

**Aula 00 (Prof.  
Francisco Rebouças)**  
*TJ-SP (Escrevente Judiciário)*  
*Matemática - 2021 (Pós-Edital)*

Autor:  
**Equipe Exatas Estratégia  
Concursos**

11 de Agosto de 2021

## Sumário

CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	3
TEORIA DOS CONJUNTOS .....	4
1 - Introdução à Teoria dos Conjuntos .....	4
1.1 - Definição de Conjunto .....	4
1.2 - Relação de Pertinência .....	4
1.3 - Relação de Inclusão .....	5
1.4 - Subconjuntos .....	7
1.5 - Conjunto das Partes .....	9
2 - União, Intersecção, Complementar e Diferença .....	12
2.1 - Representação por Diagramas .....	12
2.2 - União .....	12
2.3 - Intersecção .....	13
2.4 - Diferença .....	17
2.5 - Complementar .....	18
3 - Princípio da Inclusão-Exclusão .....	20
4 - Conjuntos Numéricos .....	30
4.1 - Conjunto dos Naturais ( $\mathbb{N}$ ) .....	30
4.2 - Conjunto dos Inteiros ( $\mathbb{Z}$ ) .....	31
4.3 - Conjunto dos Racionais ( $\mathbb{Q}$ ) .....	32
4.4 - Conjuntos dos Irracionais e dos Reais .....	34
5 - Operações Básicas no Contexto de Conjuntos .....	36
6 - Resumo .....	40



QUESTÕES COMENTADAS.....	43
LISTA DE QUESTÕES .....	73
GABARITO .....	80



## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Fala, galera! Estamos juntos em mais uma aula e hoje abordaremos o seguinte tema:

### Teoria dos Conjuntos e Conjuntos Numéricos

Esta é uma aula extremamente importante pois nos ajudará a formar uma base sólida na disciplina. Durante a teoria, explicaremos o que é um conjunto, quais as operações que podemos realizar com eles, o princípio da inclusão-exclusão, quais são os principais conjuntos numéricos e algumas propriedades.

O conteúdo teórico dessa aula conta com uma grande variedade de exemplos resolvidos, de modo que podemos visualizar como está sendo a cobrança nos principais concursos. Ao final de tudo, temos uma lista de exercícios para fixarmos o que foi abordado.

Uma boa aula a todos e um forte abraço,

**Prof. Francisco Rebouças.**

Para **tirar dúvidas**, não deixe de utilizar o nosso fórum. Lá, estaremos sempre à disposição para ajudá-lo. Se preferir, você também **pode entrar em contato diretamente comigo** através dos seguintes canais:

**E-mail - Prof. Francisco Rebouças:**

[prof.franciscoreboucas@gmail.com](mailto:prof.franciscoreboucas@gmail.com)

**Telegram - Prof. Francisco Rebouças:**

[https://t.me/prof\\_fco](https://t.me/prof_fco)

*"Tente uma, duas, três vezes e se possível tente a quarta, a quinta e quantas vezes for necessário. Só não desista nas primeiras tentativas, a persistência é amiga da conquista. Se você quer chegar onde a maioria não chega, faça o que a maioria não faz." (Bill Gates)*



# TEORIA DOS CONJUNTOS

## 1 - Introdução à Teoria dos Conjuntos

### 1.1 - Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática por **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na Matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

O conjunto  $A$  é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto  $B$  é formado por **5 números pares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?* **A resposta é não!** Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, inclusive de **conjuntos formados por outros conjuntos!** Um exemplo, o conjunto  $E$  lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $E = \{\text{Francisco, Eduardo, Vinicius, Luana, Dj Jefferson}\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados dentro de um par de chaves. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário** em algumas situações.

### 1.2 - Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo  $\in$ .

- $b \in A$  -- Lemos:  $b$  **pertence** a  $A$ ;
- $4 \in B$  -- Lemos:  $4$  **pertence** a  $B$ ;

**Atente-se à simbologia!** Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence":  $\notin$ .

- $z \notin A$  --  $z$  **não pertence** a  $A$ ;
- $100 \notin B$  --  $100$  **não pertence** a  $B$ ;

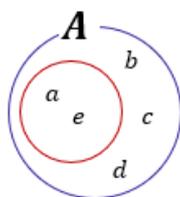


## 1.3 - Relação de Inclusão

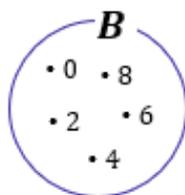
Nesse tipo é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos**. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar:  $\subset, \not\subset, \supset$  e  $\not\supset$ . Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$  e  $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ .

- $\{a, e\} \subset A$  -- Lemos:  $\{a, e\}$  **está contido** em  $A$ ;
- $\{0, 2, 4\} \subset B$  -- Lemos:  $\{0, 2, 4\}$  **está contido** em  $B$ ;
- $\{1, 3, 5, 19\} \subset C$  -- Lemos:  $\{1, 3, 5, 19\}$  **está contido** em  $C$ ;

Como agora estamos estabelecendo uma **relação de inclusão entre 2 conjuntos**, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **uma parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que  $\{a, e\}$  **está contido em  $A$** , estamos dizendo, com outras palavras, que  **$\{a, e\}$  é um subconjunto de  $A$** .



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto  $\{a, e\}$  está inteiramente contido em  $A$** . Nessas condições, dizemos que  $\{a, e\}$  está contido em  $A$  ou ainda que  $\{a, e\}$  é um subconjunto, ou **uma "parte"**, de  $A$ . Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que  $\{a, e\} \not\subset B$  -- **Lemos:  $\{a, e\}$  não está contido em  $B$** , logo  $\{a, e\}$  não é um subconjunto de  $B$ . Perceba que **basta um elemento da parte não pertencer** ao conjunto que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro.

Pessoal, se  $\{a, e\}$  **está contido em  $A$** , então também podemos dizer que  **$A$  contém  $\{a, e\}$** . Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo  $\supset$ .

- $A \supset \{a, e\}$  --  $A$  **contém**  $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$  --  $B$  **contém**  $\{0, 2, 8\}$



Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos  $\not\subset$ .

- $C \not\subset \{0, 1\}$  --  $C$  **não contém**  $\{0, 1\}$
- $E \not\subset \{Sicrano, Beltrano\}$  --  $E$  **não contém**  $\{Sicrano, Beltrano\}$

Uma dica para não confundir os símbolos de contém ( $\supset$ ) e está contido ( $\subset$ ), na relação entre conjuntos é: **o conjunto (maior) sempre fica no lado 'aberto', já a 'parte' (menor) sempre fica no lado 'fechado'**.



TOME  
NOTA!

**Conjunto  $\supset$  parte e parte  $\subset$  Conjunto**

O **Conjunto** contém a **parte** e a **parte** está contida no **Conjunto**.



HORA DE  
PRATICAR!

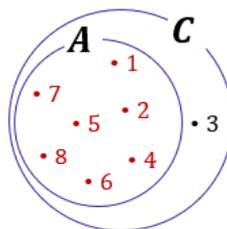
**(PREF. DE PINHAIS/2019)** Considerando os conjuntos  $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$  e  $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , assinale a alternativa CORRETA:

- A) O conjunto A está contido no conjunto B.
- B) O conjunto B está contido no conjunto A.
- C) O conjunto C está contido no conjunto B.
- D) O conjunto C está contido no conjunto A.
- E) O conjunto A está contido no conjunto C.

**Comentários:**

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Observe que os elementos destacados em vermelho **são exatamente todos os elementos do conjunto A**. Perceba, portanto, que **A está contido em C**. Para facilitar a visualização, veja o diagrama a seguir.



**Gabarito:** Letra E.



## 1.4 - Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto  $A = \{a, b\}$ . Pronto? A tabela abaixo lista todos os subconjuntos que podemos formar, e suas relações de inclusão:

Conjunto	Subconjuntos	Relação $\subset$	Relação $\supset$
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$	$\emptyset \subset A$	$A \supset \emptyset$
	$\{a\}$	$\{a\} \subset A$	$A \supset \{a\}$
	$\{b\}$	$\{b\} \subset A$	$A \supset \{b\}$
	$\{a, b\}$	$\{a, b\} \subset A$	$A \supset \{a, b\}$

Quando um subconjunto de  $A$  é diferente do próprio  $A$ , chamamos ele de **subconjunto próprio de  $A$** . Por exemplo,  $\{a\}$  e  $\{b\}$  são subconjuntos próprios de  $A$ . Já o subconjunto  $\{a, b\}$  é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio  $A$ !

Devemos falar um pouco **do conjunto vazio e do conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos!** É representado por meio do **símbolo  $\emptyset$**  mas também pode aparecer como um simples par de chaves  $\{\}$ . Já o **conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento!**



**O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.**

Seja  $X$  um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \quad \text{ou} \quad \{\} \subset X$$

Observe que  $\{a, b\} \subset A$ , indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo!**

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, basta seguir os passos conforme abaixo.

Vamos listar os subconjuntos de  $C = \{1, 2, 3\}$ ?

Conjunto	Subconjuntos	Passos
$C = \{1, 2, 3\}$	$\emptyset$	<b>1:</b> Você não deve esquecer que <b>o conjunto vazio é subconjunto de qualquer vazio</b> .
	$\{1\}, \{2\}, \{3\}$	<b>2:</b> Escrever cada elemento como um subconjunto, <b>um por um</b> usando $\{\}$ .



	$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$	<b>3:</b> Escrever os subconjuntos formado por <b>pares</b> de elementos usando { }.
	$\{1, 2, 3\}$	<b>4:</b> Ir para os <b>trios</b> usando { }.
	$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$	

Como o conjunto  $C$  possui 3 elementos, listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos**, **obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**.

É possível estabelecermos uma fórmula, para calcular o **número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto** daí: seja  $n(A)$  o **número de elementos de um conjunto  $A$** . Então, o **número de subconjuntos de  $A$ ,  $nS_A$** , é dado por:

$$nS_A = 2^{n(A)}$$



**(IDAF-AC/2020)** Quantos subconjuntos possui o conjunto das vogais?

- A) 10
- B) 25
- C) 32
- D) 50
- E) 56

#### Comentários

Seja  $V$  o conjunto formado por **todas as vogais**, então temos que:

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

O conjunto acima **possui 5 elementos**, sabemos que o número de subconjuntos de um conjunto depende da quantidade de elementos e é dado através de uma fórmula.

$$nS_V = 2^{n(V)}$$

$$nS_V = 2^5$$

$$nS_V = 32$$

**Gabarito:** Letra C.



## 1.5 - Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo**  $\wp$ . Por exemplo, os **conjuntos das partes** de  $A = \{a, b\}$  e de  $B = \{a, b, c\}$  são:

$$\wp(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$
$$\wp(B) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Observe que  $\wp(A)$  e  $\wp(B)$  são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula  $nS_A = 2^{n(A)}$ . Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio**  $\{\}$  explicitamente como um dos seus elementos.



**(PREF. PETROLINA/2019)** Dado um conjunto  $A$ , representa-se por  $\wp(A)$  o conjunto formado por todos os subconjuntos de  $A$  – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por  $2^A$ . Se  $A = \{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$ , qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de  $\wp(A)$ ?

- A)  $\phi$
- B)  $\{\phi, 1\}$
- C)  $\{1, \{\phi, 1\}\}$
- D)  $\{\phi, \{\phi\}\}$
- E)  $\{1, \{1\}\}$

### Comentários:

O jeito mais imediato de resolver a questão é **listar todos os subconjuntos de  $A$** . Perceba que teremos  $2^4 = 16$  subconjuntos. Para nos auxiliar, vamos usar uma tabela.

Vale também destacar que  **$\phi$  representa o conjunto vazio** e você deve lembrar que **o conjunto vazio é sempre subconjunto** de qualquer conjunto.



Ao listar os subconjuntos do conjunto  $A$ , percebemos que apenas o conjunto  $\{1, \{\phi, 1\}\}$  não é elemento de  $\wp(A)$ . Isso acontece pois o conjunto  $\{\phi, 1\}$  não é elemento de  $A$ . Veja no quadro abaixo:

Conjunto	Subconjuntos	
$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$	$\phi$	$\{\{\phi\}, 1\}$
	$\{\phi\}$	$\{\{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\{\phi\}\}$	$\{1, \{1\}\}$
	$\{1\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1\}$
	$\{\{1\}\}$	$\{\phi, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{\phi\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\phi, 1\}$	$\{\{\phi\}, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{1\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$

**Gabarito:** Letra C.



Observe o conjunto  $F$  exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes,  $F$  é um conjunto que possui como elementos outros conjuntos. Note que o conjunto  $\{a, b, c\}$  é um elemento de  $F$ . Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever  $\{a, b, c\} \in F$ . Galera, muita atenção aqui!  $\{a, b, c\}$  não é um subconjunto de  $F$ , é um elemento! Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos! Caso precisemos estabelecer uma relação de inclusão, escreveremos na forma  $\{\{a, b, c\}\} \subset F$ , e assim diremos que o subconjunto  $\{\{a, b, c\}\}$  está contido em  $F$ .

Conjunto	$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$
Relação de Pertinência (para elementos)	• $1 \in F; 2 \in F; 3 \in F$
	• $\{a, b, c\} \in F; \{d, e, f\} \in F; \{W\} \in F$
Relação de Inclusão (para subconjuntos)	• $\{1\} \subset F; \{1, 2\} \subset F; \{1, 2, 3\} \subset F$
	• $\{\{a, b, c\}\} \subset F; \{\{d, e, f\}\} \subset F; \{\{W\}\} \subset F$





**(PREF. JEQUIÉ/2018)** Considerando o conjunto  $A = \{\Omega, \Delta, \{\Delta\}\}$  qual das afirmações abaixo não está correta?

- A)  $\Omega \in A$
- B)  $\Omega \subset A$
- C)  $\{\Delta\} \subset A$
- D)  $\{\Delta\} \in A$

**Comentários:**

Os elementos de  $A$  são:  $\Delta$ ,  $\{\Delta\}$  e  $\Omega$ . Logo: 
$$\begin{cases} \Delta \in A; \\ \{\Delta\} \in A; \\ \Omega \in A. \end{cases}$$

Essa pequena análise permite concluir que **as alternativas A e D estão corretas** e, portanto, não podem ser nosso gabarito, já que **ele procura a alternativa incorreta**. Observe que como  $\Delta$  é um elemento de  $A$ , então podemos dizer que  $\{\Delta\}$  é um subconjunto de  $A$ . Dessa forma, é também correto escrever que  $\{\Delta\} \subset A$ . *Opa, espere aí, professor! Então podemos dizer nessa situação que  $\{\Delta\} \subset A$  e  $\{\Delta\} \in A$ ? Isso! Essa conclusão somente é válida pois existem  $\Delta$  e  $\{\Delta\}$  como elementos do mesmo conjunto!*

**Ao escrever que  $\{\Delta\} \subset A$  estamos nos referindo ao subconjunto formado pelo elemento  $\Delta$ . Quando escrevemos  $\{\Delta\} \in A$ , estamos nos referindo ao elemento  $\{\Delta\}$ , que é explicitamente declarado.** O subconjunto associado ao elemento  $\{\Delta\}$  é representado com mais um par de chaves:  $\{\{\Delta\}\}$ . Nessa situação, dizemos que  $\{\{\Delta\}\} \subset A$ . Com isso, a única alternativa que pode estar errada é a letra B, pois  $\Omega$  é um elemento de  $A$  e, portanto, o correto seria  $\Omega \in A$ .

**Gabarito:** Letra B.

Observe que, para representar os conjuntos que estão contidos em outro conjunto, utilizamos, **dois pares de chaves**. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.

