

































































































































































































































































Internet: <www.correiobraziliense.com.br> (com adaptações).

Com referência ao texto apresentado acima, julgue os itens:

Segundo as informações do texto, entre os estados citados a quantidade média de bombeiros é superior a 7.600.

### Resolução

Para calcular a média, basta somar os valores e dividir pela quantidade de estados considerados.

$$\overline{x} = \frac{8.500 + 16.500 + 5.000 + 630}{4} = 7.657,5$$

**Gabarito: Certo**

### 56. (CESPE 2010/SEFAZ-ES)

| órgão | despesa total com<br>salários de pessoal<br>(× R\$ 10.000) | quantidade<br>de cargos<br>comissionados | quantidade de<br>cargos efetivos |
|-------|------------------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------------------------|
| A     | 100                                                        | 40                                       | 180                              |
| B     | 120                                                        | 40                                       | 182                              |
| C     | 150                                                        | 50                                       | 220                              |
| D     | 180                                                        | 100                                      | 230                              |

Considere que, a fim de avaliar despesas com salários do pessoal lotado em órgãos do Poder Executivo, determinada secretaria de fazenda decidiu fazer um levantamento em quatro órgãos em relação ao mês de agosto de 2009. Os dados observados estão apresentados na tabela acima. Com base nessas informações, julgue os próximos itens.

Em agosto de 2009, os salários médios do pessoal nesses órgãos foram superiores a R\$ 4.500,00.

### Resolução

A despesa total no órgão A foi de  $100 \times 10.000 = 1.000.000$  reais. Como são 220 cargos, a média é:

$$\overline{x}_A = \frac{1.000.000}{220} \cong 4.545,45 > 4.500$$

Observe que a despesa do órgão B foi maior que a despesa do órgão A e a quantidade de cargos é praticamente a mesma. Desta forma, já podemos afirmar que a média de B também é superior a 4.500.



A despesa total do órgão C foi de  $150 \times 10.000 = 1.500.000$  reais e devemos dividir por 270 funcionários.

$$\overline{x}_C = \frac{1.500.000}{270} \cong 5.555,55 > 4.500$$

Finalmente, a despesa do órgão D foi de  $180 \times 10.000 = 1.800.000$  reais para dividir por 330 funcionários.

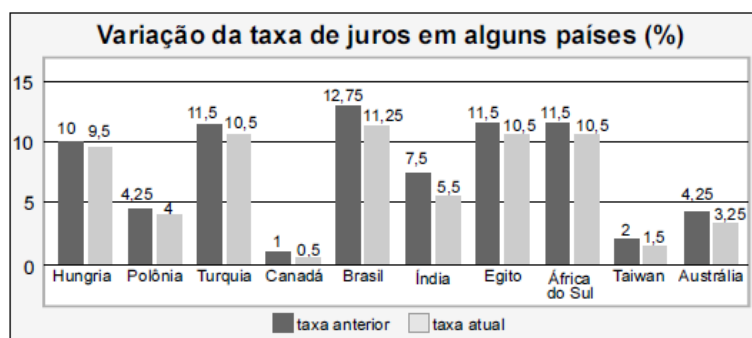
$$\overline{x}_D = \frac{1.800.000}{330} \cong 5.454,54 > 4.500$$

Todas as médias são superiores a R\$ 4.500,00.

**Gabarito: Certo**

---

### 57. (CESPE 2009/BB)



Tendo como referência a figura acima, que mostra os valores das taxas de juros anuais, em dois anos consecutivos, denominados anterior e atual, em 10 países, julgue os itens seguintes.

O valor médio das taxas atuais dos 10 países em questão é inferior a 5%.

### Resolução

Para calcular a média das 10 taxas atuais, devemos somar os 10 valores e dividir o resultado por 10.

$$\overline{x} = \frac{9,5 + 4 + 10,5 + 0,5 + 11,25 + 5,5 + 10,5 + 10,5 + 1,5 + 3,25}{10} = 6,7$$

**Gabarito: Errado**

---

### 58. (CESPE 2009/ANTAC)



|            | variável | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|------------|----------|------|------|------|------|------|
| exportação | X        | 40   | 46   | 50   | 52   | 54   |
| importação | Y        | 20   | 21   | 22   | 24   | 27   |
| total      | X + Y    | 60   | 67   | 72   | 76   | 81   |

Internet: <www.portodesantos.com> (com adaptações).

