

Eletrônico



Estratégia
CONCURSOS

Aula

Passo Estratégico de Matemática Financeira p/ Pref Várzea Paulista (Auditor) - Pós-Edital

Professor: Rafael Barbosa

1 - Introdução	2
<i>Cronograma do nosso Passo Estratégico para Auditor Fiscal do ISS Várzea Paulista.....</i>	<i>3</i>
2 - Análise Estatística	5
<i>2.1 - Análise Estatística: VUNESP– Últimos 5 anos – Amostra</i>	<i>5</i>
<i>2.2 - Conclusão da Análise Estatística</i>	<i>6</i>
3 - Análise das Questões	6
4 – Checklist de Estudo	12
5 – Pontos de Destaque	12
<i>Ponto #1: Matemática Financeira - Conceituação</i>	<i>12</i>
REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO	13
<i>Ponto #2: Juros Simples</i>	<i>13</i>
<i>Ponto #3: Juros Compostos.....</i>	<i>14</i>
<i>Ponto #4: Taxa Efetiva x Taxa Nominal.....</i>	<i>15</i>
<i>Ponto #5: Equivalência de Taxas</i>	<i>16</i>
EQUIVALÊNCIA NO REGIME SIMPLES	16
EQUIVALÊNCIA NO REGIME COMPOSTO.....	16
6 - Considerações Finais	18
7- Lista das Questões	19
8 - Gabarito	21



1 - INTRODUÇÃO

Fala, nobre concurseiro! Tudo bem com você?

Eu me chamo **Rafael Barbosa**, sou Auditor Fiscal do Estado de Pernambuco e faço parte da equipe de *coaches* aqui do Estratégia Concursos. Nesse curso, farei de tudo para “mastigar” os principais assuntos que poderão ser exigidos na sua prova.

É comum me encontrar falando sobre técnicas de estudo ou sobre motivação em *webinários* ou nas minhas redes (Instagram: @prof.rafaelbarbosa), mas hoje estou aqui para apresentar para vocês o primeiro Relatório do Passo Estratégico de **Matemática Financeira** para o concurso de **Auditor Fiscal do ISS Várzea Paulista**.

Um das maiores dificuldades dos concurseiros é saber “pescar”, na grande enxurrada de informações, apenas aquelas que retornarão, com minimizado esforço, os maiores benefícios para a sua preparação.

O projeto “Passo Estratégico” tem justamente o objetivo de “filtrar” os assuntos mais recorrentes e indicar onde você deve concentrar suas energias, encurtando o seu caminho até a aprovação.

E, para te mostrar a importância deste material, quero iniciar este relatório contando um pouquinho da minha trajetória até a aprovação, beleza?

Trajетória Rafael Barbosa: Obtive minha primeira aprovação em concursos (para nível médio) aos 17 anos, fui aprovado no concurso da EsSA (Sargento do Exército Brasileiro).

Foi meu primeiro cargo público (e meu primeiro emprego também). Como já tinha um cargo de nível médio (e não pretendia ser militar por muito tempo), fiz vestibular para a Universidade de Brasília-UnB (Ciências Contábeis), já pensando em fazer outros concursos.

Sempre tive o objetivo de ser Auditor Fiscal, mas, por questões de estratégia, resolvi primeiro ocupar um cargo melhor (de nível superior), para depois focar na área fiscal.

Tive então dois momentos como concurseiro: de setembro de 2009 a novembro de 2010 (primeiro passo); e de janeiro de 2013 a setembro de 2014 (segundo passo).

No primeiro momento, eu trabalhava 6 horas e fazia faculdade, isso mesmo, comecei a fazer concurso de nível superior ainda na graduação.

Fiz diversas provas e passei em 5 (Analista de Planejamento da SEPLAG-PE, Analista da SAD-PE, Analista do MTUR, Analista da DPU e Analista judiciário do TRT-RN (todos no ano de 2010). Escolhi o último e fui curtir um pouco de “descanso” em Natal/RN.

Enquanto trabalhava no TRT-RN, ocupando também um cargo comissionado (Secretário de Planejamento) e lecionando na UFRN, decidi ser auditor, que foi o meu segundo momento como concurseiro.

Iniciei então os estudos para a área fiscal. Meu maior objetivo era a SEFAZ-PE, que havia 22 anos que não fazia seleção (esse concurso estava virando lenda urbana rsrsr).



No caminho para a SEFAZ-PE, levando em conta que ele poderia não sair, fiz muitos concursos e passei em alguns: Auditor da CGE-CE, Auditor da CGE-MA e Auditor do TCE-BA. Mas, por questões de logística, não assumi nenhum deles.