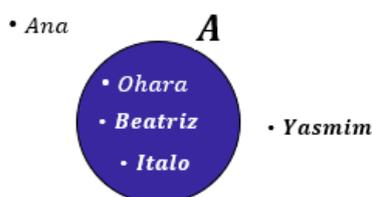


## 2 - União, Intersecção, Complementar e Diferença

### 2.1 - Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**.

Por exemplo, seja  $A$  o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



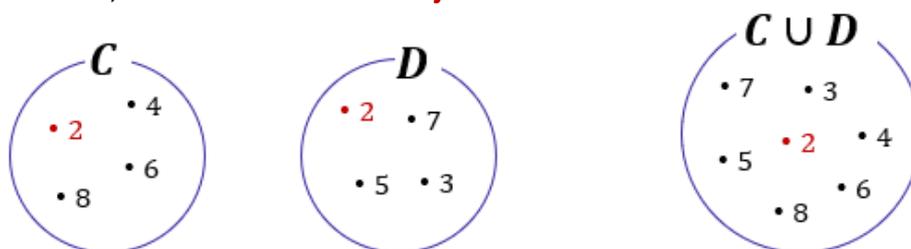
Todos aqueles que estão dentro do conjunto  $A$  **representam funcionários da empresa**. **Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

Conjunto	$A = \{Ohara, Beatriz, Italo\}$
Relação de Pertinência (elementos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>Ohara \in A; Beatriz \in A; Italo \in A</math></li> <li>• <math>Yasmim \notin A; Ana \notin A; Paulo \notin A</math></li> </ul>

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

### 2.2 - União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** a que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja a **união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo  $\cup$**  e, basicamente, **funde dois ou mais conjuntos em um só**.



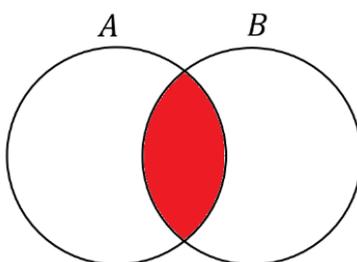
No diagrama acima, temos que  $C = \{2, 4, 8, 6\}$  e  $D = \{2, 3, 5, 7\}$ . Ao fazemos a união de  $C$  e  $D$ , criamos um novo conjunto que possui todos os elementos dos dois conjuntos,  $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

Porém, note que **o elemento 2 é comum aos dois conjuntos**:  $C = \{2, 4, 8, 6\}$  e  $D = \{2, 3, 5, 7\}$ . Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não aparecerá duas vezes no conjunto união**! Como verificamos no diagrama  $C \cup D$  acima.

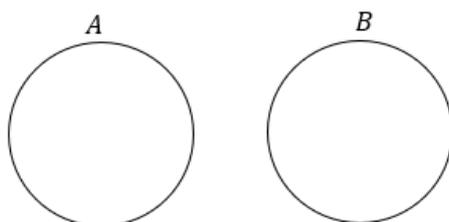
## 2.3 - Intersecção

A operação que seleciona exatamente **os elementos comuns é denominada de intersecção e é representada por  $\cap$** . Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre  $C$  e  $D$ . Logo, o conjunto intersecção será formado apenas por esse elemento:  $C \cap D = \{2\}$ .

Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los de forma que a região comum represente exatamente a sua intersecção. Assim os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.



**Caso os conjuntos não possuam elementos em comum**, isto é, **não havendo intersecção entre os dois**, nós chamamos de **conjuntos disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.



Vamos treinar um pouco esses dois conceitos?





(PREF. ÂNGULO/2020) Sejam os conjuntos  $A = \{0,1,3,5,7\}$ ,  $B = \{0,2,4,6,8\}$  e  $C = \{0,14,15\}$ , assinale a alternativa correta.

- A)  $A \cap B \cap C = \{0\}$
- B)  $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$
- C)  $B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 14, 15\}$
- D)  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$

#### Comentários:

Devemos verificar alternativa por alternativa.

A)  $A \cap B \cap C = \{0\}$

**Alternativa correta.** Nessa alternativa, devemos buscar a **interseção dos três conjuntos** que é formada pelos **elementos que são comuns aos três conjuntos**. Na questão, **o número 0 pertence a todos os conjuntos A, B e C**. Notar que **não há nenhum outro elemento que aparece nos três conjuntos ao mesmo tempo**.

B)  $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$

**Alternativa incorreta.** Para obter a união de dois conjuntos, **juntamos todos os elementos dos conjuntos** e se houver elementos repetidos, escrevemos apenas uma vez. No entanto, **o elemento 0 é de A e de C, mas não aparece no conjunto união dos dois**.

C)  $B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 14, 15\}$

**Alternativa incorreta.** A interseção representa apenas os elementos em comum entre dois ou mais conjuntos. O único **elemento comum aos dois é o 0**. Logo,  $B \cap C = \{0\}$ .

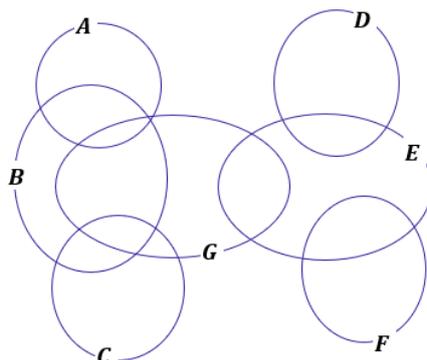
D)  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$

**Alternativa incorreta.** Note que o conjunto está quase correto, o único erro seria a presença desse elemento "15". **O "15" não faz parte nem de A, nem B**, portanto, **não pode fazer parte do conjunto união dos dois**.

**Gabarito:** Letra A.



(CM MONTE ALTO/2019) Observe o diagrama de conjuntos e considere que há elementos em todas as suas regiões.



A partir dessa disposição, é correto afirmar que:

- A) há elemento de  $G$  que é também elemento de  $A$  e  $C$ .
- B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.
- C) qualquer elemento de  $G$ , que não esteja em  $E$ , certamente estará em  $A$  ou em  $B$  ou em  $C$
- D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em  $C$  e em  $D$ .
- E) há elemento de  $G$  que também é elemento de  $A$ , mas não é elemento de  $B$ .

#### Comentários:

A) há elemento de  $G$  que é também elemento de  $A$  e  $C$ .

**Alternativa incorreta.** Observe que  $A$  e  $C$  são conjuntos disjuntos, isto é, não possuem elementos em comum e por isso não há intersecção entre os dois.

B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.

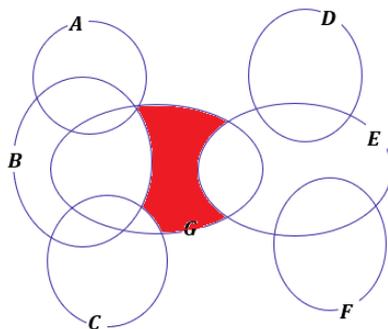
**Alternativa correta.** Se um elemento está em dois desses conjuntos, obrigatoriamente está contido em uma intersecção. Dessa forma, haverá, com certeza, um elemento em qualquer conjunto do diagrama proposto!

C) qualquer elemento de  $G$ , que não esteja em  $E$ , certamente estará em  $A$  ou em  $B$  ou em  $C$

**Alternativa incorreta.** Mesmo não estando em  $E$ , um elemento em  $G$  pode estar somente em  $G$ .

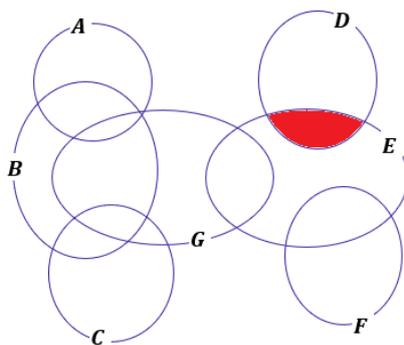


**Assim, não podemos afirmar** que, **necessariamente**, estará em A ou em B ou em C. Veja a região destacada abaixo.



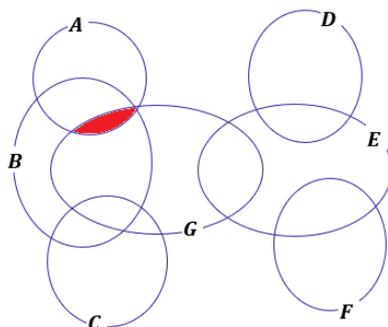
D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.

**Alternativa incorreta.** *D só faz* intersecção com *E*. Desse modo, um elemento de *D* só poder estar, **no máximo, em dois conjuntos**.



E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

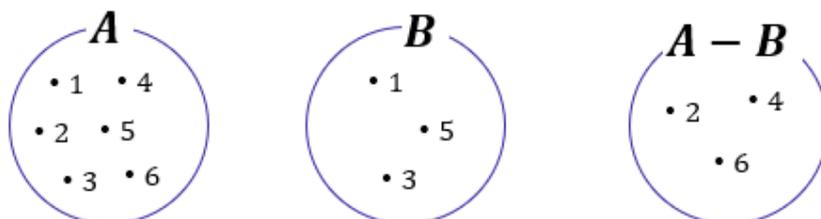
**Alternativa incorreta.** **Todo elemento de G, que seja também elemento de A, é obrigatoriamente de B.**



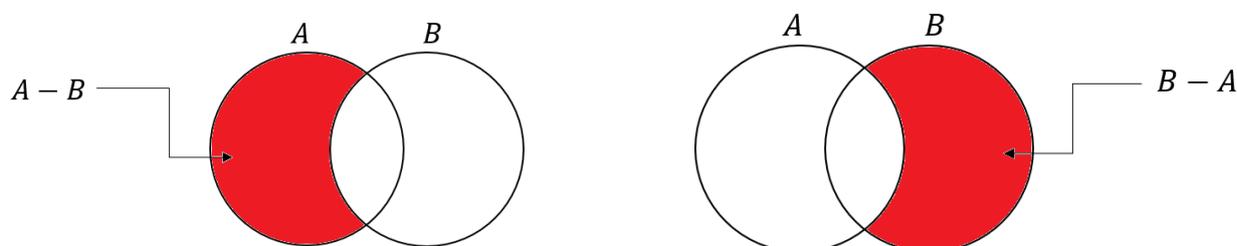
**Gabarito:** Letra B.

## 2.4 - Diferença

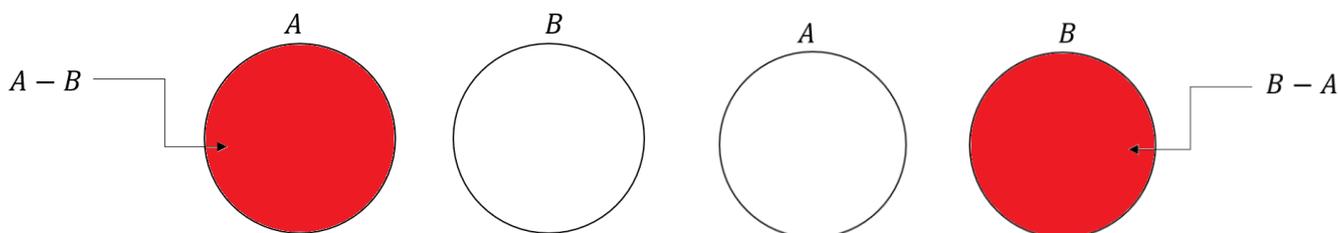
A operação **diferença** ou, como também é conhecida, a **subtração de conjuntos** é representado por  $A - B$  e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B!** Por exemplo, considere os conjuntos:



Observe que  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $B = \{1, 3, 5\}$ . Para encontrar  $A - B$ , devemos selecionar **os elementos de A que não são elementos de B!** Ou seja,  $A - B = \{2, 4, 6\}$ . Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença. **Cuidado!** Os resultados de  $(A - B)$  e  $(B - A)$  **não são iguais**.



Um detalhe importante é que se  $A$  e  $B$  são **conjuntos disjuntos**, então  $A - B = A$  e  $B - A = B$ . Veja como essa informação pode ser representada nos diagramas abaixo:



(**PREF. LINHARES/2020**) Dados os três conjuntos numéricos:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$

$$B = \{0, 2, 4, 6\},$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}.$$

O resultado de  $(A - B) \cap C$  é igual a:

- A) {1,3,5}
- B) {1,3,5,7,9}
- C) {0,1,3,5,7,9}
- D) {2,4,6}
- E) {0}

**Comentários:**

Primeiramente, devemos **fazer a diferença entre o conjunto A e B**. Lembre-se, a diferença entre dois conjuntos, é **o conjunto dos elementos de A que não são elementos de B**. Na nossa questão, temos que:

$$\begin{aligned}A &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\B &= \{0, 2, 4, 6\} \\A - B &= \{1, 3, 5\}\end{aligned}$$

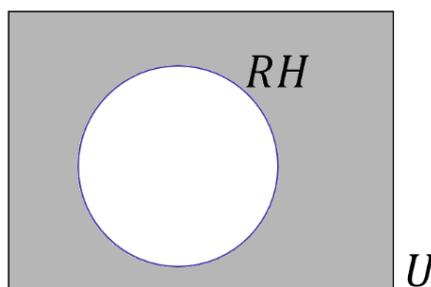
A questão não termina aqui. Ainda devemos fazer a intersecção desse conjunto com o  $C$ . **Note que C possui todos os três elementos iguais ao conjunto diferença**. Portanto, **coincidentemente**, vamos ter que:

$$(A - B) \cap C = \{1, 3, 5\}$$

**Gabarito:** Letra A.

## 2.5 - Complementar

Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Acompanhe o diagrama abaixo. Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto  $U$ .



**Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, representa **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.



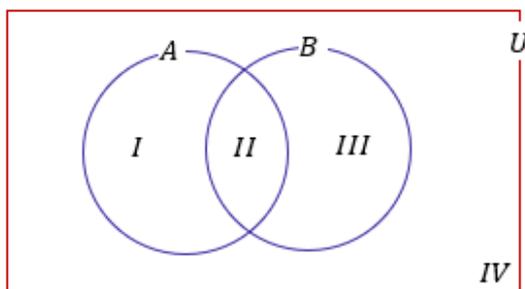
Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Seja o conjunto com os funcionários de uma empresa especializados em RH. Qual o complementar desse conjunto? Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** O complementar do conjunto RH é representado pela **parte hachurada de cinza**.

Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**. A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto  $X$  é  $X^C$  ou  $\bar{X}$ . Podemos definir o conjunto complementar com o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

$$\bar{X} = X^C = U - X$$



**(PREF. NOVO HAMBURGO/2020)** A é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol e B é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, conforme representado no diagrama:



Com base nessas informações, é correto afirmar que

- A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.
- B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
- C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.
- D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
- E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.

#### Comentários:

Vamos analisar cada uma das alternativas:



A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.

**Alternativa incorreta.** A região I representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma ESPANHOL**, mas **não dominam o idioma INGLÊS**.

B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.

**Alternativa correta.** A região comum aos 2 conjuntos representa **as pessoas que dominam os dois idiomas**.

C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.

**Alternativa incorreta.** A região III representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma INGLÊS**, mas **não dominam o idioma ESPANHOL**.

D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.

**Alternativa incorreta.** A região IV é **toda área fora dos dois conjuntos**. Isso significa que ela representa aqueles **não dominam nenhum dos dois idiomas**.

E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.

**Alternativa incorreta.** U é o **conjunto universo** e representa todos aqueles que **dominam ou não os idiomas**.

**Gabarito:** Letra B.

### 3 - Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes. Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo contendo intersecções**.

#### ➤ 2 Conjuntos

Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se  $n(A)$  é o número de elementos de A e  $n(B)$  é o número de elementos de B, quanto vale  $n(A \cup B)$  ?

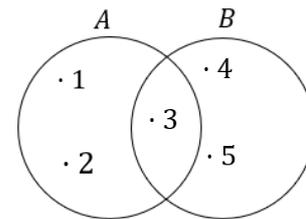
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima.



Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \Rightarrow n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$



Observe que o número de elementos na união, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**, pois devemos subtrair a quantidade de elementos que está na intersecção.

