

Eletrônico



Estratégia
CONCURSOS

Aula

Matemática Financeira p/ SEFAZ-IO (Técnico Fazendário) - Com videoaulas - 2018

Professor: Arthur Lima

AULA 00 - DEMONSTRATIVA

SUMÁRIO	PÁGINA
1. Apresentação	01
2. Cronograma do curso	04
3. Introdução aos juros simples e compostos	06
4. Resolução de questões	22
5. Questões apresentadas na aula	49
6. Gabarito	60



APRESENTAÇÃO



Caro(a) aluno(a),

Seja bem-vindo a este curso de **MATEMÁTICA FINANCEIRA**, focado na sua preparação para o próximo concurso da **Secretaria da Fazenda do Estado de Goiás (SEFAZ/GO)**. Este material consiste de:

- **curso completo em vídeo**, formado por aproximadamente 17 horas de gravações, onde explico todos os tópicos de Matemática Financeira, e resolvo alguns exercícios para você começar a se familiarizar com os temas;

- **curso escrito completo (em PDF)**, formado por 8 aulas onde também explico todo o conteúdo teórico desta disciplina, além de apresentar cerca de 300 questões resolvidas;
- **fórum de dúvidas**, onde você pode entrar em contato direto conosco quando julgar necessário.

Vale dizer que este curso é concebido para ser **o seu único material de estudos**, isto é, você não precisará adquirir livros ou outros materiais para tratar da minha disciplina. A ideia é que você consiga **economizar bastante tempo**, pois abordaremos todos os tópicos exigidos no edital e **nada além disso**, e você poderá estudar conforme a sua disponibilidade de tempo, em qualquer ambiente onde você tenha acesso a um computador, tablet ou celular, e **evitará a perda de tempo gerada pelo trânsito** das grandes cidades. Isso é importante para todos os candidatos, mas é **especialmente relevante para aqueles que trabalham e estudam**, como era o meu caso quando estudei para o concurso da Receita Federal (trabalhava na Embraer 43 horas por semana, fora as horas extras rs...).

Você nunca estudou Matemática Financeira para concursos? Não tem problema, este curso também te atende. Isto porque você estará adquirindo um material bastante completo, onde você poderá trabalhar cada assunto em vídeos e também em aulas escritas, e resolver uma grande quantidade de exercícios, sempre podendo consultar as minhas resoluções e tirar dúvidas através do fórum. Assim, **é plenamente possível que, mesmo sem ter estudado este conteúdo anteriormente, você consiga um ótimo desempenho na sua prova**. Obviamente, se você se encontra nesta situação, será preciso investir um tempo maior, dedicar-se bastante ao conteúdo do nosso curso.

O fato de o curso ser formado por vídeos e PDFs tem mais uma vantagem: isto permite que você vá **alternando entre essas duas**

formas de estudo, tornando um pouco mais agradável essa dura jornada. Quando você estiver cansado de ler, mas ainda quiser continuar estudando, é simples: assista algumas aulas em vídeo! Ou resolva uma bateria de questões!

Sou Engenheiro Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Trabalhei por 5 anos no mercado de aviação, sendo que, no período final, tive que conciliar com o estudo para o concurso da Receita Federal – sei bem como o tempo é um recurso precioso para o concurseiro, e deve ser muito bem aproveitado! Fui aprovado para os cargos de Auditor-Fiscal e Analista-Tributário.

Sou professor aqui no Estratégia Concursos desde o primeiro ano do site (2011). Aqui no Estratégia nós sempre solicitamos que os alunos avaliem os nossos cursos. Procuro sempre acompanhar as críticas, para estar sempre aperfeiçoando os materiais. Felizmente venho conseguindo obter índices de aprovação bastante elevados – alguns chegando a 100% de aprovação! Espero que você também aprove o nosso material!

Quer tirar alguma dúvida antes de adquirir o curso?



Instagram: @ProfArthurLima

Facebook: ProfArthurLima

CRONOGRAMA DO CURSO

Inicialmente, transcrevo abaixo o conteúdo programático de Matemática Financeira exigido no edital da SEFAZ/GO para o cargo de Auditor, em 2004. Cobriremos todos esses temas ao longo deste curso:

MATEMÁTICA FINANCEIRA:

Juro composto: cálculo de montante, capital, taxa e tempo; taxa equivalente; taxa proporcional; operação com títulos financeiros. 2. Equivalência de capitais: equivalência de dois ou mais capitais. 3. Seqüência de capitais: seqüência uniforme de capitais postecipada e antecipada; seqüência uniforme de capitais infinita; seqüência de capitais variáveis com termos vencidos. 4. Amortização de empréstimos: sistema Price de amortização; Sistema de Amortização Constante; Sistema Americano de Amortização.

Para cobrir este edital, que na realidade trata de MATEMÁTICA FINANCEIRA, vamos seguir a seguinte programação de aulas:

DISPONÍVEL	CONTEÚDO	
Aula demo Disponível em 28/02/2018	Demonstrativa	 
Aula 01 Disponível em 10/03/2018	Revisão de matemática básica em vídeos	 
Aula 02 Disponível em 20/03/2018	Juro simples	 
Aula 03 Disponível em 20/03/2018	Juro composto: cálculo de montante, capital, taxa e tempo; taxa equivalente; taxa proporcional; operação com títulos financeiros. Equivalência de capitais: equivalência de dois ou mais capitais.	 
Aula 04 Disponível em 30/03/2018	Desconto	 
Aula 05 Disponível em 10/04/2018	Amortização de empréstimos: sistema Price de amortização; Sistema de Amortização Constante; Sistema Americano de Amortização.	 
Aula 06 Disponível em 20/04/2018	Seqüência de capitais: seqüência uniforme de capitais postecipada e antecipada; seqüência uniforme de capitais infinita; seqüência de capitais variáveis com termos vencidos	 
Aula 07 Disponível em 30/04/2018	Bateria de questões	
Aula 08 Disponível em 10/05/2018	Resumo teórico	

Sem mais, vamos ao nosso curso!

INTRODUÇÃO AOS JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

Nesta aula daremos início ao estudo dos regimes de Juros simples e compostos. Trata-se do tema básico da Matemática Financeira. O estudo detalhado de Juros será realizado nas aulas 02 e 03 deste curso, ok? Lá veremos diversos conceitos adicionais que você precisa ter em mente para enfrentar a sua prova, e trabalharemos um grande volume de questões de concurso público.

Afinal de contas, o que significa “juros”? Costumo dizer que juros é o termo utilizado para designar o “preço do dinheiro no tempo”, ou melhor, é o “preço” que alguém paga por ficar com a posse do dinheiro de outra pessoa por algum tempo. Quando você pega certa quantia emprestada no banco, ele cobrará uma remuneração em cima do valor que ele te emprestou, pelo fato de deixar você ficar na posse desse dinheiro (que era dele) por um certo tempo. Esta remuneração é expressa pela taxa de juros. Existem duas formas principais, ou regimes, de cobrança de juros: juros simples e juros compostos.

O regime de juros simples tem um caráter mais teórico, sendo utilizado mais para fins didáticos do que para fins práticos. No dia-a-dia, a maioria das operações realizadas pelas instituições financeiras ocorrem segundo o regime de juros compostos (ex.: poupança, aplicação em CDB, compra de títulos públicos, empréstimos e financiamentos para casa própria etc.). São poucas as aplicações práticas de juros simples, sendo elas mais restritas a operações de curto prazo (como o cálculo da multa por atraso no pagamento da conta de luz, que geralmente é um valor fixo por dia de atraso).

JUROS SIMPLES

Vamos retomar o exemplo em que você contratou um empréstimo junto ao banco. Pode ser que fique combinado que será cobrada uma taxa de juros mensal apenas sobre o valor emprestado inicialmente. Não serão cobrados “juros sobre juros”, isto é, sobre o valor que vai sendo acrescido à dívida a cada mês. Neste caso, estamos diante da cobrança de juros simples. Para ilustrar, imagine que você pegou um capital de R\$1000 emprestados com o banco a uma taxa de juros simples de 10% ao mês, para pagar após 4 meses. Quanto você deverá pagar ao banco ao final dos 4 meses?

Como foi contratado um empréstimo a juros simples, ao final do primeiro mês você deve aplicar a taxa de juros (10%) sobre o capital inicial (R\$1000). Como 10% de 1000 é igual a 100, podemos dizer que ao final do primeiro mês a dívida subiu para R\$1100, onde R\$1000 correspondem ao montante inicial e R\$100 correspondem aos juros incorridos no período. Ao final do segundo mês, serão devidos mais 10% de 1000, ou seja, mais 100 reais. Note que os juros foram calculados novamente sobre o capital inicial. Ao final do terceiro e quarto meses, serão devidos mais 100 reais por mês. Portanto, ao final de 4 meses você deverá devolver ao banco o capital inicial acrescido de 4 parcelas de 100 reais, totalizando R\$1400. Deste valor, 400 reais referem-se aos juros (“preço” que você paga por ter ficado com 1000 reais do banco durante 4 meses) e 1000 reais referem-se ao Principal da dívida, que é outra forma muito comum de designar o capital inicialmente obtido. Podemos usar simplesmente a fórmula abaixo:

$$M = C \times (1 + j \times t)$$

(leia: o montante final é igual ao capital inicial multiplicado por 1 mais o produto entre a taxa e o prazo)

Nessa fórmula, C é o capital inicial (R\$1000), j é a taxa de juros (10% ao mês), t é o período analisado (4 meses), e M é o montante (valor total) devido ao final dos “t” períodos. Observe que a taxa de juros e o período

analisado devem referir-se à mesma unidade temporal (neste caso, ambos se referem a meses). Se elas não estiverem na mesma unidade temporal, o primeiro passo da resolução deve ser a uniformização destas unidades, como veremos mais adiante neste curso. Usando a fórmula, temos:

$$M = C \times (1 + j \times t)$$

$$M = 1000 \times (1 + 10\% \times 4)$$

$$M = 1000 \times (1 + 40\%)$$

$$M = 1000 \times (1 + 0,40)$$

$$M = 1000 \times (1,40)$$

$$M = 1400 \text{ reais}$$

A fórmula $M = C \times (1 + j \times t)$ pode ser dividida em duas partes, tirando os parênteses:

$$M = C + C \times j \times t$$

Nesta fórmula, $C \times j$ é o valor dos juros pagos a cada período (R\$100), que é sempre igual. Já $C \times j \times t$ é o total pago na forma de juros (neste caso, R\$400). Portanto, o valor dos juros totais devidos é simplesmente:

$$J = C \times j \times t$$

$$J = 1000 \times 10\% \times 4$$

$$J = 1000 \times 40\%$$

$$J = 1000 \times 0,40$$

$$J = 400 \text{ reais}$$

Veja ainda que o valor dos juros totais é igual à diferença entre o Montante e o Capital inicial:

$$J = M - C$$

ou seja,

$$400 = 1400 - 1000$$

Veja que as fórmulas apresentadas possuem 4 variáveis (C, M, j e t). A maioria dos exercícios envolvendo juros simples fornecerão 3 dessas variáveis e perguntarão a quarta. No exemplo que resolvemos acima, o enunciado poderia ter dito que João pegou R\$1000 emprestados à taxa de juros simples de 10% ao mês, e perguntar quanto tempo levaria para que o valor devido chegasse a R\$1400. Assim, você teria $C = 1000$, $j = 10\%$ e $M = 1400$, faltando encontrar t:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j.t) \\1400 &= 1000 \times (1 + 10\%.t) \\1400 / 1000 &= 1 + 0,10.t \\1,4 &= 1 + 0,10t \\1,4 - 1 &= 0,10t \\0,4 / 0,10 &= t \\4 \text{ meses} &= t\end{aligned}$$

Como a taxa de juros refere-se a meses, então $t = 4$ meses. Exercite esta fórmula resolvendo o exercício introdutório abaixo.

