógicas. Esta noção, de que uma sentença pode ser estabelecida como uma conclusão de uma prova lógica explícita, remonta aos gregos que descobriram o que é conhecido como "método axiomático" e usaram-no para desenvolver a geometria de uma maneira sistemática.

Todas as afirmações que forem demonstradas são consideradas como verdadeiras (teoremas). Os axiomas, por sua vez, como já foi dito, são incondicionalmente verdadeiros, ou seja, são considerados verdadeiros sem demonstração.

A Geometria Elementar, por exemplo, é ensinada como disciplina dedutiva. Ela não é apresentada como uma ciência experimental cujos teoremas devem ser recepcionados porque estão de acordo com a observação.

O método axiomático consiste em aceitar sem prova certas proposições como axiomas e depois derivar dos axiomas todas as proposições do sistema como teoremas.

1.1. CONJUNTO, ELEMENTO E RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA

A Teoria dos Conjuntos foi criada por Georg Cantor. A noção matemática de conjunto é praticamente a mesma que se usa no cotidiano: um agrupamento ou coleção de objetos. Poderíamos usar os termos "classe" ou "coleção" como sinônimos para a noção de conjuntos.

A ideia de conjunto é um dos mais importantes da Matemática. Como disse David Hilbert: "Do paraíso criado por Cantor ninguém nos tirará".

Adotamos sem definição, ou seja, são considerados conceitos primitivos, as noções de conjunto, elemento e relação de pertinência entre elemento e conjunto.

A situação aqui é análoga à familiar abordagem axiomática da geometria elementar. Não há como definir o que são pontos e retas; em vez disso, descreve-se o que se pode fazer com aqueles objetos.

Da mesma maneira, não definimos o que são conjuntos, elementos e a relação de pertinência entre eles: adotá-los-emos como noções primitivas.

Vejamos alguns exemplos:

i) conjunto das vogais.
ii) conjunto dos países membros da União Europeia.
iii) conjunto dos números pares positivos.

Cada objeto que faz parte da formação do conjunto é chamado de elemento. Não há restrições na escolha dos elementos. Assim, é possível, por exemplo, formar um conjunto com um número, uma pessoa e uma comida.

Nos exemplos acima, os elementos são, respectivamente:

i) a, e, i, o, u
ii) Alemanha, Áustria, Bélgica, Bulgária, Chipre, Dinamarca, Eslováquia,...
iii) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

É importante notar que um elemento de um conjunto pode ser uma letra, um nome, um número. Na realidade, o elemento de um conjunto pode ser qualquer coisa.

"Já que o elemento de um conjunto pode ser qualquer coisa, é possível que um conjunto seja elemento de outro conjunto?"

É claro. Quando dizemos que o elemento de um conjunto pode ser qualquer coisa, o fazemos literalmente.

Exemplo: o conjunto dos estados que formam o Brasil é um conjunto formado por estados que, por sua vez, são conjuntos de cidades.

Exemplo: O conjunto das seleções que disputaram a Copa do Mundo de 2014 é um conjunto formado por times que, por sua vez, são conjuntos de jogadores.

Normalmente utilizamos letras maiúsculas para indicar os conjuntos e utilizamos letras minúsculas para indicar os elementos.

Vamos considerar um conjunto A e um elemento x. Há aqui uma dicotomia: ou o elemento x pertence ao conjunto A ou o elemento x não pertence ao conjunto A.

Para indicar que x é elemento de A, escrevemos $x \in A$ (lê-se "x pertence ao conjunto A" ou "x é elemento do conjunto A"). Para indicar que x não é elemento de A, escrevemos $x \notin A$ (lê-se "x não pertence ao conjunto A" ou "x não é elemento do conjunto A").

Acostume-se com estas notações envolvendo traços inclinados. Normalmente um traço inclinado por cima de um símbolo significa que devemos negá-lo.

Exemplos:

O símbolo $\exists$ significa "existe". O símbolo $\nexists$ significa "não existe".

O símbolo $=$ significa "igual". O símbolo $\neq$ significa "não é igual", ou seja, significa "diferente".

Voltemos aos conjuntos.

$V = \{a, e, i, o, u\}$

Podemos escrever:

- $a \in V$
- $r \notin V$

O fato de que, para todo x, não existe uma outra opção além de $x \in A$ ou $x \notin A$ é conhecido em Lógica como Princípio do Terceiro Excluído. O fato de que $x \in A$ e $x \notin A$ não podem ser

simultaneamente verdadeiras chama-se Princípio da Não-Contradição. Abordaremos estes Princípios em profundos detalhes no capítulo sobre Lógica Proposicional.

1.2. IGUALDADE DE CONJUNTOS (AXIOMA DA EXTENSÃO)

A mais básica propriedade da pertinência é a sua relação com a igualdade, que pode ser assim descrita:

Axioma da Extensão – Dois conjuntos são iguais se e somente se eles possuem os mesmos elementos.

Em outras palavras, dois conjuntos A e B são iguais se e somente se todo elemento de A é também elemento de B e reciprocamente, ou seja, todo elemento de B é também elemento de A.

O símbolo = foi criado em 1557 por Robert Recorde, que justificou a adoção de um par de segmentos de reta paralelos como símbolo de igualdade alegando que "não pode haver duas coisas mais iguais".

Exemplos:

$\{a, e, i, o, u\} = \{e, i, o, a, u\}$

$\{2,4,6,8,10, \dots\} = \{x | x \text{ é } positivo\ e\ par\}$

Observe que na definição de igualdade entre conjuntos **não é relevante a noção de ordem entre os elementos**.

Observe também que a repetição de algum elemento na descrição do conjunto é totalmente inútil.

$\{a, e, i, o, u\} = \{a, a, a, a, e, e, e, e, u, u, i, o\}$

Utilizaremos sempre a notação mais simples.

Desta forma, é importante ressaltar o seguinte fato: PODEMOS, mas não DEVEMOS repetir elemento em um mesmo conjunto, pois a repetição de elementos não significa que foram introduzidos novos elementos.

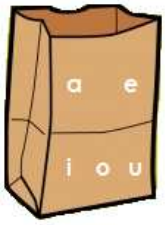
Se A não é igual a B, escrevemos $A \neq B$. Para que os conjuntos A e B não sejam iguais, basta que exista algum elemento de A que não pertença a B ou que exista algum elemento de B que não pertença a A.

$\{a, e, i\} \neq \{a, e, i, o\}$

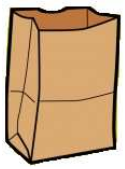
Vamos fazer uma analogia "grosseira" para entendermos alguns conceitos.

Imaginemos que um conjunto seja como uma sacola de supermercado que contenha em seu interior os elementos.

No exemplo do conjunto V das vogais, a visualização seria:



i) Podemos ter um pacote sem objetos em seu interior. Esse pacote corresponde ao conceito de conjunto vazio, cuja representação matemática é { } ou a letra grega ϕ (phi)

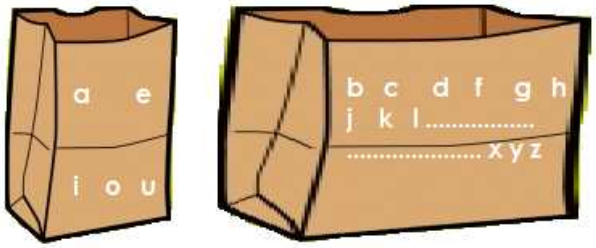


Vamos agora com este exemplo das sacolas de supermercado tentar compreender melhor o fato de que um conjunto pode ser elemento de outro conjunto.

Vamos considerar dois conjuntos V e C, o primeiro com as vogais e o segundo com as consoantes.

$V = \{a, e, i, o, u\}$

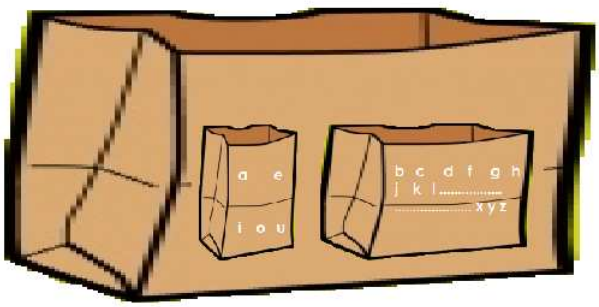
$C = \{b, c, d, f, g, h, j, k, l \ldots, x, y, z\}$



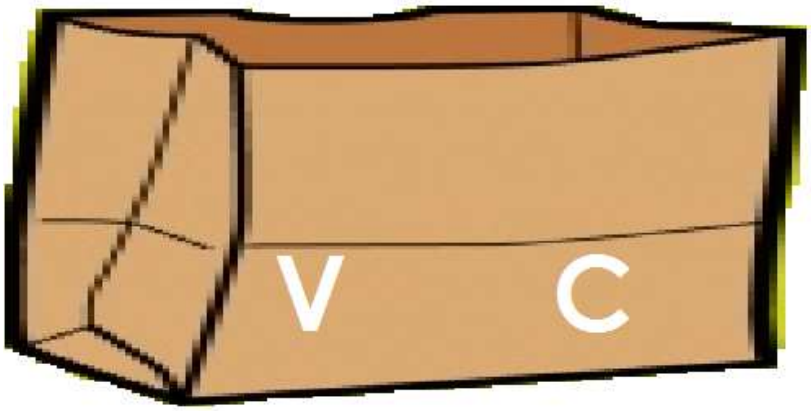
Esses pacotinhos correspondem a conjuntos cujos elementos são, respectivamente, as vogais e as consoantes.

Coloquemos esses pacotinhos dentro de outro pacote, que chamaremos de A.

A =



Podemos visualizar isto assim:

A = 

Em linguagem de conjuntos poderíamos escrever:

$V = \{a, e, i, o, u\}$

$C = \{b, c, d, f, g, \dots, x, y, z\}$

$A = \{V, C\}$

Portanto, o conjunto A tem dois elementos, a saber: V e C. Como V é elemento de A, podemos escrever que $V \in A$; como C é elemento de A, podemos escrever que $C \in A$. Desta forma, podemos concluir que um conjunto pode ser elemento de outro.

Vejamos um exemplo um pouco mais formal.

Considere o conjunto $\{a, b\}$. Este conjunto possui apenas dois elementos, a saber: **a, b.**

Podemos, então escrever que:

$a \in \{a, b\}$

$b \in \{a, b\}$

Considere agora o conjunto $\{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$. Coloquei os seus elementos em vermelho para destacar. O conjunto $\{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$ possui dois elementos, a saber: {a,b} e {a,c}.

Observe que os elementos do conjunto $\{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$ são dois conjuntos.

Podemos então afirmar que:

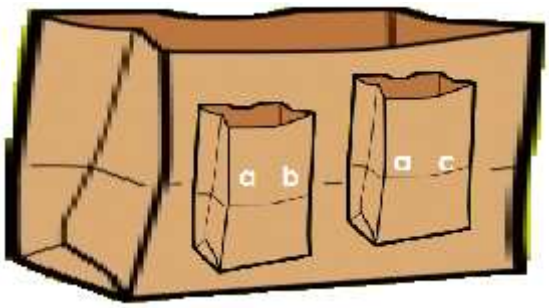
$\{a, b\} \in \{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$

$\{a, c\} \in \{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$

Mas **não podemos afirmar** que $a \in \{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$, pois os elementos de $\{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$ são conjuntos e não letras.

Voltando para a analogia das sacolas:

A visualização do conjunto $\{\{\boldsymbol{a, b}\}, \{\boldsymbol{a, c}\}\}$ é a seguinte:



1.3. FORMAS DE REPRESENTAÇÃO DOS CONJUNTOS

Usualmente, há três maneiras de representar conjuntos: por extensão, por compreensão e por diagramação.

Na representação por extensão, enumeramos os elementos do conjunto.

Na representação por compreensão, descrevemos os elementos do conjunto através de uma propriedade específica.

Na representação por diagramação, representamos os elementos do conjunto em um diagrama, chamado diagrama de Euler-Venn, ou simplesmente diagrama de Venn. O diagrama consiste de uma linha fechada simples.

Vejamos em detalhes cada uma destas formas de representação.

1.3.1. REPRESENTAÇÃO POR EXTENSÃO

Enumeram-se os elementos do conjunto, escrevendo-os entre chaves e separando-os por vírgula (ou ponto e vírgula).

Por exemplo, o conjunto dos jogadores da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014.

A = {Júlio César, Dante, David Luiz, Daniel Alves, Maicon, Fred, Hulk, Neymar,...}

Observe que o conjunto A possui muitos elementos. Desta forma, a representação por extensão muitas vezes é trabalhosa e cansativa. Por essa razão, vamos aprender a segunda forma de representação de conjuntos.

1.3.2. REPRESENTAÇÃO POR COMPREENSÃO

O conjunto será representado por meio de uma propriedade que caracteriza os seus elementos.

A = {x | x foi jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014}

A expressão acima é lida assim: **A é o conjunto dos elementos x tal que x é um jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo de 2014}.**

No lado esquerdo do traço escrevemos o elemento genérico que representa cada elemento do conjunto. No lado direito do traço, escrevemos a propriedade que caracteriza os elementos do conjunto.

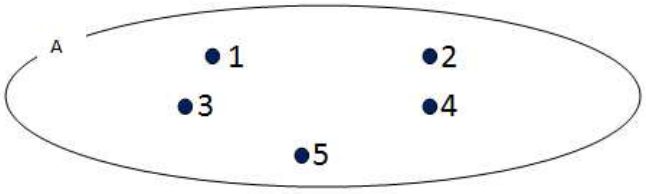
Observe que a propriedade que caracteriza o conjunto permite estabelecer se um dado elemento pertence ou não ao conjunto.

Daniel Alves pertence ao conjunto A? Sim, pois ele foi jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo em 2014.

Gugu Liberato pertence ao conjunto A? Não, pois ele não foi jogador da seleção brasileira na Copa do Mundo em 2014.

1.3.3. REPRESENTAÇÃO POR DIAGRAMAÇÃO (DIAGRAMA DE EULER-VENN)

Utilizamos uma curva fechada e não-entrelaçada para representar o conjunto.



1.4. CARDINAL DE UM CONJUNTO

O cardinal de um conjunto é por definição a quantidade de elementos deste conjunto.

Exemplo: $A = \{x | x \text{ é } estado\ da\ região\ Sul\ do\ Brasil\}$

O conjunto A possui 3 elementos (Rio Grande do Sul, Paraná e Santa Catarina), logo o cardinal do conjunto A é 3.

Representamos o número de elementos de um conjunto A por n(A) ou #A.

$n(A) = \#A = 3$

1.4.1. CLASSIFICAÇÃO DOS CONJUNTOS QUANTO À CARDINALIDADE

A depender do número de elementos de um conjunto, ele pode receber nomes especiais para facilitar a nossa linguagem.

1.4.1.1. Conjunto Vazio

É o conjunto que não possui elemento algum, ou seja, é todo conjunto que tiver cardinal igual a 0 (zero). Podemos representar o conjunto vazio pela letra grega phi ∅ ou por chaves.

$A = \emptyset = \{\ \}$

Para representar o conjunto vazio pelo método da compreensão, devemos descrever os elementos através de uma sentença logicamente falsa.

$B = \{x | x \text{ é } humano \text{ e } x \text{ } vive \text{ } em \text{ } Júpiter\} = \emptyset$

1.4.1.2. Conjunto Unitário

É o conjunto que possui apenas um elemento, ou seja, é todo conjunto que tiver cardinal igual a 1 (um).

Exemplo:

$A = \{5\} \Rightarrow n(A) = 1$

$B = \{4,4,4,4,4,4,4\} \Rightarrow n(B) = 1$



Lembre-se que quando repetimos elementos não estamos introduzindo novos elementos no conjunto.

Em tempo, $B = \{4,4,4,4,4,4,4\} = \{4\}$



Observação: Cuidado para não representar o conjunto vazio como $\{\phi\}$. Observe que o conjunto $\{\phi\}$ possui um elemento, que é o conjunto vazio.

Voltando à analogia dos pacotes, a que "ideia" corresponderia este conjunto $\{\phi\}$?

A "ideia" de $\{\phi\}$ é um conjunto que tem um elemento: ϕ. Ou seja, este conjunto $\{\phi\}$ seria um pacote em cujo interior há outro pacote, este último nada contendo.



Assim, dado um objeto qualquer x, o conjunto unitário {x} tem como único elemento esse objeto x, ou seja, x e {x} não são a mesma coisa.

Em certas ocasiões, entretanto, pode tornar-se pedantismo fazer essa distinção. Nesses casos, admite-se escrever x em vez de {x}. Isto é muito comum em Geometria quando dizemos, por exemplo, que a interseção de duas retas r e s é o ponto P (onde deveríamos dizer que a interseção é o conjunto cujo único elemento é P). Escrevemos $r \cap s = P$ em vez de $r \cap s = \{P\}$.

1.5. CONJUNTO UNIVERSO E CONJUNTO SOLUÇÃO

Chamamos de conjunto universo ou simplesmente universo o conjunto ao qual pertencem todos os possíveis elementos de uma teoria ou situação problema.

Todo subconjunto restrito e determinado do conjunto universo é denominado conjunto solução.

Quase sempre a resposta para algumas questões depende do conjunto universo que é considerado.

Por exemplo: **Resolva a equação $x + 5 = 2$ considerando como conjunto universo o conjunto dos números naturais.**

Veremos que o conjunto dos números naturais é o conjunto $N = \{0,1,2,3,4, \dots\}$.

Ora, resolver a equação $x + 5 = 2$ significa encontrar um número que somado ao número 5 resulte no número 2. Como estamos considerando como conjunto universo o conjunto dos números naturais, podemos afirmar que não existe número natural tal que $x + 5 = 2$.