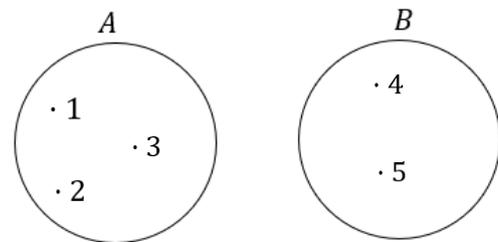
Portanto, temos que:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3 + 3 - 1 = 5$

Porém, para **conjuntos disjuntos** temos que o número de elementos da intersecção é zero, e **nesse caso em especial** a união **é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

Já que:

$$n(A \cap B) = 0.$$



**(TRF-6/2018)** Em uma empresa com 120 funcionários, 42 recebem vale-transporte e 95 recebem vale-refeição. Sabendo que todos os funcionários da empresa recebem ao menos um desses dois benefícios, o total de funcionários que recebem ambos os benefícios é igual a

- A) 25.
- B) 17.
- C) 15.
- D) 19.
- E) 20

**Comentários:**

O **conjunto universo** dessa questão é formado pelos **120 funcionários** da empresa. Seja **T** o conjunto daqueles que recebem vale-transporte e **R** o conjunto daqueles que recebem vale-refeição. Teremos:

$$n(T) = 42; \quad n(R) = 95; \quad n(T \cup R) = 120$$



Sabemos que podemos relacionar esses valores e obter a quantidade que está na intersecção dos conjuntos através **do Princípio da Inclusão-Exclusão** estudado na teoria.

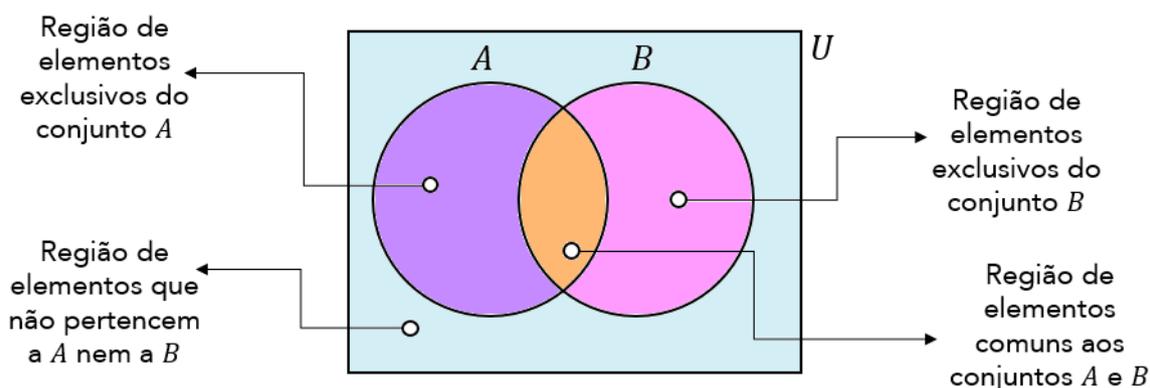
$$n(T \cup R) = n(T) + n(R) - n(T \cap R)$$

$$120 = 42 + 95 - n(T \cap R)$$

$$n(T \cap R) = 17$$

**Gabarito:** Letra B

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada conjunto envolvido em um problema típico de PIE. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:



**(CLDF/2018)** Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

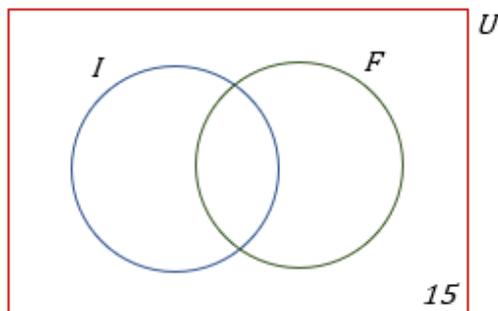
- A) 144.
- B) 138.
- C) 132.
- D) 108.
- E) 126.



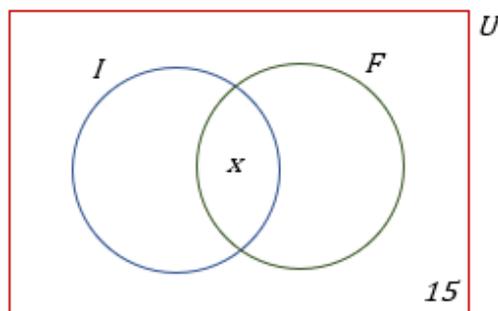
**Comentários:**

O **conjunto universo** da nossa questão é formado pelos **150 alunos da escola**. Esses 150 alunos **podem fazer 2 cursos ou não fazer nenhum**. A primeira informação que temos é que **15 alunos não frequentam nenhum dos cursos**.

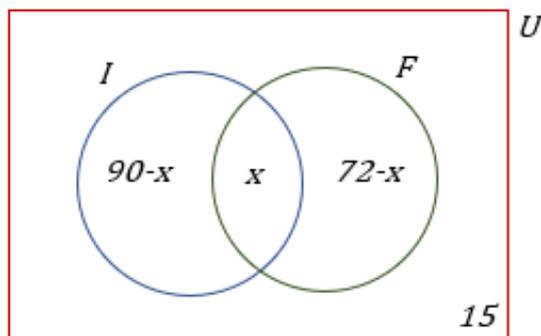
Em diagramas, podemos representar essa informação da seguinte maneira:



Observe que a **questão não informou a quantidade de alunos que fazem os dois cursos simultaneamente**. Portanto, vamos chamá-la de  $x$  e colocá-la no diagrama.



Se 90 frequentam o curso de inglês, então  $90 - x$  frequentam **APENAS o curso de inglês**. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então  $72 - x$  frequentam **APENAS o curso de Francês**.



Nosso diagrama **está completamente preenchido**. Você concorda que **ao somar individualmente as quantidades acima**, deveremos obter o total de alunos dessa escola, isto é, 150?

$$(90 - x) + (72 - x) + x + 15 = 150$$

$$177 - x = 150$$

$$x = 27$$

A questão não quer saber quantos alunos fazem os dois cursos simultaneamente. **Ela pede a quantidade de alunos que fazem APENAS um único curso**. Logo,

$$(90 - x) + (72 - x) = 63 + 45 = 108$$

**Gabarito:** Letra D.

E usando a fórmula? Como ficaria? **Seja  $I$  o conjunto daqueles que fazem o curso de inglês e  $F$  o conjunto formado por aqueles que fazem o curso de francês**. Se a escola tem 150 alunos e foi dito que **15 alunos não fazem nenhum dos cursos**, então:

$$n(I \cup F) = 150 - 15 = 135$$

São 135 alunos que fazem **pelo menos um dos cursos**. A questão diz ainda que:  **$n(I) = 90$  e  $n(F) = 72$** .

$$n(I \cup F) = n(I) + n(F) - n(I \cap F)$$

$$135 = 90 + 72 - n(I \cap F)$$

$$n(I \cap F) = 27$$

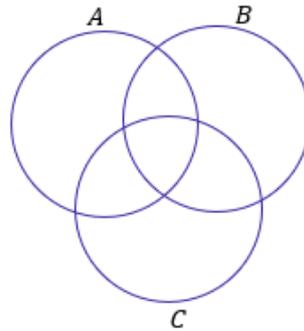
Com isso, descobrimos que **27 pessoas fazem simultaneamente o curso de inglês e de francês**. A questão pede a quantidade de alunos que fazem **apenas um dos cursos**. Se 27 dos que fazem inglês também fazem francês, então  **$90 - 27 = 63$  fazem apenas inglês**. Analogamente,  **$72 - 27 = 45$  fazem apenas francês**.

$$63 + 45 = 108 \text{ alunos}$$

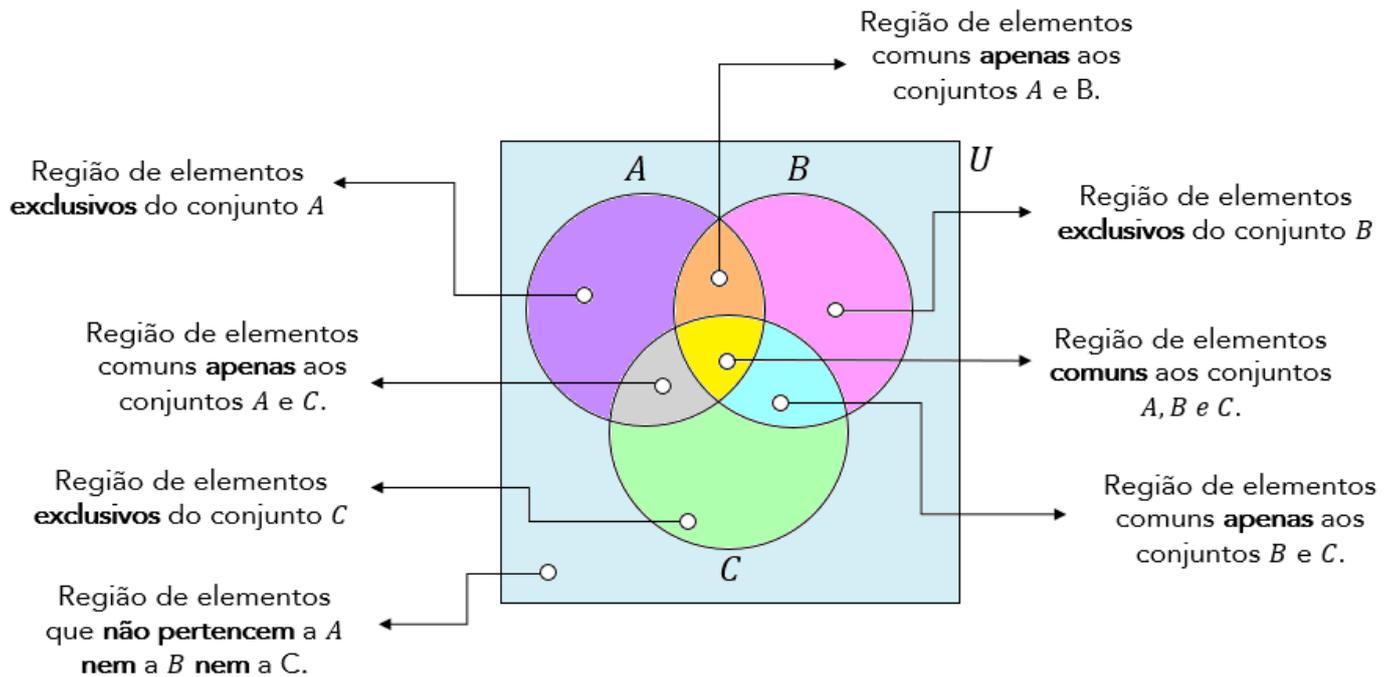


### ➤ 3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois** e ainda há a possibilidade de existir elementos comuns aos 3 conjuntos. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões do diagrama acima?



Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos acima, isto é,  $n(A)$ ,  $n(B)$  e  $n(C)$ . **Como você faria para encontrar  $n(A \cup B \cup C)$  ? Será que é só somar as três quantidades? A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.



Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Analogamente ao que vimos com relação ao processo para dois conjuntos, **é preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**. Porém, imagine um elemento que é **comum aos 3 conjuntos**, isto é, pertencente a  $(A \cap B \cap C)$ . Quando fizermos a soma dos elementos dos conjuntos  $n(A) + n(B) + n(C)$ , **contaremos ele três vezes!**

E quando fazemos a subtração  $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$  **tiramos o valor três vezes! Resultado: não estaremos contando os elementos de  $(A \cap B \cap C)$** . Por esse motivo, **adicionamos  $n(A \cap B \cap C)$** .

Confira o exercício abaixo.



**(IFF/2018)** Para um conjunto qualquer  $X$ ,  $n(X)$  representa a quantidade de elementos de  $X$ . Nesse sentido, considere que os conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$  tenham as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}n(A) &= n(B) = n(C) = 50; \\n(A \cap B) &= n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10; \\n(A \cap B \cap C) &= 0.\end{aligned}$$

Nessa situação,  $n(A \cup B \cup C)$  é igual a

- A) 100.
- B) 110.
- C) 120.
- D) 130.
- E) 140.

#### Comentários:

Percebam que essa questão exige apenas **a aplicação direta da fórmula** que acabamos de ver.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0$$

$$n(A \cup B \cup C) = 120$$

**Gabarito:** Letra C.

Para contar elementos em um diagrama de Venn, **o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos!** Depois, **partimos para as intersecções duplas** e, por fim, analisamos a quantidade de **elementos exclusivos de cada conjunto**.

Vamos ver na prática como fazemos isso?



**(TRF-3/2019)** O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é

- A) 12.
- B) 47.
- C) 7.
- D) 28.
- E) 23.

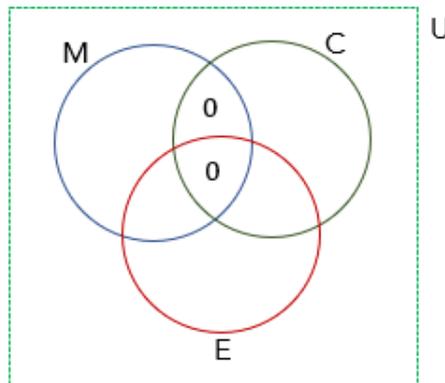
**Comentários:**

Nosso **conjunto universo é formado por 150 alunos** que estão matriculados em três disciplinas: Cálculo ( $C$ ), Estatística ( $E$ ) e Microeconomia ( $M$ ). Comece se perguntando: *qual a quantidade de alunos que cursam as 3 disciplinas?*

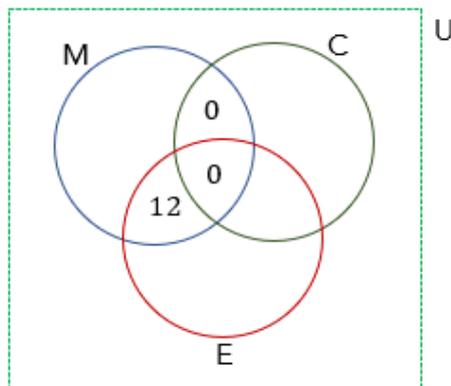
**A resposta será zero!** Veja que, de acordo com o enunciado, **não existem alunos matriculados em Microeconomia e Cálculo ao mesmo tempo**.



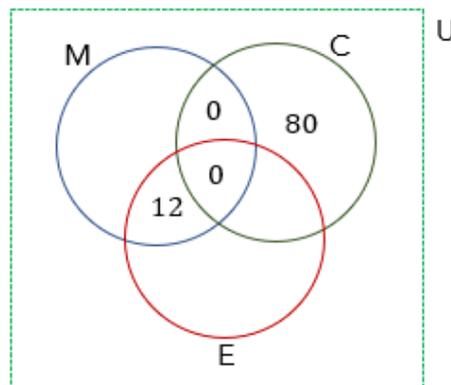
Sendo assim, se não existe aluno matriculado nas duas, **não pode ter aluno matriculado nas 3.**



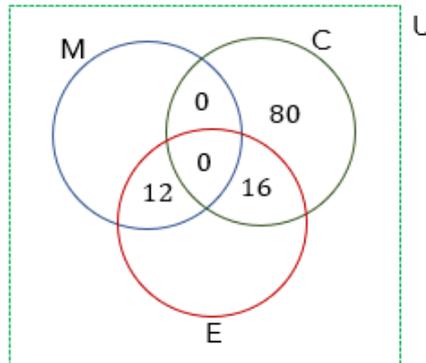
Sabemos ainda que **12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística.**



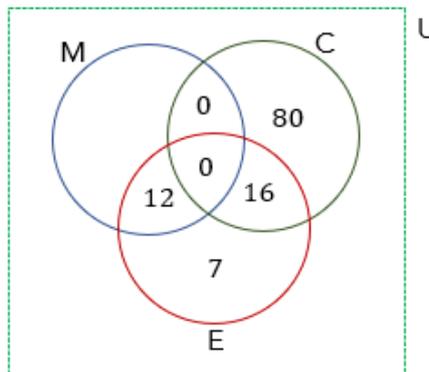
Foi dito que **80 deles cursam SOMENTE Cálculo.**



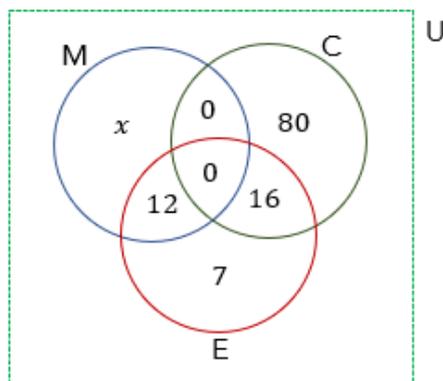
Como temos 80 alunos que fazem somente Cálculo, então **devemos ter 16 alunos que fazem Cálculo e Estatística para poder completar os 96 alunos da turma.**



São **35 alunos de Estatística** e no diagrama temos  $12 + 16 = 28$ . Logo, **7 alunos cursam somente Estatística.**



Seja  $x$  a quantidade de alunos que fazem **apenas Microeconomia**.



