Aula 00 (Profª. Mariana Moronari)

Engenharia Elétrica p/ Concursos - Curso Regular (Com Videoaulas) 2020

Autor:

Edimar Natali Monteiro, Juliano de Pelegrin, Mariana Moronari, Samuel Carvalho

15 de Janeiro de 2020

Sumário

APRESENTAÇÃO PESSOAL

Olá querido(a) aluno(a),

Seja bem-vindo(a) ao nosso curso!

É uma satisfação ter a oportunidade de contribuir para sua aprovação. Meu nome é **Mariana Moronari** e serei responsável pelo curso regular de Engenharia Elétrica para Concursos juntamente com o professor **Samuel Carvalho**.

Sou formada em Engenharia de Energia e mestra em Ciências Mecânicas pela Universidade de Brasília (UNB). Atualmente, estou lecionando exclusivamente para concursos.

O professor Samuel é formado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e especialista em Projeto, Execução e Controle de Engenharia Elétrica pelo Instituto de Pós-Graduação (IPOG). Atualmente, ele atua como servidor público federal no cargo de Engenheiro Eletricista da Divisão de Engenharia e Arquitetura do órgão da Polícia Federal.

Veja, então, que o nosso curso será elaborado à quatro mãos! Alinhamos o nosso cronograma de maneira que você possa extrair o máximo de conhecimento de dois professores que trilharam caminhos diferentes, mas que, a partir de agora, tem um objetivo em comum...

Sua adequada, eficiente e priorizada preparação!

Antes de falarmos um pouquinho sobre nosso **cronograma** e **metodologia**, irei apresentar o **Raio X estratégico** que realizamos com o objetivo de priorizar os temas abordados no nosso curso regular.

RAIO X ESTRATÉGICO

O nosso ponto de partida para a elaboração do curso regular de engenharia elétrica para concursos foi entender como e o que editais estão cobrando nos concursos. Ou seja, responder a seguinte pergunta:

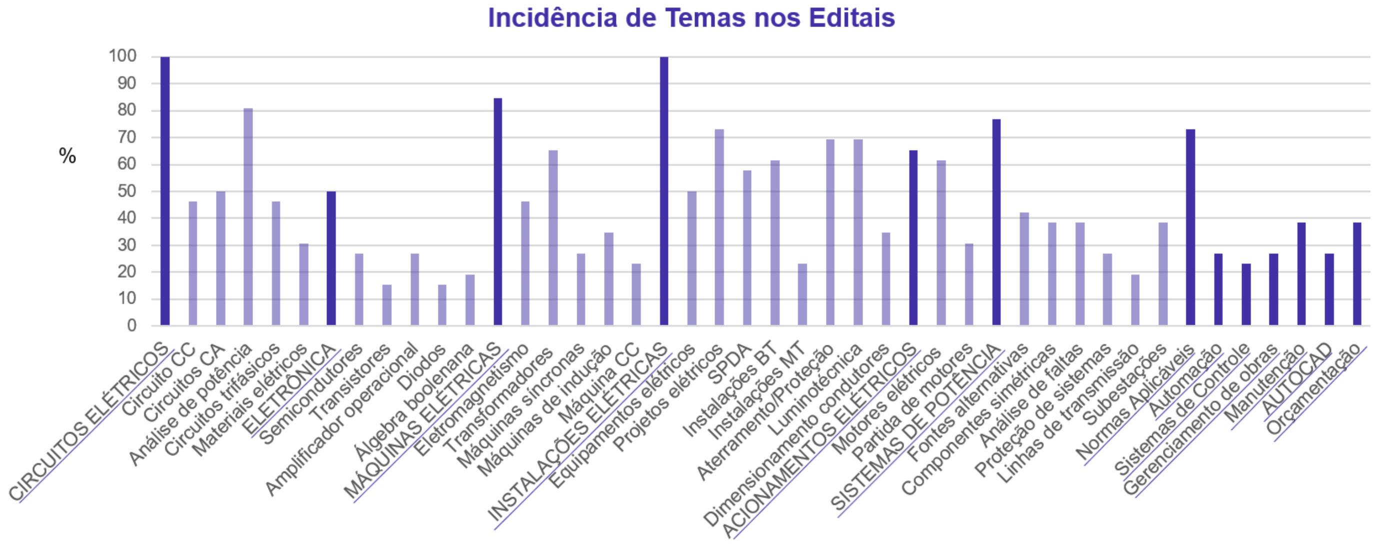
Quais **assuntos e temas mais exigidos** nos editais de **concursos públicos** para engenharia elétrica?

Para respondê-la, eu e o professor Samuel realizamos um **Raio X estratégico**. No Raio X, nós analisamos os **editais mais recentes** (2018-1019) de concursos (prefeituras, universidades, conselhos regionais...) na área de engenharia elétrica.

Nós tivemos um pouco de dificuldade com a generalidade dos conteúdos cobrados em alguns editais, pois eles não especificavam os assuntos dentro de temas que, muitas vezes, coincidiam até com nomes de algumas disciplinas que cursamos na graduação (por exemplo, Máquinas elétricas).

Dessa forma, tivemos que classificar os assuntos dentro de **"grandes áreas"** (e assim vou chamar devido à quantidade subtemas que podem ser cobrados dentro delas) para ter um panorama geral do conteúdo programático.

O resultado que obtivemos foi o gráfico de incidência de temas nos editais mais atuais de engenharia elétrica.



Perceba que **Circuitos Elétricos** e **Instalações Elétricas** são, disparados, os temas mais cobrados pelos editais. Eles foram exigidos em **100% dos editais** analisados! São seguidas de máquinas e sistema elétrico de potência. Isso faz todo o sentido, pois elas são disciplinas fundamentais na graduação de engenharia elétrica.

Note também que alguns temas são mais abrangentes que outros e, assim, contemplam vários assuntos dentro deles...

É importante ressaltar que existe uma grande diversidade de temas dentro dos editais e alguns não foram apresentados no gráfico devido à sua baixa incidência. Mas que, eventualmente, pode ser abordado em nossas aulas por serem fundamentos para o entendimento de outras partes da matéria.

A análise dos editais nos permite também verificar as **tendências** mais atuais sobre a exigência de determinados temas. Ultimamente, as bancas estão cobrando, por exemplo, o conteúdo de **fontes alternativas de energia**, mesmo quando a parte de geração não é especificada no edital.

Perceba que, apenas por meio dessa análise, nós pudemos montar um **curso objetivo e priorizado**, focado no que realmente é **exigido pelas bancas**!

O tipo de concurso e o perfil da banca influenciam diretamente nos conteúdos programáticos dos editais. Pensando nisso, o nosso curso é um curso regular que contempla as matérias que, em geral, são cobradas nos concursos.

Dessa forma, o aluno poderá se preparar por meio de um **clico básico de estudos** baseado nos principais temas e, assim, aumentar cada vez mais a sua bagagem de conhecimento. Posteriormente a uma eventual publicação de edital, nós poderemos direcionar o seu estudo para **pontos específicos**.

Agora, pensando na dificuldade em saber o que, de fato, vai cair em prova...

Como podemos aumentar a nossa **assertividade**?

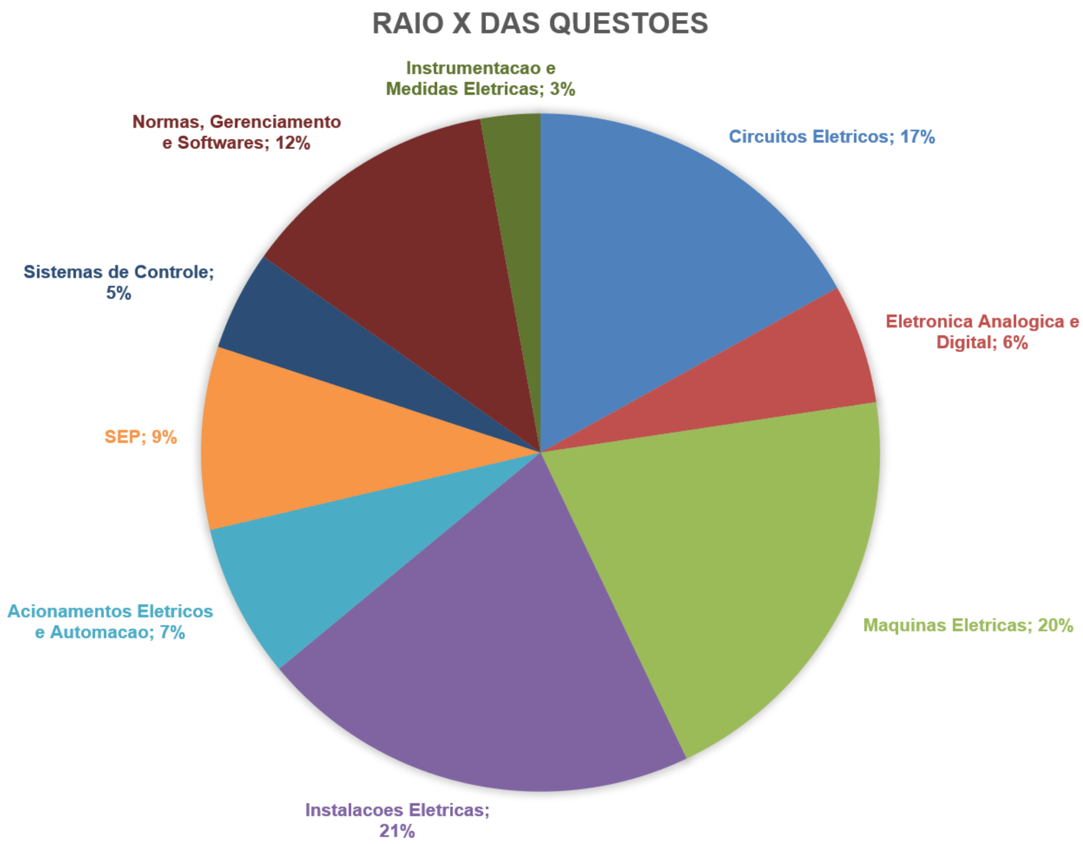
Ora, apenas analisando as provas já aplicadas!

Dessa forma, nós também analisamos as provas aplicadas com o objetivo de terminar quais foram os temas mais representativos!

Pense comigo! Temas muito exigidos nos editais, não necessariamente são temas representativos. Pode ocorrer de um tema muito cobrado, ter apenas uma ou duas questões em prova.

Então, também nos baseamos nessa análise para contemplar, em nossos cursos, os temas que além de serem muito incidentes, são também temas representativos.

Nós analisamos cerca de 40 provas, totalizando aproximadamente 1000 questões. O gráfico abaixo representa os resultados obtidos para as grandes áreas.



Perceba que os resultados desse gráfico correspondem também aos resultados obtidos na análise dos editais. O que aumenta ainda mais a nossa confiança de que o conteúdo programático do nosso curso está em conformidade com as exigências atuais.

Cronograma/ Metodologia

A análise dos editais e das provas nos deu um embasamento estatístico para determinar a prioridade dos temas. Por isso, nós criamos um cronograma considerando essas duas análises! Com o tempo, iremos sempre atualizar e aumentar o número de provas e editais analisados para dar cada vez te dar mais segurança.

Evidencio que as aulas foram divididas conforme a quantidade de subtemas cobrados dentro das grandes áreas. Logo, algumas aulas foram divididas em partes para poder contemplar os tópicos mais importantes e indispensáveis de seu estudo.

Segue abaixo o cronograma de aulas.

PLANEJAMENTO GERAL		
AULAS	**CONTEÚDO**	**DATA (postagem)**
Aula 00	**UNIDADE I: Fundamentos de Eletricidade:** Capítulo 1- Lei de Coulomb Capítulo 2- Campo Elétrico Capítulo 3-Diferença de Potencial Capítulo 4- Materiais Elétricos **UNIDADE II: Circuitos elétricos (PARTE 1):** Capítulo 5- Corrente Elétrica CC Capítulo 6- Análise de Circuitos CC Capítulo 7- Métodos de análise Capítulo 8- Teoremas de circuitos	Profa. Mariana Moronari 15/01
Aula 01	**CIRCUITOS ELÉTRICOS (PARTE 2):** Capítulo 1: Senóides e Fasores Capítulo 2: Análise de potência CA Capítulo 3: Circuitos trifásicos	Profa. Mariana Moronari 02/02
Aula 02	**ELETRÔNICA ANALÓGICA E DIGITAL:** Capítulo 1: Diodos Capítulo 2: Transistores Capítulo 3: Amplificadores Capítulo 4: Circuitos Digitais	Prof. Samuel Carvalho 20/02
Aula 03	**MÁQUINAS ELÉTRICAS (PARTE 1):** Capítulo 1: Fundamentos do eletromagnetismo Capítulo 2: Circuitos magnéticos Capítulo 3: Transformadores	Profa. Mariana Moronari 09/03
Aula 04	**MÁQUINAS ELÉTRICAS (PARTE 2):** Capítulo 1: Princípios da conversão eletromecânica Capítulo 2: Máquinas síncronas Capítulo 3: Máquinas de indução Capítulo 4: Máquinas de corrente contínua	Prof. Samuel Carvalho 27/03

Aula 05	**INSTALAÇÕES ELÉTRICAS (PARTE 1):** Capítulo 1: Introdução às instalações elétricas Capítulo 2: Projeto de instalações elétricas Capítulo 3: Instalações elétricas de baixa tensão	Profa. Mariana Moronari 14/04
Aula 06	**INSTALAÇÕES ELÉTRICAS (PARTE 2):** Capítulo 1: Dispositivos de seccionamento e proteção Capítulo 2: Instalações industriais Capítulo 3: Instalações de média tensão	Prof. Samuel Carvalho 02/05
Aula 07	**INSTALAÇÕES ELÉTRICAS (PARTE 3):** Capítulo 1: Aterramento Capítulo 2: Luminotécnica Capítulo 3: Sistema de proteção contra descargas atmosféricas (SPDA) Capítulo 4: Interpretação de projetos elétricos	Profa. Mariana Moronari 20/05
Aula 08	**ACIONAMENTOS ELÉTRICOS e AUTOMAÇÃO:** Capítulo 1: Motores elétricos Capítulo 2: Diagramas de comando Capítulo 3: Partida de motores Capítulo 4: Conceitos básicos da automação industrial	Prof. Samuel Carvalho 07/06
Aula 09	**SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA (PARTE 1):** Capítulo 1: Geração Capítulo 2: Transmissão (cálculo em linhas) Capítulo 3: Subestações	Profa. Mariana Moronari 25/06
Aula 10	SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA (PARTE 2): Capítulo 1: Proteção dos sistemas elétricos Capítulo 2: Componentes simétricas Capítulo 3: Análise de faltas	Prof. Samuel Carvalho 13/07
Aula 11	SISTEMAS DE CONTROLE E DE COMUNICAÇÃO Capítulo 1: Sistemas e Sinais Capítulo 2: Sistemas de Controle Lineares Capítulo 3: Sistemas de Comunicação	Prof. Samuel Carvalho 31/07
Aula 12	NORMAS TÉCNICAS/ GERENCIAMENTO/ SOFTWARES Capítulo 1: Normas técnicas aplicáveis Capítulo 2: Manutenção preditiva, preventiva e corretiva Capítulo 3: Planejamento e acompanhamento de obras Capítulo 4: AUTOCAD	Profa. Mariana Moronari 15/08
Aula 13	INSTRUMENTAÇÃO E MEDIDAS ELÉTRICAS Capítulo 1: Conceitos de Instrumentação Capítulo 2: Sensores Capítulo 3: Medidores de Grandezas Elétricas Capítulo 4: Medidores de Outras Grandezas	Prof. Samuel Carvalho 15/08

Não posso deixar de destacar que a resolução das questões traz uma bagagem muito importante para o entendimento, treinamento e memorização do conteúdo. Principalmente, na área de exatas.

Portanto, a nossa **metodologia** está baseada na apresentação da teoria envolvida, mas, principalmente, na aplicação dessa teoria na **resolução das questões**. Pois, sabemos o quanto seu tempo é precioso!

A intenção é que você use seu tempo estudando apenas aquilo que responderá as questões, sem ir além.

Com o nosso curso, você poderá relembrar e treinar os pontos mais importantes dos assuntos estudados em sua graduação, focando sempre na forma e no nível de profundidade que eles são cobrados. Vamos sempre **priorizar o seu tempo e o seu esforço** no que realmente importa, ok?

Além disso, teremos videoaulas! Essas aulas destinam-se a complementar a preparação. Quando estiver cansado do estudo ativo (leitura e resolução de questões) ou até mesmo para a revisão, abordaremos alguns pontos da matéria por intermédio dos vídeos.

Com essa outra didática, você disporá de um conteúdo complementar para a sua preparação. Ao contrário do PDF, evidentemente, as videoaulas podem não atender todos os pontos que vamos analisar nos nossos livros eletrônicos. Nosso foco é, sempre, o estudo ativo!

Eventualmente, algumas alterações podem ocorrer de forma a adaptar o cronograma para contemplar temas ou subtemas que acharmos necessários para sua preparação.

Com objetivo de **otimizar os seus estudos**, você encontrará oportunamente, em nossa plataforma (Área do aluno), alguns recursos que irão auxiliar bastante a sua aprendizagem, tais como **"Resumos"**, **"Slides"** e **"Mapas Mentais"** dos conteúdos mais importantes desse curso. Essas ferramentas de aprendizagem irão te auxiliar no domínio da matéria que você não pode ir para a prova sem saber.

Deixarei nossos contatos para quaisquer dúvidas ou sugestões. Estarei a sua disposição para respondê-las, afinal é a partir dessas dúvidas que a matéria será fixada em sua mente!

Teremos o prazer em orientá-lo(a) da melhor forma possível nesta caminhada que estamos iniciando.

E-mail: *moronari.mariana@gmail.com*; *samuelcarvalho.eng@gmail.com*

Conto com todo seu interesse e empolgação para que tenhamos um alto grau de aproveitamento neste curso!

Dito tudo isso, já podemos partir para a nossa Aula 00!

Um grande abraço,

Mariana Moronari

"Uma mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original."

Albert Einstein

UNIDADE I-FUNDAMENTOS DE ELETRICIDADE

Devo ressaltar que essa primeira aula será, especialmente, uma aula mais longa do que a média das outras aulas do curso. Isso porque, como se trata de uma aula inicial, precisamos comentar sobre alguns conceitos fundamentais e essenciais para dar continuidade ao curso. Como, frequentemente, realizamos um estudo em cadeia, precisamos de fundamentos básicos.

De qualquer forma, o seu tamanho não representa, em geral, o tamanho das outras aulas!

A teoria eletromagnética e a teoria de circuitos elétricos são duas teorias fundamentais em que se apoiam os ramos da engenharia elétrica.

Dessa forma, essa aula foi dividida em duas unidades. A primeira unidade é destinada à apresentação dos fundamentos de eletricidade, na qual abordaremos os principais aspectos sobre lei de Coulomb, campo elétrico, diferença de potencial e materiais elétricos.

E a segunda unidade contemplará os principais pontos sobre circuitos elétricos, mais especificamente, circuitos elétricos em corrente contínua. Dessa forma, trataremos sobre corrente elétrica (CC), análise de circuitos (CC), métodos de análise e teoremas de circuitos.

Como a segunda parte é destinada à eletricidade aplicada, a maior parte das questões comentadas serão sobre os temas dessa unidade.

Iniciaremos o nosso estudo com os fundamentos de eletricidade, pois os princípios e leis do eletromagnetismo governam os sistemas elétricos. Portanto, como engenheiros elétricos, precisamos entender esses princípios a fim de projetar e analisar os sistemas. Os fundamentos do magnetismo serão abordados na Aula 03, quando tratarmos da parte inicial da matéria de máquinas elétricas.

1. LEI DE COULOMB

Esse capítulo, essencialmente, se concentrará no estudo da eletrostática e eletrodinâmica (estudo das cargas em repouso e em movimento). Depois de introduzir o conceito de força e carga elétrica, apresentaremos a Lei de Coulomb, que, basicamente, descreve a força elétrica exercida por uma carga em outra.

Evidencio que são indiscutíveis a importância e as diversas áreas de aplicações desse tema. Transmissão de energia elétrica e proteção contra descargas atmosféricas são, por exemplo, áreas associadas que necessitam de um conhecimento aprofundado sobre eletrostática para que seja possível projetar equipamentos adequados.

1.1. Força e carga elétrica

Vamos começar com um raciocínio bem interessante...

Considere uma força semelhante à força gravitacional que varie predominantemente com o inverso do quadrado da distância, mas que seja cerca de bilhões de bilhões de bilhões de bilhões de vezes mais intensa. Essa força é responsável pela atração e repulsão entre dois tipos de "matéria", que podemos chamar de matéria positiva e matéria negativa.

A **repulsão elétrica** entre dois elétrons é 10^{42} **vezes maior** que sua atração gravitacional.

Diferentemente da gravidade (onde há apenas atração), matérias do mesmo tipo se repelem e de tipos diferentes se atraem.

As **cargas elétricas elementares** são constituídas, no nível atômico, pelos e**létrons** e pelos **prótons** que formam os átomos. Os elétrons os prótons contêm cargas de sinais opostos e mesmo módulo, sendo a carga do elétron negativa e do próton positiva. O nêutron, como o próprio nome sugere, não possui carga elétrica.

Toda matéria é uma mistura de prótons positivos e elétrons negativos, que estão se atraindo e repelindo por esta força extraordinária (Força elétrica). Entretanto, o balanço de forças é tão perfeito, que, quando você está próximo de uma outra pessoa, não é capaz de sentir força alguma.

E mesmo um pequeno desbalanceamento poderia ser sentido! Se você estiver a uma distância de um braço de alguém e cada um de vocês tiver um por cento a mais de prótons, a força de repulsão seria extremamente grande.

Professora, mas quão grande seria? O suficiente para erguer o edifício Empire State?

Não!

Para erguer o monte Everest?

Também não!

Saiba que a repulsão seria suficiente para erguer um "peso" igual ao de toda a Terra!

As cargas existem em dois tipos, positivas e negativas justamente porque seus efeitos tendem a se cancelar.

Se você tiver $+\boldsymbol{q}$ e $-\boldsymbol{q}$ no mesmo ponto, eletricamente será como se ali não houvesse carga nenhuma.

Isso pode parecer óbvio demais para merecer um comentário, mas vamos continuar explorando outras possibilidades...

E se os dois tipos não tendessem a se cancelar?

Os sistemas estariam sujeitos a forças imensas, por exemplo, uma batata explodiria se esse cancelamento tivesse uma imperfeição tão mínima quanto uma parte em 10^{10}.

O fato extraordinário é que as cargas positivas e negativas ocorrem em quantidades exatamente iguais, em um grau de precisão fantástico, de forma que seus efeitos se tornam praticamente neutralizados.

Outro ponto importante é que **a carga é conservada**, não podendo ser criada ou destruída. Ou seja, o que existe hoje sempre existiu.

Uma carga positiva pode "aniquilar" uma carga negativa equivalente, mas uma carga positiva ou negativa não pode simplesmente desaparecer por si só.

Dessa forma, a carga total do universo está fixada para todo sempre. Essa é a chamada **conservação global** de carga!

A conservação global permite que uma carga desapareça em São Paulo e reapareça imediatamente em Brasília (isso não afetaria o total), mas sabemos que isso não acontece. Se a carga estivesse em São Paulo e fosse para Brasília, teria de ter atravessado algum trajeto contínuo de um lugar para outro. Isso se chama conservação local da carga.

Oportunamente veremos como formular uma lei matemática precisa que expressa a conservação local de cargas, chamada de equação de continuidade.

1.2. Tipos de força

A mecânica nos diz como um sistema irá se comportar quando estiver sujeito a uma determinada força. Existem quatro forças fundamentais conhecidas (atualmente) na física.

1. Forte;
2. Eletromagnética;
3. Fraca;

4. Gravitacional.

Mas você pode estar se perguntando, onde está o atrito? Onde está a força “normal” que não nos deixa atravessar o chão? Onde está a força de impacto entre duas bolas de bilhar que que colidem?

A resposta é que todas essas forças são **eletromagnéticas!**

De fato, não é exagero dizer que vivemos em um mundo eletromagnético, pois praticamente todas as forças que sentimos no nosso dia a dia, com exceção da gravidade, tem origem eletromagnética. A força eletromagnética está relacionada praticamente com todos os fenômenos físicos que encontramos no nosso cotidiano, pois as interações entre os átomos são regidas pelo eletromagnetismo.

As **forças eletromagnéticas**, além de serem preponderantemente dominantes no dia a dia, são as únicas totalmente compreendidas.

A teoria do eletromagnetismo (ramo da física que estuda a relação entre a eletricidade e o magnetismo) pode ser sintetizada pelas **equações de Maxwell**, conhecidas como as leis de Gauss, Faraday e Ampère. Na física, ela é considerada uma das teorias mais suscintas e bem acabadas.

As **forças fortes**, que mantêm prótons e nêutrons unidos no núcleo atômico, têm **alcance extremamente curto** e, portanto, não as “sentimos”, apesar do fato de serem cem vezes mais fortes do que as forças elétricas. As **forças fracas**, que respondem por certos tipos de decaimentos radioativos, não só têm **curto alcance**, como são, antes de mais nada, muito mais fraca do que as eletromagnéticas.

Como sabemos, os átomos são formados por um núcleo de prótons positivos com elétrons negativos ao seu redor. Então, você poderia se perguntar: “se esta força elétrica é tão extraordinária, por que os prótons e os elétrons não caem uns em cima dos outros? Se eles querem estar numa mistura compacta, por que não fica ainda mais compactos?”

A resposta está intimamente relacionada com o efeito quântico. Ao tentar confinar elétrons numa região muito próxima dos prótons, de acordo com princípio da incerteza, estes elétrons adquiriam um momento quadrático médio que aumentaria à medida que os elétrons fossem confinados. É este movimento, exigido pelas leis da mecânica quântica, que impede a atração elétrica de juntar ainda mais as cargas.

Você também poderia fazer a seguinte pergunta: “O que mantém os núcleos coesos?” No núcleo existem vários prótons, todos positivos. Por que a repulsão não os afasta?

Acontece que dentro do núcleo existem, além das forças elétricas, forças não-elétricas, chamada de **forças nucleares** ou **força forte**. Estas forças fortes são mais intensas que as forças elétricas, o que as permite manter os prótons unidos, apesar de existir repulsão devido as forças elétricas.

Entretanto, as forças fortes possuem curto alcance e sua intensidade diminui mais rapidamente que $1/r^2$. Este fato possui um a importante consequência, ou seja, se um núcleo tiver muitos prótons, ele se torna muito grande e estes prótons não conseguirão se manter unidos. Um exemplo é o urânio, com 92 prótons.

As forças fortes atuam principalmente entre cada próton (ou nêutron) e seus vizinhos mais próximos, enquanto a as forças elétricas atuam em distâncias maiores, criando uma repulsão entre cada próton e todos e todos os outros prótons presentes no núcleo. Quanto mais prótons houver no núcleo, mais forte será a repulsão elétrica.

No caso do urânio, o desbalanceamento de forças é tão delicado que está prestes a se estilhaçar devido às forças elétricas. Se este núcleo de urânio for perturbado, ou seja, “cutucado”, ele se partirá em dois pedaços, cada um com carga positiva e estes pedaços se afastarão pela repulsão elétrica. A energia liberada neste processo é a energia de uma bomba atômica. Essa energia é usualmente chamada de energia “nuclear”, mas é, na verdade, uma energia “elétrica” liberada quando as forças elétricas superam as forças fortes.

É claro que existe também uma teoria clássica para a gravidade (lei da gravitação universal) e outra que é relativística (a teoria da relatividade geral de Einstein), mas nenhuma teoria quântica satisfatória foi construída para a gravidade (embora muita gente esteja trabalhando nisso).

Atualmente existe uma teoria muito bem-sucedida (embora excessivamente complicada) para as interações fracas e uma candidata extraordinariamente atraente (chamada **cromodinâmica**) para as interações fortes.

Todas essas teorias tiram suas inspirações da eletrodinâmica e nenhuma delas pode alegar verificação conclusiva no estágio atual. Portanto, a eletrodinâmica, uma teoria maravilhosamente completa, tornou-se uma espécie de paradigma dos cientistas.

> A **eletrodinâmica** é um ramo da eletricidade responsável pelo estudo do comportamento das cargas elétricas **em movimento**. E a **eletrostática** se destina ao estudo das cargas elétricas quando elas estão **em repouso**.

Nós iniciaremos nosso estudo sobre eletricidade com a eletroestática!

1.3. Lei de Coulomb

A eletrostática é caracterizada pelos campos eletrostáticos.

> Um **campo eletrostático** é gerado por uma distribuição de cargas estáticas. Ou seja, eles são **invariáveis no tempo**.

Ao longo da nossa discussão, assumiremos que o campo elétrico está no vácuo, mesmo que o campo elétrico em um meio material possa ser tratado, por conveniência, em outra situação.

A lei de Coulomb e a lei de Gauss são as duas leis fundamentais que governam a eletrostática. A lei de Coulomb é uma lei mais geral que pode ser aplicada a qualquer configuração de cargas e a lei de Gauss é utilizada quando a distribuição de cargas é simétrica.

Vamos nos concentrar inicialmente na lei de Coulomb...

A lei de Coulomb descreve a interação eletrostática entre partículas carregadas. Ela pode ser resumida em três afirmações:

- Existem duas, e somente duas, espécies de cargas elétricas: a **positiva** e **negativa**.
- A força de interação entre duas cargas pontuais atua ao longo da linha que as une e é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
- Essa força também é proporcional ao produto das cargas, ou seja, é **repulsiva para cargas de mesmo sinal** e **atrativa para cargas de sinais opostos**.

Note que o termo pontual significa que o tamanho das cargas é pequeno em comparação as dimensões do sistema.

CURIOSIDADE

O engenheiro francês Charles Augustin de Coulomb estudou a interação entre partículas carregadas em 1784.

A lei de Coulomb pode ser formulada matematicamente da seguinte forma:

$$F = \frac{K|q_1||q_2|}{r^2}$$

onde $|q_1|$ e $|q_2|$ são os módulos das cargas, r é distâncias entre as cargas e K é uma constante de proporcionalidade. Essa equação é uma expressão escalar, ou seja, fornece informação sobre o módulo da força.

Nas descrições de problemas, o sentido e a direção devem ser atribuídos. Se as cargas possuem sinais contrários, as observações de coulomb estabelecem que a força é atrativa, assim, o sentido da força que atua em $\mathbf{q_1}$ é de $\mathbf{q_1}$ para $\mathbf{q_2}$, enquanto a força que atua em $\mathbf{q_2}$ é de $\mathbf{q_2}$ para $\mathbf{q_1}$ e a direção é a linha que passa pelas duas cargas (Figura 1).

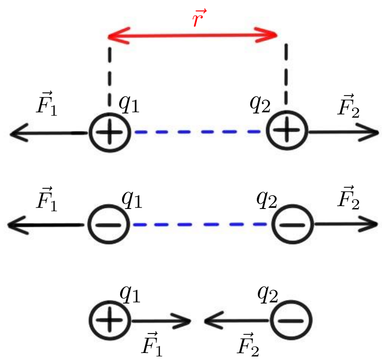


Figura 1- Representação da linha de ação da força eletrostática entre partículas.

Ao utilizar a lei de Coulomb, deve-se considerar que cargas opostas se atraem e cargas de mesmo sinal se repelem, lembrando que a força é newtoniana, isto é, a força coulombiana obedece à terceira lei de Newton.

Para escrever a lei de Coulomb na forma vetorial, é preciso considerar o fato de que a força atua ao longo da linha que une as cargas, sendo positiva se as cargas tiverem o mesmo sinal e negativa se possuírem sinais opostos.

Considerando $\overrightarrow{F_1}$ a força que age sobre a carga q_1 (em virtude da presença da carga q_2) e $\vec{r}_{1,2}$ é o vetor que parte de q_2 a q_1 cujo módulo é $r_{1,2}$, temos:

$$\vec{F}_1 = \frac{Kq_1q_2}{r_{1,2}^2}\frac{\vec{r}_{1,2}}{r_{1,2}} = \frac{Kq_1q_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}$$

onde $\hat{r} = \vec{r}_{1,2}/|r|_{1,2}$ é o vetor unitário na direção de $\vec{r}_{1,2} = \overrightarrow{r_1} - \overrightarrow{r_2}$.

Para obter a força elétrica sobre a carga q_2 , é preciso apenas permutar os índices 1 e 2. É importante observar nessa equação que q_1 e q_2 são quantidades positivas e negativas das cargas, que devem ser atribuídas cada uma com seu sinal na equação vetorial. O resultado fornecido (Fig. 2) é o vetor força eletrostática, que apresenta informações sobre módulo, direção e sentido da interação.

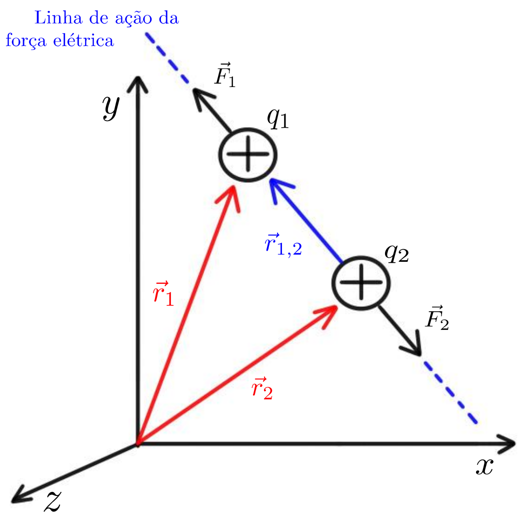


Figura 2- Aplicação vetorial da Lei de Coulomb

A constante de proporcionalidade é chamada de constante eletrostática, essa constante é utilizada para ajustar valores e dimensões, pois os resultados fornecidos pela lei de Coulomb devem ser coerentes em um sistema de unidades. No sistema internacional de unidades (SI), a força é representada em Newtons (N), as cargas elétricas em coulombs (C) e a distância, em metros (m). O valor de K utilizado é dada por:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \ \frac{Nm^2}{C^2}$$

onde $\epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12} \ C^2/Nm^2$, que é conhecida como permissividade elétrica no vácuo. Podemos reescrever a equação da seguinte maneira:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}$$

FIQUE ATENTO!

Temos um **dipolo elétrico** quando duas cargas pontuais de **igual magnitude e sinais opostos** estão separadas por uma pequena distância.

1.3.1. Força elétrica x Força gravitacional

A intensidade da força gravitacional F_g entre dois corpos de massa m_1 e m_2 é dada pela lei da gravitação de Newton:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Perceba que podemos comparar essa intensidade com a intensidade da força elétrica de Coulomb definida na seção anterior.

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Essas leis dependem do inverso do quadrado das distâncias entre os centros dos corpos que interagem e envolvem a propriedade de interação à distância entra as partículas. Note também que, na gravitação, sempre haverá atração!

Considere a interação ente duas partículas α (núcleo do átomo de Hélio). A massa da partícula α equivale a $6{,}64 \times\ 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ e sua carga ($+2\mathrm{e}$) equivale a $3{,}2 \times\ 10^{-19}\ \mathrm{C}$.

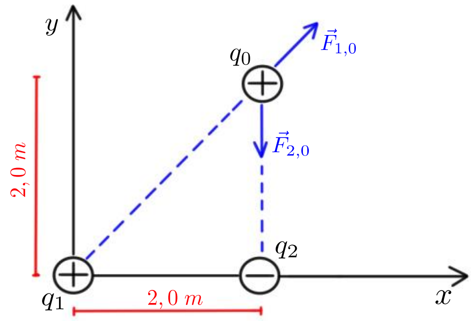
Vamos então comparar a repulsão elétrica das partículas α com a atração gravitacional entre elas. Utilizando as equações da força elétrica de coulomb e da força gravitacional, temos que a razão F_e/F_g é dada por

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G}\frac{q^2}{m^2} = \frac{9\cdot 10^9\left(3{,}2\cdot 10^{-19}\right)^2}{6{,}67\cdot 10^{-11}(6{,}64\cdot 10^{-27})^2} = 3{,}1 \cdot 10^{35}$$

O resultado acima revela o quanto a força gravitacional nesse caso é desprezível em comparação com a força elétrica. Isto é sempre verdade para interação entre partículas atômicas e subatômicas. Se compararmos dois corpos do tamanho de uma pessoa e de um planeta, em geral, esses dois sistemas não estão carregados, ou seja, a carga líquida positiva é aproximadamente igual a carga líquida negativa e dessa forma a força elétrica é muito menor do que a força gravitacional.

Vamos aplicar os conhecimentos adquiridos nesse capítulo?!

(Equipe – Estratégia - 2019) Considere portadores de cargas localizados fixamente. A carga $q_1 = +25\ \mathrm{nC}$ está sobre a origem do plano cartesiano, a carga $q_2 = -15\ \mathrm{nC}$ está sobre o eixo x em $x = 2,0\ \mathrm{m}$ e a carga $q_0 = +20\ \mathrm{nC}$ está no ponto $x = 2,0\mathrm{m}$ e $y = 2,0\mathrm{m}$ como mostra (figura). Determine a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica resultante sobre a carga q_0.