Podemos então dizer que, considerando como conjunto universo o conjunto dos números naturais, o conjunto solução da equação $x + 5 = 2$ é o conjunto vazio.

$S = \phi$

Vejamos outro exemplo: **Resolva a equação $x + 5 = 2$ considerando como conjunto universo o conjunto dos números inteiros.**

Veremos que o conjunto dos números inteiros é o conjunto Z= $\{\dots -3, -2, -1\ 0,1,2,3, \dots\}$.

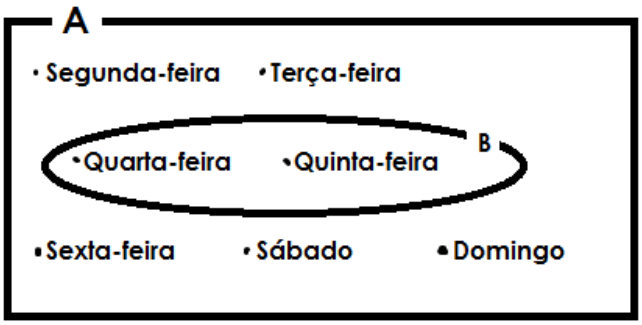
Ora, resolver a equação $x + 5 = 2$ significa encontrar um número que somado ao número 5 resulte no número 2.

Como estamos considerando como conjunto universo o conjunto dos números inteiros, podemos afirmar que a solução desta equação é o número -3. Isto porque $-3 + 5 = 2$.

Neste caso, o conjunto solução é o conjunto $S = \{-3\}$.

Vejamos um exemplo bem ilustrativo.

Considere os dias da semana. Quais os dias que começam pela letra Q?



Neste caso, o conjunto universo é o conjunto A e o conjunto solução é o conjunto B.

HORA DE PRATICAR!

Descreva os elementos dos seguintes conjuntos:

A = {x | x foi o presidente do Brasil em 2010}

B = {x | x é letra da palavra CONCURSO}

C = {x | x é negativo e x é positivo}

Resolução

A = {Luís Inácio Lula da Silva}

B = {C, O, N, U, R, S}

Observe que não existe número que seja negativo e positivo simultaneamente. Portanto, o conjunto C é o conjunto vazio.

$C = \phi$

Represente pelo método da compreensão os seguintes conjuntos:

A = {Deodoro da Fonseca, Floriano Peixoto, Prudente de Morais,...,Getúlio Vargas,...}

B = {Salvador, Brasília, Rio de Janeiro}

C = {Espírito Santo, Minas Gerais, Rio de Janeiro, São Paulo}

Resolução

A = {x | x já foi presidente do Brasil}

B = {y | y é nome de cidade que já foi capital do Brasil}

C = {z | z é estado da região Sudeste do Brasil}

1.6. SUBCONJUNTOS E RELAÇÃO DE INCLUSÃO

Considere o conjunto formado pelas letras **a, b, c, d, e, f, g, h, i.**

$A = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$

A partir dos elementos do conjunto acima, podemos formar outros conjuntos. Vamos utilizar apenas as vogais que pertencem ao conjunto A. Formamos então o conjunto V:

$V = \{a, e, i\}$

Observe que todos os elementos de V são também elementos de A. Dizemos então que o conjunto V é subconjunto do conjunto A. Isto é verdade porque **todo elemento de V é elemento de A.**

Dizemos que um conjunto A é um **subconjunto** de um conjunto B se todo elemento que pertencer a A também pertencer a B.

A notação matemática é a seguinte: $A \subset B$. O símbolo $\subset$ é denominado sinal de inclusão.

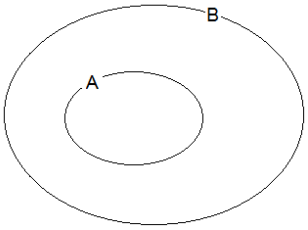
A expressão $A \subset B$ pode ser lida das seguintes maneiras:

- A é subconjunto de B.
- A é parte de B.
- Todo elemento de A é elemento de B.

Podemos também escrever com a seguinte simbologia: $B \supset A$. Esta expressão é lida das seguintes maneiras:

- B contém A.
- B inclui A.
- B é universo de A.
- B é superconjunto de A

Utilizando o gráfico de Euler-Venn temos:



Exemplo: Considere o conjunto $A = \{a, b, c, d, e\}$. Vejamos algumas relações de inclusão:

$\{a, c\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

$\{a, b, e\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

$\{a\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

$\{a, b, c, d, e\} \subset \{a, b, c, d, e\}$

Com a notação $A \not\subset B$ indicamos que **A não é subconjunto de B.** Obviamente, A não é subconjunto de B somente se existe pelo menos um elemento de A que não pertence a B.

$\{a, b, 3, e\} \not\subset \{a, b, c, d, e\}$



Os símbolos $\in$ e $\notin$ são utilizados para exprimir relações entre elementos e conjuntos.

Os símbolos $\subset, \supset, \not\subset, e \not\supset$ são utilizados para exprimir relações entre conjuntos.

1.6.1. SUBCONJUNTOS PRÓPRIOS

Se A e B são conjuntos tais que $A \subset B$ e, além disso, A não é vazio e $A \neq B$, dizemos que A é um subconjunto próprio de B ou que A está contido propriamente em B.

Por exemplo: considere o conjunto dos números naturais $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4, \dots\}$ e o conjunto dos números inteiros $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Como todo elemento de $\mathbb{N}$ é elemento de $\mathbb{Z}$, concluímos que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$. É fácil perceber também que estes dois conjuntos não são iguais, ou seja, $\mathbb{N} \neq \mathbb{Z}$. Dizemos, portanto, que $\mathbb{N}$ é um subconjunto próprio de $\mathbb{Z}$.

1.6.2. PROPRIEDADES DA INCLUSÃO

Sabemos que se A e B são conjuntos e se todo elementos de A é também elemento de B, dizemos que A é um subconjunto de B.

i) Esta definição implica que todo conjunto deve ser considerado como subconjunto de si mesmo. Assim, podemos escrever $A \subset A$. Esta é a propriedade reflexiva da inclusão.

Note que a igualdade também é reflexiva, ou seja, A = A.

ii) Se A, B e C são conjuntos tais que $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$. Esta é a propriedade transitiva da inclusão.

A propriedade transitiva da inclusão é a base do raciocínio dedutivo, sob a forma que classicamente se chama de silogismo.

Exemplo: Todo homem é animal. Todo animal é mortal. Portanto, todo homem é mortal.

Na linguagem de conjuntos, este silogismo seria assim escrito: sejam H, A e M, respectivamente os conjuntos dos seres humanos, dos animais e dos mortais.

$H \subset A$

$A \subset M$

Logo, $H \subset M$.

Note que a igualdade também é transitiva, ou seja, se A = B e B = C, então A = C.

iii) Se A e B são conjuntos tais que $A \subset B$ e $B \subset A$, então A e B têm os mesmos elementos e portanto, pelo axioma da extensão, A = B. Esta é a propriedade antissimétrica da inclusão.

Neste sentido, a inclusão comporta-se diferentemente da igualdade. A igualdade é uma relação simétrica, ou seja, se A = B, então B = A.

O axioma da extensão pode ser reformulado assim: se A e B são conjuntos, então ocorrer $A \subset B$ e $B \subset A$ é condição necessária e suficiente para que se tenha A = B.

iv) O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja, $\emptyset \subset A$ para todo conjunto A.

Como justificar esta propriedade de que o conjunto vazio está contido em qualquer conjunto?

Para provar que algo é verdadeiro, pode-se provar que o mesmo não pode ser falso.

Poderia ser falso que $\emptyset \subset A$? Poderia ser falso somente se $\emptyset$ tivesse um elemento que não pertencesse ao conjunto A. Como $\emptyset$ não possui elemento algum, temos um absurdo. Concluímos que $\emptyset \subset A$ não pode ser falso e, portanto, $\emptyset \subset A$ é verdade para todo conjunto A.

1.6.3. CONJUNTO DAS PARTES

Consideremos, por exemplo, o conjunto A = {1,2}. Este conjunto possui dois elementos, ou seja, n(A) = 2 ou #A = 2.

Sabemos que o conjunto vazio é um subconjunto deste conjunto, já que o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto. Portanto, $\emptyset \subset A$.

O conjunto A possui também dois subconjuntos unitários, ou seja, dois subconjuntos que possuem apenas um elemento, a saber: {1} e {2}.

Ademais, o conjunto A possui um subconjunto que possui 2 elementos (ele mesmo): {1,2}. Isto é verdade inclusive porque a inclusão é reflexiva, ou seja, $A \subset A$.

Assim, a conseguimos "criar" 4 subconjuntos de A: $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}$.

Observe que listamos:

- 1 subconjunto com nenhum elemento: o conjunto vazio
- 2 subconjuntos com 1 elemento: {1} e {2}
- 1 subconjunto com 2 elementos: A = {1,2}

O conjunto A possui, portanto, 1+2+1 = 4 subconjuntos.

Se agruparmos todos esses 4 subconjuntos em um único conjunto, teremos **o conjunto das partes de A**, que é indicado por P(A).

Assim,

$P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

Poderíamos também escrever $P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, A\}$.

Consideremos agora o conjunto B = {a,b,c}. Vamos listar todos os seus subconjuntos.

- Subconjuntos com nenhum elemento: ∅
- Subconjuntos unitários: {a}, {b}, {c}
- Subconjuntos com dois elementos: {a,b}, {a,c}, {b,c}
- Subconjuntos com três elementos: {a,b,c}

O conjunto B possui, portanto, 8 elementos.

Assim, o conjunto das partes de B é:

$P(B) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$

1.6.3.1. CARDINAL DO CONJUNTO DAS PARTES

Quantos subconjuntos possui um conjunto que tem n elementos? Em outras palavras, qual o número de elementos do conjunto das partes de um conjunto?

Nos exemplo anteriores, vimos que o conjunto A = {1,2} possui 4 subconjuntos e que o conjunto B = {a,b,c} possui 8 subconjuntos.

De uma maneira geral, um conjunto que tem n elementos possui 2^n elementos.

- O conjunto A possui 2 elementos. Portanto, possui $2^2 = 4$ elementos.
- O conjunto B possui 3 elementos. Portanto, possui $2^3 = 8$ elementos.

Este fato pode ser demonstrado com o Princípio Fundamental da Contagem, que é estudado em Análise Combinatória.

Para formar um subconjunto, devemos decidir, para cada elemento do conjunto, se ele pertencerá ou não ao subconjunto. Em outra palavras, devemos escolher SIM ou NÃO para cada elemento do conjunto.

Há dois modos de decidir o que fazer com o primeiro elemento do conjunto, 2 modos com o segundo, 2 modos com o terceiro e assim por diante. Assim, o total de possibilidades é igual a

$$\underbrace{2\times2\times2\times \ldots \times2}_{n\ fatores} = 2^n$$



Quantos elementos possui um conjunto que possui 64 subconjuntos?

Resolução

Seja n o número elementos do conjunto. O total de subconjuntos é 2^n.

Portanto,

$$2^n = 64$$
$$2^n = 2^6$$
$$n = 6$$

Resposta: O conjunto possui 6 elementos.

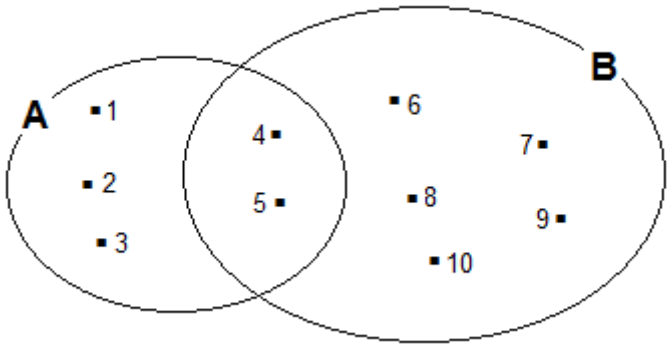
2. OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

Vamos considerar dois conjuntos dados:

$A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$

Utilizando o diagrama de Euler-Venn, temos o seguinte:



Observe que há dois elementos comuns aos conjuntos A e B.

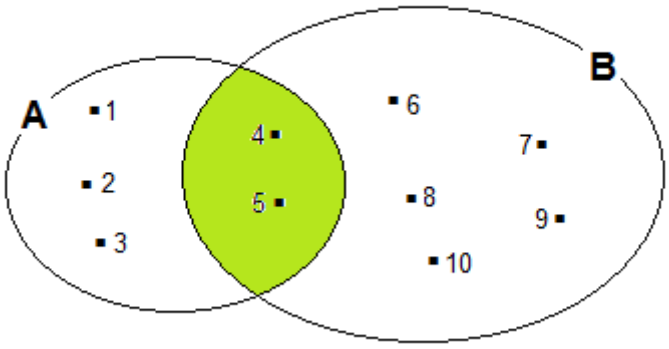
Vamos agora descrever as possíveis operações que podem ser realizadas entre os conjuntos A e B.

2.1. INTERSEÇÃO

A interseção de dois conjuntos A e B é o conjunto formado pelos elementos que são comuns a A e B, isto é, pelos elementos que pertencem a A e também pertencem a B. Designamos a interseção de A e B por $A \cap B$ (lê-se A inter B ou A interseção B).

$$A \cap B = \{x | x \in A \; e \; x \in B\}$$

Vamos destacar no nosso exemplo anterior a interseção dos conjuntos A e B.

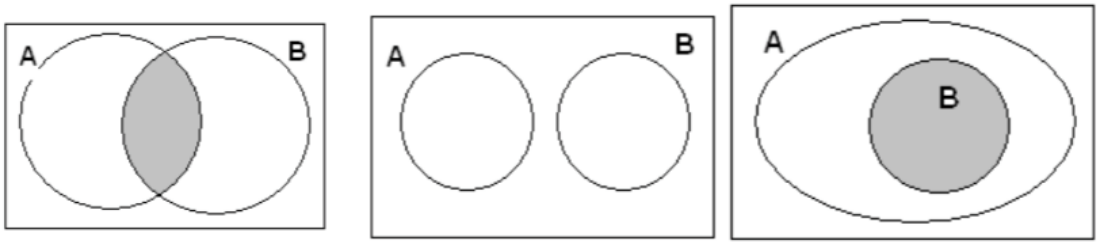


Desta forma, temos que $A \cap B = \{4,5\}$.



Observe que $x \in A \cap B$ significa $x \in A$ e $x \in B$.
Desta maneira, a operação $A \cap B$ entre conjuntos constitui a contrapartida matemática do conectivo lógico "e".

Nos diagramas abaixo, $A \cap B$ é representado pela região sombreada.



Quando $A \cap B = \emptyset$, ou seja, quando os conjuntos A e B não possuem elementos comuns, A e B são denominados conjuntos **disjuntos**.

2.1.1. PROPRIEDADES DA INTERSEÇÃO

Consideremos três conjuntos quaisquer A,B e C. São válidas as seguintes propriedades:

i) $A \cap A = A$ (idempotente)

Exemplo: A = {1,2,3}. Assim, {1,2,3}∩{1,2,3} = {1,2,3}.

Em outras palavras, a interseção de um conjunto com si mesmo é o próprio conjunto. Isto é muito fácil de entender: quais são os elementos em comum entre o conjunto A e o conjunto A? Todos os elementos de A.

ii) $A \cap B = B \cap A$ (comutativa)

Exemplo: Sejam A = {1,2,3} e B = {2,3,4}.

$A \cap B = \{2,3\}$

$B \cap A = \{2,3\}$

Esta propriedade também é muito simples de entender: os elementos comuns entre A e B são os mesmos elementos comuns entre B e A.

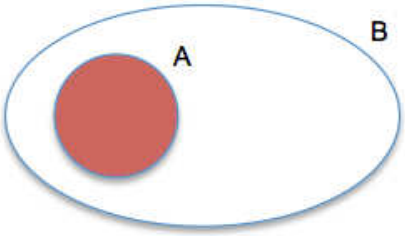
iii) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (associativa)

Esta propriedade indica que se precisamos determinar a interseção dos conjuntos A, B e C, podemos:

- primeiro determinar a interseção de B e C e, em seguida, determinar a interseção do resultado com A.
- primeiro determinar a interseção de A e B e, em seguida, determinar a interseção do resultado com C.

iv) Se $A \subset B$, então $A \cap B = A$

Esta propriedade é facilmente percebida com o uso do diagrama de Euler-Venn.



Neste diagrama, A é subconjunto de B, ou seja, todo elemento de A é também elemento de B. Portanto, $A \cap B = A$, ou seja, os elementos comuns entre A e B são todos os elementos de A.

v) $A \cap \emptyset = \emptyset$

Não há elementos comuns entre o conjunto vazio e um conjunto A qualquer, já que o conjunto vazio não possui elementos. Portanto, a interseção entre o conjunto vazio e um conjunto A qualquer é o próprio conjunto vazio.

vi) $(A \cap B) \subset A$ e $(A \cap B) \subset B$

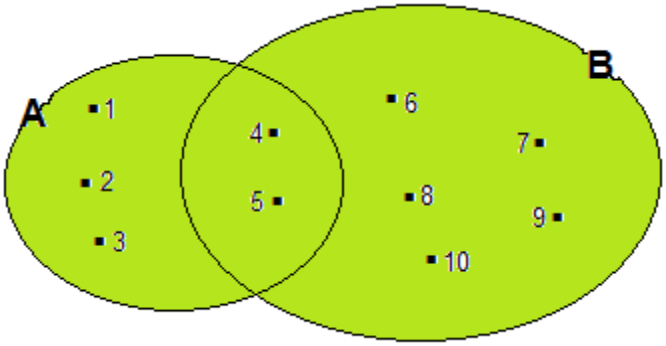
Todo elemento da interseção entre A e B também é elemento de A.
Todo elemento da interseção entre A e B também é elemento de B.