A quantidade de alunos elencadas nos diagramas acima deve **totalizar os 150 alunos dos 3 cursos.**

$$x + 12 + 0 + 0 + 7 + 16 + 80 = 150$$
$$x + 115 = 150$$



$$x = 35$$

**Cuidado aqui!** 35 é a quantidade de alunos que fazem APENAS Microeconomia. Para descobrir o total de alunos de Microeconomia devemos somar com aqueles que também fazem Estatística (12). Logo,

$$n(M) = 35 + 12$$

$$n(M) = 47$$

**Gabarito:** Letra B.

## 4 - Conjuntos Numéricos

No capítulo anterior, vimos os mais diversos tipos de conjuntos. Aprendemos **as diferentes formas de representá-los e também algumas operações: a união, a intersecção, a diferença**. Nessa nova aula, daremos um foco especial aos **conjuntos numéricos**. *Vamos nessa?!*

### 4.1 - Conjunto dos Naturais ( $\mathbb{N}$ )

O conjunto dos números naturais é representado pelo **símbolo  $\mathbb{N}$** . Basicamente, esse conjunto infinito compreenderá aqueles números que **surgem "naturalmente" da necessidade de contar**. Observe:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

A primeira coisa que você deve notar é que no conjunto dos números naturais **não teremos os famosos "números quebrados" nem os números negativos**. Uma notação importante, em todo conjunto numérico, é o **asterisco sobrescrito** ao símbolo do conjunto que **indicará que o 0 será excluído da lista**.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$$

No estudo dos números naturais, podemos introduzir dois novos conceitos: **o antecessor** e **o sucessor** de um número. **O antecessor de um número é o número que vem antes dele**. **O seu sucessor é o número que vem após ele**. Por exemplo, o antecessor de 1240 é 1239, e o seu sucessor é 1241. Note que **o número 0 é o único natural que não possui antecessor natural**, pois **-1 não pertence ao conjunto dos números inteiros**.





**(CRA PR/2020)** Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: a diferença entre dois números naturais é sempre um número natural.

**Comentários:**

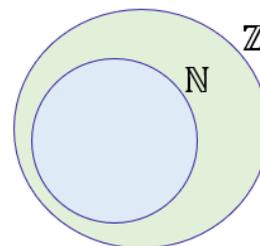
O melhor jeito de julgar assertivas desse tipo é **procurar um exemplo** que negue o que está escrito. Observe quando fazemos a diferença  $3 - 5 = -2$ . São dois números naturais que, quando calculamos a sua subtração nessa ordem, **obtemos um número negativo**. Sabemos que, no conjunto dos números naturais, **não temos números negativos!** Eles vão aparecer a partir no conjunto dos números inteiros. Portanto, o item encontra-se errado ao afirmar que a diferença entre dois números naturais **será sempre um natural**.

**Gabarito:** ERRADO.

## 4.2 - Conjunto dos Inteiros ( $\mathbb{Z}$ )

Para obtermos o conjunto dos números inteiros, basta **pegar os naturais e acrescentar os números negativos!**

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$$



As primeiras informações que devemos ter em mente sobre o conjunto dos números inteiros é que ele **contém o conjunto dos números naturais**:  $\mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$ .

Em outras palavras, **o conjunto dos números naturais é um subconjunto dos inteiros**.

Nesse contexto, note que **todos os números naturais são também números inteiros**. Portanto, é correto dizer que  $1, 2, 3, 4, 5, \dots$  **além de números naturais, são números inteiros**. Atenção ao fato de que, **os números negativos são números inteiros, mas não são números naturais**. Podemos utilizar o asterisco sobrescrito caso se queira tirar o 0 do conjunto.

$$\mathbb{Z}^* = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$$

Nessa altura da aula, **é importante** definirmos duas classes especiais de números: **os números pares** e **os números ímpares**.

- **Número par:** todo número inteiro que pode ser escrito na forma  $p = 2n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .
- **Número ímpar:** todo número inteiro que pode ser escrito na forma  $i = 2n + 1$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .





**(PREF. IMBÉ/2020)** Analise as assertivas abaixo e assinale V, se verdadeiras, ou F, se falsas.

- ( ) 34 é sucessor de 35.  
( ) Todo número natural tem antecessor, menos o zero.  
( ) 3,5,7,9,11 é uma sequência de números naturais pares.

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

- A) F – V – F.  
B) V – F – V.  
C) F – F – V.  
D) V – V – F.  
E) F – F – F.

**Comentários:**

**(F) 34 é sucessor de 35.**

Assertiva falsa. 34 vem antes do 35, portanto, **é seu antecessor**.

**(V) Todo número natural tem antecessor, menos o zero.**

Assertiva verdadeira. Perceba que **o antecessor do 0 seria o -1**. No entanto, lembre-se que **-1 não é um número natural**, mas sim, um número inteiro. Qualquer outro natural possuirá um antecessor: o antecessor do 1 será o 0, do 2 será o 1...

**(F) 3, 5, 7, 9, 11 é uma sequência de números naturais pares.**

Assertiva falsa. Os números pares são: 0, 2, 4, 6, ... . Os números apresentados na sequência **são ímpares**.

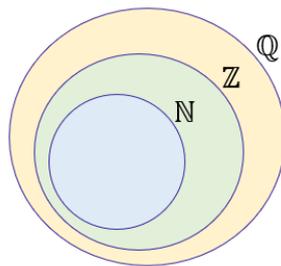
**Gabarito:** Letra A

### 4.3 – Conjunto dos Racionais ( $\mathbb{Q}$ )

Chegamos aos conjuntos dos números racionais! **O  $\mathbb{Q}$  será formado pelo conjunto dos números inteiros mais os "números quebrados"**! Basicamente, dizemos que um número é racional se ele pode ser representado na forma de fração!



Perceba, portanto, que o conjunto dos inteiros é um subconjunto dos racionais!  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ .



Isso significa que números como **1, 2 ou 3** além de serem naturais, são inteiros e também são racionais. Mas vamos explicar melhor nossa definição de número racional, pois existe **mais uma condição que ele deve obedecer para ser considerado um número racional**:

1. Ele possa ser representado em uma **forma fracionária de números inteiros**.

$$\frac{1}{1} = 1 \quad ; \quad \frac{3}{2} = 1,5 \quad ; \quad \frac{10}{2} = 5 \quad ; \quad \frac{1}{10} = 0,1 \quad ; \quad \frac{500}{3} = 166,66 \dots$$

2. Se ele tiver **uma representação decimal infinita**, para ser um racional, **ela também deve periódica**.

$$0,333 \dots \quad ; \quad 1,67676767 \dots \quad ; \quad 100,123123123123 \dots \quad ; \quad 1,000100010001 \dots$$

Números com o formato acima são exemplos de números racionais pois, **apesar de possuírem uma representação decimal infinita, ela é periódica**. Esses números são **as famosas dízimas periódicas**!

De antemão, eu quero que você grave: **dízimas periódicas são números racionais!** E elas podem ser **convertidas em frações!**



**(CM MANDAGUARI/2019)** Considerando os conjuntos numéricos, assinale a alternativa CORRETA:

- A) O número  $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$
- B) O número  $\pi \in \mathbb{Q}$
- C) O número  $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
- D) O número  $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

**Comentários:**



A) O número  $\sqrt{2} \in \mathbb{N}$

**Alternativa incorreta.**  $\sqrt{2}$  é um número irracional e não um número natural.

B) O número  $\pi \in \mathbb{Q}$

**Alternativa incorreta.**  $\mathbb{Q}$  é o conjunto dos números racionais. O número  $\pi = 3,1415 \dots$  é um número irracional pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, não pode ser convertido em uma forma fracionária.

C) O número  $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

**Alternativa incorreta.**  $\mathbb{Q}$  é o conjunto dos números racionais. O número  $\sqrt{3} = 1,7320 \dots$  é um número irracional pois sua representação decimal infinita é aperiódica e, portanto, não pode ser convertido em uma forma fracionária.

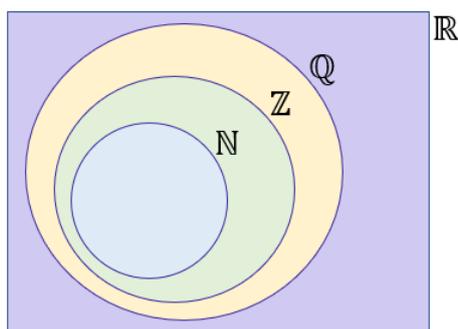
D) O número  $\sqrt{36} \in \mathbb{Q}$

**Alternativa correta.**  $\sqrt{36} = 6$ . Veja que 6 é um número natural que, como vimos, está contido no conjunto dos inteiros ( $\mathbb{Z}$ ), que por sua vez está contido no conjunto dos racionais ( $\mathbb{Q}$ ). Logo é um número racional.

**Gabarito:** Letra D.

## 4.4 – Conjuntos dos Irracionais e dos Reais

Chegamos ao conjunto dos números reais! Esse conjunto engloba tanto o conjunto dos números racionais quanto os números irracionais (representados pela região lilás no diagrama abaixo)!



Normalmente, representamos o conjunto dos irracionais como  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ . Da aula anterior,  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$  significa o conjunto dos irracionais é formado pelos números reais que não são números racionais!

Pessoal, tentarei simplificar. Um número real é o conjunto de todos os números que lidamos no nosso dia a dia. Não importa se ele tem uma representação decimal finita tal como os números 1,5 e 10,354 ou uma



representação decimal infinita como **1,6666 ...** e **3,1415 ...**. Além de representar o conjunto dos números reais em um diagrama, também usamos uma reta! **É a chamada reta real!**



Esse tipo de representação vai ser usado principalmente **quando tivermos estudando inequações!** Lá, precisaremos definir um tipo de conjuntos que **chamaremos de intervalo**. Por exemplo, se quero representar um conjunto  $B$  formado por todos os números que estão entre  $-7$  e  $5$ , **com eles inclusos**, podemos fazer o seguinte esquema:



**(PREF. PERUÍBE/2019)** Em relação ao conjunto dos números reais, é verdade que

- A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.
- B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.
- C) todo número racional tem uma representação decimal finita.
- D) o número  $43/71$  não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.
- E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

**Comentários:**

A) o produto de dois números irracionais não pode ser um número racional.

**Alternativa incorreta.** Vamos recorrer a um exemplo para mostrar que isso não é verdade.

Considere os números irracionais  $\sqrt{5}$  e  $\sqrt{20}$ . Quando fazemos o produto desses dois números, obtemos que  $\sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$ . Note que, o produto dos dois números irracionais **deu um número racional**.

B) a soma de dois números irracionais distintos é sempre um número irracional.

**Alternativa incorreta.** Vamos recorrer também a um exemplo para mostrar que não é verdade.

Considere **os números irracionais**  $1 + \sqrt{3}$  e  $1 - \sqrt{3}$ . Vamos somá-los?

$$S = (1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3})$$

$$S = 2$$



Logo, a soma dos números irracionais distintos que escolhermos **resultou em um número natural!**

C) todo número racional tem uma representação decimal finita.

**Alternativa incorreta.** Dízimas periódicas, apesar de possuírem uma representação decimal **infinita**, **são consideradas números racionais pois podem ser escritas na forma de uma fração.**

D) o número  $43/71$  não é racional, pois sua representação decimal não é periódica.

**Alternativa incorreta.** Simplesmente pelo fato de poder ser **representado na forma de uma fração de números inteiros**, **já é suficiente para considerá-lo um número racional.** Além disso, sua representação decimal é periódica.

E) se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

**Alternativa correta.** Sabemos que se a representação decimal infinita de um número é periódica, então estamos falando das dízimas periódicas. **Qualquer dízima periódica pode ser representada na forma de uma fração geratriz.** Se pode ser representada por uma fração de números inteiros, então trata-se de um número racional.

**Gabarito:** Letra E.

## 5 - Operações Básicas no Contexto de Conjuntos

Nessa parte da aula, falaremos um pouco mais sobre **as operações** dentro dos conjuntos numéricos. O foco não será propriamente em como realizar essas operações, mas sim **em algumas propriedades que estão sempre aparecendo nas provas.** Vamos responder os seguintes tipos de questionamentos: *a soma de números inteiros será sempre um número inteiro? E a multiplicação de números irracionais será sempre um número irracional? Fique atento e vamos nessa!*

O quadro abaixo demonstra a relação das operações, entre números do mesmo conjunto numérico, e qual o conjunto numérico resultante. Podemos ler assim, na linha dos Naturais ( $\mathbb{N}$ ): **para a soma de dois números naturais sempre teremos um natural**; já para a subtração não teremos sempre um número natural.

Conjunto Numérico	RESULTADO DAS OPERAÇÕES			
	Soma	Subtração	Multiplicação	Divisão
$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	—	$\mathbb{N}$	—
$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$	—
$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}$
$(\mathbb{R} - \mathbb{Q})$	—	—	—	—
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$





**(PREF.PARAÍ/2019/ADAPTADA)** Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

- I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
- II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.

Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e II.
- D) N.D.A.

**Comentários:**

I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.

**Assertiva verdadeira.** Sabemos que se  $n_1$  e  $n_2$  são dois números pares, então eles podem ser escritos na forma  $n_1 = 2p$  e  $n_2 = 2q$ . Seja  $s$  a soma dos dois, então:

$$\begin{aligned} s &= n_1 + n_2 \\ s &= 2p + 2q \\ s &= 2 \cdot (p + q) \end{aligned}$$

Perceba que  $s$  possui o fator 2 e, portanto, **também é um número par**.

II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.

**Assertiva falsa.** Para julgar essa afirmativa, é suficiente buscarmos um contraexemplo. Quando somamos 1 e 3, **que são números ímpares**, obtemos 4, **que é um número par**.

**Gabarito:** Letra C.



(PREF. ARARANGUÁ/2016) Assinale a alternativa INCORRETA:

- A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.
- B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.
- C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.
- D) 0,845 e 1,7454545 ... são números racionais.
- E)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{4}$  e  $\pi$  são números irracionais.

**Comentários:**

A) A diferença entre dois números naturais pode não ser um número natural.

**Correto.** Acabamos de ver na teoria que, em algumas situações, **a subtração de dois números naturais poderá dar um número negativo** (que é um número inteiro).

B) O produto entre dois números racionais é sempre um número racional.

**Correto.** Se temos dois números racionais, então eles podem ser escritos na forma de uma fração de números inteiros. O **produto dessas frações será uma outra fração** também de números inteiros e, portanto, um número racional.

C) A soma entre dois números irracionais é sempre um número irracional.

**Errado. É a alternativa procurada.** Vimos também na teoria que a soma entre dois números irracionais nem sempre dará um outro número irracional. **Algumas vezes, poderemos obter um número racional.**

D) 0,845 e 1,7454545 ... são números racionais.

**Correto.** Observe que o número **0,845 possui uma representação decimal finita**, sendo assim, é facilmente convertido em uma fração de números inteiros. Além disso, 1,7454545 ... é uma dízima periódica e vimos que **toda dízima periódica é um número racional.**

E)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{4}$  e  $\pi$  são números irracionais.

**Correto.** São exemplos clássicos de números irracionais. Observe eles expandidos:

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379 \dots$$

$$\sqrt[3]{4} = 1,5874010519681994747517056392723082603914933278998530098082857618 \dots$$

$$\pi = 3,1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923 \dots$$

**Gabarito:** Letra C



(PREF. SUZANO/2015) Com relação à operação com números reais, é correto afirmar que

- A) o produto de dois números racionais pode resultar em um número irracional.
- B) o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.
- C) a soma de dois números racionais pode resultar em um número irracional.
- D) o quociente de dois números irracionais é sempre um número irracional.
- E) a soma de dois números irracionais pode resultar e um número racional.