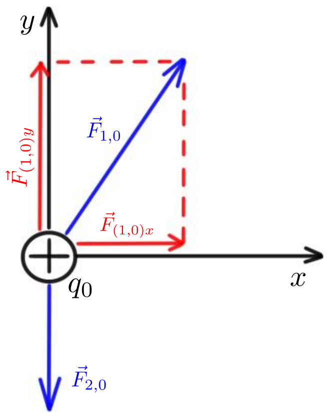
Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica resultante sobre a carga q_0. O procedimento para resolver esta questão consiste em inicialmente determinar o módulo das forças elétricas $|\vec{F}_{1,0}|$ e $|\vec{F}_{2,0}|$. Essas forças agem sobre a carga q_0.

$$|\vec{F}_{1,0}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1 q_0|}{r_{1,0}^2} = \frac{(8,99\times 10^9\ N.m^2/C^2)(25\times 10^{-9}\ C)(20\times 10^{-9}\ C)}{(2\sqrt{2}\ m)^2} =$$
$$= 5,62\times 10^{-7}\ N$$

$$|\vec{F}_{2,0}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_2 q_0|}{r_{2,0}^2} = \frac{(8,99\times 10^9\ N.m^2/C^2)(15\times 10^{-9}\ C)(20\times 10^{-9}\ C)}{(2,0\ m)^2} =$$
$$= 6,74\times 10^{-7}\ N$$

O próximo passo é analisar o diagrama de corpo livre sobre a carga q_0, com o objetivo de identificar e determinar as componentes vetoriais das forças aplicadas sobre ela.



Como o vetor $\vec{F}_{1,0}$ faz um ângulo de $\theta = 45°$ em relação ao semieixo positivo dos x's, temos:

$$F_{(1,0)x} = F_{(1,0)y} = |\vec{F}_{1,0}|\cos 45° = |\vec{F}_{1,0}|\sin 45° = 3,97\times 10^{-7}\ N$$

Dessa forma a força resultante sobre q_0 é dada por:

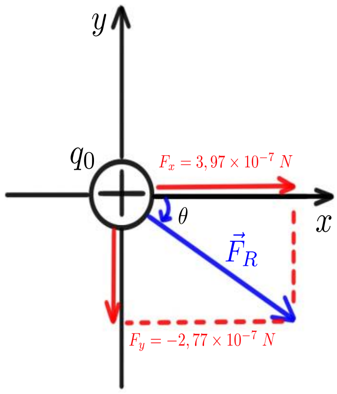
$$
\begin{aligned}
\vec{F}_R &= \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0} \\
&= \left(F_{(1,0)x} + F_{(2,0)x}\right)\hat{\imath} + \left(F_{(1,0)y} + F_{(2,0)y}\right)\hat{\jmath} = \\
&= (3,97 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{\imath} + (3,97 \times 10^{-7}\ N\ - 6,74 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{\jmath} = \\
&= (3,97 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{\imath}\ + (-2,77 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{\jmath}
\end{aligned}
$$

A intensidade da força resultante é dada por:

$$
\begin{aligned}
|\vec{F}_R| &= \sqrt{(3,97 \times 10^{-7})^2 + (-2,77 \times 10^{-7})^2} = \\
&= 4,84 \times 10^{-7}\ N
\end{aligned}
$$

Considerando a direção θ de $\overrightarrow{F_R}$ em relação ao semieixo positivo dos x's no sentido horário (ângulo negativo), temos:

$$
\begin{aligned}
\tan\theta &= \frac{F_y}{F_x} = \frac{-2,77}{3,97} = -0,698 \\
\theta &= \tan^{1}(-0,698) = -34,9^\circ
\end{aligned}
$$



2. CAMPO ELÉTRICO

O campo elétrico é uma entidade abstrata criada por distribuições de cargas e existe em todos pontos do espaço. As distribuições de cargas no espaço vazio (vácuo) afetam todos os pontos do espaço produzindo em cada ponto um valor de campo elétrico. Uma carga de prova pode revelar a existência desse campo elétrico pela força elétrica nela exercida.

Professora, seria possível visualizar de forma mais concreta o campo elétrico?

Uma forma de visualizar o campo elétrico de forma mais concreta é caracterizar a distribuição do campo no espaço utilizando o conceito de linha de campo. As linhas de campo são curvas tangentes em cada ponto à direção do campo elétrico.

Dessa forma, podemos determinar imediatamente a direção do campo em cada um dos seus pontos apenas com uma linha de campo elétrico. Sua trajetória tem a função de ilustrar a distribuição do campo elétrico no espaço. Para cargas pontuais afastadas umas das outras, as linhas de campo elétrico são caracterizadas por serem radiais (Fig. 3).

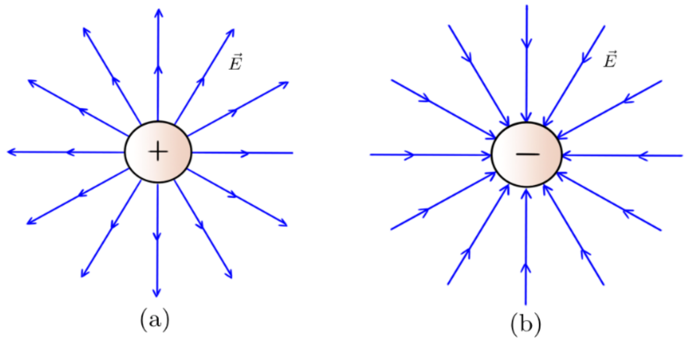


Figura 3-Campo elétrico de uma carga pontual.

O campo elétrico $\vec{E}$ é tridimensional e tem simetria de revolução em qualquer eixo que passa pela carga.

A força elétrica exercida por uma carga sobre a outra é um exemplo claro de uma força que atua à distância, o que é similar à força gravitacional.

Você pode me perguntar...

Imaginando que uma partícula carregada (posicionada em algum ponto do espaço) seja removida repentinamente, será que a força elétrica exercida sobre a segunda partícula (que está a uma certa distância $\vec{r}$) varia instantaneamente?

Sabendo que uma carga produz um campo elétrico $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço e este campo exerce uma força elétrica sobre uma segunda carga. Então, será o campo $\vec{E}$ na posição da segunda partícula que exercerá a força sobre ela, e não a primeira carga (a qual está a certa distância).

Saiba que as perturbações no campo elétrico se propagam no espaço com a velocidade da luz ($c \approx 299.792{,}459 \text{ m/s}$). Dessa forma, se carga for deslocada repentinamente, a força que ela exerce através de seu campo elétrico sobre a segunda carga (a uma distância $\vec{r}$) não muda antes de um intervalo de tempo de $|\vec{r}|/c$.

2.1. Intensidade de campo elétrico

Para verificarmos se existe campo elétrico em um dado local do espaço, coloca-se no referido local um corpo carregado, chamado de carga teste ou carga de prova (q_0).

ESCLARECENDO!

A **carga teste** é uma carga elétrica de valor bastante pequeno (desprezível), ou seja, a perturbação causada por ela também será desprezível.

Quando carga teste sofre a ação de uma força elétrica, concluímos que existe um campo elétrico nessa região. O campo elétrico nessa região é produzido por outra carga e não pela carga teste.

O vetor **intensidade de campo elétrico E** é dado pela **força por unidade de carga** imersa nesse campo elétrico.

Assim, podemos definir o campo elétrico operacionalmente por:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}_O}{q_0}$$

onde q_0 é carga teste e $\overrightarrow{F_0}$ é a força elétrica gerada pela carga fonte. A unidade da intensidade de campo elétrico no sistema internacional de unidades, é $\mathrm{N/C}$. Aqui precisamos fazer algumas considerações:

- A equação acima fornece a intensidade do Campo Elétrico e não o campo elétrico em si. No entanto, essa denominação não é utilizada na prática, de modo que a grandeza acima é geralmente chamada simplesmente de campo elétrico;
- O limite aplicado acima é apenas formal, pois a carga é quantizada e não pode assumir valores menores em módulo do que a carga do elétron;
- Apesar da definição operacional ser dada em função da carga de teste, o campo elétrico é uma propriedade da carga fonte;
- Em medidas experimentais, a carga de prova deve ter o menor valor possível, para que o campo gerado por ela não perturbe significativamente a distribuição de carga fonte cujo campo se quer mensurar;
- O vetor intensidade de campo elétrico está na mesma direção que a força elétrica.

Dessa forma, podemos considerar simplesmente que o vetor intensidade de campo elétrico é dado por:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Nas próximas seções, iremos descrever o campo elétrico gerado por cargas pontuais e por distribuições contínuas de cargas.

2.2. Campo elétrico de uma carga puntiforme

Quando a distribuição de uma carga fonte corresponde a uma carga puntiforme Q, é fácil descrever o campo elétrico que ela produz. O local onde essa carga fonte se encontra é denominado ponto A, e o local onde desejamos determinar o campo elétrico é denominado ponto B. O vetor unitário $\hat{r}$ é igual o deslocamento $\vec{r}$ que une os pontos A e B dividido pela distância $|\vec{r}| = r$, ou seja, $\hat{r} = \vec{r}/r$.

Se colocarmos uma carga teste q_0 em B a uma distância r da carga fonte, o módulo da força elétrica é dado pela Lei de Coulomb:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathrm{Q}q_0}{r^2}$$

Dessa forma, o módulo do campo elétrico E no ponto B é dado por:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathrm{Q}}{r^2}$$

Observe que o campo elétrico no ponto B depende da distribuição da carga fonte Q. Utilizando o vetor unitário, podemos escrever uma expressão vetorial para o campo elétrico que fornece seu módulo, direção e sentido.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\mathrm{Q}}{r^2}\hat{r}$$

A expressão acima determina o vetor campo elétrico em determinado ponto. Porém, uma vez que o campo elétrico pode variar de um ponto para outro, ele não é dado por uma única grandeza vetorial, mas por um conjunto de grandezas vetoriais, cada uma das quais associada a um ponto desse espaço.

O **campo elétrico** $\vec{E}$ é um exemplo de um **campo vetorial**. Podemos representar as componentes do campo elétrico, por exemplo, em um sistema de coordenadas cartesianas $(\mathrm{x, y, z})$ por $\mathrm{E_x(x, y, z)}$, $\mathrm{E_y(x, y, z)}$,$\mathrm{E_z(x, y, z)}$.

É de extrema importância entendermos bem sobre o sentido dessas grandezas vetoriais para que possamos resolver corretamente as questões! Vamos então analisar o sentido do campo elétrico e da força entre as cargas...

O sentido do vetor campo elétrico de uma carga fonte carregada positivamente e negativamente é ilustrado pela Figura (4).

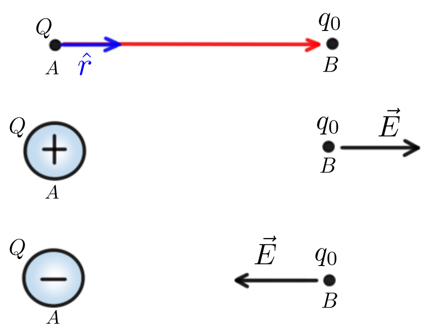


Figura 4- Comportamento do vetor campo elétrico de uma carga fonte positiva e negativa.

Ou seja, perceba que a linha de força para o vetor campo elétrico para uma carga positiva tem o sentido de "sair" da carga e para uma carga negativa possui o sentido de entrar!

Quando a carga teste sofre a ação de uma força elétrica, conclui-se que o campo elétrico detectado é produzido por outras cargas e não por q_0, pois sua carga elétrica é desprezível.

Portanto, quando o campo elétrico $\vec{E}$ é conhecido em um dado ponto do espaço, a força elétrica $\vec{F}$ que atua sobre uma carga teste q_0 é simplesmente $\vec{F}_0 = q_0\,\vec{E}$.

Professora, mas qual será o sentido dessa força?

Isso dependerá da relação de atração ou repulsão entre a carga fonte e a carga teste. Considerando que a carga fonte está carregada positivamente (*Q+*):

- Quando q_0 também for **positiva**, $\vec{F}_0$ que age sobre a carga terá o **mesmo sentido** de $\vec{E}$, pois haverá uma força de repulsão entre as cargas.
- Quando q_0 **for negativa**, $\vec{F}_0$ e $\vec{E}$ terão **sentidos contrários**, pois o sentido do campo elétrico permanecerá "saindo" da carga fonte e, agora, a força entre as cargas será de atração!

O comportamento da força e do campo elétrico gerado por uma carga fonte carregada positivamente sobre uma carga teste pode der visualizado na Figura (5).

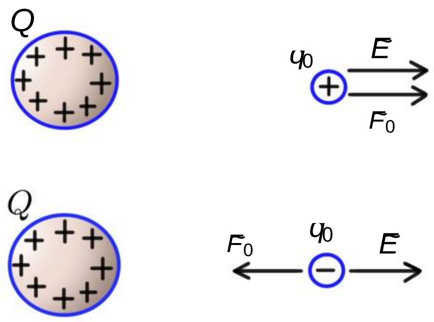


Figura 5-comportamento da força e do campo elétrico sobre uma carga teste.

Observe que o mesmo raciocínio pode ser utilizado quando a carga teste está carregada negativamente. Dessa forma, podemos concluir que o sentido da força elétrica e do campo elétrico será determinado pela **carga teste!**

ESCLARECENDO!

Se a carga teste for **positiva**, o campo elétrico e a força elétrica terão **o mesmo sentido**! Se a carga teste for **negativa**, o campo elétrico e a força elétrica terão **sentidos contrários**!

Em alguns casos, o **módulo e a direção do campo são constantes** em uma certa região do espaço e, assim, teremos um **Campo Uniforme.** Um bom exemplo é o campo elétrico no interior de um condutor. Caso exista um campo elétrico no interior de um condutor, o campo exerce uma força sobre cada carga existente no interior do condutor, produzindo um movimento das cargas livres. Por definição, não existe nenhum movimento efetivo em uma situação eletrostática.

2.3. Distribuição contínua de cargas

Até agora nós consideramos somente forças e campos elétricos de cargas pontuais. Ou seja, cargas que ocupam um pequeno espaço físico. No entanto, também devemos considerar "corpos" carregados eletricamente com uma distribuição de cargas.

A carga elétrica é quantizada a nível microscópio e, portanto, as distribuições de carga são discretas. Porém existem situações em que o acúmulo de cargas é tão grande que podemos considerar a carga como uma grandeza distribuída de forma contínua, semelhante à descrição de massa específica (utilizando o conceito de densidade linear λ, superficial σ e volumétrica ρ).

Da mesma forma, consideramos um elemento de comprimento (dx), superfície (dA) ou volume (dV) que seja grande o suficiente para conter uma quantidade relevante de portadores de carga e, ainda sim, esse elemento seja suficiente pequeno em comparação com as dimensões do sistema em análise.

A Figura (6) representa um sistema carregado com uma distribuição contínua de carga Q e volume V.

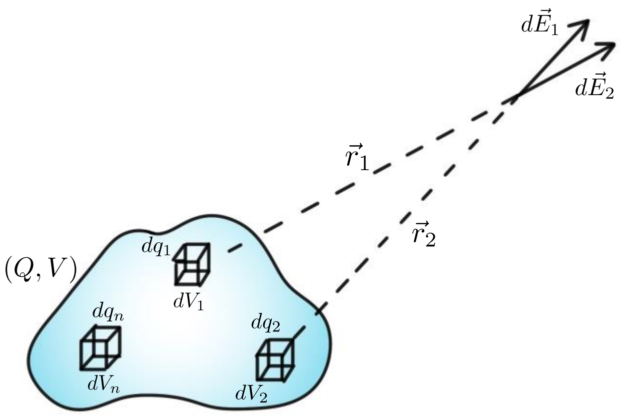


Figura 6-Campo elétrico de uma distribuição contínua de cargas.

Com o objetivo de descrever o campo elétrico gerado por uma carga pequena o suficiente para ser tratada como carga puntiforme sobre um ponto P , podemos utilizar a Lei de Coulomb para quantificar o módulo do campo elétrico nessa região do espaço.

É usual denotar a densidade de cargas volumétrica por ρ_V , temos então para este caso que:

$$dq = \rho_V \, dV$$

Logo,

$$\left|d\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq|}{r^2}$$

A carga total Q do sistema em análise é dada por:

$$Q = dq_1 + dq_2 + dq_3 + \cdots + dq_n$$

ESCLARECENDO!

Ou seja, a carga total é dada pela superposição de todos os elementos de cargas que compõe o sistema total!

O módulo do campo elétrico total no ponto P é calculado por meio da integração do campo de todos os elementos de carga. Portanto,

$$\left|d\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq_1|}{r_1^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq_2|}{r_2^2} + \cdots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq_n|}{r_n^2}$$

Integrando,

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{\rho_V}{r^2}\,dV$$

Essa fórmula pode ser aplicada para calcular o módulo do vetor intensidade de campo elétrico de diferentes distribuições, como linha, superfície e volume de carga, considerando sempre o sistema de coordenadas que melhor descreverá a geometria do problema!

2.4. Densidade de fluxo elétrico

A densidade de fluxo elétrico **D** está relacionada com a intensidade do campo elétrico **E** por meio da seguinte relação:

$$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E}$$

A constante ϵ_0 é denominada como a constante de permissividade do espaço livre. Ela é dada em Farads/metro (F/m) e equivale a:

$$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$$

A densidade de fluxo elétrico também pode ser relacionada com o fluxo elétrico. Por definição, **o fluxo do campo elétrico E** através de uma superfície orientada ***dS*** é calculado como a integral do produto escalar entre estes dois vetores. Dessa forma, temos que

$$\psi = \int_S \vec{D}\cdot\overrightarrow{dS}$$

Onde o fluxo elétrico ψ é dado em C e a densidade de fluxo em C/m^2.

FIQUE ATENTO!

Perceba que, se a densidade de fluxo elétrico $\vec{D}$ estiver normal à superfície $\overrightarrow{dS}$**,** eles serão paralelos. Dessa forma, o produto escalar entre os dois vetores poderá ser retirado da equação, dado que o cos 0° será igual a um!

2.4.1. Linhas de campo elétrico

As linhas de campo elétrico têm propriedades que as tornam muito úteis. Essas propriedades são:

Linhas de Campo Elétrico

- As linhas de campo elétrico “nascem” nas cargas pontuais positivas e “morrem” nas cargas pontuais negativas.
- As linhas de campo elétrico são direcionais. Ou seja, são orientadas no sentido de sair das cargas positivas e entrar nas cargas negativas. Em cada ponto do espaço, as linhas têm a mesma direção e sentido do campo elétrico resultante naquele ponto. Por causa disso, as linhas de campo elétrico não podem se cruzar;
- O número de linhas de campo que saem (ou entram) é proporcional ao valor Q da carga. Assim de uma carga $|q|$, saem (ou entram) mais linhas do que uma carga $|Q|$, se $|q| > |Q|$ (e vice-versa);
- O número de linhas que atravessam uma superfície S normal às linhas num dado ponto do espaço é proporcional à intensidade do campo nesse ponto.

As linhas de campo da Figura 3 satisfazem todas as condições acima.

> As linhas de campo **saem da carga positiva** e **entram na carga negativa**.

Como o campo elétrico é radial, as linhas são retas partindo da origem em todas as direções, orientadas para fora no caso em que Q é positiva e para dentro no caso em que Q é negativa.

Para verificar a última propriedade, vamos considerar uma carga pontual $+q$ envolta por uma superfície S esférica de raio r, como mostra a Figura (7).

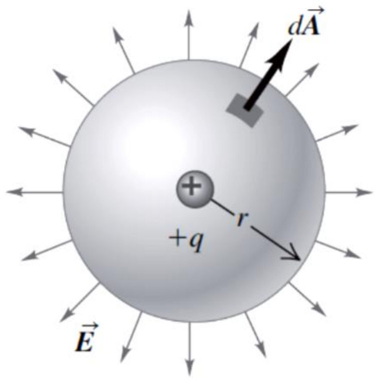


Figura 7-Carga puntiforme "+q" envolvida por uma superfície esférica S fechada. Fonte: YOUNG, HUGH.

Raciocine comigo...

Por essa superfície passam N linhas de campo, distribuídas de forma homogênea por uma área equivalente a

$$A = 4\pi R^2$$

O campo é proporcional a esse valor. Ou seja,

$$E \propto \frac{N}{4\pi R^2}$$

Como N é fixo, temos então que $E \propto \frac{1}{R^2}$, o que está totalmente de acordo com a Equação para o campo elétrico gerado por uma carga pontual.

Pela terceira propriedade, o número de linhas de campo N é proporcional a carga Q ($N \alpha Q$). O que também está de acordo com a equação para o campo elétrico.

Querido (a) aluno(a),

Agora, vamos fazer uma análise de forma mais aprofundada para situação ilustrada pela Figura 7 com o objetivo de entendermos a importância da aplicação do fluxo elétrico...

Como o campo elétrico de uma carga pontual tem simetria esférica radial (Fig. 7), o campo $\vec{E}$ tem módulo constante em cada ponto da superfície e está na direção normal à superfície. Ou seja, podemos retirar o produto escalar e os termos constantes da equação.

Aplicando essas conclusões na equação do fluxo elétrico, temos que:

$$\psi = \int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_S \epsilon_0 E \, dS = \epsilon_0 E \int_S dS$$

Sabendo que a área superficial de uma esfera equivale a $4\pi r^2$, então

$$\psi = \epsilon_0 E \, (4\pi r^2)$$

Substituindo o campo elétrico por sua respectiva equação (definida na seção 2.2), temos

$$\psi = \epsilon_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} (4\pi r^2) = Q$$

Agora vamos tirar algumas conclusões...

- Note que o fluxo elétrico de pende apenas da carga Q dentro da superfície;
- Perceba também que não importa o raio e nem a forma da superfície.

Isso ocorre porque o fluxo elétrico está associado ao número de linhas de campo que atravessam a superfície S (no caso considerado, esse número é sempre fixo)!

A forma da superfície S também não importa, pois o número de linhas de campo atravessará a superfície S de qualquer formato que seja colocado em volta da carga.

A Figura (8) representa justamente a situação em que a carga puntiforme Q está envolvida por superfícies de diferentes formatos.

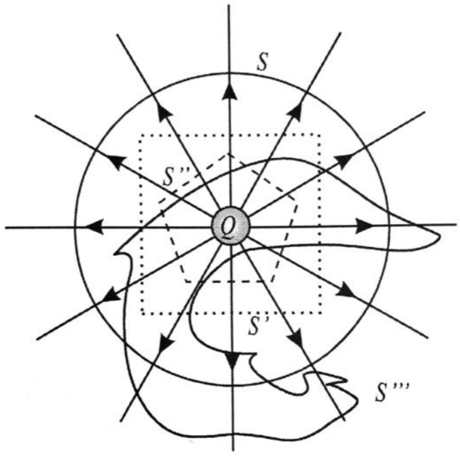


Figura 8-Carga puntiforme Q envolvida por superfícies fechadas de formas diferentes. Fonte: MACHADO, KLEBER.

Na Figura 8, podemos visualizar que o número de linhas que atravessam as superfícies $S, S' e S''$ é igual a 12. No caso da superfície S''', de formato arbitrário, as linhas cruzam para fora 14 vezes, ao passo que para dentro há 2 cruzamentos, num total líquido de $14 - 2 = 12$ cruzamentos para fora da superfície.

Isso significa que o fluxo por qualquer uma dessas superfícies fechadas é o mesmo! Apenas é mais fácil calculá-lo para o caso da superfície fechada esférica, porque ela acompanha a simetria do campo elétrico.

Esse tipo de superfície, que facilita o cálculo do fluxo elétrico e explora a simetria da distribuição de cargas, é conhecida como **superfície gaussiana**.

O cálculo para outras superfícies é mais complicado, mas o resultado final seria idêntico. Ou seja, para qualquer superfície fechada, teremos:

$$\psi = \int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = Q$$

Essa equação depende apenas da carga dentro da superfície!

Uma linha de fluxo elétrico é uma trajetória ou uma linha imaginária desenhada de tal modo que sua orientação em qualquer ponto é a orientação do campo elétrico no ponto. Logo, são linhas para as quais o vetor densidade de fluxo elétrico D é tangencial a cada ponto.

2.5. Lei de Gauss

Até agora foi analisado a situação onde existia apenas uma única carga pontual dentro da superfície. No entanto, se tivermos várias cargas pontuais, deveremos considerar a carga líquida total Q_{total} dentro da superfície.

Esse resultado nos leva à lei de Gauss. Essa importante lei estabelece que:

O **fluxo total** ψ através de qualquer superfície fechada é igual à **carga total envolvida** por essa superfície.

Dessa forma, temos que:

$$\psi = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{dS} = Q_{total}$$

As cargas podem estar localizadas em qualquer lugar no seu interior, não necessariamente no centro.

Esta é a primeira Lei de Maxwell da Eletrostática escrita na forma integral.

Considerando a situação em que a superfície gaussiana envolve uma distribuição contínua de carga de densidade volumétrica, teremos:

$$\rho_V = dq/dV$$

Ou seja,

$$Q_{total} = \int_V \rho_V \, dV$$

Então, a Lei de Gauss pode ser reescrita como:

$$\oint_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_V \rho_V \, dV$$

Aplicando o teorema da divergência à lei de Gauss para campos elétricos, obtermos a primeira equação de Maxwell no formato diferencial e integral.

$$\oint_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_V \nabla \cdot \vec{D} \, dv$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_V$$

O teorema da divergência basicamente relaciona uma integral de volume com uma integral de superfície.

Perceba que a equação na forma integral e na forma diferencial são, apenas, formas diferentes de expressar a lei de Gauss.

A lei de Gauss é de extrema importância, pois representa uma maneira mais fácil de se determinar o vetor intensidade de campo elétrico $\vec{E}$ para distribuições simétricas de carga, tais como:

- uma carga pontual;
- uma linha infinita de cargas;
- uma superfície cilíndrica infinita de cargas;
- uma distribuição esférica de cargas.

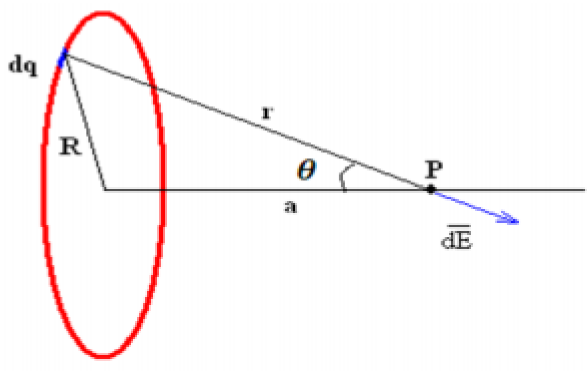
Convém salientar que se a distribuição não for simétrica, a lei de Gauss permanece válida da mesma forma! Portanto,

A **lei de Gauss** é um caso especial da **lei de Coulomb**!

Para aplicar a lei de Gauss, devemos verificar a existência de simetria. Uma vez identificada a distribuição simétrica de cargas, podemos construir a nossa superfície gaussiana de modo que o vetor intensidade de campo elétrico $\vec{E}$ seja normal à superfície e, assim, poderemos retirar o produto escalar da integral.

HORA DE PRATICAR!

(EBSERH-HE-UFSCAR- AOCP-Engenheiro Eletricista-2015) Tem-se um anel uniformemente carregado com carga q, cujo centro está localizado a uma distância a em relação a um ponto P qualquer de seu eixo de simetria, conforme ilustra a figura a seguir. Caso o raio R do anel seja muito maior que a distância do seu centro ao ponto P, é correto afirmar que o campo elétrico produzido pelo anel no ponto P é igual a



A) 1

B) -1

C) 0

D) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

E) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o campo elétrico produzido pelo anel no ponto P, descrito pela figura.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a lei de Coulomb, explorando da simetria do problema para fazermos uma análise mais simples.

O anel carregado é um caso típico de distribuição de cargas, então, é bom que, de fato, você tenha o conhecimento de como calcular o campo elétrico em um anel carregado.

Conforme estudamos, o campo elétrico dE produzido por uma carga pontual dq é dado por:

$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}$

O ponto chave para resolver essa questão é olhar para a simetria do problema, considerando a própria figura do enunciado. Olhe pra ela e perceba que cada elemento de carga dq que compõem o anel vai produzir um campo dE no ponto P. A questão é que, se tomarmos um elemento de carga dq oposto e decompormos no esse vetor no eixo y, eles irão se anular nessa direção (apenas eixo Y!).

Em todas as direções que você olhar, vai sobrar apenas dE na direção do eixo x. Logo, por simetria, E_y=0.

Partindo desse princípio, temos que encontrar apenas a componente x do campo elétrico. E é assim que vamos proceder!

Pela decomposição vetorial temos que:

$dE_x = dEcos\theta$

Integrando dos dois lados,

$E_x = \int dEcos\theta$

Substituindo dE,

$E_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r^2}cos\theta$

Pela figura e pela relação trigonométrica dentro do triângulo formado por *R*, *a* e *r*

$r^2 = R^2 + a^2$ e $cos\theta = \frac{a}{r}$

Substituindo na expressão do campo elétrico,

$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{(R^2+a^2)}\frac{a}{(R^2+a^2)^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$

Simplificando,

$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq\ a}{(R^2+a^2)^{3/2}}$

$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{(R^2+a^2)^{3/2}}\int dq$

Como a integral de dq é a cara total, chegamos ao seguinte resultado:

$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{(R^2+a^2)^{3/2}}$

Agora, basta analisarmos essa expressão de acordo com o que o enunciado solicita. Conforme o enunciado, caso o raio *R* seja muito maior do que a distância *a* do seu centro até o ponto P (R>>a) e apenas colocando R em evidência para podermos comparar esses parâmetros, temos que:

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{R^3(1+\left(\frac{a}{R}\right)^2)^{3/2}}$$

Se R>>a, então podemos desprezar o termo entre parêntese (elevado a 3/2)... Assim,

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{R^3}$$

Consequentemente chegamos à seguinte conclusão, já que não temos essa expressão nas alternativas:

Se R>>a então o valor do campo elétrico se aproxima de 0, pois R ao cubo está no denominador da expressão.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Adicionando um raciocínio, perceba que a alternativa D representa justamente o caso contrário em que a>>R , logo o termo entre parênteses ficará apenas em função de "a" e consequentemente, podemos fazer a simplificação de que :

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

De forma mais "instintiva", você também poderia pensar da seguinte forma...

Quando R>>a, é como se o ponto P estivesse no centro do anel. Ou seja, os elementos de cargas situadas em postos opostos iriam gerar elementos de campo elétrico que no final das contas iriam acabar se anulando em todas as direções.

É muito importante que você entenda esses tipos de análise para diferentes distribuições de cargas (as mais típicas) para que você tome essas conclusões de forma mais rápida e perspicaz no momento da prova! Fica a dica!

3. DIFERENÇA DE POTENCIAL

Nesta seção, estabeleceremos a relação entre o campo elétrico e potencial elétrico e calcularemos o potencial elétrico para várias distribuições de carga. Também calcularemos a energia potencial elétrica.

Quando uma partícula carregada se desloca em um campo elétrico, o campo exerce uma força que realiza um trabalho sobre a partícula. Esse trabalho realizado pode ser expresso em termos de energia potencial elétrica.

Tal como a energia potencial gravitacional dependente da altura em que se encontra a massa sobre a superfície terrestre, a energia potencial elétrica depende da posição da partícula carregada no campo elétrico.

Oportunamente descreveremos energia potencial elétrica usando um novo conceito, chamado de **potencial elétrico** ou simplesmente **potencial**.

Em circuitos, a **diferença de potencial** entre dois pontos é, geralmente, chamada de **voltagem**.

Os conceitos de potencial e de voltagem são cruciais para a compreensão do funcionamento de um circuito elétrico.

3.1. Energia potencial elétrica

Para poder definir a energia potencial elétrica associada à força elétrica, precisamos antes saber se a força elétrica é conservativa.

Uma forma matemática para determinar se a força elétrica é conservativa ou não é calcular o rotacional da força elétrica ($\vec{\boldsymbol{\nabla}} \times \vec{\boldsymbol{F}}$). Se ela for conservativa, o rotacional deve se anular ($\vec{\boldsymbol{\nabla}} \times \vec{\boldsymbol{F}} = \mathbf{0}$). Outro modo de verificar isso (agora de um ponto de vista mais físico) é calcular o trabalho realizado pela força elétrica ao levar a carga de um ponto a outro. Em equilíbrio, ela deve ser independente da trajetória descrita pela carga.

O conceito de energia potencial elétrica não se restringe apenas ao caso especial do campo elétrico uniforme. Portanto, é útil calcular o trabalho realizado sobre uma carga de teste q_0 que se move no campo elétrico produzido por uma única carga puntiforme estática q (carga fonte). Considere um deslocamento radial, como apresentado na Figura (9) de um ponto a até um ponto b.

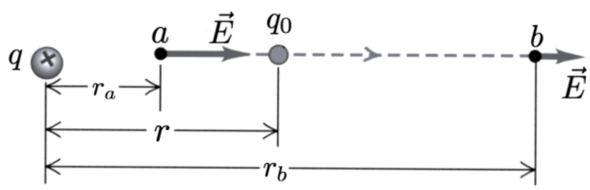


Figura 9-Carga teste q0 movendo-se na presença de campo elétrico. Fonte: YOUNG, HUGH.

A força sobre q_0 é dada pela Lei de Coulomb e é variável ao longo do percurso.

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}$$

A força elétrica não é constante durante o deslocamento, ou seja, é preciso quantificar o trabalho utilizando a forma integral. Assim,

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\, dr$$

$$W_{a\to b} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

A integral acima independe do caminho percorrido pela carga. Ela depende apenas dos pontos inicial e final da trajetória. Além disso, se o ponto final coincide com o inicial, o trabalho realizado é nulo.

Estas duas características são particulares às forças conservativas!

Portanto, a força elétrica é conservativa. Sendo assim, é possível definir uma energia potencial elétrica associada a ela. A energia potencial elétrica está relacionada ao trabalho realizado ao deslocar a carga elétrica. O trabalho realizado pela força elétrica no deslocamento da carga é feito à custa de uma variação contrária na energia potencial elétrica interna U do sistema isolado formado pelas duas cargas. Logo,

$$\boxed{\Delta U = -W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)}$$

Note que, se as duas cargas têm o mesmo sinal, quando elas se afastam uma das outras, a energia potencial elétrica diminui, pois $r_b > r_a$. Quando elas se aproximam, a energia aumenta. Já quando as cargas têm sinais contrários, a energia potencial aumenta quando elas se afastam e diminui quando elas se aproximam. Além disso, como todo tipo de energia, a energia potencial elétrica é medida em joules (J) no SI.

Em problemas envolvendo cargas pontuais, é comum estabelecer uma posição de referência na qual a energia potencial é tomada como sendo nula.

Em geral, essa referência é considerada em $r_a \rightarrow \infty$. Dessa forma, a energia potencial elétrica de um sistema de duas cargas separadas por uma distância $\vec{r}$ equivale a

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r}$$

3.2. Potencial elétrico

Na seção anterior, analisamos a energia potencial elétrica U associada a uma carga teste q_0 em um campo elétrico. Com o objetivo de ter uma grandeza que leve informações apenas das cargas geradoras e que essa nova grandeza também esteja relacionada ao trabalho W de deslocar cargas, devemos considerar que:

O potencial elétrico pode ser definido como a energia potencial por unidade de carga.

Logo,

$$V = \frac{U}{q_0}$$

A energia potencial e a carga são grandezas escalares, de modo que o potencial elétrico é uma grandeza escalar. A unidade do potencial elétrico é o (J/C) que recebeu o nome de Volt (V) em homenagem a Alessandro Volt (1745 -1827), inventor da pilha voltaica.

Agora vamos analisar o mesmo caso da seção anterior sob a perspectiva do potencial elétrico!

Ou seja, ainda considerando o trabalho realizado pela força elétrica durante o deslocamento de a até b...

A variação de energia potencial elétrica é dada por:

$$\Delta U = -W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Portanto, a diferença de potencial elétrico entre os pontos a e b equivale a:

$$V_{ab} = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Generalizando,

$$V_{ab} = V_b - V_a$$

Onde V_b e V_a são potenciais absolutos nos pontos B e A, respectivamente. Assim

A **diferença de potencial** pode ser considerada como o potencial de B com relação a A.

Considerando da mesma forma um ponto no infinito como referência, o potencial elétrico em qualquer ponto devido a uma carga pontual q (localizada na origem) é dado por:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Em que r é a distância entre a carga q e o ponto em que o potencial está sendo calculado. Quando q é positiva, o potencial por ela produzido é positivo em todos os pontos do espaço; quando é negativa, o potencial é negativo em qualquer ponto. Em ambos os casos, V é igual a zero para $r \to \infty$, ou seja, quando a distância entre a carga o ponto do espaço analisado é muito grande.

De maneira análoga, o potencial produzido por um conjunto de carga será:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Onde r_i é a distância entre a i-ésima carga q_i e o ponto onde o potencial está sendo calculado.

Assim como o campo elétrico total de um conjunto de cargas é dado pela soma vetorial de todos os campos elétricos produzidos pelas cargas individuais, o potencial elétrico produzido por um conjunto de cargas puntiformes é dado pela soma escalar dos potenciais produzidos pelas cargas individuais. No caso de uma distribuição contínua de cargas, temos:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

Onde r é a distância entre o elemento de carga dq e o ponto onde o potencial V está sendo calculado.

Em alguns problemas para os quais o campo elétrico seja fornecido ou facilmente obtido, é mais fácil calcular V a partir de $\vec{E}$. A força $\vec{F}$ sobre uma carga de teste q_0 é dada por $\vec{F} = q_0\,\vec{E}$; logo, pela análise do trabalho realizado pela força elétrica quando a carga de teste se move de a até b é dado por:

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_a^b q_0\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Dividindo por q_0, encontramos

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Essa equação pode ser utilizada para calcular a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer por meio do campo elétrico!

3.3. Capacitores e capacitância

Quando estudamos sobre campo e potencial elétrico, não podemos deixar de comentar sobre os capacitores!

Um **capacitor** é um dispositivo que **armazena energia** potencial elétrica e carga elétrica.