Aí a lenda (SEFAZ-PE) virou realidade em julho de 2014 e, de “brinde”, ainda saiu o ISS Recife coladinho. Me inscrevi nos dois, como um bom concurseiro destemido. Pra deixar tudo ainda mais radical, as provas foram aplicadas em finais de semana consecutivos.

Fiz primeiro a prova do ISS Recife, mas não fui bem em AFO, o que me jogou lá para longe. Em seguida, no meio da depressão pós ISS Recife, fiz o do ICMS de Pernambuco e, com a graça de Deus, consegui a aprovação.

Durante todo esse caminho, percebi que eu não precisava saber de tudo, porque tem assuntos que sempre caem e outros que raramente eram cobrados. Aí cabia a mim perceber e identificar esses detalhes.

Isso fez toda a diferença no meu desempenho em provas, porque eu não gastava energia com coisas que eu sabia que não eram relevantes. E é justamente nesse ponto que o Passo Estratégico vai te ajudar, dando mais objetividade aos seus estudos.

Em resumo, através deste e dos demais relatórios, vamos apontar os seus esforços para a direção correta nos estudos, através da experiência que adquiri enquanto concurseiro. ;)

CRONOGRAMA DO NOSSO PASSO ESTRATÉGICO PARA AUDITOR FISCAL DO ISS VÁRZEA PAULISTA.

AULA	ASSUNTO	DATA
0	Juros Simples e Compostos. Taxas Nominal, Proporcional, Efetiva e Equivalente.	3-dez.
1	Descontos: Desconto simples. Desconto composto. Desconto comercial (por fora). Desconto racional (por dentro).	5-dez.
2	Séries de Pagamentos: Anuidades postecipadas. Anuidades antecipadas. Anuidades diferidas. Anuidades variáveis.	7-dez.
3	SIMULADO 1	9-dez.
4	Sistema de Amortização: Sistema Price. Sistema SAC. Sistema SACRE.	11-dez.



5	Análise de Investimentos: Conceito e aplicação de fluxos de caixa. Métodos de análise de investimentos. Valor presente. Custo anual. Taxa Interna de Retorno (TIR). Payback. Taxa Mínima de Atratividade (TMA).	13-dez.
6	SIMULADO 2	15-dez.
7	SIMULADO FINAL	17-dez.

Ufa! Muita coisa, não é mesmo? Mas fiquem tranquilos que estamos aqui para tornar a sua vida mais fácil!

Neste primeiro relatório de **Matemática**, vamos abordar o seguinte assunto: *Razão e proporção; Regra de três simples e composta.*

Optamos por apresentar nos dois primeiros relatórios alguns conceitos de matemática básica, pois serão úteis para os relatórios vindouros de Matemática Financeira

Desta forma, a nossa análise estatística dos dois relatórios iniciais será baseada apenas nas provas desta disciplina, (Matemática). Os demais relatórios serão específicos da disciplina de Matemática Financeira.

Se você for um **concurseiro iniciante** e estiver começando os seus estudos, eu recomendo que estude o seu material regular – independente de qual seja (do Estratégia, de outro curso online, em vídeo, livro ou até mesmo de curso presencial) – com este relatório ao seu lado (ou aberto no computador na sua frente ou no tablet).

Através do relatório, você vai ter acesso ao que é mais importante em cada assunto na sua prova. Isso vai te dar segurança na progressão dos seus estudos, e vai te ajudar a ter mais atenção nos tópicos do seu material que os relatórios demonstrarem serem importantes.

Entretanto, caso você seja um **concurseiro intermediário/avançado**, este relatório vai ajudá-lo de diversas maneiras:

- Demonstrar o que mais cai na prova dentre tudo aquilo que você já estudou (vai te ajudar a estabelecer a prioridade de revisão de cada assunto na sua rotina);
- Revisar os assuntos tratados no relatório de maneira rápida (através dos questionários); e
- Fazer um “controle de qualidade” dos seus resumos (para que eles abordem os assuntos mais relevantes da sua prova).

Constará em cada relatório uma seção chamada “Análise Estatística”, onde iremos demonstrar a ocorrência de cada assunto em editais, provas e também no conjunto total de questões da nossa amostra por banca organizadora.



Esperamos que, através deste relatório, você tenha as informações mais preciosas – e de forma objetiva – sobre o assunto abordado.

Agora vamos ao que interessa. Bons estudos!