**Comentários:**

A) o produto de dois números racionais pode resultar em um número irracional.

**Alternativa incorreta.** Como vimos, **o produto de dois número racionais é sempre um número racional.**

Considere os dois números racionais a seguir  $r_1 = a/b$  e  $r_2 = c/d$ . Quando multiplicamos, obtemos que:

$$r_1 \cdot r_2 = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Veja que **o produto das frações continua sendo uma fração de números inteiros**. Se pode ser escrito como uma fração de números inteiros, então é um número racional.

B) o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

**Alternativa incorreta.** Lembre-se da tabela vista na aula, e mais um exemplo:  $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ .

São **dois números irracionais que multiplicados fornecem um número racional**.

C) a soma de dois números racionais pode resultar em um número irracional.

**Alternativa incorreta.** A soma de dois números racionais fornece **sempre um número racional**.

D) o quociente de dois números irracionais é sempre um número irracional.

**Alternativa incorreta.** Lembre-se da tabela que tratamos na aula, eis outro exemplo:

$$\frac{\sqrt{1000}}{\sqrt{10}} = \sqrt{100} = 10$$

O exemplo acima traz **o quociente de dois números irracionais dando um número racional**.

E) a soma de dois números irracionais pode resultar em um número racional.

**Alternativa correta.** Imagine os números irracionais  $1 + \sqrt{3}$  e  $1 - \sqrt{3}$ . O que acontece quando somamos os dois?  $(1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2$ . Obtivemos **o número 2 que é um número racional**. Logo, o item encontra-se correto quando afirma que a soma de dois irracionais **pode dar um racional**.

**Gabarito:** Letra E.



## 6 - Resumo

### Informações Relevantes - Parte I - Teoria dos Conjuntos

- Um elemento sempre pertence ou não pertence a um conjunto. [ $\in$ ,  $\notin$ ]
  - $A = \{a, b, c\} \Rightarrow a \in A, d \notin A$
- Um conjunto pode estar contido ou não contido em outro conjunto. [ $\subset$ ,  $\not\subset$ ]
  - $A = \{a, b, c\} \Rightarrow \{a, b\} \subset A, \{c, d\} \not\subset A$
- Um conjunto pode conter ou não conter um outro conjunto. [ $\supset$ ,  $\not\supset$ ]
  - $A = \{a, b, c\} \Rightarrow A \supset \{a, b\}, A \not\supset \{c, d\}$
- Um conjunto pode pertencer a outro conjunto quando declarado explicitamente como elemento.
  - $A = \{a, \{a\}, b\} \Rightarrow \{a\} \in A, \{\{a\}\} \subset A$
- O conjunto vazio é sempre subconjunto de qualquer outro conjunto.
  - $\emptyset \subset A, \{ \} \subset A$
- Qualquer conjunto é sempre subconjunto de si mesmo.
  - $A = \{a, b, c\} \Rightarrow \{a, b, c\} \subset A$
- A quantidade de subconjuntos que é possível formar a partir de um conjunto  $A$  que possui  $n(A)$  elementos é dado pela fórmula:

$nS_A = 2^{n(A)}$
- O Conjunto das Partes de  $A$  é um conjunto formado pelos subconjuntos de  $A$ .
  - $A = \{a, b\} \Rightarrow \wp(A) = \{\{ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
- O conjunto união de  $A$  e  $B$ , representado por  $A \cup B$ , é formado pela reunião de todos os elementos dos dois conjuntos em um único conjunto.
  - $A = \{a, b\}$  e  $B = \{b, c\} \Rightarrow A \cup B = \{a, b, c\}$
- O conjunto intersecção de  $A$  e  $B$ , representado por  $A \cap B$ , é formado por todos os elementos que são comuns aos dois conjuntos.
  - $A = \{a, b\}$  e  $B = \{b, c\} \Rightarrow A \cap B = \{b\}$
- O conjunto diferença  $A - B$  é formado por todos os elementos que pertencem a  $A$  mas não pertencem a  $B$ .
  - $A = \{a, b\}$  e  $B = \{b, c\} \Rightarrow A - B = \{a\}$



- O complementar de um conjunto,  $X^c$  ou  $\bar{X}$ , é todo elemento que pertence ao universo de  $X$  mas não pertence a  $X$ . Podemos defini-lo em termos da diferença de conjuntos:

$$X^c = \bar{X} = U - X$$

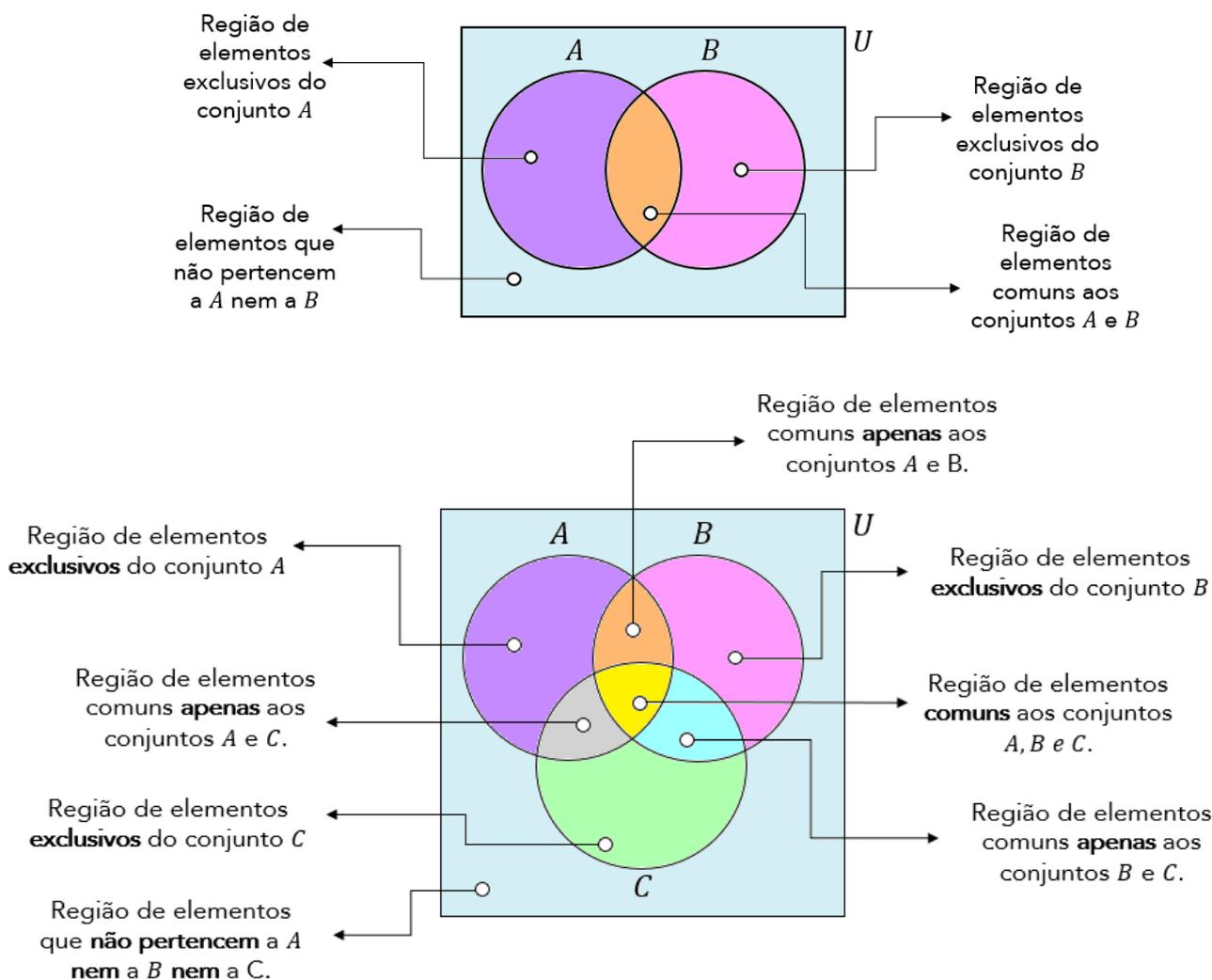
- Conjuntos que não possuem intersecção entre si são chamados de disjuntos.
- O Princípio da Inclusão-Exclusão auxilia na contagem de elementos de um conjunto formado pela união de vários outros. É preciso levar em consideração os elementos que pertencem a mais de um conjunto, de forma a evitar a dupla contagem.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$



## Esquemas e Diagramas - Parte I - Teoria dos Conjuntos



## Informações Relevantes - Parte II - Conjuntos Numéricos

- Conjunto dos Números Naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

- Conjunto dos Números Inteiros:

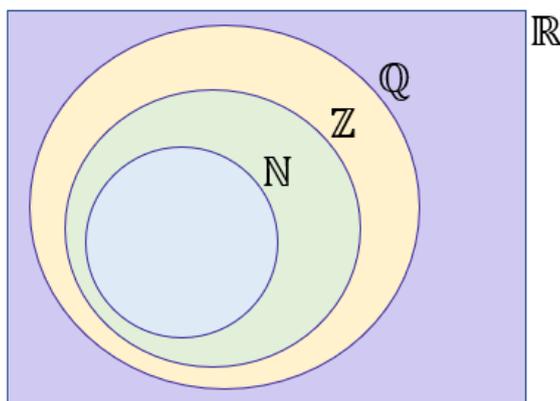
$$\mathbb{Z} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

- Conjunto dos Números Racionais ( $\mathbb{Q}$ ): formado por todos os números que podem ser escritos na forma de uma fração de inteiros. Vale lembrar que as dízimas periódicas, por mais que apresentem uma representação decimal infinita, podem ser transformadas em frações de números inteiros, possibilitando sua classificação como números racionais.



- Conjunto dos Números Irracionais ( $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ ): formado por todo número que possui representação decimal infinita e não periódica. É o caso dos números  $\pi$ ,  $\phi$ ,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$  e infinitos outros. Lembrem-se que: a soma/subtração ou produto/divisão de dois números irracionais não é necessariamente um número irracional.
- Conjunto dos Números Reais ( $\mathbb{R}$ ): formado por basicamente todos os números que conhecemos no sentido estrito da palavra. É basicamente a união do conjunto dos números racionais com os irracionais. É comumente representado pela conhecida "reta real" ou "reta numérica".

## Esquemas e Diagramas - Parte II - Conjuntos Numéricos



## QUESTÕES COMENTADAS

### FGV

1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

- a) nenhuma menina gosta de Matemática.
- b) todas as meninas gostam de Matemática.
- c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
- d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
- e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

#### Comentários:

Temos 20 estudantes e 12 são meninas. **Consequentemente, 8 serão meninos.** Depois, o enunciado afirma que 15 estudantes gostam de matemática. Vamos fazer uma análise item a item.

a) nenhuma menina gosta de Matemática.

**ERRADO.** Galera, temos 15 estudantes que gostam de matemática e apenas 8 meninos. Com isso, certamente há meninas que gostam de matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.

**ERRADO.** Não conseguimos concluir isso com as informações do enunciado. Veja que temos 15 estudantes de que gostam de matemática e 12 meninas. Logo, poderíamos ter as 12 meninas gostando de matemática mais 3 meninos. Acontece que, **isso não é necessariamente verdade**. Note que não há problema algum serem também 10 meninas e 5 meninos, por exemplo.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

**ERRADO.** Podemos inclusive ter as 12 meninas gostando de matemática. **Não há essa restrição superior.**

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

**CERTO.** Imagine que apenas 6 meninas gostem de matemática. Com isso, **precisaríamos de 9 meninos (para fechar os 15 que gostam)**. Sabemos, no entanto, que **só temos 8 meninos**. Logo, a quantidade mínima de meninas que gostam de matemática **deve ser 7**. Assim, ficamos na condição limite em que todos os meninos gostam de matemática. Tudo certo?!

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

**ERRADO.** Há um limite mínimo de meninas, mas **não temos informação suficiente** para falar exatamente quantas meninas gostam de matemática.

**Gabarito:** LETRA D.

**2. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) 50 atletas estão treinando e todos usam bermuda e camiseta do mesmo modelo, mas com cores diversas. Entre esses atletas há 20 com bermudas brancas, 25 com camisetas brancas e 12 com bermudas e camisetas brancas. Assinale a opção que indica o número de atletas que não estão vestindo nenhuma peça branca.**

- a) 5
- b) 13
- c) 15
- d) 17
- e) 20

**Comentários:**

Beleza, moçada. Vamos extrair as informações do enunciado.

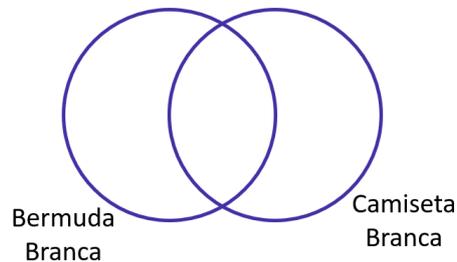
- Atletas com bermudas brancas.  $n(B) = 20$
- Atletas com camisetas brancas.  $n(C) = 25$
- Atletas com bermudas e camisetas brancas.  $n(B \cap C) = 12$



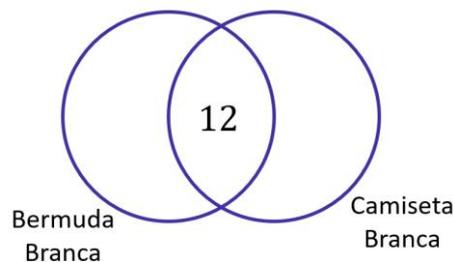
Podemos resolver de duas maneiras.

1ª) Por diagrama de Venn.

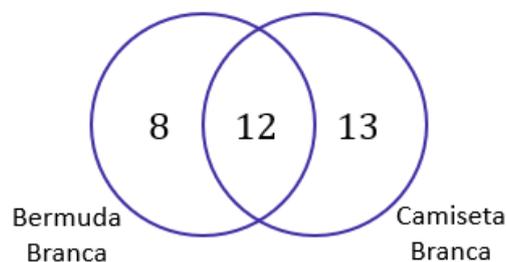
- **Primeiro passo:** desenhar os dois conjuntos.



- **Segundo passo:** colocar o valor da intersecção. No nosso caso, seria quantos estão de bermuda branca e de camiseta branca.



- **Terceiro passo:** subtraímos as quantidades totais de cada conjunto pela quantidade que já colocamos na intersecção. Dessa forma, encontraremos quantas pessoas usaram **apenas a bermuda branca** ( $20 - 12 = 8$ ) ou **apenas a camiseta branca** ( $25 - 12 = 13$ ).



- **Quarto passo:** somar os números para obter a quantidade de pessoas que está usando o bermuda branca ou camiseta branca (incluindo os dois ao mesmo tempo) =  $8 + 12 + 13 = 33$ . Logo, se temos 33 atletas que estão vestindo alguma peça branca de um total de 50, então  $50 - 33 = 17$  **não estão**.

2ª) Por Princípio da Inclusão-Exclusão.

Aplicar na fórmula que aprendemos na teoria e descobrir  $n(B \cup C)$ .

$$\begin{aligned}n(B \cup C) &= n(B) + n(C) - n(B \cap C) \\n(B \cup C) &= 20 + 25 - 12 \\n(B \cup C) &= 33\end{aligned}$$

Logo, 33 atletas estão usando algo branco. Como ao todo são 50 atletas,  $50 - 33 = 17$  **não estão vestindo nenhuma peça branca.**

**Gabarito:** LETRA D.

**3. (FGV/BANESTES/2018) Um conjunto tem 8 elementos, outro conjunto tem 9 elementos e a união deles tem 12 elementos. O número de elementos da interseção desses conjuntos é:**

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4;
- e) 5.

**Comentários:**

Essa é uma questão bem direta e que devemos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolvê-la. Vamos chamar um conjunto de A e o outro de B. Assim,

- Um conjunto tem 8 elementos  $\rightarrow n(A) = 8$ .
- Um outro conjunto tem 9 elementos  $\rightarrow n(B) = 9$ .
- A **união** deles tem 12 elementos  $\rightarrow n(A \cup B) = 12$ .