1. IDECAN – PREF. NATAL – 2016 - adaptada) Paulo, um empresário, aplicou o capital de R\$ 50.000,00 à taxa de juros simples comerciais de 2,5% a.m. durante 1,4 meses. Dessa forma, os juros obtidos, em R\$, foram:

- a) 1.736,00.
- b) 1.750,00.
- c) 1.764,00.
- d) 1.784,00.

RESOLUÇÃO:

Veja que temos um capital inicial $C = 50.000$ reais, taxa de juros de $j = 2,5\%$ ao mês, e prazo $t = 1,4$ mês. Podemos calcular diretamente o valor dos juros utilizando a fórmula:

$$J = C \times j \times t$$

$$J = 50.000 \times 2,5\% \times 1,4$$

$$J = 50.000 \times \frac{2,5}{100} \times 1,4$$

$$J = 500 \times 2,5 \times 1,4$$

$$J = 5 \times 25 \times 14$$

$$J = 1.750 \text{ reais}$$

Resposta: B

JUROS COMPOSTOS

Vamos retornar à situação na qual você contratou um empréstimo junto ao banco. Ao invés de combinar que será cobrada uma taxa de juros mensal apenas sobre o valor emprestado inicialmente, pode ficar decidido que os juros calculados a cada mês incidirão sempre sobre o total da dívida no mês anterior. Neste caso, estamos diante da cobrança de juros compostos. Vamos ilustrar melhor usando os mesmos números anteriores: você pegou um capital de R\$1000 emprestado com o banco a uma taxa de juros compostos de 10% ao mês, para pagar após 4 meses. Quanto você deverá pagar ao banco ao final dos 4 meses?

Repare que agora você precisa calcular os juros sobre o total da dívida no mês anterior. Portanto, ao final do primeiro mês, você deve aplicar a taxa de juros (10%) sobre a dívida que você possuía um mês antes, ou seja, o capital inicial (R\$1000). Como 10% de 1000 é igual a 100, podemos dizer que ao final do primeiro mês a dívida subiu para R\$1100,

onde R\$1000 corresponde ao capital inicial e R\$100 correspondem aos juros incorridos no período. Até aqui temos os mesmos valores do regime de juros simples. Na hora de calcular os juros do 2º mês, aí sim temos uma diferença, pois agora você deve calcular 10% sobre o total da dívida no mês anterior, que agora soma R\$1100, e não apenas R\$1000. Calculando 10% de 1100, você tem R\$110, que são os juros do segundo mês. Portanto, neste momento a dívida chega a $1100 + 110 = \text{R\$}1210$. Ao final do terceiro mês devemos calcular 10% de 1210 (dívida no mês anterior), que é 121 reais, de modo que a dívida chega a $1210 + 121 = 1331$ reais. No final do 4º mês devemos obter 10% de 1331, que é R\$133,10, de modo que a dívida chega a $1331 + 133,1 = \text{R\$}1464,10$. Portanto, ao final de 4 meses você deverá devolver ao banco R\$1464,10, que é a soma da dívida inicial (R\$1000) e de juros de R\$464,10. Repare que este valor é superior aos R\$400 reais de juros devidos no regime simples.

Para calcular diretamente o valor do montante final (M) devido em uma aplicação do capital inicial (C) por um determinado prazo (t) a uma determinada taxa de juros (j), basta usar a fórmula:

$$M = C \times (1 + j)^t$$

Neste caso, teríamos $C = 1000$ reais, $t = 4$ meses, e $j = 10\%$ ao mês. Novamente, observe que a unidade temporal do prazo ("meses") é igual à unidade temporal da taxa de juros ("ao mês"), o que nos permite aplicar diretamente a fórmula:

$$M = 1000 \times (1 + 10\%)^4$$

$$M = 1000 \times (1 + 0,10)^4$$

$$M = 1000 \times (1,10)^4$$

$$M = 1000 \times 1,4641$$

$$M = 1464,10 \text{ reais}$$

Repare que a etapa mais complicada do cálculo é elevar 1,10 à 4ª potência. Falaremos sobre isso logo adiante. Por agora, note ainda que:

$$\text{Juros} = \text{Montante final} - \text{Capital inicial}$$

$$J = M - C$$

$$J = 1464,1 - 1000$$

$$J = 464,10 \text{ reais}$$

No regime de Juros simples vimos que a fórmula $J = C \times j \times t$ nos dava diretamente o valor dos Juros obtidos no período. Note que, no caso do regime composto, você não vai usar uma fórmula direta assim. Você precisará calcular o montante M , como fizemos acima, e em seguida calcular $J = M - C$ para obter o valor dos juros (J).

Retornemos agora ao fator $1,10^4$ que foi preciso calcular no último exemplo. Este fator se originou do cálculo de $(1 + j)^t$, ou melhor, $(1 + 10\%)^4$. Chamamos o termo $(1 + j)^t$ de fator de acumulação de capital. Trata-se de um fator que costuma ser fornecido em tabelas para facilitar os seus cálculos. Veja, por exemplo, a tabela a seguir:

TABELA I **FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL** - $a_n = (1 + i)^n$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000
4	1,040604	1,082432	1,125508	1,169858	1,215506	1,262476	1,310796	1,360488	1,411581	1,464100
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428

Com auxílio desta tabela, podemos obter rapidamente o valor de $(1 + 10\%)^4$. Basta buscarmos a coluna da taxa 10% (que é última coluna da direita) e a linha de 4 períodos (que é a quarta linha). Com isso, encontramos o valor 1,4641:

TABELA I FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - $a_n = (1 + i)^n$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000
4	1,040604	1,082432	1,125368	1,169408	1,214560	1,260840	1,308265	1,356848	1,406591	1,464100
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428

Note que, com este mesmo procedimento, você consegue encontrar vários outros fatores de acumulação de capital. A título de exercício, tente encontrar o fator que você usaria em uma questão onde a taxa de juros fosse de 5% ao ano e o prazo de aplicação fosse de 9 anos. Você deve obter o valor 1,551328. Isso significa que, ao investir 100 reais, ao final do período você terá $100 \times 1,551328 = 155,13$ reais aproximadamente.

Antes de prosseguir, exercite o que vimos até aqui sobre juros compostos resolvendo o exercício introdutório abaixo.

2. CONSULPLAN – BANESTES – 2013) Um cliente fez um empréstimo em um banco e pagou uma taxa de 10% ao ano a juros compostos. Se a dívida em 2 anos chegou a R\$108.900,00, então o valor do empréstimo foi de

- a) R\$70.000,00.
- b) R\$85.000,00.
- c) R\$88.000,00.
- d) R\$90.000,00.
- e) R\$95.000,00.

RESOLUÇÃO:

Veja que temos uma taxa de juros compostos de $j = 10\%aa$, prazo de aplicação de $t = 2$ anos, e montante final $M = 108.900$ reais. Aplicando a fórmula, temos:

$$M = C \times (1+j)^t$$

$$108.900 = C \times (1+10\%)^2$$

$$108.900 = C \times (1+0,10)^2$$

$$108.900 = C \times (1,10)^2$$

$$108.900 = C \times 1,21$$

$$C = \frac{108900}{1,21}$$

$$C = 90.000 \text{ reais}$$

Resposta: D

COMPARAÇÃO ENTRE OS REGIMES SIMPLES E COMPOSTO

Ainda nesta fase introdutória dos regimes de juros, considero bastante interessante compararmos o funcionamento dos dois regimes. Para isto, vamos usar o mesmo exemplo que estamos trabalhando, ou seja: dívida inicial $C = 1000$ reais, prazo de pagamento $t = 4$ meses, taxa de juros $j = 10\%$ ao mês. Reproduzindo em uma tabela os valores que calculamos ao longo da aula, temos:

Mês	Montante (Juros Simples)	Montante (Juros Compostos)
0	1000	1000
1	1000 + 100	1100
2	1000 + 200	1210
3	1000 + 300	1331
4	1400	1464,10

Note nessa tabela os seguintes pontos:

- ao final de 1 período (1 mês), os valores devidos em ambos os regimes são iguais. Ou seja, para $t = 1$, juros simples e juros compostos geram o mesmo montante.
- ao final do prazo total, veja que juros compostos são mais onerosos, ou seja, levam a um montante superior ao do regime simples. Isto vale desde $t = 2$, onde tínhamos uma dívida de 1200 no regime simples e 1210 no

regime composto. Ou seja, para $t > 1$, juros compostos são mais onerosos que juros simples.

- não demonstraremos aqui, por simplicidade, mas grave que para $t < 1$ (prazos fracionários, como por exemplo 0,5 mês), juros simples são mais onerosos que juros compostos.

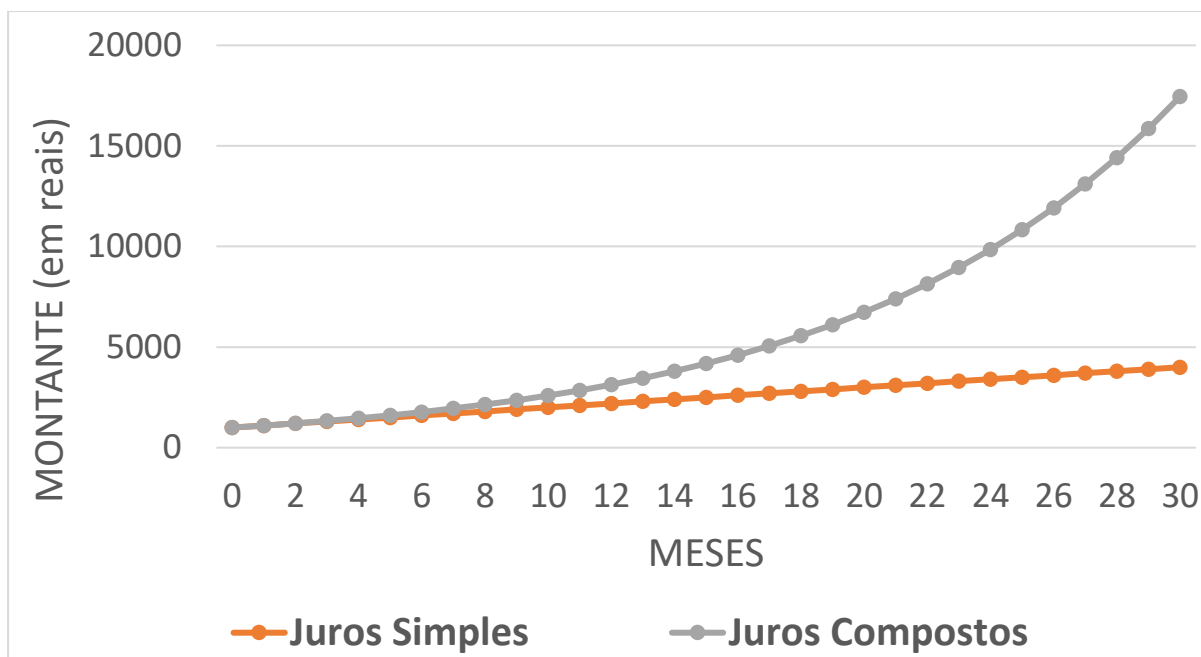
- você reparou que na coluna de juros simples eu deixei o principal da dívida (1000) separado dos juros (100, 200, 300)? Isto ocorre porque no regime simples os juros são capitalizados (integrados ao capital) somente no fim do prazo.

- na coluna do regime composto, veja que os juros são capitalizados (somados ao capital) no fim de cada período, e passam a render juros já no período seguinte. Ou seja, aqui temos o fenômeno dos juros sobre juros.

- para prazos relativamente curtos (como $t = 2$ períodos), veja que a diferença entre juros simples e compostos é bem pequena. É possível até fazer um cálculo aproximado de juros compostos usando o regime simples.

