Estratégia CONCURSOS

Aul

NÃO ATIVAR Matemática p/ ENEM - RETA FINAL 2019 (Com Videoaulas)

Professor: Guilherme Neves

Apresentação do curso 2
Metodologia do Curso *3*
Conteúdo programático e cronograma *4*
1. Regra de Três 5
Lista de Questões do ENEM sem Comentários 31
Gabarito sem comentário 42
Lista de Questões do ENEM com Comentários 43
Considerações Finais 73

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, queridos alunos!!!

Sejam bem vindos ao curso intensivo de Matemática para o ENEM. **Neste curso, abordaremos apenas os assuntos mais cobrados no ENEM (detalhes no cronograma a seguir)**.

Para quem não me conhece, meu nome é Guilherme Neves e a minha predileção é ensinar matérias de exatas como Matemática, Matemática Financeira, Raciocínio Lógico, Raciocínio Crítico, Estatística e Física.

Comecei a ensinar em cursos preparatórios para concursos há mais de 10 anos, mesmo antes de começar o meu curso de Bacharelado em Matemática na UFPE. No biênio 2007-2008, fui bolsista pela FACEPE/UFPE com o trabalho "Análise Matemática e Equações Diferenciais Parciais". Em 2009, publiquei meu livro chamado "Raciocínio Lógico Essencial" pela editora Campus. Tenho o prazer de ensinar Matemática na internet desde 2009 e desde 2014, moro nos Estados Unidos, onde estou me graduando em Engenharia Civil pela University of Central Florida.

Você poderá fazer perguntas sobre as aulas em nosso fórum de dúvidas. Estarei sempre atento para responder rapidamente as suas perguntas.

Para **tirar dúvidas** e ter **acesso a dicas e conteúdos gratuitos**, acesse nossas redes sociais:

Instagram - @profguilhermeneves

https://www.instagram.com/profguilhermeneves

Canal do YouTube – Prof. Guilherme Neves

https://youtu.be/gqab047D9l4

E-mail: profguilhermeneves@gmail.com

METODOLOGIA DO CURSO

Aqui, parto do pressuposto de que o aluno não gosta de Matemática ou que não tem uma boa base. Portanto, não se preocupe. Tudo está sendo produzido com muito carinho para que você possa fechar a prova.

Nosso curso terá a seguinte estrutura:

estudo detalhado da TEORIA de Matemática

resolução e comentários de QUESTÕES de concursos recentes ou inéditas

Este curso está sendo preparado para que seja a sua única fonte de estudos. A teoria será minuciosamente explicada sempre com atenção à forma como o assunto é cobrado. Os exercícios são criteriosamente selecionados seguindo uma ordem crescente de dificuldade para a sua melhor compreensão.

Tenho certeza absoluta que na hora da prova você vai dar um sorrisinho e pensar: “bem que o professor Guilherme falou...”.

A partir de hoje, Matemática será a sua aliada na sua caminhada à aprovação!!!

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO E CRONOGRAMA

Data	Aula	Conteúdo
19/06/19	Aula 00	Regra de Três
21/06/19	Aula 01	Proporções e Porcentagem
23/06/19	Aula 02	Probabilidade
25/06/19	Aula 03	Funções
27/06/19	Aula 04	Trigonometria
29/06/19	Aula 05	Cálculo de perímetro, área e volume.

1. REGRA DE TRÊS

Nesta aula, vamos estudar Regra de Três.

Regra de Três é um método para resolver problemas que envolvem grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Muitos livros ensinam este assunto fazendo uma separação entre Regra de Três Simples e Regra de Três Composta.

Na regra de três simples, três valores são conhecidos e temos como objetivo encontrar um quarto valor. Na regra de três composta, são conhecidos mais de três valores.

Entretanto, isso pouco importa. O método para resolver a regra de três simples e a regra de três composta é exatamente o mesmo.

O primeiro passo para resolver problemas de regra de três é construir uma tabela agrupando as grandezas de mesma espécie em colunas. Devemos ainda manter na mesma linha as grandezas de espécie diferentes em correspondência. Vejamos através de um exemplo.

Exemplo: Em uma fábrica, 400 peças são produzidas diariamente por 10 funcionários que trabalham 8 horas por dia. Quantas peças seriam produzidas diariamente por 15 funcionários que trabalham 6 horas por dia, considerando que a dificuldade para produzir as peças dobrou?

Neste exemplo, são 4 grandezas envolvidas: o número de peças, a quantidade de funcionários, o número de horas que cada funcionário trabalha diariamente e a dificuldade. Vamos colocar estas grandezas no cabeçalho da tabela.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade

Temos duas situações para comparar.

Na primeira situação, 400 peças são produzidas diariamente por 10 pessoas que trabalham 8 horas por dia. Esta situação em que todos os valores são conhecidos ficará na primeira linha da tabela.