Lembre-se da fórmula:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Substituindo o que temos:

$$12 = 8 + 9 - n(A \cap B) \quad \rightarrow \quad \mathbf{n(A \cap B) = 5}$$

**Gabarito:** LETRA E.

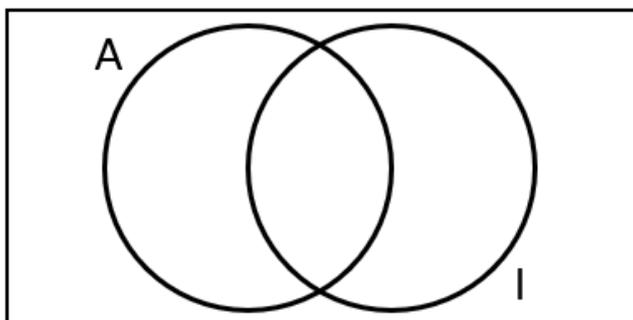


4. (FGV/COMPESA/2018) Em uma empresa trabalham 40 técnicos e todos falam português. Entre eles, há técnicos que falam inglês e há técnicos que falam alemão, porém, entre os que falam apenas um idioma estrangeiro, o número dos que falam inglês é o dobro do número dos que falam alemão. Sabe-se que 15 técnicos falam apenas português e que 4 técnicos falam tanto inglês quanto alemão. O número de técnicos que falam inglês é

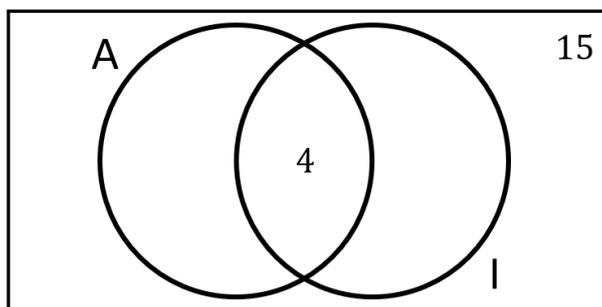
- a) 7
- b) 11
- c) 14
- d) 18
- e) 20

**Comentários:**

Ok, moçada! Muita informação, né?! Se formos com calma, dá certo! Temos **dois conjuntos**: o primeiro formado pelos técnicos que falam alemão (A) e o segundo formado pelos técnicos que falam inglês (I). Em diagramas, podemos representar assim:

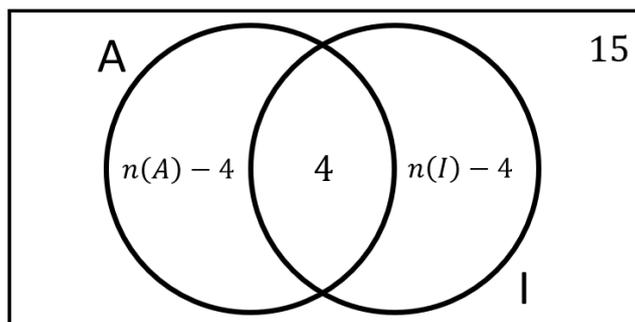


Para começar a preencher esse diagrama, devemos pegar a intersecção. Observe que o enunciado diz que 4 técnicos falam tanto inglês quanto alemão. **Esse é o valor da intersecção**. Além disso, **15 técnicos falam apenas português**, ou seja, não falam alemão ou inglês. Ficamos com,



Considere que o número de técnicos que falam alemão seja  $n(A)$  e o número de técnicos que falam inglês seja  $n(I)$ . Assim,





Quando somamos todos os valores do nosso diagrama, **devemos obter o total de técnicos**. O enunciado disse que são 40. Logo,

$$\begin{aligned}n(A) - 4 + 4 + n(I) - 4 + 15 &= 40 \\n(A) + n(I) + 11 &= 40 \\n(A) + n(I) &= 29\end{aligned}$$

Observe que temos **dois valores desconhecidos**. Precisamos de **mais uma equação para formar um sistema**. De onde vamos tirar a outra equação? Ora, do enunciado! Veja que o examinador diz "entre os que falam apenas um idioma estrangeiro, o número dos que falam inglês é o dobro do número dos que falam alemão". Matematicamente, temos:

$$\begin{aligned}n(I) - 4 &= 2 \cdot (n(A) - 4) \\n(I) - 4 &= 2 \cdot n(A) - 8 \\n(I) &= 2 \cdot n(A) - 4\end{aligned}$$

Agora, devemos pegar essa relação e **substituir na primeira equação** que encontramos.

$$\begin{aligned}n(A) + 2 \cdot n(A) - 4 &= 29 \\3 \cdot n(A) &= 33 \\n(A) &= 11\end{aligned}$$

Portanto, 11 técnicos falam alemão. Consequentemente,  $29 - 11 = 18$  falam inglês.

**Gabarito:** LETRA D.

**5. (FGV/BANESTES/2018)** As equipes de Abel e de Nádia têm o mesmo número de funcionários. Cinco funcionários participam das duas equipes. Não há outros funcionários com essa característica. Juntando-se as duas equipes tem-se 41 funcionários ao todo. As equipes de Abel e de Nádia têm cada uma:

- a) 26
- b) 25
- c) 24
- d) 23
- e) 22



### Comentários:

Uma ótima questão para aplicarmos o **Princípio da Inclusão-Exclusão**. Vamos primeiro entender o que cada informação do enunciado significa. Considere que o conjunto dos funcionários na equipe de Abel seja representada pelo **conjunto A**. Analogamente, o conjunto dos funcionários na equipe de Nádia é **representado por N**.

- As equipes de Abel e de Nádia têm o mesmo número de funcionários  $\rightarrow n(A) = n(N)$ .
- Cinco funcionários participam das duas equipes  $\rightarrow n(A \cap N) = 5$ .
- Juntando-se as duas equipes tem-se 41 funcionários ao todo  $\rightarrow n(A \cup N) = 41$ .

Assim, usando o Princípio da Inclusão-Exclusão, sabemos que:

$$\begin{aligned}n(A \cup N) &= n(A) + n(N) - n(A \cap N) \\41 &= n(A) + n(A) - 5 \\2 \cdot n(A) &= 46 \\n(A) &= 23\end{aligned}$$

Como o número de funcionários são iguais nas duas equipes, **cada uma possui 23**.

**Gabarito:** LETRA D.

**6. (FGV/PREF. SALVADOR/2017)** Em um grupo de 30 profissionais, todos são engenheiros ou arquitetos. A quantidade daqueles que são somente arquitetos é o dobro da quantidade dos que são somente engenheiros. Doze desses profissionais são arquitetos e também engenheiros. Assinale a opção que indica o número de engenheiros desse grupo.

- a) 6
- b) 10
- c) 12
- d) 18
- e) 24

### Comentários:

Questão bem parecida com a anterior, concorda galera? Sinal que **a FGV gosta desse estilo**. Vamos dar uma destrinchada maior, com uma solução um pouco diferente. Um primeiro passo é retirar as informações do enunciado.

- Um grupo de **30 profissionais**, todos são engenheiros ou arquitetos.  $\rightarrow n(A \cup E) = 30$ .
- Doze desses profissionais são arquitetos **e** também engenheiros.  $\rightarrow n(A \cap E) = 12$ .
- A quantidade daqueles que são **somente arquitetos** é o dobro da quantidade dos que são **somente engenheiros**.  $\rightarrow n(A) - 12 = 2 \cdot (n(E) - 12) \rightarrow n(A) = 2 \cdot n(E) - 12 \quad (1)$



Pessoal, atenção nesse último fato, pois ele fala a quantidade daqueles que são somente arquitetos. Portanto, não podemos considerar a quantidade **os são arquitetos e engenheiros**. Por esse motivo, **devemos fazer a subtração por 12**, pra descontar essas pessoas que exercem as 2 profissões. Tudo certo?!

Usando o Princípio da Inclusão-Exclusão:

$$\begin{aligned}n(A \cup E) &= n(A) + n(E) - n(A \cap E) \\30 &= n(A) + n(E) - 12 \\n(A) + n(E) &= 42 \quad (2)\end{aligned}$$

Percebam que (1) e (2) formam um **sistema com duas equações e duas incógnitas**. Podemos resolvê-lo. Substituindo (1) em (2), ficamos com:

$$\begin{aligned}2 \cdot n(E) - 12 + n(E) &= 42 \\3 \cdot n(E) &= 54 \quad \rightarrow \quad \mathbf{n(E) = 18}\end{aligned}$$

Quando usamos  $n(E) = 18$  em qualquer uma das equações, chegamos a  $n(A) = 36$ . Portanto, o número de engenheiros nesse grupo é 18.

**Gabarito:** LETRA D.

**7. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Dois conjuntos A e B têm a mesma quantidade de elementos. A união deles tem 2017 elementos e a interseção deles tem 1007 elementos. O número de elementos do conjunto A é**

- a) 505.
- b) 1010.
- c) 1512.
- d) 1515.
- e) 3014.

**Comentários:**

Vamos analisar as informações do enunciado.

- Dois conjuntos A e B têm a mesma quantidade de elementos  $\rightarrow n(A) = n(B)$ .
- A união deles tem 2017 elementos  $\rightarrow n(A \cup B) = 2017$ .
- A intersecção deles tem 1007  $\rightarrow n(A \cap B) = 1007$ .

Agora, só aplicar na fórmula do **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Como  $n(A) = n(B)$ , podemos escrever assim:



$$n(A \cup B) = 2 \cdot n(A) - n(A \cap B)$$

Substituindo os valores:

$$2017 = 2 \cdot n(A) - 1007 \quad \rightarrow \quad 2 \cdot n(A) = 3024 \quad \rightarrow \quad \mathbf{n(A) = 1512}$$

**Gabarito:** LETRA C.

**8. (FGV/BADESC/2010)** Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

**Comentários:**

Estudamos que o número de subconjuntos é dado por uma relação bem conhecida:

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 2^n$$

Aqui,  $n$  representa a quantidade de elementos de A. Por exemplo! Considere que  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Nessa situação, **o conjunto A tem 5 elementos**, portanto, o número de subconjuntos seria:

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 2^n$$

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 2^5$$

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 32$$

Logo, A tem 32 subconjuntos. Agora, vamos entender a questão em si. O enunciado fala de subconjunto próprio. Esse subconjunto obedece duas propriedades.

**- algum elemento de A seja escolhido;**

Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode estar vazio, é preciso ter pelo menos um elemento.



- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode coincidir com o A.

Logo, se temos 14 subconjuntos próprios **devemos somar mais 2 subconjuntos, para obter a quantidade total, calculada pela fórmula**. Se A tem 14 subconjuntos próprios, então ele tem  $14 + 2 = 16$  subconjuntos ao total. Assim,

$$\begin{aligned} \text{Número de Subconjuntos de } A &= 2^n \\ 16 &= 2^n \\ n &= 4. \end{aligned}$$

Assim, A tem 4 elementos.

**Gabarito:** LETRA A.

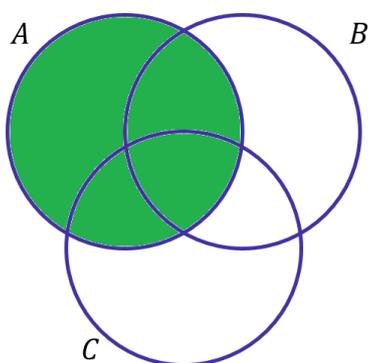
**9. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ :**

- a) nunca.
- b) se e somente se  $A = B = C$ .
- c) se e somente se  $B = C$ .
- d) se e somente se  $B \cap C = \emptyset$ .
- e) sempre.

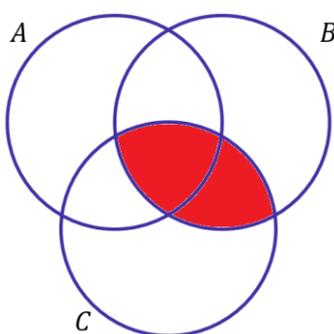
**Comentários:**

Na minha opinião, o melhor jeito de resolver essas questões é desenhando o diagrama. Vamos primeiros identificar o que significa cada lado da equação:

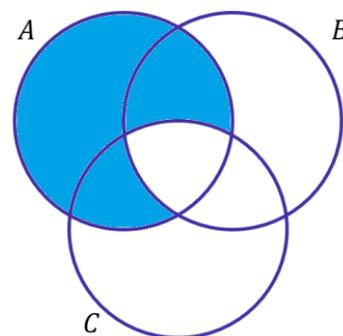
- $A - (B \cap C)$ : Elementos de A que não são elementos da intersecção de B com C.



Conjunto A



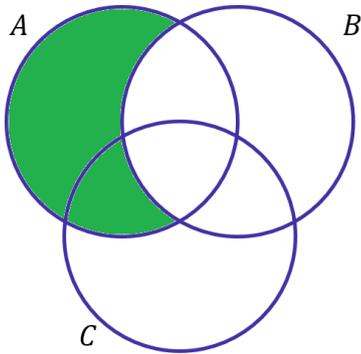
Conjunto  $B \cap C$



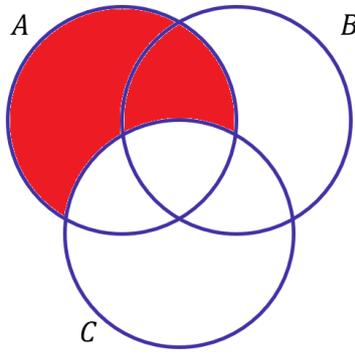
Conjunto  $A - (B \cap C)$



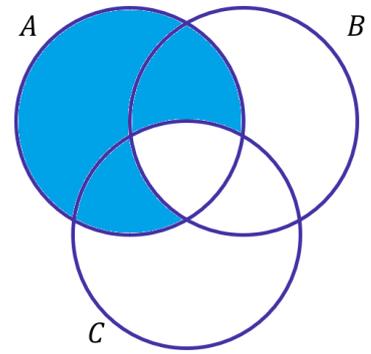
- $(A - B) \cup (A - C)$ : Elementos de A que não são elementos de B ou Elementos de A que não elementos de C.



Conjunto  $A - B$



Conjunto  $A - C$



Conjunto  $(A - B) \cup (A - C)$

Observe que quando desenhamos as duas regiões, percebemos que elas são iguais. Logo, a igualdade é sempre verdade.

**Gabarito:** LETRA E.

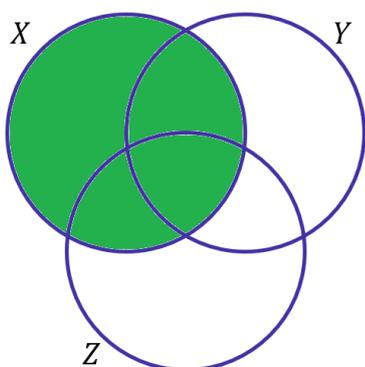
10. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são conjuntos,  $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$ :

- a) nunca.
- b) se e somente se  $X = Y = Z$ .
- c) se e somente se  $Z \subset X$
- d) se e somente se  $Z \subset Y$
- e) sempre.

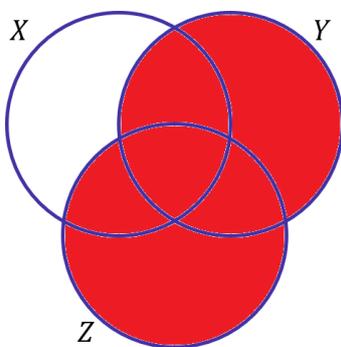
**Comentários:**

Novamente, vamos nos recorrer aos diagramas. No entanto, primeiro devemos entender o que cada uma das regiões expressa.

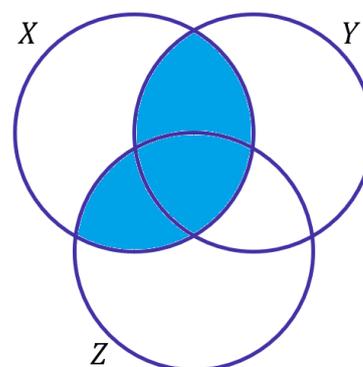
- $X \cap (Y \cup Z)$ : Elementos que  $X$  tem em comum com a união de  $Y$  e  $Z$ .