2.2. REUNIÃO

Dados os conjuntos A e B, a reunião $A \cup B$ é o conjunto dos elementos que pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos.

Voltemos ao nosso exemplo anterior dos conjuntos $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$

Abaixo, em cores, destacamos a união de *A* e *B*.



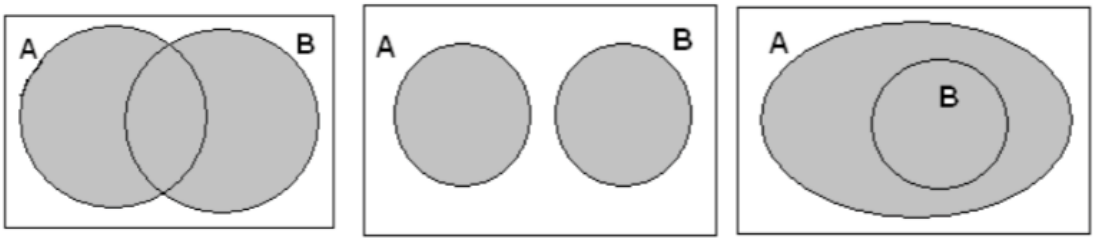
$$A \cup B = \{x | x \in A \; ou \; x \in B\}$$

No nosso exemplo temos que $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$.



Observe que $x \in A \cup B$ significa $x \in A$ ou $x \in B$.
Desta maneira, a operação $A \cup B$ entre conjuntos constitui a contrapartida matemática do conectivo lógico "ou".

Nos diagramas abaixo, $A \cup B$ é representado pela região sombreada.



2.2.1. PROPRIEDADES DA REUNIÃO

Consideremos três conjuntos quaisquer A,B,C e U o conjunto universo. São válidas as seguintes propriedades:

i) $A \cup A = A$ (idempotente)

Exemplo: A = {1,2,3}. Assim, {1,2,3}U{1,2,3} = {1,2,3}.

ii) $A \cup B = B \cup A$ (comutativa)

Exemplo: Sejam A = {1,2,3} e B = {2,3,4}.

$A \cup B = \{1,2,3,4\}$

$B \cup A = \{1,2,3,4\}$

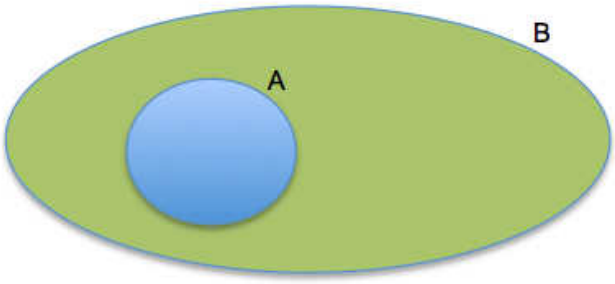
iii) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (associativa)

Esta propriedade indica que se precisamos determinar a união dos conjuntos A, B e C, podemos:

- primeiro determinar a união de B e C e, em seguida, determinar a união do resultado com A.
- primeiro determinar a união de A e B e, em seguida, determinar a união do resultado com C.

iv) Se $A \subset B$, então $A \cup B = B$.

Esta propriedade é facilmente percebida com o uso do diagrama de Euler-Venn.



Neste diagrama, A é subconjunto de B, ou seja, todo elemento de A é também elemento de B. Portanto, $A \cup B = B$.

v) $A \cup \emptyset = A$ (elemento neutro)

2.2.2. PROPRIEDADES DA REUNIÃO E INTERSEÇÃO

Sendo A, B e C conjuntos quaisquer, são válidas as seguintes propriedades que relacionam a reunião e a interseção de conjuntos.

i) $A \cup (A \cap B) = A$

Verifique a validade desta propriedade com o uso do diagrama de Euler-Venn.

ii) $A \cap (A \cup B) = A$

Estas duas primeiras propriedades são conhecidas como leis de absorção.

iii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Esta é a propriedade distributiva da interseção em relação à reunião.

Observe o passo a passo:

$A \cap (B \cup C) =$

1) Escrevemos A inter B: $(A \cap B)$
2) Escrevemos A inter C: $(A \cap C)$
3) Reunimos os resultados: $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

iv) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Esta é a propriedade distributiva da reunião em relação à interseção.

Observe o passo a passo:

$A \cup (B \cap C) =$

1) Escrevemos A união B: $(A \cup B)$
2) Escrevemos A união C: $(A \cup C)$
3) Determinamos a interseção dos resultados: $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

2.3. DIFERENÇA

A diferença entre *A* e *B* corresponde ao conjunto dos elementos que pertencem a *A* e não pertencem a *B*.

Vamos utilizar novamente o nosso exemplo anterior dos conjuntos $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$. A figura abaixo representa a diferença entre os dois conjuntos (destaque em cores):



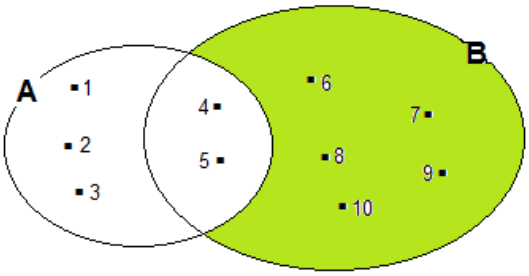
Designamos a diferença de A e B por $A - B$ ou por $A \backslash B$ (lê-se A menos B).

$$A - B = \{x | x \in A \; e \; x \notin B\}$$

No nosso exemplo temos que $A - B = \{1,2,3\}$.

Podemos também considerar a diferença de B e A. Neste caso, devemos considerar os elementos de B que não pertencem a A.

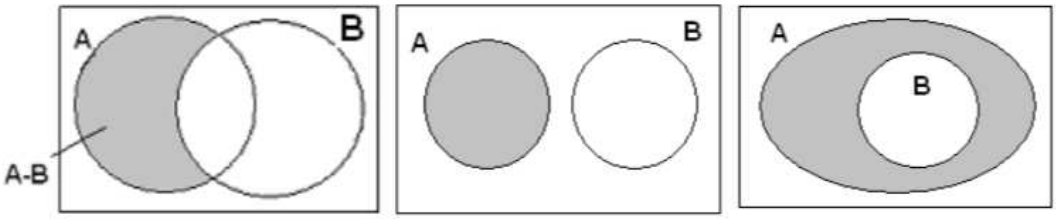
$$B - A = \{x | x \in B \; e \; x \notin A\}$$



$B - A = \{6,7,8,9,10\}$

Observe que $x \in A - B$ significa $x \in A$ e $x \notin B$.

Nos diagramas abaixo, $A - B$ é representado pela região sombreada.



2.3.1. PROPRIEDADES DA DIFERENÇA

i) Se $A \cap B = \emptyset$, então $A - B = A$ e $B - A = B$.

Exemplo: A = {1,2,3} e B = {4,5,6}.

Assim, A – B = {1,2,3} = A e B – A = {4,5,6} = B.

Lembre-se que ao calcular A – B estamos interessados nos elementos de A que não pertencem a B. Como, neste caso, não há elementos comuns entre A e B, então os elementos de A que não pertencem a B são todos os elementos de A. Analogamente, como não há elementos comuns entre A e B, então os elementos de B que não pertencem a A são todos os elementos de B.

ii) $A - A = \emptyset$

Quais são os elementos de A que não pertencem a A? Nenhum. Portanto, A – A = ∅.

iii) $A - \emptyset = A$

Quais são os elementos de A que não pertencem ao conjunto vazio? Todos os elementos de A. Portanto, $A - \emptyset = A$.

iv) Se $A \subset B$, então $A - B = \emptyset$.

Estamos aqui supondo que todo elemento de A é também elemento de B.

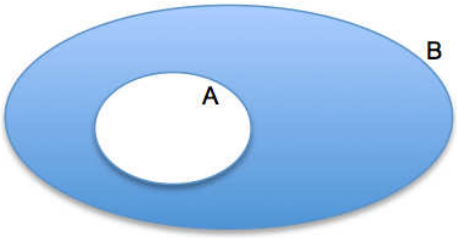
- Quais são os elementos de A que não pertencem a B? Nenhum. Portanto, $A - B = \emptyset$.

Neste caso, a diferença B – A é chamada de complementar de A em relação a B.

2.3.2. COMPLEMENTAÇÃO

Consideremos dois conjuntos A e B, tais que $A \subset B$. Chama-se complementar de A em relação a B o conjunto B – A, ou seja, o conjunto formado pelos elementos de B que não pertencem ao conjunto A.

Observe no seguinte diagrama de Venn.



Indicamos por C_B^A o complementar de A em relação a B.

A diferença B – A só será chamada especialmente de "complementar de A em relação a B" quando $A \subset B$.

Em outras palavras, se A não é subconjunto de B, não tem sentido em falar sobre complementação. A complementação só ocorre quando um conjunto é subconjunto do outro.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!!

Suponha que U seja o conjunto universo, em uma situação problema envolvendo os conjuntos A e B. Desta maneira, $A \subset U$ e $B \subset U$.

O complementar do conjunto A em relação ao universo U é indicado por $\overline{A}$ ou A^C ou A'.

Desta maneira, $\overline{A}$ representa todos os elementos que não pertencem ao conjunto A.

$\overline{A} = A^C = A' = \{x \in U | x \notin A\}$

Observe que $x \in \overline{A}$ significa $x \notin A$. Em outras palavras, dizer que x é elemento do complementar de A significa dizer que x NÃO pertence ao conjunto A.



A operação $\overline{A}$ constitui a contrapartida matemática do operador lógico da negação (advérbio "não").



Vamos fazer uma comparação entre as operações entre conjuntos e os operadores lógicos:

Linguagem dos Conjuntos	Linguagem da Lógica Proposicional
$A \cup B$ (união)	A ou B (disjunção inclusiva – conectivo ou)
$A \cap B$ (interseção)	A e B (conjunção – conectivo "e")
$\overline{A}$ (complementar)	Não A (modificador – negação de uma proposição)

2.3.2.1. Propriedades da Complementação

i) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

ii) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Estas duas primeiras propriedades são conhecidas como Leis de DeMorgan.

Podemos reescrever assim:

i) o complementar da união é igual à interseção dos complementares.

ii) o complementar da interseção é igual à união dos complementares.

Fazendo uma comparação com os conectivos lógicos, teríamos:

i) a negação da disjunção “ou” corresponde à conjunção “e” das negações.

ii) a negação da conjunção “e” corresponde à disjunção “ou” das negações.

Em outras palavras, estas relações significam que a negação de “A ou B” é “Não A e não B” e a negação de “A e B” é “Não A ou não B”. Estas regras serão descritas em detalhes nas aulas sobre Lógica Proposicional.

Outras propriedades:

iii) $A - B = A \cap \overline{B}$

A terceira propriedade pode ser verificada utilizando a relação das operações entre conjuntos e os conectivos lógicos.

A – B: A e não B (definição da diferença entre conjuntos).

$A \cap \overline{B}$: A e não B (conectivo “e” se relaciona com a interseção e o complementar se relaciona com o advérbio “não”).

iv) $\overline{\overline{A}} = A$

A quarta propriedade afirma que o complementar do complementar de um conjunto A é o próprio conjunto A, ou seja, $(A^C)^C = A$.

v) $A \cup \overline{A} = U$ (conjunto universo)

A quinta propriedade afirma que a reunião do conjunto A com o seu complementar é igual ao conjunto universo.

vi) $A \cap \overline{A} = \emptyset$

A última propriedade afirma que o conjunto A e o seu complementar são elementos disjuntos, ou seja, não possuem elementos comuns.



Dados o conjunto universo U = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} e os conjuntos A = {1,2,3,4,5} e B = {4,5,6,7}, determine:

a) $\overline{A}$ b) $\overline{B}$ c) $A \cup B$ d) $A \cap B$ e) $\overline{A \cup B}$

f) $\overline{A} \cap \overline{B}$ g) $\overline{A \cap B}$ h) $\overline{A} \cup \overline{B}$ i) $A - B$ j) $A \cap \overline{B}$

Resolução

a) $\overline{A} = ?$

Queremos os elementos do universo que não pertencem ao conjunto A, ou seja U – A.

$\overline{A} = U - A = \{6,7,8,9\}$

b) $\overline{B} = U - B = \{1,2,3,8,9\}$

c) $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

d) $A \cap B = \{4,5\}$

e) $\overline{A \cup B} = ?$

Já sabemos que $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}$. Queremos, portanto, os elementos do universo que não são elementos de $A \cup B$. Em suma, quais são os elementos que faltam a $A \cup B$ para "chegar" ao universo U? São os números 8 e 9.

Portanto, $\overline{A \cup B} = \{8,9\}$.

f) $\overline{A} \cap \overline{B} = ?$

Sabemos que $\overline{A} = \{6,7,8,9\}$ e $\overline{B} = \{1,2,3,8,9\}$. Queremos, portanto, os elementos comuns de $\overline{A}$ e $\overline{B}$.

$\overline{A} \cap \overline{B} = \{8,9\}$

Comparando os resultados das letras e) e f) percebemos que $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ (Lei de DeMorgan).

g) $\overline{A \cap B} = ?$

Já sabemos que $A \cap B = \{4,5\}$. Queremos, portanto, os elementos do universo que não são elementos de $A \cap B$. Em suma, quais são os elementos que faltam a $A \cap B$ para "chegar" ao universo U? São os números 1,2,3,6,7,8,9.

Portanto, $\overline{A \cap B} = \{1,2,3,6,7,8,9\}$.

h) $\overline{A} \cup \overline{B} = ?$

Sabemos que $\overline{A} = \{6,7,8,9\}$ e $\overline{B} = \{1,2,3,8,9\}$. Queremos, portanto, a reunião $\overline{A} \cup \overline{B}$.

$\overline{A} \cup \overline{B} = \{1,2,3,6,7,8,9\}$

Comparando os resultados das letras e) e f) percebemos que $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ (Lei de DeMorgan).

i) $A - B =$?

Estamos interessados nos elementos de A que não pertencem ao conjunto B.

Portanto, $A - B = \{1,2,3\}$

j) $A \cap \overline{B}$

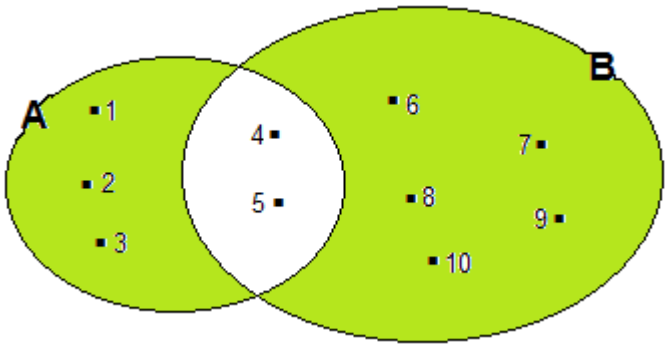
Sabemos que $A = \{1,2,3,4,5\}$ e $\overline{B} = \{1,2,3,8,9\}$. A interseção entre esses dois conjuntos é $A \cap \overline{B} = \{1,2,3\}$.

Comparando os resultados das letras i) e j) percebemos que $A \cap \overline{B} = A - B$.

2.3.2.2. Diferença Simétrica

Dados dois conjuntos A e B, chama-se diferença simétrica de A com B o conjunto $A\Delta B$ tal que $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$.

No nosso exemplo:



$A\Delta B = \{1,2,3,6,7,8,9,10\}$

Pelo diagrama acima, podemos facilmente perceber que $A\Delta B$ corresponde aos elementos que pertencem a $A \cup B$ e não pertencem a $A \cap B$. Portanto, podemos escrever:

$A\Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

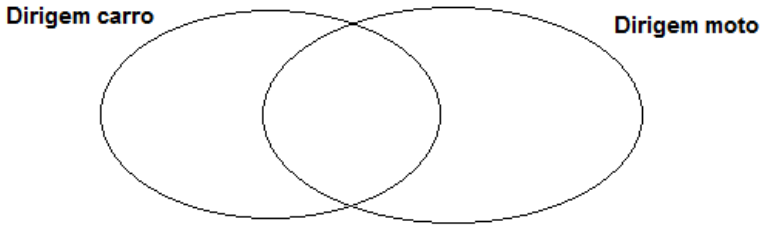
3. Diagramas de Venn e Cardinalidade de Conjuntos

Frequentemente é útil escrever dentro dos diagramas não os elementos propriamente ditos, e sim o número de elementos do conjunto. O cardinal de um conjunto é o seu número de elementos.

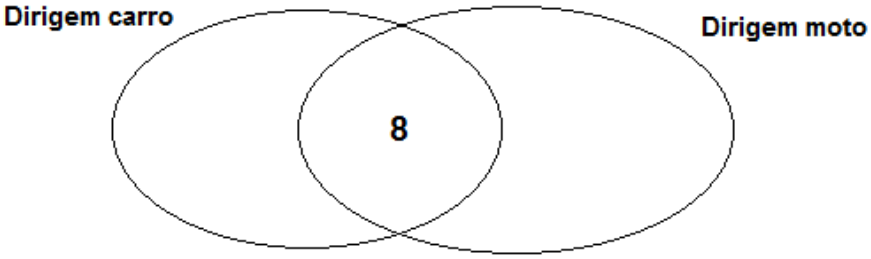
Vejamos um exemplo: Num grupo de motoristas há 28 que dirigem carro, 12 que dirigem moto e 8 que dirigem carro e moto. Quantos motoristas há nesse grupo? Quantos só dirigem carro?

Resolução

Vamos representar com diagramas os conjuntos citados.