- à medida que o prazo aumenta, a diferença vai ficando cada vez maior. Por exemplo, se tivéssemos $t = 20$ meses, a dívida no regime simples chegaria a R\$3.000, e no regime composto chegaria a R\$6.727 (mais que o dobro!!!);

Para darmos prosseguimento em nossa comparação entre juros simples e juros compostos, analise por alguns momentos o gráfico abaixo. Nele eu reproduzi os dois investimentos que estamos trabalhando (1000 reais, taxa de 10%, juros simples ou compostos) por um prazo de 30 meses. Observe como o montante em cada regime evolui:



Com base na figura acima, repare que:

- o montante no regime de juros simples cresce de forma linear (isto é, seguindo uma linha reta). Isto ocorre porque, a cada mês, você recebe o mesmo valor a título de juros. Trata-se de um crescimento constante ao longo do tempo, pois o cálculo dos juros é feito somente com base no capital inicial, que não muda nunca;
- o montante no regime de juros compostos cresce de forma exponencial. Repare que se trata de um crescimento que vai acelerando com o tempo. Ele começa de forma similar ao regime de juros simples, mas com o tempo vai crescendo cada vez mais rápido e se afastando da curva dos juros simples. O crescimento vai acelerando porque temos o efeito dos "juros sobre juros", isto é, a cada mês você vai recebendo mais e mais juros, pois o cálculo é feito com base no valor atualizado no mês anterior, e não somente no capital inicial;

A título de curiosidade, após 30 meses o montante no regime composto é mais de 4 vezes superior ao do regime simples (R\$17.449,40 contra R\$4.000,00)! Ainda como curiosidade, taxas da ordem de 10% ao mês são comuns nos cartões de crédito. Como a cobrança de juros é no

regime composto, você consegue visualizar bem com este exemplo o quanto é importante pagar em dia a sua fatura! Uma dívida de R\$1.000 pode chegar a R\$17.449,40 em dois anos e meio...

Você deve estar se perguntando: por quê eu preciso saber fazer essas comparações? A resposta é simples: porque as bancas costumam cobrar questões teóricas sobre matemática financeira, e não apenas questões de cálculo. E nas questões teóricas, assuntos como o desta comparação são bastante explorados! Resolva comigo este próximo exercício, que é muito ilustrativo (embora não seja de concurso fiscal, ele vem de um concurso bancário, que são certames que também cobram matemática financeira em nível elevado):

3. IDECAN – BANESTES – 2012) Em relação aos conceitos de juros simples e juros compostos, assinale a alternativa INCORRETA.

- a) A formação do montante em juros simples é linear.
- b) A formação do montante em juros compostos é exponencial.
- c) Para um mesmo capital, uma mesma taxa e um mesmo prazo, o montante obtido a juros compostos sempre será maior que o montante obtido a juros simples.
- d) Determinado capital aplicado por 10 meses, à taxa mensal de juros simples de $i\%$, apresentará o mesmo valor de juros para cada um dos 10 meses.
- e) Determinado capital aplicado por 10 meses, à taxa mensal de juros compostos de $i\%$, apresentará valor diferente para os juros de cada um dos 10 meses.

RESOLUÇÃO:

Vejamos cada afirmação separadamente:

a) A formação do montante em juros simples é linear.

CORRETO. Dizer que a formação do montante é linear significa dizer que o montante cresce de forma constante, como uma reta crescente. É isso que acontece no regime de juros simples, como vimos em nosso gráfico.

b) A formação do montante em juros compostos é exponencial.

CORRETO. No regime composto o montante é gerado pela multiplicação do capital inicial C por um fator que cresce de forma exponencial com o tempo: $(1 + j)^t$

c) Para um mesmo capital, uma mesma taxa e um mesmo prazo, o montante obtido a juros compostos sempre será maior que o montante obtido a juros simples.

ERRADO. Para $t < 1$, o montante gerado por juros simples é maior, e para $t = 1$ os montantes são iguais nos dois regimes.

d) Determinado capital aplicado por 10 meses, à taxa mensal de juros simples de $i\%$, apresentará o mesmo valor de juros para cada um dos 10 meses.

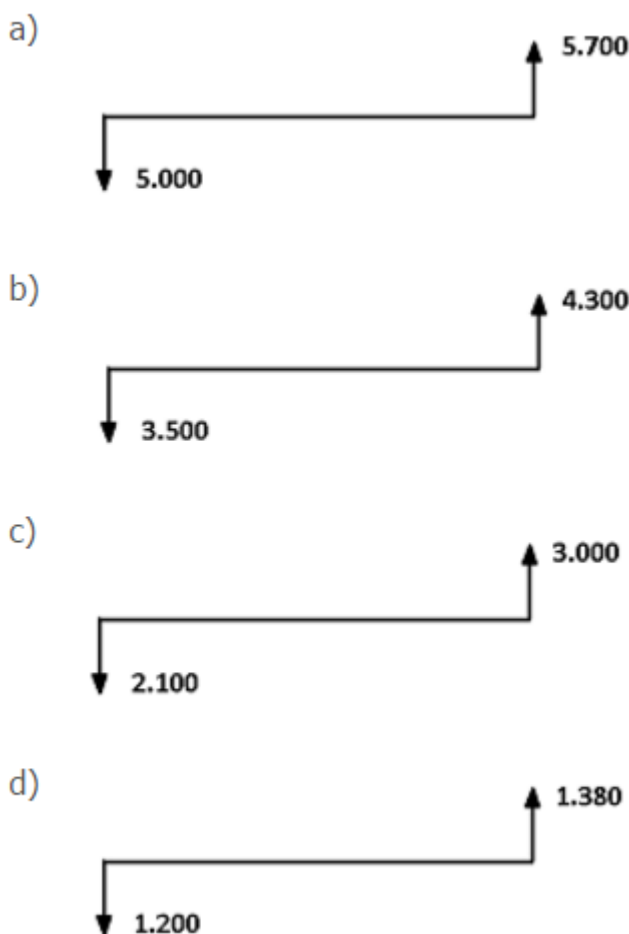
CORRETO, no regime de juros simples os juros de cada período são calculados sobre o capital inicial, de modo que em cada período esses juros são iguais à multiplicação entre o capital C e a taxa de juros $i\%$.

e) Determinado capital aplicado por 10 meses, à taxa mensal de juros compostos de $i\%$, apresentará valor diferente para os juros de cada um dos 10 meses.

CORRETO, pois no regime composto os juros de cada período são calculados sobre o montante do período anterior, que vai crescendo com o tempo, gerando juros cada vez maiores nos períodos seguintes. Este é o efeito dos "juros sobre juros".

Resposta: C

4. IDECAN – PREF. NATAL – 2016) Um capital é aplicado durante um ano à taxa de 14% a.a. Dentre os fluxos de caixa seguintes, marque aquele que representa corretamente essa aplicação.

**RESOLUÇÃO:**

Veja que a questão não mencionou se o investimento foi feito no regime de juros simples ou composto. Entretanto, veja que temos $t = 1$ ano. Quando $t = 1$, juros simples ou compostos tem o mesmo efeito, portanto você pode usar qualquer uma das fórmulas. Temos ainda $j = 14\%$ ao ano. Vamos usar a fórmula de juros simples, ok?

Na alternativa A, temos um investimento inicial de $C = 5.000$ reais. Na fórmula:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j \times t) \\M &= 5.000 \times (1 + 14\% \times 1) \\M &= 5.000 \times (1 + 0,14) \\M &= 5.000 \times 1,14 \\M &= 5.700 \text{ reais}\end{aligned}$$

Portanto, veja que a letra A está correta, pois ao investirmos 5.000 reais, teremos 5.700 após 1 ano.

Vamos ainda testar a alternativa B, para você ver a diferença. Sendo o capital inicial $C = 3.500$ reais, temos:

$$M = C \times (1 + j \times t)$$

$$M = 3.500 \times (1 + 0,14 \times 1)$$

$$M = 3.500 \times 1,14$$

$$M = 3.990 \text{ reais}$$

Fica claro que a alternativa B está errada, pois o montante final seria 3.990 reais, e não 4.300 reais.

Resposta: A

DICA DE CÁLCULO

Nas questões de matemática financeira, muitas vezes a parte mais difícil não é a compreensão do problema e a estruturação da solução. Na verdade, esta parte costuma ser relativamente fácil em várias questões, pois muitas delas tratam apenas da mera aplicação de fórmulas. Nessas questões a parte mais difícil é a realização dos cálculos matemáticos propriamente ditos. Por isso, precisamos desenvolver bastante a sua habilidade de realização de cálculos manuais e mentais. A aula 04 deste curso é praticamente toda dedicada a isto. De qualquer forma, já gostaria de adiantar uma dica neste momento. Trata-se de algo muito útil na resolução de questões de juros compostos, e que eu utilizarei várias vezes nas questões desta aula.

Muitas vezes você vai se deparar com uma taxa de juros entre 1% e 9%, e o prazo da aplicação será de $t = 2$ períodos, o que vai te obrigar a calcular $(1 + j)^2$. Como calcular, por exemplo, $(1 + 5\%)^2$ de cabeça? Nessas questões não costuma ser fornecida a tabela do fator de acumulação de capital.

Em primeiro lugar, veja que $(1 + 5\%)^2$ é o mesmo que $(1,05)^2$. O resultado desta operação é um número com 4 casas decimais do tipo "1,DDQQ", onde:

DD é o dobro do número 5 (ou seja, $2 \times 5 = 10$)

QQ é o quadrado do número 5 (ou seja, $5^2 = 25$)

Portanto,

$$(1,05)^2 = 1,1025$$

Isto vale para qualquer número com 2 casas decimais de 1,00 a 1,09. Exemplificando,

$$(1,07)^2 = 1,1449$$

(pois $2 \times 7 = 14$, e $7^2 = 49$)

Outro exemplo:

$$(1,03)^2 = 1,0609$$

(pois $2 \times 3 = 06$, e $3^2 = 09$)

Como disse, estes números são extremamente comuns em questões sobre Juros Compostos, como veremos nesta aula mesmo. Você pode gravar:

$$(1,0X)^2 = 1,DDQQ$$

RECAPITULAÇÃO

Antes de partirmos para os exercícios, veja na tabela abaixo um breve resumo dos tópicos da aula de hoje.

Fórmulas e definições
Relação entre o montante final M, o capital inicial C, a taxa de juros j e o prazo t: $M = C \times (1 + j \times t) \rightarrow \text{juros simples}$ $M = C \times (1 + j)^t \rightarrow \text{juros compostos}$
Relação entre o rendimento total J, o capital inicial C, a taxa de juros j e o prazo t: $J = C \times j \times t \rightarrow \text{apenas para juros simples}$
Relação entre o rendimento total J, o montante final M e o capital inicial C: $J = M - C \rightarrow \text{para juros simples ou compostos}$
Importante: nas fórmulas acima, o prazo e a taxa devem estar na mesma unidade temporal
Comparação juros simples x compostos: - juros simples podem render mais ($t < 1$), o mesmo ($t = 1$) ou menos ($t > 1$) que juros compostos; - capitalização dos juros: a cada período no regime composto, somente no final no regime simples - quanto maior o prazo, maior a diferença dos montantes gerados em cada regime; - crescimento do montante pode ser linear (juros simples) ou exponencial (juros compostos);

RESOLUÇÃO DE QUESTÕES**HORA DE
PRATICAR!**

5. IDECAN – INMETRO – 2015) Um capital C é aplicado, hoje, a uma taxa de juros simples pelo prazo de 40 meses e rende juros mensais de R\$ 108,75. Considerando que, ao final desse prazo, o montante da aplicação será igual ao quádruplo do valor do capital aplicado, então a taxa de juros mensal é

- a) 6,2%.
- b) 6,5%.
- c) 7,2%.
- d) 7,5%.
- e) 8,2%.