Considerando a tabela acima, que apresenta a movimentação anual de cargas no porto de Santos de 2003 a 2007, em milhões de toneladas/ano e associa as quantidades de carga movimentadas para exportação e importação às variáveis X e Y, respectivamente, julgue os itens subsequentes.

A média das diferenças X - Y no período mostrado foi superior a 25,5 milhões de toneladas/ano.

### Resolução

Vamos calcular as diferenças entre os respectivos valores de X e Y.

| Variável | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|----------|------|------|------|------|------|
| X        | 40   | 46   | 50   | 52   | 54   |
| Y        | 20   | 21   | 22   | 24   | 27   |
| X - Y    | 20   | 25   | 28   | 28   | 27   |

Vamos calcular a média dessas diferenças.

$$\overline{X - Y} = \frac{20 + 25 + 28 + 28 + 27}{5} = 25,6 \text{ milhões de toneladas/ano}$$

**Gabarito: Certo**

### 59. (CESPE 2008/PRF)

#### Ficou pior para quem bebe

O governo ainda espera a consolidação dos dados do primeiro mês de aplicação da Lei Seca para avaliar seu impacto sobre a cassação de CNHs. As primeiras projeções indicam, porém, que as apreensões subirão, no mínimo, 10%. Antes da vigência da Lei Seca, eram suspensas ou cassadas, em média, aproximadamente 155.000 CNHs por ano. Se as previsões estiverem corretas, a média anual deve subir para próximo de 170.000. A tabela a seguir mostra esses resultados nos últimos anos (fonte: DENATRAN).



| ano   | CNHs                       |                          |
|-------|----------------------------|--------------------------|
|       | concedidas<br>(em milhões) | suspensas<br>ou cassadas |
| 2003  | 1,8                        | 148.500                  |
| 2004  | 3,4                        | 314.200                  |
| 2005  | 3,2                        | 115.700                  |
| 2006  | 2,2                        | 98.800                   |
| 2007  | 2,8                        | 112.100                  |
| 2008  | 1,5*                       | 64.500*                  |
| total | 14,9                       | 853.900                  |

\* dados de janeiro a junho

Veja, ed. 2.072, 6/8/2008, p. 51 (com adaptações).

Para que a média de CNHs suspensas ou cassadas, de 2003 a 2008, atinja o valor previsto de 170.000, será necessário que, em 2008, a quantidade de CNHs suspensas ou cassadas seja um número

- A) inferior a 180.000.
- B) superior a 180.000 e inferior a 200.000.
- C) superior a 200.000 e inferior a 220.000.
- D) superior a 220.000 e inferior a 240.000.
- E) superior a 240.000.

### Resolução

Para calcular a média, devemos somar todos os valores e dividir pela quantidade de dados.

Denominando a soma de S e a média de  $\bar{x}$ , temos:

$$\bar{x} = \frac{S}{n}$$
$$170.000 = \frac{S}{6}$$

$$S = 6 \times 170.000 = 1.020.000$$

De 2003 até junho de 2008 (conforme a tabela), a soma total é de 853.900. Entretanto, para que a média seja de 170.000, a soma total deve ser 1.020.000. Desta forma, de julho a dezembro de 2008, a quantidade de CNHs suspensas ou cassadas tem que ser igual a  $1.020.000 - 853.900 = 166.100$ .

Desta forma, o total de CNHs suspensas ou cassadas em todo o ano de 2008 deverá ser igual a  $64.500 + 166.100 = 230.600$ .

**Gabarito: D**



### 60. (CESPE 2008/PRF)

O gráfico a seguir, que ilustra a previsão das reservas monetárias de alguns países, em 2008, deve ser considerado para o julgamento dos itens.