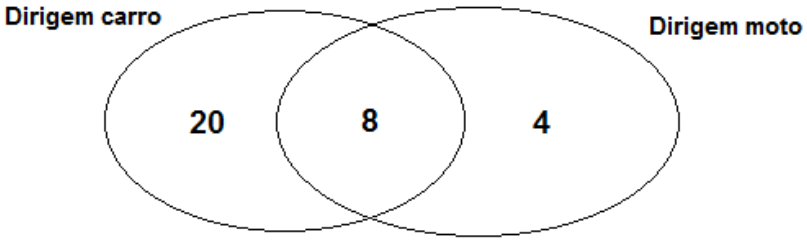


O problema falou explicitamente que 8 dirigem carro e moto. Este é o número de elementos da interseção dos dois conjuntos.



Sabemos que 28 pessoas dirigem carro e que, destes, 8 dirigem carro e moto. Concluímos que 28 – 8 = 20 pessoas dirigem apenas carro (dirigem carro e não dirigem moto).

Sabemos também que 12 pessoas dirigem moto. Como 8 pessoas dirigem carro e moto, então 12 – 8 = 4 pessoas dirigem apenas moto.



Resposta: O total de motoristas é igual a $20 + 8 + 4 = 32$. Vinte pessoas dirigem apenas carro.

Observe que neste caso o total de pessoas corresponde ao número de elementos da união dos dois conjuntos citados.

Poderíamos seguir o seguinte raciocínio:

Há 28 pessoas que dirigem carro e 12 pessoas que dirigem moto. O total de pessoas "seria" igual a $28 + 12 = 40$. O problema é que existem 8 pessoas que foram contadas duas vezes. Neste caso, as pessoas que dirigem carro e moto devem ser subtraídas deste resultado, pois elas foram contadas duas vezes. O total de pessoas é igual a $40 - 8 = 32$.

Vamos resumir a conta que fizemos para chegar neste resultado:

$32 = 28 + 12 - 8$

O "32" é o número de elementos da união $(C \cup M)$.

O "28" é o número de elementos do conjunto das pessoas que dirigem carro (C).

O "12" é o número de elementos das pessoas que dirigem moto (M).

O "8" é o número de elementos das pessoas que dirigem carro e moto $(C \cap M)$.

Designando por $n(X)$ o número de elementos do conjunto X chegamos à seguinte fórmula:

$n(C \cup M) = n(C) + n(M) - n(C \cap M)$

Esta fórmula, que fornece o número de elementos da união de dois conjuntos, é explicada através do princípio da inclusão-exclusão.

3.1. PRINCÍPIO DA INCLUSÃO-EXCLUSÃO

O Princípio da Inclusão-Exclusão é uma fórmula para calcular o número de elementos que pertencem à união de vários conjuntos.

Na sua forma mais simples, o princípio afirma que

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$n(A \cup B)$ é o número de elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos A e B.

Para contar os elementos de $A \cup B$, contamos todos os elementos de A e todos os elementos de B.

Desta forma, os elementos da interseção foram contados duas vezes, uma em A e outra em B.

Portanto, devemos descontar a segunda contagem desses elementos e obtemos a fórmula acima.

Há uma expressão parecida quando estão envolvidos três conjuntos:

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

Para facilitar a memorização, escreveremos de outra maneira:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) = {} & n(A) + n(B) + n(C) \\ & - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) \\ & + n(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

$n(A \cup B \cup C)$ é o número de elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos A, B e C.

Para contar os elementos de $A \cup B \cup C$, contamos os elementos de A, de B e de C. Desta forma, os elementos de $A \cap B$ foram contados duas vezes (uma em A e outra em B), o mesmo ocorrendo com os elementos de $A \cap C$ e $B \cap C$. Portanto, devemos descontar uma vez $n(A \cap B)$, $n(A \cap C)$ e $n(B \cap C)$.

Por fim, os elementos de $A \cap B \cap C$ foram contados três vezes (em A, em B e em C) e descontados três vezes (em $A \cap B$, em $A \cap C$ e em $B \cap C$). Contados três vezes e descontados três vezes significa que eles não foram contados. Devemos, portanto, incluí-los novamente na contagem obtendo a fórmula acima.

Para quatro conjuntos teríamos:

$$n(A \cup B \cup C \cup D) = n(A) + n(B) + n(C) + n(D)$$
$$-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(A \cap D) - n(B \cap C) - n(B \cap D) - n(C \cap D)$$
$$+n(A \cap B \cap C) + n(A \cap B \cap D) + n(A \cap C \cap D) + n(B \cap C \cap D)$$
$$-n(A \cap B \cap C \cap D)$$

Em suma, o número de elementos da união é obtido somando os números de elementos de cada conjunto, subtraindo os números de elementos das interseções dois a dois, somando os números de elementos das interseções três a três, subtraindo os números de elementos das interseções quatro a quatro, somando os números de elementos das interseções cinco a cinco e assim por diante.

4. LISTA DE QUESTÕES DE CONCURSOS ANTERIORES



1. (CESPE 2018/EMAP)

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

2. (CESPE 2018/EMAP)

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

3. (CESPE 2018/EMAP)

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

A carga de 400 contêineres continha frango congelado.

4. (CESPE 2018/IFF)

Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

5. (CESPE 2018/IFF)

Para um conjunto qualquer X, n(X) representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$n(A) = n(B) = n(C) = 50$;

$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10$;

$n(A \cap B \cap C) = 0$.

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a

A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
E) 140.

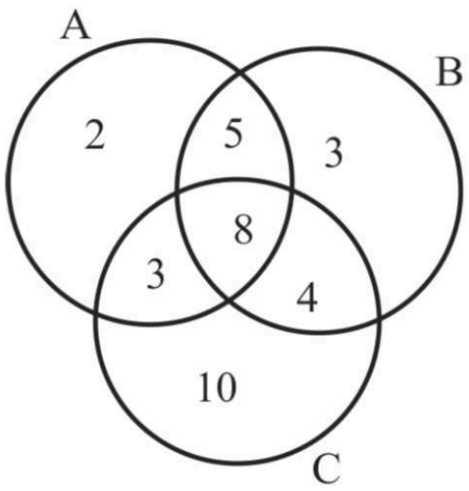
6. (CESPE 2018/EBSERH)

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto $A \cup B \cup C$, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir

Pelo menos 30 casais dessa comunidade têm 2 ou mais filhos .

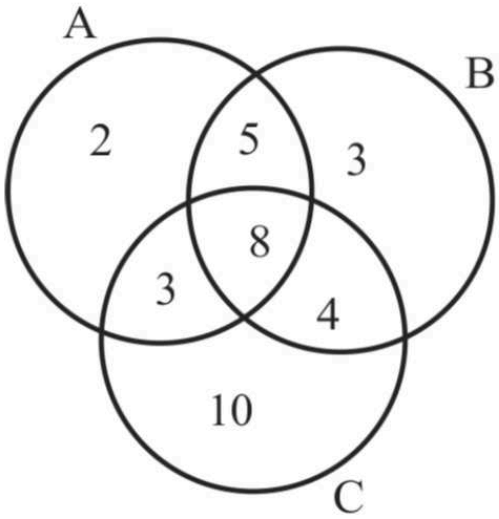
7. (CESPE 2018/EBSERH)

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto AUBUC, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

8. (CESPE 2017/ TRF - 1ª REGIÃO)

Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: “Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada.”

Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue os próximos itens.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

9. (CESPE 2015/STJ)

Determinada faculdade oferta, em todo semestre, três disciplinas optativas para alunos do quinto semestre: Inovação e Tecnologia (INT); Matemática Aplicada (MAP); Economia do Mercado Empresarial (EME). Neste semestre, dos 150 alunos que possuíam os requisitos necessários para cursar essas disciplinas, foram registradas matrículas de alunos nas seguintes quantidades:

- 70 em INT;
- 45 em MAP;
- 60 em EME;
- 25 em INT e MAP;
- 35 em INT e EME;
- 30 em MAP e EME;
- 15 nas três disciplinas.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

A quantidade de alunos que se matricularam apenas na disciplina MAP é inferior a 10.

(CESPE 2014/CADE)

Em uma escola, uma pesquisa, entre seus alunos, acerca de práticas esportivas de futebol, voleibol e natação revelou que cada um dos entrevistados pratica pelo menos um desses esportes. As quantidades de alunos entrevistados que praticam esses esportes estão mostradas na tabela abaixo.

esporte	futebol	voleibol	natação	voleibol e futebol	voleibol e natação	futebol e natação	futebol, voleibol e natação
n.º de alunos pratican-tes	505	250	80	113	17	29	9

Com base nas informações e na tabela acima, julgue os próximos itens.

10. Mais de 130 dos alunos praticam apenas 2 dessas atividades esportivas.
11. Entre os alunos, 20 praticam voleibol e natação, mas não jogam futebol.
12. Escolhendo-se um aluno ao acaso, entre os entrevistados, a probabilidade de ele praticar natação é inferior a 10%.

(MPU 2013/CESPE-UnB)

Uma pesquisa realizada com um grupo de 35 técnicos do MPU a respeito da atividade I — planejamento estratégico institucional — e da atividade II — realizar estudos, pesquisas e levantamento de dados — revelou que 29 gostam da atividade I e 28 gostam da atividade II. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

13. A quantidade máxima de técnicos desse grupo que não gosta de nenhuma das duas atividades é inferior a 7.
14. Se 4 técnicos desse grupo não gostam de nenhuma das atividades citadas, então mais de 25 técnicos gostam das duas atividades.
15. Infere-se dos dados que a quantidade mínima de técnicos desse grupo que gostam das duas atividades é superior a 20.
16. (CESPE 2012/PC-CE)

Dos 420 detentos de um presídio, verificou-se que 210 foram condenados por roubo, 140, por homicídio e 140, por outros crimes. Verificou-se, também, que alguns estavam presos por roubo e homicídio. Acerca dessa situação, julgue o item seguinte.

Menos de 60 dos detentos estavam presos por terem sido condenados por roubo e homicídio.

17. (CESPE 2013/MPU)

Em razão da limitação de recursos humanos, a direção de determinada unidade do MPU determinou ser prioridade analisar os processos em que se investiguem crimes contra a administração pública que envolvam autoridades influentes ou desvio de altos valores. A partir dessas informações, considerando P = conjunto dos processos em análise na unidade, A = processos de P que envolvem autoridades influentes, B = processos de P que envolvem desvio de altos valores, $C_P(X)$ = processos de P que não estão no conjunto X, e supondo que, dos processos de P, 2/3 são de A e 3/5 são de B, julgue o item a seguir.

O conjunto $C_P(A) \cup C_P(B)$ corresponde aos processos da unidade que não são prioritários para análise.

18. (CESPE 2012/Polícia Federal)

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Dez denúncias foram classificadas apenas como crime de tráfico de pessoas.

19. (CESPE 2012/Polícia Federal)

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item

subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Os crimes de tráfico de pessoas foram mais denunciados que os de pornografia infantil.

20. (CESPE 2013/CNJ)

Em uma sala, cinco computadores para uso público (A, B, C, D e E) estão ligados em uma rede. Devido a problemas com os softwares de proteção da rede, o computador A está infectado com algum vírus; consequentemente, o computador B ou o computador C está infectado com o mesmo vírus. Se o computador C estiver infectado, então os computadores D e E também estarão infectados com o mesmo vírus. Cada computador pode ser infectado isoladamente e todas as manhãs, antes de serem disponibilizados para a utilização pública, os cinco computadores são submetidos a software antivírus que os limpa de qualquer infecção por vírus.

Considerando a situação hipotética acima e desconsiderando questões técnicas relativas à proteção e segurança de redes, julgue o item a seguir.

Se, em determinado dia: 50% das pessoas que utilizarem o computador A também utilizarem o computador B; o computador A for utilizado por 12 usuários a mais que o computador B; e a soma de usuários de A ou B totalizar 84 usuários, então, nesse dia, o computador B será utilizado por mais de 50 usuários.

21. (CESPE 2014/TJ-SE)

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Marcos, Carlos, Pedro e Henrique têm em comum menos de 40 amigos na rede social X.

22. (CESPE 2014/TJ-SE)

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

As informações apresentadas permitem concluir que Marcos possui mais de 100 amigos na rede social X.

23. (CESPE 2015/TRE-MT)

Um grupo de 300 soldados deve ser vacinado contra febre amarela e malária. Sabendo-se que a quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de febre amarela é o triplo da quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de malária, que 45 soldados já haviam recebido as duas vacinas e que apenas 25 não haviam recebido nenhuma delas, é correto afirmar que a quantidade de soldados que já haviam recebido apenas a vacina de malária é

a) inferior a 10.

b) superior a 10 e inferior a 20.

c) superior a 20 e inferior a 30.

d) superior a 30 e inferior a 40.

e) superior a 40.

24. (CESPE 2016/INSS)

Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:

A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e

B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).

Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante).

A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não-fumantes).

Com base nessas informações, julgue o item subsecutivo.

Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

(DPU 2016/CESPE-UnB)

Em uma festa com 15 convidados, foram servidos 30 bombons: 10 de morango, 10 de cereja e 10 de pistache. Ao final da festa, não sobrou nenhum bombom e

- quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache;
- quem comeu dois ou mais bombons de pistache comeu também bombom de cereja;
- quem comeu bombom de cereja não comeu de morango.

Com base nessa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

25. É possível que um mesmo convidado tenha comido todos os 10 bombons de pistache.

26. Quem comeu bombom de morango comeu somente um bombom de pistache.

27. (CESPE 2014/ANTAQ)

Uma pesquisa sobre o objeto de atividade de 600 empresas apresentou o seguinte resultado:

- **5/6** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de cargas;
- **1/3** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de passageiros;
- 50 dessas empresas não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros;

Com base nessa situação hipotética e sabendo-se que as 600 empresas pesquisadas se enquadram em, pelo menos, uma das 3 opções acima, julgue o item a seguir.

O número de empresas que atuam somente no mercado de transporte fluvial de passageiros é superior ao número de empresas que não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros.

(CESPE 2014/SUFRAMA)

Para o conjunto Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, se A for um subconjunto de Ω, indique por S(A) a soma dos elementos de A e considere S(Ø) = 0. Nesse sentido, julgue os itens a seguir.

28. Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que A ⊂B, então 0 ≤ S(A) ≤ S(B) ≤ 55.

29. Se A⊂Ω , e se Ω\A é o complementar de A em Ω , então S(Ω\A) = S(Ω) – S(A).

30. (CESPE 2014/Polícia Federal)

A partir de uma amostra de 1.200 candidatos a cargos em determinado concurso, verificou-se que 600 deles se inscreveram para o cargo A, 400 se inscreveram para o cargo B e 400, para cargos distintos de A e de B. Alguns que se inscreveram para o cargo A também se inscreveram para o cargo B.

A respeito dessa situação hipotética, julgue o item subsecutivo.

Menos de 180 candidatos se inscreveram no concurso para os cargos A e B.

(CESPE 2013/PC-DF)

O Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) divulgou, em 2013, dados a respeito da violência contra a mulher no país. Com base em dados do Sistema de Informações sobre Mortalidade, do Ministério da Saúde, o instituto apresentou uma estimativa de mulheres mortas em razão de violência doméstica.

Alguns dos dados apresentados nesse estudo são os seguintes:

- mais da metade das vítimas eram mulheres jovens, ou seja, mulheres com idade entre 20 e 39 anos: 31% estavam na faixa etária de 20 a 29 anos e 23% na faixa etária de 30 a 39 anos;

- 61% das vítimas eram mulheres negras;

- grande parte das vítimas tinha baixa escolaridade: 48% cursaram até o 8.º ano.

Com base nessas informações e considerando que V seja o conjunto formado por todas as mulheres incluídas no estudo do IPEA; A ⊂ V, o conjunto das vitimas jovens; B ⊂ V, o conjunto das vitimas negras; e C ⊂ V, o conjunto das vítimas de baixa escolaridade — vítimas que cursaram até o 8.º ano —, julgue os itens que se seguem.

31. Se V\C for o conjunto complementar de C em V, então (V\C) ∩ A será um conjunto não vazio.
32. Se 15% das vítimas forem mulheres negras e com baixa escolaridade, então V = B ∪ C.
33. Se V\A for o conjunto complementar de A em V, então 46% das vítimas pertencerão a V\A.

(CESPE 2013/FUB)

Considere os seguintes conjuntos: X = estudantes da UnB; A = estudantes da UnB que tendem a ser mais ousados; B = estudantes da UnB que consideram o erro como uma etapa da aprendizagem; D = estudantes da UnB que desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade. Nessa situação, se Y⊂X, indique por $C_X(Y)$ o complemento de Y em X. Com relação a esses conjuntos, julgue os itens a seguir.

34. Se A⊂B, então todo estudante da UnB que tende a ser mais ousado considera o erro como uma etapa da aprendizagem.
35. O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição "Se os estudantes consideram o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade" seja verdadeira é igual a $D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)]$.
36. O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição "Os estudantes tendem a ser mais ousados e consideram o erro como uma etapa da aprendizagem" seja falsa é igual a $C_X(A) \cap C_X(B)$.

(CESPE 2013/TCE-RO)

A respeito das auditorias realizadas pelos auditores A1, A2 e A3 de um tribunal de contas, concluiu-se que:

- A1 realizou 70 auditorias;
- A3 realizou 75 auditorias;
- A1 e A3 realizaram, juntos, 55 auditorias;
- A2 e A3 realizaram, juntos, 30 auditorias;
- A1 e A2 realizaram, juntos, 20 auditorias;
- das auditorias que não foram realizadas por A1, somente 18 foram realizadas por A2;

- A1, A2 e A3 realizaram, juntos, 15 auditorias.

Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

37. Mais de 100 auditorias foram realizadas.
38. 20 auditorias foram realizadas apenas por A1.
39. 5 auditorias foram realizadas apenas por A3.
40. 23 auditorias não foram realizadas por A1.
41. (CESPE 2013/MPOG)

Uma entrevista foi realizada com 46 empregados de uma empresa, entre os quais 24 eram do sexo masculino e 22, do feminino. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

Considerando que os empregados entrevistados dessa empresa pratiquem tênis ou ciclismo e que, na entrevista, tenha sido constatado que 30 funcionários gostam de praticar tênis e 28 gostam de ciclismo, é correto afirmar que a quantidade de empregados dessa empresa que gostam de praticar tênis e ciclismo é maior que 10.

42. (CESPE 2016/INSS)

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, B ⊂ C, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

43. (CESPE 2010/PC-ES)

Considere que os conjuntos A, B e C tenham o mesmo número de elementos, que A e B sejam disjuntos, que a união dos três possuía 150 elementos e que a interseção entre B e C possuía o dobro de elementos da interseção entre A e C. Nesse caso, se a interseção entre B e C possui 20 elementos, então B tem menos de 60 elementos.

5. GABARITOS

GABARITO

01. Errado
02. Certo
03. Certo
04. D
05. C
06. Certo
07. Errado
08. Errado
09. Certo
10. Certo
11. Errado
12. Errado
13. Certo
14. Certo
15. Certo
16. Errado
17. Errado
18. Certo
19. Errado
20. Certo
21. Certo
22. Errado
23. D
24. Certo
25. Errado
26. Certo
27. Errado
28. Certo
29. Certo
30. Errado
31. Certo
32. Errado
33. Certo
34. Certo
35. Certo
36. Errado
37. Errado

38. Errado
39. Certo
40. Certo
41. Certo
42. Errado
43. Errado

6. LISTA DE QUESTÕES DE CONCURSOS ANTERIORES COM COMENTÁRIOS

1. (CESPE 2018/EMAP)

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

Resolução

Sabemos que 450 contêineres foram carregados com carne suína; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína e nenhum contêiner foi carregado com os três produtos.

Assim, a quantidade de contêineres carregados apenas com carne suína é igual a 450 – 150 – 100 = 200.

Gabarito: Errado

---

2. (CESPE 2018/EMAP)

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

Resolução

Sabemos que 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina e nenhum contêiner foi carregado com os 3 produtos.

Assim, a quantidade de contêineres carregados apenas com carne bovina é igual a 300 – 100 – 150 = 50.

Gabarito: Certo

---

3. (CESPE 2018/EMAP)

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Nessa situação hipotética,

A carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Resolução

Vamos utilizar a fórmula da união de três conjuntos.

$$n(F \cup S \cup B) = n(F) + n(S) + n(B) - n(F \cap S) - n(F \cap B) - n(S \cap B) + n(F \cap S \cap B)$$

$$800 = n(F) + 450 + 300 - 100 - 100 - 150 + 0$$

$$800 = n(F) + 400$$

$$n(F) = 400$$

Gabarito: Certo

---

4. (CESPE 2018/IFF)

Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.

D) 240.
E) 370.

Resolução

A quantidade de estudantes que gostam de cinema ou teatro é 600 – 50 = 550. Vamos aplicar a fórmula da união de dois conjuntos.

$n(T \cup C) = n(T) + n(C) - n(T \cap C)$

$550 = 370 + 420 - n(T \cap C)$

$n(T \cap C) = 240$

Gabarito: D

---

5. (CESPE 2018/IFF)

Para um conjunto qualquer X, n(X) representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

n(A) = n(B) = n(C) = 50;

n(A∩B) = n(A∩C) = n(B∩C) = 10;

n(A∩B∩C) = 0.

Nessa situação, n(A∪B∪C) é igual a

A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
E) 140.

Resolução

Vamos aplicar a fórmula da união de 3 conjuntos.

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$

$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0 = 120$

Gabarito: C

---

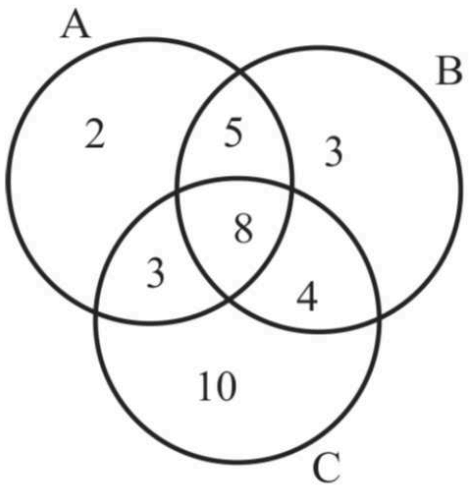
6. (CESPE 2018/EBSERH)

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto AUBUC, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir

Pelo menos 30 casais dessa comunidade têm 2 ou mais filhos .

Resolução

Todos os elementos do conjunto C possuem 4 filhos ou mais. O enunciado informou que são 25 pessoas com 4 filhos ou mais.

Sabemos que B é o conjunto dos casais que possuem pelo menos um filho com menos de 10 anos. Sabemos ainda que C é o conjunto dos casais que possuem pelo menos um filho com mais de 20 anos.

O diagrama nos mostra que 5 famílias pertencem apenas aos conjuntos A e B, ou seja, possuem menos de 4 filhos (não pertencem ao conjunto C) e possuem 2 filhos ou mais (pelo menos um com menos de 10 anos e pelo menos um com mais de 20 anos).

Assim, pelo menos 25 + 5 = 30 famílias possuem 2 filhos ou mais.

Gabarito: Certo

---

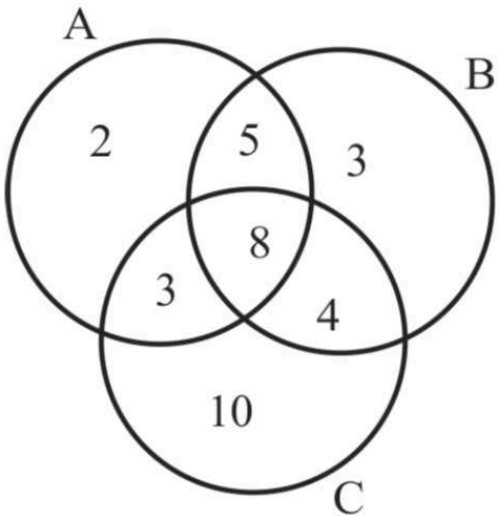
7. (CESPE 2018/EBSERH)

Uma pesquisa revelou características da população de uma pequena comunidade composta apenas por casais e seus filhos. Todos os casais dessa comunidade são elementos do conjunto AUBUC, em que

A = {casais com pelo menos um filho com mais de 20 anos de idade};
B = {casais com pelo menos um filho com menos de 10 anos de idade};

C = {casais com pelo menos 4 filhos}

Considerando que n(P) indique a quantidade de elementos de um conjunto P, suponha que n(A) = 18; n(B) = 20; n(C) = 25; n(A∩B) = 13; n(A∩C) = 11; n(B∩C) = 12 e n(A∩B∩C) = 8. O diagrama a seguir mostra essas quantidades de elementos.



Com base nas informações e no diagrama precedentes, julgue os itens a seguir.

A referida comunidade é formada por menos de 180 pessoas.

Resolução

Há 2 casais que pertencem apenas ao conjunto A (possuem pelo menos um filho). Assim, temos 2 famílias com pelos menos 3 pessoas (casal + 1 filho), ou seja, já contamos pelo menos 2 x 3 = 6 pessoas.

Há 5 casais que pertencem apenas aos conjuntos A e B. Cada uma dessas famílias possui pelo menos 2 filhos (um com menos de 10 anos e outro com mais de 20 anos). Assim, temos 5 famílias com pelo menos 4 pessoas (casal + 2 filhos), ou seja, contamos pelo menos 5 x 4 = 20 pessoas.

Há 3 casais que pertencem apenas ao conjunto B (possuem pelo menos um filho). Assim, temos 3 famílias com pelo menos 3 pessoas (casal + 1 filho), totalizando 3 x 3 = 9 pessoas.

O conjunto C possui 25 casais com pelo menos 4 filhos. Assim, são 25 famílias com pelos menos 6 pessoas (casal + 4 filhos), totalizando 6 x 25 = 150 pessoas.

Portanto, temos pelo menos 6 + 20 + 9 + 150 = 185 pessoas.

Gabarito: Errado

---

8. (CESPE 2017/ TRF - 1ª REGIÃO)

Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: “Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada.”

Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue os próximos itens.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

Resolução

O conjunto A possui 6 elementos, já que 6 pessoas votaram a favor.

O conjunto B possui 5 elementos, já que 5 votaram contra.

A interseção entre A e B é o conjunto vazio, já que ninguém pode votar a favor e contra simultaneamente.

Como não há elementos em comum, então o conjunto diferença $A \backslash B = A - B$ é o próprio conjunto A.

Lembre-se: O conjunto A – B é formado pelos elementos de A que não pertencem a B. Como nenhum elemento de A pertence a B, então A – B = A.

Portanto, o conjunto diferença possui 6 elementos.

Gabarito: Errado

---

9. (CESPE 2015/STJ)

Determinada faculdade oferta, em todo semestre, três disciplinas optativas para alunos do quinto semestre: Inovação e Tecnologia (INT); Matemática Aplicada (MAP); Economia do Mercado Empresarial (EME). Neste semestre, dos 150 alunos que possuíam os requisitos necessários para cursar essas disciplinas, foram registradas matrículas de alunos nas seguintes quantidades:

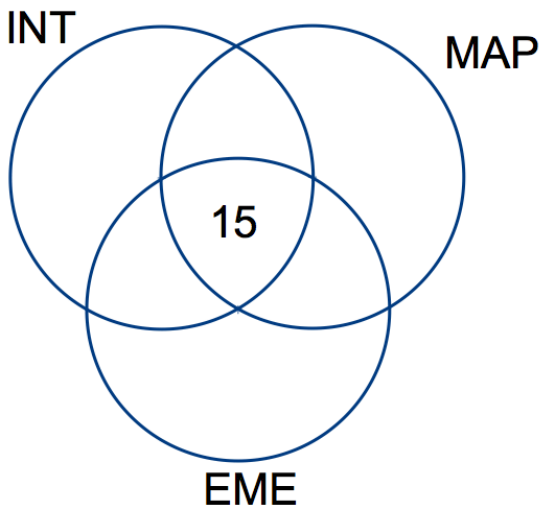
- 70 em INT;
- 45 em MAP;
- 60 em EME;
- 25 em INT e MAP;
- 35 em INT e EME;
- 30 em MAP e EME;
- 15 nas três disciplinas.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

A quantidade de alunos que se matricularam apenas na disciplina MAP é inferior a 10.

Resolução

Vamos começar desenhando o diagrama e já colocando 15 na interseção dos 3 conjuntos.



Vamos agora para a interseção dos conjuntos dois a dois.

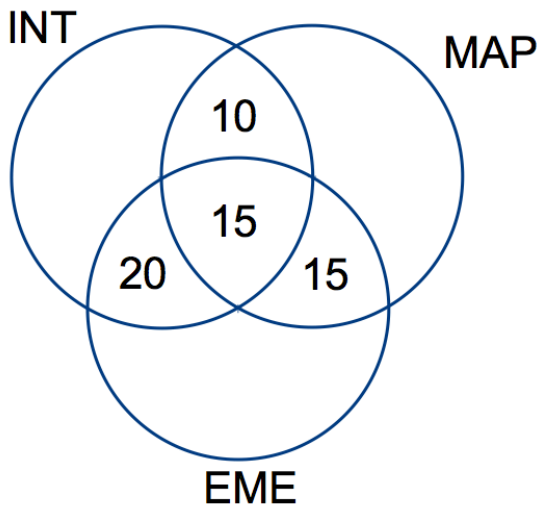
- 25 em INT e MAP;
- 35 em INT e EME;
- 30 em MAP e EME;

Como já temos 15 na interseção dos três conjuntos, colocarei os seguintes números:

25 – 15 = 10 para apenas INT e MAP

35 – 15 = 20 para apenas INT e EME

30 – 15 = 15 para apenas MAP e EME

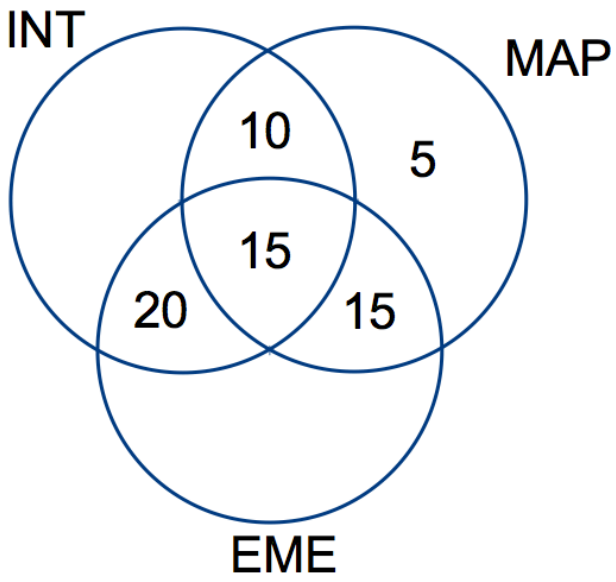


O problema pergunta quantos estão matriculados apenas em MAP.

Ao todo, há 45 alunos matriculados em MAP.

Observe os números preenchidos no conjunto MAP: 10 + 15 + 15 = 40.

Como o total é 45, ainda precisamos preencher 5 alunos.



Cinco alunos estão matriculados apenas em MAP.

Gabarito: Certo.

(CESPE 2014/CADE)

Em uma escola, uma pesquisa, entre seus alunos, acerca de práticas esportivas de futebol, voleibol e natação revelou que cada um dos entrevistados pratica pelo menos um desses esportes. As quantidades de alunos entrevistados que praticam esses esportes estão mostradas na tabela abaixo.

esporte	futebol	voleibol	natação	voleibol e futebol	voleibol e natação	futebol e natação	futebol, voleibol e natação
n.º de alunos pratican-tes	505	250	80	113	17	29	9

Com base nas informações e na tabela acima, julgue os próximos itens.

10. Mais de 130 dos alunos praticam apenas 2 dessas atividades esportivas.
11. Entre os alunos, 20 praticam voleibol e natação, mas não jogam futebol.
12. Escolhendo-se um aluno ao acaso, entre os entrevistados, a probabilidade de ele praticar natação é inferior a 10%.

Resolução

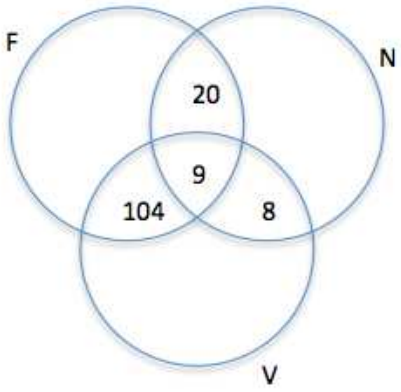
Neste tipo de questão, sempre começamos pela interseção dos 3 conjuntos (9 pessoas). Depois vamos analisar as interseções de 2 em 2.

São 113 pessoas que praticam voleibol e futebol. Como 9 praticam os 3 esportes, concluímos que 113 – 9 = 104 praticam apenas voleibol e futebol.

17 pessoas praticam voleibol e natação. Como 9 praticam os 3 esportes, concluímos que 17 – 9 = 8 praticam apenas voleibol e natação.

29 pessoas praticam futebol e natação. Como 9 praticam os 3 esportes, concluímos que 29 – 9 = 20 pessoas praticam apenas futebol e natação.

Até agora o nosso diagrama fica assim:

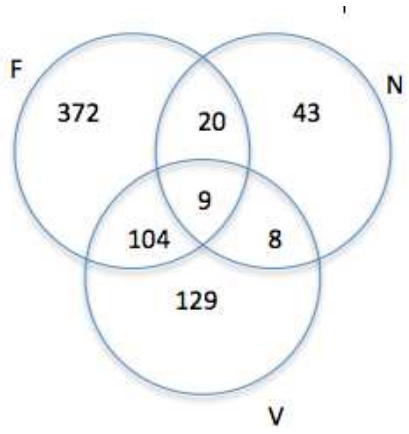


Ao todo, 505 pessoas praticam futebol. Tirando as 104 + 9 + 20 = 133 que já estão no diagrama, sobram 372 que praticam apenas futebol.

Ao todo, 250 pessoas praticam voleibol. Tirando as 104 + 9 + 8 = 121 que já estão no diagrama, sobram 129 que praticam apenas voleibol.

Ao todo, 80 pessoas praticam natação. Tirando as 20 + 9 + 8 = 37 que já estão no diagrama, sobram 43 que praticam apenas natação.

Vamos agora preencher estes dados no diagrama.



E agora vamos analisar os itens.

Item I. Mais de 130 dos alunos praticam apenas 2 dessas atividades esportivas.

Resolução

A quantidade de pessoas que praticam apenas 2 atividades é 104 + 20 + 8 = 132.

Gabarito: Certo

Item II. Entre os alunos, 20 praticam voleibol e natação, mas não jogam futebol.

Resolução

Pelo diagrama, a quantidade de alunos que praticam voleibol e natação, mas não praticam futebol é igual a 8.

Gabarito: Errado

Item III. Escolhendo-se um aluno ao acaso, entre os entrevistados, a probabilidade de ele praticar natação é inferior a 10%.

Resolução

Para calcular o total de alunos, basta somar todos os números do diagrama. Desta maneira, o total de alunos é 685. Sabemos que 80 alunos praticam natação. A probabilidade pedida é 80/685 = 0,1167... = 11,67%.