RESOLUÇÃO:

O total de juros é de $J = 40 \times 108,75 = 4350$ reais. Se o capital inicial é C , o montante final é:

$$M = C + J$$

$$M = C + 4350$$

Como o montante é o quádruplo do capital, então $M = 4C$. Assim,

$$4C = C + 4350$$

$$4C - C = 4350$$

$$3C = 4350$$

$$C = 1.450 \text{ reais}$$

Como os juros ao longo de $t = 1$ mês são de 108,75 reais, então a taxa de juros é:

$$j = 108,75 / 1450 = 0,075 = 7,5\% \text{ ao mês}$$

Resposta: D

6. ESAF – RECEITA FEDERAL – 2006) Indique qual o capital que aplicado a juros simples à taxa de 3,6% ao mês rende R\$ 96,00 em 40 dias.

- a) R\$ 2.000,00
- b) R\$ 2.100,00
- c) R\$ 2.120,00
- d) R\$ 2.400,00
- e) R\$ 2.420,00

RESOLUÇÃO:

O enunciado forneceu a taxa de juros simples $j = 3,6\%$ ao mês, o total de juros de $J = 96$ reais, e o prazo $t = 40$ dias. É solicitado o capital inicial C . Para resolver, basta lembrar a fórmula para cálculo dos juros no regime simples:

$$J = C \times j \times t$$

Atenção: o prazo foi dado em dias, enquanto a taxa é mensal. Vamos converter o prazo para meses, usando uma regra de três simples:

30 dias ----- 1 mês

40 dias ----- t meses

$$30 \times t = 40 \times 1$$

$$t = \frac{40}{30}$$

$$t = \frac{4}{3} \text{ meses}$$

Se preferir, basta você simplesmente dividir 40 dias por 30, que é o número de dias em um mês comercial. Assim, aplicando a fórmula do cálculo de juros:

$$J = C \times j \times t$$

$$96 = C \times 3,6\% \times 4/3$$

$$96 = C \times 0,036 \times 4/3$$

$$96 = C \times 0,012 \times 4$$

$$C = 96 / 0,048$$

$$C = 2000 \text{ reais}$$

RESPOSTA: A

7. ESAF – CVM – 2010 – adaptada) Qual o valor mais próximo do montante que atinge uma dívida de R\$ 2.000,00, quatro meses e meio depois, a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês?

- a) R\$ 2.115,00
- b) R\$ 2.092,00
- c) R\$ 2.090,00
- d) R\$ 2.105,00
- e) R\$ 2.135,00

RESOLUÇÃO:

Sendo o valor inicial da dívida $C = 2000$ reais, com taxa de juros simples $j = 1,5\% \text{am}$ e prazo $t = 4,5$ meses (quatro meses e meio), temos o valor final:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j \times t) \\M &= 2000 \times (1 + 0,015 \times 4,5) \\M &= 2000 \times (1 + 0,0675) \\M &= 2000 \times (1,0675) \\M &= 2 \times 1067,5 \\M &= 2135 \text{ reais}\end{aligned}$$

Resposta: E

8. ESAF – SEFAZ/SP – 2009 – Adaptada) Um capital unitário aplicado a juros gerou um montante de 1,1 ao fim de 2 meses e 15 dias. Qual a taxa de juros simples mensal de aplicação deste capital?

- a) 4%
- b) 10%
- c) 60%
- d) 54%
- e) 48%

RESOLUÇÃO:

Aqui temos um capital inicial unitário ($C = 1$), um montante final $M = 1,1$ e o prazo de 2 meses e 15 dias, isto é, $t = 2,5$ meses. Podemos descobrir a taxa de juros simples através da fórmula:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j \times t) \\1,1 &= 1 \times (1 + j \times 2,5) \\1,1 &= 1 + 2,5j \\j &= \frac{1,1 - 1}{2,5} = 0,04 = 4\%\end{aligned}$$

Essa já é a taxa mensal, pois o período (t) utilizado estava nesta unidade temporal.

Resposta: A

ATENÇÃO: utilize a tabela abaixo para resolver a próxima questão.

TABELA I FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - $a_n = (1 + i)^n$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000	1,120000	1,150000	1,180000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000	1,254400	1,322500	1,392400
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000	1,404928	1,520875	1,643032
4	1,040604	1,082432	1,125508	1,169858	1,215506	1,262476	1,310796	1,360488	1,411581	1,464100	1,573519	1,749006	1,938777
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510	1,762341	2,011357	2,287758
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561	1,973822	2,313061	2,699554
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717	2,210681	2,660020	3,185474
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588	2,475963	3,059023	3,758859
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947	2,773078	3,517876	4,435454
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742	3,105848	4,045558	5,233835
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116	3,478549	4,652391	6,175926
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428	3,895975	5,350250	7,287592
13	1,138093	1,293606	1,468533	1,665073	1,885649	2,132928	2,409845	2,719623	3,065804	3,452271	4,363493	6,152787	8,599359
14	1,149474	1,319479	1,512589	1,731676	1,979931	2,260903	2,578534	2,937193	3,341727	3,797498	4,887112	7,075706	10,147244
15	1,160969	1,345868	1,557967	1,800943	2,078928	2,396558	2,759031	3,172169	3,642482	4,177248	5,473565	8,137061	11,973748
16	1,172578	1,372786	1,604706	1,872981	2,182874	2,540351	2,952164	3,425942	3,970306	4,594972	6,130393	9,357621	14,129022
17	1,184304	1,400241	1,652847	1,947900	2,292018	2,692772	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470	6,866040	10,761264	16,672246
18	1,196147	1,428246	1,702433	2,025816	2,406619	2,854339	3,379932	3,996019	4,717120	5,559917	7,689066	12,375453	19,673251

9. ESAF – RECEITA FEDERAL – 2006) Metade de um capital foi aplicada a juros compostos à taxa de 3% ao mês por um prazo de seis meses enquanto o restante do capital foi aplicado à taxa de 3% ao mês, juros simples, no mesmo período de seis meses. Calcule o valor mais próximo deste capital, dado que as duas aplicações juntas renderam um juro de R\$ 8.229,14 ao fim do prazo.

- a) R\$ 22.000,00
- b) R\$ 31.000,00
- c) R\$ 33.000,00
- d) R\$ 40.000,00
- e) R\$ 44.000,00

RESOLUÇÃO:

Para facilitar a resolução, vamos chamar de C cada metade do capital. Ou seja, o capital total é de 2C.

Metade do capital (C) foi aplicada a juros compostos à taxa $j = 3\%$ ao mês, por um prazo de $t = 6$ meses. Assim, o montante gerado por esta metade foi de:

$$M_1 = C \times (1 + j)^t$$

$$M_1 = C \times (1 + 3\%)^6$$

Na tabela fornecida podemos obter o valor de $(1 + 3\%)^6$. Basta buscar o fator para taxa $i = 3\%$ e o prazo $n = 6$ períodos:

n/i	1%	2%	3%
1	1,010000	1,020000	1,030000
2	1,020100	1,040400	1,060900
3	1,030301	1,061208	1,092727
4	1,040604	1,082432	1,125508
5	1,051010	1,104081	1,159274
6	1,061520	1,126162	1,194052

Portanto, temos:

$$M_1 = C \times 1,194052$$

ou aproximadamente

$$M_1 = C \times 1,194$$

Assim, os juros obtidos nesta aplicação foram de:

$$J_1 = M_1 - C$$

$$J_1 = C \times 1,194 - C$$

$$J_1 = C \times 0,194$$

A segunda metade do capital (C) foi aplicado à taxa $j = 3\%$ ao mês, juros simples, no mesmo período de $t = 6$ meses. Assim, os juros obtidos nesta aplicação foram de:

$$J_2 = C \times j \times t$$

$$J_2 = C \times 3\% \times 6$$

$$J_2 = C \times 0,03 \times 6$$

$$J_2 = C \times 0,18$$

Foi dito que as duas aplicações juntas renderam um juro de R\$ 8.229,14, ou seja,

$$J_1 + J_2 = 8229,14$$

$$C \times 0,194 + C \times 0,18 = 8229,14$$

$$C \times 0,374 = 8229,14$$

$$C = 8229,14 / 0,374$$

$$C = 22003,04 \text{ reais}$$

Assim, metade do capital inicial é igual a 22003,04 reais. Ou seja, o capital inicial total é de $2 \times 22003,04 = 44006,08$ (aproximadamente 44 mil reais).

RESPOSTA: E

ATENÇÃO: utilize a tabela abaixo para resolver a próxima questão.

TABELA I FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - $a_n = (1 + i)^n$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000	1,120000	1,150000	1,180000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000	1,254400	1,322500	1,392400
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000	1,404928	1,520875	1,643032
4	1,040604	1,082432	1,125508	1,169858	1,215506	1,262476	1,310796	1,360488	1,411581	1,464100	1,573519	1,749006	1,938777
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510	1,762341	2,011357	2,287758
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561	1,973822	2,313061	2,699554
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717	2,210681	2,660020	3,185474
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588	2,475963	3,059023	3,758859
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947	2,773078	3,517876	4,435454
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742	3,105848	4,045558	5,233835
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116	3,478549	4,652391	6,175926
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428	3,895975	5,350250	7,287592
13	1,138093	1,293606	1,468533	1,665073	1,885649	2,132928	2,409845	2,719623	3,065804	3,452271	4,363493	6,152787	8,599359
14	1,149474	1,319479	1,512589	1,731676	1,979931	2,260903	2,578534	2,937193	3,341727	3,797498	4,887112	7,075706	10,147244
15	1,160969	1,345868	1,557967	1,800943	2,078928	2,396558	2,759031	3,172169	3,642482	4,177248	5,473565	8,137061	11,973748
16	1,172578	1,372786	1,604706	1,872981	2,182874	2,540351	2,952164	3,425942	3,970306	4,594972	6,130393	9,357621	14,129022
17	1,184304	1,400241	1,652847	1,947900	2,292018	2,692772	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470	6,866040	10,761264	16,672246
18	1,196147	1,428246	1,702433	2,025816	2,406619	2,854339	3,379932	3,996019	4,717120	5,559917	7,689966	12,375453	19,673251

10. ESAF – SEFAZ/SP – 2009) Um capital C é aplicado à taxa de juros compostos de 2% ao mês. Qual o valor mais próximo do montante ao fim de um ano e meio?

- a) 1,27C
- b) 1,43C
- c) 1,37C
- d) 1,40C
- e) 1,32C

RESOLUÇÃO:

Para $j = 2\%$ ao mês e $t = 18$ meses (1 ano e meio), a tabela do fator de acumulação de capital nos diz que:

$$(1 + 2\%)^{18} = 1,428246$$

(veja na tabela abaixo)

TABELA I FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - $a_n = (1 + i)^n$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000	1,120000	1,150000	1,180000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000	1,254400	1,322500	1,392400
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000	1,404928	1,520875	1,643032
4	1,040604	1,082432	1,125508	1,169858	1,215506	1,262476	1,310796	1,360488	1,411581	1,464100	1,573519	1,749006	1,938777
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510	1,762341	2,011357	2,287758
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561	1,973822	2,313061	2,699554
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717	2,210681	2,660020	3,185474
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588	2,475963	3,059023	3,758859
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947	2,773078	3,517876	4,435454
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742	3,105848	4,045558	5,233835
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116	3,478549	4,652391	6,175926
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428	3,895975	5,350250	7,287592
13	1,138093	1,293606	1,468533	1,665073	1,885649	2,132928	2,409845	2,719623	3,065804	3,452271	4,363493	6,152787	8,599359
14	1,149474	1,319479	1,512589	1,731676	1,979931	2,260903	2,578534	2,937193	3,341727	3,797498	4,887112	7,075706	10,147244
15	1,160969	1,345868	1,557967	1,800943	2,078928	2,396558	2,759031	3,172169	3,642482	4,177248	5,473565	8,137061	11,973748
16	1,172578	1,372786	1,604706	1,872981	2,182874	2,540351	2,952164	3,425942	3,970306	4,594972	6,130393	9,357621	14,129022
17	1,184304	1,400241	1,652847	1,947900	2,292018	2,692772	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470	6,866040	10,761264	16,672246
18	1,196147	1,428246	1,702433	2,025816	2,406619	2,854339	3,379932	3,996019	4,717120	5,559917	7,689966	12,375453	19,673251

Portanto, o montante que resulta da aplicação do capital C à taxa de 2% ao mês por 18 meses é:

$$M = C \times (1 + 2\%)^{18} = 1,428246C$$

Temos, aproximadamente, o valor presente na alternativa C.