Para fazer um capacitor, basta colocar um isolante (ou imersos no vácuo) entre dois condutores. Para armazenar energia nesse dispositivo, deve-se transferir carga de um condutor para o outro, de modo que um deles fique com uma carga negativa e o outro fique com carga positiva de mesmo valor. É necessário realizar um trabalho para deslocar essas cargas até que se estabeleça uma diferença de potencial resultante entre os condutores. Assim, o trabalho realizado é armazenado sob forma de energia potencial elétrica.

A Figura (10) representa um capacitor constituído por um par de condutores a e b. Inicialmente, cada condutor possui carga líquida igual a zero e há transferência de elétrons de um condutor para o outro; dizemos, nesse caso, que o capacitor está carregando.

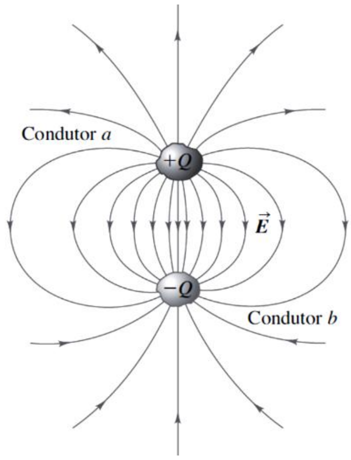


Figura 10-Capacitor constituído por qualquer par de condutores a e b. Fonte: GRIFFTIHS, DAVID.

O campo elétrico em qualquer ponto na região entre condutores é proporcional ao módulo Q da carga em cada condutor. Conforme foi mencionado anteriormente, a diferença de potencial entre dois pontos por meio do campo elétrico dada por:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Podemos verificar, com a relação acima, que a diferença de potencial é proporcional ao campo elétrico. Consequentemente, a diferença de potencial também será proporcional à carga Q. Essa relação pode ser representada matematicamente por meio da capacitância, da seguinte forma:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Essa equação é utilizada para calcular a capacitância (C) característica do sistema formado pelos condutores. Note que tal expressão é uma definição operacional e que, na verdade, a capacitância é uma propriedade associada à geometria do arranjo formado pelos condutores e ao meio que existe entre eles. Logo,

A **capacitância** é uma **propriedade física** do capacitor!

A capacitância só pode ser alterada mediante a mudança da geometria dos condutores ou do meio entre eles (introduzindo-se um dielétrico no capacitor). Assim, os capacitores são classificados por sua capacitância C e, quando submetidos a uma certa diferença de potencial, adquirem uma carga Q.

Desta equação, pode-se obter a unidade da capacitância, que, no SI, é dada por C/V. Essa unidade recebe o nome especial de Farads, e ela é simbolizada por F.

ESCLARECENDO!

A **função do capacitor** é justamente **armazenar cargas**, que podem ser usadas posteriormente para alguma finalidade, tal como em unidade de flash das máquinas fotográficas, em um laser pulsante, nos sensores de *air bags* automotivas, receptores de rádio e televisão.

Encontraremos muitas aplicações oportunamente, no qual veremos o papel crucial desempenhado pelos capacitores nos circuitos de corrente alternada.

3.4. Capacitores de placas paralelas

Didaticamente iremos analisar uma sequência de problemas que ajudarão na imersão teórica do conteúdo sobre capacitores. Esse tipo de abordagem permite atacar os problemas sobre capacitores de placas paralelas com mais clareza, pois eles são, sem dúvida, o tipo de capacitor mais recorrente em provas. ok?

Então, vamos começar...

3.4.1. Campo elétrico de uma carga distribuída ao longo de um plano infinito

A Figura (11) ilustra um campo elétrico gerado por uma distribuição contínua de cargas em um plano infinito. Como o plano carregado com uma densidade de cargas σ é infinito, temos simetria de cargas. Assim, podemos concluir que o campo elétrico $\vec{E}$ gerado pelo plano carregado é perpendicular ao plano.

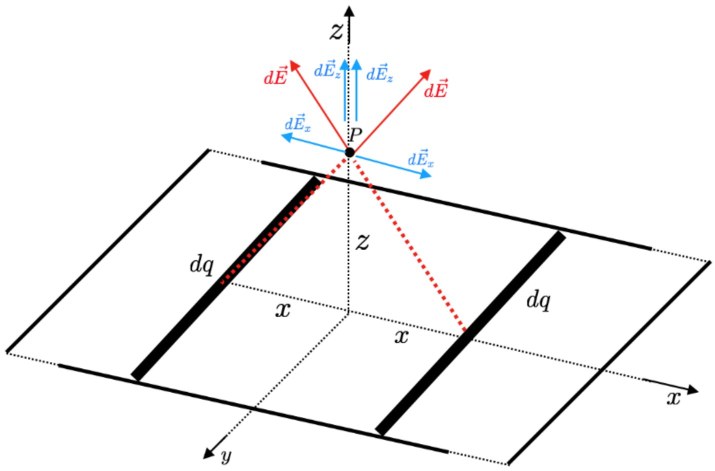


Figura 11- Campo elétrico de uma carga distribuída ao longo de um plano infinito.

Visualizando a figura acima, percebemos que qualquer elemento de carga dq produz um campo elétrico $d\vec{E}$ em um ponto P acima do plano de altura z.

Como o plano carregado tem dimensões muito maiores que a altura z, para cara elemento de caga dq escolhido, existe outro elemento de carga dq em uma posição simétrica produzindo um campo elétrico de mesma intensidade $d\vec{E}$. Dessa forma fica simples concluir que para cada par de elementos de cargas dq, as componentes $d\vec{E}_x$ irão se cancelar, sobrando apenas as componentes $d\vec{E}_z$ perpendiculares ao plano.

ESCLARECENDO!

A expressão "infinito" deve ser encarada não apenas como algo extremamente grande, mas sim como uma comparação entre dimensões, por exemplo, as dimensões do plano (comprimento e largura) são muito grandes quando comparado com a distância z acima de plano onde vamos calcular o campo elétrico.

Já que sabemos que o campo produzido por um plano infinito é puramente perpendicular ao plano, o próximo passo é quantificar esse campo elétrico.

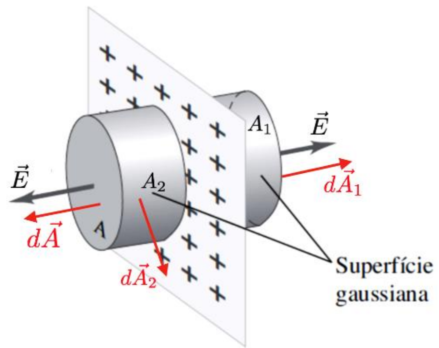


Figura 12-Superfície Gaussiana cilíndrica.

Utilizando uma superfície Gaussiana cilíndrica (Fig. 12), percebemos que a superfície é composta de três áreas para analisar o fluxo de campo elétrico. Aplicando a Lei de Gauss, temos

$$\int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{Q_T}{\epsilon_0}$$

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{A_1} \vec{E} \cdot d\overrightarrow{A_1} + \int_{A_2} \vec{E} \cdot d\overrightarrow{A_2} = \frac{Q_T}{\epsilon_0}$$

A integral sobre a área A_2 é nula, pois o campo $\vec{E}$ está perpendicular ao elemento de área $d\vec{A}_2$. Logo,

$$\vec{E}.d\vec{A}_2 = 0$$

Outro detalhe importante é analisar a carga total Q_T envolvida pela superfície Gaussiana. Considerando que o plano está carregado de forma homogênea, a densidade superficial de carga deve ser constante para qualquer porção do plano. Comparando a densidade de todo o plano com área A' e a densidade da área envolvida pela superfície Gaussiana, temos

$$\sigma = \frac{Q_T}{A}$$

$$Q_T = \sigma A$$

Substituindo a carga envolvida Q_T em função da densidade de carga e da área envolvida pela superfície Gaussiana na Lei de Gauss, obtemos

$$2|\vec{E}|A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

3.4.2. Campo elétrico produzido por duas placas paralelas carregadas com cargas opostas

Considere placas paralelas grandes, as quais possuem cargas com módulos iguais com sinais contrários ($+\sigma$ e $-\sigma$).

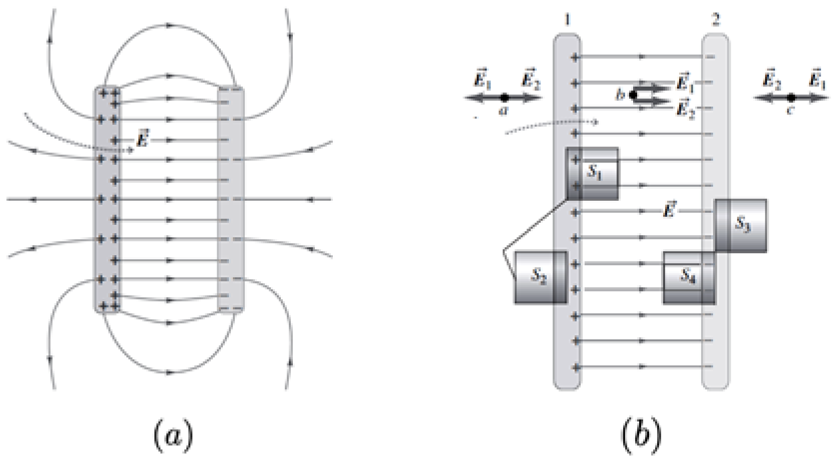


Figura 13-Capacitor de placas paralelas (a) Campo elétrico (b) Campo elétrico resultante no ponto b entre as placas. Fonte: Adaptado de YOUNG, HUGH.

A Figura 13 (a) mostra os efeitos de borda do capacitor de placas paralela. Como carga de sinais opostos se atraem, as cargas se acumulam nas superfícies opostas das placas, de modo que existe certo espalhamento e “encurvamento” das linhas de campo nas bordas das placas.

Quando as placas são muito grandes em comparação à distância entre elas, as cargas nas superfícies externas das placas são muito pequenas. Assim, desprezamos os efeitos de encurvamento, exceto sobre as bordas. Nesse caso, podemos supor que o campo elétrico é uniforme na região entre as placas.

Utilizando o resultado do plano infinito de cargas e utilizando o princípio da superposição, o campo elétrico resultante no ponto b (Figura 13-b), será

$$|\vec{E}_R| = |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2|$$

$$|\vec{E}_R| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\boxed{|\vec{E}_R| = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}}$$

O campo elétrico é uniforme, sua direção é perpendicular ao plano das placas e seu módulo é independente da distância entre as placas.

3.4.3. Capacitância de um capacitor de placas paralelas

Esse capacitor é um dos mais simples e é construído por duas placas condutores paralelas, cada uma delas com área A, separadas por uma distância d pequena em comparação às suas dimensões.

Verificamos que o campo elétrico entre as placas paralelas do capacitor é dado por:

$$|\vec{E}_R| = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

O campo é uniforme e a distância entre as placas é d, logo a diferença de potencial entre as duas placas pode ser determinada utilizando a Equação 23,

$$V_{ab} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = |\vec{E}|d$$

$$V_{ab} = \frac{1}{\epsilon_0}\frac{Qd}{A}$$

Utilizando a definição de capacitância, temos que a capacitância para o capacitor de placas paralelas é dada por:

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

$$\boxed{C = \epsilon_0 \frac{A}{d}}$$

3.4.4. Dielétrico entre as placas do capacitor

Quase todos os capacitores possuem entre suas placas condutoras um material isolante (ou dielétrico). Colocar um dielétrico sólido entre as placas de um capacitor possui três objetivos que são:

- resolver o problema mecânico de manter duas grandes placas metálicas separadas por uma pequena distância, sem que entrem em contato;

- aumentar a diferença de potencial máxima entre as placas, quando submetido a um campo elétrico suficientemente elevado;
- aumentar a capacitância mantendo as dimensões do capacitor.

Sabemos que qualquer material isolante, quando submetido a um campo elétrico intenso, sofre uma ruptura dielétrica (uma ionização parcial que permite a condução através dele). Muitos materiais dielétricos conseguem suportar campos elétricos mais elevados do que o do ar, sem que ocorra ruptura do isolamento. Portanto, o uso de um dielétrico permite a sustentação de uma diferença de potencial mais elevada V, podendo assim o capacitor acumular maior quantidade de carga e energia.

Quando um dielétrico é inserido entre as placas de um capacitor, a capacitância é maior do que a capacitância do mesmo capacitor quando há vácuo entre as placas. Experimentalmente quando inserimos entre a placas um dielétrico descarregado (vidro, parafina ou poliestireno), o potencial diminui para um valor V. Como o potencial é inversamente proporcional à capacitância, ela irá aumentar quando o dielétrico for inserido.

No caso em que há vácuo entre as placas, consideramos a constante ϵ_0 (constante de permissividade elétrica do vácuo).

No entanto, devemos também considerar a **permissividade elétrica** do material quando utilizamos um **dielétrico!**

Ela pode ser calculada pela seguinte relação:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Assim, a capacitância C de um capacitor de placas paralelas preenchido com um dielétrico de constante dielétrica ϵ_r será dada por

$$C = \epsilon_r C_0 = \epsilon \frac{A}{d}$$

Onde C_0 é a capacitância do capacitor desconsiderando a inserção do dielétrico entre as placas.

Quando consideramos o material dielétrico entre as placas, devemos considerar a permissividade do material dielétrico e não a permissividade do espaço livre!

Estudaremos sobre os materiais elétrico de forma mais aprofundada no próximo capítulo! Agora, vamos aplicar os conhecimentos adquiridos neste capítulo em uma questão de concurso.

HORA DE PRATICAR!

(Perito Criminal ITEP- Instituto AOCP – 2018) Um capacitor de placas paralelas com dielétrico de poliestireno possui intensidade de campo elétrico de $10\ kV/m$, sendo que a distância entre as placas é de $1,5\ mm$. Assinale a alternativa que apresenta o valor da densidade superficial de cargas livres nas placas do capacitor em questão. Considerar $\epsilon_r = 2,55$ para o poliestireno.

(A) $113{,}2\ nC/m^2$

(B) $225{,}4\ nC/m^2$

(C) $2{,}5\ nC/m^2$

(D) $1000\ nC/m^2$

(E) $254\ nC/m^2$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine o valor da densidade superficial de cargas nas placas do capacitor.

Podemos solucionar essa questão de várias maneiras. Você pode utilizar as equações desenvolvidas referente aos capacitores com dielétricos ou utilizar o conceito de campo elétricos entre as lâminas do capacitor com ou sem dielétrico.

Sabemos que o campo entre as placas de um capacitor com placas paralelas é dado por $E_0 = \sigma/\epsilon_0$, quando entre as placas há vácuo. De forma análoga, par um capacitor de placas paralelas com dielétrico, o campo é dado por $E = \sigma/\epsilon$.

Sabemos também que ao alterar o meio entre as placas, não se modifica a geometria dos capacitores, permitindo que a densidade superficial de carga das placas se mantenha. Como o problema forneceu a permissividade relativa $\epsilon_r = 2{,}55$, temos

$$
\begin{aligned}
\epsilon_r &= \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 2,55 \\
\epsilon &= \epsilon_r \epsilon_0 = (8,85.10^{-12}) \times (2,55) \\
\epsilon &= 225,67.10^{-13} C^2/N.m^2
\end{aligned}
$$

Como o campo elétrico é dado por $E = \sigma/\epsilon$,

$$\sigma = E\epsilon = (225,67.10^{-13}) \times (10^4)$$
$$\sigma = 225,7\ nC/m^2$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

4. Materiais elétricos

Nos capítulos anteriores, consideramos campos eletrostáticos no espaço livre (vácuo). No entanto, eles também podem existir em meios materiais que são classificados conforme suas propriedades elétricas. De forma geral, eles podem ser classificados em dois grandes grupos como materiais condutores e isolantes (ou dielétricos).

Este é um assunto de particular interesse na engenharia elétrica, pois seu estudo é fundamental para o entendimento de matérias como instalações elétricas, máquinas elétricas e eletrônica industrial.

Além disso, também é um assunto muito cobrado em concursos para diversas áreas da engenharia (elétrica, nuclear, mecânica, química e civil por exemplo). Daí a importância em estudar esse assunto.

Este último capítulo da Unidade I será responsável por fornecer os principais conceitos e características referentes aos materiais elétricos.

4.1. Materiais condutores

Os materiais podem ser classificados de acordo com sua condutividade. Dessa forma, a condutividade elétrica é usada para caracterizar o comportamento elétrico de um determinado material.

A **condutividade elétrica** de um material representa a capacidade que um material tem de conduzir corrente elétrica. Ela **depende da temperatura e da frequência**.

Os metais sólidos possuem uma grande faixa de condutividade elétrica. Assim, a maneira mais simples de se classificar os **materiais condutores** é de acordo com sua condutividade elétrica. Os metais são bons condutores de eletricidade, no entanto alguns apresentam uma condutividade intermediária ou muito baixa.

Quando um campo elétrico é aplicado ao condutor, as cargas livres positivas são empurradas no sentido do campo aplicado. Já as cargas negativas movem-se no sentido posto. A superfície do condutor acaba por possuir um acúmulo de cargas formando uma superfície induzida. Dessa forma, as cargas induzidas na superfície estabelecem um campo elétrico que cancela o campo elétrico externo inicialmente aplicado. Uma importante propriedade dos condutores é:

Um **condutor perfeito** não pode conter um **campo elétrico** em seu interior. Ele também é caracterizado por ser um corpo equipotencial. Ou seja, em qualquer ponto, o potencial é o mesmo.

Você deve lembrar que o número de elétrons disponíveis em um material depende do arranjo com o qual os elétrons estão dispostos na camada de valência. Assim, praticamente a maior parte dos condutores de eletricidade são metais e isso ocorre justamente devido a sua estrutura atômica (na qual os átomos da camada de valência estão livres).

Em materiais condutores, os elétrons da última camada (camada de valência) possuem ligações muito fracas, podendo-se movimentar-se livremente. Logo, são capazes de conduzir corrente elétrica.

A **condutividade elétrica** depende fortemente do número de **elétrons disponíveis** para participar do processo de condução.

Em outros materiais, a camada de valência pode estar quase completa (quase completando 8 elétrons pela regra do octeto). Nesta situação, a força de ligação dos elétrons com o núcleo é grande, ou seja, os elétrons não estão livres como nos materiais condutores. Esses materiais são denominados isolantes ou dielétricos e serão estudados na próxima subseção.

De forma geral, podemos concluir que os materiais que apresentam elétrons livres são bons condutores elétricos, dando um destaque para os materiais metálicos!

Existem materiais não metais que são bons condutores! Por exemplo: grafite e água salgada.

Você pode se perguntar: Professora, por qual razão é comum ocorrer o aquecimento, por exemplo, de um chuveiro elétrico em funcionamento?

Uma simples resposta é a seguinte: quando os elétrons são arrastados devido a ação do campo elétrico, eles acabam se chocando com as moléculas do material condutor perdendo energia sob forma de calor!

Entendeu? Além de boa condutividade elétrica, os metais possuem também boa condutividade térmica, o que justifica o aquecimento de diversos aparelhos elétricos.

Geralmente a condutividade dos metais aumenta com o aumento da temperatura. Alguns condutores podem apresentar condutividade infinita e são denominados supercondutores!

Como mencionei anteriormente, muitos metais são bons condutores de eletricidade à temperatura ambiente. Posso citar a prata, o cobre, o ouro e o alumínio como materiais que apresentam elevada condutividade elétrica. A maioria dos metais é forte, dúctil e maleável que são fundamentais características para a produção de componentes elétricos.

A escolha do material mais adequado nem sempre é o que possui maior condutividade elétrica, mas sim em materiais que satisfaz outros requisitos de utilização.

Agora vou resumir as principais características e aplicações de alguns metais que são utilizados na engenharia elétrica!

Elementos	Características	Aplicações
Cobre	Destaque entre os materiais condutores. Baixa resistividade, características mecânicas favoráveis, baixa oxidação, fácil deformação.	Fios telefônicos, enrolamentos, barramentos.
Alumínio	Baixo custo, fragilidade mecânica, rápida oxidação, leve, segundo material mais usado depois do cobre.	Instalações elétricas em aviões, cabos isolados, capacitores
Chumbo	Resistência a água potável, permite soldagem.	Blindagem de cabos, elos fusíveis, materiais de solda
Prata	Alta condutividade, baixa oxidação.	Pastilhas de contato, uso industrial
Zinco	Alta dilatação térmica, maleável a certa temperatura.	Pilhas galvânicas e fios
Níquel	Propriedades ferromagnéticas, resistente a sais, gases e matéria orgânica, estabilidade mecânica.	Fios de eletrodos, anodos, grades, parafusos, alimentadores de filamentos de tungstênio
Ferro	Abundante, bom condutor de calor e eletricidade, dúctil, maleável, magnetizável, boas propriedades mecânicas.	Resistências para aquecimento elétrico, reostatos, condutores em linhas aéreas.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Como o cobre o alumínio são os mais utilizados na indústria de energia elétrica, eu preciso uma breve comparação entre esses importantes materiais.

Comparando a resistividade elétrica dois materiais, temos que:

$$\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{0,0290}{0,0175} = 1,65$$

Dessa forma, o alumínio possui uma resistividade elétrica aproximadamente 65% maior do que a do cobre. Ou seja, é menos condutivo que o cobre, já que a condutividade e resistividade se relacionam de forma inversa.

Consequentemente, o condutor de alumínio deve ter um diâmetro 28% maior do que o condutor de cobre para transportar uma mesma corrente.

No entanto, o condutor de alumínio pesa a metade do condutor de cobre!

4.2. Materiais isolantes

Os materiais isolantes são o outro extremo quando comparados aos condutores. Assim, possuem resistividade muito alta, ou seja, eles se opõem o máximo possível à passagem de corrente elétrica. São chamados também de dielétricos. Exemplo de dielétricos são a borracha, o silicone, o vidro e o ar. Perceba que os materiais dielétricos podem ser sólidos, líquidos ou gasosos.

Na engenharia elétrica e eletrônica, os materiais isolantes realizam o isolamento entre condutores ou ainda entre eles e qualquer material condutor em sua fronteira vizinha.

Os materiais dielétricos ou isolantes são materiais caracterizados por não permitirem a livre circulação de cargas elétricas não possuem "elétrons livres" na camada de valência.

A principal diferença entre condutores e dielétricos é a disponibilidade de elétrons livres nas camadas atômicas mais externas!

Quando uma tensão elétrica atua sobre o dielétrico, ocorre o processo de polarização do material. Dessa forma, as cargas são deslocadas de forma limitada. Os materiais isolantes impedem a passagem de corrente elétrica enquanto o campo elétrico estabelecido não ultrapassar um valor específico que depende do material. Assim que o nível de tensão ultrapassa este valor, o material torna-se condutor de eletricidade.

Volto a ressaltar que um dielétrico submetido a uma tensão será polarizado, comportando-se como um capacitor. As principais formas de polarização destes materiais são a polarização eletrônica, dipolar e estrutural.

De maneira simplória e sem aprofundar a nossa análise sobre a estrutura e polarização destes materiais, a ausência de elétrons livres é o motivo pelo qual um material é denominado isolante!

Conforme foi comentado na seção 3.4.4,

A **constante dielétrica** de um material (ou permissividade relativa) ϵ_r é a **razão** entre a permissividade do dielétrico ϵ e a do espaço livre ϵ_0.

Ela pode ser calculada pela seguinte relação:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Para o espaço livre e materiais condutores, a permeabilidade relativa ϵ_r equivale a 1.

É importante lembrar que sob determinadas condições, os materiais isolantes podem se tornar condutores elétricos!

Quando o campo elétrico no interior de um dielétrico atinge um valor elevado, os elétrons das moléculas começam a ser arrancados e, assim, o material se torna um condutor de eletricidade.

Esse fenômeno é denominado ruptura dielétrica do material. Todos os tipos de dielétricos estão sujeitos à ruptura, que depende da natureza do material, temperatura e do tempo em que o campo é aplicado.

A rigidez dielétrica é o campo elétrico máximo que o dielétrico pode ser submetido sem que ocorra a ruptura dielétrica.

Na prática, não existe dielétrico ideal. Mesmo assim, a teoria de dielétricos considera sempre dielétricos ideais (evitando a ruptura).

Vale ressaltar que alguns materiais isolantes demonstram uma melhor aplicabilidade na engenharia elétrica. O fato de um determinado dielétrico apresentar propriedades isolantes superiores a outros materiais, não significa que ele será empregado para determinada aplicação. Portanto, além de suas propriedades elétricas é importante considerar suas qualidades mecânicas e térmicas como baixa rigidez e resistência a elevadas temperaturas por exemplo.

É possível classificar os materiais isolantes segundo seu estado. As características e aplicações mais importantes segundo esta classificação estão reunidas nas tabelas abaixo.

Isolantes	Classificação	Aplicações
Ar	O mais comum isolante gasoso.	Condutores sem isolamento em redes elétricas de transmissão.
Óleo mineral	Líquido, devem ser estáveis e ter baixa viscosidade	Transformadores, cabos, capacitores e chaves a óleo.
Cerâmica	Isolante sólido, resistência a altas temperaturas, baixo preço, simples processo de fabricação.	Isoladores de redes elétricas, dispositivos de comandos, transformadores, capacitores e resistores de fornos elétricos.

Podemos também comentar sobre os **materiais semicondutores**. Eles são sólidos que possuem uma faixa intermediária de condutividade elétrica com muita aplicação na indústria eletrônica. Os semicondutores mais utilizados são o Silício e o Germânio, no entanto o Selênio também já foi muito utilizado.

A condutividade elétrica destes materiais é influenciada principalmente pela presença de impurezas. Estes materiais podem ser combinados para controlar a corrente elétrica, desenvolvendo então dispositivo como diodos e transistores.

(Pref. São Gonçalo-UFF- 2011) O cobre e o alumínio são os dois metais mais usados na fabricação dos condutores elétricos. Ao longo dos anos, o cobre tem sido o mais utilizado, sobretudo em condutores isolados, devido, principalmente, a suas propriedades elétricas e mecânicas. Já o alumínio, normalmente utilizado em linhas aéreas de transmissão e distribuição, tem seu uso vinculado ao aço cuja função é:

A) assegurar melhor condutividade.

B) constituir uma liga.

C) aumentar a resistividade do alumínio, que é menor do que a do cobre.

D) aumentar a resistência mecânica do alumínio.

E) diminuir a resistividade do alumínio, que é menor do que a do cobre.

Resolução e comentários:

Conforme foi estudado neste capítulo, o alumínio é largamente utilizado na produção de condutores de energia elétrica devido ao seu baixo custo, boa condutividade térmica e baixo peso específico. No entanto, este material possui uma considerável fragilidade mecânica, que pode ser minimizada com o a fabricação de ligas de alumínio associadas ao aço para elevar sua resistência mecânica.

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

UNIDADE II- CIRCUITOS ELÉTRICOS

A teoria de circuitos elétricos é a base para diversas matérias como máquinas elétricas, controle e automação, instrumentação e outras. Por ser fundamental, este assunto não apenas cai em provas de concurso, mas despenca!

Dessa forma, iniciaremos de fato a nossa aula de circuitos elétricos com a teoria envolvida em circuitos de corrente contínua que servirá de base para os outros temas apresentados no decorrer deste curso. Vamos dar uma atenção especial para esta primeira parte, ok? Além de relembrar muitos fundamentos e teoremas, você será preparado para boa parte das questões de concurso.

5. CORRENTE ELÉTRICA CC

Até o presente momento, estudamos situações em que as cargas estão em repouso. Estas situações se encontram no domínio da eletrostática. Neste capítulo, trataremos do estudo das cargas em movimento e das correntes elétricas (eletrodinâmica).

Em condutores metálicos, as cargas livres que existem são elétrons (cargas negativas). Os elétrons livres que existem em um condutor metálico movimentam-se como partículas em gás e, então, constituem um tipo de gás de elétrons dentro do material. Esses elétrons oscilam aleatoriamente e com velocidade muito elevada na substância.

Em temperatura ambiente, a velocidade média dos elétrons é da ordem de $10^6\ m/s$. Sob condições ordinárias, o movimento de elétrons em um metal é completamente randômico, assim como o movimento de átomo em um gás. Se considerarmos uma seção transversal de um fio metálico, pelo qual os elétrons atravessam, encontraremos elétrons se movendo tanto para direita como para esquerda ao longo dessa seção. Ou seja, o movimento dos elétrons é totalmente caótico! Logo não existe nenhum fluxo efetivo de cargas em nenhuma direção.

Quando um condutor isolado é colocado em um campo elétrico $\vec{E}$, as cargas no interior do condutor são dispostas de modo que o campo seja nulo e o potencial seja o mesmo em todo o condutor. O deslocamento de cargas, nesse processo de redistribuição, constitui o que chamamos corrente. Porém, trata-se de uma corrente transitória (uma vez que tem curta duração).

Contudo, a situação é alterada se conectarmos os terminais do fio a uma bateria formando um circuito elétrico fechado. Agora, os elétrons são atraídos para a direção do terminal positivo da bateria e são repelidos do terminal negativo.

Por convenção, o **sentido da corrente** é **oposto ao movimento** dos elétrons.

Na Figura 14, podemos visualizar que existe um movimento líquido contínuo de elétrons ao longo de qualquer seção transversal do condutor (da direita para a esquerda).

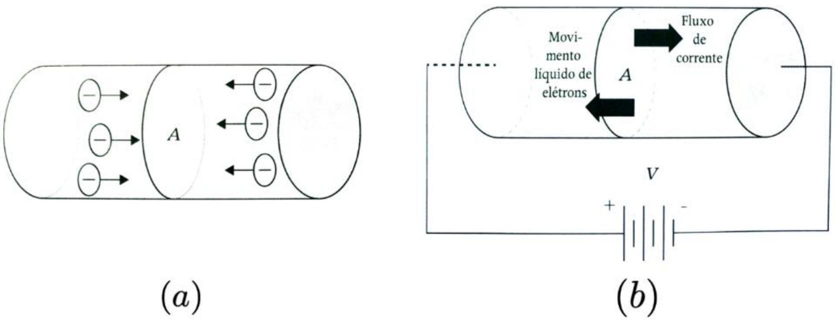


Figura 14- (a) Movimento aleatório dos elétrons, resultando e, uma corte líquida igual a zero; (b) Bateria ligada aos terminais de um condutor de seção transversal A, com corrente líquida diferente de zero.

Note que o movimento aleatório individual de cada elétron ainda persiste, porém cada elétron tem uma componente de velocidade na direção imposta pela bateria. Dessa forma, existe um fluxo de cargas no fio.

5.1. Direção da corrente

Naturalmente, a direção real da corrente é determinada pela forma do condutor. Neste contexto, utilizaremos o termo direção para indicar o sentido de movimento.

Quando um condutor é ligado aos terminais de uma bateria, os elétrons movem-se sempre do terminal negativo para o terminal positivo, sendo esse o caminho de fluxo de elétrons.

Por convenção, definimos como **fluxo de corrente** o movimento de cargas do terminal **positivo para o negativo**.

Esse sentido é denominado **sentido convencional de corrente**. Porém, sabemos que em um fio não há movimento das cargas positiva (núcleos atômicos). Portanto, somente os elétrons se movem.

O sentido de movimento dos elétrons é denominado **sentido eletrônico de corrente**. A descrição da corrente independe da direção em que os elétrons possam estar fluindo. Dessa forma, a direção é do terminal positivo para o negativo sempre que fizermos referência ao fluxo de corrente. Se desejarmos nos referir ao movimento dos elétrons, utilizaremos o termo fluxo de elétrons!

Sempre que o sentido do campo elétrico for mantido, a corrente também manterá seu sentido, mesmo que sua intensidade possa variar. Assim, ela será denominada **corrente contínua (CC ou DC)**. Quando o sentido do campo se inverte periodicamente, o sentido da circulação de cargas também se inverte. Assim, essa corrente será denominada **corrente alternada (CA ou AC)**.

Dessa forma, verificamos que a corrente pode ser uma constante ou não. Se ela for constante e não variar com o tempo temos denominada corrente contínua. E no caso comum de variação senoidal temos a corrente alternada. Concluímos então que:

> **Corrente contínua** é aquela que **permanece constante** e **corrente alternada** é aquela que **varia senoidalmente** com o tempo.

A corrente elétrica em um fio é a quantidade de cargas que passam através de uma seção transversal desse fio em uma unidade de tempo. Logo,

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Onde o elemento de carga dq corresponde à carga total que atravessa a mesma superfície no intervalo de tempo dt. No SI, a unidade de I será C/s = Ampère (A).

FIQUE ATENTO!

> A corrente não é um vetor, embora usemos a palavra sentido de uma corrente. Em um fio que transporta uma corrente, a corrente flui sempre ao longo do comprimento do fio tanto em fios retilíneos quanto em fios curvos. Um **único vetor** não pode descrever a mesma grandeza ao longo de uma trajetória curva. Por essa razão **a corrente não é um vetor**.

5.2. Velocidade de arraste e densidade de corrente

Podemos expressar uma corrente com base na velocidade de arraste das cargas que se movem. Na Figura 15, tem-se um condutor com seção reta A e um campo elétrico $\vec{E}$ orientado da direita para esquerda. Em princípio, suponha que as cargas livres do condutor sejam positivas, então a velocidade de arraste possui o mesmo sentido do campo elétrico.

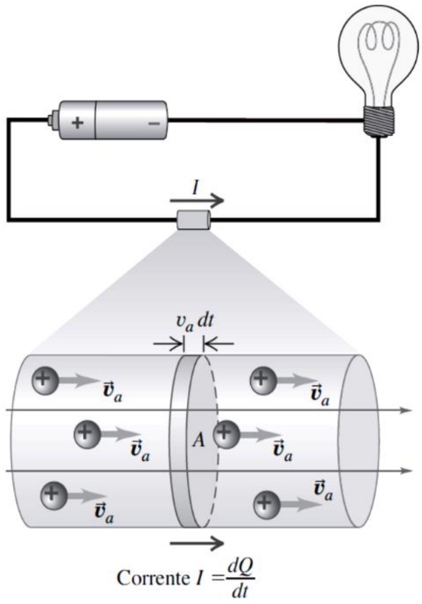


Figura 15-Velocidade de arraste dos portadores de carga. Fonte: YOUNG, HUGH.

Imagine que existam n partículas carregadas por unidade de volume. Ou seja, n é a densidade volumétrica de cargas. A grandeza n denomina-se concentração das partículas (sua unidade no SI é m^{-3}).

Suponha que todas as partículas se movem com a mesma velocidade de arraste v_a. Em um intervalo de tempo dt, cada partícula se desloca uma distância $v_a dt$. As partículas que fluem para fora da extremidade direita do cilindro sombreado de comprimento $v_a dt$ durante o tempo dt são partículas que estavam no interior desse cilindro no início do intervalo dt. O volume do cilindro é dado por $Av_a dt$ e o número de partícula em seu interior é $nAv_a dt$.

Se cada partícula possui uma carga q, a carga dQ que flui para fora da extremidade direita do cilindro durante o tempo dt e, consequentemente, a corrente em função da velocidade de arraste são dadas por:

$$dQ = q(nAv_a dt)$$

$$\boxed{I = \frac{dQ}{dt} = qnAv_a}$$

A densidade de corrente J é conhecida como a corrente que flui por unidade de área da seção reta:

$$\boxed{J = \frac{I}{A} = qnv_a}$$

A unidades de densidade de corrente é ampères por metro quadrado (A/m^2). Podemos também definir um vetor densidade de corrente $\vec{J}$ que inclui o sentido da velocidade de arraste dado por:

$$\vec{J} = n\vec{q}\,\vec{v}_a$$

Note que a densidade de corrente $\vec{J}$ é um vetor, mas a corrente I não.

A diferença é que a densidade de corrente descreve como as cargas fluem em determinado ponto e o sentido do vetor descreve o sentido do fluxo nesse ponto. Por outro lado, a corrente I possui o mesmo valor em todos os pontos do circuito, mas $\vec{J}$ não.

Na Figura 15, por exemplo, a densidade de corrente aponta de cima para baixo no lado esquerdo do circuito e de baixo para cima no lado direito. O módulo de $\vec{J}$ também pode variar... Por exemplo, o módulo da densidade de corrente é menor na bateria (que possui uma área de seção maior) do que nos fios (seção reta pequena).

5.3. Resistividade

A densidade de corrente $\vec{J}$ em um condutor depende do campo elétrico $\vec{E}$ e das propriedades do material. Essa dependência, em geral, é muito complexa. Porém, para certos materiais (especialmente os metais) em uma dada temperatura, $\vec{J}$ é quase diretamente proporcional a $\vec{E}$. Assim, a razão entre os módulos E e J permanece constante. Essa relação fornece um modelo idealizado que descreve muito bem o comportamento de alguns materiais, porém não fornece uma descrição geral para todos materiais.

A **resistividade** ρ de um material é definida como a razão entre o módulo do campo elétrico e o módulo da densidade de corrente.

Logo, temos que:

$$\rho = \frac{E}{J}$$

Onde ρ é dado em $\Omega.m$.

Quanto maior for o valor da resistividade, maior será o campo elétrico necessário para produzir uma dada densidade de corrente, ou menor será a densidade de corrente gerada por um campo elétrico.

Um condutor perfeito deve ter resistência zero e um isolante perfeito deve ter resistência infinita.

O inverso da resistividade é a **condutividade**. Suas unidades SI são $(\Omega.m)^{-1}$. Conforme estudamos sobre os materiais elétricos, um bom condutor de eletricidade possui condutividade muito maior que um isolante.

A condutividade elétrica pode ser comparada à condutividade térmica. Um mau condutor elétrico (plástico ou cerâmica) costuma ser um mau condutor de calor. Em geral, os elétrons livres (que são os portadores de carga na condução elétrica) também são os principais responsáveis pela condução de calor. Portanto, espera-se que haja uma relação entre a condutividade elétrica e a condutividade térmica.

Alguns valores de resistividade são listados na tabela abaixo.