Gabarito: Errado

(MPU 2013/CESPE-UnB)

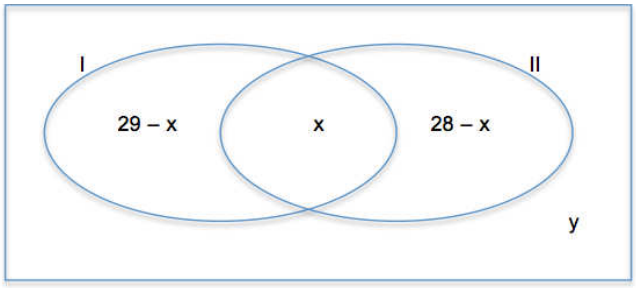
Uma pesquisa realizada com um grupo de 35 técnicos do MPU a respeito da atividade I — planejamento estratégico institucional — e da atividade II — realizar estudos, pesquisas e levantamento de dados — revelou que 29 gostam da atividade I e 28 gostam da atividade II. Com base nessas informações, julgue os itens que se seguem.

13. A quantidade máxima de técnicos desse grupo que não gosta de nenhuma das duas atividades é inferior a 7.
14. Se 4 técnicos desse grupo não gostam de nenhuma das atividades citadas, então mais de 25 técnicos gostam das duas atividades.
15. Infere-se dos dados que a quantidade mínima de técnicos desse grupo que gostam das duas atividades é superior a 20.

Resolução

Vamos considerar que x pessoas gostam das duas

atividades e que y pessoas não gostam dessas atividades (nenhuma das duas). Nosso diagrama ficará assim:



O total de pessoas é 35, portanto:

$$29 - x + x + 28 - x + y = 35$$

$$57 - x + y = 35$$

$$-x + y = -22$$

Multiplicando esta equação por (-1), temos:

$$x - y = 22$$

Observe ainda que 29 – x e 28 – x não podem ser números negativos.

$$29 - x \geq 0 \quad e \quad 28 - x \geq 0$$

$$x \leq 29 \quad e \quad x \leq 28$$

Para que esta proposição seja verdadeira, os dois componentes devem ser simultaneamente verdadeiros. Para que isso ocorra, devemos ter $x \leq 28$.

Vamos agora analisar os itens:

Item I. A quantidade máxima de técnicos desse grupo que não gosta de nenhuma das duas atividades é inferior a 7.

Resolução

Sabemos que $x \leq 28$.

Vamos subtrair y nos dois membros.

$$x - y \leq 28 - y$$

Como x – y = 22, ficamos com:

$$22 \leq 28 - y$$

$y \leq 6$

Concluímos que a quantidade máxima de y é 6 e, portanto, é inferior a 7.

Gabarito: Certo

Item II. Se 4 técnicos desse grupo não gostam de nenhuma das atividades citadas, então mais de 25 técnicos gostam das duas atividades.

Resolução

Sabemos que $x - y = 22$. Queremos colocar y = 4.

$x - 4 = 22$

$x = 26$

Gabarito: Certo

Item III. Infere-se dos dados que a quantidade mínima de técnicos desse grupo que gostam das duas atividades é superior a 20.

Resolução

Sabemos que $x - y = 22$, ou seja, $x = y + 22$.

Assim, se aumentarmos o valor de y, aumentaremos também o valor de x. Como queremos o valor mínimo de x, deveremos colocar o menor valor possível para y. O menor valor para y é 0, de onde tiramos que x será:

$x = 0 + 22 = 22$

Gabarito: Certo

---

16. (CESPE 2012/PC-CE)

Dos 420 detentos de um presídio, verificou-se que 210 foram condenados por roubo, 140, por homicídio e 140, por outros crimes. Verificou-se, também, que alguns estavam presos por roubo e homicídio. Acerca dessa situação, julgue o item seguinte.

Menos de 60 dos detentos estavam presos por terem sido condenados por roubo e homicídio.

Resolução

Dos 420 detentos, 140 não cometeram roubo ou homicídio. Assim, sendo R o conjunto dos detentos que cometeram roubo e H o conjunto dos detentos que cometeram homicídio, temos que $n(R \cup H) = 420 - 140 = 280$.

Vamos aplicar a fórmula do Princípio da Inclusão-Exclusão.

$n(R \cup H) = n(R) + n(H) - n(R \cap H)$

$280 = 210 + 140 - n(R \cap H)$

$n(R \cap H) = 70$

Gabarito: Errado.

---

17. (CESPE 2013/MPU)

Em razão da limitação de recursos humanos, a direção de determinada unidade do MPU determinou ser prioridade analisar os processos em que se investiguem crimes contra a administração pública que envolvam autoridades influentes ou desvio de altos valores. A partir dessas informações, considerando P = conjunto dos processos em análise na unidade, A = processos de P que envolvem autoridades influentes, B = processos de P que envolvem desvio de altos valores, $C_P(X)$ = processos de P que não estão no conjunto X, e supondo que, dos processos de P, 2/3 são de A e 3/5 são de B, julgue o item a seguir.

O conjunto $C_P(A) \cup C_P(B)$ corresponde aos processos da unidade que não são prioritários para análise.

Resolução

O conjunto $C_P(X)$ é, na verdade, o complementar de X em relação a P.

Para que um processo da unidade seja prioritário, ele tem que ser elemento de A ou B.

Em outra palavras, um processo da unidade é prioritário se ele é elemento de $A \cup B$.

O problema está interessado nos processos da unidade que não são prioritários para análise. Assim, estamos interessados no complementar de $A \cup B$.

Vamos utilizar a Lei de DeMorgan.

$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

Utilizando a simbologia dada no enunciado: $C_P(A) \cap C_P(B)$.

O correto seria utilizar interseção no lugar de união.

Gabarito: errado.

---

18. (CESPE 2012/Polícia Federal)

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

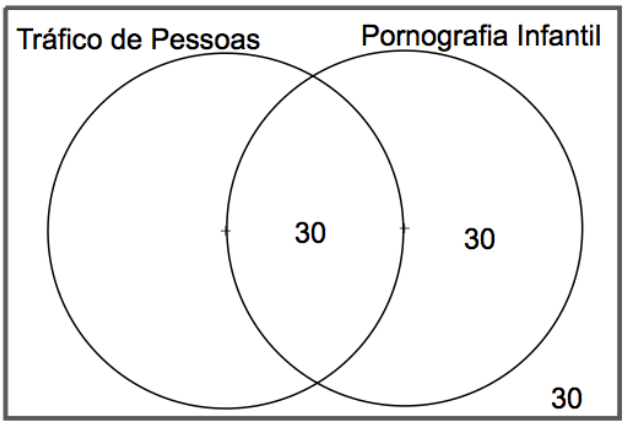
Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Dez denúncias foram classificadas apenas como crime de tráfico de pessoas.

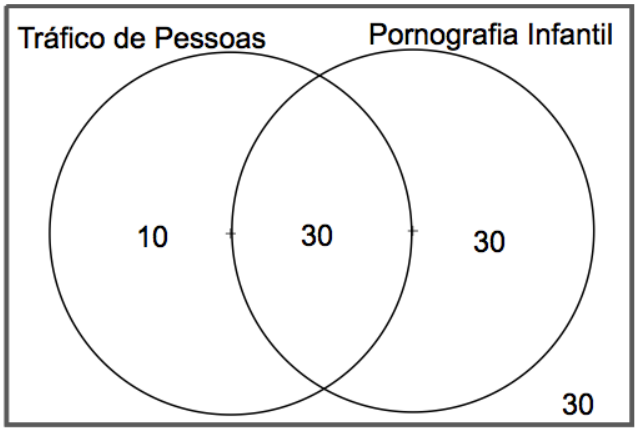
Resolução

Vamos construir um diagrama para alocar os números mencionados no enunciado.

Há 30 pessoas na interseção. Além disso, 30 não se enquadravam em nenhum dos dois crimes. Temos ainda um total de 60 pessoas que pertencem ao conjunto de Pornografia Infantil.



Como o total de pessoas é 100 e 90 já estão alocadas, precisamos de 10 pessoas para alocar na parte do diagrama que pertencem apenas ao conjunto das pessoas referentes ao tráfico de pessoas.



Gabarito: Certo

---

19. (CESPE 2012/Polícia Federal)

Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas − aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual − e a pornografia infantil − envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais.

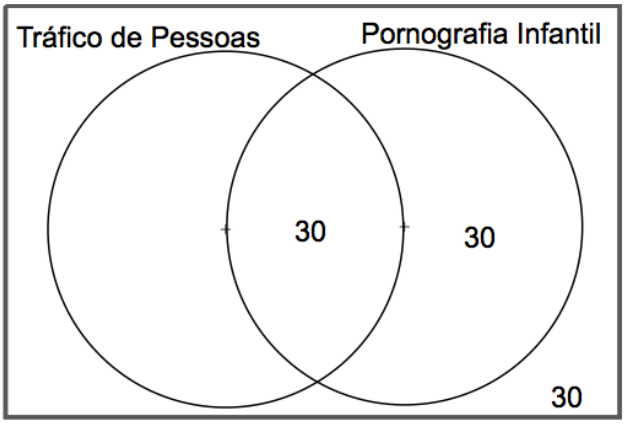
Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.

Os crimes de tráfico de pessoas foram mais denunciados que os de pornografia infantil.

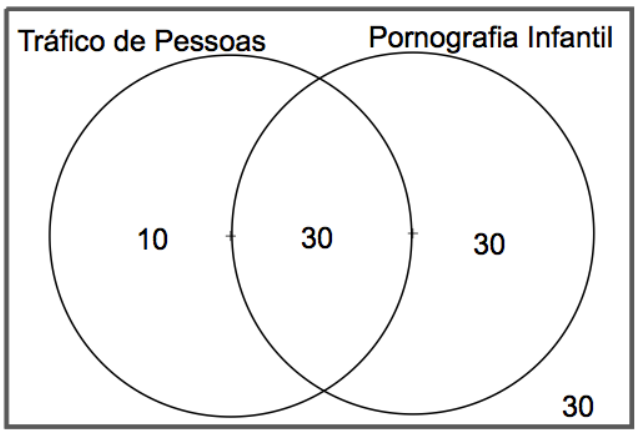
Resolução

Vamos construir um diagrama para alocar os números mencionados no enunciado.

Há 30 pessoas na interseção. Além disso, 30 não se enquadravam em nenhum dos dois crimes. Temos ainda um total de 60 pessoas que pertencem ao conjunto de Pornografia Infantil.



Como o total de pessoas é 100 e 90 já estão alocadas, precisamos de 10 pessoas para alocar na parte do diagrama que pertencem apenas ao conjunto das pessoas referentes ao tráfico de pessoas.



São 40 pessoas no conjunto do tráfico de pessoas e 60 pessoas no conjunto da pornografia infantil.

Gabarito: Errado

---

20. (CESPE 2013/CNJ)

Em uma sala, cinco computadores para uso público (A, B, C, D e E) estão ligados em uma rede. Devido a problemas com os softwares de proteção da rede, o computador A está infectado com algum vírus; consequentemente, o computador B ou o computador C está infectado com o mesmo vírus. Se o computador C estiver infectado, então os computadores D e E também estarão infectados com o mesmo vírus. Cada computador pode ser infectado isoladamente e todas as manhãs, antes de serem disponibilizados para a utilização pública, os cinco computadores são submetidos a software antivírus que os limpa de qualquer infecção por vírus.

Considerando a situação hipotética acima e desconsiderando questões técnicas relativas à proteção e segurança de redes, julgue o item a seguir.

Se, em determinado dia: 50% das pessoas que utilizarem o computador A também utilizarem o computador B; o computador A for utilizado por 12 usuários a mais que o computador B; e a soma de usuários de A ou B totalizar 84 usuários, então, nesse dia, o computador B será utilizado por mais de 50 usuários.

Resolução

O enunciado afirma que 50% das pessoas que utilizam A também utilizaram B. Assim, o número de elementos na interseção entre A e B corresponde à metade da quantidade de elementos de A.

$n(A \cap B) = 0{,}5 \cdot n(A)$

Sabemos ainda que o computador A foi usado por 12 pessoas a mais que o computador B, ou seja, n(A) = n(B) + 12.

Vamos agora utilizar a fórmula da união.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$84 = n(B) + 12 + n(B) - 0{,}5n(A)$

$84 = n(B) + 12 + n(B) - 0{,}5(n(B) + 12)$

$84 = 1{,}5n(B) + 6$

$n(B) = 52$

Gabarito: Certo.

---

21. (CESPE 2014/TJ-SE)

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

Marcos, Carlos, Pedro e Henrique têm em comum menos de 40 amigos na rede social X.

Resolução

Marcos e Carlos possuem 37 amigos em comum. Assim, a quantidade de amigos comuns a Marcos, Carlos, Pedro e Henrique será no máximo igual a 37. Como 37 é menor que 40, o item está certo.

Gabarito: Certo

---

22. (CESPE 2014/TJ-SE)

Ao consultar alguns perfis na rede social X, Marcos percebeu que tinha, com Carlos, 37 amigos em comum, com Pedro, 51 amigos em comum, e com Henrique, 45 amigos em comum.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

As informações apresentadas permitem concluir que Marcos possui mais de 100 amigos na rede social X.

Resolução

A única coisa que se pode garantir a partir do enunciado é que Marcos tem pelo menos 51 amigos. Não podemos garantir que ele possui mais de 100 amigos.

Gabarito: Errado.

---

23. (CESPE 2015/TRE-MT)

Um grupo de 300 soldados deve ser vacinado contra febre amarela e malária. Sabendo-se que a quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de febre amarela é o triplo da quantidade de soldados que receberam previamente a vacina de malária, que 45 soldados já haviam recebido as duas vacinas e que apenas 25 não haviam recebido nenhuma delas, é correto afirmar que a quantidade de soldados que já haviam recebido apenas a vacina de malária é

a) inferior a 10.

b) superior a 10 e inferior a 20.

c) superior a 20 e inferior a 30.

d) superior a 30 e inferior a 40.

e) superior a 40.

Resolução

São 300 soldados e 25 não haviam recebido vacina alguma. Assim, 300 – 25 = 275 receberam a vacina de malária ou de febre amarela.

Digamos que x pessoas receberam a vacina de malária. Assim, n(M) = x.

Sabemos que a quantidade de pessoas que receberam vacina de febre amarela é o triplo de x: n(F) = 3x.

Vamos aplicar a fórmula da união.

$$n(M \cup F) = n(M) + n(F) - n(M \cap F)$$

$$275 = x + 3x - 45$$

$$4x = 320$$

$$x = 80$$

Desses 80, 45 também receberam a vacina de febre amarela. Assim, a quantidade de soldados que recebeu apenas a vacina de malária é igual a 80 - 45 = 35.

Gabarito: D

---

24. (CESPE 2016/INSS)

Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:

A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e

B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).

Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante).

A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não-fumantes).

Com base nessas informações, julgue o item subsecutivo.

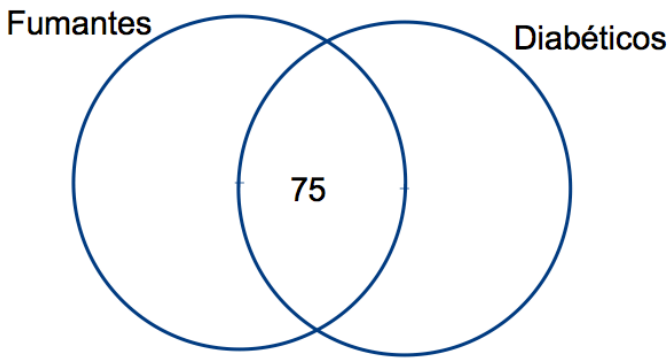
Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

Resolução

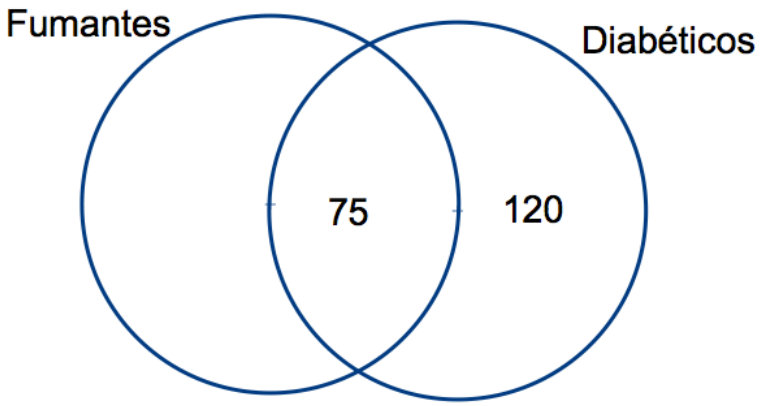
O total de pessoas no grupo A é igual a 400. 280 são fumantes e 195 são diabéticas.

Somando fumantes e diabéticos temos 280 + 195 = 475 pessoas. Como o total de pessoas no grupo A é igual a 400, concluímos que 75 pessoas pertencem à interseção dos diabéticos e fumantes.

Ficamos com o seguinte diagrama.



São 195 diabéticos. Dos 195 sabemos que 75 são fumantes. Portanto, a quantidade de diabéticos não fumantes é igual a 195 – 75 = 120.



Gabarito: Certo

(DPU 2016/CESPE-UnB)

Em uma festa com 15 convidados, foram servidos 30 bombons: 10 de morango, 10 de cereja e 10 de pistache. Ao final da festa, não sobrou nenhum bombom e

- quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache;
- quem comeu dois ou mais bombons de pistache comeu também bombom de cereja;
- quem comeu bombom de cereja não comeu de morango.

Com base nessa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

25. É possível que um mesmo convidado tenha comido todos os 10 bombons de pistache.
26. Quem comeu bombom de morango comeu somente um bombom de pistache.