Com base nas informações do gráfico apresentado acima, julgue os seguintes itens.

Entre as reservas apresentadas no gráfico, apenas as da Rússia e da China superam a média aritmética das reservas de todos eles.

#### Resolução

Vamos calcular a média dos 5 países.

$$\bar{x} = \frac{1.500 + 480 + 290 + 260 + 190}{5} = 544 \text{ bilhões de dólares}$$

As reservas da Rússia não superam a média.

#### Gabarito: Errado

### 61. (CESPE 2016/FUNPRESP)

|                       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| adesão<br>ao<br>plano | 1     | 1     | 0     | 1     | 0     | 0     | 1     | 0     | 1     | 0     |
| salário<br>(em R\$)   | 5.000 | 8.000 | 4.000 | 6.000 | 2.000 | 3.000 | 4.000 | 4.000 | 4.500 | 7.000 |

Considerando que os dados na tabela mostram salários de diferentes servidores que aderiram (1) ou não aderiram (0) a determinado plano de previdência complementar, julgue o item subsequente.

A média dos salários do grupo que aderiu ao plano de previdência complementar é menor que a do que não aderiu ao plano.

#### Comentários:



Temos duas listas de números: uma formada pelos salários dos servidores que aderiram ao plano de previdência complementar e outra formada pelos salários dos servidores que não aderiram ao plano.

Os servidores que aderiram ao plano estão indicados pelo número 1 e os servidores que não aderiram estão indicados pelo número 0.

Queremos calcular a média. Como não foi especificada a média, deveremos trabalhar com a média aritmética.

Para tanto, basta somar os elementos correspondentes a cada grupo e dividir pela quantidade de elementos do grupo.

Salários dos servidores que aderiram ao plano: 5.000, 8.000, 6.000, 4.000, 4.500. São **cinco** os servidores que aderiram ao plano. A média destes salários é:

$$\overline{x_1} = \frac{5.000 + 8.000 + 6.000 + 4.000 + 4.500}{5} = \frac{27.500}{5} = 5.500$$

Salários dos servidores que não aderiram ao plano: 4.000, 2.000, 3.000, 4.000, 7.000. São **cinco** os servidores que não aderiram ao plano. A média destes salários é:

$$\overline{x_2} = \frac{4.000 + 2.000 + 3.000 + 4.000 + 7.000}{5} = \frac{20.000}{5} = 4.000$$

A média dos salários dos servidores que aderiram ao plano é MAIOR do que a média dos salários dos servidores que não aderiram ao plano.

### Gabarito: Errado

---

#### 62. (CESPE 2015/TELEBRAS/Técnico em Gestão de Telecomunicações)

A equipe de atendentes de um serviço de telemarketing é constituída por 30 empregados, divididos em 3 grupos, que trabalham de acordo com a seguinte escala.

- Grupo I: 7 homens e 3 mulheres, que trabalham das 6 h às 12 h.
- Grupo II: 4 homens e 6 mulheres, que trabalham das 9 h às 15 h.
- Grupo III: 1 homem e 9 mulheres, que trabalham das 12 h às 18 h. A respeito dessa equipe, julgue o item que se segue.

Se, nesse serviço de telemarketing, a média das idades das atendentes for de 21 anos e a média das idades dos atendentes for de 31 anos, então a média das idades de todos os 30 atendentes será de 26 anos.

#### Resolução

O total de homens é  $7 + 4 + 1 = 12$  e o total de mulheres é  $3 + 6 + 9 = 18$ .

A média global é a média ponderada das médias dos homens e das mulheres e os pesos de ponderação são as quantidade de homens em mulheres.