Resposta: B

11. UFG – AUDITOR ISS/Goiânia – 2016) Uma pessoa antes de tomar emprestado uma quantia de R\$ 100 000,00, avalia três propostas: a primeira, à taxa de 5% ao mês, durante 8 meses; a segunda, à taxa de 4% ao mês, durante 12 meses; a terceira, à taxa de 3% ao mês, durante 24 meses; todas a juros simples. O valor dos juros a serem pagos, em reais, à proposta em que pagará menos juros, é:

- (A) 72 000,00
- (B) 60 000,00
- (C) 48 000,00
- (D) 40 000,00

RESOLUÇÃO:

Calculando os juros de cada proposta, lembrando que no regime simples temos $J = C \times j \times t$, temos:

$$\text{PRIMEIRA: } J = 100.000 \times 5\% \times 8 = 100.000 \times 40\%$$

$$\text{SEGUNDA: } J = 100.000 \times 4\% \times 12 = 100.000 \times 48\%$$

$$\text{TERCEIRA: } J = 100.000 \times 3\% \times 24 = 100.000 \times 72\%$$

Comparando as expressões acima, vemos que o menor valor de juros é o da primeira proposta, que é de $100.000 \times 40\% = 40.000$ reais.

Resposta: D

12. FGV – FISCAL ISS/NITERÓI – 2015) Um capital será aplicado por um ano. O regime de capitalização será composto, sendo que incidirão duas taxas de juros semestrais, pagas ao final de cada semestre. Sabendo-se que as duas taxas de juros praticadas precisam somar 12%, a melhor

escolha para a taxa do primeiro semestre, do ponto de vista do investidor, é:

- (A) 0% ao semestre;
- (B) 1% ao semestre;
- (C) 6% ao semestre;
- (D) 9% ao semestre;
- (E) 12% ao semestre.

RESOLUÇÃO:

Sabemos que a soma das taxas do primeiro e segundo semestres deve ser 12%. Assim, para cada alternativa de resposta podemos calcular o fator de acumulação de capital.

A) 0% ao semestre → neste caso, a taxa do segundo semestre deve ser de 12%, para que a soma das duas taxas seja 12%. Assim, ao longo dos dois semestres temos uma rentabilidade total expressa por

$$(1 + 0\%) \times (1 + 12\%) - 1 = 1,00 \times 1,12 - 1 = 0,12 = 12\%$$

B) 1% ao semestre → no segundo semestre a taxa será de 11%, ficando:

$$(1 + 1\%) \times (1 + 11\%) - 1 = 1,01 \times 1,11 - 1 = 1,1211 - 1 = 12,11\%$$

C) 6% ao semestre → aqui ficamos com:

$$(1 + 6\%) \times (1 + 6\%) - 1 = 1,06 \times 1,06 - 1 = 1,1236 - 1 = 12,36\%$$

D) 9% ao semestre → aqui temos:

$$(1 + 9\%) \times (1 + 3\%) - 1 = 1,09 \times 1,03 - 1 = 1,1227 - 1 = 12,27\%$$

E) 12% ao semestre → ficamos com:

$$(1 + 12\%) \times (1 + 0\%) - 1 = 1,12 \times 1,00 - 1 = 0,12 = 12\%$$

Claramente a maior taxa é a da letra C, que é a melhor opção para o investidor.

Resposta: C

13. FCC – AUDITOR ICMS/PI – 2015) Um capital de R\$ 14.700,00 foi aplicado a juro simples da seguinte forma:

- $\frac{1}{3}$ à taxa de 6% ao mês por um trimestre;
- $\frac{2}{5}$ à taxa de 13% ao bimestre por 5 meses e
- o restante à taxa de x% ao bimestre por 1 semestre.

O juro total arrecadado foi de R\$ 3.616,20. Se um capital de R\$ 18.000,00 for aplicado a juros compostos, à taxa de x% ao bimestre, por um período de 4 meses, o montante dessa aplicação será

- (A) R\$ 20.608,20
- (B) R\$ 23.594,33
- (C) R\$ 19.260,00
- (D) R\$ 19.945,95
- (E) R\$ 20.520,00

RESOLUÇÃO:

Lembrando que devemos sempre utilizar a mesma unidade temporal para a taxa e prazo, nessa questão vamos substituir um trimestre por 3 meses, 5 meses por 2,5 bimestre e um semestre por 3 bimestres, de modo a deixar os prazos de cada aplicação na mesma unidade temporal das respectivas taxas. Note que o valor investido na última aplicação é igual a:

$$\begin{aligned} 14.700 - (1/3) \times 14.700 - (2/5) \times 14.700 &= \\ 14.700 - 4.900 - 5.880 &= \\ 3.920 \end{aligned}$$

Como estamos no regime de juros simples podemos utilizar a fórmula $J = C \cdot j \cdot t$ calcular o valor dos juros de cada aplicação, lembrando que a soma deles é igual a 3616,20 reais:

$$\begin{aligned} J &= 4.900 \times 6\% \times 3 + 5.880 \times 13\% \times 2,5 + 3.920 \times j \times 3 \\ 3.616,20 &= 882 + 1.911 + 11.760j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3.616,20 - 882 - 1.911 &= 11.760j \\ (3.616,20 - 882 - 1.911) / 11.760 &= j \\ 0,07 &= j \\ 7\% \text{ ao bimestre} &= j\end{aligned}$$

Aplicando o valor de 18 mil reais à taxa de 7% ao bimestre pelo período de 4 meses, ou seja, 2 bimestres, o montante obtido será igual a:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j)^t \\ M &= 18.000 \times (1 + 7\%)^2 \\ M &= 18.000 \times (1,07)^2 \\ (\text{lembre novamente do 1,DDQQ}) \\ M &= 18.000 \times 1,1449 \\ M &= 20.608,20 \text{ reais}\end{aligned}$$

RESPOSTA: A

14. FCC – AUDITOR ICMS/PI – 2015) Um capital C foi aplicado a juros compostos, à taxa de 5% ao mês. Ao completar 1 bimestre, seu montante foi resgatado e imediatamente aplicado a juro simples, à taxa de 6% ao mês. Ao fim de 1 semestre da segunda aplicação, o montante M era de R\$ 14.994,00. Suponha que, desde o início, o capital C tivesse sido aplicado a juro simples, à taxa mensal i, de modo que o montante final fosse igual a M. Dos números abaixo, o mais próximo de i é

- (A) 6,4%
- (B) 6,5%
- (C) 6,1%
- (D) 6,2%
- (E) 6,3%

RESOLUÇÃO:

Efetuando as aplicações descritas no enunciado, temos:

$$\begin{aligned}M_1 &= C \times (1 + 5\%)^2 \\ M_1 &= C \times 1,1025 = 1,1025C\end{aligned}$$

$$M2 = (1,1025C) \times (1 + 6\% \times 6) = 1,1025C \times 1,06 = 1,4994C$$

Este último montante é igual a 14.994 reais, ou seja,

$$14.994 = 1,4994C$$

$$C = 14.994 / 1,4994$$

$$C = 10.000 \text{ reais}$$

Veja que aplicamos 10.000 no início, e obtivemos 14.994 reais ao fim das duas aplicações, de modo que o total de juros é $J = 4.994$ reais. Para obter estes juros em uma única aplicação de juros simples pelo período total (8 meses), a taxa seria:

$$J = C \times j \times t$$

$$4.994 = 10.000 \times j \times 8$$

$$4.994 / 10.000 = j \times 8$$

$$0,4994 = j \times 8$$

$$0,4994 / 8 = j$$

$$0,0624 = j$$

$$6,24\% \text{ ao mês} = j$$

RESPOSTA: D

15. FGV – AUDITOR ISS/CUIABÁ – 2015) O número de meses necessários para que um investimento feito na poupança triplique de valor (assumindo que esta remunere à taxa de 6% ao ano, no regime de juros simples) é de

- (A) 34.
- (B) 200.
- (C) 333.
- (D) 400.
- (E) 500.

RESOLUÇÃO:

No regime de juros simples nós podemos transformar a taxa de 6% ao ano na taxa de $6\% / 12 = 0,5\%$ ao mês (veja que dividimos por 12 porque temos 12 meses em um ano). Trabalharemos melhor ao longo do curso as situações onde você pode fazer esta simples divisão, ok?

Para um capital C triplicar ele deve atingir o montante $M = 3C$. Assim, na fórmula do regime simples, temos:

$$M = C \times (1 + j \times t)$$

$$3C = C \times (1 + 0,5\% \times t)$$

$$3 = 1 \times (1 + 0,005 \times t)$$

$$3 = 1 + 0,005 \times t$$

$$2 = 0,005 \times t$$

$$t = 2 / 0,005$$

$$t = 2000 / 5$$

$$t = 400 \text{ meses}$$

RESPOSTA: D

16. FCC - AUDITOR ISS/SP - 2012) Em 05 de janeiro de certo ano, uma pessoa tomou R\$10.000,00 emprestados por 10 meses, a juros simples, com taxa de 6% ao mês. Após certo tempo, encontrou um outro credor que cobrava taxa de 4% ao mês. Tomou, então, R\$13.000,00 emprestados do segundo credor pelo resto do prazo e, no mesmo dia, liquidou a dívida com o primeiro. Em 05 de novembro desse ano, ao liquidar a segunda dívida, havia pago um total de R\$5.560,00 de juros aos dois credores. O prazo do segundo empréstimo foi

- a) 4 meses
- b) meses e meio
- c) 5 meses
- d) 5 meses e meio
- e) 6 meses

RESOLUÇÃO:

Veja que temos 10 meses entre o início do primeiro empréstimo (5 de janeiro) e a liquidação do último (5 de novembro). Digamos que o segundo empréstimo foi tomado “t” meses após o início do primeiro, ou seja, o primeiro empréstimo durou “t” meses e o segundo durou “10 – t” meses.

Após “t” meses, os juros devidos relativos ao primeiro empréstimo foram de:

$$J = C \times j \times t$$

$$J = 10000 \times 0,06 \times t = 600t$$

Uma vez que este primeiro empréstimo foi liquidado, nos “10 – t” meses finais apenas o segundo empréstimo, de 13000 reais, rendeu juros. Os juros devidos relativos a este segundo empréstimo foram de:

$$J = C \times j \times t$$

$$J = 13000 \times 0,04 \times (10 - t) = 520 \times (10 - t)$$

Portanto, o total de juros devidos nessa operação foi de:

$$600t + 520 \times (10 - t) = 5200 + 80t$$

Como foi pago um total de R\$5560,00 em juros, podemos dizer que:

$$5560 = 5200 + 80t$$

$$t = 4,5 \text{ meses}$$

O segundo empréstimo teve prazo “10 – t” meses, isto é:

$$10 - t =$$

$$10 - 4,5 =$$

$$5,5 \text{ meses}$$

Temos o resultado da letra D.