2 - ANÁLISE ESTATÍSTICA

2.1 - ANÁLISE ESTATÍSTICA: VUNESP– ÚLTIMOS 5 ANOS – AMOSTRA

Considerando as provas objetivas dos últimos 5 anos da VUNESP:

Tabela 01

ASSUNTO	Qtde de concursos que previram a disciplina Matemática Financeira	Qtde de concursos que previram o assunto no edital	% de incidência do assunto no edital da disciplina
Juros Simples e Compostos	33	33	100%

Tabela 02

ASSUNTO	Qtde de concursos que previram o assunto no edital	Qtde de concursos que efetivamente cobraram o assunto em prova	% de incidência do assunto nas provas da banca
Juros Simples e Compostos	33	22	66,67%

Tabela 03

ASSUNTO	Total de questões das provas de Matemática Financeira	Total de questões em que o assunto foi abordado	% de incidência do assunto no total de questões da disciplina
Juros Simples e Compostos	72	27	37,50%



Assunto: Juros Simples e Compostos

Tabela 1: de todos os editais da VUNESP (amostra) que trouxeram a Matemática Financeira, em **100%** dos casos havia a cobrança do assunto.

Tabela 2: quando o edital pedia o assunto no conteúdo programático da disciplina, o mesmo foi cobrado nas respectivas provas em **66,67%** dos casos.

Tabela 3: de todas as questões de Matemática Financeira da VUNESP (amostra) nos últimos 5 anos, o assunto foi cobrado em **37,50%** do total de questões.

2.2 - CONCLUSÃO DA ANÁLISE ESTATÍSTICA

Percebam que esses assuntos correspondem a 37,50% em média do total de questões da disciplina de Matemática Financeira da banca VUNESP. Fizemos a estatística separada em relação aos outros temas para mostrar a importância de estudar os conceitos de Juros Simples e Compostos.

Como o seu edital cobrou estes assuntos, acreditamos que irá cair pelo menos uma questão na sua prova. Portanto, atenção total.

Se optar por estudar apenas um desses assuntos, opte por juros simples, pois a probabilidade de cair é maior, além de ser o mais fácil teoricamente.

Juros simples foram cobrados em 17 oportunidades pela Vunesp, já juros compostos foram cobrados em 10 oportunidades.

Abaixo trouxemos algumas para que vocês possam treinar.

Bons estudos.

3 - ANÁLISE DAS QUESTÕES

Juros Simples, Juros Compostos

1. VUNESP - Professor de Educação Básica I (Pref Garça)/2018

Considere a seguinte situação problema proposta em um curso de formação de professores, após discutirem-se conceitos associados a problemas de juros simples:

Uma aplicação de um ano e meio foi feita no sistema de juros simples, a uma taxa de juros de 15% ao ano. Relacione os juros dessa aplicação ao capital aplicado.

Ao resolver corretamente a situação apresentada, chega-se à conclusão de que os juros da aplicação correspondem, do capital aplicado, a

a) 0,0225.



- b) 0,225.
- c) 2,25.
- d) 22,5.
- e) 225.

Comentários:

No regime de juros simples, os juros é dado pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times n$$

Sendo que:

C = Capital

i = Taxa

n = Períodos

Vamos supor que o capital aplicado seja de R\$ 100,00, desta forma, temos o seguinte:

$$C = 100,00$$

$$i = 15\% \text{ a.a.}$$

n = 1,5 anos (pois precisamos manter a mesma unidade de medida entre a taxa e os períodos)

Resolvendo a equação:

$$J = 100 \times 0,15 \times 1,5 = 22,50$$

Agora, vamos dividir os juros pelo capital aplicado:

$$\frac{22,50}{100} = 0,225 \text{ ou } 22,5\%$$

Portanto, os juros correspondem a 0,225 (22,5%) do capital aplicado.

Gabarito: B

2. VUNESP - Analista de Processos Previdenciários (IPRESB)/2017

Um capital foi aplicado a juros simples, com taxa de 9% ao ano, durante 4 meses. Após esse período, o montante (capital + juros) resgatado foi de R\$ 2.018,80. O capital aplicado era de

- a) R\$ 2.010,20.
- b) R\$ 2.000,00.
- c) R\$ 1.980,00.
- d) R\$ 1.970,40.
- e) R\$ 1.960,00

Comentários:



Antes de efetuarmos os cálculos, precisamos deixar a taxa e o período na mesma unidade de medida, ou seja, vamos converter a taxa de 9% ao ano em uma taxa mensal.

$$9\%/12 = 0,75\% \text{ a.m.}$$

Agora, basta aplicarmos a fórmula do montante:

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$2018,80 = C \times (1 + 0,0075 \times 4)$$

$$2018,80 = C \times (1 + 0,03)$$

$$2018,80 = 1,03C$$

$$C = \frac{2018,80}{1,03} = 1959,90$$

Por arrendamento, temos que o capital aplicado era de R\$ 1960,00.