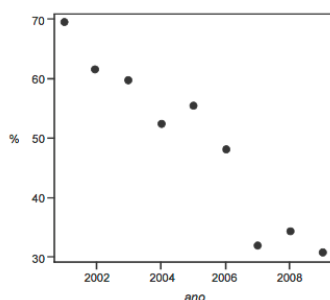
Vamos, então, multiplicar a média dos homens pela quantidade de homens, a média das mulheres pela quantidade de mulheres, somar tudo e dividir pela quantidade total de pessoas, que é a soma dos pesos.

$$\bar{x} = \frac{\bar{h} \cdot 12 + \bar{m} \cdot 18}{12 + 18} = \frac{31 \cdot 12 + 21 \cdot 18}{30} = \frac{750}{30} = 25$$

**Gabarito: Errado.**

---

### 63. (CESPE 2015/DEPEN/Agente Penitenciário)



Dado que a participação dos presidiários em cursos de qualificação profissional é um aspecto importante para a reintegração do egresso do sistema prisional à sociedade, foram realizados levantamentos estatísticos, nos anos de 2001 a 2009, a respeito do valor da educação e do trabalho em ambientes prisionais. Cada um desses levantamentos, cujos resultados são apresentados no gráfico, produziu uma estimativa anual do percentual P de indivíduos que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração, mas que não receberam o diploma por motivos diversos. Em 2001, 69,4% dos presidiários que participaram de um curso de qualificação profissional não receberam o diploma. No ano seguinte, 2002, esse percentual foi reduzido para 61,5%, caindo, em 2009, para 30,9%.

A partir das informações e do gráfico apresentados, julgue os itens que se seguem.

Caso a quantidade total de presidiários participantes de um curso de qualificação profissional em 2001 seja igual a N, e esse total em 2002 seja igual a 2N, a estimativa do percentual P de indivíduos que participaram de um curso de qualificação profissional de curta duração e que não receberam o diploma por motivos diversos nos anos de 2001 e 2002 é inferior a 65%.

### Resolução

Vamos montar uma tabelinha para resumir os dados do problema.



| Ano  | Percentual de presidiários que participaram do curso de qualificação profissional e não receberam diploma ( $x_i$ ) | Quantidade de presidiários participantes dos cursos ( $f_i$ ) |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| 2001 | 69,4%                                                                                                               | N                                                             |
| 2002 | 61,5%                                                                                                               | 2N                                                            |

Para calcular a média, devemos multiplicar cada valor pela sua respectiva frequência, somar tudo e dividir pela frequência total.

$$\bar{x} = \frac{69,4\% \cdot N + 61,5\% \cdot 2N}{N + 2N}$$

$$\bar{x} = \frac{69,4\% \cdot N + 123\% \cdot N}{3N}$$

$$\bar{x} = \frac{192,4\% \cdot N}{3N} = \frac{192,4\%}{3} \cong 64,13\%$$

**Gabarito: Certo**

#### 64.(CESPE 2015/DEPEN)

| idade ( $x$ )    | percentual |
|------------------|------------|
| $18 \leq x < 25$ | 30%        |
| $25 \leq x < 30$ | 25%        |
| $30 \leq x < 35$ | 20%        |
| $35 \leq x < 45$ | 15%        |
| $45 \leq x < 60$ | 10%        |
| total            | 100%       |

Felipe M. Monteiro, Gabriela R. Cardoso e Rafael da Silva. A seletividade do sistema prisional brasileiro e as políticas de segurança pública. In: XV Congresso Brasileiro de Sociologia, 26 a 29 de julho de 2011, Curitiba (PR). Grupo de Trabalho – Violência e Sociedade (com adaptações).

A tabela precedente apresenta a distribuição percentual de presos no Brasil por faixa etária em 2010, segundo levantamento feito por Monteiro et al. (2011), indicando que a população prisional brasileira nesse ano era predominantemente jovem. Com base nos dados dessa tabela, julgue os itens a seguir.



A maior parte da população prisional brasileira em 2010 era formada por pessoas com idades inferiores a 30 anos. Porém, a média da distribuição das idades dos presos no Brasil nesse ano foi superior a 30 anos.

### Resolução

A primeira parte do item está certa, pois há  $30\% + 25\% = 55\%$  de pessoas com idades inferiores a 30 anos.

Vamos agora calcular a média para terminar de julgar o item.