Resposta: D

17. FCC – AUDITOR ICMS/RJ – 2014) A aplicação de um capital sob o regime de capitalização simples, durante 10 meses, apresentou, no final

deste prazo, um montante igual a R\$ 15.660,00. A aplicação de um outro capital de valor igual ao dobro do valor do capital anterior sob o regime de capitalização simples, durante 15 meses, apresentou, no final deste prazo, um montante igual a R\$ 32.480,00. Considerando que as duas aplicações foram feitas com a mesma taxa de juros, então a soma dos respectivos juros é igual a

- (A) R\$ 6.660,00
- (B) R\$ 3.480,00
- (C) R\$ 4.640,00
- (D) R\$ 5.600,00
- (E) R\$ 6.040,00

RESOLUÇÃO:

Seja P o valor do primeiro capital. Logo, o segundo capital é igual a 2P (pois é o dobro do primeiro). Na fórmula de juros simples, temos:

$$M = C \times (1 + j \times t)$$

Para a primeira aplicação, temos montante $M = 15.660,00$ e prazo $t = 10$ meses, portanto:

$$15.660 = P \times (1 + j \times 10)$$

Na segunda aplicação temos $M = 32.480,00$ e $t = 15$ meses. A taxa de juros é a mesma (j), e o capital inicial é o dobro do primeiro (2P). Assim,

$$32.480 = 2P \times (1 + j \times 15)$$

Na primeira equação obtida, podemos isolar a variável P, ficando com:

$$\frac{15660}{1+10j} = P$$

Substituindo P pela expressão acima, na segunda equação, temos:

$$32480 = 2 \times \frac{15660}{1+10j} \times (1+15j)$$

$$32480 \times (1 + 10j) = 2 \times 15660 \times (1 + 15j)$$

$$32480 + 324800j = 31320 + 469800j$$

$$32480 - 31320 = 469800j - 324800j$$

$$1160 = 145000j$$

$$j = 0,008$$

$$j = 0,8\%$$

Com isso podemos obter o valor do capital P:

$$\frac{15660}{1 + 10j} = P$$

$$\frac{15660}{1 + 10 \times 0,008} = P$$

$$P = 14500 \text{ reais}$$

O capital da segunda aplicação é o dobro (2P), ou seja, 29000 reais. Podemos agora calcular os juros obtidos em cada uma das aplicações, lembrando que a fórmula $J = C \times j \times t$ relaciona os juros obtidos com o capital aplicado (C), a taxa de juros (j) e o prazo da aplicação (t):

$$J_{\text{primeira aplicação}} = 14500 \times 0,008 \times 10 = 1160 \text{ reais}$$

$$J_{\text{segunda aplicação}} = 29000 \times 0,008 \times 15 = 3480 \text{ reais}$$

Portanto, a soma dos juros é igual a $1160 + 3480 = 4640$ reais.

Resposta: C

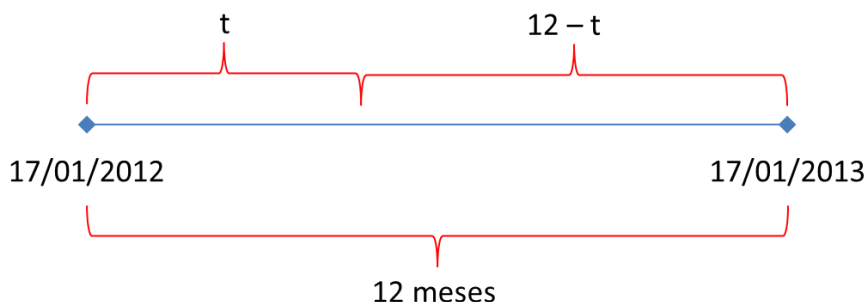
18. FCC – FISCAL ICMS/SP – 2013) Em 17/01/2012, uma pessoa tomou R\$ 20.000,00 emprestados do Banco A, por um ano, a juro simples, à taxa de 4% ao mês. Após certo tempo, soube que o Banco B emprestava, a juros simples, à taxa de 3% ao mês. Tomou, então, R\$ 20.000,00 emprestados do Banco B até 17/01/2013 e no mesmo dia liquidou sua

dívida com o Banco A. Em 17/01/2013, os juros pagos aos Bancos A e B totalizaram R\$ 8.200,00. O número de meses correspondente ao prazo de segundo empréstimo é

- (A) 4
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 7
- (E) 8

RESOLUÇÃO:

Entre 17/01/2012 e 17/01/2013 temos 12 meses. Chamando de “t” meses o período de empréstimo no banco A, o período de empréstimo no banco B será “12 – t” meses, pois juntos esses dois períodos compreendem 1 ano, ou 12 meses:



Pelo regime simples, os juros de uma operação são dados pela fórmula $J = C \times j \times t$, onde C é o capital inicial, j é a taxa de juros e t é o prazo de aplicação. Assim, os juros pagos a cada banco foram de:

$$J_A = 20000 \times 4\% \times t = 800t$$

$$J_A = 20000 \times 0,04 \times t = 800t$$

$$J_B = 20000 \times 3\% \times (12 - t)$$

$$J_B = 20000 \times 0,03 \times (12 - t)$$

$$J_B = 600 \times (12 - t)$$

$$J_B = 7200 - 600t$$

A soma dos juros foi de 8200 reais, ou seja:

$$\begin{aligned}J_A + J_B &= 8200 \\800t + (7200 - 600t) &= 8200 \\200t &= 1000 \\t &= 5 \text{ meses}\end{aligned}$$

Assim, o número de meses correspondente ao prazo de segundo empréstimo é de:

$$\begin{aligned}12 - t &= \\12 - 5 &= \\7 \text{ meses}\end{aligned}$$

Resposta: D

19. FEPESE – AUDITOR ISS/FLORIANÓPOLIS – 2014) A quantia de R\$ 750,00 é aplicada em um investimento que rende juros simples mensais. Se ao final de 5 meses o montante total investido (capital inicial + juros) é igual a R\$800,00, então a taxa de juros simples mensais que a aplicação rende é:

- a. () Menor do que 1%.
- b. () Maior do que 1% e menor do que 1,25%.
- c. () Maior do que 1,25% e menor do que 1,5%.
- d. () Maior do que 1,5% e menor do que 1,75%.
- e. () Maior do que 1,75%.

RESOLUÇÃO:

Aqui temos:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j \times t) \\800 &= 750 \times (1 + j \times 5) \\800 / 750 &= 1 + 5j \\1,0666 &= 1 + 5j \\0,0666 &= 5j \\0,0666 / 5 &= j \\j &= 0,0133 \\j &= 1,33\% \text{ ao mês}\end{aligned}$$

Resposta: C

20. FUNDATEC – AUDITOR CAGE/SEFAZ/RS – 2014) O valor futuro de uma aplicação de R\$15.000,00, cuja capitalização é simples, com taxa de juro de 15% ao ano, ao final de dois anos é de

- a) R\$ 17.250,00.
- b) R\$ 17.500,00.
- c) R\$ 18.000,00.
- d) R\$ 19.250,00.
- e) R\$ 19.500,00.

RESOLUÇÃO:

Aqui temos:

$$\begin{aligned}M &= C \times (1 + j \times t) \\M &= 15000 \times (1 + 15\% \times 2) \\M &= 15000 \times (1 + 0,15 \times 2) \\M &= 15000 \times (1,30) \\M &= 19500 \text{ reais}\end{aligned}$$

Resposta: E

21. FCC – AUDITOR ICMS/RJ – 2014) Sabe-se que um capital é aplicado, durante 2 meses e 12 dias, à taxa de juros compostos de 2% ao mês. Utilizando a convenção linear, obteve-se que, no final do prazo de aplicação, o valor dos juros simples correspondente ao período de 12 dias foi igual a R\$ 104,04. Este mesmo capital, aplicado durante 2 bimestres, a uma taxa de juros compostos de 4% ao bimestre, apresentará no final do período um total de juros igual a

- (A) R\$ 877,20
- (B) R\$ 1.020,00
- (C) R\$ 959,60
- (D) R\$ 938,40
- (E) R\$ 897,60

RESOLUÇÃO:

Se os juros simples relativos ao período de 12 dias (ou 12/30 mês) somaram 104,04 reais, então o capital no início deste período foi:

$$J = C \times j \times t$$

$$104,04 = C \times 2\% \times (12/30)$$

$$104,04 = C \times 0,02 \times (12/30)$$

$$C = 104,04 \times 30 / (0,02 \times 12)$$

$$C = 13005 \text{ reais}$$

Este valor encontrado foi, na verdade, o montante final da aplicação durante a parte inteira do prazo (2 meses). Ou seja,

$$13005 = C \times (1 + 2\%)^2$$

$$13005 = C \times 1,02^2$$

$$13005 = C \times 1,0404$$

$$C = 13005 / 1,0404$$

$$C = 12500 \text{ reais}$$

Este mesmo capital, aplicado durante 2 bimestres, a uma taxa de juros compostos de 4% ao bimestre, apresentará no final do período um total de juros igual a:

$$M = C \times (1 + j)^t$$

$$M = 12500 \times (1 + 4\%)^2$$

$$M = 12500 \times (1,04)^2$$

$$M = 12500 \times 1,0816$$

$$M = 13520 \text{ reais}$$

Portanto, os juros somam:

$$J = M - C$$

$$J = 13520 - 12500$$

$$J = 1020 \text{ reais}$$

Resposta: B

22. FUNDATEC – AUDITOR ICMS/RS – 2014) A loja Comercial Luiza está vendendo uma televisão LCD por R\$ 3.000,00 para pagamento em 30 dias. Negociando com o gerente da loja, é possível obter um desconto de 10% para pagamento à vista. Qual a taxa de juros efetiva embutida nessa operação?

- a) 1,00% ao mês.
- b) 5,55% ao mês.
- c) 10,00% ao mês.
- d) 1,11% ao mês.
- e) 11,11% ao mês.

RESOLUÇÃO:

O preço à vista é obtido aplicando o desconto de 10% sobre o preço de 3000 reais. Fazemos isso assim:

$$\text{Preço à vista} = 3000 \times (1 - 10\%)$$

$$\text{Preço à vista} = 3000 \times (1 - 0,10)$$

$$\text{Preço à vista} = 3000 \times (0,90)$$

$$\text{Preço à vista} = 2700 \text{ reais}$$

Portanto, ao comprar a TV a prazo, você está adquirindo uma dívida inicial de 2700 reais, mas após 1 mês vai ter que pagar o montante de 3000 reais. A taxa de juros é:

$$M = C \times (1 + j \times t)$$

$$3000 = 2700 \times (1 + j \times 1)$$

$$3000 / 2700 = 1 + j$$

$$30 / 27 = 1 + j$$

$$10 / 9 = 1 + j$$

$$1,1111 = 1 + j$$

$$0,1111 = j$$

$$j = 11,11\% \text{ ao mês}$$

Resposta: E

Obs.: como temos $t = 1$ mês, podíamos usar a fórmula de juros simples ou compostos.

23. FUNDATEC – AUDITOR ICMS/RS – 2014) Se uma determinada taxa de juros é positiva, pode-se afirmar que:

- a) O montante final é maior que o capital inicial sob regime de juros compostos.
- b) O montante final pode ser igual aos juros do período imediatamente anterior sob regime de juros compostos.
- c) O montante final pode ser igual ao valor dos juros sob regime de juros compostos.
- d) O montante final é igual a razão entre juros e capital inicial sob regime de juros compostos.
- e) O montante final é igual aos juros multiplicados pelo capital inicial sob regime de juros compostos.

RESOLUÇÃO:

No regime composto, $M = C \times (1 + j)^t$. Assim, sendo a taxa de juros positiva, certamente M será maior do que o capital inicial, pois o fator $(1 + j)^t$ será maior do que 1.

Basta lembrar que $M = J + C$. Sendo J e C valores positivos, então certamente M é maior do que C . Temos isso na alternativa A.

Buscando os erros das demais alternativas:

b) O montante final pode ser igual aos juros do período imediatamente anterior sob regime de juros compostos.

ERRADO. Como $M = J + C$, então o montante M sempre será maior do que os Juros totais, e certamente será maior que os juros do período anterior.

c) O montante final pode ser igual ao valor dos juros sob regime de juros compostos.

ERRADO. Como $M = J + C$, o montante será sempre maior do que os juros.

d) *O montante final é igual a razão entre juros e capital inicial sob regime de juros compostos.*

ERRADO. Não podemos dizer que $M = J / C$, mas sim que $M = J + C$.

e) *O montante final é igual aos juros multiplicados pelo capital inicial sob regime de juros compostos.*

ERRADO. Não podemos dizer que $M = J \times C$.