Temos ainda a grandeza “dificuldade”. Como colocar isto na tabela? Ora, o problema disse que a dificuldade dobrou. Então vamos colocar um valor qualquer para a dificuldade na primeira situação. Na segunda situação, a dificuldade será o dobro. Podemos colocar 1 e 2, ou 10 e 20, ou 100 e 200. Tanto Faz. Vou colocar dificuldade 1 na primeira situação e dificuldade 2 na segunda situação.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400	10	8	1

Na segunda situação, há 15 funcionários que trabalham 6 horas por dia. Sabemos ainda que a dificuldade dobrou. Queremos saber quantas peças serão produzidas diariamente. Esta situação ficará na segunda linha da tabela.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400	10	8	1
x	15	6	2

Para resolver este problema, vamos comparar as grandezas conhecidas (quantidade de funcionários, horas/dia, dificuldade) com a grandeza desconhecida (número de peças).

Para podermos comparar, vamos colocar uma seta para baixo na coluna da grandeza desconhecida. Sempre é assim! Na coluna da grandeza desconhecida (onde tem o "x"), colocamos uma seta para baixo.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400	10	8	1
x ↓	15	6	2

Vamos agora comparar as grandezas e decidir se são diretamente ou inversamente proporcionais.

Quando as grandezas forem diretamente proporcionais, colocaremos uma seta para baixo. Quando as grandezas forem inversamente proporcionais, colocaremos uma seta para cima.

E como sabemos se são direta ou inversamente proporcionais? É muito simples.

Você vai observar se a grandeza conhecida aumentou ou diminuiu. Depois, vai se perguntar o que acontece com a grandeza desconhecida. Se as duas grandezas aumentam ou se as duas grandezas diminuem, elas serão diretamente proporcionais. Se uma grandeza aumenta enquanto a outra diminui, as grandezas são inversamente proporcionais.

Voltemos à nossa tabela.

Vamos comparar a quantidade de funcionários com o número de peças. Observe que a quantidade de funcionários **aumentou**. Ora, se temos mais funcionários trabalhando, então a quantidade de peças produzidas também **aumentará**.

Como as duas grandezas aumentaram, então elas são diretamente proporcionais. A seta da quantidade de funcionários ficará voltada para baixo também.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400 ↓	10 ↓	8	1
x ↓	15 ↓	6	2

Vamos agora comparar a quantidade de horas trabalhadas por dia com o número de peças produzidas. Observe que a quantidade de horas trabalhadas **diminuiu**. Como os funcionários estão trabalhando menos horas por dia, a quantidade de peças produzidas diariamente vai **diminuir**.

Como as duas grandezas diminuíram, as grandezas são diretamente proporcionais. A seta fica para baixo.

Lembre-se: quando as duas grandezas aumentam ou quando as duas diminuem, as grandezas são diretamente proporcionais e a seta fica voltada para baixo.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400 ↓	10 ↓	8 ↓	1
x ↓	15 ↓	6 ↓	2

Finalmente, vamos comparar a dificuldade com o número de peças. A dificuldade aumentou. Como o processo para produzir peças está mais difícil, o número de peças produzidas tende a diminuir.

Como uma grandeza está aumentando e a outra está diminuindo, as grandezas são inversamente proporcionais. Neste caso, a seta fica voltada para cima.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400 ↓	10 ↓	8 ↓	1 ↑
x ↓	15 ↓	6 ↓	2 ↑

O último passo é montar a equação.

Formaremos frações e, para tanto, devemos seguir o sentido das setas. Quando a seta está voltada para baixo, mantemos o sentido numerador/denominador. Quando a seta está para cima, devemos inverter a fração.

Do lado esquerdo da equação, vamos colocar a fração da grandeza desconhecida.

$$\frac{400}{x} =$$

Do lado esquerdo, vamos colocar o PRODUTO das outras frações, ou seja, vamos multiplicar as outras frações obedecendo o sentido das setas. Ficamos assim:

$$\frac{400}{x} = \frac{10}{15} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{2}{1}$$

Observe que a única fração invertida foi a última, em que a seta ficou para cima.

Agora é só resolver a equação e correr pro abraço!!

$$\frac{400}{x} = \frac{160}{90}$$

Neste ponto, podemos simplificar por 10 a fração da direita. Se você está acostumado com simplificação de frações, poderia ter simplificado antes de multiplicar.

$$\frac{400}{x} = \frac{16}{9}$$

Agora, vamos aplicar a propriedade fundamental das proporções: o produto dos meios (16 e x) é igual ao produto dos extremos (400 e 9). Em outras palavras, vamos multiplicar cruzado.

$$16 \cdot x = 400 \cdot 9$$

$$16 \cdot x = 3.600$$

$$x = \frac{3.600}{16} = 225$$

Serão produzidas 225 peças diariamente.

Às vezes, simplifico na própria tabela os números, quando os números são muito grandes e é possível visualizar de imediato a possibilidade de simplificação, para que trabalhemos com números menores.

Perceba que, quando faço isso (ou seja, simplificar na própria tabela, antes de realizar o cálculo final), simplifico os números que estão na mesma coluna.

Observe, por exemplo, a tabela do exemplo anterior.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400	10	8	1
x	15	6	2

Para acelerar a resolução, poderíamos ter simplificado a segunda coluna por 5 e a terceira coluna por 2.