Substância	$\rho(\Omega.m)$
Prata	$1{,}47 \times 10^{-8}$
Cobre	$1{,}72 \times 10^{-8}$
Ouro	$2{,}44 \times 10^{-8}$
Alumínio	$2{,}75 \times 10^{-8}$
Tungstênio	$5{,}25 \times 10^{-8}$
Aço	20×10^{-8}
Chumbo	22×10^{-8}
Mercúrio	95×10^{-8}

5.4. Lei de Ohm

A lei de Ohm é uma ferramenta simples e prática para a análise de circuitos. O primeiro passo de nossa caminhada será entender seus fundamentos. Preparados? Então vamos lá!

O elemento de um circuito elétrico utilizado para modelar o comportamento de resistência à passagem de corrente elétrica através do circuito é o **resistor.**

Os resistores são fabricados basicamente com o objetivo de dissipar energia por meio do efeito Joule. Sua resistência elétrica é determinada no momento de sua fabricação, dependendo de fatores geométricos e do material com que são feitos.

A relação entre a corrente elétrica e a tensão para um resistor foi encontrada pela primeira vez pelo físico alemão Georg Simon Ohm $(1787 - 1854)$. Assim, essa relação ficou conhecida como lei de Ohm.

A lei de Ohm estabelece que a tensão V (medida em Volts - V) em um resistor R (medida em Ohm - Ω) é diretamente proporcional à corrente I (medida em ampère - A) que flui através do resistor (material resistivo).

Matematicamente pode ser expressa por:

$$V = RI$$

A Figura (16) apresenta a experiência de Ohm, a qual se baseou na variação da tensão V aplicada a um condutor resultando em diferentes valores de corrente I no circuito.

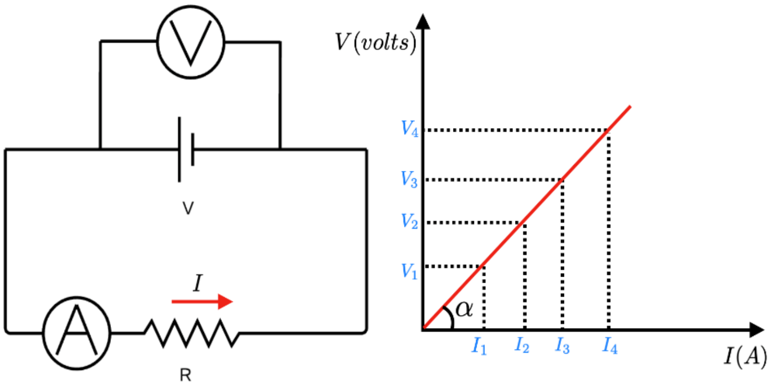


Figura 16-Comportamento de um resistor ôhmico.

O gráfico $V \times I$ representa a variação de tensão em função da corrente. A **inclinação da reta**, ou seja, o quociente entre a tensão e corrente é constante para cada valor de tensão.

Esse comportamento constante é denominado de **resistência ôhmica**.

Pela lei de Ohm, podemos concluir que a corrente que flui por um resistor é proporcional à tensão aplicada e inversamente proporcional ao valor de sua resistência. A resistência R de um elemento é a sua capacidade para resistir ao fluxo de corrente elétrica. Assim, quanto maior sua resistência, menor a corrente que passará por este elemento.

A resistência de um fio condutor também pode ser escrita em função da geométrica e do tipo de material compõe o componente resistivo. Ela pode ser calculada por meio da seguinte equação:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

Onde ρ é a resistividade do material, L é o comprimento e A a seção transversal do fio.

Essa equação mostra que a resistência de um fio ou de um condutor com seção reta uniforme é diretamente proporcional ao comprimento do fio e inversamente proporcional à área de sua seção reta. Ela também é proporcional a resistividade do material com o qual o condutor é feito.

5.5. Influência da temperatura sobre a resistência elétrica

Além do tipo de material e suas dimensões, a resistência elétrica também depende da temperatura. Ou seja, ela depende da mobilidade das partículas no interior do condutor.

No caso dos metais, a elevação da temperatura resulta em maior resistência elétrica, pois amplia a mobilidade das partículas, gerando colisões entre estas e os elétrons livres no interior do condutor. Isso dificulta a o arraste dos elétrons através dele.

A condutividade e a resistividade também dependem da temperatura do condutor. Para temperaturas na faixa da temperatura ambiente ou maiores, a resistividade aumenta de forma aproximadamente proporcional com a temperatura, enquanto a condutividade diminui da mesma forma. Uma expressão (aproximada) para caracterizar esse comportamento é:

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Onde ρ_0 é a resistividade para uma temperatura de referência T_0 (geralmente considerada como $0°C$ ou $20°C$) e $\rho(T)$ é a resistividade para uma temperatura T, que pode ser maior ou menor que T_0. O fator α denomina-se **coeficiente de resistividade térmica**.

A resistividade da grafita (um material não metálico) diminui quando a temperatura aumenta, visto que (em temperaturas elevadas) os elétrons ficam "mais fracamente ligados" aos átomos e adquirem maior mobilidade. Logo, o coeficiente de resistividade térmica da grafita é negativo. O mesmo tipo de comportamento ocorre para os **materiais semicondutores**.

A medida da resistência de um pequeno cristal semicondutor pode servir, portanto, para uma sensível medida de temperatura. Esse é o princípio de funcionamento de um termômetro denominado **termistor**!

Alguns materiais, incluindo metais, ligas metálicas e óxidos, apresentam um fenômeno chamado de **supercondutividade**. À medida que a temperatura diminui, a resistência cai lentamente no início (como qualquer metal). Porém, para uma certa temperatura crítica, ocorre uma transição de fase e a resistividade diminui bruscamente. Se uma corrente for estabelecida em um anel supercondutor, ela permanecerá circulando no anel indefinidamente, sem a necessidade de nenhuma fonte de alimentação.

FIQUE ATENTO!

A **resistividade dos materiais condutores aumenta** com a temperatura! A **resistividade dos materiais isolantes e semicondutores diminui** com a temperatura!

5.6. Força eletromotriz

Conforme já estudamos...

Quando colocamos uma certa quantidade de carga num material condutor neutro, essas cargas geram um campo dentro dele. Este campo elétrico, por sua vez, age sobre a cargas e faz com que elas se distribuam na superfície do condutor, estabelecendo o equilíbrio eletrostático entre todas as forças elétrica exercidas pelas cargas. Quando isso ocorre, as cargas não se movem mais. Assim, o campo elétrico dentro do condutor se anula e o campo elétrico na superfície tem apenas uma componente normal à superfície.

Todo esse processo é extremamente rápido e ocorre numa escala de tempo muito menor do que as que envolvem as medidas usuais de eletrostática, confirmando a consideração de que o sistema (após um curto intervalo de tempo) atinge o equilíbrio eletrostático.

O equilíbrio eletrostático pode ser momentaneamente quebrado mediante a aplicação de um campo elétrico externo ao condutor, produzindo um movimento nas cargas que anula o campo dentro do condutor. Este processo culmina com um novo equilíbrio eletrostático, quando então, novamente, o movimento das cargas cessa.

Assim, a configuração de cargas num material apresenta uma tendência natural ao equilíbrio eletrostático (que é atingido rapidamente), a menos que um agente externo exerça algum tipo de influência sobre essas cargas, impedindo que elas alcancem a configuração de equilíbrio.

Esse agente externo é conhecido como **fonte de força motriz** ou **fonte de fem**, cujo conceito ficará mais claro em seguida.

A Figura 17(a) mostra uma fonte de fem ideal que mantém uma diferença de potencial constante entre os condutores a e b (chamamos de terminais da fonte).

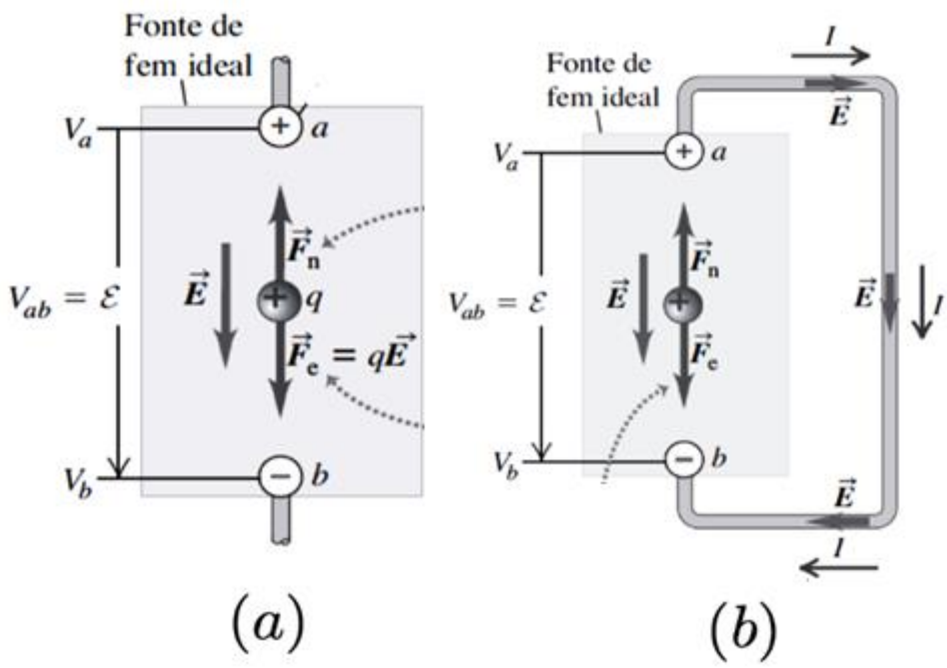


Figura 17-Força eletromotriz. Fonte: Adaptado de YOUNG, HUGH.

O terminal "a" (marcado pelo sinal +) é mantido a um potencial mais elevado do que o potencial do que o potencial do terminal "b" (marcado pelo sinal -). Associado à diferença de potencial, existe um campo elétrico $\vec{E}$ na região em torno dos terminais (tanto no interior quanto no exterior da fonte). O campo elétrico no interior do dispositivo é orientado de a para b.

Uma carga q no interior da fonte sofre a ação de uma força elétrica $\vec{F_e} = q\vec{E}$. Porém, a fonte também fornece uma influência adicional, que vamos representar como uma força não-eletrostática $\vec{F_n}$. Essa força, agindo no interior do dispositivo, arrasta cargas ‘para cima’ em sentido contrário da força elétrica $\vec{F_e}$. Logo, $\vec{F_n}$ é responsável pela manutenção da diferença de potencial entre os terminais.

Caso não existisse $\vec{F_n}$, as cargas se escoariam entre os terminais até que a diferença de potencial se tornasse igual a zero. A origem da influência adicional de $\vec{F_n}$, depende do tipo de fonte.

Em um gerador elétrico, ela decorre das forças magnéticas que atuam sobre as cargas que se movimentam. Em uma bateria ou em uma célula de combustível, ela é associada a processos de difusão e às variações de concentrações eletrolítica produzidas por reações químicas.

Essa "energia" pode ser chamada de força eletromotriz (fem), tensão ou diferença de potencial e é representada, por exemplo, por uma bateria em um circuito elétrico. Ou seja, a tensão vai fornecer a energia necessária para que a cargas elétrica se mova de um ponto para outro. Assim,

> **Tensão** é a **energia requerida para mover uma carga** através de um elemento, medida em volts (V).

Assim como a corrente elétrica, as tensões podem ser classificadas como contínuas ou alternadas segundo sua variação no tempo.

Por exemplo, uma tensão contínua pode ser produzida por uma bateria automotiva e uma tensão alternada pode ser produzida por um gerador elétrico em uma usina hidroelétrica!

Mesmo sabendo que a tensão e a corrente elétrica são as variáveis básicas de um circuito elétrico, para efeitos práticos também é necessário saber o quanto de potência é necessário pare se manusear um aparelho elétrico por exemplo.

5.7. Potência dissipada em um resistor

Considere o transporte de cargas de acordo com o circuito da Figura 17. Se a força elétrica proveniente da fonte de tensão (V) fosse a única atuante sobre as cargas transferidas de um terminal ao outro, cada elétron transferido iria adquirir uma energia cinética.

Entretanto, o atrito oferecido pelo fio ao movimento do elétron impede que ele acumule o trabalho feito pela bateria em forma de energia cinética. Desse modo, o trabalho é dissipado em forma de calor. Dessa forma, a potência dissipada em um resistor é dada por:

$$P = V\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$$\boxed{P = VI}$$

A unidade de potência é o watt (W)(J/s – Joule/segundo). Com a aplicação da Lei de Ohm, podemos reescrever a potência da seguinte forma:

$$\boxed{P = RI^2 \text{ ou } P = \frac{V^2}{R}}$$

Considere por exemplo o resistor de um chuveiro elétrico, cuja resistência seja $3{,}0\ \Omega$. Sendo $120\ V$ a voltagem da rede, a corrente no resistor será $40\ A$ e, consequentemente, a potência dissipada será $4800\ W$!

Em muitas situações, entretanto, a resistência dos fios e de outras componentes elétricas é uma característica que se deseja minimizar, para evitar desperdício de energia e aquecimento não-desejado dos equipamentos.

A **dissipação de energia** em materiais que estão transportando corrente elétrica, que decorre da resistência elétrica, é denominada **efeito Joule**.

Este efeito é uma importante verificação experimental do princípio de conservação de energia. Assim, a energia mecânica perdida pelos elétrons é transformada em energia térmica que flui para íons, moléculas etc. que constitui o material, de forma que nenhuma energia é perdida pelos elétrons ou produzida no processo.

A potência consumida ou fornecida por um elemento de um circuito elétrico pode ser mensurada por meio da tensão entre seus extremos e a corrente que passa por ele. Dessa relação, podemos retirar valores práticos!

A convenção de sinais passiva diz que quando a corrente elétrica entra pelo terminal positivo de um elemento do circuito, ele absorve potência. E quando a corrente entra pelo terminal negativo, o elemento fornece potência.

5.8. Elementos de circuitos

Os elementos de circuitos são modelos ideais de dispositivos. Existem dois tipos de elementos encontrados nos circuitos elétricos: elementos passivos e elementos ativos. Elemento ativo é capaz de gerar energia enquanto um elemento passivo não é.

Os capacitores e indutores são considerados elementos passivos de um circuito, bem como os resistores. A diferença entre os resistores e eles é que o primeiro dissipa energia na forma de calor e os outros armazenam energia que pode ser utilizada posteriormente. Mas todos eles são considerados elementos passivos, justamente pela sua incapacidade de gerar energia!

Exemplos de elementos ativos:

Geradores, baterias e Amp. Op!

Exemplos de elementos passivos:

Resistores, capacitores e indutores!

Os elementos ativos mais importantes são fontes de tensão ou corrente que geralmente liberam potência para o circuito conectado a eles.

Há dois tipos de fontes: as **dependentes** e as **independentes**! Comentaremos de forma mais aprofundada sobre elas em outro capítulo.

ESCLARECENDO!

Ainda podemos comentar sobre a linearidade dos elementos de circuitos. Diz-se que os resistores que obedecem a Lei de Ohm são lineares. Da mesma forma, os capacitores que seguem a relação $i = C\frac{dv}{dt}$ e os indutores que seguem a relação $v = L\frac{di}{dt}$ são chamados de lineares. Ou seja, a capacitância (nesse capacitor) é constante e independe da tensão e a indutância (no indutor) é constante e independe da corrente.

Portanto, um circuito é caracterizado como linear quando todos os elementos utilizados satisfazem simultaneamente as propriedades de sobreposição e de homogeneidade, verificando então a existência da linearidade.

HORA DE PRATICAR!

(FMP - Analista pericial - MPE-AC -2013) Das afirmativas abaixo identifique qual ou quais são VERDADEIRAS.

I. A resistência elétrica de qualquer material depende da natureza do material, da área de seção transversal, do comprimento e da temperatura. A resistência de um material aumenta com o aumento da área de sua seção transversal. O valor indicado pela resistividade (de um determinado material) informa quanto mais baixa ou alta é a facilidade da passagem de uma carga elétrica.

II. Há dois tipos de corrente elétrica: a corrente contínua e a corrente alternada. A corrente elétrica tem a mesma natureza da fonte que a gerou. A corrente contínua se caracteriza por manter seu valor constante no decorrer do tempo saindo sempre do mesmo terminal fonte. Na corrente alternada, seu valor e sentido variam periodicamente no decorrer do tempo.

III. Ao fluxo orientado de elétrons livres, sob a ação de um campo elétrico, dá-se o nome de corrente elétrica. A intensidade da corrente elétrica é a quantidade de carga que atravessa a seção transversal de um condutor por unidade de tempo. Segundo a lei de Ohm, a intensidade da corrente elétrica é diretamente proporcional à diferença de potencial a que está submetido o condutor e inversamente proporcional à resistência elétrica desse condutor.

IV. Potência é a rapidez com que se gasta energia ou a rapidez com que se produz trabalho e tem como unidade no Sistema Internacional o Watt (W) que é igual a 01 Joule a cada segundo. O efeito Joule pode ser explicado pelo choque entre os elétrons, quando se movimentam para originar uma corrente elétrica. O efeito Joule pode ser desejável ou indesejável dependendo de onde ocorra, por exemplo, em condutores, aquecedores, lâmpadas, fusíveis...

V. Para se obter ou manter a corrente elétrica fluindo em um condutor, é necessário ligar o condutor entre dois pontos capazes de transferir energia para os elétrons. Assim, sob a ação de um campo elétrico, os elétrons se movimentam entre os dois pontos. Quando dois pontos têm essa capacidade, diz-se que entre eles há uma d.d.p (diferença de potencial). Quando um equipamento é capaz de realizar trabalho para causar o movimento de elétrons diz-se que ele dispõe de f.e.m (força eletromotriz).

Estão corretas as afirmativas:

A) I, II, III e IV

B) II, III, IV e V

C) I, III, IV e V

D) I, II, IV e V

E) I, II, III e V

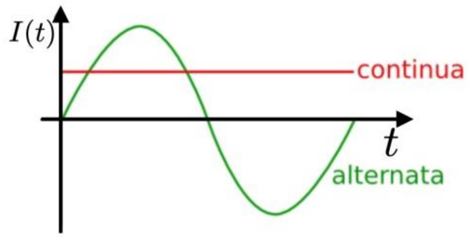
Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as afirmativas para identificar quais estão corretas. Dessa forma, vamos analisar item por item, Ok?

I –O item **está incorreto**. É fato que a resistência elétrica depende da natureza do material, da área de seção transversal, do comprimento e da temperatura. Ao afirmar que a resistência de um material aumenta com o aumento de área da seção transversal vamos de encontro com os desdobramentos da lei Ohm. As equações mostram que a resistência varia inversamente com a área de seção transversal, ou seja, se a área aumenta, então a resistência diminui.

$$\downarrow I = \frac{V}{R\uparrow} \qquad \downarrow R = \rho\frac{L}{A\uparrow}$$

II – O item **está correto**. O item faz uma descrição correta do comportamento da corrente contínua e alternada. A corrente tem a natureza da fonte, pois a fonte é responsável por oferecer energia aos portadores de carga, que se movimentarão de forma ordenada dando origem a corrente elétrica. A Corrente contínua se caracteriza por ter seu comportamento independente do tempo, já a corrente alternada tem um comportamento oscilante no tempo. As lanternas e o sistema elétrico de automóvel são exemplos de sistemas que utilizam corrente contínua. Os aparelhos domésticos são alimentados por corrente alternada.



III - O item **está correto**. A corrente elétrica é definida pela quantidade de portadores de cargas que atravessam determinada seção de área de um condutor em determinado intervalo de tempo, ou seja, um fluxo de cargas atravessando seção de um condutor.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Onde ΔQ é variação de carga elétrica (unidade no sistema internacional – Coulomb C) e Δt é a variação temporal (segundos - s).

IV - O item **está correto**. Potência está intimamente relacionada à transferência de energia para que sistemas físicos possam realizar certas tarefas (Falaremos em detalhes do conceito de potência a seguir). Em outras palavras, potência é a rapidez com que se produz ou gasta energia, ou seja, a transferência de energia por unidade de tempo. Matematicamente é representada pela seguinte equação:

$$P = \frac{\tau}{\Delta t}$$

τ representa o trabalho (unidade no sistema internacional – Joule J), Δt variação temporal (unidade no sistema internacional – segundos - s). A unidade de potência no sistema internacional (Watts – W), onde $1W = 1\,J/1s$.

V - O item **está correto**. Este item está perfeito! A variação do potencial elétrico está intimamente relacionada com o trabalho realizado pela força elétrica para movimentar os portadores de carga que darão origem à corrente elétrica. A informação do potencial em um único ponto do circuito não tem relevância física, porém sua variação é o que chamamos de diferença de potencial ou d.d.p. Os circuitos por onde passa uma corrente estacionária deve possuir fontes de fem (força eletromotriz), como por exemplo, pilhas, baterias, geradores elétricos, células solares, termopares etc. Todos esses dispositivos convertem algum tipo de energia (mecânica, química, térmica) em energia potencial elétrica e transfere essa energia para o circuito no qual o dispositivo esteja conectado.

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

6. ANÁLISE DE CIRCUITOS DE CC

A análise de um circuito de corrente contínua pode ser, muitas vezes, simplificada substituindo uma combinação de dois ou mais resistores por um único resistor equivalente que tenha a mesma corrente e a mesma queda de tensão que a combinação de resistores. Nesta seção, exploraremos diversas técnicas de solução de circuitos!

Prontos para mais uma etapa?

6.1. Resistores em série

Dizemos que existe uma **ligação em série** quando os elementos de um circuito (tais como resistores, baterias e motores) são ligados em sequência. Ou seja, quando os componentes compartilham a mesma corrente elétrica. A Figura 18 ilustra a representação de um circuito que possui dois resistores ligados em série.

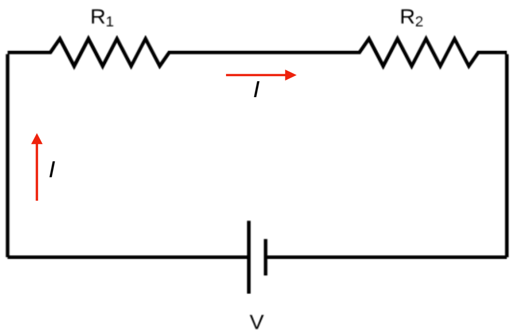


Figura 18-Resistores em série compartilhando a mesma corrente.

A resistência equivalente R_{eq} da combinação dos resistores R_1 e R_2 é dada pela lei Ohm. Logo,

$$V = R_{eq} I$$

Por outro lado, a tensão V dessa combinação é a soma das tensões aplicadas sobre cada um dos resistores. Assim,

$$V = V_1 + V_2$$

Uma vez que a lei de Ohm pode ser aplicada para cada um dos resistores, ou seja

$$V_1 = R_1 I \;\; e \;\; V_2 = R_2 I$$

A equação se torna:

$$V = (R_1 + R_2) I$$

Logo, podemos concluir que:

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Generalizando, a resistência equivalente para um número qualquer de resistores em série é dada por:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$$

Portanto, podemos concluir que:

A **resistência equivalente** de qualquer número de resistores conectados **em série** é igual à **soma das resistências** individuais.

Na abordagem de circuitos, pensar que a corrente é "consumida" ou "usada" à medida que ela atravessa o circuito até atingir o terminal negativo é um erro conceitual comum.

Na realidade, a corrente é sempre a mesma em todos os pontos de um circuito simples (Fig.19), mesmo que a espessura do fio seja diferente em determinadas partes do circuito. Isso ocorre porque existe conservação de cargas (ou seja, ela não pode ser criada nem destruída). As cargas não podem se acumular nos dispositivos, pois, se pudessem, a diferença de potencial seria variável com o tempo.

6.2. Resistores em paralelo

A Figura 19 ilustra uma **ligação em paralelo** dos resistores R_1e R_2 entre os pontos a e b.

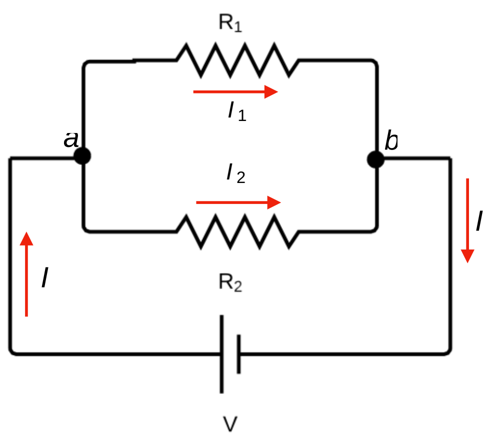


Figura 19-Resistores em paralelo compartilhando os nós a e b.

Perceba que os resistores compartilham os nós a e b. Cada resistor oferece um caminho alternativo para a corrente elétrica entre esses pontos. A tensão V é a mesma nos terminais de qualquer um dos resistores ligados em paralelo.

> Nó é o ponto do circuito onde ocorre **a união de dois ou mais condutores**. Um nó também é chamado de nodo ou ponto de ramificação.

Observe que a corrente é diferente em cada resistor. Como a carga não pode se acumular nem ser extraída do ponto a, a corrente I deve ser igual à soma das correntes I_1 e I_2 que passam nos resistores (conservação da carga elétrica). Dessa forma,

$$I = I_1 + I_2$$

Utilizando a lei Ohm, podemos reescrever os termos I_1 e I_2, temos:

$$I = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Para a associação de resistores em paralelo, temos:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

A resistência equivalente de dois resistores em paralelo é igual ao produto de suas resistências dividido pela sua soma.

Sim. Isso mesmo! O famoso "produto pela soma" tão utilizado por nós!

Generalizando para n termos,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$$

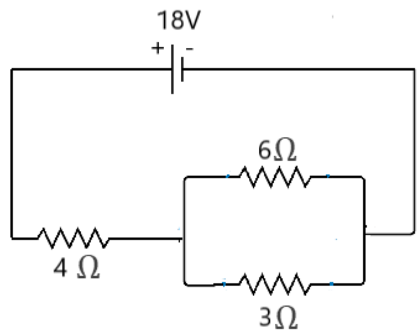
Dessa forma, podemos concluir que:

> Para qualquer número de **resistores conectados em paralelo**, o inverso da resistência equivalente é igual à **soma dos inversos** das resistências individuais.

Quando considerarmos apenas a configuração de resistências em série, a corrente elétrica que passará pelos resistores sempre será a mesma. No caso das resistências em paralelo, a tensão entre os nós de cada malha que será sempre igual.

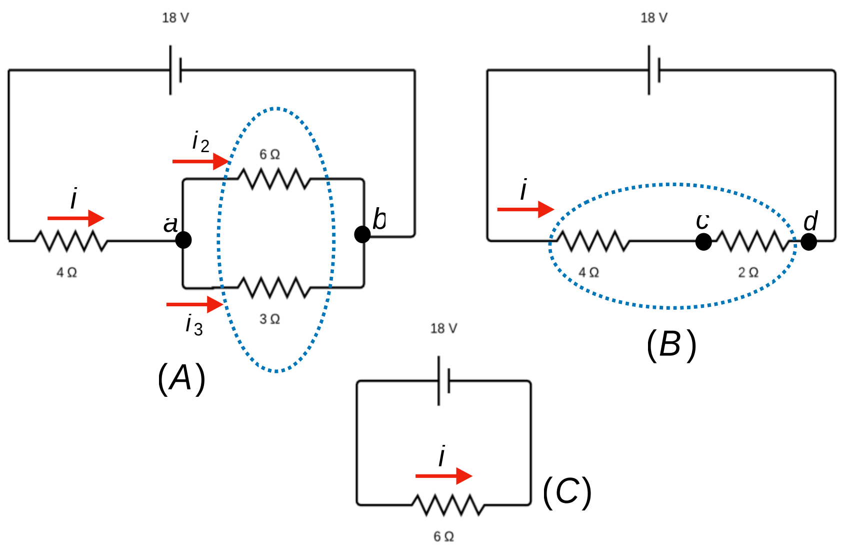
Que tal fixar os conhecimentos sobre associação em série e paralelo com um simples problema?

(Estratégia concursos - 2019) Calcule a corrente que passa em cada resistor do circuito com fonte de tensão de $V = 18V$.



Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a corrente que passa em cada resistor do circuito. O procedimento para resolver essa questão consiste em realizar os passos descritos a seguir. Para a solução da questão considere a Figura abaixo.



Primeiro passo: Precisamos determinar a resistência equivalente do circuito, pois dessa forma poderemos encontrar a corrente total i. Podemos imaginar que a fonte de tensão "sente" apenas a resistência equivalente, ou seja, a configuração do circuito é uma espécie de "caixa preta", entendeu?

Segundo passo: Perceba que corrente i é dividida no nó a e que os resistores de 6Ω e 3Ω compartilham os mesmos nós, assim concluímos que esses resistores estão em paralelo. A resistência equivalente será:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega} = \frac{1}{2\Omega}$$

Esse resultado pode ser visualizado na figura (B).

Terceiro passo: Na figura (B) é fácil perceber que os resistores de 4Ω e 2Ω compartilha a mesma corrente elétrica i, e dessa forma estão em série. Nessa configuração a resistência equivalente será:

$$R_{eq} = 4\Omega + 2\Omega = 6\Omega$$

Como visualizado na figura (C).

Quarto passo: Determinar a queda de tensão sobre o resistor de 2Ω da figura (B). Essa queda de tensão é encontrada analisando a tensão entre os nós c e d.

$$V_{cd} = Ri = (2\Omega)(3A) = 6V$$

Quinto passo: Encontrar a corrente total. Aplicando a lei de Ohm no circuito da figura (C) determinamos o valor de i.

$$i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{18V}{6\Omega} = 3A$$

Sexto passo: Determinar as correntes i_2e i_3. Aplicando a lei de Ohm sobre o resistor de 3Ω da figura (A), temos:

$$V_{cd} = Ri = (3\Omega)i_3 = 6V \Rightarrow i_3 = \frac{6V}{3\Omega} = 2A$$

Aplicando sobre o resistor de 6Ω,

$$V_{cd} = Ri = (6\Omega)i_2 = 6V \Rightarrow i_2 = \frac{6V}{6\Omega} = 1A$$

O problema que acabamos de solucionar é composto por simples procedimentos que devem ser compreendidos. Refaça todos esses procedimentos e se preciso leia novamente a teoria. Faça desse exercício um "setlist" precioso, ok?

6.3. Divisor de tensão e de corrente

Após estudarmos as configurações em série e paralelo, iremos falar de um conceito bastante utilizado em técnicas de solução de circuito, chamado divisor de corrente e de tensão. Esse conceito é um desdobramento da análise de circuitos em série e paralelo.

6.3.1. Divisor de tensão

Considere o circuito em série da Figura 20.

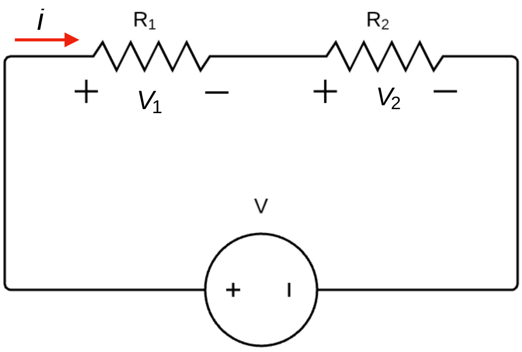


Figura 20-Circuito divisor de tensão.

Para encontrar a corrente do circuito i, podemos utilizar a lei de Ohm juntamente com a resistência equivalente da associação. Logo,

$$i = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

Quando calculamos a queda de tensão sobre o resistor R_1 e R_2, devemos lembrar que a corrente i que passa pelos dois resistores é a mesma. Então, temos que:

$$V_1 = R_1 i = R_1 \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)$$

$$V_2 = R_2 i = R_2 \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)$$

As equações acima representam os **divisores de tensão.** Ou seja,

Os **elementos resistivos** R_1e R_2 **dividem a tensão** da fonte. Ao somar a tensão V_1e V_2 teremos novamente a tensão total V fornecida pela fonte!

6.3.2. Divisor de corrente

Considere o circuito em paralelo da Figura 21. Aqui, o nosso objetivo é determinar as expressões das correntes que atravessam os resistores R_1 e R_2.

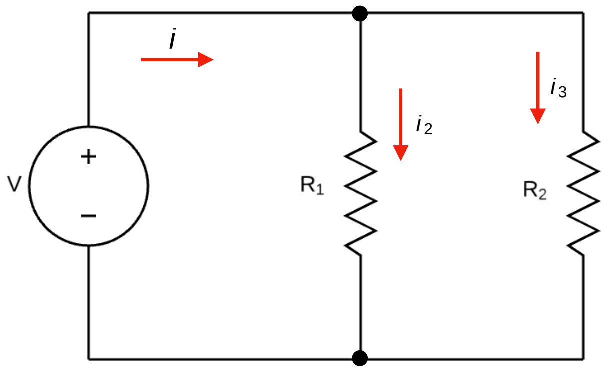


Figura 21-Circuito divisor de corrente.

A tensão V do circuito é determinada, novamente, pela lei de Ohm. Dessa forma, devemos considerar a resistência equivalente do circuito em paralelo. Temos que:

$$\mathrm{V} = iR_{eq} = i\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)$$

Aplicando a lei Ohm para cada resistor encontraremos os valores das correntes $i_1 e i_2$. Lembre-se que, neste caso, as tensões de cada resistor são iguais. Logo,

$$V_1 = \mathrm{V} = i_1R_1$$

$$i_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{i}{R_1}\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)$$

Simplificando, temos:

$$\boxed{i_1 = i\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)}$$

De maneira análoga, podemos aplicar o mesmo procedimento para encontrar i_2. Portanto,

$$\boxed{i_2 = i\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}\right)}$$

As equações acima são conhecidas como os **divisores de corrente.** Ou seja, Os **elementos resistivos** R_1e R_2 **dividem a corrente.** Ao somar a corrente i_1e i_2 teremos novamente a corrente total i fornecida pela fonte!

Essas equações serão fundamentais para o desenvolvimento da técnica de substituição de fonte que estudaremos oportunamente.

6.4. Leis de Kirchhoff

A lei de Ohm sozinha não é suficiente para analisar circuitos. No entanto, quando ela se une às leis de Kirchhoff, temos um conjunto suficiente para analisar uma grande variedade de circuitos. Em muitos deles, principalmente circuitos que envolvam mais de uma fonte de tensão, temos que recorrer a outros métodos de análise.

A Figura 22 apresenta um circuito que, por mais que ainda seja simples, não podemos resolver usando resistências equivalentes.

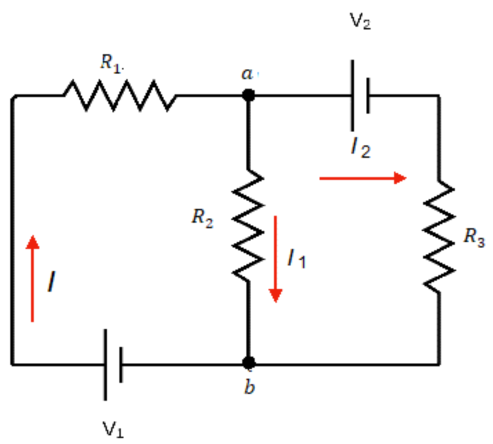


Figura 22-Circuito em que os conceitos de ligação em série e paralelo não são suficientes para a análise.

Perceba que os resistores não compartilham corrente elétrica e nem nós, pois os resistores R_1e R_2 não estão ligados nem em série e nem em paralelo.

Dessa forma, devemos considerar que todos os circuitos podem ser analisados com a aplicação de duas regras denominadas de **leis de Kirchhoff.**

A lei de Kirchhoff dos nós afirma que a soma algébrica de todas as correntes que entram ou saem de um nó é igual a zero. Ou seja, $\sum I = 0$. Em um circuito em onde a corrente pode ser dividir, a soma das correntes que chegam na junção (nó) deve ser igual à soma das correntes que saem da junção. Logo,

A **lei de Kirchhoff dos nós** (ou das correntes) estabelece que a **soma das correntes que entram** em um nó é igual **a soma das correntes que saem** deste mesmo nó.

Então, devemos considerar que as correntes que entram em um nó são positivas, enquanto as que saem são negativas. Assim, a soma algébrica das correntes que passam por aquele nó deve ser igual a zero.

Já a **Lei de Kirchhoff das malhas** diz que a soma algébrica de todas as diferenças de potenciais através de uma malha, incluindo os elementos resistivos e a fem de todas as fontes, deve ser igual a zero. Ou seja, $\sum V = 0$. Portanto,

A **lei de Kirchhoff das tensões** estabelece que **a soma das quedas de tensão** em um circuito deve ser igual a **soma das elevações** de tensão.

Essa lei é consequência da presença de um campo elétrico $\vec{\boldsymbol{E}}$ conservativo, ou seja, $\int_C \vec{\boldsymbol{E}}\ .d\vec{\boldsymbol{r}} = \mathbf{0}$. Essa integral está relacionada com a variação de potencial, ou seja, $\boldsymbol{\Delta V} = \boldsymbol{V_b} - \boldsymbol{V_a} = -\int_C \vec{\boldsymbol{E}}\ .d\vec{\boldsymbol{r}}$.

É importante evidenciar que o termo malha pode ser considerado qualquer caminho condutor fechado!

6.4.1. Estratégia para soluções de problemas!

1

Substitua qualquer combinação em série ou em paralelo de resistores por seus equivalentes. Repita o passo 1 quantas vezes for possível.

2

A seguir, designe um sentido positivo para cada ramo do circuito e indique este sentido por uma seta. Identifique a corrente de cada ramo. Adicione um sinal de mais e um sinal de menos para indicar o terminal de mais alto potencial e o de mais baixo potencial da fonte de tensão.