Resposta: A

24. CETRO – AUDITOR ISS/SP – 2014) Ao aplicar R\$3.200,00 a juros simples com taxa de 2% ao mês, um investidor resgata, após 3 trimestres de aplicação, o seguinte valor:

- (A) R\$3.100,00.
- (B) R\$3.286,00.
- (C) R\$3.562,00.
- (D) R\$3.621,00.
- (E) R\$3,776,00.

RESOLUÇÃO:

3 trimestres são $t = 9$ meses. Assim,

$$M = C \times (1 + j \times t)$$

$$M = 3200 \times (1 + 2\% \times 9)$$

$$M = 3200 \times 1,18$$

$$M = 3776 \text{ reais}$$

Resposta: E

25. FCC – AUDITOR SEFAZ/MA – 2016) Um capital de R\$ 20.000,00 foi aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao ano. Sendo t o número de anos em que esse capital deverá ficar aplicado para que produza juro total de R\$ 9.282,00, então t pode ser calculado corretamente por meio da resolução da equação

- (A) $0,1^t = 1,4641$
- (B) $1,1^t = 1,5470$

(C) $1,1^t = 1,4641$

(D) $0,1^t = 0,4641$

(E) $1,1^t = 0,4641$

RESOLUÇÃO:

No regime composto, temos:

$$M = C \times (1+j)^t$$

Se os juros foram de 9.282 reais, então o montante final é $M = C + 9282$. Assim,

$$C + 9282 = C \times (1 + 10\%)^t$$

$$20000 + 9282 = 20000 \times (1 + 10\%)^t$$

$$29282 = 20000 \times 1,1^t$$

$$2,9282 / 2 = 1,1^t$$

$$1,4641 = 1,1^t$$

Veja que esta equação está presente na alternativa C.

Resposta: C

26. FCC – AUDITOR ISS/Teresina - 2016) Joana aplicou todo seu capital, durante 6 meses, em 2 bancos (X e Y). No Banco X, ela aplicou 37,5% do capital sob o regime de capitalização simples e verificou que, no final do período de 6 meses, o valor dos juros foi de R\$ 2.250,00. No Banco Y, ela aplicou o restante do capital sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de 4% ao trimestre, verificando que, no final do período de 6 meses, o valor dos juros foi de R\$ 4.080,00. A taxa de juros anual correspondente à aplicação no Banco X foi de

(A) 11,25%

(B) 10,50%

(C) 15,00%

(D) 13,50%

(E) 12,00%

RESOLUÇÃO:

Seja P o capital total que Joana tinha. Assim, 37,5% de P é 0,375P. No Banco X, ela aplicou 37,5% do capital sob o regime de capitalização simples e verificou que, no final do período de 6 meses, o valor dos juros foi de R\$ 2.250,00:

$$\begin{aligned}J &= C \times j \times t \\2250 &= 0,375P \times j \times 6 \\2250/6 &= 0,375P \times j \\375 &= 0,375P \times j \\P \times j &= 375 / 0,375 \\P \times j &= 1.000\end{aligned}$$

No Banco Y, ela aplicou o restante do capital ($P - 0,375P = 0,625P$) sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de 4% ao trimestre, verificando que, no final do período de 6 meses, o valor dos juros foi de R\$ 4.080,00. A taxa de juros anual correspondente à aplicação no Banco X foi de

$$\begin{aligned}M &= C + J \\M &= 0,625P + 4080 \\M &= C \times (1+j)^t \\M &= 0,625P \times (1+4\%)^2 \\M &= 0,625P \times 1,0816 \\J &= M - C \\J &= 0,625P \times 1,0816 - 0,625P \\4080 &= 0,625P \times 1,0816 - 0,625P \\4080 &= 0,625P \times 0,0816 \\4080 / 0,0816 &= 0,625P \\50.000 &= 0,625P \\P &= 50.000 / 0,625 \\P &= 80.000 \text{ reais}\end{aligned}$$

Lembrando que $P \times j = 1.000$, temos:

$$80.000 \times j = 1.000$$

$$j = 1.000 / 80.000$$

$$j = 0,0125$$

$$j = 1,25\% \text{am}$$

A taxa anual é $12 \times 1,25\% = 15\% \text{ aa.}$

Resposta: C



Pessoal, a aula de hoje foi um breve aquecimento para o nosso curso. Os tópicos que iniciamos neste encontro serão abordados detalhadamente nas aulas 2 e 3 do nosso curso, ok?

Até o nosso próximo encontro!

Abraço,

Prof. Arthur Lima

Instagram: @ProfArthurLima

Facebook: ProfArthurLima

YouTube: Professor Arthur Lima



1. IDECAN – PREF. NATAL – 2016 - adaptada) Paulo, um empresário, aplicou o capital de R\$ 50.000,00 à taxa de juros simples comerciais de 2,5% a.m. durante 1,4 meses. Dessa forma, os juros obtidos, em R\$, foram:

- a) 1.736,00.
- b) 1.750,00.
- c) 1.764,00.
- d) 1.784,00.

2. CONSULPLAN – BANESTES – 2013) Um cliente fez um empréstimo em um banco e pagou uma taxa de 10% ao ano a juros compostos. Se a dívida em 2 anos chegou a R\$108.900,00, então o valor do empréstimo foi de

- a) R\$70.000,00.
- b) R\$85.000,00.
- c) R\$88.000,00.
- d) R\$90.000,00.
- e) R\$95.000,00.

3. IDECAN – BANESTES – 2012) Em relação aos conceitos de juros simples e juros compostos, assinale a alternativa INCORRETA.

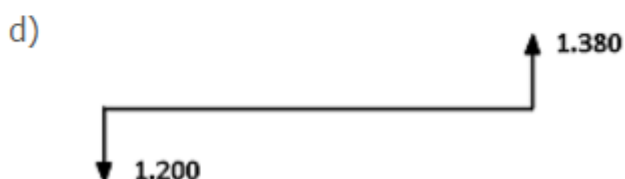
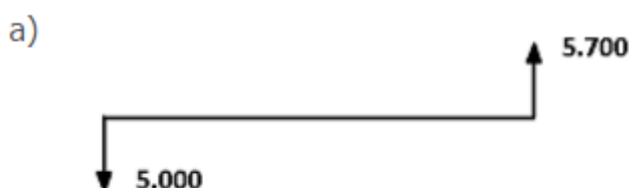
- a) A formação do montante em juros simples é linear.
- b) A formação do montante em juros compostos é exponencial.

c) Para um mesmo capital, uma mesma taxa e um mesmo prazo, o montante obtido a juros compostos sempre será maior que o montante obtido a juros simples.

d) Determinado capital aplicado por 10 meses, à taxa mensal de juros simples de $i\%$, apresentará o mesmo valor de juros para cada um dos 10 meses.

e) Determinado capital aplicado por 10 meses, à taxa mensal de juros compostos de $i\%$, apresentará valor diferente para os juros de cada um dos 10 meses.

4. IDECAN – PREF. NATAL – 2016) Um capital é aplicado durante um ano à taxa de 14% a.a. Dentre os fluxos de caixa seguintes, marque aquele que representa corretamente essa aplicação.



5. IDECAN – INMETRO – 2015) Um capital C é aplicado, hoje, a uma taxa de juros simples pelo prazo de 40 meses e rende juros mensais de R\$ 108,75. Considerando que, ao final desse prazo, o montante da aplicação será igual ao quádruplo do valor do capital aplicado, então a taxa de juros mensal é

- a) 6,2%.
- b) 6,5%.
- c) 7,2%.
- d) 7,5%.
- e) 8,2%.

6. ESAF – RECEITA FEDERAL – 2006) Indique qual o capital que aplicado a juros simples à taxa de 3,6% ao mês rende R\$ 96,00 em 40 dias.

- a) R\$ 2.000,00
- b) R\$ 2.100,00
- c) R\$ 2.120,00
- d) R\$ 2.400,00
- e) R\$ 2.420,00

7. ESAF – CVM – 2010 – adaptada) Qual o valor mais próximo do montante que atinge uma dívida de R\$ 2.000,00, quatro meses e meio depois, a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês?

- a) R\$ 2.115,00
- b) R\$ 2.092,00
- c) R\$ 2.090,00
- d) R\$ 2.105,00
- e) R\$ 2.135,00

8. ESAF – SEFAZ/SP – 2009 – Adaptada) Um capital unitário aplicado a juros gerou um montante de 1,1 ao fim de 2 meses e 15 dias. Qual a taxa de juros simples mensal de aplicação deste capital?

- a) 4%
- b) 10%
- c) 60%
- d) 54%
- e) 48%

ATENÇÃO: utilize a tabela abaixo para resolver a próxima questão.

TABELA I FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - $a_n = (1 + i)^n$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000	1,120000	1,150000	1,180000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000	1,254400	1,322500	1,392400
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000	1,404928	1,520875	1,643032
4	1,040604	1,082432	1,125508	1,169858	1,215506	1,262476	1,310796	1,360488	1,411581	1,464100	1,573519	1,749006	1,938777
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510	1,762341	2,011357	2,287758
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561	1,973822	2,313061	2,699554
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717	2,210681	2,660020	3,185474
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588	2,475963	3,059023	3,758859
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947	2,773078	3,517876	4,435454
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742	3,105848	4,045558	5,233835
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116	3,478549	4,652391	6,175926
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428	3,895975	5,350250	7,287592
13	1,138093	1,293606	1,468533	1,665073	1,885649	2,132928	2,409845	2,719623	3,065804	3,452271	4,363493	6,152787	8,599359
14	1,149474	1,319479	1,512589	1,731676	1,979931	2,260903	2,578534	2,937193	3,341727	3,797498	4,887112	7,075706	10,147244
15	1,160969	1,345868	1,557967	1,800943	2,078928	2,396558	2,759031	3,172169	3,642482	4,177248	5,473565	8,137061	11,973748
16	1,172578	1,372786	1,604706	1,872981	2,182874	2,540351	2,952164	3,425942	3,970306	4,594972	6,130393	9,357621	14,129022
17	1,184304	1,400241	1,652847	1,947900	2,292018	2,692772	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470	6,866040	10,761264	16,672246
18	1,196147	1,428246	1,702433	2,025816	2,406619	2,854339	3,379932	3,996019	4,717120	5,559917	7,689966	12,375453	19,673251

9. ESAF – RECEITA FEDERAL – 2006) Metade de um capital foi aplicada a juros compostos à taxa de 3% ao mês por um prazo de seis meses enquanto o restante do capital foi aplicado à taxa de 3% ao mês, juros simples, no mesmo período de seis meses. Calcule o valor mais próximo deste capital, dado que as duas aplicações juntas renderam um juro de R\$ 8.229,14 ao fim do prazo.

- a) R\$ 22.000,00
- b) R\$ 31.000,00
- c) R\$ 33.000,00
- d) R\$ 40.000,00
- e) R\$ 44.000,00

ATENÇÃO: utilize a tabela abaixo para resolver a próxima questão.