Gabarito: E

3. VUNESP - Contador (CM Pradópolis)/2016

O preço à vista de uma geladeira é R\$ 2.000,00, mas o cliente também pode comprá-la pagando R\$ 250,00 de entrada, no ato da compra, e uma prestação de R\$ 1.925,00 a ser paga um mês após a compra. Nas condições descritas, a taxa de juro mensal que está sendo cobrada do cliente na compra a prazo é de

- a) 8%.
- b) 10%.
- c) 12%.
- d) 15%.
- e) 25%.

Comentários:

O preço à vista da geladeira é de R\$ 2.000,00, e o cliente pagou R\$ 250,00 de entrada. Assim, o valor financiado será de R\$ 1.750,00.

O enunciado informou que após um mês, este valor de R\$ 1.750,00, se converte em R\$ 1.925,00. Pois possui incidência de juros.

Desta forma, os juros serão de:

$$J = 1.925 - 1.750$$

$$J = 175$$

Como estamos utilizando o regime de juros simples, a fórmula dos juros é:



$$J = C \times i \times n$$

$$175 = 1750 \times i \times 1$$

$$i = \frac{175}{1750} = 0,1 \text{ ou } 10\%$$

Portanto, a taxa de juros desta operação é de 10% ao mês.

Gabarito: B

4. VUNESP - Diretor de Escola (Itápolis)/2016

Em uma aplicação de R\$ 1.500,00, com período exato de um mês, o valor do montante resgatado foi de R\$ 1.512,00. A taxa anual equivalente de juro simples dessa aplicação foi de:

- a) 9,8%
- b) 9,6%
- c) 9,4%
- d) 9,2%
- e) 9,0%

Comentários:

No regime de juros simples, para encontrarmos o montante, utilizamos a seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

Na nossa questão, temos que:

$$M = 1512,00$$

$$C = 1500,00$$

$$i = ?$$

$$n = 1$$

Vamos resolver a nossa equação para encontrarmos a taxa de juros aplicada.

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$1512 = 1500 \times (1 + i \times 1)$$

$$1 + i = 1,008$$

$$i = 1,008 - 1 = 0,008 \text{ ou } 0,08\%.$$

Como estamos diante do regime de juros simples e queremos saber a taxa equivalente ao no, basta multiplicarmos por 12.

$$0,08 \times 12 = 0,96 \text{ ou } 9,60\%$$

Portanto, a taxa anual equivalente de juro simples dessa aplicação foi de 9,60%.



Gabarito: B

5. VUNESP - Analista Técnico Legislativo (CM Pirassununga)/Financeiro/2016

O montante de dinheiro que teria de ser investido hoje a uma dada taxa de juros, por um período específico, para se igualar ao montante futuro, é

- a) o fator de juros de valor presente.
- b) o valor presente.
- c) o fator de juros de valor futuro para uma anuidade.
- d) a anuidade.
- e) o retorno percentual anual.

Comentários:

Quando investimos um determinado valor e esperamos ganhar algum rendimento sobre este valor, temos então que investimos um determinado valor presente, em busca de uma valorização para atingir um determinado valor futuro.

Este valor futuro, será o capital investimento mais os juros.

Desta forma, a resposta para esta questão está na letra B, na data de hoje investimos um valor presente (capital investido), que no futuro renderá juros e será chamado de montante futuro (valor futuro).

Gabarito: B

6. VUNESP - Auditor Municipal de Controle Interno (SP)/Correição/2015

Um investidor aplicou a quantia de R\$ 8.000,00 à taxa de juros compostos de 4% a.m.; o montante que esse capital irá gerar em 12 meses pode ser calculado por

- a) $M = 8000(1 + 0,04)^{12}$
- b) $M = 8000(1 + 4)^{12}$
- c) $M = 8000(1 + 12 \times 0,04)$
- d) $M = 8000(1 + 12 \times 4)$
- e) $M = 8000 + 8000(1 + 0,04)^{12}$

Comentários:

Para encontrarmos o valor do montante no regime de juros compostos, utilizamos a seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i)^n$$

Sendo que

C = Capital (8.000,00)



i = Taxa (4% a.m.)

n = Períodos (12 meses)

Assim, resolvendo preenchendo a fórmula, temos:

$$M = 8.000 \times 1,04^{12}$$

Portanto, nossa resposta está na letra A

Gabarito: A

7. VUNESP - Analista (DESENVOLVE)/Grupo 08/2014

Um empréstimo no valor de R\$ 1.000,00 foi liquidado, após um ano, por R\$ 1.440,00. Qual a taxa de juros semestral, sabendo-se que se utilizaram juros compostos nesse empréstimo?