Como os dados estão agrupados em classe, devemos calcular o ponto médio de cada uma das classes.

| Idade ( $x$ )    | Percentual ( $f_i$ ) | Ponto Médio ( $x_i$ ) | $x_i f_i$ |
|------------------|----------------------|-----------------------|-----------|
| $18 \leq x < 25$ | $30\% = 0,3$         | 21,5                  | 6,45      |
| $25 \leq x < 30$ | $25\% = 0,25$        | 27,5                  | 6,875     |
| $30 \leq x < 35$ | $20\% = 0,20$        | 32,5                  | 6,5       |
| $35 \leq x < 45$ | $15\% = 0,15$        | 40                    | 6         |
| $45 \leq x < 60$ | $10\% = 0,10$        | 52,5                  | 5,25      |
| Total            | $100\% = 1$          |                       | 31,075    |

A soma das frequências é igual a 1. A média é:

$$\bar{x} = \frac{31,075}{1} = 31,075$$

### Gabarito: Certo

#### 65. (CESPE 2018/BNB)

Em uma faculdade, para avaliar o aprendizado dos alunos em determinada disciplina, o professor aplica as provas A, B e C e a nota final do aluno é a média ponderada das notas obtidas em cada prova. Na prova A, o peso é 1; na prova B, o peso é 10% maior que o peso na prova A; na prova C, o peso é 20% maior que o peso na prova B. Nesse caso, se  $P_A$ ,  $P_B$  e  $P_C$  forem as notas obtidas por um aluno nas provas A, B e C, respectivamente, então a nota final desse aluno é expressa por  $\frac{P_A + 1,2P_B + 1,32P_C}{3,52}$ .

### Resolução

O peso da prova A é 1.

O peso da prova B é 10% maior que o peso da prova A. Para aumentar um valor em 10%, devemos multiplicá-lo por  $100\% + 10\% = 110\% = 1,10$ . Portanto, o peso da prova B será:

$$1 \times 1,10 = 1,10$$



O peso da prova C é 20% maior que o peso da prova B. Para aumentar um valor em 20%, devemos multiplicá-lo por  $100\% + 20\% = 120\% = 1,20$ . Portanto, o peso da prova C será:

$$1,10 \times 1,20 = 1,32$$

Para calcular a média ponderada, devemos multiplicar cada nota pelo seu peso e dividir o resultado pela soma dos pesos.

$$\overline{x} = \frac{1 \cdot P_A + 1,10 \cdot P_B + 1,32 \cdot P_C}{1 + 1,10 + 1,32}$$

$$\overline{x} = \frac{P_A + 1,10P_B + 1,32P_C}{3,42}$$

**Gabarito: Errado**

---

### 66. (FCC 2013/DPE-RS)

A média geométrica dos números 4, 8 e 16 é

- (A) maior que a respectiva média aritmética.
- (B) inferior a 6.
- (C) igual a 8.
- (D) igual a 4.
- (E) superior a 9.

#### Resolução

A resposta nunca poderia ser a alternativa A, pois a média geométrica não pode ser maior que a média aritmética.

Para calcular a média geométrica de 3 números, devemos calcular a raiz cúbica do produto.

$$G = \sqrt[3]{4 \cdot 8 \cdot 16} = \sqrt[3]{64 \cdot 8}$$

A raiz cúbica de 64 é 4 e a raiz cúbica de 8 é 2.

$$G = \sqrt[3]{64 \cdot 8} = 4 \times 2 = 8$$

**Gabarito: C**

---

### 67. (FGV 2011/SEFAZ-RJ)

Em uma repartição, foi tomada uma amostra do número de filhos de 4 funcionários. O resultado foi {2, 1, 4, 2}. A média geométrica simples dessa amostra é



- a) 2,25
- b) 1,75
- c) 2
- d) 2,4
- e) 2,5

**Resolução**

A média geométrica dos 4 números é a raiz quarta do produto dos números.

$$G = \sqrt[4]{2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 2} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

**Gabarito: C**

---

**68. (FCC 2018/SEFAZ-GO)**

Os matemáticos definem diferentes tipos de médias entre dois números positivos e, para cada aplicação, escolhem qual o tipo mais adequado a ser utilizado. A média harmônica H entre os números positivos a e b, por exemplo, é definida como o inverso da média aritmética dos inversos desses números, ou seja,

$$H = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}}$$

A média aritmética dos números 5 e 20 supera a média harmônica desses mesmos números em

- a) 4,75 unidades.
- b) 5 unidades.
- c) 4 unidades.
- d) 4,25 unidades.
- e) 4,5 unidades.