TABELA I FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - $a_n = (1 + i)^n$

n/i	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	12%	15%	18%
1	1,010000	1,020000	1,030000	1,040000	1,050000	1,060000	1,070000	1,080000	1,090000	1,100000	1,120000	1,150000	1,180000
2	1,020100	1,040400	1,060900	1,081600	1,102500	1,123600	1,144900	1,166400	1,188100	1,210000	1,254400	1,322500	1,392400
3	1,030301	1,061208	1,092727	1,124864	1,157625	1,191016	1,225043	1,259712	1,295029	1,331000	1,404928	1,520875	1,643032
4	1,040604	1,082432	1,125508	1,169858	1,215506	1,262476	1,310796	1,360488	1,411581	1,464100	1,573519	1,749006	1,938777
5	1,051010	1,104081	1,159274	1,216652	1,276281	1,338225	1,402552	1,469329	1,538624	1,610510	1,762341	2,011357	2,287758
6	1,061520	1,126162	1,194052	1,265319	1,340095	1,418519	1,500730	1,586874	1,677100	1,771561	1,973822	2,313061	2,699554
7	1,072135	1,148685	1,229873	1,315931	1,407100	1,503630	1,605781	1,713824	1,828039	1,948717	2,210681	2,660020	3,185474
8	1,082856	1,171659	1,266770	1,368569	1,477455	1,593848	1,718186	1,850930	1,992562	2,143588	2,475963	3,059023	3,758859
9	1,093685	1,195092	1,304773	1,423311	1,551328	1,689478	1,838459	1,999004	2,171893	2,357947	2,773078	3,517876	4,435454
10	1,104622	1,218994	1,343916	1,480244	1,628894	1,790847	1,967151	2,158925	2,367363	2,593742	3,105848	4,045558	5,233835
11	1,115668	1,243374	1,384233	1,539454	1,710339	1,898298	2,104852	2,331639	2,580426	2,853116	3,478549	4,652391	6,175926
12	1,126825	1,268242	1,425760	1,601032	1,795856	2,012196	2,252191	2,518170	2,812665	3,138428	3,895975	5,350250	7,287592
13	1,138093	1,293606	1,468533	1,665073	1,885649	2,132928	2,409845	2,719623	3,065804	3,452271	4,363493	6,152787	8,599359
14	1,149474	1,319479	1,512589	1,731676	1,979931	2,260903	2,578534	2,937193	3,341727	3,797498	4,887112	7,075706	10,147244
15	1,160969	1,345868	1,557967	1,800943	2,078928	2,396558	2,759031	3,172169	3,642482	4,177248	5,473565	8,137061	11,973748
16	1,172578	1,372786	1,604706	1,872981	2,182874	2,540351	2,952164	3,425942	3,970306	4,594972	6,130393	9,357621	14,129022
17	1,184304	1,400241	1,652847	1,947900	2,292018	2,692772	3,158815	3,700018	4,327633	5,054470	6,866040	10,761264	16,672246
18	1,196147	1,428246	1,702433	2,025816	2,406619	2,854339	3,379932	3,996019	4,717120	5,559917	7,689966	12,375453	19,673251

10. ESAF – SEFAZ/SP – 2009) Um capital C é aplicado à taxa de juros compostos de 2% ao mês. Qual o valor mais próximo do montante ao fim de um ano e meio?

- a) 1,27C
- b) 1,43C
- c) 1,37C
- d) 1,40C
- e) 1,32C

11. UFG – AUDITOR ISS/Goiânia – 2016) Uma pessoa antes de tomar emprestado uma quantia de R\$ 100 000,00, avalia três propostas: a primeira, à taxa de 5% ao mês, durante 8 meses; a segunda, à taxa de 4% ao mês, durante 12 meses; a terceira, à taxa de 3% ao mês, durante 24 meses; todas a juros simples. O valor dos juros a serem pagos, em reais, à proposta em que pagará menos juros, é:

- (A) 72 000,00
- (B) 60 000,00
- (C) 48 000,00
- (D) 40 000,00

12. FGV – FISCAL ISS/NITERÓI – 2015) Um capital será aplicado por um ano. O regime de capitalização será composto, sendo que incidirão duas taxas de juros semestrais, pagas ao final de cada semestre. Sabendo-se que as duas taxas de juros praticadas precisam somar 12%, a melhor escolha para a taxa do primeiro semestre, do ponto de vista do investidor, é:

- (A) 0% ao semestre;
- (B) 1% ao semestre;
- (C) 6% ao semestre;
- (D) 9% ao semestre;
- (E) 12% ao semestre.

13. FCC – AUDITOR ICMS/PI – 2015) Um capital de R\$ 14.700,00 foi aplicado a juro simples da seguinte forma:

- $\frac{1}{3}$ à taxa de 6% ao mês por um trimestre;
- $\frac{2}{5}$ à taxa de 13% ao bimestre por 5 meses e
- o restante à taxa de x% ao bimestre por 1 semestre.

O juro total arrecadado foi de R\$ 3.616,20. Se um capital de R\$ 18.000,00 for aplicado a juros compostos, à taxa de x% ao bimestre, por um período de 4 meses, o montante dessa aplicação será

- (A) R\$ 20.608,20
- (B) R\$ 23.594,33
- (C) R\$ 19.260,00
- (D) R\$ 19.945,95
- (E) R\$ 20.520,00

14. FCC – AUDITOR ICMS/PI – 2015) Um capital C foi aplicado a juros compostos, à taxa de 5% ao mês. Ao completar 1 bimestre, seu montante foi resgatado e imediatamente aplicado a juro simples, à taxa de 6% ao mês. Ao fim de 1 semestre da segunda aplicação, o montante M era de R\$

14.994,00. Suponha que, desde o início, o capital C tivesse sido aplicado a juro simples, à taxa mensal i , de modo que o montante final fosse igual a M . Dos números abaixo, o mais próximo de i é

- (A) 6,4%
- (B) 6,5%
- (C) 6,1%
- (D) 6,2%
- (E) 6,3%

15. FGV – AUDITOR ISS/CUIABÁ – 2015) O número de meses necessários para que um investimento feito na poupança triplique de valor (assumindo que esta remunere à taxa de 6% ao ano, no regime de juros simples) é de

- (A) 34.
- (B) 200.
- (C) 333.
- (D) 400.
- (E) 500.

16. FCC - AUDITOR ISS/SP - 2012) Em 05 de janeiro de certo ano, uma pessoa tomou R\$10.000,00 emprestados por 10 meses, a juros simples, com taxa de 6% ao mês. Após certo tempo, encontrou um outro credor que cobrava taxa de 4% ao mês. Tomou, então, R\$13.000,00 emprestados do segundo credor pelo resto do prazo e, no mesmo dia, liquidou a dívida com o primeiro. Em 05 de novembro desse ano, ao liquidar a segunda dívida, havia pago um total de R\$5.560,00 de juros aos dois credores. O prazo do segundo empréstimo foi

- a) 4 meses
- b) meses e meio
- c) 5 meses
- d) 5 meses e meio

e) 6 meses

17. FCC – AUDITOR ICMS/RJ – 2014) A aplicação de um capital sob o regime de capitalização simples, durante 10 meses, apresentou, no final deste prazo, um montante igual a R\$ 15.660,00. A aplicação de um outro capital de valor igual ao dobro do valor do capital anterior sob o regime de capitalização simples, durante 15 meses, apresentou, no final deste prazo, um montante igual a R\$ 32.480,00. Considerando que as duas aplicações foram feitas com a mesma taxa de juros, então a soma dos respectivos juros é igual a

- (A) R\$ 6.660,00
- (B) R\$ 3.480,00
- (C) R\$ 4.640,00
- (D) R\$ 5.600,00
- (E) R\$ 6.040,00

18. FCC – FISCAL ICMS/SP – 2013) Em 17/01/2012, uma pessoa tomou R\$ 20.000,00 emprestados do Banco A, por um ano, a juro simples, à taxa de 4% ao mês. Após certo tempo, soube que o Banco B emprestava, a juros simples, à taxa de 3% ao mês. Tomou, então, R\$ 20.000,00 emprestados do Banco B até 17/01/2013 e no mesmo dia liquidou sua dívida com o Banco A. Em 17/01/2013, os juros pagos aos Bancos A e B totalizaram R\$ 8.200,00. O número de meses correspondente ao prazo de segundo empréstimo é

- (A) 4
- (B) 5
- (C) 6
- (D) 7
- (E) 8

19. FEPESE – AUDITOR ISS/FLORIANÓPOLIS – 2014) A quantia de R\$ 750,00 é aplicada em um investimento que rende juros simples

mensais. Se ao final de 5 meses o montante total investido (capital inicial + juros) é igual a R\$800,00, então a taxa de juros simples mensais que a aplicação rende é:

- a. () Menor do que 1%.
- b. () Maior do que 1% e menor do que 1,25%.
- c. () Maior do que 1,25% e menor do que 1,5%.
- d. () Maior do que 1,5% e menor do que 1,75%.
- e. () Maior do que 1,75%.

20. FUNDATEC – AUDITOR CAGE/SEFAZ/RS – 2014) O valor futuro de uma aplicação de R\$15.000,00, cuja capitalização é simples, com taxa de juro de 15% ao ano, ao final de dois anos é de

- a) R\$ 17.250,00.
- b) R\$ 17.500,00.
- c) R\$ 18.000,00.
- d) R\$ 19.250,00.
- e) R\$ 19.500,00.

21. FCC – AUDITOR ICMS/RJ – 2014) Sabe-se que um capital é aplicado, durante 2 meses e 12 dias, à taxa de juros compostos de 2% ao mês. Utilizando a convenção linear, obteve-se que, no final do prazo de aplicação, o valor dos juros simples correspondente ao período de 12 dias foi igual a R\$ 104,04. Este mesmo capital, aplicado durante 2 bimestres, a uma taxa de juros compostos de 4% ao bimestre, apresentará no final do período um total de juros igual a

- (A) R\$ 877,20
- (B) R\$ 1.020,00
- (C) R\$ 959,60
- (D) R\$ 938,40
- (E) R\$ 897,60

22. FUNDATEC – AUDITOR ICMS/RS – 2014) A loja Comercial Luiza está vendendo uma televisão LCD por R\$ 3.000,00 para pagamento em 30 dias. Negociando com o gerente da loja, é possível obter um desconto de 10% para pagamento à vista. Qual a taxa de juros efetiva embutida nessa operação?

- a) 1,00% ao mês.
- b) 5,55% ao mês.
- c) 10,00% ao mês.
- d) 1,11% ao mês.
- e) 11,11% ao mês.

23. FUNDATEC – AUDITOR ICMS/RS – 2014) Se uma determinada taxa de juros é positiva, pode-se afirmar que:

- a) O montante final é maior que o capital inicial sob regime de juros compostos.
- b) O montante final pode ser igual aos juros do período imediatamente anterior sob regime de juros compostos.
- c) O montante final pode ser igual ao valor dos juros sob regime de juros compostos.
- d) O montante final é igual a razão entre juros e capital inicial sob regime de juros compostos.
- e) O montante final é igual aos juros multiplicados pelo capital inicial sob regime de juros compostos.

24. CETRO – AUDITOR ISS/SP – 2014) Ao aplicar R\$3.200,00 a juros simples com taxa de 2% ao mês, um investidor resgata, após 3 trimestres de aplicação, o seguinte valor:

- (A) R\$3.100,00.
- (B) R\$3.286,00.
- (C) R\$3.562,00.
- (D) R\$3.621,00.
- (E) R\$3,776,00.

25. FCC – AUDITOR SEFAZ/MA – 2016) Um capital de R\$ 20.000,00 foi aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao ano. Sendo t o número de anos em que esse capital deverá ficar aplicado para que produza juro total de R\$ 9.282,00, então t pode ser calculado corretamente por meio da resolução da equação

- (A) $0,1^t = 1,4641$
- (B) $1,1^t = 1,5470$
- (C) $1,1^t = 1,4641$
- (D) $0,1^t = 0,4641$
- (E) $1,1^t = 0,4641$

26. FCC – AUDITOR ISS/Teresina - 2016) Joana aplicou todo seu capital, durante 6 meses, em 2 bancos (X e Y). No Banco X, ela aplicou 37,5% do capital sob o regime de capitalização simples e verificou que, no final do período de 6 meses, o valor dos juros foi de R\$ 2.250,00. No Banco Y, ela aplicou o restante do capital sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de 4% ao trimestre, verificando que, no final do período de 6 meses, o valor dos juros foi de R\$ 4.080,00. A taxa de juros anual correspondente à aplicação no Banco X foi de

- (A) 11,25%
- (B) 10,50%
- (C) 15,00%
- (D) 13,50%
- (E) 12,00%



GABARITO

01 B	02 D	03 C	04 A	05 D	06 A	07 E
08 A	09 E	10 B	11 D	12 C	13 A	14 D
15 D	16 D	17 C	18 D	19 C	20 E	21 B
22 E	23 A	24 E	25 C	26 C		

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.