- a) 20% a.s.
- b) 22% a.s.
- c) 40% a.s.
- d) 44% a.s.
- e) 55% a.s.

Comentários:

De acordo com o enunciado da questão, temos que:

- Um empréstimo no valor de R\$ 1.000,00 (C) foi liquidado, após um ano (n), por R\$ 1.440,00 (M).

Portanto, temos que:

$C = 1.000$

$M = 1.440$

$n = 12$ meses, ou 2 semestres

$i = ?$

Utilizando a fórmula do montante, temos que:

$$\begin{aligned} M &= C \times (1+i)^n \\ 1.440 &= 1.000 \times (1+i)^2 \\ (1+i)^2 &= 1,44 \\ 1+i &= 1,20 \\ i &= 1,20 - 1 = 0,20 \text{ ou } 20\% \text{ ao semestre} \end{aligned}$$

Gabarito: A



4 – CHECKLIST DE ESTUDO

1. É preciso revisar Juros Simples
2. Vamos relembrar Juros Compostos
3. Revisar Taxas Equivalentes

5 – PONTOS DE DESTAQUE

PONTO #1: MATEMÁTICA FINANCEIRA - CONCEITUAÇÃO

A Matemática Financeira tem como escopo estudar o valor do dinheiro no tempo, nas aplicações financeiras e nos pagamentos de empréstimos, fornecendo instrumentos para o estudo e avaliação das formas de aplicação de dinheiro bem como dos pagamentos de empréstimos.

A rigor, estaremos sempre investigando quanto uma quantia em dinheiro valerá se for projetada para uma data anterior ou posterior ao dia de hoje. Em outras palavras: **queremos saber como o dinheiro se comportará ao longo do tempo!**

No decorrer do estudo da Matemática Financeira, será necessário o entendimento sobre cinco variáveis básicas, a saber:

- Capital;
- Taxa de Juros;
- Tempo;
- Montante; e
- Juros.

Capital – é o valor conhecido na data inicial;

Taxa de Juros – é um valor percentual que representa o custo pelo uso do capital no tempo (custo do capital no tempo);

Tempo – é o período de capitalização/aplicação (dias, meses, anos, etc.);

Montante – é o valor do resgate após o transcurso do tempo. O período que encerra a operação de Juros; e

Juros – é a diferença entre Montante e Capital.

Para facilitar o entendimento, utilizaremos gráficos que nos permitirão visualizar os cinco elementos envolvidos nos diversos cálculo em Matemática financeira, onde:





REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

A Matemática Financeira é dividida em **dois Regimes**: o *Regime Simples* e o chamado *Regime Composto*. Antes de iniciar a resolução de qualquer questão de matemática financeira, será necessário identificar o regime da operação em análise.

PONTO #2: JUROS SIMPLES

Iniciaremos o estudo da Matemática financeira pelo Juros Simples. Nesta operação, haverá uma quantia em dinheiro conhecida em determinada data e o nosso objetivo será o de descobrir o quanto que esse valor representará em uma data futura.

Fórmulas Básicas:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$J = C \times i \times t$$

Onde:

M = Montante;

J = Juros;

C = Capital;

t = Tempo; e

i = Taxa de Juros.

Exemplo: imagine que você pegou um montante de R\$1.000 emprestados com o banco a uma taxa de juros simples de 10% ao mês, para pagar após 5 meses.

Quanto você pagará ao banco ao final dos 5 meses?

Identificação dos dados necessários à resolução da questão (perguntas):

- 1 – O regime é simples ou composto?
- 2 – Qual o valor do capital?
- 3 – Qual é a taxa de juros?



4 – Por quanto tempo utilizarei o capital?

Com base nas respostas a esses itens, é possível chegar ao montante devido e aos juros da operação.

Respostas:

1 – O regime é simples ou composto? R: A questão já diz que é simples, mas se nada for dito, considera-se o regime composto.