3

Aplique a lei dos nós a todas as junções (nós).

4

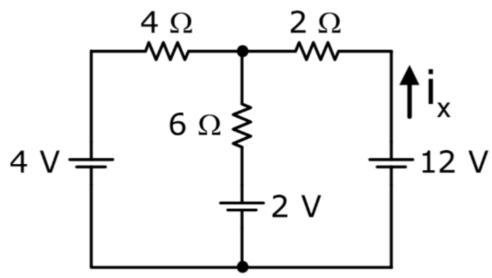
Aplique a lei das malhas às diferentes malhas até que o número total equações independentes seja igual ao número de incógnitas. Quando percorrer um resistor no sentido positivo (sentido da corrente), a variação de tensão é igual à $-RI$. Quando percorrer um resistor no sentido contrário da corrente, a variação de tensão é igual à $+RI$. Quando percorrer uma bateria do terminal negativo para o positivo, a variação de tensão é igual à $+V$. Quando percorrer uma bateria do terminal positivo para o negativo, a variação de tensão é igual à $-V$.

5

Resolva as equações para obter os valores das incógnitas.

Agora vamos colocar em prática todos esses conceitos? Vamos lá!

(Prefeitura de Sobral - UECE - 2018) Observe o circuito elétrico mostrado na figura abaixo. Considerando esse circuito, é correto afirmar que o valor, da corrente I_x é igual a



(A) 6

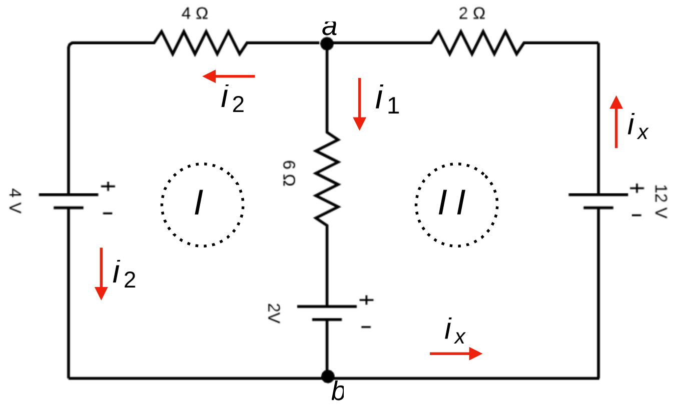
(B) 1

(C) 1

(D) 3

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor da corrente I_X. O procedimento para resolver essa questão consiste na aplicação das estratégias descritas anteriormente.



Passos da solução:

1. e 2. No circuito apresentado não podemos mais simplificar a configuração atual, ou seja, não podemos substituir os resistores por associações equivalentes de resistores em série ou em paralelo.

3. O sentido das correntes foi devidamente definido em cada ramo e os potenciais das fontes foram identificados. A escolha das correntes é totalmente arbitrária, sendo preciso respeitar o sentido da corrente em relação aos potenciais das fontes. Dessa forma, o fluxo de corrente é direcionado do potencial maior V_+ para o potencial menor V_-.

4. Aplicando a lei dos nós sobre o nó a, ou seja, a corrente total i_x que chega se divide em i_1 e i_2. Temos que:

$i_x = i_1 + i_2 \qquad (I)$

5. Para aplicar a lei das malhas, identificamos dois ramos em nosso circuito: ramos (I) e ramo (II). Iremos caminhar no sentido horário em cada ramo e calcular as quedas e elevações de tensões ao longo dos ramos.

Análise do ramo (I)

Para calcular as quedas e elevações de tensões, aplicaremos a lei de Ohm, $V = R\,i$, onde i é a corrente que atravessa o componente resistivo.

Queda de tensão sobre o resistor de 4Ω é $-4i_2$;

Ao passar pela fonte de $4V$ no sentido anti-horários, passamos do potencial maior para o potencial menor, ou seja, temos uma queda de potencial igual à $-4V$.

Ao passar pela fonte de tensão de $2V$ teremos uma elevação do potencial igual à $+2V$.

Ao passar pelo resistor de 6Ω, caminharmos no sentido contrário da corrente i_1. Dessa forma, teremos uma elevação de tensão de $+6i_1$.

Equacionando a lei das malhas para o ramo (I), temos: $\sum V = 0$, iremos somar todos os potenciais de ramo (I).

$-4i_2 - 4 + 2 + 6i_1 = 0 \qquad (II)$

Análise do ramo (II)

Ao passar pelo o resistor de 2Ω no sentido anti-horário, temos uma queda de tensão de $-2i_x$.

Da mesma forma para o resistor de 6Ω, resultando em uma queda de $-6i_1$. Ao passar pela fonte de $2V$, teremos uma queda de $-2V$. Ao passar pela fonte de $12V$, teremos uma elevação de $+12V$.

Equacionando a lei das malhas para o ramo (II), temos: $\sum V = 0$. Assim, iremos somar todos os potenciais de ramo (II).

$-2i_x - 6i_1 + 12 - 2 = 0 \qquad (III)$

Substituindo a equação (I) na equação (III),

$-2(i_1 + i_2) - 6i_1 + 10 = 0$

$-8i_1 - 2i_2 + 10 = 0 (IV)$

Solucionando as equações (II) e (IV),

$$\begin{cases} -4i_2 - 2 + 6i_1 = 0 \\ -8i_1 - 2i_2 + 10 = 0 \end{cases}$$

Simplificando a equação (IV), multiplicando por um fator de $\times\,(-2)$ e somando termo a termo, temos:

$$\begin{cases} -4i_2 - 2 + 6i_1 = 0 \\ 16i_1 + 4i_2 - 20 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 22i_1 - 22 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 = 1\,A$$

Substituindo o valor de i_1 na equação (IV),

$$-8(1) - 2i_2 + 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad i_2 = 1A$$

Utilizando a equação (I), $i_x = i_1 + i_2 = 2\,A$.

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

Em circuitos de múltiplas malhas, muitas vezes o sentido da corrente em um ou mais ramos do circuito não é óbvio. Felizmente as leis de Kirchhoff não exigem o conhecimento destes sentidos inicialmente.

De fato, o oposto é verdadeiro. As leis de Kirchhoff permitem determinar os sentidos das correntes. Ao aplicar este método, escolhe-se um sentido inicial para as correntes. Dessa forma, se após a análise a corrente no ramo está nesta direção, estão quando calculamos esta corrente obteremos um valor positivo.

Entretanto, se a densidade de corrente está no sentido oposto ao designado como sentido positivo, quando calculamos a corrente obteremos um valor negativo.

Então, fique atento!

6.5. Transformação Δ-Y

Existem algumas situações em que a determinação da resistência equivalente não é possível, pois em alguns circuitos não é possível encontrar resistores associados nem em **série e nem em paralelo**. A transformação $\Delta - Y$ permite encontrar uma configuração alternativa ao circuito original que possibilita a aplicação das técnicas de simplificação já estudadas (série/paralelo).

A Figura 23 é um exemplo de um circuito em que nenhum dos elementos resistivos estão em série ou em paralelo, ou seja, não compartilham correntes nem nós entre si.

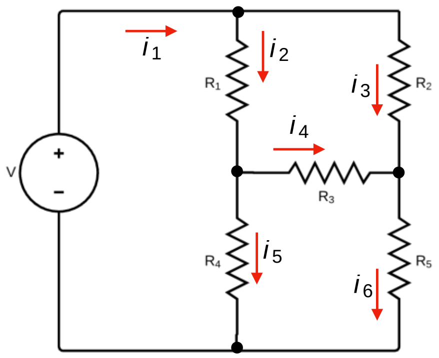


Figura 23- Circuito do tipo ponte.

E a lei de Kirchhoff professora? Não poderíamos usar essa ferramenta junto com a lei de Ohm?

A resposta é sim! Porém, teríamos que solucionar um sistema de equações com várias equações e não é esse nosso objetivo...

Precisamos de técnicas que nos levem resolver problemas de circuitos com mais rapidez, ok?

A Figura 24 ilustra a transformação entre a configuração de resistência em estrela e triângulo (delta).

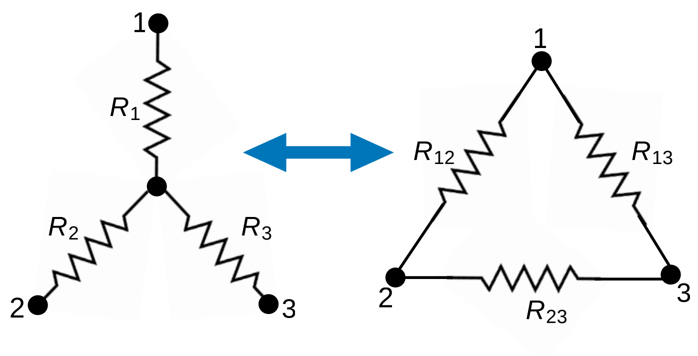


Figura 24-Arranjos Y-Δ.

A demonstração das equações a seguir podem ser realizadas em um material extra ou podem ser encontradas em qualquer livro de circuitos elétricos. Aqui, o nosso objetivo é saber como poderemos resolver as questões de forma objetiva rápida!

Para realizar as transformações, vamos considerar a Figura 25 que relaciona as duas configurações.

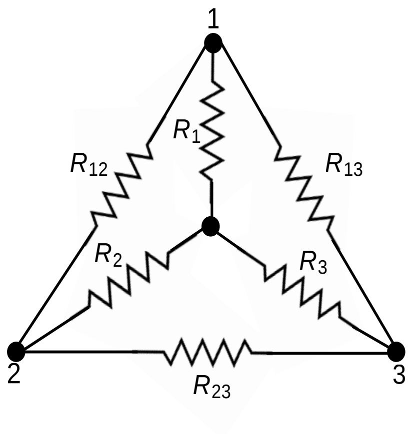


Figura 25- Relação entre as configurações Y-Δ.

6.5.1. Transformação estrela – triângulo(Y-Δ)

Supondo que tenhamos uma configuração Y inicial, mas que seja mais fácil trabalhar com a configuração Δ, devemos transformar o sistema de resistências de Y para Δ. Ou seja, devemos usar as equações abaixo para calcular o respectivo valor das resistências em triângulo. Logo,

$$R_{12(\Delta)} = \frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{R_3}$$

$$R_{13(\Delta)} = \frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{R_2}$$

$$R_{23(\Delta)} = \frac{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}{R_1}$$

Para memorizar as equações acima, utilize a Figura 25 e as orientações abaixo!

Considerando a configuração inicial em estrela...

Perceba que os numeradores das expressões são sempre os mesmos. Já, os denominadores serão sempre os resistores que não se ligam ao par de nós analisados. Ou seja, analisamos um par de nós nessa transformação!

Exemplo:

Pensando no resistor R_{12} (em triângulo), ele está conectado aos nós 1 e 2, certo?

Então, o denominador da expressão será apenas o resistor R_3(em estrela), dado que ele não está ligado aos nós do resistor R_{12}. O numerador da expressão permanecerá igual para todos os resistores.

Logo,

Cada resistor da rede em Δ é a soma de todos os produtos possíveis dos resistores em estrela tomados de dois em dois, dividido entre o resistor oposto em Y.

6.5.2. Transformação triângulo- estrela (Δ-Y)

Agora, vamos supor que seja mais fácil trabalhar com a configuração Y. Assim, devemos transformar o sistema de resistências em Δ para Y. Ou seja, devemos usar as equações abaixo para calcular o respectivo valor das resistências em estrela. Logo,

$$R_{1(Y)} = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12}+R_{13}+R_{32}}$$

$$R_{2(Y)} = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{32}}$$

$$R_{3(Y)} = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{32}}$$

Para memorizar esse conjunto de equações, utilize novamente a Figura 25 e as orientações abaixo!

Considerando a configuração inicial em triângulo...

Perceba que agora os denominadores das expressões são sempre os mesmos. Já, os numeradores serão sempre o produto dos resistores (em triângulo) comum ao nó analisado. Ou seja, analisamos o nó nessa transformação!

Pensando no resistor R_1 (em estrela), ele está conectado ao nó 1, certo?

Então, o numerador da expressão será o produto dos resistores (em triângulo) comum ao nó analisado. Ou seja, R_{12}e R_{13}. Logo, o R_{23} (que não está ligado ao nó 1) não entra na conta do numerador. O denominador permanece como a soma de todos as resistências em triângulo.

Logo,

Cada resistor da rede em Y é o produto dos resistores dos ramos em Δ adjacentes divido pela soma dos três resistores em Δ.

Resumindo, adote o seguinte raciocínio:

Transformação Y-Δ

Quais resistores (em estrela) estão ligados a um par de nós? Quem não estiver entra na conta como o único elemento do denominador!

Transformação Δ -Y

Quais resistores (em triângulo) são comuns ao nó analisado? Quem não for, fica de fora da conta do numerador!

Ainda devemos considerar a possibilidade desses resistores estarem equilibrados!

Eles estarão equilibrados quando apresentarem o mesmo valor independentemente do tipo de configuração. Dessa forma,

$$R_\Delta = R_{12} = R_{13} = R_{23}$$

$$R_Y = R_1 = R_2 = R_3$$

Nestas condições, as fórmulas de conversão se tornam:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$$

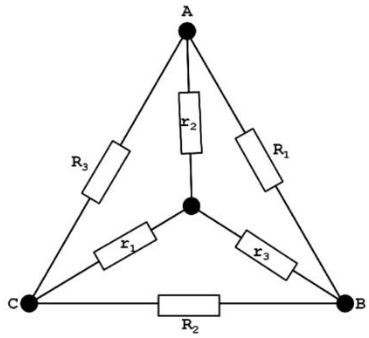
Essa é uma importante informação, pois pode simplificar muito a sua análise!

6.5.3. Estratégia para solução de problemas ($\Delta - Y$)

1. Identifique os arranjos no circuito.
2. Escolha aqueles sobre o qual será realizada a transformação.
3. Enumere os nós do arranjo a ser transformado (não importa a ordem).
4. Aplique a transformação adequada.
5. Redesenhe o circuito, substituindo o arranjo original pelo transformado.
6. Se necessário, redesenhe o circuito mais uma vez.
7. Aplique as simplificações possíveis

HORA DE PRATICAR!

(TSE -Analista judiciário - Consuplan -2012 -) A figura a seguir representa a transformação estrela – triângulo. Para converter a estrela em triangulo, o valor de R_3 é dado pela fórmula



(A) $R_3 = (r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3)/(r_3)$

(B) $R_3 = (r_3)/(r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3)$

(C) $R_3 = (r_1 + r_2 + r_3)/(r_1r_2)$

(D) $R_3 = (r_1r_2)/(r_1 + r_2 + r_3)$

Resolução e Comentários:

Após nossa aula essa questão fica muito simples, não é?

Pelas considerações feitas nessa seção, sabemos que:

$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_3}$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

Perceba que as questões podem sim cobrar conceitos fundamentais e teóricos, bem como dedução de fórmulas!

7. MÉTODOS DE ANÁLISE

Com as leis fundamentais da teoria de circuitos estudadas e devidamente compreendidas, agora podemos aplicar algumas das mais eficientes técnicas da análise de circuitos elétricos: o método dos nós e das malhas.

O método dos nós se baseia em uma aplicação sistemática da lei de Kirchhoff das correntes/nós (LKC) e o métodos das malhas se baseia na lei de Kirchhoff das tensões (LKT). Então, vamos entendê-las, pois, além das questões de concursos abordarem este assunto, esse conteúdo servirá de base para prosseguirmos no nosso curso.

Mas, primeiro, vamos falar um pouquinho sobre os tipos de fontes que podem existir em um circuito.

7.1. Fontes independentes e dependentes

No capítulo anterior, a fonte de tensão era única fonte que aparecia na análise de circuitos básicos. Isso se dava fundamentalmente porque as fontes de tensão como baterias e fontes de alimentação são mais comuns em nosso cotidiano e no ambiente de laboratório. No entanto, também temos que comentar sobre a fonte de corrente.

A fonte de corrente é descrita como *dual* da fonte de tensão. Da mesma maneira que uma bateria fornece uma tensão fixa para um circuito, uma fonte de corrente estabelece uma corrente fixa no ramo onde está localizada. Além disso, a corrente através de uma bateria é uma função do circuito para o qual ela está aplicada. Da mesma maneira, a tensão para uma fonte de corrente também é uma função do circuito conectado.

Uma **fonte de corrente** determina a direção e a intensidade da **corrente no ramo** em que ela está instalada. Tanto a intensidade quanto a polaridade da tensão através de uma fonte de corrente são, em cada caso, uma função do circuito ao qual é aplicada.

Nas seções anteriores, todas as fontes de tensão e de corrente que analisamos em circuitos CC eram fontes **independentes**. As Figuras 26 e 27 representam graficamente fontes de tensão e corrente independentes.

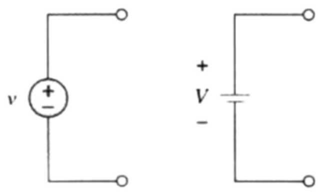


Figura 26-Representação gráfica da uma fonte independente de tensão.

Figura 27-Representação gráfica da uma fonte independente de corrente.

O **termo fonte independente** significa que a magnitude da fonte é independente do circuito ao qual ela é aplicada, de modo que suas características se mantêm mesmo que a fonte seja completamente isolada.

Uma **fonte dependente** ou **controlada** (Fig.28) é aquela cujas característica são determinadas (ou controladas) por uma corrente ou tensão do sistema em que se encontra.

As fontes dependentes precisam da existência de pelo menos uma fonte independente, que é quem fornecerá a energia ao circuito. As fontes controladas estão somente redirecionando a potência das fontes independentes, que são as verdadeiras fontes de energia. Isso quer dizer que as fontes dependentes de corrente podem fornecer potência às custas das fontes independentes.

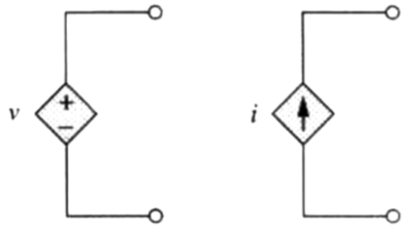


Figura 28-Representação gráfica de fontes dependente de tensão e corrente.

7.2. Método dos nós

Para simplificar, vamos considerar inicialmente que os circuitos não contêm fontes de tensão, pois os que contêm serão estudados na próxima subseção.

No método dos nós, nos interessa achar as tensões de um determinado nó. Para ficar mais simples e objetivo o seu entendimento, vamos fazer um passo a passo para a aplicação deste método. Dado um circuito com *n* nós sem fontes de tensão, a análise nodal pode ser realizada seguindo os três passos a seguir:

1- Selecione um nó como referência e atribua as tensões aos nós restantes do circuito. As tensões são atribuídas com relação ao nó de referência;
2- Aplique a LKC a cada um dos nós restantes (sem ser o de referência). Use a lei de Ohm para expressar as correntes de cada ramo em função das tensões do nó.
3- Resolvas o sistema de equações gerados para obter as tensões do nó desconhecido.

Agora vamos aplicar este passo a passo para fixarmos?

EXEMPLIFICANDO

Considere o circuito da Figura 29 que será usado como configuração para exemplificar o passo a passo de aplicação do método dos nós.

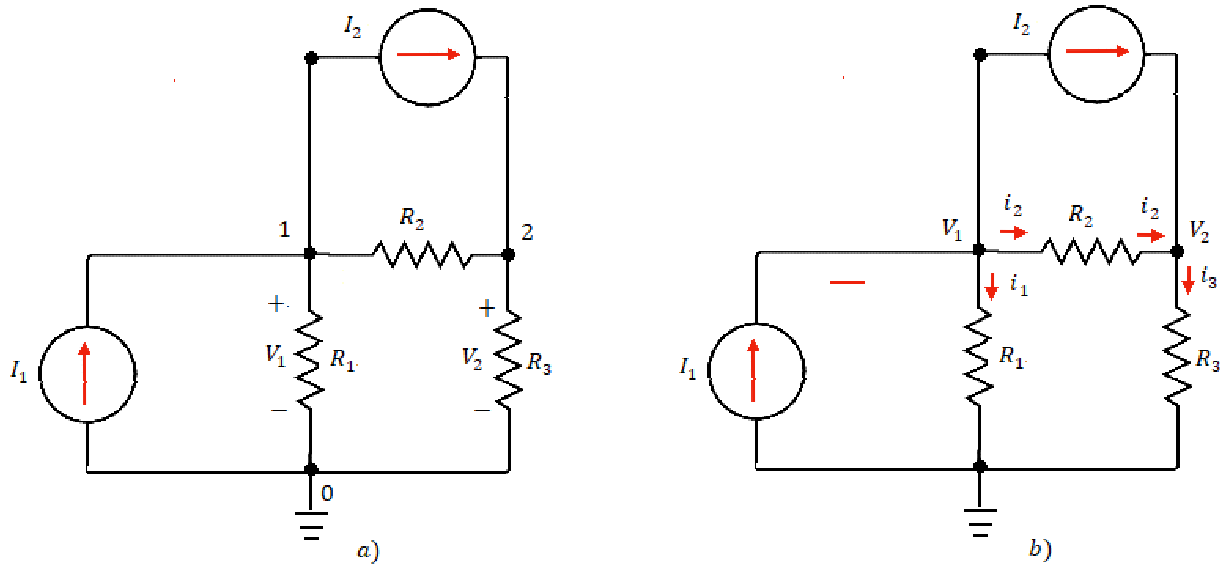


Figura 29-Aplicação do método dos nós (a) circuito original e (b) circuito com os nós definidos.

Na Figura 29-a, é possível observar que o nó de referência é o nó indicado pelo número 0 e os outros nós serão utilizados para montar o sistema de equações. As tensões V_1 e V_2 foram atribuídas aos restantes dos nós. Considerando a Figura 29-b, vamos aplicar a LKC para os nós 1 e 2. Temos então para o nó 1:

$$I_1 = I_2 + i_1 + i_2$$

E para o nó 2:

$$I_2 = i_3 - i_2$$

Vamos agora utilizar a lei de Ohm para escrever as correntes em função das tensões e das resistências. Para a corrente i_1:

$$i_1 = \frac{v_1 - 0}{R_1} \quad ou \quad i_1 = G_1 v_1$$

Onde G_1 é a condutância do material (inverso da resistência). Utilizamos essa notação, pois a visualização do sistema de equações ficará mais simples!

Seguimos então o mesmo raciocínio para i_2 e i_3:

$$i_2 = \frac{v_1 - v_2}{R_2} \quad ou \quad i_2 = G_2(v_1 - v_2)$$

$$i_3 = \frac{v_1 - 0}{R_3} \quad ou \quad i_3 = G_3(v_2)$$

Reescrevendo as equações para o nó 1 e o nó 2, ficamos então com o seguinte sistema de equações:

$$I_1 - I_2 = G_1 v_1 + G_2(v_1 - v_2)$$

$$I_2 = G_3(v_2) - G_2(v_1 - v_2)$$

Geralmente, representamos o sistema de equações em formato matricial para facilitar a resolução do sistema por métodos de álgebra linear. Portanto, obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 - I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Resolvendo este sistema de equações, podemos obter as tensões em cada nó e, consequentemente, as correntes que fluem por cada ramo do circuito.

7.2.1. Análise nodal com fontes de tensão

Agora, chegamos no ponto em que vamos considerar a existência de fontes de tensão no circuito. Observe a Figura (30).

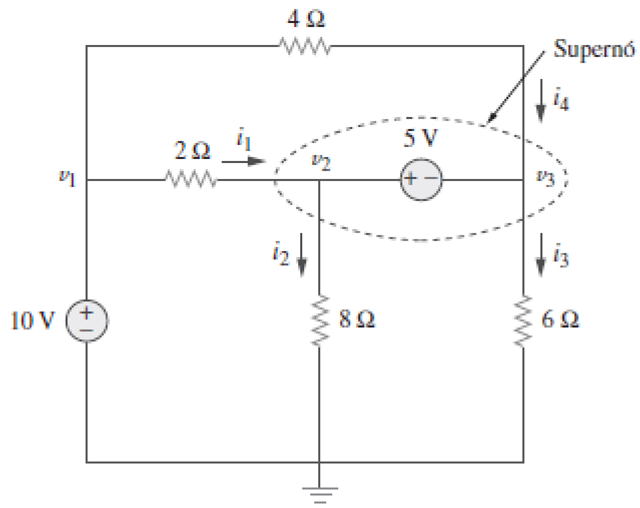


Figura 30- Super nó. Fonte: Alexander e Sadiku (2013).

Devemos considerar duas possibilidades:

- Se a fonte de tensão estiver conectada entre um nó de referência e um de não referência, simplesmente assumiremos que a tensão no nó (que não é de referência) será igual à tensão da fonte de tensão. Para o caso da Figura (30), teremos que:

$$v_1 = 10\ V$$

E qual a consequência disso? A análise vai ser simplificada, porque agora teremos o valor da tensão nesse nó.

- Se a fonte de tensão estiver entre dois nós que não são de referência, eles formarão um supernó. Dessa forma, teremos que aplicar tanto a LKC e a LKT para determinar as tensões nodais.

O **supernó** é uma região que engloba a fonte de tensão e seus dois nós.

Analisando o exemplo da Figura (30), os nós 2 e 3 formam um supernó. Devemos analisar esse circuito considerando os mesmos passos da seção anterior em conjunto com a análise do supernó. Mas porque professora?

Porque se não fizermos isso, não teríamos como descobrir a corrente que passa pela tensão entre esses nós (2 e 3)! No super nó**,** teremos:

$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3$$

Em termo de tensões,

$$\frac{v_1 - v_2}{2} + \frac{v_1 - v_3}{4} = \frac{v_2 - 0}{8} + \frac{v_3 - 0}{6}$$

Aplicando-se a LKT no supernó percorrendo esse laço no sentido horário,

$$-v_2 + 5 + v_3 = 0$$

$$v_2 - v_3 = 5$$

Assim, teremos o número suficientes de equações para determinar a tensão em cada nó!

RESUMINDO

Quando existirem fontes de tensão dentro do circuito, devemos considerar que:

1- Se a fonte de tensão está conectada entre o nó de referência e outro qualquer, a tensão do nó sem referência é igual a tensão da fonte;

2- Se a fonte de tensão está conectada entre nós sem referência, este ramo simplesmente será analisado apenas como 1 nó denominado supernó, o que causará uma condição de restrição necessária para resolver o sistema de equações.

3- Um supernó precisa da aplicação tanto da LKC quanto da LKT;

7.3. Métodos das malhas

Da mesma forma da seção anterior, vamos considerar inicialmente que os circuitos não contêm fontes de corrente, pois os que contêm serão estudados na próxima subseção.

No método das malhas, nos interessa achar as correntes de malha em um dado circuito. Podemos considerar que uma malha é laço ou parte do circuito que não contém nenhum outro laço dentro dele.

Para facilitar o seu entendimento também vamos fazer um passo a passo para a aplicação deste método. Dado um circuito com *n* malhas sem fontes de corrente, a análise de malhas pode ser realizada seguindo os três passos a seguir:

1- Atribua as correntes de malha para cada malha do sistema.
2- Aplique a LKT a cada uma das malhas. Use a lei de ohm para expressar as tenções em função das correntes das malhas.
3- Resolva as n equações resultantes para obter a corrente da malha. Prefira o sistema matricial para facilitar esta resolução.

Considere o circuito da Figura 31 para exemplificarmos a aplicação do método das malhas.

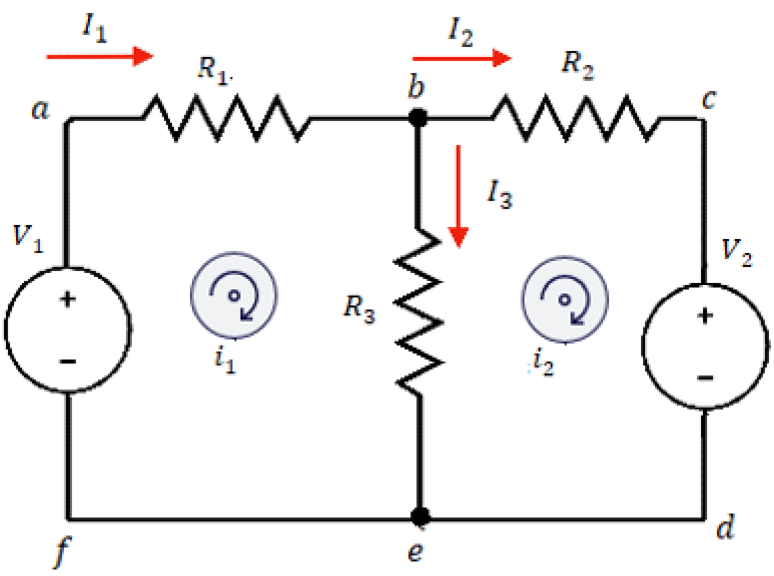


Figura 31-Aplicação do método das malhas.

O primeiro passo requer a atribuição das correntes de malha i_1 e i_2 nas malhas 1 e 2 como é possível observar na Figura 31. Posteriormente, aplicando-se a LKT em cada malha e utilizando a lei de Ohm para expressar as tensões em função das correntes das malhas, podemos obter a seguinte equação para a primeira malha:

$$(R_1 + R_3)i_1 - R_3 i_2 = V_1$$

E para a segunda:

$$-R_3 i_1 + (R_2 + R_3)i_2 = -V_2$$

Temos, então, o seguinte sistema em notação matricial:

$$\begin{bmatrix}(R_1+R_3) & -R_3 \\ -R_3 & (R_2+R_3)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1 \\ i_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}V_1 \\ -V_2\end{bmatrix}$$

Resolvendo este sistema de equações, podemos obter as correntes que circulam cada malha.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

As correntes de malha não necessariamente são as mesmas correntes de cada ramo. No exemplo da Figura 31 fica evidente que: $I_1 = i_1$, $I_2 = i_2$ e $I_3 = i_1 - i_2$.

7.3.1. Análise de malhas com fontes de corrente

Nessa seção, vamos considerar a existência de fontes de corrente no circuito. À princípio você pode até achar mais complicado a análise desse tipo de circuito. No entanto, a verdade é que ela é muito mais fácil, a presença de fontes de correntes de corrente reduz o número de equações.

Da mesma forma que ocorreu para o método dos nós, poderemos ter duas situações. Uma, em que a fonte de corrente está presente em uma malha específica, e a outra, em que a fonte de corrente é comum a duas malhas. Então vamos analisar esses dois casos tendo como exemplo os circuitos das Figuras (32) e (33), respectivamente.

- Quando existir uma fonte de corrente apenas em uma malha, devemos considerar que a corrente que circula nessa malha é igual ao valor da fonte de corrente.

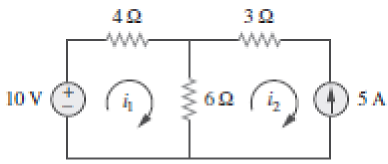


Figura 32- Circuito com fonte de corrente apenas uma malha. Fonte: Alexander e Sadiku (2013).

Para o caso do circuito da Figura (32), teremos:

$i_2 = -5\ A$

Aplicando a LKT na primeira malha,

$-10 + 4i_1 + 6(i_1 - i_2) = 0$

Consequentemente,

$i_1 = -2A$

Assim, conseguimos descobrir o valor das correntes de malha do circuito. Note que a presença dessa fonte de corrente reduziu o número de equações!

- Quando uma fonte de corrente estiver entre duas malhas, devemos criar uma supermalha, excluindo a fonte de corrente e quaisquer elementos em série ligados a ela.

A **supermalha** é uma região resultante, quando duas malhas possuem uma fonte de corrente em comum, que exclui a fonte de corrente e os elementos em série associados a ela.

Considere a Figura (33) como exemplo para este caso.

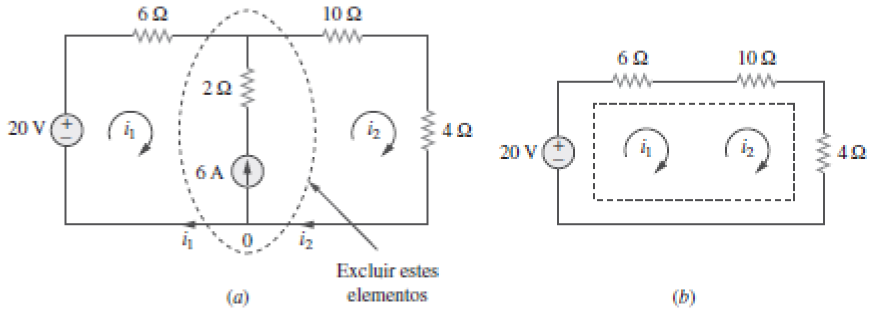


Figura 33- (a) Fonte de corrente em comum a duas malhas. (b) supermalha formada. Alexander e Sadiku (2013).

Aplicando a LKT à supermalha (Fig. 33-b), temos:

$$-20 + 6i_1 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$
$$6i_1 + 14i_2 = 20$$

Aplicando a LKC ao nó no ramo de referência (Fig. 33-a), temos:

$$i_2 = i_1 + 6$$

$$i_1 = -3{,}2\ A \quad e \quad i_2 = 2{,}8\ A$$

Logo, conseguimos um número suficiente de equações para determinar as correntes em cada malha.

Quando existirem fontes de tensão dentro do circuito, devemos considerar que:

1- Se a fonte de corrente estiver conectada apenas em uma malha, a corrente que percorre essa malha será igual à corrente da fonte;

2- Se a fonte de corrente estiver entre duas malhas, criaremos uma super malha (excluindo a fonte de corrente e os elementos em série associados a ela), o que causará uma condição de restrição necessária para resolver o sistema de equações.

3- Uma supermalha precisa da aplicação tanto da LKT quanto da LKC.

7.4. Método dos nós e das malhas por inspeção

Existe um procedimento para facilitar a aplicação do método dos nós e das malhas, que se baseia apenas na observação do circuito. Ou seja, consiste em um método de inspeção.

Quando todas as fontes de um circuito resistivo são fontes de corrente de independentes, não é necessário aplicar a lei de Kirchhoff das correntes a cada nó para obter as equações. Da mesma forma, não é necessário aplicar a lei de Kirchhoff das tensões, quando o circuito resistivo tem apenas fontes de tensão independentes. Dessa forma, poderemos obter as equações para ambos os métodos por mera inspeção do circuito!

Note que só podemos utilizar a inspeção do circuito:

- no caso da aplicação do método dos nós, quando todas as fontes forem fontes de corrente independentes. Ou seja, não possuir fontes de tensão;

-no caso da aplicação do método das malhas, quando todas as fontes forem fontes de tensão independentes. Ou seja, não possuir fontes de corrente.

Fique atento às considerações a seguir, pois elas te ajudarão a resolver as questões de forma muito mais rápida e objetiva por meio da aplicação deste procedimento (quando aplicável, é claro!)

Por inspeção, verifica-se que, na matriz gerada pelo **método dos nós**, os **termos diagonais** são a **soma das condutâncias** conectadas **diretamente a cada nó** analisado. Enquanto, os **outros termos não diagonais** são os **valores negativos das condutâncias conectadas entre estes nós**.

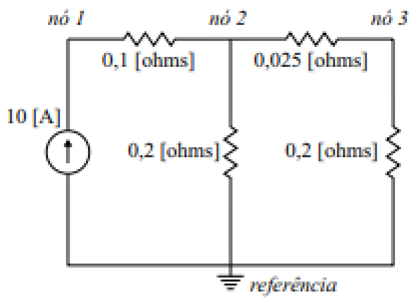
De igual maneira, na matriz gerada pelo **método das malhas**, os **termos diagonais** da matriz são a **soma das resistências de cada malha** correspondente. Enquanto, **os outros termos não diagonais** são os **valores negativos das resistências comuns às malhas**.

Lembre-se que a inspeção visual valerá apenas se o circuito elétrico possuir fontes de tensão e de corrente independentes. Essa análise facilita muito a montagem dos sistemas nos economizando um bom tempo para a resolução das questões.

Dessa forma, vamos aplicar esse procedimento em uma questão!

HORA DE PRATICAR!

(Pref. São José do Campos- VUNESP-2017) Pode-se empregar o método de análise nodal para a determinação das tensões nos nós indicados no circuito apresentado. Assinale a alternativa que mostra, corretamente, as equações de análise nodal, na forma matricial, considerando esse circuito.



(A) $\begin{bmatrix} 0{,}1 & -0{,}1 & 0 \\ -0{,}1 & 0{,}325 & -0{,}025 \\ 0 & -0{,}025 & 0{,}225 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -10 & 3{,}1 & -40 \\ 0 & -40 & 4{,}5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 0{,}1 & -0{,}1 & 0 \\ -0{,}1 & 0{,}325 & -0{,}025 \\ 0 & -0{,}025 & 0{,}225 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -10 & 3{,}1 & -40 \\ 0 & -40 & 4{,}5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -10 & 55 & -40 \\ 0 & -40 & 45 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você monte as equações da análise nodal da forma matricial considerando o circuito da figura.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar o método de inspeção para a análise nodal.

Sabemos que os elementos diagonais correspondem à soma das condutâncias conectadas ao nó. E os elementos não diagonais correspondem ao negativo das condutâncias entre os nós.

Portanto, para o circuito da questão, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{0{,}1} & -\left(\frac{1}{0{,}1}\right) & 0 \\ -\left(\frac{1}{0{,}1}\right) & \left(\frac{1}{0{,}1}+\frac{1}{0{,}2}+\frac{1}{0{,}025}\right) & -\left(\frac{1}{0{,}025}\right) \\ 0 & -\left(\frac{1}{0{,}025}\right) & \left(\frac{1}{0{,}025}+\frac{1}{0{,}2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Simplificando os termos, temos que:

$$\begin{bmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -10 & 55 & -40 \\ 0 & -40 & 45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

Perceba que, se não utilizássemos o método por inspeção, resolver essa questão demandaria muito esforço e tempo.