Resolução

Item I. Vamos considerar 3 conjuntos:

- o conjunto M das pessoas que comeram bombom de morango.

- o conjunto C das pessoas que comeram bombom de cereja.

- o conjunto P das pessoas que comeram bombom de pistache.

O enunciado afirma que não sobrou bombom algum. Desta forma, os conjuntos M, C e P são conjuntos não-vazios.

A primeira informação afirma que quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache, ou seja, toda pessoa que comeu bombom de morango também comeu bombom de pistache. Na linguagem de conjuntos, podemos dizer que o conjunto M é subconjunto do conjunto P: $M \subset P$.

Queremos julgar se é possível ou não que um mesmo convidado tenha comido todos os 10 bombons de pistache. Ora, se esta afirmação é verdadeira, então o conjunto P é unitário, porque uma pessoa só comeu todos os bombons de Pistache.

Digamos que Guilherme tenha sido o convidado que comeu todos os bombons de pistache. Desta maneira, P = {Guilherme}.

Entretanto, sabemos que $M \subset P$, ou seja, TODO elemento de M é também elemento de P. Assim, se M possui algum elemento, então este elemento é Guilherme. Como o conjunto M não é vazio, então M = P = {Guilherme}.

Desta forma, se um convidado comeu todos os 10 bombons de pistache, obrigatoriamente ele comeu também todos os 10 bombons de morango.

Ademais, como Guilherme comeu mais de dois bombons de pistache, pela segunda informação, ele também comeu bombom de cereja.

Chegamos a um absurdo, pois Guilherme comeu todos os bombons de morango, todos os bombons de pistache e ainda comeu bombom de cereja (quem comeu bombom de cereja não comeu bombom de morango).

Desta forma, a nossa hipótese inicial de que é possível uma pessoa ter comido os 10 bombons de pistache nos levou a uma situação absurda.

Gabarito: errado.

Item II. Se uma pessoa que comeu bombom de morango comer mais de um bombom de pistache (dois ou mais bombons de pistache), então esta pessoa obrigatoriamente terá comido bombom de cereja (segunda informação).

Isto é um absurdo, pois quem comeu bombom de cereja não comeu bombom de morango (terceira informação).

Gabarito: Certo

---

27. (CESPE 2014/ANTAQ)

Uma pesquisa sobre o objeto de atividade de 600 empresas apresentou o seguinte resultado:

• **5/6** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de cargas;

• **1/3** dessas empresas atuam no mercado de transporte fluvial de passageiros;

• 50 dessas empresas não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros;

Com base nessa situação hipotética e sabendo-se que as 600 empresas pesquisadas se enquadram em, pelo menos, uma das 3 opções acima, julgue o item a seguir.

O número de empresas que atuam somente no mercado de transporte fluvial de passageiros é superior ao número de empresas que não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros.

Resolução

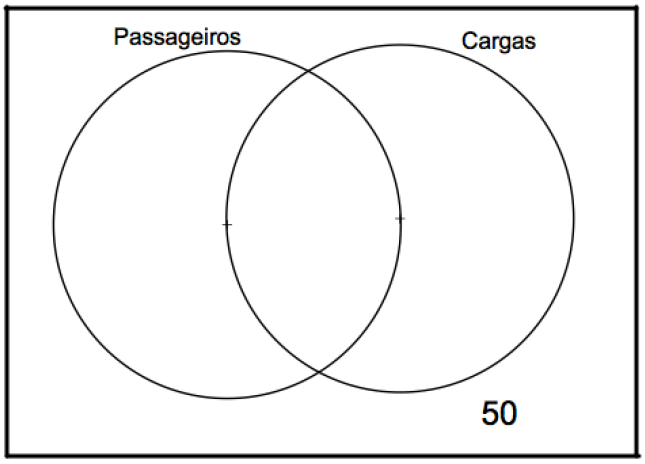
São 600 empresas. Sabemos que 5/6 delas atuam no mercado de transporte fluvial de cargas.

$$Cargas = \frac{5}{6} \cdot 600 = 5 \cdot 100 = 500\ empresas$$

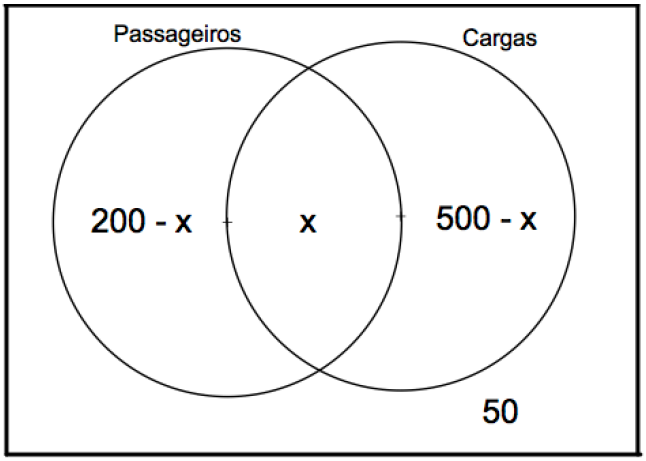
Sabemos ainda que 1/3 das 600 empresas atuam com transporte fluvial de passageiros.

$$Passageiros = \frac{1}{3} \cdot 600 = 200\ empresas$$

Vamos construir um diagrama para representar a situação descrita.



Digamos que a interseção possua x elementos. Desta forma, o diagrama fica:



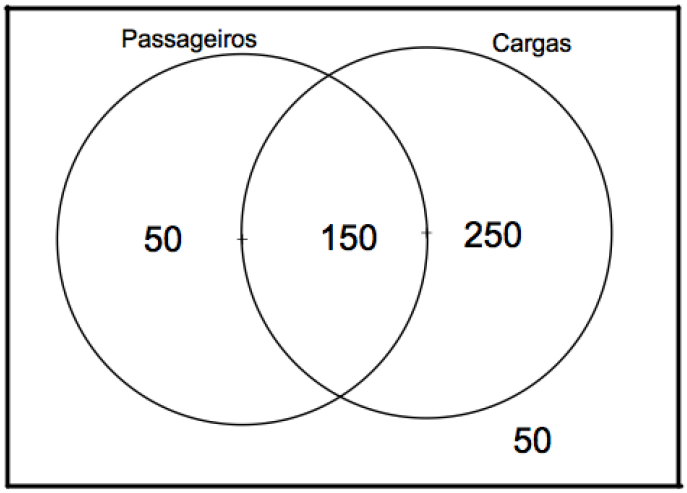
A soma total é igual a 600.

$200 - x + x + 500 - x + 50 = 600$

$750 - x = 600$

$x = 150$

Substituindo no diagrama, ficamos com:



O item afirma que o número de empresas que atuam somente no mercado de transporte fluvial de passageiros (50) é superior ao número de empresas que não atuam com transporte fluvial, nem de cargas, nem de passageiros (50).

Gabarito: Errado

(CESPE 2014/SUFRAMA)

Para o conjunto Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}, se A for um subconjunto de Ω, indique por S(A) a soma dos elementos de A e considere S(Ø) = 0. Nesse sentido, julgue os itens a seguir.

28. Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que A ⊂B, então 0 ≤ S(A) ≤ S(B) ≤ 55.
29. Se A⊂Ω , e se Ω\A é o complementar de A em Ω , então S(Ω\A) = S(Ω) – S(A).

Resolução

Observe que 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10 = 55.

Vamos aos itens.

Item I. Sabemos que A é um subconjunto de Ω. Se A = Ø, então S(A) = 0. Se A = Ω, então S(A) = 55. Se A ≠ Ø e A ≠ Ω, então 0 < S(A) < 55. Assim, concluímos que 0 ≤ S(A) ≤ 55.

O mesmo ocorre com B. Sabemos que B é um subconjunto de Ω. Se B = Ø, então S(B) = 0. Se B = Ω, então S(B) = 55. Se B ≠ Ø e B ≠ Ω, então 0 < S(B) < 55. Assim, concluímos que 0 ≤ S(B) ≤ 55.

Precisamos apenas mostrar agora que S(A) ≤ S(B). O enunciado afirma que A é um subconjunto de B. Se A = B, então S(A) = S(B). Se A tiver menos elementos que B, então S(A) < S(B). Isso é verdade porque como todos os elementos são positivos, então quanto mais elementos, maior será a soma. Assim, concluímos que S(A) ≤ S(B).

Gabarito: Certo.

Item II. Vamos simplificar a notação e denotar o complementar de A em Ω por $\overline{A}$. Assim, $\Omega \backslash A = \overline{A}$.

Os conjuntos A e $\overline{A}$ são disjuntos, ou seja, não possuem elementos comuns. Ademais, sabemos que $A \cup \overline{A} = \Omega$.

Assim, ao somar todos os elementos de A com todos os elementos de $\overline{A}$, teremos a soma de todos os elementos de Ω.

$$S(A) + S(\overline{A}) = S(\Omega)$$

$$S(\overline{A}) = S(\Omega) - S(A)$$

Gabarito: Certo.

---

30. (CESPE 2014/Polícia Federal)

A partir de uma amostra de 1.200 candidatos a cargos em determinado concurso, verificou-se que 600 deles se inscreveram para o cargo A, 400 se inscreveram para o cargo B e 400, para cargos distintos de A e de B. Alguns que se inscreveram para o cargo A também se inscreveram para o cargo B.

A respeito dessa situação hipotética, julgue o item subsecutivo.

Menos de 180 candidatos se inscreveram no concurso para os cargos A e B.

Resolução

Como 400 candidatos se inscreveram para cargos distintos de A e B, então o número de elementos da união A U B é 1.200 – 400 = 800. Desta forma,

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$800 = 600 + 400 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 200$$

Gabarito: Errado

(CESPE 2013/PC-DF)

O Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) divulgou, em 2013, dados a respeito da violência contra a mulher no país. Com base em dados do Sistema de Informações sobre Mortalidade, do Ministério da Saúde, o instituto apresentou uma estimativa de mulheres mortas em razão de violência doméstica.

Alguns dos dados apresentados nesse estudo são os seguintes:

- mais da metade das vítimas eram mulheres jovens, ou seja, mulheres com idade entre 20 e 39 anos: 31% estavam na faixa etária de 20 a 29 anos e 23% na faixa etária de 30 a 39 anos;

- 61% das vítimas eram mulheres negras;

- grande parte das vítimas tinha baixa escolaridade: 48% cursaram até o 8.º ano.

Com base nessas informações e considerando que V seja o conjunto formado por todas as mulheres incluídas no estudo do IPEA; A ⊂ V, o conjunto das vitimas jovens; B ⊂ V, o conjunto das vitimas negras; e C ⊂ V, o conjunto das vítimas de baixa escolaridade — vítimas que cursaram até o 8.º ano —, julgue os itens que se seguem.

31. Se V\C for o conjunto complementar de C em V, então (V\C) ∩ A será um conjunto não vazio.
32. Se 15% das vítimas forem mulheres negras e com baixa escolaridade, então V = B ∪ C.
33. Se V\A for o conjunto complementar de A em V, então 46% das vítimas pertencerão a V\A.

Resolução

Item I. Vamos simplificar a notação e escrever $V \backslash C = \overline{C}$.

Assim, temos:

$(V \backslash C) \cap A = \overline{C} \cap A = A \cap \overline{C}$

Sabemos que:

- grande parte das vítimas tinha baixa escolaridade: 48% cursaram até o 8.º ano.

Assim, o número de vítimas que não tinha baixa escolaridade é igual a 100% - 48% = 52%, ou seja, $n(\overline{C}) = 52\%$.

O total de vítimas jovens é 31% + 23% = 54%, ou seja, n(A) = 54%.

O enunciado afirma que o conjunto $A \cap \overline{C}$ é um conjunto não-vazio. Vamos analisar. Observe a fórmula da união dos dois conjuntos e leve em consideração que o conjunto universo corresponde a 100%.

$n(A \cup \overline{C}) = n(A) + n(\overline{C}) - n(\square \cap \overline{C})$

$n(A \cup \overline{C}) = 54\% + 52\% - n(A \cap \overline{C})$

$n(A \cup \overline{C}) = 106\% - n(A \cap \overline{C})$

Ora, se $A \cap \overline{C}$ fosse um conjunto vazio, então o número de elementos do conjunto $A \cup \overline{C}$ corresponderia a 106% do total, o que é um absurdo. Assim, o conjunto $A \cap \overline{C}$ não pode ser vazio.

Gabarito: Certo.

Item II. O enunciado afirma que o conjunto B U C é igual ao conjunto universo, ou seja, todas as

mulheres pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos: o das vítimas negras e o das vítimas com baixa escolaridade. Pensando desta forma, não há vítima branca com alta escolaridade, mas não temos como afirmar isso pois o enunciado não nos deu informações suficientes.

Vamos novamente levar em consideração que o conjunto universo corresponde a 100%.

$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C)$

$n(B \cup C) = 61\% + 48\% - 15\%$

$n(B \cup C) = 61\% + 48\% - 15\% = 94\%.$

Como 94% < 100%, então B U C não é o conjunto universo.

Gabarito: Errado.

Item III. O conjunto A é o conjunto das vítimas jovens. O enunciado afirma que são 31% + 23% = 54%. Assim, o complementar de A em V é o conjunto das vítimas não-jovens, que correspondem a 100% - 54% = 46%.

Gabarito: Certo.

(CESPE 2013/FUB)

Considere os seguintes conjuntos: X = estudantes da UnB; A = estudantes da UnB que tendem a ser mais ousados; B = estudantes da UnB que consideram o erro como uma etapa da aprendizagem; D = estudantes da UnB que desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade. Nessa situação, se $Y \subset X$, indique por $C_X(Y)$ o complemento de Y em X. Com relação a esses conjuntos, julgue os itens a seguir.

34. Se $A \subset B$, então todo estudante da UnB que tende a ser mais ousado considera o erro como uma etapa da aprendizagem.

35. O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição "Se os estudantes consideram o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade" seja verdadeira é igual a $D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)]$.

36. O conjunto dos estudantes da UnB para os quais a proposição "Os estudantes tendem a ser mais ousados e consideram o erro como uma etapa da aprendizagem" seja falsa é igual a $C_X(A) \cap C_X(B)$.

Resolução

Esta questão exige alguns conhecimentos de Lógica Proposicional.

O primeiro fato que precisamos saber da Lógica Proposicional é que toda proposição do tipo "Se P, então Q" pode ser reescrita como uma proposição composta pelo conectivo "ou": "não-P ou Q".

Assim, para transformar uma proposição composta pelo "se...,então..." para uma proposição composta pelo conectivo "ou", basta negar o primeiro componente.

Assim, por exemplo, as proposições "Se chove, então o chão fica molhado" e "Não chove ou o chão fica molhado" são equivalentes, ou seja, dizem a mesma coisa.

O segundo fato que precisamos saber é que se uma proposição é falsa, então a sua negação será verdadeira.

Exemplo: a proposição "Paris está na Inglaterra" é falsa e a sua negação "Paris não está na Inglaterra" é verdadeira.

Finalmente, precisamos saber que para negar uma proposição composta pelo conectivo "e" devemos negar os dois componentes e trocar o conectivo por "ou".

Exemplo: A negação de "Canto e não durmo" é "Não canto ou durmo".

Vamos voltar à questão agora.

Pela notação dada no enunciado, temos que $C_X(Y) = \overline{Y}$.

Item I. Se A⊂B, então todo elemento de A (estudante que tende a ser mais ousado) também é elemento de B (considera o erro como uma etapa da aprendizagem).

Gabarito: Certo.

Item II. A sentença dada "Se os estudantes consideram o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade" pode ser representada por "Se B, então D".

Para transformar uma proposição condicional em uma proposição composta pelo conectivo "ou", devemos negar o primeiro componente. Assim, a proposição "Se B, então D" pode ser reescrita como "Não-B ou D". Em linguagem de conjuntos, "Não-B ou D" pode ser escrita como **$C_X(B) \cup D$**.

Vamos analisar agora a outra expressão que foi dada no enunciado $D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)]$ e verificar se ela é equivalente à proposição dada.

Da Teoria dos Conjuntos, sabemos que $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. Assim, a expressão acima pode ser reescrita como:

$$D \cup [C_X(B) \cap C_X(D)] = [D \cup C_X(B)] \cap [D \cup C_X(D)]$$

X é o conjunto universo. Sabemos que a reunião de um conjunto com o seu complementar em relação ao universo é igual ao conjunto universo (Ex: $A \cup \overline{A} = U$). Portanto,

$$[D \cup C_X(B)] \cap [D \cup C_X(D)] = [D \cup C_X(B)] \cap U$$

Sabemos ainda que se A é subconjunto de B, então $A \cap B = A$. Como U é o conjunto universo e todos os outros conjuntos relacionados são seus subconjuntos, podemos escrever:

$$[D \cup C_X(B)] \cap U = \boldsymbol{D \cup C_X(B)}$$

que foi a mesma expressão que havíamos encontrado anteriormente.

Gabarito: Certo.

Item III. Como a proposição composta dada é falsa, devemos negá-la para estabelecer uma proposição verdadeira. Para tanto, devemos negar os dois componentes e trocar o conectivo "e" pelo conectivo "ou".

Assim, a proposição verdadeira é "Os estudantes não tendem a ser mais ousados ou não consideram o erro como uma etapa da aprendizagem".

Lembre-se que o conectivo "ou" se relaciona com a união entre dois conjuntos. Assim, a proposição acima pode ser representada por $C_A(A) \cup C_X(B)$.

O erro do enunciado foi ter usado interseção.

Gabarito: Errado.