**Resolução**

Para calcular a média aritmética, basta somar os números e dividir por 2, que é o número de termos.

$$\overline{x} = \frac{5 + 20}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$



Vimos que existe um atalho para calcular a média harmônica de dois números.

A média harmônica de DOIS números é o dobro do produto dividido pela soma dos números.

$$H = \frac{2 \times 5 \times 20}{5 + 20} = \frac{200}{25} = 8$$

Portanto, a média aritmética supera a média harmônica em  $12,5 - 8 = 4,5$  unidades.

**Gabarito: E**

---

**69. (FCC 2017/ARTESP)**

Considere as seguintes informações

I. (A) = média harmônica dos números 4, 6 e 12.

II. (B) = média geométrica dos números 4, 6 e 12.

A média aritmética entre (A) e (B) é igual a

- a) 6,81.
- b) 5,68.
- c) 6,30.
- d) 5,41.
- e) 6,93.

**Resolução**

Vamos começar pela média harmônica. Devemos calcular a soma dos inversos dos números.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3 + 2 + 1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Agora devemos dividir 3, que é o número de termos, pela soma obtida.



$$A = \frac{3}{1/2} = 3 \times \frac{2}{1} = 6$$

Vamos agora calcular a média geométrica. A média geométrica de três números positivos é a raiz cúbica do produto entre eles.

$$B = \sqrt[3]{4 \times 6 \times 12}$$

$$B = \sqrt[3]{288}$$

Vamos tentar calcular um valor aproximado para esta raiz cúbica pela TÉCNICA MILENAR DO CHUTE.

Ora, sabemos que:

$$6^3 = 216$$

$$7^3 = 343$$

Portanto, a raiz cúbica procurada é um número entre 6 e 7. Vamos testar 6,5.

$$6,5^3 = 274,625$$

Já estamos bem próximos. Vamos testar 6,6.

$$6,6^3 = 287,496$$

Esta é uma excelente aproximação!!

$$B \cong 6,6$$

O problema pede a média aritmética entre A e B. Basta somá-los e dividir por 2.

$$\frac{A + B}{2} = \frac{6 + 6,6}{2} = 6,3$$

**Gabarito: C**

---



**70. (CESPE 2018/SEFAZ-RS)**

Para a, b e c, números reais, positivos e distintos, são verdadeiras as seguintes propriedades:



- $a < c$
- $b < \frac{a+c}{2} < \sqrt{bc}$

A partir dessas propriedades, é correto concluir que

a)  $\frac{a+c}{2} < \frac{a+b+c}{3}$

b)  $a > b$

c)  $c < \frac{a+b}{2}$

d)  $a < b < c$

e)  $b > c$

### Resolução

O edital do concurso para SEFAZ-RS não incluiu conhecimentos sobre médias.

Assim, vou resolver primeiro atribuindo valores às variáveis reais positivas  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Como temos  $\sqrt{bc}$ , vou colocar  $b = 16$  e  $c = 25$ . Dessa forma,  $\sqrt{bc} = \sqrt{16 \times 25} = \sqrt{400} = 20$ .

Eu utilizei os valores 16 e 25 para que a raiz quadrada fosse inteira.

Assim, temos que

$$a < c$$

$$a < 25$$

Temos ainda que

$$b < \frac{a+c}{2} < \sqrt{bc}$$

$$16 < \frac{a+25}{2} < 20$$

Vamos multiplicar todos os termos por 2.

$$32 < a + 25 < 40$$

Vamos agora subtrair 25 de todos os termos.



$$7 < a < 15$$

Vamos pegar um número qualquer nesse intervalo. Digamos que  $a = 10$ .