8. Teoremas de circuitos

Com o aumento das áreas de aplicações dos circuitos elétricos, os circuitos se tornaram cada vez mais complexos. Assim, os engenheiros desenvolveram alguns teoremas para simplificar a análise de circuitos.

Embora os métodos dos nós e das malhas sejam técnicas poderosas para resolver circuitos, ainda estamos interessados em métodos que possam ser usados para simplificar circuitos de forma mais otimizada.

As simplificações série-paralelo e as transformações $\Delta - Y$ já fazem parte de nossa lista de técnicas. Mas agora iremos expandi-la com os teoremas da superposição, de Thévenin e de Norton. Esse estudo é indispensável devido à sua aplicabilidade em circuitos lineares e devido à frequência com que são cobrados nas provas de concurso.

8.1. Transformação de fontes

Uma substituição de fonte, permite que uma fonte de tensão em série com um resistor seja substituída por uma fonte de corrente em paralelo com um resistor ou vice-versa.

Considere o circuito em série da Figura 34. Qual a tensão que o resistor R_L está submetido?

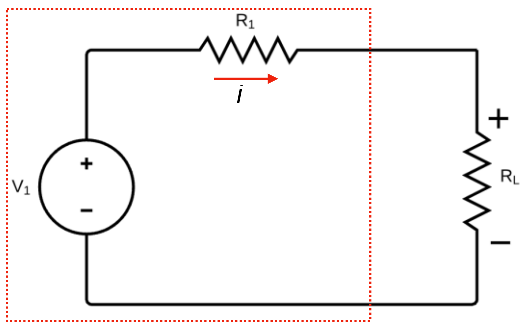


Figura 34-Circuito original em série.

Aplicando a lei de Ohm juntamente com a resistência equivalente, temos:

$$V_1 = (R_1 + R_L)i$$

$$i = \frac{V_1}{(R_1+R_L)}$$

A queda de tensão sobre o resistor R_L, será:

$$V = iR_L = \frac{V_1}{(R_1+R_L)}R_L$$

Manipulando a equação, temos:

$$V = \frac{V_1R_L}{(R_1+R_L)} \times \frac{R_1}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}\frac{R_1R_L}{(R_1+R_L)}$$

$$V = \frac{V_1}{R_1}R_1||R_L$$

Essa equação mostra o resultado do divisor de tensão e evidencia que a expressão do circuito pode ser reescrita como se os resistores R_1 e R_L estivessem em paralelo.

Agora manipulando a expressão da corrente, teremos:

$$i = \frac{V_1}{(R_1+R_L)} \times \frac{R_1}{R_1}$$

$$i = \frac{V_1}{R_1}\frac{R_1}{(R_1+R_L)}$$

A expressão acima mostra o resultado do divisor de corrente.

Podemos dizer que as equações em destaque derivam de um circuito com uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência R_1, ou seja, há uma equivalência entre os dois circuitos (Fig. 35).

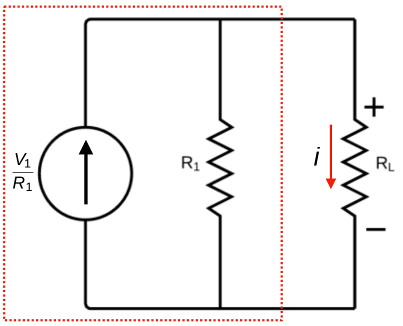


Figura 35-Aplicação do teorema da superposição ao circuito original.

Dessa forma, em um circuito elétrico, podemos substituir um arranjo de fonte por outro sem alterar o comportamento percebido nos terminais daquele arranjo como pode ser observado na Figura 36.

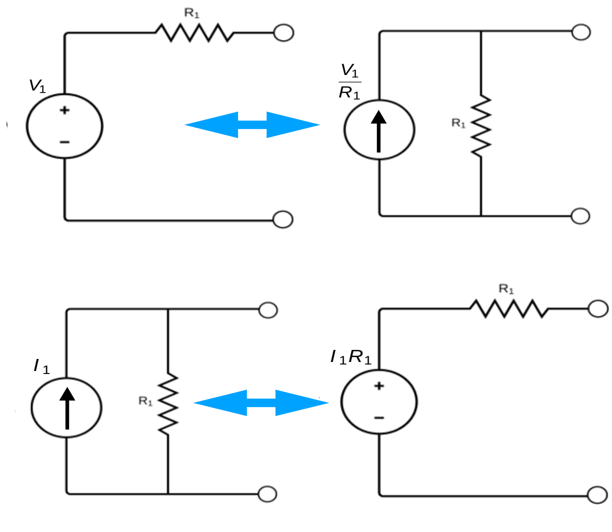


Figura 36-Substituição de fontes.

Uma pergunta que sempre surge sobre a transformação de fonte é:

Professora, o que acontece se houver uma resistência R_p em paralelo com a fonte de tensão ou uma resistência R_s em série com a fonte de corrente?"

Em ambos os casos, a resistência não tem nenhum efeito sobre o circuito equivalente que prevê o comportamento apenas em relação aos terminais a e b.

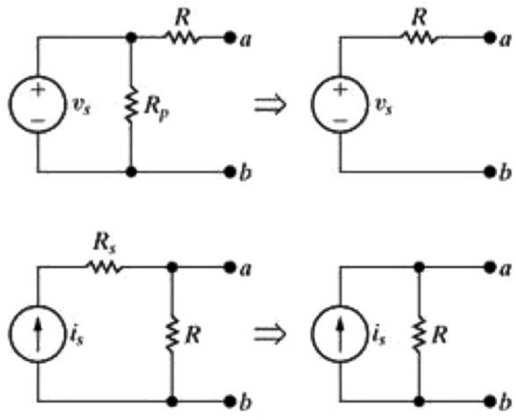


Figura 37-Efeito de uma resistência sobre o circuito equivalente.

8.2. Teorema de Thévenin

Frequentemente em certas análises de circuitos, o que mais nos interessa é sabe o que acontece em um par específico de terminais. Os teoremas de Thévenin e Norton são técnicas de simplificação de circuitos que estudam o comportamento de terminais e, por isso, são uma ajuda extremamente valiosa em análise de circuitos.

Nesta primeira aula abordaremos essas técnicas apenas para circuitos resistivos. No entanto, esses teoremas podem ser usados para representar qualquer circuito composto de elementos lineares. Ou seja, eles podem ser aplicados em análise de corrente alternada em um circuito com elementos resistivos, capacitivos e indutivos que serão abordados na próxima aula.

Então vamos ao que interessa, preparados para mais uma ferramenta?

O circuito equivalente de Thévenin, apresentado na Figura 38-A, representa um circuito qualquer composto por fontes (tanto independentes como dependentes) e resistores. Os extremos a e b representam os terminais de interesse.

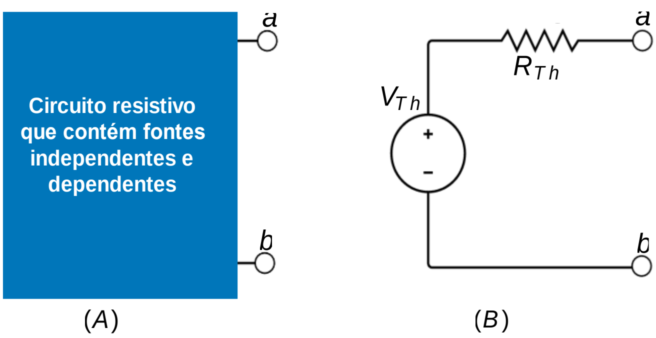


Figura 38-: (A) circuito original; (B) Circuito equivalente de Thévenin.

A Figura 38-B mostra o equivalente de Thévenin. Assim, um circuito equivalente de Thévenin pode ser representado como uma fonte de tensão independente V_{Th} em série com um resistor R_{Th}, que substitui uma interligação de fontes e resistores.

Essa combinação em série de V_{Th} e R_{Th} é equivalente ao circuito original no sentido de que, se ligarmos a mesma carga aos terminais a e b de cada circuito, obteremos as mesmas tensões e corrente nos terminais da carga. Essa equivalência vale para todos os valores possíveis de resistência de carga.

Portanto, o teorema de Thévenin estabelece que:

Um circuito linear com dois terminais pode ser substituído por um **circuito equivalente** que é composto por **uma fonte de tensão V_{TH} em série com um resistor R_{TH}**, onde V_{TH} é a tensão de circuito aberto nos terminais e R_{TH} é a resistência equivalente nos terminais quando as fontes são desligadas.

Para representar o circuito original por seu equivalente de Thévenin, temos que determinar a tensão de Thévenin V_{Th} e a resistência de Thévenin R_{Th}. Se a resistência da carga for infinitamente grande, temos uma condição de circuito aberto.

A tensão de circuito aberto nos terminais a e b do circuito pode ser visualizada na Figura 39.

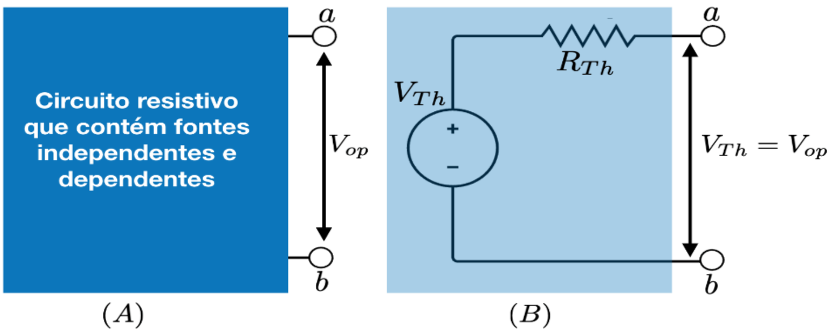


Figura 39-Cálculo da tensão de Thévenin.

Se os terminais a-b (fig.39-B) estão em circuito aberto (mediante a eliminação da carga) nenhuma corrente fluirá. Logo, a tensão de circuito aberto entre os terminais a-b é a própria V_{TH}.

Por hipótese, ela deve ser a mesma que a tensão de circuito aberto nos terminais a e b do circuito original. Portanto, para calcular a tensão de Thévenin V_{Th}, simplesmente calculamos a tensão de circuito aberto do circuito original.

Para calcular a resistência de Thévinin, vamos curto-circuitar fontes independentes de tensão e abrir fontes independentes de corrente. Ou seja, esse passo funciona como se aplicássemos uma fonte externa de tensão V_{ext} ou de corrente I_{ext} ao circuito como mostra a Figura (40).

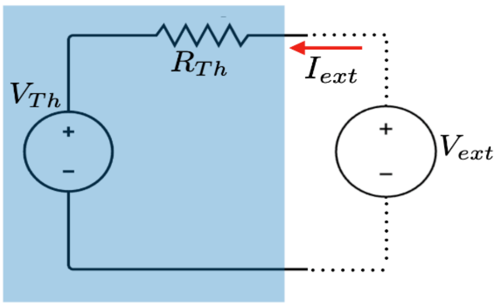


Figura 40-Cálculo da resistência de Thévenin.

A R_{TH} é a resistência equivalente vista dos terminais de entrada quando as fontes independentes se apagam. Logo,

$$R_{TH} = \frac{V_{ext}}{I_{ext}}$$

Perceba que a aplicação de uma fonte externa é apenas uma forma teórica de considerar uma resistência equivalente vista dos terminais a-b quando desconsideramos as fontes do circuito. De forma prática, você irá apenas desconsiderar as fontes e calcular uma resistência equivalente vista dos terminais.

Vai ficar mais fácil você assimilar esse procedimento com a questão que vamos resolver no final deste capítulo!

Ainda temos que analisar o comportamento de uma carga que pode ser ligada aos terminais a-b do circuito.

Considerando uma carga (R_L) ligada aos terminais do circuito, nós podemos obter facilmente a corrente (I_L) que passa por ela e a tensão na carga (V_L), após determinarmos o circuito equivalente de Thévenin. Dessa forma,

$$I_L = \frac{V_{TH}}{R_{TH}+R_L}$$

$$V_L = R_L I_L$$

Dessa forma tenha em mente que, para aplicar o circuito equivalente de Thévinin, devemos fazer duas considerações:

- A tensão de Thevenin (V_{Th}) é a tensão entre os terminais da carga quando o resistor de carga for aberto.
- A resistência de Thevenin (R_{Th}) é definida como a resistência equivalente entre os terminais da carga, quando as fontes de tensão e de correntes são reduzidas a zero.

8.3. Teorema de Norton

Um circuito equivalente de Norton consiste em uma fonte de corrente independente e paralelo com a resistência de Norton R_N. Podemos obtê-lo de um circuito equivalente de Thévinin por uma simples **transformação de fonte**, ou seja, a resistência de Norton R_N é igual a resistência Thévinin R_{Th}.

Assim, a corrente de Norton é igual a corrente de curto-circuito I_{cc} nos terminais de interesse.

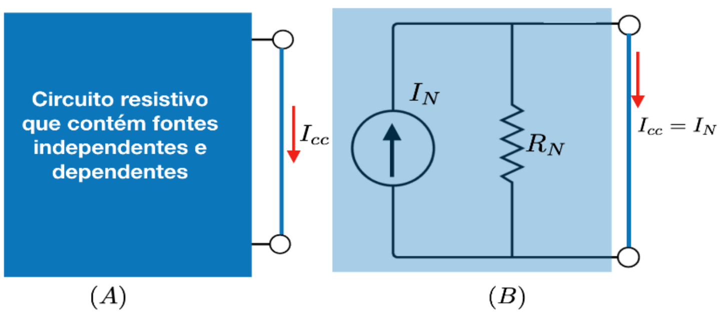


Figura 41-(A) circuito original; (B) Circuito equivalente de Norton.

A Figura 41-B mostra que a corrente de curto I_{cc} é igual à corrente de Norton I_N, pois na situação curto, toda a corrente do circuito irá passa integralmente pelo curto.

Pela regra da substituição de fonte temos:

$$R_N = R_{TH}$$

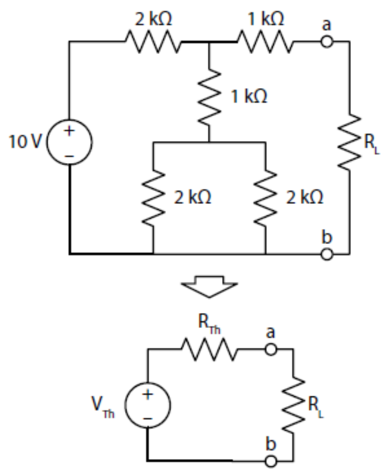
$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}$$

Dessa forma, o teorema de Norton estabelece que:

Um circuito linear de dois terminais pode ser substituído por um **circuito equivalente** que é composto por uma **fonte de corrente I_N em paralelo com um resistor R_N**, onde I_N é a corrente de curto-circuito e R_N é a resistência equivalente nos terminais quando as fontes independentes estão desligadas.

HORA DE PRATICAR!

(FEPESE-Engenharia de Telecomunicações-2018) Na figura abaixo é mostrado um circuito e o seu equivalente de Thevenin entre os pontos a e b.



Calcule a tensão e a resistência de Thévenin.

(A) $V_{th} = 5V$ e $R_{th} = 1k\Omega$

(B) $V_{th} = 5V \ e \ R_{th} = 2k\Omega$

(C) $V_{th} = 6V \ e \ R_{th} = 1k\Omega$

(D) $V_{th} = 6V \ e \ R_{th} = 2k\Omega$

(E) $V_{th} = 10V \ e \ R_{th} = 2k\Omega$

Resolução e comentários:

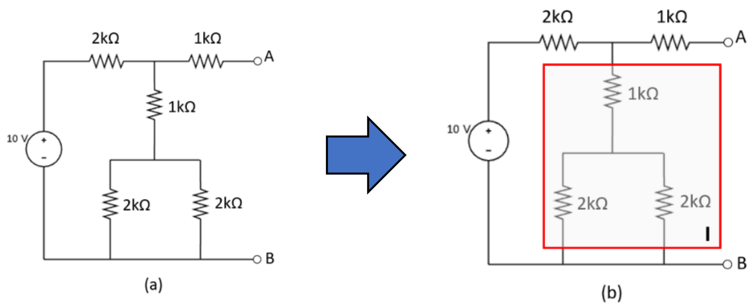
A questão solicita que você calcule a tensão e a resistência equivalente de Thévenin. O procedimento para resolver essa questão consiste em primeiramente calcular a tensão e, em seguida, a resistência de Thévenin levando em consideração as duas regras básicas:

I) A tensão de Thévenin (V_{Th}) é a tensão entre os terminais da carga quando o resistor de carga for aberto.

II) A resistência de Thévenin (R_{Th}) é definida como a resistência equivalente entre os terminas da carga, quando as fontes de tensão e de correntes são reduzidas a zero e o resistor de carga for aberto.

Cálculo da tensão de Thévenin:

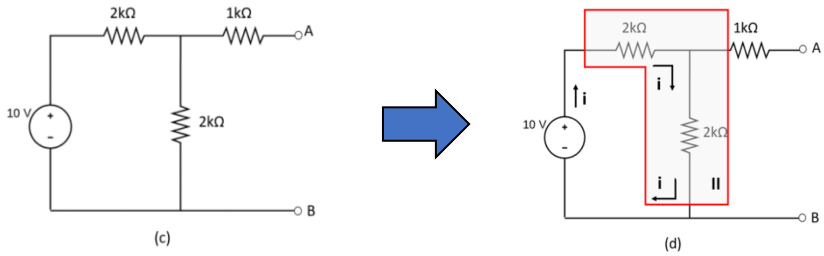
Para calcularmos a tensão de Thévenin primeiramente abrimos o resistor de carga R_L, o circuito resultante e mostrado na figura (a):



O resistor equivalente do bloco I é dado por:

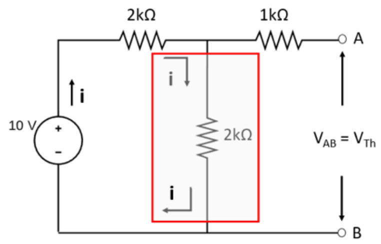
$$R_{eqI} = 1k\Omega + (2k\Omega \parallel 2k\Omega) \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{eqI} = 2k\Omega}$$

O circuito se resume agora ao circuito da figura (c) abaixo:



Como os terminais A e B estão abertos a corrente fornecida pela fonte circula apenas através dos resistores do bloco II (figura (d). Calculando o resistor equivalente do bloco II e aplicando a lei de ohm ao circuito da figura (d), encontramos a corrente **i** que percorre o circuito:

$$i = \frac{10V}{2k\Omega + 2k\Omega} \quad \Rightarrow \quad \boxed{i = 2{,}5mA}$$



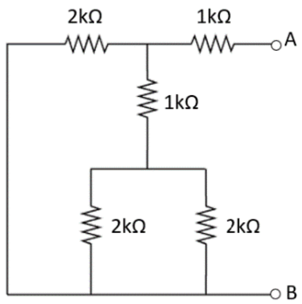
(e)

Aplicando novamente a lei de ohm para o resistor de 2kΩ assinalado na figura (e), podemos determinar a tensão entre os terminais A e B:

$$V_{Th} = V_{AB} = 2k\Omega \cdot 2{,}5\text{mA} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_{Th} = 5V}$$

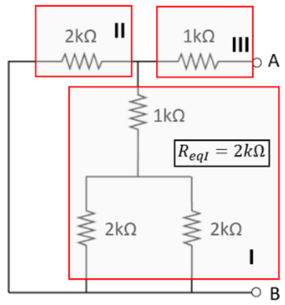
Cálculo da Resistência de Thévenin:

Para calcularmos a resistência de Thévenin, zeramos a fonte de tensão do circuito, abrimos o resistor de carga e calculamos o resistor equivalente entre os pontos A e B. O circuito modificado é apresentado na figura (f).



(f)

A Figura (g) mostra um esquema para calcularmos o resistor equivalente de Thévenin.



(g)

O resistor equivalente do bloco I (já foi calculado no item anterior), está em paralelo com o resistor de 2kΩ (bloco II), cujo resistor equivalente resultante está em série com o resistor de 1kΩ (bloco III). Aplicando a lei de ohm para essa associação de resistores, podemos determinar a resistência equivalente entre os pontos A e B:

$$R_{Th} = R_{eqAB} = 1k\Omega + (2k\Omega \parallel 2k\Omega) \Rightarrow \boxed{R_{Th} = 2k\Omega}$$

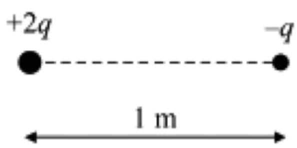
Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

9. QUESTÕES COMENTADAS

HORA DE PRATICAR!

1. (CESPE – TCE-PR – Eng. Elétrica - 2016) Considerando-se a figura precedente, que ilustra duas cargas elétrica de sinais contrários, $+2q$ e $-q$, separadas de $1,0\ m$, é correto afirmar que o campo elétrico resultante é nulo no ponto sobre a linha reta (horizontal) que passa pelas cargas localizado



A) entre cargas e mais próximo da carga negativa.
B) a menos de $2\ m$ à direita da carga negativa.
C) a mais de $2\ m$ à direita da carga negativa.
D) entre as cargas e mais próximo da carga positiva.
E) a mais de $2\ m$ à esquerda da carga positiva.

Resolução e comentários:

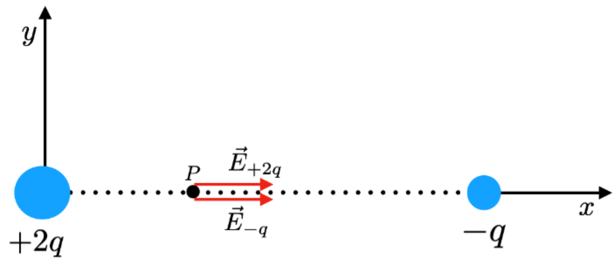
A questão solicita que você determine o ponto no qual o campo elétrico é nulo. Ela explora conceitos básico da Lei de Coulomb na forma de campo elétrico. Muitos alunos deslizam no caráter vetorial da força e do campo elétrico. Questão clássica sobre campo elétrico nulo na presença de duas cargas.

Campo elétrico entre as cargas:

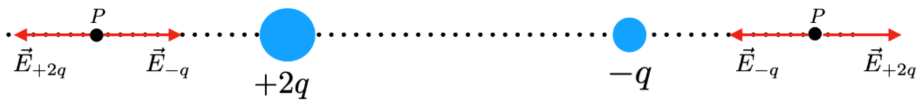
Vamos começar analisando os itens (a) e (d) no qual afirmam que o ponto de campo elétrico resultante está entre as cargas.

Sabemos que cargas positivas produzem no espaço em todas as direções um campo de afastamento, enquanto cargas negativas produzem um campo de aproximação. Na Figura abaixo apresenta graficamente um ponto arbitrário $\boldsymbol{P}$ entre as cargas e seus devidos campos elétricos.

Nessa situação (cargas de sinais opostos) é impossível obter um campo elétrico nulo, pois os dois vetores têm a mesma direção e sentido.



Um local possível para o ponto $\boldsymbol{P}$ representar o campo elétrico resultante nulo será à direta de $-\boldsymbol{q}$ ou à esquerda de $+\boldsymbol{2q}$, como mostra a Figura.



Campo elétrico à direita da carga (-q):

Pelo que foi explanado, o ponto P poderia estar à direita da carga negativa e à esquerda da carga positiva. Certo? Sim! Só que para o campo elétrico ser nulo isso só poderia acontecer no caso específico em que as cargas tivessem o mesmo valor em módulo.

No caso da questão, como a carga positiva tem uma magnitude maior, a única possibilidade dos campos elétricos resultantes de cada carga se anularem vai ser a situação em que o ponto P estiver mais perto da carga de menor magnitude (no nosso caso, a negativa).

Mas porque, professora?

Pela própria equação do campo elétrico (que depende de forma diretamente proporcional de *q* e inversamente proporcional da distância a *r),* podemos observar que, para compensar o valor da carga positiva, a distância tem que ser maior.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

O ponto P sempre estará do lado da carga mais fraca em módulo!

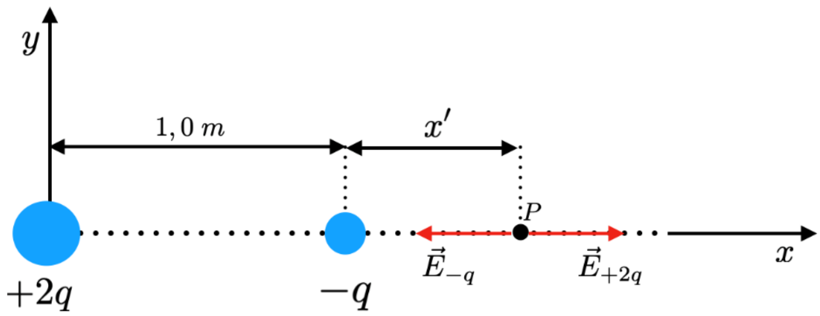
Pense o seguinte...

Como que o campo elétrico produzido pela carga de maior magnitude vai conseguir produzir um campo elétrico que vai "empatar" com o da mais fraca?

O módulo da carga positiva é maior, mas quando o ponto P está à direta da carga negativa, a distância *r* vai ser também maior. Ou seja, uma coisa vai compensar a outra.

Por outro lado, a carga negativa é mais fraca (por ter uma magnitude menor), mas está mais perto do ponto P. A questão agora é saber a que distância...

Então, vamos considerar o ponto $\boldsymbol{P}$ situado a direita da carga $-\boldsymbol{q}$, como mostra a próxima figura.



Calculando o campo resultante sobre o ponto $\boldsymbol{P}$ e já utilizando a condição de que nesse ponto o campo resultante é nulo, temos

$$\vec{E}_R = \vec{E}_{+2q} - \vec{E}_{-q} = 0$$

$$\vec{E}_{+2q} = \vec{E}_{-q}$$

Trabalhando a equação em módulo, ou seja, para que o campo resultante seja nulo é necessário que os módulos dos vetores campo elétrico sejam iguais.

$$\left|\vec{E}_{+2q}\right| = \left|\vec{E}_{-q}\right|$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{(x'+1)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x')^2}$$

Simplificando,

$$\frac{2}{(x'+1)^2} = \frac{1}{(x')^2}$$

Chegamos à seguinte equação do segundo grau:

$$x'^2 - 2x' - 1 = 0$$

Resolvendo,

$$x'_1 = 1 + \sqrt{2} \cong 2{,}41\ m$$

$$x'_1 = 1 - \sqrt{2} \cong -0{,}41\ m$$

Ou seja, o ponto P deve estar à direita da carga positiva, à uma distância de aproximadamente 2,41 metros. Vamos considerar a segunda raiz da equação? Não, pois o valor negativo significa que o ponto P estaria entre as cargas e, como já estudamos, o campo elétrico resultante nessa situação não seria nulo. Matematicamente o valor do campo produzido por cada uma seriam iguais, mas fisicamente eles teriam o mesmo sentido.

Analisando cada alternativa,

A) A alternativa está **incorreta**, pois o campo elétrico resultante quando o ponto P está entre as cargas de sinais opostos não pode ser nulo.

B) A alternativa está **incorreta**, pois a menos de dois metros à direita da carga negativa não satisfaz a condição para o vetor resultante ser nulo.

C) A alternativa está **correta**. Conforme calculamos, o ponto P de fato deve estar a mais de 2 metros à direita da carga negativa (-q).

D) A alternativa está **incorreta**, pela mesma justificativa da letra A.

E) A alternativa está **incorreta**. Conforme foi analisado, o ponto P sempre estará do lado da carga mais fraca em módulo, que no caso é a negativa(-q) e não a positiva (+2q)!

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

2. (UFPR - Pref. Municipal de Curitiba – Eng. Eletricista – 2019) Duas esferas iguais, eletricamente carregadas com $+140\ \mathrm{mC}$ e $-154\ \mathrm{mC}$, e separadas de uma distância fixa d se atraem com uma força de intensidade $6,6\ \mathrm{mN}$ (d é suficientemente grande para que os raios das esferas possam ser desconsiderados). Em seguida, mantidas nas mesmas posições, as duas esferas são colocadas eletricamente em contato até que as cargas se redistribuam (o condutor usado é suficientemente fino para que se despreze a carga distribuída sobre ele). Depois de removido esse condutor, a força de interação entre as duas esferas passa a ser de:

Obs.: O valor de $\mathrm{k_0}$ pode ser considerado como $9\ \mathrm{x}10^9\ \mathrm{N/m^2C^{-2}}$.

(A) $15\ \mu\mathrm{N}$ (repulsão)

(B) $150\ \mu\mathrm{N}$ (atração).

(C) $150\ \mu\mathrm{N}$ (repulsão).

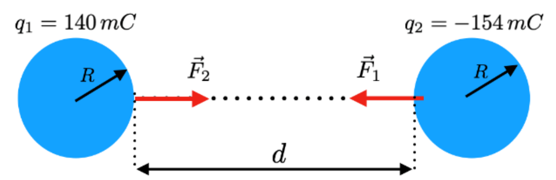
(D) $2904\ \mathrm{mN}$ (atração)

(E) $2904\ \mathrm{mN}$ (repulsão).

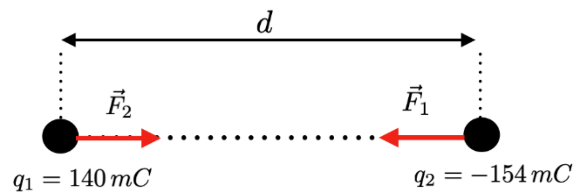
Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a força de interação entre as duas esferas após a redistribuição de cargas.

O problema explora conceitos de conservação da carga elétrica e aplicação direta da Lei Coulomb. A questão afirma que duas esferas iguais e carregadas com cargas diferentes, estão separadas por uma distância d. Essa distância d deve ser considerada grande o suficiente para que os efeitos eletrostáticos das esferas sejam análogos aos de cargas puntiformes, ou seja, deve-se desconsiderar os raios das esferas.



Considerando d muito grande, temos



Para solucionar o problema, iremos dividir a solução em três análises.

1. O valor de d é determinado utilizando a Lei de Coulomb. Sabendo que a interação entre as cargas obedece a terceira Lei de Newton, ou seja, as forças têm a mesma intensidade, direção e sentidos opostos, $|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}| = |\vec{F}|$.

$$\begin{aligned} |\vec{F}| &= k_0\frac{|q_1||q_2|}{d^2} = 6,6\ mN \\ &= \sqrt{k_0\frac{|q_1||q_2|}{|\vec{F}|}} = \sqrt{(9.10^9) \times \frac{(140.10^{-3}) \times (154.10^{-3})}{(6,6).10^{-3}}} \\ d &= 171,46.10^{-3}\ m \end{aligned}$$

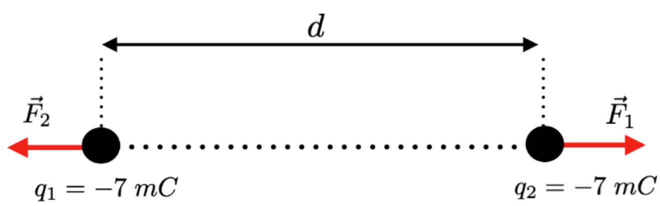
2. Quando as esferas forem conectadas, haverá um movimento em frações de segundos dos portadores de carga para atingir a nova condição de equilíbrio. No equilíbrio as duas esferas estarão no mesmo potencial V, pois qualquer diferença de potencial entre elas implicaria um campo elétrico no fio, portanto, uma corrente elétrica.

Após atingido o equilíbrio eletrostático, as cargas das duas esferas serão redistribuídas, pois temos um único condutor resultante do contato das duas esferas. Pelo princípio da conservação da carga elétrica, temos que a carga total do sistema antes do contato $(q_1 + q_2)$ deve ser igual a carga total do sistema após o contato $(q_1' + q_2')$.

Aprendemos que toda carga em excesso de um condutor em equilíbrio se distribui em sua superfície externa. Como as esferas têm as mesmas dimensões, então após a retirada do contato, as esferas dividirão a carga total, ou seja, $(q_1' + q_2') = (q + q)$.

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= 2q \\ q &= \frac{(q_1 + q_2)}{2} \\ &= -7.10^{-3}\ C \end{aligned}$$

3. Após a condição de equilíbrio devido o contato, as esferas restabelecem suas posições originais. Com o objetivo de quantificar a nova interação, aplicaremos novamente a Lei de Coulomb. Agora teremos uma interação repulsiva. Vamos escrever as novas interações da seguinte forma, $|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}| = |\vec{F'}|$.



$$\begin{aligned} |\vec{F'}| &= k_0 \frac{|q_1||q_2|}{d^2} \\ &= (9.10^9) \times \frac{(7.10^{-3})^2}{(171,46.10^3)^2} \\ &= 1,5.10^{-5}\ N = 15.10^{-6}\ N = 15\ \mu C \end{aligned}$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

3. (CESPE - SLU -DF – Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item abaixo, acerca de eletromagnetismo.

A força que atua sobre uma carga pontual colocada em um campo elétrico produzido por outra carga pontual terá a mesma direção do vetor intensidade do campo elétrico.

Resolução e comentários:

Essa questão explora o conceito vetorial da lei de Coulomb e do campo elétrico. O vetor campo elétrico é dado pela força por unidade carga imersa nesse campo elétrico: $\vec{E} = \vec{F}q_0$. Essa expressão revela a natureza vetorial entre campo elétrico e força elétrica, ou seja, o campo e a força elétrica têm a mesma direção.

Lembre-se que o sentido entre o vetor força elétrica e o vetor campo elétrico dependerá da relação de atração ou repulsão entre as cargas analisada!

Se a carga teste for positiva, o campo elétrico e a força elétrica terão o mesmo sentido! Se a carga teste for negativa, o campo elétrico e a força elétrica terão sentidos contrários!

Portanto,

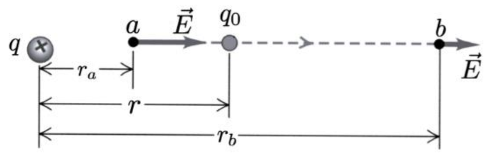
O item é **verdadeiro**.

4. (CESPE - SLU -DF– Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item a seguir.

Em um campo eletrostático, a diferença de potencial entre dois pontos depende da trajetória entre esses pontos; assim, o campo realiza trabalho quando uma carga se movimenta em trajetória fechada dentro desse campo.

Resolução e comentários:

A força eletrostática tem uma característica muito especial, ou seja, ela é conservativa!



O trabalho realizado pela força elétrica para transportar em equilíbrio uma carga em uma trajetória aberta de ***a*** até ***b*** é cada por:

O resultado mostra que o trabalho depende apenas das posições finais e iniciais, ou seja, independe da trajetória.

$$\frac{W_{a\to b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = V_a - V_b$$

$$\begin{aligned} W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F}.d\vec{r} &= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}dr \\ &= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) \end{aligned}$$

As expressões acima relacionam a diferença de potencial com o trabalho, mostrando que a diferença de potencial também independe da trajetória.

Portanto,

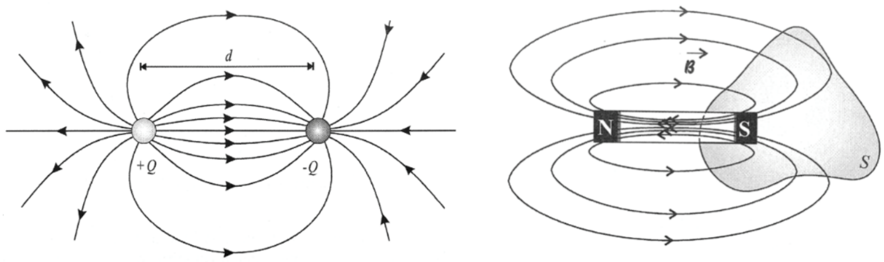
O item é **falso**.

5. (CESPE - SLU-DF– Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item a seguir.

Assim como as linhas de fluxo elétrico, as linhas de fluxo magnético são sempre fechadas sobre si mesmas.

Resolução e comentários:

Na figura abaixo comparamos os campos elétrico (campo característico de um dipolo elétrico) e magnético (campo característico de um ímã).



(a) (b)

Perceba que o campo elétrico (dipolo) "nasce" na carga $+\boldsymbol{Q}$ e "morre" na carga $-\boldsymbol{Q}$, dessa forma, temos **linhas de campo aberto** para o campo elétrico.

As linhas de campo magnético são **linhas fechada**, elas entram pelo pólo sul e saem pelo pólo norte. Assim, quando envolvemos um dos pólos com uma superfície fechada $\boldsymbol{S}$, como mostra a Figura (b), o número de linhas de campo que atravessam a superfície fechada para fora é exatamente igual ao número de linhas que atravessam a superfície para dentro, o que faz com que o fluxo de campo magnético através da superfície fechada seja nulo.

Portanto,

O item é **falso**.

6. (UFPR - ITAIPU – Eng. Elétrica – 2019) Duas pequenas esferas condutoras, idênticas, possuem cargas de $\boldsymbol{2,0 \times 10^{-9}\ C}$ e $\boldsymbol{-0,5 \times 10^{-9}\ C}$. Assinale a alternativa que apresenta, respectivamente, a força entre elas quando estiverem separadas por $\boldsymbol{4\ cm}$, e a força entre elas quando forem postas em contato e novamente separadas por $\boldsymbol{4\ cm}$.