(CESPE 2013/TCE-RO)

A respeito das auditorias realizadas pelos auditores A1, A2 e A3 de um tribunal de contas, concluiu-se que:

- A1 realizou 70 auditorias;
- A3 realizou 75 auditorias;
- A1 e A3 realizaram, juntos, 55 auditorias;
- A2 e A3 realizaram, juntos, 30 auditorias;
- A1 e A2 realizaram, juntos, 20 auditorias;
- das auditorias que não foram realizadas por A1, somente 18 foram realizadas por A2;
- A1, A2 e A3 realizaram, juntos, 15 auditorias.

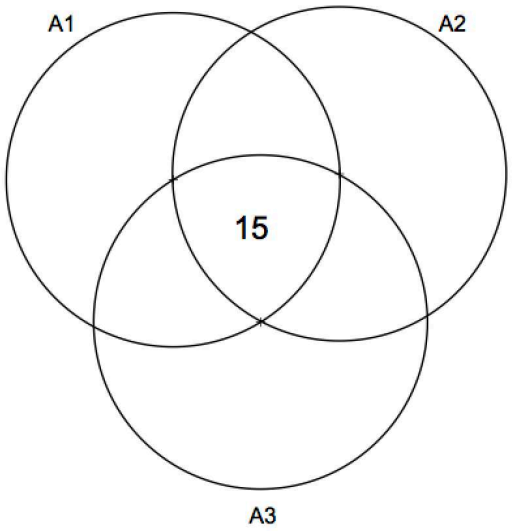
Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

37. Mais de 100 auditorias foram realizadas.
38. 20 auditorias foram realizadas apenas por A1.
39. 5 auditorias foram realizadas apenas por A3.
40. 23 auditorias não foram realizadas por A1.

Resolução

Vamos construir um diagrama para representar a situação descrita e, em seguida, analisar os itens.

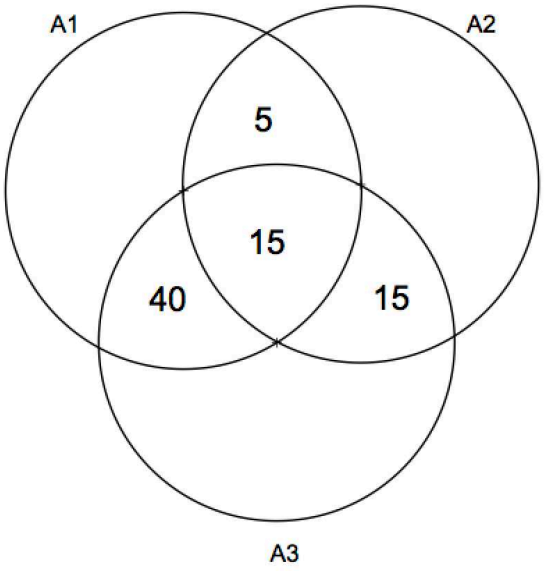
Teremos 3 diagramas e colocaremos 15 elementos na interseção dos 3, pois A1, A2 e A3 realizaram, juntos, 15 auditorias.



Vamos às interseções dos conjuntos tomados dois a dois.

- A1 e A3 realizaram, juntos, 55 auditorias;
- A2 e A3 realizaram, juntos, 30 auditorias;
- A1 e A2 realizaram, juntos, 20 auditorias;

Lembre que devemos subtrair os 15, que pertencem à interseção dos 3 conjuntos, para preencher o diagrama.

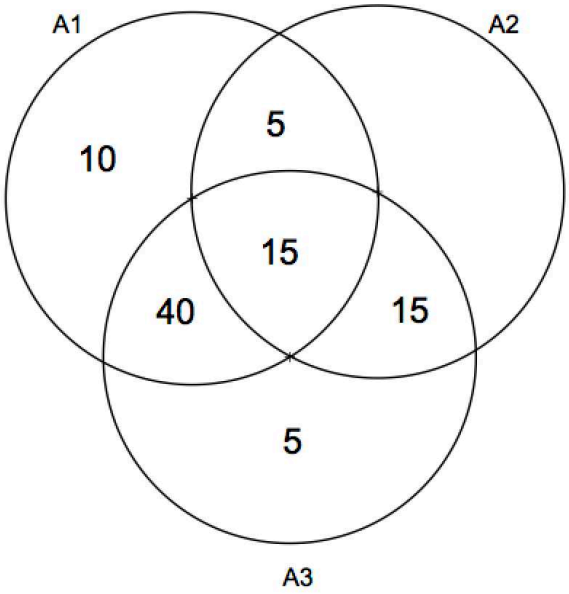


- A1 realizou 70 auditorias;

Como já há 5 + 15 + 40 = 60 elementos preenchidos no conjunto A1, ainda faltam 10 elementos.

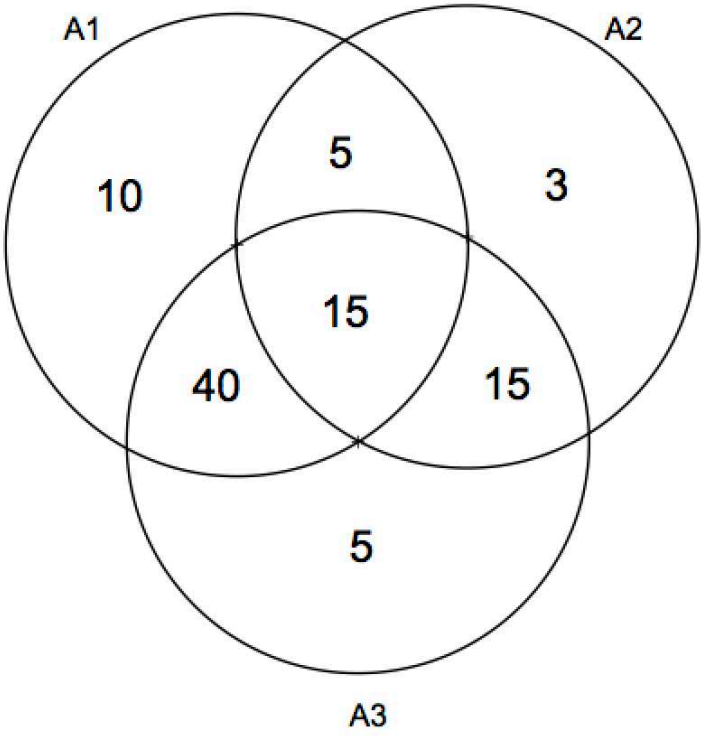
- A3 realizou 75 auditorias;

Como já há 40 + 15 + 15 = 70 elementos preenchidos no conjunto A3, ainda faltam 5 elementos.



- das auditorias que não foram realizadas por A1, somente 18 foram realizadas por A2;

Assim, o conjunto A2 – A1 possui 18 elementos. Como já há 15 elementos preenchidos, ainda faltam 3.



Vamos julgar os itens.

Item I. Mais de 100 auditorias foram realizadas.

O total de auditorias é 10 + 5 + 3 + 40 + 15 + 15 + 5 = 93.

Gabarito: Errado.

Item II. 20 auditorias foram realizadas apenas por A1.

Pelo diagrama, 10 auditorias foram realizadas apenas por A1.

Gabarito: Errado.

Item III. 5 auditorias foram realizadas apenas por A3.

Gabarito: Certo

Item IV. 23 auditorias não foram realizadas por A1.

O número de auditorias não realizadas por A1 é 3 +15 + 5 = 23.

Gabarito: Certo

---

41. (CESPE 2013/MPOG)

Uma entrevista foi realizada com 46 empregados de uma empresa, entre os quais 24 eram do sexo masculino e 22, do feminino. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

Considerando que os empregados entrevistados dessa empresa pratiquem tênis ou ciclismo e que, na entrevista, tenha sido constatado que 30 funcionários gostam de praticar tênis e 28 gostam de ciclismo, é correto afirmar que a quantidade de empregados dessa empresa que gostam de praticar tênis e ciclismo é maior que 10.

Resolução

O total de pessoas é 46. Seja T o conjunto das pessoas que praticam Tênis e seja C o conjunto das pessoas que praticam ciclismo.

$$n(T \cup C) = n(T) + n(C) - n(T \cap C)$$

$$46 = 30 + 28 - n(T \cap C)$$

$$n(T \cap C) = 12$$

Gabarito: Certo

---

42. (CESPE 2016/INSS)

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, B ⊂ C, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

Resolução

Antes de desenhar os diagramas, observe que o enunciado afirma que A e B são subconjuntos de C (A, B ⊂ C).

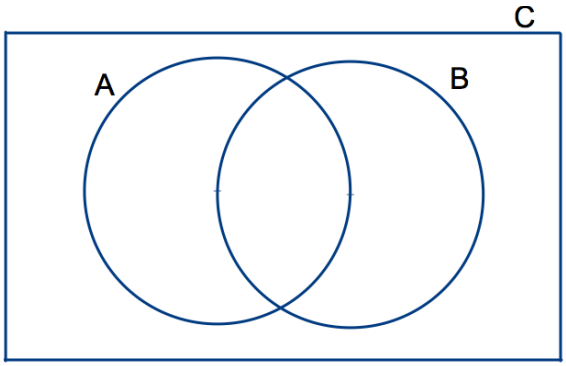


Figura 1

Observe a expressão que queremos representar: $(C \setminus A) \cap (A \cup B)$

Vamos primeiro representar $C \setminus A$, que é o mesmo que C – A. C – A são os elementos de C que não são elementos de A.

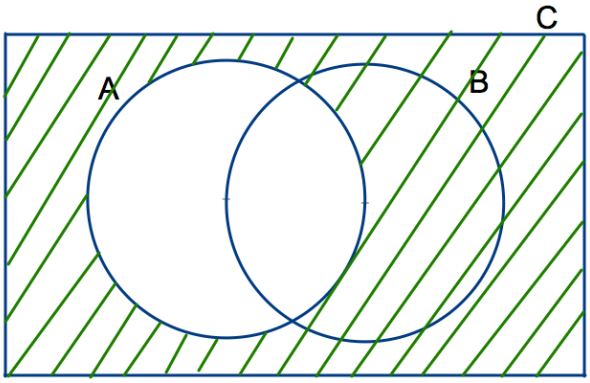


Figura 2

Vamos agora representar $A \cup B$.

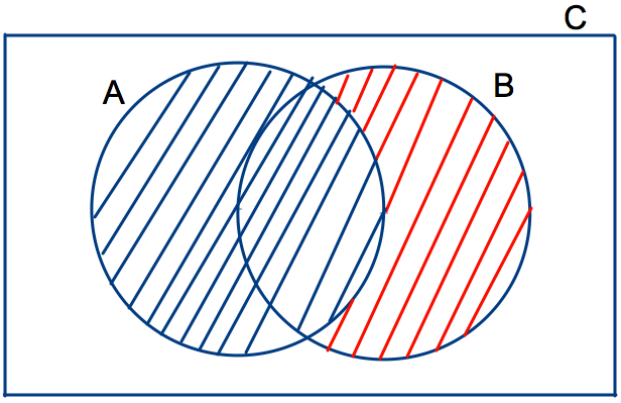


Figura 3

Queremos a interseção (elementos comuns) das figuras 2 e 3.

Esta interseção pedida é formada justamente pelos segmentos vermelhos da figura 3.

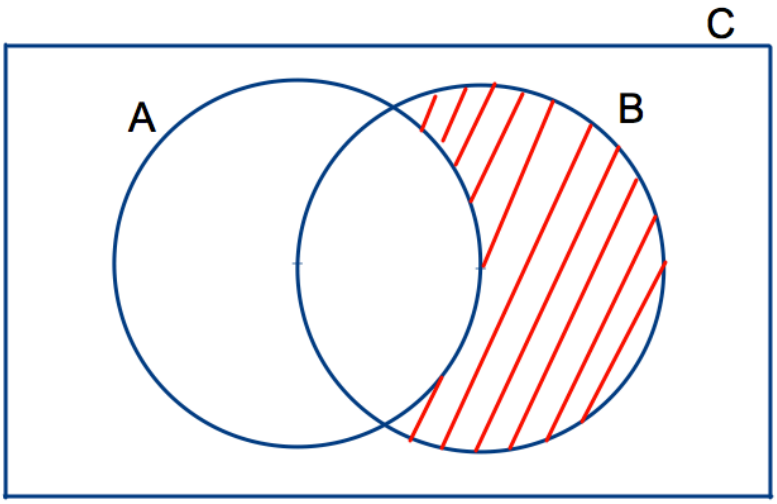


Figura 4

A região hachurada na figura 4 corresponde a $(C \setminus A) \cap (A \cup B)$.

O enunciado afirma que isto é igual a $C \cap B$. O item está **errado**.

Como B é subconjunto de C, $C \cap B$ (elementos comuns entre C e B) é igual ao próprio conjunto B.

Vamos agora resolver a questão algebricamente.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, B $\subset$ C, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

Como A e B são subconjuntos de C, vamos assumir que C é o conjunto universo.

Vamos analisar o lado esquerdo da equação: $(C \setminus A) \cap (A \cup B)$

Desta maneira, a diferença $C \setminus A$ é o complementar de A em relação ao universo, ou seja, $C \setminus A = \overline{A}$.

$$(C \setminus A) \cap (A \cup B) = \overline{A} \cap (A \cup B)$$

Vamos aplicar a propriedade distributiva da interseção em relação à reunião.

$$\overline{A} \cap (A \cup B) = (\overline{A} \cap A) \cup (\overline{A} \cap B)$$

$\overline{A}$ e A são conjuntos disjuntos. Portanto, $\overline{A} \cap A = \emptyset$.

$$(\overline{A} \cap A) \cup (\overline{A} \cap B) = \emptyset \cup (\overline{A} \cap B)$$

O conjunto vazio é o elemento neutro da reunião. Portanto,

$$\emptyset \cup (\overline{A} \cap B) = \overline{A} \cap B$$

Esta última expressão $\overline{A} \cap B$ representa os elementos de B que não são elementos de A, ou seja, $B - A$.

Logo, $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = B - A$.

Vamos agora analisar o lado direito da equação: $C \cap B$.

Como C é o conjunto universo, ou seja, $B \subset C$, concluímos que $C \cap B = B$.

Lado esquerdo da equação: $B - A$

Lado direito da equação: B

São iguais? Não. Portanto, o item está **errado**.

Gabarito: Errado

---

43. (CESPE 2010/PC-ES)

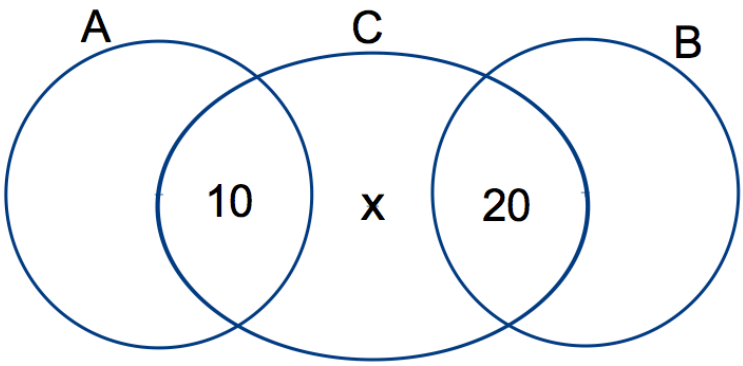
Considere que os conjuntos A, B e C tenham o mesmo número de elementos, que A e B sejam disjuntos, que a união dos três possuía 150 elementos e que a interseção entre B e C possuía o dobro de elementos da interseção entre A e C. Nesse caso, se a interseção entre B e C possui 20 elementos, então B tem menos de 60 elementos.

Resolução

O enunciado afirma que A e B são disjuntos, ou seja, a interseção entre eles é o conjunto vazio. Em outras palavras, não há elementos comuns entre A e B.

O problema afirma que a interseção entre B e C possui 20 elementos. A interseção entre B e C possuía o dobro de elementos da interseção entre A e C.

Portanto, a interseção entre A e C possui 10 elementos.



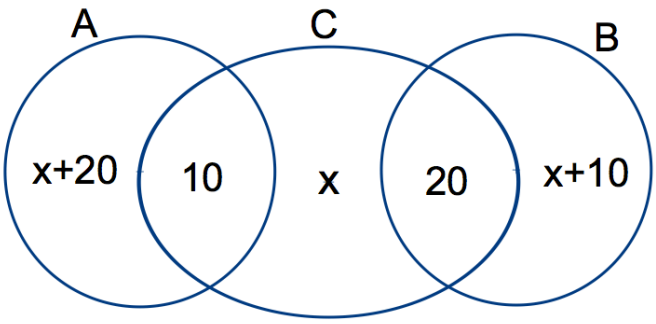
Desta maneira, o número de elementos de C é igual a 10+x+20 = x+30.

Sabemos que os conjuntos A, B e C possuem a mesma quantidade de elementos.

n(A) = x + 30 e n(B) = x+30.

O conjunto A já tem 10 elementos, então faltam x+20 para que o total seja x+30.

O conjunto B já tem 20 elementos, então faltam x+10 para que o total seja x+30.



A união dos três conjuntos possui 150 elementos. Portanto:

x+20 + 10 + x + 20 + x + 10 = 150

3x + 60 = 150

3x = 90

x = 30

Assim, o conjunto B possui 20 + x + 10 = 20 + 30 + 10 = 60 elementos.

Gabarito: Errado

---

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ficamos por aqui, queridos alunos. Espero que tenham gostado da aula.

Vamos juntos nesta sua caminhada. Lembre-se que vocês podem fazer perguntas e sugestões no nosso fórum de dúvidas.



Você também pode me encontrar no instagram @profguilhermeneves ou entrar em contato diretamente comigo pelo meu email profguilhermeneves@gmail.com.

Um forte abraço e até a próxima aula!!!

Guilherme Neves

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. 

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. 

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. 

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. 

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. 

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. 

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. 

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. 

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.