Conjunto  $X$

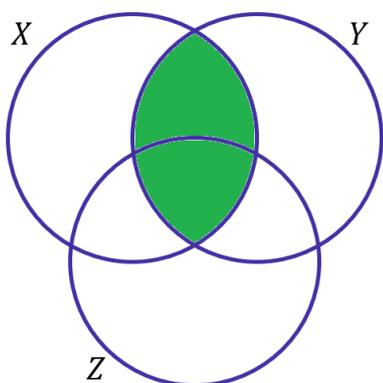


Conjunto  $Y \cup Z$

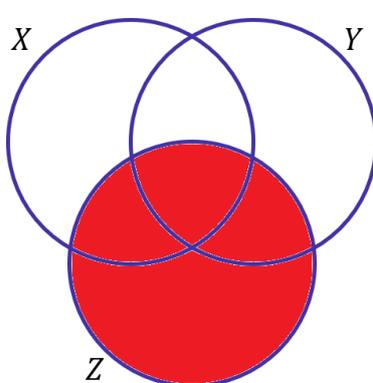


Conjunto  $X \cap (Y \cup Z)$

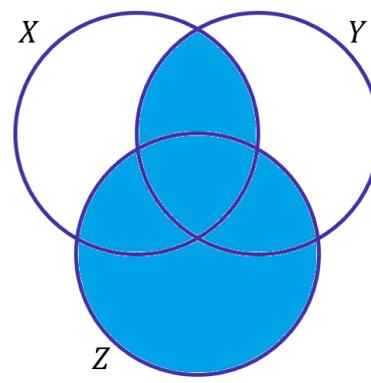
- $(X \cap Y) \cup Z$ : Elementos de  $X \cap Y$  reunidos com os elementos de  $Z$ .



Conjunto  $X \cap Y$



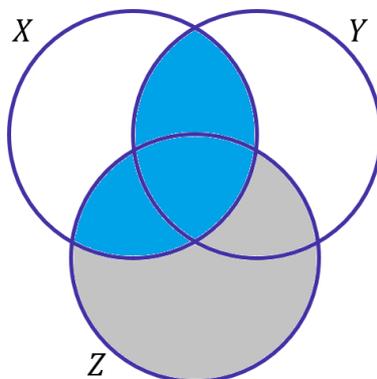
Conjunto  $Z$



Conjunto  $(X \cap Y) \cup Z$



Dessa vez, as regiões que desenhamos não ficaram iguais. Mas, o que devemos fazer para que elas fiquem? Ora devemos retirar toda a região diferente:



Nessa situação, percebemos que **não podem haver elementos de Z que não sejam elementos de X**. O que implica que Z deve ser um subconjunto de X.

**Gabarito:** LETRA C.

**11. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D ∩ M e n = número de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:**

- a) 64
- b) 16
- c) 32
- d) 8

**Comentários:**

Vamos listar os divisores de 24:

$$D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Agora, vamos começar a listar os múltiplos positivos de 3.

$$M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\}$$

Note que já deixei marcado os **elementos em comum aos dois conjuntos**. Assim,

$$S = D \cap M = \{3, 6, 12, 24\}$$

Portanto, S tem 4 elementos. Na teoria, vimos que **o número de subconjuntos** de um conjunto é dado por:



Número de subconjuntos de  $S = 2^{n(S)}$

Número de subconjuntos de  $S = 2^4$

Número de subconjuntos de  $S = 16$

**Gabarito:** LETRA B.

**12. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se  $X^2 + Y^2$  é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:**

- A)  $X^Y$  é par.
- B)  $Y^X$  é par.
- C)  $XY$  é par.
- D)  $X - Y$  é par.
- E)  $X + Y$  é par.

**Comentários:**

Moçada, antes de qualquer análise, é importante guardar que **X e Y são dois números inteiros positivos**. Ou seja, **não são números negativos, nem quebrados, nem mesmo podem ser iguais a zero**. Tudo bem? Além disso, vamos lembrar o seguinte:

- $\text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$
- $\text{ÍMPAR} \pm \text{ÍMPAR} = \text{PAR}$
- **$\text{ÍMPAR} \pm \text{PAR} = \text{ÍMPAR}$**

A única opção em que o resultado de uma soma ou subtração é um número ímpar, **é quando um dos números é ímpar e o outro é par**. Assim, se  $X^2 + Y^2$  é ímpar, ou  $X^2$  é par e  $Y^2$  é ímpar OU  $X^2$  é ímpar e  $Y^2$  é par.

Perceba que um número par elevado a qualquer expoente inteiro positivo será sempre um número par. O mesmo acontece com um número ímpar. Para começar a entender esse fato, **você pode pensar em alguns exemplos, tais como o  $3^2 = 9, 3^3 = 27, 4^2 = 16, 4^3 = 64$** .

Isso acontece pois **um número par sempre terá o fator "2"**. Portanto, quando multiplicar esse número várias vezes, o 2 sempre estará lá!

$$(2n)^5 = (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) \cdot (2n) = 2 \cdot (2^4n)$$

Por sua vez, **números ímpares não possuem o fator "2"**. Se você multiplica um número que não tem o fator 2 pelo mesmo número, o resultado continuará sem o fator "2", ou seja, será um número ímpar. Tudo bem?! Essas conclusões são válidas apenas quando temos expoentes números inteiros positivos.

Agora, voltando para o problema, vamos analisar as alternativas.

- A)  $X^Y$  é par.



ERRADO. Pessoal, se  $X$  for o número par, então estaria correto. No entanto,  **$X$  pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido,  $X^Y$  também pode ser um número ímpar.

B)  $Y^X$  é par.

ERRADO. É pelo mesmo motivo da alternativa anterior: se  $Y$  fosse o número par, então estaria correto. No entanto,  **$Y$  pode ser o ímpar**. Não sabemos. Nesse sentido,  $Y^X$  também pode ser um número ímpar.

C)  $XY$  é par.

**CERTÍSSIMO. O produto de um número par por um número ímpar é um número par.** Isso acontece pois o número par possui o fator "2", que leva o fator para a multiplicação.

D)  $X - Y$  é par.

ERRADO. Sabemos que a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

E)  $X + Y$  é par.

ERRADO. Pelo mesmo motivo do item anterior: a soma ou subtração de um número par com um número ímpar, resultará em um número ímpar.

**Gabarito:** LETRA C.

**13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a -5,7 é:**

- A) -6
- B) -5
- C) -4
- D) -3
- E) -2

**Comentários:**

Os números inteiros são os números "não quebrados", podendo ser negativos ou positivos. Veja que **-5,7 não é um número inteiro**. Queremos o primeiro inteiro menor do que ele! Ora, -6 é o número que a questão está procurando.

Perceba que **não pode ser -5 pois o -5 é MAIOR que -5,7**. O enunciado pergunta pelo maior inteiro que é menor do que -5,7. A banca tentou pegar o candidato com essa história de "maior que é menor", causando confusão facilmente.

**Gabarito:** LETRA A.



14. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão  $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$  seja um número inteiro. O valor de  $x$  é necessariamente

- A) positivo.
- B) par.
- C) múltiplo de 3.
- D) múltiplo de 6.
- E) múltiplo de 12.

**Comentários:**

Sabemos que um número inteiro é um número "não quebrado". **Não pode ter casa decimal!** A expressão do enunciado foi:

$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$$

Vamos tirar o MMC e calcular na forma de uma única fração.

$$E = \frac{5x}{6} - \frac{x}{2} \rightarrow E = \frac{10x - 6x}{12} \rightarrow E = \frac{4x}{12} \rightarrow E = \frac{x}{3}$$

Note que  **$x$  deve ser um múltiplo de 3** (3, 6, 9, 12, 15, 18, ...). Caso não fosse, quando o dividíssemos por 3, resultaria em um número quebrado e, **portanto, não teríamos um inteiro.**

**Gabarito:** LETRA C.

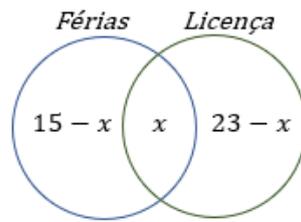
## CESPE

15. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

**Comentários:**

É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é a **quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja  $x$ . O diagrama, portanto, é o seguinte:





$15 - x$  representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**.  $23 - x$  representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram 30**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30$$

$$38 - x = 30$$

$$x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes **apenas a pedido de férias**, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

**7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.**

Gabarito: ERRADO

**16. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020)** Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	40
Atalaia e da Costa	40
Aruana e da Costa	40

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.



II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.

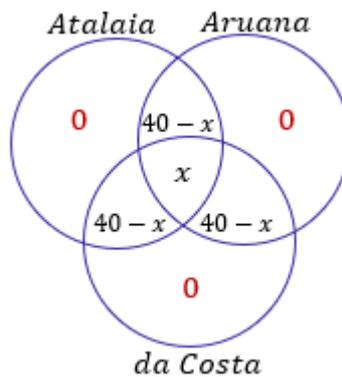
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.

- A) Apenas o item II está certo.
- B) Apenas o item III está certo.
- C) Apenas os itens I e II estão certos.
- D) Apenas os itens I e III estão certos.
- E) Todos os itens estão certos.

**Comentários:**

Não esqueça que, nesse tipo de questão, a **primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na **intersecção dos três conjuntos em questão***? Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de  $x$ . Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos  $40 - x$  nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C.** Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS as praias A e B**, devemos **subtrair** a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C.** Ficou claro?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias.** Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia.** Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40 - x) + (40 - x) + (40 - x) + x = 100$$

$$120 - 2x = 100$$



$$2x = 20$$

$$x = 10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias!** Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana**, **30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa** e **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.

**ERRADO.** Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso,  $30 + 30 + 10 = 70$  **pessoas visitaram a praia de Atalaia.**

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.

**CORRETO.** Essa foi uma informação está no próprio enunciado quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias.**

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

**ERRADO.** De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias.**

**Gabarito:** Letra A.

**17. (CESPE/COGE-CE/2019)** Segundo o portal [ceartransparente.ce.gov.br](http://ceartransparente.ce.gov.br), em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada  $j = 0, 1, 2, \dots$ ,  $M_j$  for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos,  $j$  convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

- A)  $M_0$
- B)  $M_1 - M_0$
- C)  $M_1 \cap M_0$
- D)  $M_0 - M_1$
- E)  $M_0 \cup M_1$

/

**Comentários:**

Se  $M_j$  representa o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos,  $j$  convênios,  **$M_0$  é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios"**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**. Para obter o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto  $M_0$  todos os municípios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por  $M_0 - M_1$ .



**Gabarito:** Letra D.

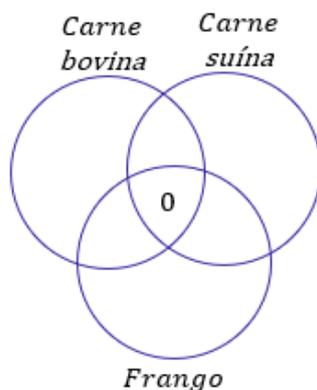
**Texto para as próximas questões**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.



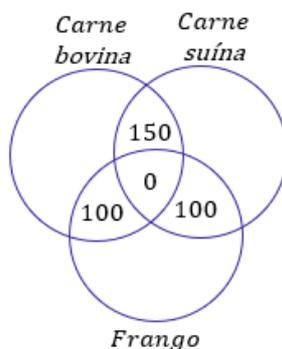
### Comentários Iniciais:

Antes de julgar as questões, vamos fazer alguns comentários iniciais. É preciso desenvolver o diagrama de Venn. Observe que temos **800 contêineres** que vamos distribuir frango, carne suína e carne bovina. A primeira coisa que devemos procurar é **quantos contêineres abrigarão os 3 tipos de carne**, o enunciado fornece essa informação quando diz que **nenhum contêiner foi carregado com os três produtos**.



Agora, vamos olhar **as intersecções de dois conjuntos**. O enunciado disse **que 100 foram carregados com frango e carne bovina**, **150 com carne suína e carne bovina** e **100 com frango e carne suína**.

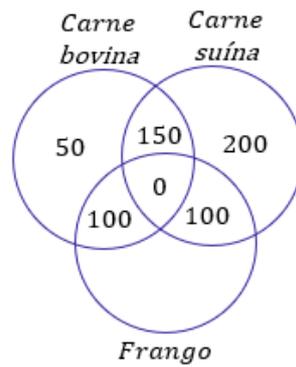
Como não houveram nenhum contêiner com os três tipos de carnes, **não há nada para ser descontado** e podemos levar esses valores diretos para o diagrama.



Por fim, sabemos que **300 contêineres** foram carregados com carne bovina, mas nosso diagrama já está contabilizando  $150 + 100 = 250$  contêineres de carne bovina. Assim, **os 50 contêineres que faltam para fechar os 300 estão APENAS com carne bovina**.

Ademais, é fornecido que **450 contêineres estão com carne suína**. Nosso diagrama também já está contabilizando  $150 + 100 = 250$  contêineres com carne suína. Isso significa que temos **200 contêineres APENAS com carne suína**.

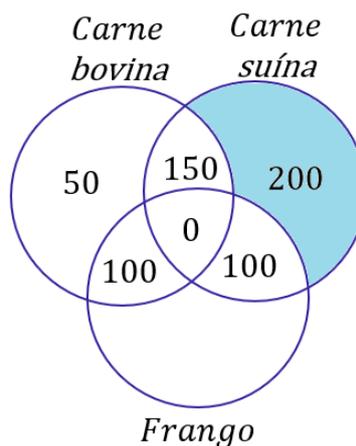




18. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

**Comentários:**

O item trouxe **250 contêineres** carregados com **apenas carne suína**. No entanto, quando olhamos o diagrama desenvolvido nos comentários iniciais, vemos que **foram apenas 200**.



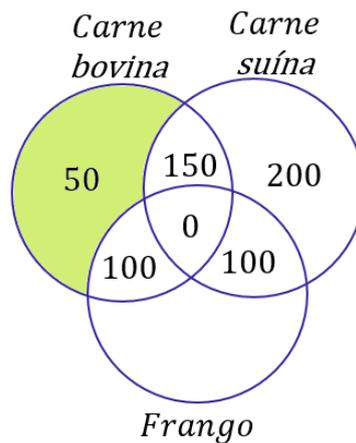
**Gabarito:** ERRADO.

19. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

**Comentários:**

Observando o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais, veja que realmente **temos 50 contêineres carregados apenas com carne bovina**.





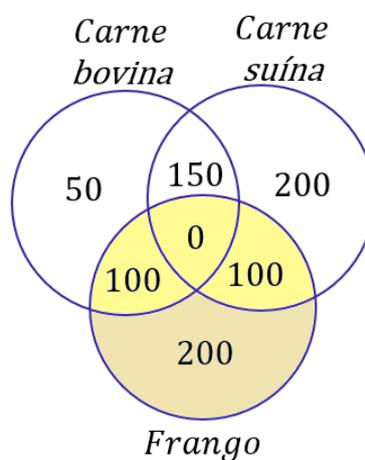
Gabarito: CERTO.

20. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Comentários:

Veja que o nosso diagrama já contabilizou  $50 + 150 + 100 + 100 + 200 = 600$  contêineres. O enunciado informou que são, ao total, **800 contêineres**.

Logo, essa diferença (200) certamente é o número que está faltando: **a quantidade de contêineres com APENAS frango**.



Quando somamos os valores dos contêineres com frango, encontramos  $100 + 100 + 200 = 400$ . Logo, **o item encontra-se correto** ao afirmar que existem 400 contêineres com frango congelado.

Gabarito: CERTO.