A) $-0{,}86 \times 10^{-5}\ N$ e $4{,}58 \times 10^{-6}\ N$
B) $0{,}56 \times 10^{-5}\ N$ e $3{,}16 \times 10^{-6}\ N$
C) $-0{,}20 \times 10^{-5}\ N$ e $1{,}82 \times 10^{-6}\ N$

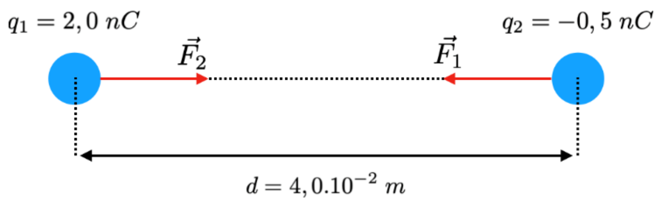
D) $0{,}32 \times 10^{-5}\ N$ e $1{,}95 \times 10^{-6}\ N$
E) $0{,}44 \times 10^{-5}\ N$ e $-2{,}20 \times 10^{-6}\ N$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a força entre as esferas quando elas estiverem separadas por $4\ cm$, e a força entre elas quando forem postas em contato e novamente separadas por $4\ cm$.

Vamos começar analisando a interação eletrostática utilizando a Lei de Coulomb...

Sabendo que $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$, temos



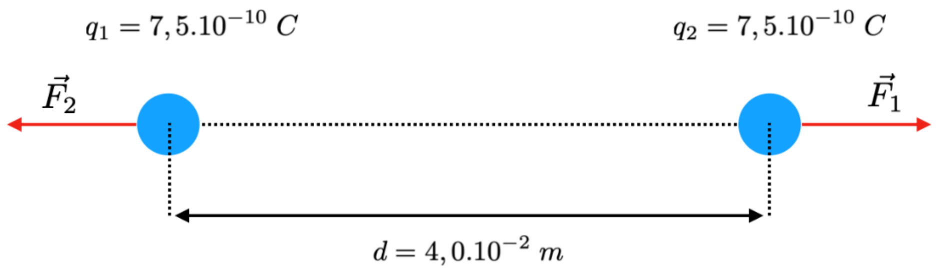
$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{d^2} \\ &= (9.10^9) \times \frac{(2.10^{-9}) \times (0,5.10^{-9})}{(4.10^{-2})^2} \\ &= 0,56.10^{-5}\ N \end{aligned}$$

Com essa análise já poderíamos definir o gabarito, mas vamos prosseguir com a resolução.

Próximo passo é verificar qual é carga final das esferas após o contato. Após o contato, o sistema ficará sob o mesmo potencial, de tal forma que a carga será redistribuída igualmente entre as esferas, pois elas são idênticas. Usando o princípio da conservação da carga, a carga total antes do contato ($\boldsymbol{q_1 + q_2}$) deverá ser igual a carga total após o contato ($\boldsymbol{q_1' + q_2' = 2q}$).

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= q_1' + q_2' = 2q \\ q_1 + q_2 &= 2q \\ q &= \frac{(2.10^{-9}) - (0,5.10^{-9})}{2} \\ q &= 7,5.10^{-10}\ C \end{aligned}$$

Agora vamos calcular a intensidade da nova interação após o contato e restabelecida a posição original das esferas.



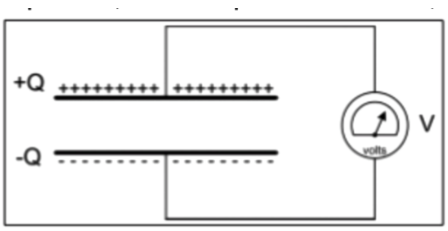
A força de repulsão será:

$$
\begin{aligned}
F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{d^2} \\
&= (9.10^9) \times \frac{(7,5.10^{-10})^2}{(4.10^{-2})^2} \\
&= 3,16.10^{-6}\ N
\end{aligned}
$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

7. (CS UFG - profissional de Engenharia (SANEAGO) – Eng. Elétrica – 2019) A figura a seguir mostra um capacitor de placas paralelas. As placas do capacitor estão separadas por ar e o capacitor está carregado com carga Q. Nesta condição, a diferença de potencial ente as placas do capacitor, medida pelo voltímetro, é V. O voltímetro é ideal. Em um segundo momento, foi introduzido um material dielétrico (constante dielétrica superior à do ar) entre a placas do capacitor. Nesta nova condição, a diferença de potencial entre as placas do capacitor



A) Sofre redução.
B) Sofre aumento.
C) Permanece constante.
D) Diminui para zero.

Resolução e comentários:

Essa questão exige do aluno conceitos qualitativos sobre o comportamento de dielétrico e capacitores. O que o aluno não pode esquecer é que ao inserir um dielétrico entre as placas dos capacitores, o potencial da placa diminui $\boldsymbol{V < V_0}$.

Outra informação importante é sobre a carga acumulada nas placas do capacitor. Para a carga $\boldsymbol{Q}$ ser alterada, as dimensões do capacitor (características geométricas) precisam ser modificadas. Dessa forma, ao inserir um dielétrico, o potencial diminui, a carga permanece constante e, consequentemente a capacitância vai aumentar $\boldsymbol{C = Q/V}$.

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

8. (IADES – Analista Legislativo (ALEGO) – Engenheiro Eletricista – 2019) Duas placas condutoras retangulares de comprimento x e largura y são colocadas em paralelo a uma distância d uma da outra, e, entre elas é inserido um dielétrico com permissividade relativa ε_r. Esse conjunto possui capacitância C. Com base nessas informações, é correto afirmar que, se

A) O dielétrico for trocado para um dielétrico com um terço de ε_r, C será triplicada.
B) d for dobrada, C será dobrada.
C) x e d forem dobrados, C não se alterará.
D) y e d forem dobrados, C quadruplicará.
E) x for triplicada, C será diminuída para um terço do valor original.

Resolução e comentários:

O problema exige do aluno competências de análise quantitativa sobre o capacitor de placas paralelas. Sabemos que a capacitância é uma grandeza que varia diretamente com os parâmetros geométricos do capacitor (área das placas / dimensões) e com as características do meio inserido entre as placas. A capacitância tem uma relação inversamente proporcional com a distância entre as placas.

A expressão da capacitância para o capacitor de placas paralelas é dada por:

$$C = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{d}$$

A permissividade relativa é

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\kappa \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \kappa$$

Ou seja, a permissividade absoluta é a própria constante dielétrica.

Analisando cada item, temos:

(A) Utilizando um novo material com $\boldsymbol{\varepsilon_r' = \varepsilon_r/3}$, teremos a seguinte capacitância:

$$C' = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{3d} = \frac{C}{3}$$

A nova capacitância $\boldsymbol{C'}$ é um terço da capacitância original. (**item- Errado**)

(B) Dobrando a distância entre as placas, temos: $\boldsymbol{d' = 2d}$

$$C' = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{2d} = \frac{C}{2}$$

A nova capacitância diminui pela metade. (**item- Errado**)

(C) Como as placas têm formas retangulares, a área é $\boldsymbol{A = x.y}$. Se $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{d}$ são dobrados, temos:

$$C' = \frac{\kappa \varepsilon_0 (2xy)}{2d} = \frac{\kappa \varepsilon_0 (xy)}{d} = C$$

A nova capacitância não se altera. (**item- Correto**)

(D) Da mesma forma do item (c), dobrando $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{d}$ teremos a mesma capacitância original. (**item- Errado**)

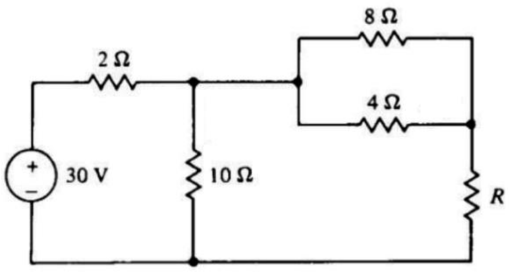
(E) Se $\boldsymbol{x}$ for triplicado, a nova capacitância também será triplicada. (**item- Errado**)

$$C' = \frac{\kappa \varepsilon_0 (3xy)}{d} = 3C$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

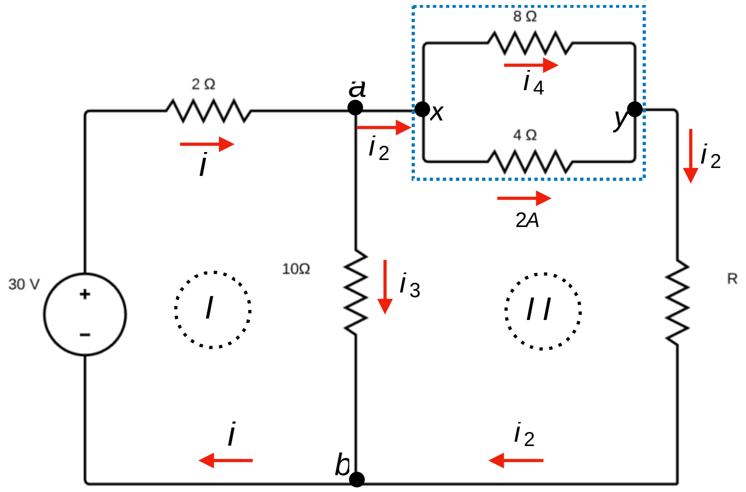
9. (Cespe - Polícia Científica - PE - Eng. Elétrica - 2016) Se no circuito elétrico apresentado, a corrente que flui pelo resistor de 4Ω é $2A$, então o valor da resistência de R, em ohms, é igual à



A) 3
B) 4
C) 6
D) 9
E) 1

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor da resistência *R*. Para resolver essa questão, considere a figura abaixo.



Analisando o nó a podemos escrever:

$$i = i_2 + i_3$$

Sabemos que os resistores de 8Ω e 4Ω compartilham os nós x e y, ou seja, estão em paralelo. Esses resistores estão sob a mesma diferença de potencial dos pontos x e y. Como foi informado o valor da corrente que atravessa o resistor de 4Ω, podemos calcular a queda de tensão sobre ele utilizando a lei de Ohm.

$$V_{xy} = (2A).(4\Omega) = 8V$$

Como o resistor de 8Ω está sob a mesma diferença de potencial de $8V$, podemos encontrar a corrente que atravessa esse resistor. Chamando de i_4 a corrente que passa pelo resistor de $8\ \Omega$, temos:

$$i_4 = \frac{V_{xy}}{8\Omega} = \frac{8V}{8\Omega} = 1A$$

Analisando o nó x podemos encontrar a corrente i_2,

$$i_2 = i_4 + 2A = 3A$$

Agora vamos analisar as elevações e quedas de tensão no ramo (I)

Caminhando no sentido horário, obtemos a seguinte equação,

$$30 - 2i - 10i_3 = 0 (I)$$

Para o ramo (II), temos:

$-8 - i_2R + 10i_3 = 0(II)$

Perceba que ao caminhar sobre os resistores de 8Ω e 4Ω que estão em paralelo não precisamos encontrar a resistência equivalente entre eles, pois já sabemos que a queda de tensão entre ele é $-8V$.

Vamos chamar de ramo (III), o ramo mais externo do circuito, ou seja, o ramo que desconsidera a malha ab. As elevações e quedas de tensão sobre esse ramo será:

$30 - 2i - 8 - i_2R = 0(III)$

Somando as equações (II) e (III)

$$\begin{cases} -8 - \mathrm{i}_2\mathrm{R} + 10\mathrm{i}_3 = 0 \\ 30 - 2\mathrm{i} - 8 - \mathrm{i}_2\mathrm{R} = 0 \times (-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8 - \mathrm{i}_2\mathrm{R} + 10\mathrm{i}_3 = 0 \\ -30 + 2\mathrm{i} + 8 + \mathrm{i}_2\mathrm{R} = 0 \end{cases}$$

Simplificando, obtemos:

$-30 + 2(i_2 + i_3) + 10i_3 = 0(IV)$

$-30 + 2\mathrm{i}_2 + 12i_3 = 0$

Como $i_2 = 3A$, então

$i_3 = 2A(V)$

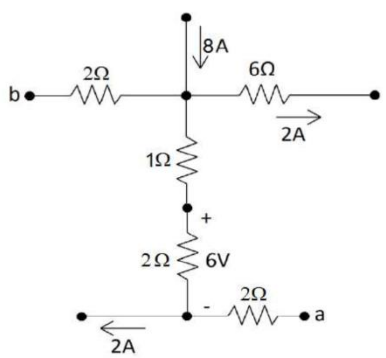
Substituindo a equação (V) na equação (II),

$10i_3 - 8 = 3R \quad \Rightarrow \quad R = 4\Omega$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

10. (FGV – Prefeitura de salvador – BA – Analista – Engenharia Elétrica - 2019) Na figura a seguir são apresentadas correntes elétricas em três ramos e tensão em um dos resistores.

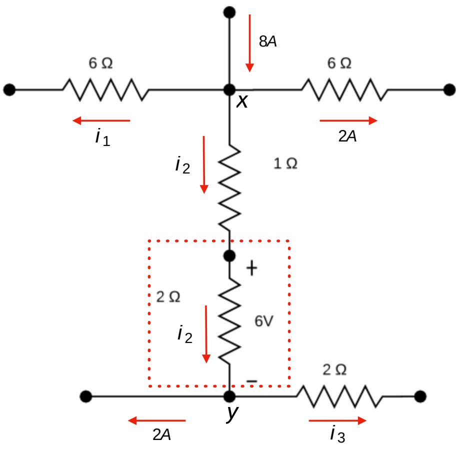


A diferença de potencial V_{ab} desse circuito, em volts, é igual a

A) 17
B) 5
C) 15
D) -5
E) -17

Resolução e comentário:

A questão solicita que você calcule a diferença de potencial V_{ab} do circuito. Para resolvê-la, considere a figura abaixo.



Observamos uma distribuição da corrente $8A$ sobre o nó x. Essa divisão de corrente pode ser representada matematicamente por:

$$i_1 + i_2 + 2A = 8A \qquad (I)$$

A questão informa a queda de tensão sobre um dos resistores. Representamos essa queda de tensão por V_{xz}. Aplicando a lei de Ohm sobrea região delimitada entre os nós x e z, tem-se:

$$i_2 = \frac{V}{R} = \frac{6V}{2\Omega} = 3A \qquad (II)$$

Substituindo a equação (II) em (I), determinaremos a corrente i_1.

$$i_1 = 3A$$

Aplicando a conservação da corrente sobre o nó z, obteremos a corrente i_3.

$$i_3 = 1A$$

O próximo passo será analisar as elevações e quedas de tensões caminhando do ponto a até o ponto b.

Veja que, se adotarmos uma corrente entrando no ponto a e saindo no b (ou seja de a até b ou Vab), teremos a aplicação da lei de Kirchhoff das tensões da seguinte forma:

$$V_{ab} = -2 - 6 - 3 + 6$$

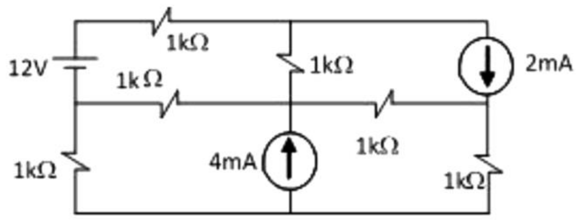
Perceba também que o sinal da tensão é a polaridade do terminal que encontramos primeiro a medida que percorremos o caminho considerado. Neste caso, no sentido de a até b. Se fosse o contrário seria de **b** até **a** e inverteríamos no sinal. Dessa forma,

$$V_{ab} = -5\,V$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

11. (FGV – Senado Federal – Engenharia Elétrica - 2008) O menor número de equações de malha para se resolver o circuito a seguir é:



A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

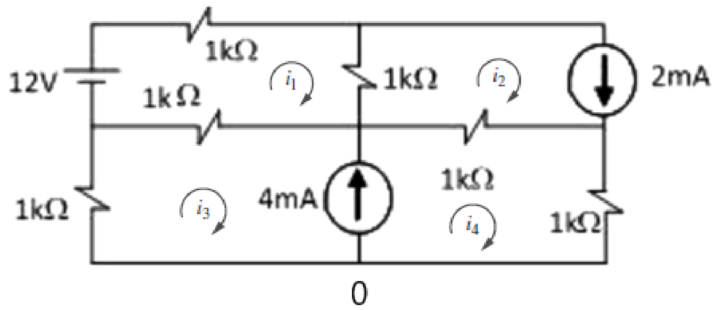
Resolução e comentário:

A questão solicita que você determine o menor número de equações de malha necessárias para resolver o circuito. O procedimento para resolver essa questão consiste em analisar o circuito aplicando o método das malhas. O primeiro ponto que devemos perceber é que esse circuito possui fontes de correntes.

Conforme estudamos na seção 7.3.1, devemos primeiramente verificar se as fontes de corrente existem em apenas uma malha e/ou se são comuns a mais de uma. No caso do circuito dessa questão, ocorrem os dois casos.

À princípio teríamos 4 equações de malha, pois temos 4 malhas no circuito. No entanto, as fontes de corrente do circuito causam restrições que reduzem o número de equações (o que facilita nossa análise). Dessa forma, vamos verificar quais são essas restrições para que possamos determinar quantas equações serão necessárias para determinar as correntes que circulam em cada malha.

Atribuindo as correntes de malha para cada malha respectiva, temos tal circuito:



Vamos analisar cada malha separadamente.

Malha 1:

Aplicando a LKT, temos a seguinte equação de malha:

$$-12 + Ri_1 + R(i_1 - i_2) + R(i_1 - i_3) = 0$$

Malha 2:

Essa malha possui uma fonte de corrente não compartilhada por outra malha. Conforme estudamos para o primeiro caso da seção 7.3.1:

Quando existir uma fonte de corrente apenas em uma malha, devemos considerar que a corrente que circula nessa malha é igual ao valor da fonte de corrente. Logo,

$$i_2 = 2\,mA$$

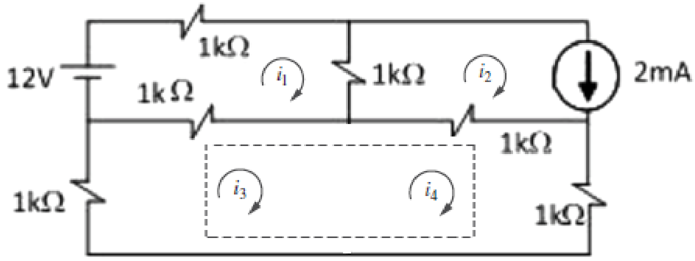
Observe que já reduzimos 1 equação, pois já temos o valor de i_2!

Supermalha:

As malhas 3 e 4 possuem uma fonte de corrente comum. Conforme estudamos no caso 2 da seção 7.3.1:

Quando uma fonte de corrente estiver entre duas malhas, devemos criar uma supermalha, excluindo a fonte de corrente e quaisquer elementos em série ligados a ela.

A supermalha pode ser vista no circuito equivalente abaixo:



Aplicando a LKT à supermalha teremos a seguinte equação de malha:

$$R(i_3) + R(i_3 - i_1) + R(i_4 - i_2) + R(i_4) = 0$$

Aplicando a LKC ao nó 0 (no ramo em que as duas malhas apresentam uma interseção), temos que:

$$i_4 = i_3 + 4$$

Logicamente, você não pode considerar essa equação como uma equação de malha, dado que acabamos de aplicar a LKC (lei de Kirchhoff das correntes)! Ela é uma necessidade vinculada à análise da supermalha!

Agora fica a pergunta do enunciado da questão... Qual o número mínimo de equações de malha para resolver o circuito?

O número mínimo de equações de malha para resolver o circuito é igual a 2. Note que uma equação foi "embora" pela restrição causada pela fonte de corrente de 2m A e a outra foi embora pela restrição causada pela fonte de corrente de 5 mA (fonte compartilhada entre as malhas 3 e 4). Das quatro, sobraram duas!

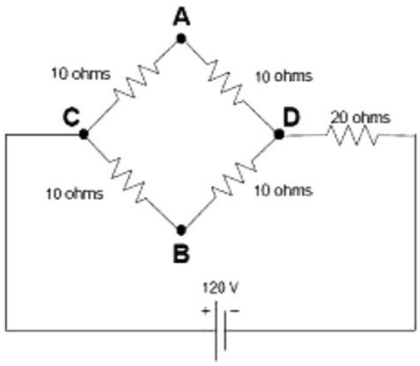
Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

Perceba que nem precisamos resolver o sistema de equações para resolver essa questão! Mas seria possível resolvê-lo apenas com as duas equações de malha que definimos.

Considerando a equação da super malha, temos (por substituição) que a equação resultante dependerá apenas de i_3 e i_1, já que sabemos o valor de i_2. Da mesma forma, a equação da malha 1 também depende apenas de i_3 e i_1. Logo, possuímos duas equações e duas incógnitas. Ou seja, um sistema linear possível e determinado.

12. (FGV – TJ – AM – Engenharia Elétrica - 2013) Analise o equivalente de Thévenin a seguir. Visto entre os pontos A e D e tendo o resistor 10Ω entre esses pontos como sendo a carga a ser alimentada por esse equivalente, é composto, respectivamente, por uma fonte e um resistor de:



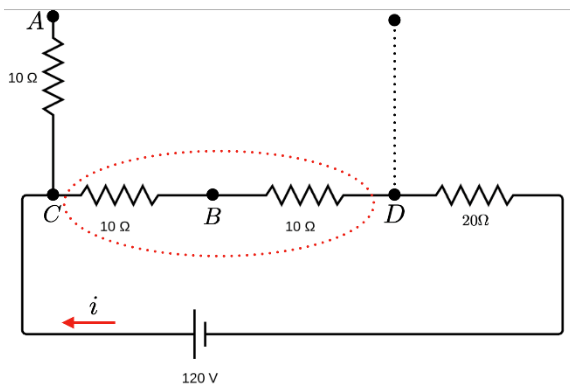
A) $60V$ e 20Ω ligados em série.
B) $60V$ e 20Ω ligados em paralelo.
C) $40V$ e 20Ω ligados em série.
D) $40V$ e 20Ω ligados em paralelo.
E) $60V$ e 10Ω ligados em série.

Resolução e comentário:

A questão solicita que você calcule a tensão e a resistência de Thévenin. Inicialmente já descartamos os itens B) e D), pois uma fonte em paralelo com um resistor não representa o equivalente de Thévenin.

Primeiro passo: Calcular a tensão de Thévenin V_{Th}.

Iremos abrir o circuito entre os pontos A e D, como poder ser visualizado na figura abaixo



Seguindo nas simplificações, observamos os resistores de 10Ω em série resultando em um equivalente de 20Ω.

A corrente total do circuito será:

$$i = \frac{V}{R_{eq}},$$

Onde R_{eq} é resultado dos resistores em série de 20Ω e 20Ω. Logo,

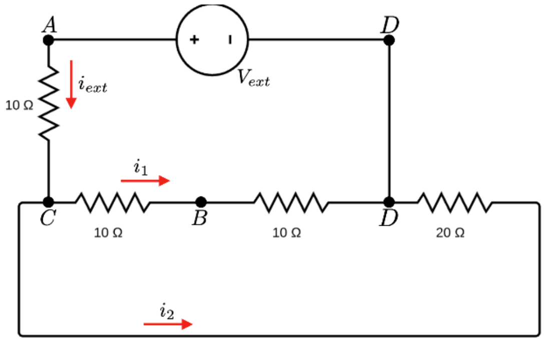
$i = 120V\ /40\Omega = 3A$

A tensão de Thévenin será igual à queda de tensão entre C e D.

$V_{Th} = V_{CD} = i(20\Omega) = (3A)(20\Omega) = 60V.$

Segundo passo: Calcular a resistência de Thévenin.

Nessa etapa iremos deixar em curto as fontes independentes de tensão e abrir as fontes independentes de corrente. Dessa forma, teremos a seguinte configuração para o circuito:



No nó $\boldsymbol{C}$, sabemos que:

$i_{ext} = i_1 + i_2 (I)$

Caminhando nas duas malhas, temos:

$V_{ext} - 10\ i_{ext}\ - 20i_1 = 0(II)$

$-20i_2 + 20i_1 = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 = i(III)$

Substituindo (III) em (I)

$i_{ext} = 2i$

Desenvolvendo a equação (II), temos:

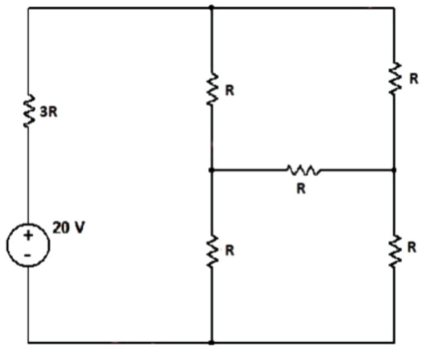
$V_{ext} - 10\ i_{ext}\ - 20\ i_1 = 0$

$V_{ext} - 40\ i = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{ext}}{i_{ext}} = R_{Th} = 20\Omega$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

13. (FUNDATEC – Prefeitura de Gramado - RS – Engenheiro Eletricista - 2019) Encontre o valor de R de modo que a potência fornecida pela fonte seja de $200\ mW$.

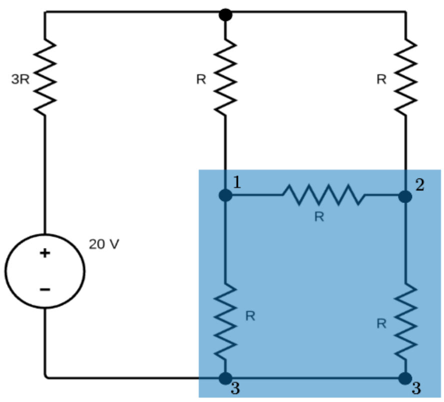


A) 460Ω
B) 470Ω
C) 480Ω
D) 490Ω
E) 500Ω

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor da resistência *R.* Para resolver essa questão, utilizaremos uma transformação $\boldsymbol{\Delta - Y}$.

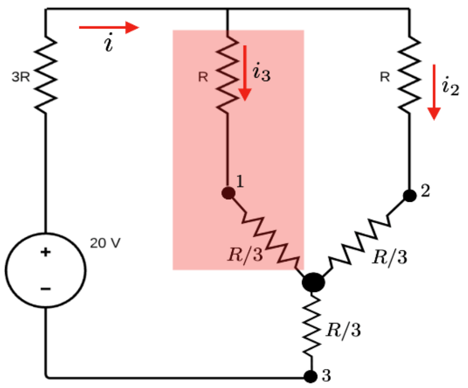
Na região demarcada no circuito temos um arranjo do tipo triângulo. Nosso objetivo é simplificar a região de azul transformando-a em um arranjo do tipo estrela.



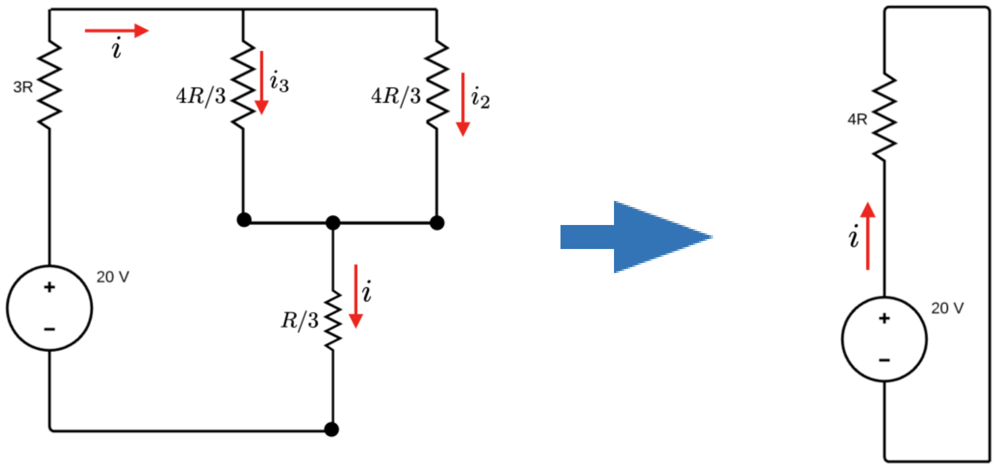
Como o valor das resistências são iguais, temos um sistema equilibrado. Nestas condições, as fórmulas de conversão se tornam:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} = \frac{R}{3}$$

O circuito na nova configuração em função da estrela apresenta resistências em série e em paralelo.



Na região destacada de vermelho temos claramente os resistores $\boldsymbol{R}$ e $\boldsymbol{R/3}$ em série, onde sua equivalência terá resistência de $\boldsymbol{4R/3}$. Logo, temos um circuito mais simplificado que pode ser visto na figura abaixo.



Calculando a corrente total, temos:

$$V = Ri \Rightarrow 20V = 4Ri$$

$$i = \frac{20}{4R}$$

A potência fornecida pela fonte é $P = 200\ mW$.

Dessa forma, o valor da resistência pode ser determinado utilizando a seguinte expressão:

$$P = iV \Rightarrow 200.10^{-3} = \frac{20}{4R}20$$

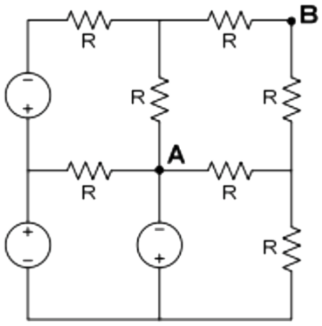
Logo,

$$R = 500\Omega$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

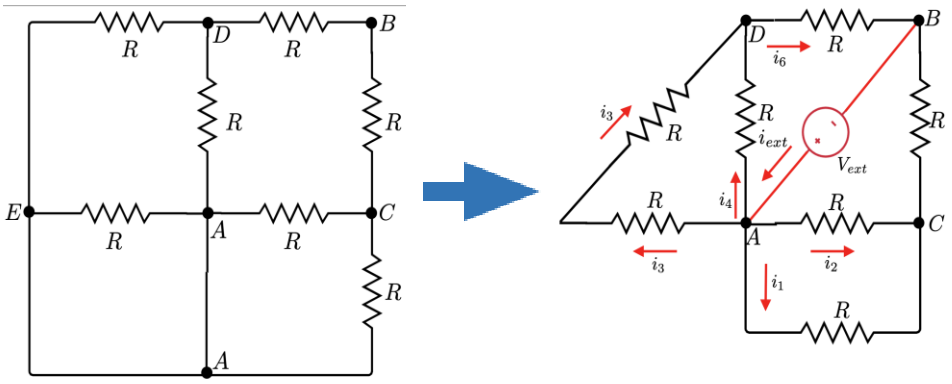
14. (FGV – Prefeitura de Salvador – BA – Analista – Engenharia Elétrica - 2019) Considere o circuito a seguir, composto apenas por fontes ideais de tensão e resistores de resistência R. A resistência equivalente de Thévenin, vista dos terminais A-B, é:



A) $0{,}20R$
B) $0{,}50R$
C) $0{,}75R$
D) $1{,}50R$
E) $2{,}00R$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a resistência equivalente de Thévenin vista dos terminais AB. Para determinar a resistência de Thévenin, vamos deixar em curto todas as fontes de tensão independentes. Para facilitar a análise, vamos redesenhar o circuito.



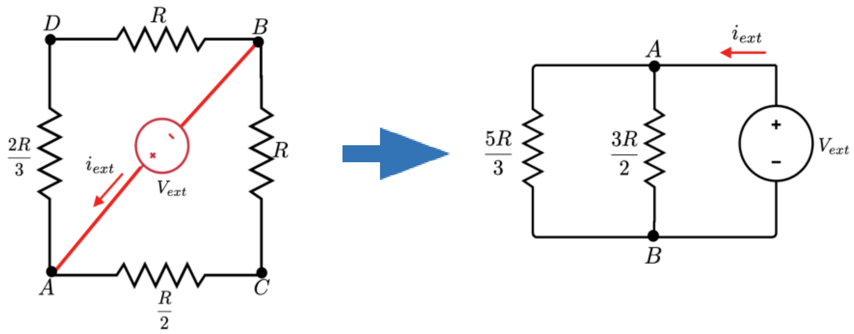
Com esse novo desenho fica mais fácil identificar quais resistores estão em série e em paralelo. A resistência equivalente entre os nós A e D, será:

$$R_{AD} = (2/3)R$$

A resistência equivalente entre os nós A e C, será:

$$R_{AC} = R/2$$

Agora teremos a seguinte configuração:



Em nossa última configuração, teremos um resistor equivalente de resistência

$$R_{eq} = (15/19)R$$

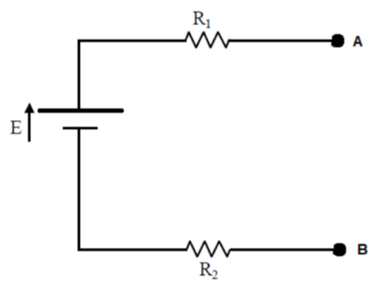
Logo,

$$R_{eq} = R_{Th} = 0{,}79R\ \Omega.$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

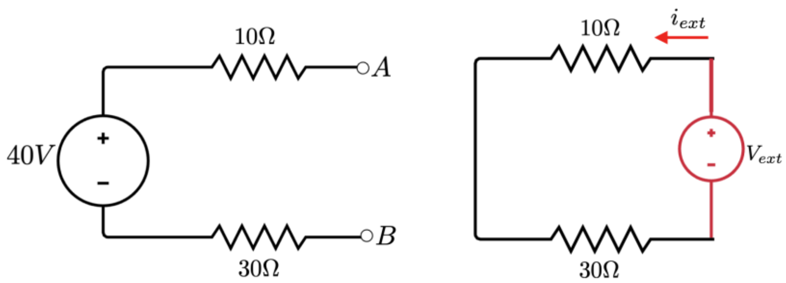
15. (FGV – DPE - RJ – Engenharia – Elétrica - 2014) A figura abaixo apresenta um circuito composto pela fonte E e pelos resistores R_1 e R_2. A ddp da fonte é igual a $40V$ e os resistores são, respectivamente, iguais a 10Ω e 30Ω. Entre os terminais A e B é conectada uma carga resistiva. O valor dessa carga, de modo que a potência dissipada seja a máxima, e o valor dessa potência são respectivamente:



A) 40Ω e $10W$
B) 40Ω e $50W$
C) 20Ω e $30W$
D) 20Ω e $10W$
E) 10Ω e $10W$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine o valor da carga conecta aos terminais ab do circuito. Para resolver a questão considere a figura abaixo



Aplicando equivalência de Thévenin, teremos que a tensão de Thévenin é a mesma tensão de circuito aberto, ou seja,

$$V_{Th} = 40V.$$

Para calcular a resistência de Thévenin R_{Th}, iremos deixar em curto a fonte independente de tensão como mostra a figura ao lado.

$$V_{ext} = i_{ext}\, R_{Th} \quad \Rightarrow \quad R_{Th} = 40\Omega$$

Com esse valor podemos descartar os itens C), D) e E).

Considerando uma carga (R_L) ligada aos terminais do circuito, nós podemos obter facilmente a corrente (I_L) que passa por ela e a tensão na carga (V_L), após determinarmos o circuito equivalente de Thévenin. Dessa forma,

$$I_L = \frac{V_{TH}}{R_{TH}+R_L}$$

A equação da potência em função da corrente e resistência, é dada por

$$P = i^2 R_L$$

Logo,

$$P = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th}+R_L}\right)^2 R_L = V_{Th}^2/4R_L.$$

Simplificando, temos $R_L = R_{Th}$. Assim temos,

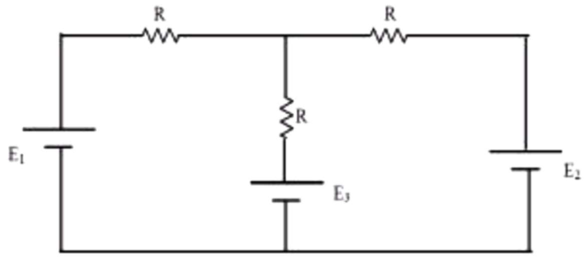
$$P = \left(\frac{V_{Th}}{R_{Th}+R_L}\right)^2 R_L = V_{Th}^2/4R_L.$$

$$P = V_{Th}^2/4R_{Th} = (40V)^2/[4 \times (40\Omega)] = 10W.$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

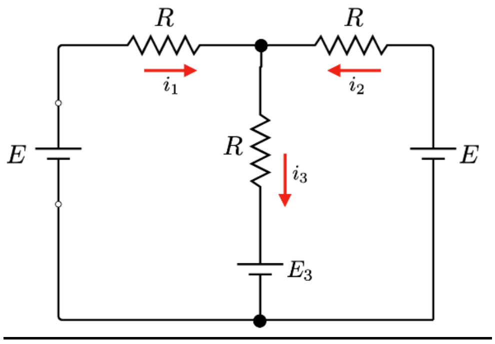
16. (DPE – RJ – FGV – 2014 –Engenharia Elétrica) A figura abaixo apresenta um circuito composto por três resistores iguais a R e três fontes contínuas E_1, E_2 e E_3. Os valores de E_1 e E_2 são iguais a E. Para que a corrente elétrica no ramo central do circuito seja igual a zero, a fonte E_3 deve ser igual a



A) $E/4$
B) $E/2$
C) E
D) $2E$
E) $4E$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor da fonte E₃. As correntes que passam por cada resistor podem ser identificadas na figura abaixo.



Aplicando a Lei de Kirchhoff dos nós, temos:

$$i_1 + i_2 = i_3$$

Sabendo que $\boldsymbol{i_3}$ deve ser nulo, podemos aplicar a Lei de Kirchhoff das malhas:

$$E - i_1 R - E_3 = 0$$

$E - i_2 R - E_3 = 0$

Somando as duas equações, determinamos que:

$E_3 = E$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

17. (FGV – DPE – RJ – Engenharia Elétrica - 2014) Considere as afirmativas abaixo a respeito dos materiais isolantes, condutores, dielétricos e semicondutores.

I. A resistividade de um material condutor diminui com o aumento da temperatura.
II. O material dielétrico pode acumular energia no seu interior.
III. A resistividade de um material isolante ou semicondutor diminui com o aumento da temperatura.