2 – Qual o valor do capital? R: R\$ 1.000,00

3 – Qual é a taxa de juros? R: 10% a.m. (ao mês)

4 – Por quanto tempo utilizarei o capital? R: 5 meses

Resolução:

$$M = C \times [1 + (t \times i)] \rightarrow M = 1.000 \times [1 + (0,10 \times 5)] \rightarrow$$

$$M = 1.000 \times 1,5 \rightarrow M = 1.500$$

$$J = M - C \rightarrow J = 1.500 - 1.000 \rightarrow$$

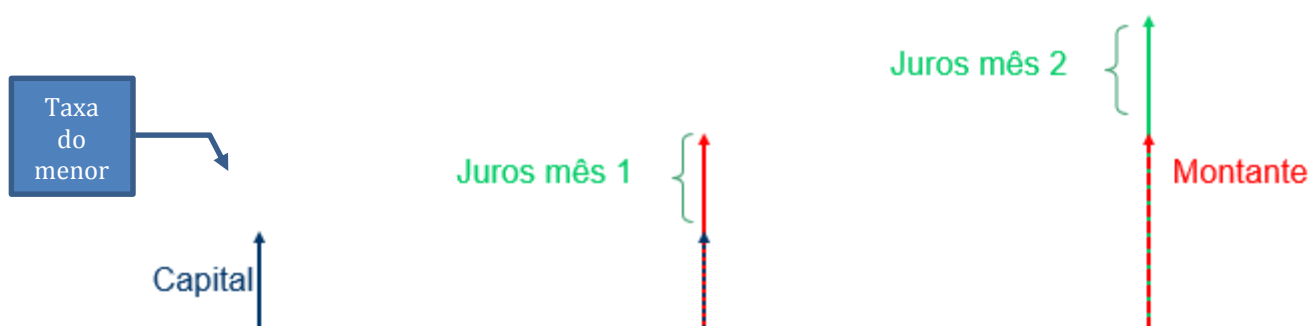
$$J = 500$$

Ou

$$J = C \times i \times t \rightarrow J = 1.000 \times 0,10 \times 5 \rightarrow J = 500$$

PONTO #3: JUROS COMPOSTOS

No regime de capitalização composta, os juros produzidos em cada período são capitalizados, formando um novo capital que irá render juros no período seguinte.



Fórmulas Básicas:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$J = C \times (1 + i)^t - C$$

Onde:

M = Montante;



J = Juros;

C = Capital;

t = Tempo; e

i = Taxa de Juros.

PONTO #4: TAXA EFETIVA X TAXA NOMINAL

Considera-se **efetiva** a taxa de juros que tem seu período de capitalização igual à unidade temporal da taxa. Um exemplo de taxa de juros efetiva é a taxa 10% **a.m.** quando a **capitalização é mensal**.

Exemplo	Taxa	Capitalização
1	5% a.m.	mensal
2	10% a.a.	anual

A taxa de juros é **nominal** quando o seu período de capitalização é diferente da unidade temporal da taxa. Um exemplo de taxa de juros nominal é a taxa 24% a.a. quando a capitalização é mensal.

Exemplo	Taxa	Capitalização
1	15% a.a.	mensal
2	18% a.a.	trimestral

No regime de **capitalização simples**, é muito fácil obter a taxa efetiva quando for fornecida a taxa nominal. Se, por exemplo, tivermos uma taxa de juros de 12% a.a. e for preciso obter a taxa com capitalização mensal, basta dividir a taxa de 12% pelo número de meses que do período. O resultado será uma taxa de 1% a.m.

Quadro ilustrativo taxa (efetiva x nominal):

Taxa nominal	Unidade temporal	Capitalização	Taxa efetiva
24%	a.a.	mensal	$24/12 = 2\%$ ao mês
16%	a.a.	trimestral	$16/4 = 4\%$ ao trimestre
12%	a.a.	bimestral	$12/6 = 2\%$ ao bimestre
3%	a.m.	diária	$3/30 = 0,1\%$ ao dia



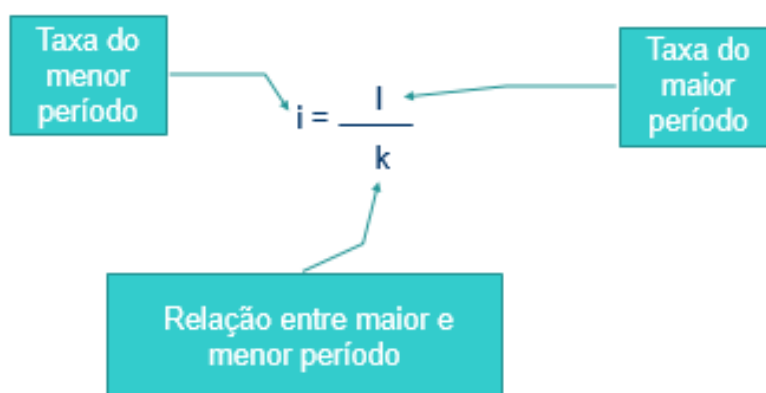
Cuidado! Diferentemente do que ocorre no regime de **capitalização simples**, as taxas nominais não podem ser diretamente empregadas no cálculo dos juros compostos. Nesse caso, há a necessidade de se calcular a taxa equivalente para os dois períodos de capitalização.