### Texto para as próximas questões

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

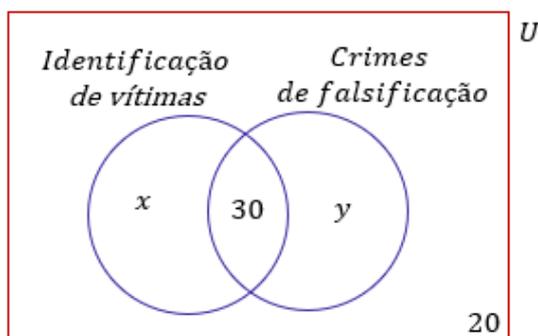
- I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
- II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

21. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

#### Comentários:

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**. Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação**. A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeito apenas com uma tarefa é dada por  $x + y$ . Sabemos, no entanto, que  $x + y + 30 = 180$ . Logo,

$$x + y = 150$$

Como **essa quantidade é superior a 100**, o gabarito está correto.

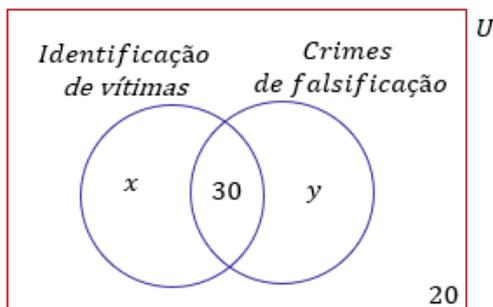
**Gabarito:** CERTO.

22. (CESPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.



### Comentários:

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**. Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação**. Não há mais informações que possibilitem concluir exatamente o número de papiloscopistas que se sentem satisfeitos com a tarefa de identificação de vítimas.

**Gabarito:** ERRADO.

**23. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:**

O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

### Comentários:

De maneira simplificada, podemos conceituar um número racional como **todo número que pode ser escrito na forma de fração**. De fato, como vimos na teoria, **a multiplicação de dois números racionais será um racional**, mas **o produto** de dois números irracionais **nem sempre será irracional**.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

**Gabarito:** ERRADO.

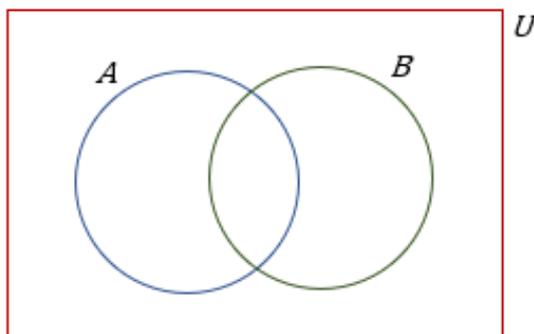
**24. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:**



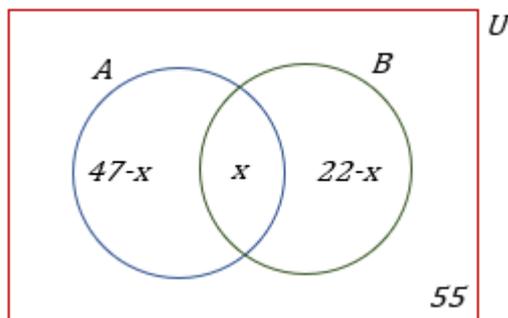


### Comentários:

Questão muito parecida com a anterior. Nesse caso, temos que nosso **conjunto universo (U)** é formado por **104 ilustradores**. Dentro desse universo, temos dois grupos: **os compositores (A)** e **os escritores (B)**. A representação por diagrama de Venn fica conforme a figura logo a seguir.



Observe que a presença da intersecção entre os conjuntos A e B. **Essa intersecção representa os ilustradores que são ao mesmo tempo compositores e escritores**. O enunciado da questão pede exatamente a quantidade de representada pela intersecção dos conjuntos. Vamos, portanto, chamar a **quantidade de elementos na intersecção de x**.



A questão informou que **temos 47 compositores**. Para saber a quantidade de pessoas que **são APENAS compositores e não são escritores, devemos subtrair de 47 a intersecção**. Portanto, o número de ilustradores que são **apenas compositores é  $47 - x$** . Analogamente, o número de ilustradores que são apenas escritores será  $22 - x$ . Por último, note que temos **55 ilustradores que não são compositores nem escritores e por isso, representamos o valor fora dos dois conjuntos mas ainda dentro do nosso universo**.

*Beleza, professor! Organizei as quantidades de cada conjunto, como faço para descobrir a intersecção?!* Utilize mais uma informação: **são 104 ilustradores!** Logo, a soma de cada parte do diagrama acima deve totalizar os 104.

$$\text{SÓ COMPÕE} + \text{SÓ ESCREVE} + \text{COMPÕE E ESCREVE} + \text{NÃO COMPÕE E NÃO ESCREVE} = 104$$



$$(47 - x) + (22 - \cancel{x}) + \cancel{x} + 55 = 104$$

$$124 - x = 104$$

$$x = 20$$

**Gabarito:** Letra E.

## Complementares

**26. (CRA-PR/2020) Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item:** o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

### Comentários:

Lembre-se do conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \dots\}$$

Observe que, com exceção do 0, **todos são números positivos**. Sabemos que a multiplicação de dois números positivos **sempre dará um outro número positivo**. Logo, não há perigo de multiplicarmos nenhum dos números do conjunto acima e obter um número negativo (que sabemos que não é um natural).

Além disso, **qualquer multiplicação em que um dos fatores seja 0, também dará 0**. Dessa forma, percebemos que **não há como** a multiplicação de dois números naturais não ser um número natural e, portanto, o item está correto.

**Gabarito:** CERTO.

**27. (PREF. BARRA VELHA/2020) Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.**

- A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
- B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
- C) Todos os números naturais têm antecessor.
- D) Nenhuma das alternativas.

### Comentários:

A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.

**Alternativa correta.** Seja  $n$  um número inteiro qualquer. O **antecessor de  $n$  será  $n - 1$** . O **sucessor de  $n$  será  $n + 1$** . Quando fazemos a diferença, obtemos que:



$$\Delta = (n + 1) - (n - 1)$$

$$\Delta = n + 1 - n + 1$$

$$\Delta = 2$$

B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.

**Alternativa incorreta.** Lembre-se que **o sucessor de  $-1$  é o  $0$** . O número  **$0$  não é negativo**.

C) Todos os números naturais têm antecessor.

**Alternativa incorreta.** O número  **$0$  não possui antecessor natural**. O antecessor do  $0$  seria o número  $-1$ , que é um número inteiro.

D) Nenhuma das alternativas.

**Alternativa incorreta.** Verificamos que **a alternativa A está correta**.

**Gabarito:** Letra A.

**28. (PREF.PARAÍ/2019) Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:**

**I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.**

**II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.**

**III. Há infinitos números primos.**

**Quais estão corretas?**

A) Apenas I.

B) Apenas II.

C) Apenas I e II.

D) Apenas I e III.

E) I, II e III.

**Comentários:**

**I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.**

**Assertiva verdadeira.** Sabemos que se  **$n_1$  e  $n_2$  são dois números pares**, então eles podem ser escritos na forma  **$n_1 = 2p$  e  $n_2 = 2q$** . Seja  $s$  a soma dos dois, então:

$$s = n_1 + n_2$$

$$s = 2p + 2q$$



$$s = 2 \cdot (p + q)$$

Perceba que  $s$  possui o fator 2 e, portanto, também é um número par.

II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.

**Assertiva falsa.** Para julgar essa afirmativa, é suficiente buscarmos um contraexemplo. Quando somamos 1 e 3, **que são números ímpares**, obtemos 4, **que é um número par**.

III. Há infinitos números primos.

Assertiva verdadeira.

**Gabarito:** Letra D.

**29. (PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.**

A) 4, 2, 1.

B)  $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$

C)  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$

D)  $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$

E)  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

**Comentários:**

A) 4, 2, 1.

**Alternativa incorreta.** Os números representados na alternativa **são números naturais**.

B)  $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$

**Alternativa incorreta.** Apesar de  $\sqrt{2}$  e  $\pi$  serem exemplos de números irracionais, temos que  $\frac{3}{2}$  **é um número racional**, uma vez que trata-se de um número com representação decimal finita.

C)  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$

**Alternativa correta.**  $\sqrt{2}, \sqrt{5}$  e  $\pi$  são exemplos de números irracionais, já que **são dízimas não periódicas** e, portanto, impossível de convertê-las em uma forma fracionária;

D)  $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$

**Alternativa incorreta.** Lembre-se que **nem todas as raízes são números irracionais**. Observe que:

$$\sqrt{9} = 3; \quad \sqrt{81} = 9; \quad \sqrt{100} = 10$$

Logo, apesar de estarem na forma de raízes, **os números da alternativa são números naturais**.



E)  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

**Alternativa incorreta.** De fato,  $\sqrt{2}$  e  $\pi$  são números irracionais. No entanto, como  $\sqrt[3]{8} = 2$ , então **temos um número natural na lista.**

**Gabarito:** Letra C.

## LISTA DE QUESTÕES

### FGV

**1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019)** Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

- a) nenhuma menina gosta de Matemática.
- b) todas as meninas gostam de Matemática.
- c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
- d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
- e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

**2. (FGV/PREF. SALVADOR/2019)** 50 atletas estão treinando e todos usam bermuda e camiseta do mesmo modelo, mas com cores diversas. Entre esses atletas há 20 com bermudas brancas, 25 com camisetas brancas e 12 com bermudas e camisetas brancas. Assinale a opção que indica o número de atletas que não estão vestindo nenhuma peça branca.

- a) 5
- b) 13
- c) 15
- d) 17
- e) 20

**3. (FGV/BANESTES/2018)** Um conjunto tem 8 elementos, outro conjunto tem 9 elementos e a união deles tem 12 elementos. O número de elementos da interseção desses conjuntos é:

- a) 1;
- b) 2;
- c) 3;
- d) 4;
- e) 5.

**4. (FGV/COMPESA/2018)** Em uma empresa trabalham 40 técnicos e todos falam português. Entre eles, há técnicos que falam inglês e há técnicos que falam alemão, porém, entre os que falam apenas um idioma



estrangeiro, o número dos que falam inglês é o dobro do número dos que falam alemão. Sabe-se que 15 técnicos falam apenas português e que 4 técnicos falam tanto inglês quanto alemão. O número de técnicos que falam inglês é

- a) 7
- b) 11
- c) 14
- d) 18
- e) 20

5. (FGV/BANESTES/2018) As equipes de Abel e de Nádia têm o mesmo número de funcionários. Cinco funcionários participam das duas equipes. Não há outros funcionários com essa característica. Juntando-se as duas equipes tem-se 41 funcionários ao todo. As equipes de Abel e de Nádia têm cada uma:

- a) 26
- b) 25
- c) 24
- d) 23
- e) 22

6. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Em um grupo de 30 profissionais, todos são engenheiros ou arquitetos. A quantidade daqueles que são somente arquitetos é o dobro da quantidade dos que são somente engenheiros. Doze desses profissionais são arquitetos e também engenheiros. Assinale a opção que indica o número de engenheiros desse grupo.

- a) 6
- b) 10
- c) 12
- d) 18
- e) 24

7. (FGV/PREF. SALVADOR/2017) Dois conjuntos A e B têm a mesma quantidade de elementos. A união deles tem 2017 elementos e a interseção deles tem 1007 elementos. O número de elementos do conjunto A é

- a) 505.
- b) 1010.
- c) 1512.
- d) 1515.
- e) 3014.

8. (FGV/BADESC/2010) Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;



- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

9. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ :

- a) nunca.
- b) se e somente se  $A = B = C$ .
- c) se e somente se  $B = C$ .
- d) se e somente se  $B \cap C = \emptyset$ .
- e) sempre.

10. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos,  $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$ :

- a) nunca.
- b) se e somente se  $X = Y = Z$ .
- c) se e somente se  $Z \subset X$
- d) se e somente se  $Z \subset Y$
- e) sempre.

11. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos),  $S = D \cap M$  e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:

- a) 64
- b) 16
- c) 32
- d) 8

12. (FGV/MEC/2009) Sejam X e Y dois números inteiros positivos. Se  $X^2 + Y^2$  é ímpar, então se pode afirmar de maneira correta que:

- A)  $X^Y$  é par.
- B)  $Y^X$  é par.
- C)  $XY$  é par.
- D)  $X - Y$  é par.
- E)  $X + Y$  é par.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) O maior número inteiro que é menor que ou igual a -5,7 é:

- A) -6



- B) -5
- C) -4
- D) -3
- E) -2

14. (FGV/AL-MT/2013) Suponha que o valor da expressão  $\frac{5x}{6} - \frac{x}{2}$  seja um número inteiro. O valor de  $x$  é necessariamente

- A) positivo.
- B) par.
- C) múltiplo de 3.
- D) múltiplo de 6.
- E) múltiplo de 12.

## CESPE

15. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

16. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	40
Atalaia e da Costa	40
Aruana e da Costa	40

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

- I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
- II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
- III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.

- A) Apenas o item II está certo.



- B) Apenas o item III está certo.
- C) Apenas os itens I e II estão certos.
- D) Apenas os itens I e III estão certos.
- E) Todos os itens estão certos.

17. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal [ceartransparente.ce.gov.br](http://ceartransparente.ce.gov.br), em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada  $j = 0, 1, 2, \dots$ ,  $M_j$  for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos,  $j$  convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

- A)  $M_0$
- B)  $M_1 - M_0$
- C)  $M_1 \cap M_0$
- D)  $M_0 - M_1$
- E)  $M_0 \cup M_1$



### Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

18. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

19. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

20. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

### Texto para as próximas questões

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

- I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
- II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue os itens seguintes.

21. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

22. (CESPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

23. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

O produto de dois números racionais é sempre um número racional. O mesmo é válido para números irracionais: o produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

24. (CESPE/PREF. SÃO CRISTOVÃO/2019) Considerando as propriedades e as operações fundamentais dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, julgue o item a seguir:

Todo conjunto não vazio de números inteiros positivos possui um menor elemento, isto é, se  $S$  é um conjunto de números inteiros positivos, não vazio, então existe  $s \in S$  tal que  $s \leq x$ , para todo  $x \in S$ . Essa mesma propriedade é também válida para conjuntos não vazios de números reais positivos.



## FCC

**25. (FCC/METRO-SP/2019)** Um encontro foi realizado com 104 ilustradores. Dentre esses ilustradores, 47 também são compositores e 22 também são escritores. Sabendo que 55 ilustradores não são nem compositores nem escritores, o número de pessoas no encontro que trabalham nas três atividades é:

- A) 12.
- B) 14.
- C) 16.
- D) 18.
- E) 20.

## Complementares

**26. (CRA-PR/2020)** Acerca dos conjuntos dos números naturais, dos números inteiros e dos números racionais, de suas operações e de suas propriedades, julgue o item: o produto entre dois números naturais é sempre um número natural.

**27. (PREF. BARRA VELHA/2020)** Marque a alternativa CORRETA em relação a sucessor e antecessor de um número.

- A) A diferença entre o sucessor e o antecessor de um número é sempre dois.
- B) O sucessor de um número negativo é sempre um número negativo.
- C) Todos os números naturais têm antecessor.
- D) Nenhuma das alternativas.

**28. (PREF.PARAÍ/2019)** Considere as seguintes afirmações sobre os números naturais:

- I. A soma de dois números naturais pares é sempre um número par.
- II. A soma de dois números ímpares é sempre um número ímpar.
- III. Há infinitos números primos.

**Quais estão corretas?**

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e II.
- D) Apenas I e III.
- E) I, II e III.



29. (PREF. PINHEIRO PRETO/2019) Assinale a alternativa que apresenta apenas números irracionais.

A) 4,2,1.

B)  $\sqrt{2}, \frac{3}{2}, \pi$

C)  $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \pi$

D)  $\sqrt{9}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$

E)  $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \pi$

## GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA D
3. LETRA E
4. LETRA D
5. LETRA D
6. LETRA D
7. LETRA C
8. LETRA A
9. LETRA E
10. LETRA C

11. LETRA B
12. LETRA C
13. LETRA A
14. LETRA C
15. ERRADO
16. LETRA A
17. LETRA D
18. ERRADO
19. CERTO
20. CERTO

21. CERTO
22. ERRADO
23. ERRADO
24. ERRADO
25. LETRA E
26. CERTO
27. LETRA A
28. LETRA D
29. LETRA C



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



**1** Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



**2** Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



**3** Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



**4** Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



**5** Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



**6** Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



**7** Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



**8** O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.