Assim, vamos assumir que  $a = 10$ ,  $b = 16$  e  $c = 25$ .

Esses números satisfazem as condições impostas pelo enunciado.

Vamos agora testar as alternativas.

a)  $\frac{a+c}{2} < \frac{a+b+c}{3}$

$$\frac{10 + 25}{2} < \frac{10 + 16 + 25}{3}$$

$$17,5 < 17 \text{ (falso)}$$

b)  $a > b$

$$10 > 16 \text{ (falso)}$$

c)  $c < \frac{a+b}{2}$

$$25 < \frac{10 + 16}{2}$$

$$25 < 13 \text{ (falso)}$$

d)  $a < b < c$

$$10 < 16 < 25 \text{ (verdadeiro)}$$

e)  $b > c$

$$16 > 25 \text{ (falso)}$$

A resposta é a alternativa D.



Vamos agora resolver utilizando conhecimentos sobre média aritmética e média geométrica. Eis novamente o enunciado.

Para  $a$ ,  $b$  e  $c$ , números reais, positivos e distintos, são verdadeiras as seguintes propriedades:

- $a < c$
- $b < \frac{a+c}{2} < \sqrt{bc}$

A partir dessas propriedades, é correto concluir que

- a)  $\frac{a+c}{2} < \frac{a+b+c}{3}$
- b)  $a > b$
- c)  $c < \frac{a+b}{2}$
- d)  $a < b < c$
- e)  $b > c$

### Resolução

Já sabemos que  $a < c$ .

A segunda desigualdade nos informa que  $b < \sqrt{bc}$ .

Em outras palavras,  $b$  é menor do que a média geométrica entre  $b$  e  $c$ . Como a média sempre fica entre os números, podemos concluir que  $b < c$ .

Precisamos agora saber a relação entre  $a$  e  $b$ .

A segunda desigualdade nos informou que  $\frac{a+c}{2} < \sqrt{bc}$ .

Ora,  $\frac{a+c}{2}$  representa a média aritmética entre os números  $a$  e  $c$ . Sabemos que a média aritmética de números distintos é sempre maior do que a média geométrica. Portanto,

$$\underbrace{\sqrt{ac}}_{\text{média geométrica entre } a \text{ e } c} < \underbrace{\frac{a+c}{2}}_{\text{média aritmética entre } a \text{ e } c} < \sqrt{bc}$$

Juntando o pé com a cabeça, temos:



$$\sqrt{ac} < \sqrt{bc}$$

$$\sqrt{a} < \sqrt{b}$$

$$a < b$$

Assim,  $a < b$  e  $b < c$ . Portanto,  $a < b < c$ . A resposta está na alternativa D.

Vamos agora analisar as outras alternativas.

a)  $\frac{a+c}{2} < \frac{a+b+c}{3}$

Sabemos que  $b < \frac{a+c}{2}$ , ou seja,  $b$  é menor do que a média entre  $a$  e  $c$ . Assim, se formos incluir  $b$  no cálculo da média, o resultado da média diminuirá. Portanto, a alternativa A está errada.

b)  $a > b$

Falso, pois  $a < b$ .

c)  $c < \frac{a+b}{2}$

Falso, pois  $c$  é o maior de todos e, portanto, também será maior que a média dos dois menores.

e)  $b > c$

Falso, pois  $b < c$ .

**Gabarito: D**

---

### 71. (CESPE 2008/TST)

Considere que, em um ambiente de trabalho industrial, as seguintes medições acerca da poluição do ar tenham sido observadas: 1, 6, 4, 3, 2, 3, 1, 5, 1, 4. Nessa situação, julgue o item que se segue.

As médias harmônica e geométrica são ambas inferiores a 3.