PONTO #5: EQUIVALÊNCIA DE TAXAS

Duas taxas são denominadas equivalentes quando aplicadas a um mesmo capital, durante o mesmo espaço de tempo, porém com períodos de aplicação diferentes, produzem os mesmos juros ou o mesmo montante.

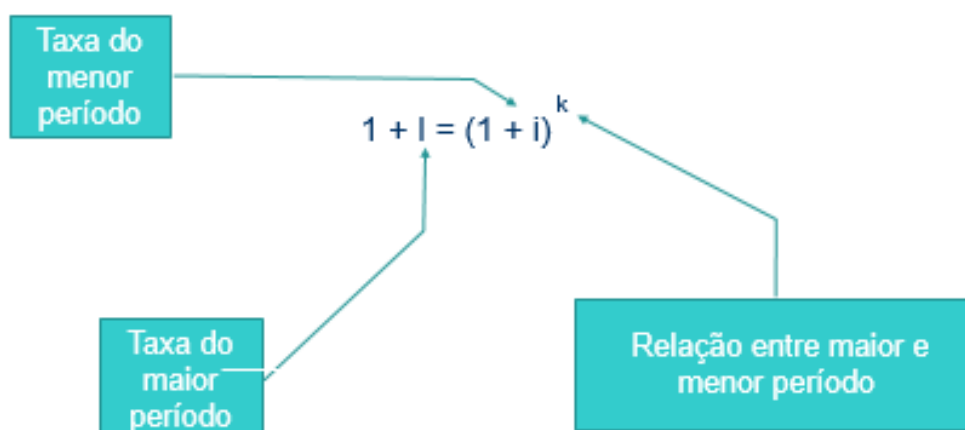
EQUIVALÊNCIA NO REGIME SIMPLES

Equivalência de Taxas de Juros Simples (fórmulas):



EQUIVALÊNCIA NO REGIME COMPOSTO

Equivalência de Taxas de Juros Compostos (fórmulas):





Para utilizar as fórmulas acima apresentadas, precisamos partir de **taxas efetivas**. Portanto, se a questão apresentar uma taxa nominal, trate de calcular a taxa efetiva antes de calcular as taxas equivalentes.

Para facilitar a vida de vocês, apresentaremos abaixo uma tabela contendo a variável “K” para as diversas conversões que possam surgir em questões (mês para dia, dia para mês, ano para bimestre, etc.):

K	Dia	Mês	Bimestre	Trimestre	Semestre	Ano
Dia	1	30	60	90	180	360
Mês	30	1	2	3	6	12
Bimestre	60	2	1	1,5	3	6
Trimestre	90	3	1,5	1	2	4
Semestre	180	6	3	2	1	2
Ano	360	12	6	4	2	1

Exemplo: dada a taxa nominal de 120% a.a., com capitalização mensal, qual será a sua taxa trimestral equivalente? (juros compostos)

Primeiro passo – encontrar a taxa efetiva:

Aqui, basta encontrarmos a taxa efetiva mensal (porque a taxa efetiva tem que a mesma unidade temporal que o seu período de capitalização):

$$Taxa Efetiva a. m. = \frac{120\%}{12 \text{ (relação entre "ano e mês")}}$$

$$Taxa Efetiva a. m. = 10\% a. m.$$

Segundo passo – identificar os dados (utilizando a tabela):

Taxa do Menor Período (i) = 10% ou 0,10

Taxa do Maior Período (I) = ?

Constante $K= 3$ (vide tabela abaixo)



K	Dia	Mês	Bimestre	Trimestre	Semestre	Ano
Dia	1	30	60	90	180	360
Mês	30	1	2	3	6	12
Bimestre	60	2	1	1,5	3	6
Trimestre	90	3	1,5	1	2	4
Semestre	180	6	3	2	1	2
Ano	360	12	6	4	2	1

Terceiro passo – encontrar a taxa equivalente:

$$1 + I = (1 + i)^3$$

$$1 + I = (1,10)^3$$

$$1 + I = 1,331$$

$$I = 0,331 \text{ ou } 33,1\%$$

Atenção! Alternativamente, podemos utilizar a seguinte fórmula para encontrar a taxa equivalente para o regime de capitalização composta:

$$(1 + i)^t = (1 + ieq)^{teq}$$

Onde "ieq" significa **taxa equivalente** (a taxa que queremos encontrar) e "teq" (tempo equivalente).