Assinale se

A) Somente a afirmativa I estiver correta.
B) Somente a afirmativa II estiver correta.
C) Somente a afirmativa III estiver correta.
D) Somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
E) Somente as afirmativas II e III estiveres corretas.

Resolução e comentários:

I) A afirmativa está **incorreta**. A resistividade dos materiais condutores aumenta com a temperatura.

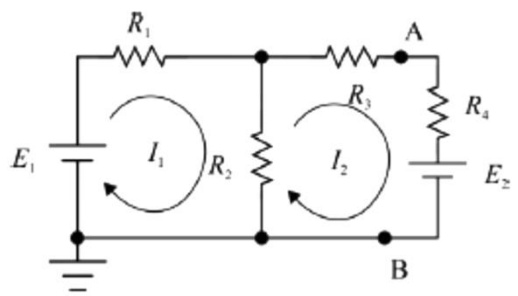
II) A afirmativa está **correta**. Os materiais isolantes conseguem armazenar energia na forma de campo elétrico em seu interior. Um exemplo bem prático são os capacitores, eles recebem em sua armadura um material isolante.

III) A afirmativa está **correta**. A resistividade dos materiais isolantes e semicondutores diminui com a temperatura!

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

18. (CESPE – ABIN – Engenharia Elétrica - 2018) O modelo de Thévenin equivalente ao circuito que se encontra à esquerda dos pontos A e B, ou seja, o circuito obtido pela retirada do resistor R_4 e da fonte E_2, é formado por uma tensão de Thévenin V_{Th} e resistência de Thévenin R_{Th} dada por:

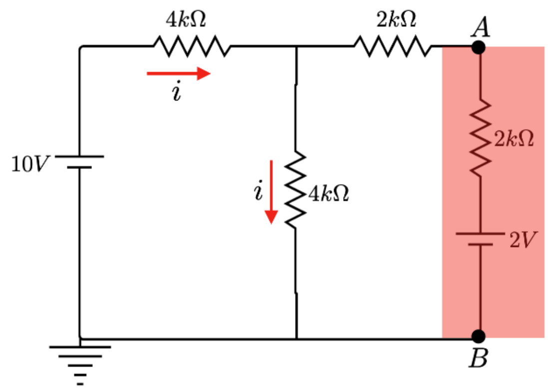


Considere que todos os componentes do circuito sejam ideais e que $E_1 = 10V$, $E_2 = 2V$, $R_1 = R_2 = 4k\Omega$, $R_3 = R_4 = 2k\Omega$.

A) $5V$ e $4k\Omega$
B) $1V$ e $20k\Omega$
C) $15V$ e $20k\Omega$
D) $5V$ e $2k\Omega$
E) $10V$ e $1k\Omega$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a tensão e a resistência de Thévenin. Ao abrir o circuito entre os pontos A e B, a corrente apenas circulará no primeiro ramo do circuito, como pode ser visto na figura abaixo.



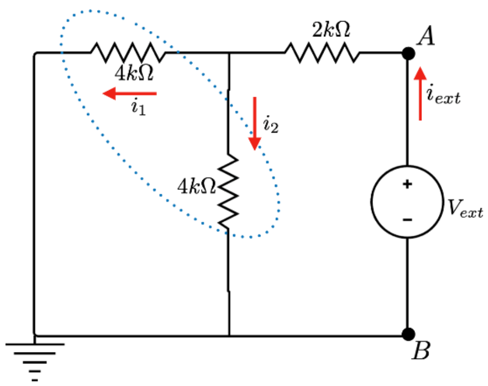
Para determinar a corrente $\boldsymbol{i}$, vamos montar a equação da malha.

$$10 - 4k\ i - 4k\ i = 0 \quad \Rightarrow \quad i = 1{,}25\ m\ A$$

Para determinar a tensão de Thévenin iremos caminhar do potencial $\boldsymbol{V_A}$ no sentido anti-horário analisando as quedas e elevações de tensão:

$$V_A - [4\,.(10^3)] \times (1{,}25.\,10^{-3}) = 0 \ \Rightarrow \ V_{th} = 5V$$

Para calcular a resistência de Thévenin, temos a configuração abaixo.



Agora ficou mais fácil simplificar a configuração atual do circuito, pois os resistores de $4k\Omega$ estão em paralelo resultando em um resistor equivalente de $2k\Omega$.

Dessa forma, a resistência será de:

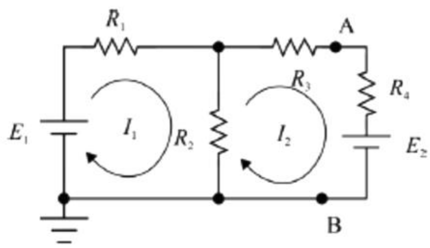
$$R_{Th} = 4k\Omega.$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

19. (CESPE – ABIN – Engenharia Elétrica - 2018) O modelo de Norton equivalente ao circuito que se encontra à esquerda dos pontos A e B, ou seja, o circuito obtido pela retirada do resistor R_4 e da fonte E_2, é formado por uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência equivalente de Norton dada por:

A) $1{,}2A$ e $4k\Omega$
B) $20A$ e $2k\Omega$
C) $2A$ e $2k\Omega$
D) $1{,}25\ mA$ e $4k\Omega$
E) $1{,}2A$ e $2k\Omega$

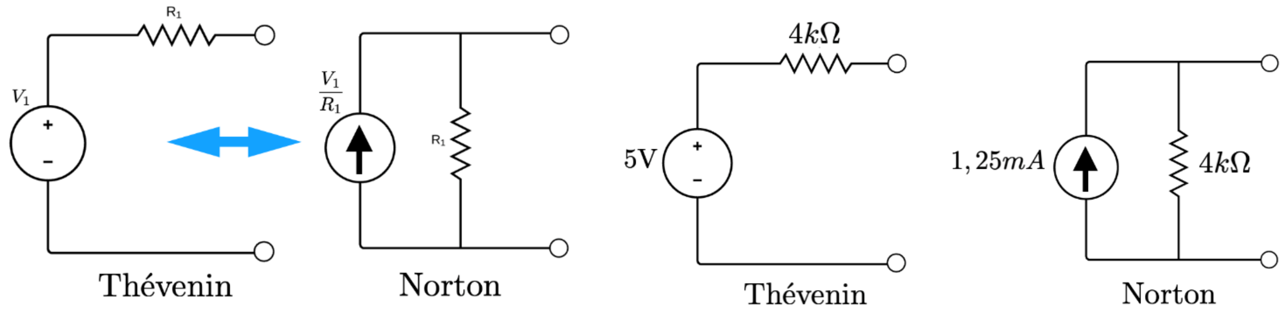


Resolução e comentários:

Perceba que esse circuito é o mesmo da questão 17, pois essas questões foram retiradas da mesma prova e faiam referências ao mesmo circuito.

Essa questão avalia bem o candidato em relação aos conceitos de equivalência dos modelos de Thévenin e Norton.

Como a questão 17 já foi solucionada pelo método de Thévenin, iremos apenas converter de Thévenin para Norton, ok?



Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

20. (CESPE – TCE-PA – Engenharia Elétrica - 2016) Considere as afirmativas abaixo a respeito dos elementos e métodos de análise de circuitos elétricos lineares.

I. De acordo com as leis de Kirchhoff, a soma das correntes que percorrem uma malha de um circuito fechado é igual a zero.
II. Conforme o teorema de Thévenin, um circuito elétrico linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente, ou seja, um circuito formado por uma fonte de tensão paralela a um resistor.
III. Um supernó é formado por uma fonte de tensão conectada entre dois nós de um circuito.

Assinale se

A) Somente a afirmativa I estiver correta.
B) Somente a afirmativa II estiver correta.
C) Somente a afirmativa III estiver correta.
D) Somente as afirmativas I e II estiverem corretas.
E) Somente as afirmativas II e III estiveres corretas.

Resolução e comentários:

I) A afirmativa está **incorreta**.

Lei dos nós de Kirchhoff: a soma algébrica de todas as correntes que entram ou saem de um nó é igual a *zero*, ou seja, $\sum \boldsymbol{I} = \mathbf{0}$. Em um circuito em onde a corrente pode ser dividir, a soma das correntes que chegam na junção (nó) deve ser igual à soma das correntes que saem da junção.

Lei das malhas de Kirchhoff: a soma algébrica de todas as diferenças de potenciais através de uma malha, incluindo os elementos resistivos e a fem de todas as fontes, deve ser igual a *zero*, ou seja, $\sum V = 0$.

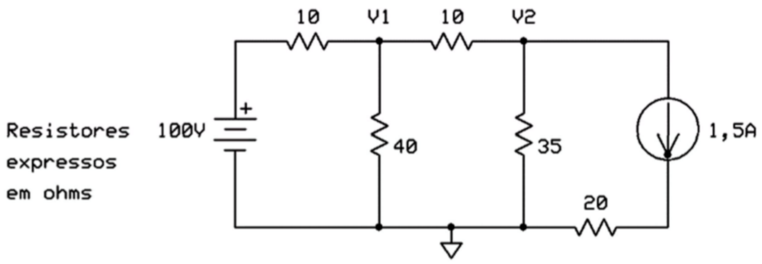
II) A afirmativa está **incorreta**. O método de Thévenin é formado por um circuito equivalente constituído de uma fonte de tensão em série com um resistor.

III) A afirmativa está **correta**. Este item corresponde à definição de supernó.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

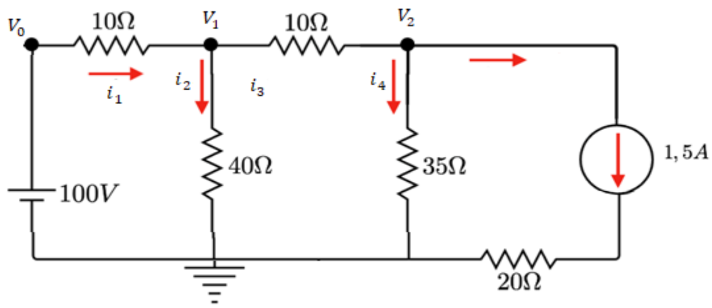
21. (UFPR – Prefeitura de Curitiba – Engenharia Elétrica - 2019) O valor da SOMA das tensões nodais V_1 e V_2 é de:



A) $90V$.
B) $95V$.
C) $100V$.
D) $105V$
E) $110V$.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor da soma das tensões dos nós V_1 e V_2. O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar o método dos nós, já que nos interessa achar as tensões de um determinado nó. Dessa forma, considere a figura abaixo com o respectivo nó de referência (ponto aterrado).



Analisando o nó 1

Considerando a Lei de Kirchhoff para as correntes, temos que:

$i_1 = i_2 + i_3$

A corrente $i_1$que entra no nó 1 é dada por:

$i_1 = \frac{V_0 - V_1}{10} = \frac{100 - V_1}{10}$

A corrente i_2 que sai do nó 1 é dada por:

$i_2 = \frac{V_1 - 0}{40} = \frac{V_1}{40}$

A corrente i_3 que também sai do nó 2 é dada por:

$i_3 = \frac{V_1 - V_2}{10}$

Logo, pela lei dos nós temos:

$\frac{100 - V_1}{10} - \frac{V_1}{40} - \frac{V_1 - V_2}{10} = 0$

Simplificando,

$9V_1 - 4V_2 = 400 \quad I$

Analisando o nó 2

Considerando a Lei de Kirchhoff para as correntes, temos que:

$i_3 = i_4 + 1{,}5$

Ou seja, 1,5 A relativo à fonte de corrente no último ramo do circuito.

Conforme foi determinado, a corrente $i_3$que entra no nó 2 é dada por:

$i_3 = \frac{V_1 - V_2}{10}$

Já a corrente i_4 que sai do nó 2 é dada por:

$i_4 = \frac{V_2 - 0}{35} = \frac{V_2}{35}$

Logo, pela lei dos nós temos:

$\frac{V_1 - V_2}{10} - \frac{V_2}{35} - 1{,}5 = 0$

Simplificando,

$$-7V_1 - 9V_2 = -105 \quad II$$

Portanto, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 9V_1 - 4V_2 = 400 \\ -7V_1 - 9V_2 = -105 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, temos que:

$$V_1 = 60\ V$$

$$V_2 = 35\ V$$

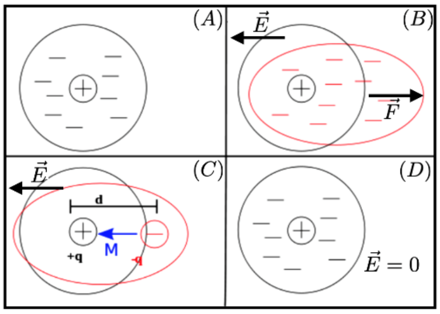
Logo,

$$V_1 + V_2 = 95\ V$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

22. (FGV – Prefeitura de Salvador – BA – Engenharia Elétrica - 2019) Nos materiais dielétricos, a mobilidade dos portadores de cargas elétricas é quase nula, ficando os mesmos praticamente fixos no seu interior e permitindo uma ínfima passagem de corrente sob ação de um campo elétrico. O campo aplicado, provoca um deslocamento reversível dos centros de cargas positivas e negativas do material dielétrico, conhecido como



A) Efeito corona
B) Fotoionização
C) Permissividade relativa
D) Polarização
E) Rigidez dielétrica

Resolução e comentários:

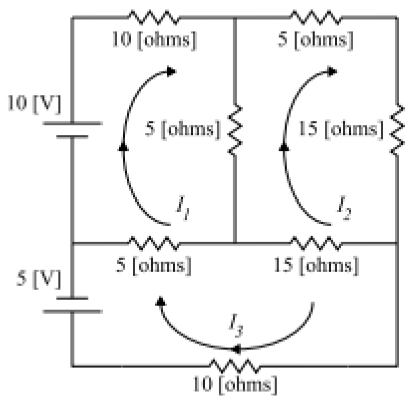
A polarização dielétrica é o fenômeno de deslocamento reversível dos elétrons dos átomos ou moléculas de um material isolante quando submetido a um campo elétrico externo $\vec{E}_{ext}$.

Em (A) temos o átomo neutro. Em (B) o átomo está submetido a um campo elétrico externo. A ação do campo elétrico desloca o centro de massa do átomo, pois os portadores negativos estão sob uma força elétrica $\vec{F}$, dando origem ao que chamamos de POLARIZAÇÃO. Quando o campo elétrico é retirado (em (D)), o átomo restitui sua configuração original.

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

23. (Pref. São José dos Campos-VUNESP-2017) Pode-se empregar o método de análise de malhas para a determinação das correntes indicadas no circuito apresentado. Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, as equações de análise de malhas, na forma matricial, considerando esse circuito.



(A) $\begin{bmatrix} 20 & -5 & -5 \\ -5 & 40 & -15 \\ -5 & -15 & 30 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 20 & -5 & 5 \\ -5 & 40 & -15 \\ -5 & -15 & 30 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 20 & -5 & 5 \\ -5 & 40 & -15 \\ -5 & -15 & 30 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 20 & -5 & -5 \\ -5 & 40 & -15 \\ -5 & -15 & 30 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 20 & 5 & 5 \\ -5 & 40 & -15 \\ -5 & -15 & 30 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você monte as equações da análise das malhas da forma matricial considerando o circuito da figura.

Conforme foi explanado, o método das malhas pode ser aplicado apenas por inspeção do circuito. Isto nos economiza tempo e simplifica a análise. Os termos diagonais correspondem à soma das resistências da malha correspondente. Os outros termos (não diagonais) correspondem aos negativos das resistências comuns às malhas.

Para o circuito da questão, temos então o seguinte sistema de equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (10+5+5) & -(5) & -(5) \\ -(5) & (5+15+15+5) & -(15) \\ -(5) & -(15) & (5+15+10) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Simplificando os termos:

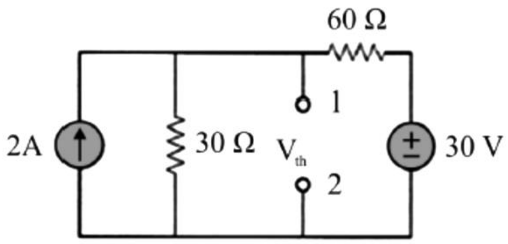
$$\begin{bmatrix} 20 & -5 & -5 \\ -5 & 40 & -15 \\ -5 & -15 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

Note que a tensão na malha 3 deve ser negativa, pois os terminais estão invertidos! Assim, existe uma queda de tensão.

24. (CESPE – STJ – Engenharia Elétrica - 2015) Considerando o circuito elétrico e seu equivalente de Thévenin com relação aos terminais 1 e 2, a tensão de Thévenin é

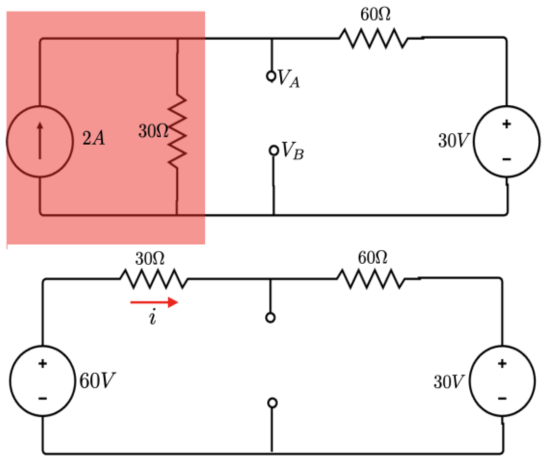


A) $150V$.
B) $20V$.
C) $50V$.
D) $10V$.
E) $90V$.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a tensão de Thévenin. O procedimento para resolver essa questão consiste em fazer uma substituição de fonte de corrente para fonte de tensão e seguir nas simplificações do circuito.

O circuito simplificado é ilustrado pela figura abaixo.



Para o cálculo da corrente, temos:

$$60V - 30\,i - 60\,i - 30\,V = 0 \quad \Rightarrow \quad i = 0{,}33\,A$$

Caminhando de V_A até V_B, analisaremos as quedas e elevações de tensões no sentido horário.

$$V_A - [60.(0{,}33)] - 30 = V_B$$

Assim,

$$V_A - V_B = V_{Th} = 50V$$

Portanto,

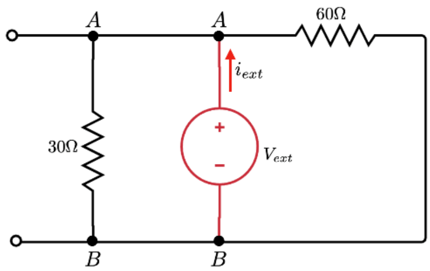
A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

25. (CESPE – STJ – Engenharia Elétrica - 2015) Considerando o circuito elétrico e seu equivalente de Thévenin com relação aos terminais 1 e 2, a resistência de Thévenin é

A) 150Ω.
B) 20Ω.
C) 50Ω.
D) 10Ω.
E) 90Ω.

Resolução e comentários:

Ainda considerando o circuito da questão 24, agora a questão solicita o cálculo da resistência de Thévenin. Para o cálculo da resistência de Thévenin, iremos abrir as fontes independentes de corrente e aplicar um curto nas fontes independentes de tensão. Dessa forma, considere o circuito abaixo.



Com a nova configuração do circuito fica fácil visualizar que os resistores de 30Ω e 60Ω estão em paralelo.

Então a resistência de Thévenin equivale a:

$$R_{Th} = [(30\Omega).(60\Omega)]/90\Omega = 20\Omega.$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

26. (EBSERH-AOCP-Engenheiro eletricista-2016) Sobre as equações de Maxwell, assinale a alternativa correta.

A) A equação$\nabla \times \vec{B} = 0$ estabelece que o campo magnetostático apresenta fontes e sumidouros distintos.

B) A equação $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ define que o campo magnetostático é conservativo, considerando $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \neq 0$

C) A equação $\rho_V = \nabla \cdot \vec{D}$ estabelece que a densidade de volumétrica de carga é igual a divergência da densidade de fluxo elétrico.

D) A equação $\rho_V = \nabla \cdot \vec{D}$ estabelece que a densidade volumétrica de fluxo magnético é igual ao gradiente da densidade de fluxo elétrico.

E) A equação $\vec{E} = -\nabla \cdot \mathrm{V}$ define que $\vec{E}$ é o gradiente de V, em que a direção de $\vec{E}$ é a mesma em que V cresce.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as alternativas acerca de fundamento de eletricidade e magnetismo. Para resolver a questão, vamos julgar cada alternativa separadamente.

A) A alternativa está **incorreta**. Na verdade, a equação $\nabla \cdot B = 0$ é uma das quatro equações de Maxwell e mostra que o campo magnetostático não tem fontes nem sumidouro. Assim, as linhas de campo magnético são sempre contínuas. Veremos sobre magnetismo de forma mais aprofundada em outra aula.

B) A alternativa está **incorreta**. Essa equação é a terceira equação de Maxwell (Lei de Ampere na forma diferencial e representa a característica de que o campo magnetostático não é conservativo.

C) A alternativa está **correta**. Essa equação representa a primeira equação de Maxwell e estabelece que a densidade de volumétrica de carga é igual a divergência da densidade de fluxo elétrico.

D) A alternativa está **incorreta**, pois essa equação trabalha com a divergência e não com o gradiente.

E) A alternativa está **incorreta**, pois , além dessa equação a está relacionada com o gradiente e não o divergente, o sinal negativo mostra que a direção de E é oposta à direção em que V cresce.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

27. (EBSERH-AOCP-Engenheiro eletricista-2016) O Engenheiro Eletricista utiliza o conhecimento de Campos Elétricos para analisar e projetar equipamentos e processos que envolvam eletricidade, sendo isso de importância fundamental para o exercício da sua profissão. De acordo com as definições de Campos Elétricos Estáticos, assinale a alternativa correta.

A) Uma linha de fluxo elétrico é definida como uma trajetória cuja orientação, em qualquer ponto, é a orientação do campo magnético nesse ponto.

B) Quando duas cargas pontuais de igual magnitude e sinais opostos estão separadas por uma pequena distância, há o surgimento de um dipolo elétrico.

C) A densidade de corrente em um ponto é o produto vetorial da corrente de magnetização e da corrente de campo através de uma área ortonormal àquele ponto.

D) Um condutor perfeito apresenta campo eletrostático em seu interior.

E) A densidade de corrente em um ponto é o produto escalar da corrente de magnetização e da corrente de campo através de uma área ortogonal àquele ponto.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as alternativas acerca de fundamento de eletricidade e magnetismo. Para resolver a questão, vamos julgar cada alternativa separadamente.

A) A alternativa está **incorreta**, pois a orientação a linha de fluxo elétrico é orientada conforme o campo elétrico e não magnético.

B) A alternativa está **correta**, pois temos um dipolo elétrico quando duas cargas pontuais de igual magnitude e sinais opostos estão separadas por uma pequena distância.

C) A alternativa está **incorreta**, a densidade de corrente em um dado ponto é a corrente através de uma área unitária normal àquele ponto.

D) A alternativa está **incorreta**. Conforme estudamos na aula, um condutor perfeito não pode conter um campo elétrico em seu interior. Ele também é caracterizado por ser um corpo equipotencial. Ou seja, em qualquer ponto, o potencial é o mesmo.

E) A alternativa está **incorreta**, pela mesma justificativa da letra C.

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

28. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2018) Sobre os materiais condutores e isolantes, assinale a alternativa correta.

A) Os materiais condutores possuem elétrons livres em sua formação denominados “elétrons de condução”.

B) Os átomos de materiais isolantes são classificados por possuírem apenas 1 elétron em sua camada de valência, sendo então muito ligados ao núcleo e, portanto, mal condutores de eletricidade.

C) Os materiais condutores possuem em sua natureza atômica 8 elétrons na camada de valência, podendo assim conduzir muito bem a eletricidade.

D) Os materiais isolantes mais comuns encontrados são a borracha e o vidro, que possuem em sua estrutura atômica uma característica em comum: apenas 1 elétron em sua camada de valência.

E) Em um condutor de cobre, os prótons possuem o triplo da carga dos elétrons e, por esse motivo, os elétrons se movimentam e os prótons ficam agrupados no núcleo do átomo, pois são mais pesados.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as alternativas acerca das características gerais materiais condutores e isolantes. Vamos analisar cada alternativa separadamente.

A) A alternativa está **correta**. Os materiais condutores são caracterizados por possuírem elétrons livres em sua camada de valência, possibilitando assim a condução de corrente elétrica.

B) A alternativa está **incorreta**. Os materiais isolantes são caracterizados por não possuírem elétrons livres em sua camada de valência.

C) A alternativa está **incorreta**. Os materiais condutores possuem elétrons livres, logo não completam 8 átomos em sua camada de valência para se tornarem estáveis.

D) A alternativa está **incorreta**. Essa não pode ser descrita como uma característica comum entre a borracha e o vidro. Lembrando sempre que elétrons livres na camada de valência é uma característica dos materiais condutores.

E) A alternativa está **incorreta**. Afirmação sem pé nem cabeça. O motivo apresentado não é a justificativa correta relacionada à movimentação dos elétrons no átomo. Além do mais, os prótons e o elétrons possuem valores iguais em módulo apesar de terem sinais opostos

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

29. (UFFS-AOCP-Engenheiro Elétrico- 2016) Um Engenheiro Eletricista calculou a capacitância de um capacitor de placas paralelas, com duas placas de 20 cm x 20 cm cada, separadas uma da outra por uma distância de 5 mm, tendo dielétrico feito de cerâmica. Assinale a alternativa que corresponde ao valor da

capacitância calculada, considerando a permissividade relativa da cerâmica como sendo 7.500 e a constante dielétrica absoluta para o vácuo (ou ar) de ϵ_0 =8,854.10^{-12} F/m.

A) A capacitância calculada foi de C=1000.10^{-9} F.

B) A capacitância calculada foi de C=332,24.10^{-12} F.

C) A capacitância calculada foi de C=531,24.10^{-9} F.

D) A capacitância calculada foi de C=60.000.10^{-9} F.

E) A capacitância calculada foi de C=781,24.10^{-6} F.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a capacitância de um capacitor de placas paralelas que possui um dielétrico (cerâmica) entre as placas do capacitor.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a fórmula para o cálculo da capacitância. Estudamos nessa aula que a capacitância C de um capacitor de placas paralelas preenchido com um dielétrico de constante dielétrica ϵ_r será dada por:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Onde,

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Isolando ϵ e substituindo os dados fornecidos pelo enunciado da questão, temos que:

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = 7500 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{(20x20)\cdot 10^{-4}}{5\cdot 10^{-3}}$$

$$C = 5{,}3124 \cdot 10^{-7} F$$

$$C = 531{,}24 \cdot 10^{-9} F$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Lembre-se sempre de tomar cuidado com as unidades de medida e as devidas conversões! A área foi dada em cm^2 e a distância em mm. Logo, tivemos que converter as unidades, respectivamente, para m^2 e m.

30. (UFFS-AOCP-Engenheiro Elétrico- 2016) Sobre o tema "materiais isolantes, condutores e magnéticos", assinale a alternativa correta.

A) Os materiais isolantes possuem majoritariamente átomos com 3 elétrons em sua camada de valência.

B) O alumínio pode ser utilizado para substituir o cobre como condutor de eletricidade, porém o alumínio apresenta apenas 61% da capacidade de condução do condutor fabricado de cobre.

C) Os materiais magnéticos podem apresentar uma propriedade denominada Histerese, graças ao adiantamento do fluxo magnético em relação à força magnetomotriz.

D) A relutância magnética é a medida da capacidade que determinado material apresenta em conduzir fluxo magnético e é medida em Wb/mm².

E) Em um material magnético, a força magnetizante é inversamente proporcional à força magnetomotriz

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as alternativas sobre materiais elétricos. Para ficar mais clara a análise da questão, vamos julgar cada alternativa separadamente. Outros aspectos de materiais magnéticos são cobrados nessa questão, mas vamos manter o foco justamente nas propriedade dos materiais condutores e isolantes.

A) A alternativa está **incorreta**, pois não podemos fazer essa afirmação. Os materiais isolantes (dielétricos) são caracterizados justamente por uma camada de valência quase completa (quase completando 8 elétrons pela regra do octeto). Nesta situação, a força de ligação dos elétrons com o núcleo é grande, ou seja, os elétrons não estão livres como nos materiais condutores.

B) A alternativa está **correta**. Conforme foi comentado nesta aula, o alumínio possui uma resistividade elétrica aproximadamente 65% maior do que a do cobre. Ou seja, é menos condutivo que o cobre, já que a condutividade e resistividade se relacionam de forma inversa.

Comparando a resistividade elétrica dois materiais, temos que:

$$\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{0,0290}{0,0175} = 1,65$$

Como a condutividade equivale ao inverso da resistividade, temos:

$$\frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_{Al}} = \frac{1}{0,0290} \cdot \frac{0,0175}{1} \cong 0,61$$

Dessa forma, o alumínio possui aproximadamente 61 % da capacidade de condução do cobre. A questão apenas brincou com as propriedades elétricas desses materiais.

C) A alternativa está **incorreta**. O fenômeno de B (densidade de fluxo magnético) se atrasar com relação à H (intensidade de campo magnético) é denominado histerese.

D) A alternativa está **incorreta**, pois a relutância magnética representa justamente da capacidade de oposição ao fluxo magnético. Estudaremos isso mais a frente.

E) A alternativa está **incorreta**. A força magnetizante (denominação também utilizada para a intensidade de campo magnético) é diretamente proporcional à força magnetomotriz (Fmm).

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

31. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) De acordo com a Lei de Kirchhoff das correntes, assinale a alternativa correta para o circuito da Figura 1, em que I_T= 500 mA, I_1= 100 mA (passando por R1) e I_2= 250 mA (passando por R2).

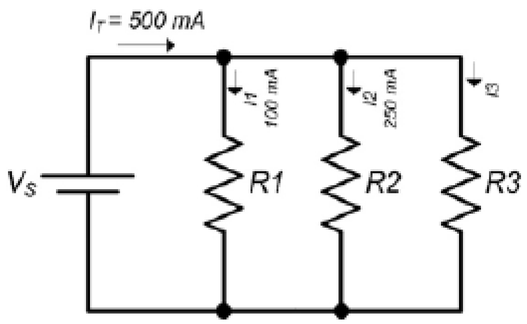


Figura 1: Circuito elétrico.

A) A corrente que circula pelo resistor R3 é nula.

B) A corrente que circula pelo resistor R3 é de 150 mA.

C) A corrente que circula pelo resistor R2 é o dobro da corrente que circula pelo resistor R3.

D) A corrente que circula pelo resistor R3 é de 15 mA.

E) A corrente que circula pelo resistor R1 equivale à soma das correntes dos demais resistores R2 e R3.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue corretamente cada alternativa apresentada, levando em consideração a lei de Kirchhoff das correntes aplicada ao circuito da figura. Dessa forma, aplicar a LCK aos nós da figura para posteriormente julgar cada alternativa separadamente.

NÓ 1:

Vamos considerar a entrada de corrente como positiva e a saída como negativa. Perceba também que, para resolver a questão, temos que considerar uma corrente que passa entre os nós 1 e 2. Vamos chamá-la e I_a. Aplicando a LCK ao primeiro nó, temos:

$$I_T - I_1 - I_a = 0$$

Isolando I_a,

$$I_a = I_T - I_1$$

Substituindo os valore, temos:

$$I_a = 500 - 100$$

$$I_a = 400\ mA$$

NÓ 2:

Agora que possuímos a corrente I_a , sabemos o valor da corrente que entra no segundo nó do circuito. Aplicando novamente a LCK, temos:

$$I_a - I_2 - I_3 = 0$$

Isolando I_3,

$$I_3 = I_a - I_2$$

Substituindo os valores, temos:

$$I_3 = 400 - 250$$

$$I_3 = 150\ mA$$

Portanto, sabemos o valor da corrente que percorre o resistor R_3 do circuito.

Agora vamos julgar os itens!

A) A alternativa está **incorreta**, pois acabamos de calcular a corrente que passa no resistor R_3 e la não é nula.

B) A alternativa está **correta**, pois representa justamente o valor que calculamos por meio da aplicação da LCK.

C) A alternativa está **incorreta**, pois o valor calculado para R_2 não equivale ao dobro do valor da corrente que passa pelo resistor R_3. Elas se diferenciam em 100 A.

D) A alternativa está **incorreta**, pois o valor calculado para a corrente I_3 é de 150 mA e não 15 mA.

E) A alternativa está **incorreta**, pois a soma das correntes I_2 e I_3 equivale a corrente que entra no segundo nó chamamos de I_a (400mA) e não a I_1 (100 mA) conforme a alternativa apresenta.

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

32. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) De acordo com o princípio da superposição e equivalentes de Thévenin e de Norton, assinale a alternativa correta.

A) A resistência de Norton (R_N) é igual à resistência de Thévenin elevada ao quadrado.

B) A corrente de Norton (I_N) é igual à corrente de Thévenin dividida pela resistência de Thévenin ao quadrado.

C) A corrente de Norton (I_N) é igual à tensão de Thévenin dividida pela resistência de Thévenin.

D) A resistência de Norton (R_N) é diferente da resistência de Thévenin (R_{Th}) no que se refere à transformação de fonte.

E) O teorema de Norton define que um circuito linear de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente formado por uma fonte de corrente e um resistor em série, denominado RN.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue corretamente cada alternativa apresentada, levando em consideração os teoremas de circuitos. Dessa forma, vamos julgar cada alternativa separadamente.

A) A alternativa está **incorreta.** Conforme estudamos nessa aula, a resistência de Norton é igual à resistência de Thévenin.

$$R_N = R_{TH}$$

B) A alternativa está **incorreta.** Conforme estudamos nessa aula, a corrente de Norton pode ser calculada por meio da divisão entre a tensão e a resistência de Thévenin. Com a expressão apresentada na alternativa nem seria possível obtermos corrente!

$$I_N = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}$$

C) A alternativa está **correta**, pois a alternativa representa justamente a forma como calculamos a corrente de Norton I_N descrita no comentário da alternativa B.

D) A alternativa está **incorreta**, pela mesma justificativa da alternativa A.

E) A alternativa está **incorreta**. Conforme estudamos na aula: um circuito equivalente de Norton consiste em uma fonte de corrente independente e paralelo com a resistência de Norton R_N. Dessa forma, temos uma associação em paralelo e não em série como apresenta a alternativa.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

33. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Sobre elementos de circuitos, é correto afirmar que

A) circuitos não lineares são aqueles formados por capacitores, resistores e indutores, pois seu comportamento dinâmico é descrito por equações não lineares.

B) os elementos passivos podem produzir energia elétrica, enquanto os ativos apenas consomem essa energia.

C) há dois tipos de elementos nos circuitos elétricos: elementos passivos e ativos, em que o elemento ativo é capaz de gerar energia enquanto o passivo não é.

D) uma fonte ideal é um elemento passivo totalmente dependente dos outros elementos do circuito.

E) os resistores e capacitores são exemplos de elementos ativos em um circuito, pois são dispositivos geradores de energia.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue corretamente cada alternativa apresentada, levando em consideração as características dos principais elementos de circuitos. Dessa forma, vamos julgar cada alternativa separadamente.

A) A alternativa está **incorreta**, pois os capacitores, resistores e indutores são elementos lineares de circuito e, portanto, seu comportamento é descrito por equações lineares.

B) A alternativa está **incorreta**. Conforme estudamos na aula, elementos ativos são capazes de gerar energia enquanto elementos passivos não são.

C) A alternativa está **correta**, pois apresenta de forma adequada a diferença entre elementos passivos e ativos de circuitos.

D) A alternativa está **incorreta**, pois fontes ideais são capazes de gerar energia. Consequentemente, são elementos ativos de circuito.

E) A alternativa está **incorreta**, pois resistores e capacitores são elementos passivos. O resistor dissipa energia enquanto o capacitor armazena. Logo, não são capazes de gerar energia.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAVES, ALAOR. Física básica: Eletromagnetismo. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

TIPLER. PAUL ALLEN. Física para cientistas e engenheiros, volume 2: Eletricidade e magnetismo: Rio de Janeiro: Gen, 2012.

DA SILVA, CLAUDIO ELIAS. Eletromagnetismo: fundamentos e simulações. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014.

YOUNG, HUGH D. Física III: eletromagnetismo. São Paulo: Pearson Education do Brasil., 2009.

MACHADO, KLEBER DAUM. Teoria do eletromagnetismo. 2.ed. Vol I e II Ponta Grossa: Editora UEPG, 2005.

FEYNMAN, RICHARD P. The Feynman Lectures on Physics: The Definitive and Extended Edition, 2nd Edition. Porto Alegre: Artmed Editora S.A, 2008.

BESSONOV, L A; Applied Electricity for Engineers. Moscow: Mir, 1976.

MALVINO, A P. Eletrônica no Laboratório. São Paulo: Makron Books ,1994.

BOLTON, W. Análise de Circuitos Elétricos. São Paulo: Makron Books, 1994.

GRIFFTIHS, D. Eletrodinâmica. São Paulo: Person,2011.

SADIKU, M.O; ALEXANDER, C. K. Fundamentos de circuitos elétricos. 3ª Edição. México: McGraw-Hill, 2006.

11. GABARITO

1. Letra C
2. Letra A
3. Verdadeiro
4. Falso
5. Falso
6. Letra B
7. Letra A
8. Letra C
9. Letra B
10. Letra D
11. Letra B
12. Letra A
13. Letra E
14. Letra C
15. Letra A
16. Letra C
17. Letra E
18. Letra A
19. Letra D
20. Letra C
21. Letra B
22. Letra D
23. Letra D
24. Letra C
25. Letra B
26. Letra C
27. Letra B
28. Letra A
29. Letra C
30. Letra B
31. Letra B
32. Letra C
33. Letra C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.