#### Resolução

Calcular a média geométrica e a média harmônica de 10 números dá um trabalhão. Vamos calcular a média aritmética.

$$\bar{x} = \frac{1 + 6 + 4 + 3 + 2 + 3 + 1 + 5 + 1 + 4}{10}$$



$$\overline{x} = \frac{30}{10} = 3$$

Agora é só utilizar a desigualdade das médias. Quando pelo menos um dos números é diferente dos demais, a média aritmética é maior do que a média geométrica e esta é maior do que a média harmônica.

$$H < G < \overline{x}$$

$$H < G < 3$$

Portanto, a média harmônica e a média geométrica são menores do que 3.

**Gabarito: Certo**

---

### 72. (NC-UFPR 2018/Câmara Municipal de Quitandinha)

Pedro obteve média 6,7 nas quatro provas que fez. Que nota ele deverá obter na quinta prova, para que sua média seja 7,0?

- a) 6,9.
- b) 7,3.
- c) 7,9.
- d) 8,2.
- e) 8,8.

#### Resolução

Pedro obteve média 6,7 nas 4 provas que fez. Para calcular a soma total dos seus pontos, basta multiplicar a média pela quantidade de provas.

$$\textbf{Soma} = \textbf{Média} \times \textbf{quantidade de termos}$$

Isso vem da própria definição de média. Observe:

$$\textbf{Média} = \frac{\textbf{Soma}}{\textbf{Quantidade de termos}}$$

Assim, a soma dos pontos das 4 primeiras provas é:

$$\textbf{Soma} = 6,7 \times 4 = 26,8$$

Queremos que a média suba para 7 após a realização da quinta prova. Assim, após as 5 provas, a soma total dos pontos será:



$$Soma = 7 \times 5 = 35$$

Portanto, a nota que Pedro precisa tirar na quinta prova é justamente a diferença entre os totais de pontos.

$$35 - 26,8 = 8,2$$

A resposta está na alternativa D.

Observe que, até a 4ª prova, Pedro tinha 26,8 pontos somados. Se ele tirar 8,2 na quinta prova, ele terá  $26,8 + 8,2 = 35$  pontos em 5 provas e sua média será  $35/5 = 7$ .

**Gabarito: D**

---

### 73. (UFPR 2018/UFPR)

Considere a sequência de números cujo primeiro elemento é  $x_1 = 1$  e os demais são calculados como a média entre  $1/3$  e o elemento anterior. Assim, o segundo e terceiro elementos, respectivamente  $x_2$  e  $x_3$ , são dados por

$$x_2 = \frac{x_1 + 1/3}{2} = \frac{1 + 1/3}{2} = 2/3,$$

$$x_3 = \frac{x_2 + 1/3}{2} = \frac{2/3 + 1/3}{2} = 1/2.$$

Sendo assim, o quinto elemento dessa sequência é:

- a)  $3/2$ .
- b)  $5/6$ .
- c)  $4/5$ .
- d)  $3/4$ .
- e)  $3/8$ .

### Resolução

Vamos continuar a sequência. O quarto termo será dado pela média entre  $1/2$  e  $1/3$ .

$$x_4 = \frac{x_3 + 1/3}{2} = \frac{1/2 + 1/3}{2} = \frac{5}{12}$$

O quinto termo será dado pela média entre  $5/12$  e  $1/3$ .



$$x_5 = \frac{x_4 + 1/3}{2} = \frac{5/12 + 1/3}{2} = \frac{9/12}{2} = \frac{9}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

Observe que no numerador eu efetuei a soma de 5/12 com 1/3.

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{3} = \frac{5 + 4}{12} = \frac{9}{12}$$

**Gabarito: E**

---



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ficamos por aqui, queridos alunos. Espero que tenham gostado da aula.

Vamos juntos nesta sua caminhada. Lembre-se que vocês podem fazer perguntas e sugestões no nosso fórum de dúvidas.



Você também pode me encontrar no instagram @profguilhermeneves ou entrar em contato diretamente comigo pelo meu email [profguilhermeneves@gmail.com](mailto:profguilhermeneves@gmail.com).

Um forte abraço e até a próxima aula!!!

Guilherme Neves



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.