6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos ao final desse relatório do Passo Estratégico para **Auditor Fiscal do ISS Várzea Paulista**. É preciso entender que estamos diante de assuntos de muita importância para a sua prova. Por isso, prestem bastante atenção nesses assuntos e não deixem de revisar esses pontos.

Não tem muito "mistério" para aprender Matemática Financeira. Confesso que temos que decorar as fórmulas, mas também temos que aprender a fazer associações, para que tenhamos onde buscar as informações se der algum branco na hora da prova.

As questões trazidas neste relatório servem apenas como exemplo, por isso encorajamos que vocês arregacem as mangas e pratiquem bastante. Fazer o máximo de questões possível vai aproximar vocês da excelência.

Por hoje é só!

Perseverança e bons estudos!

Rafael Barbosa

"Sempre lembre que você é mais corajoso do que pensa, mais forte do que parece e mais esperto do que acredita". - Christopher Robin-



7- LISTA DAS QUESTÕES

1. VUNESP - Professor de Educação Básica I (Pref Garça)/2018

Considere a seguinte situação problema proposta em um curso de formação de professores, após discutirem-se conceitos associados a problemas de juros simples:

Uma aplicação de um ano e meio foi feita no sistema de juros simples, a uma taxa de juros de 15% ao ano. Relacione os juros dessa aplicação ao capital aplicado.

Ao resolver corretamente a situação apresentada, chega-se à conclusão de que os juros da aplicação correspondem, do capital aplicado, a

- a) 0,0225.
- b) 0,225.
- c) 2,25.
- d) 22,5.
- e) 225.

2. VUNESP - Analista de Processos Previdenciários (IPRESB)/2017

Um capital foi aplicado a juros simples, com taxa de 9% ao ano, durante 4 meses. Após esse período, o montante (capital + juros) resgatado foi de R\$ 2.018,80. O capital aplicado era de

- a) R\$ 2.010,20.
- b) R\$ 2.000,00.
- c) R\$ 1.980,00.
- d) R\$ 1.970,40.
- e) R\$ 1.960,00

3. VUNESP - Contador (CM Pradópolis)/2016

O preço à vista de uma geladeira é R\$ 2.000,00, mas o cliente também pode comprá-la pagando R\$ 250,00 de entrada, no ato da compra, e uma prestação de R\$ 1.925,00 a ser paga um mês após a compra. Nas condições descritas, a taxa de juro mensal que está sendo cobrada do cliente na compra a prazo é de

- a) 8%.
- b) 10%.



- c) 12%.
- d) 15%.
- e) 25%.

4. VUNESP - Diretor de Escola (Itápolis)/2016

Em uma aplicação de R\$ 1.500,00, com período exato de um mês, o valor do montante resgatado foi de R\$ 1.512,00. A taxa anual equivalente de juro simples dessa aplicação foi de:

- a) 9,8%
- b) 9,6%
- c) 9,4%
- d) 9,2%
- e) 9,0%

5. VUNESP - Analista Técnico Legislativo (CM Pirassununga)/Financeiro/2016

O montante de dinheiro que teria de ser investido hoje a uma dada taxa de juros, por um período específico, para se igualar ao montante futuro, é

- a) o fator de juros de valor presente.
- b) o valor presente.
- c) o fator de juros de valor futuro para uma anuidade.
- d) a anuidade.
- e) o retorno percentual anual.

6. VUNESP - Auditor Municipal de Controle Interno (SP)/Correição/2015

Um investidor aplicou a quantia de R\$ 8.000,00 à taxa de juros compostos de 4% a.m.; o montante que esse capital irá gerar em 12 meses pode ser calculado por

- a) $M = 8000(1 + 0,04)^{12}$
- b) $M = 8000(1 + 4)^{12}$
- c) $M = 8000(1 + 12 \times 0,04)$
- d) $M = 8000(1 + 12 \times 4)$
- e) $M = 8000 + 8000(1 + 0,04)^{12}$

7. VUNESP - Analista (DESENVOLVE)/Grupo 08/2014



Um empréstimo no valor de R\$ 1.000,00 foi liquidado, após um ano, por R\$ 1.440,00. Qual a taxa de juros semestral, sabendo-se que se utilizaram juros compostos nesse empréstimo?

- a) 20% a.s.
- b) 22% a.s.
- c) 40% a.s.
- d) 44% a.s.
- e) 55% a.s.

8 - GABARITO

- 1) B
- 2) E
- 3) B
- 4) B
- 5) B
- 6) A
- 7) A



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.