Número de peças	Quantidade de funcionários	Horas por dia	Dificuldade
400	2	4	1
x	3	3	2

RESUMINDO

- Coloque no cabeçalho da tabela as grandezas.
- Na primeira linha, coloque os valores das grandezas na situação em que todas são conhecidas.
- Na segunda linha, coloque os valores das grandezas na situação em que uma das grandezas é desconhecida.
- Coloque uma seta para baixo na coluna da grandeza desconhecida (onde tem o “x”).
- Compare as grandezas conhecidas com a grandeza desconhecida.
- Se as duas grandezas aumentam ou se as duas diminuem, as grandezas são diretamente proporcionais e a seta fica voltada para baixo.
- Se uma grandeza aumenta enquanto a outra diminui, as grandezas são inversamente proporcionais e a seta fica voltada para cima.
- Montar a proporção e resolver a equação.
- Marcar o gabarito e correr pro abraço.

Vamos agora resolver exercícios para colocar em prática.

01. Dois funcionários fazem, em média, doze relatórios em três dias. Mantendo a mesma eficiência, três funcionários farão vinte e quatro relatórios em

a) um dia.

b) dois dias.

c) três dias.

d) quatro dias.

e) seis dias.

Resolução

O primeiro passo é montar a tabela com as grandezas.

Na primeira linha, vamos colocar os dados quando todas as variáveis são conhecidas (2 funcionários fazem 12 relatórios em 3 dias).

Na segunda linha, vamos colocar a situação em que uma das variáveis é desconhecida (3 funcionários fazem 24 relatórios em quantos dias?).

Funcionários	Relatórios	Dias
2	12	3
3	24	x

Antes de compararmos as grandezas, podemos simplificar os números que estão em uma mesma coluna. Por exemplo, podemos simplificar 12 com 24 colocando 1 e 2 (simplificaremos por 12).

Funcionários	Relatórios	Dias
2	1	3
3	2	x

O próximo passo é comparar as grandezas conhecidas (funcionários, relatórios) com a quantidade de dias.

Quando comparamos funcionários com dias, devemos imaginar que a grandeza “relatórios” é constante. Observe que a quantidade de funcionários aumentou. Dessa forma, mantendo a quantidade de relatórios constante, a quantidade de dias necessários para concluir o serviço diminuirá. Como uma grandeza aumentou enquanto a outra diminuiu, elas são inversamente proporcionais.

Funcionários	Relatórios	Dias
2 ↑	1	3 ↓
3	2	x

Vamos agora comparar relatórios e dias (mantendo a grandeza "funcionários" constante). A quantidade de relatórios aumentou. Dessa forma, serão necessários mais dias para concluir o serviço. Como as duas grandezas aumentam, elas são diretamente proporcionais.

Funcionários	Relatórios	Dias
2 ↑	1 ↓	3 ↓
3	2	x

Agora é só montar a proporção.

$$\frac{3}{x} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{3}{4}$$

$$x = 4$$

Gabarito: D

---

02. Laura pagou R$ 11,20 por 350g de presunto. No mesmo estabelecimento, Regina comprou 600g do mesmo presunto. O valor pago por Regina foi:

a) R$ 20,70;

b) R$ 19,80;

c) R$ 19,20;

d) R$ 18,30;

e) R$ 18,10.

Resolução

Sabemos que 350g custam R$ 11,20. Assim, para saber o valor pago por cada grama, devemos dividir R$ 11,20 por 350 g.

$$Preço\ de\ cada\ grama \rightarrow \frac{11{,}20}{350}$$

Como queremos saber o valor de 600g, devemos multiplicar o valor de cada grama por 600.

$$Preço\ de\ 600g \rightarrow \frac{11{,}20}{350} \times 600 =$$

$$= 19{,}20$$

Vamos agora resolver com a tabelinha.

R$	gramas
11,20	350
x	600

Quando aumentamos o peso, aumentamos também o preço. Portanto, as grandezas são diretamente proporcionais (as duas setas ficarão para baixo).

R$	gramas
11,20 ↓	350 ↓
x ↓	600 ↓

Vamos armar a proporção.

$$\frac{11{,}20}{x} = \frac{350}{600}$$

$$350x = 600 \times 11{,}20$$

$$x = \frac{600 \times 11{,}20}{350} = 19{,}20$$

Gabarito: C

03. Cinco caminhões iguais fazendo, cada um, uma viagem por dia, conseguem transportar toda a produção de soja de uma fazenda ao mercado em 12 dias. O transporte foi iniciado e, no final do terceiro dia, dois caminhões enguiçaram. Os outros caminhões transportaram o restante da soja em mais:

a) 12 dias;

b) 15 dias;

c) 16 dias;

d) 18 dias;

e) 20 dias.

Resolução

Esse tipo de questão é muito comum. Vamos resolver de uma forma um pouco mais lenta e, em seguida, vamos aprender uma técnica para ganhar tempo.

Se fôssemos comparar a situação dos 3 dias iniciais com a situação dos x dias restantes, deveríamos acrescentar uma coluna à tabela que envolvesse a quantidade de soja transportada, pois a quantidade de soja transportada não seria a mesma nos dois períodos.

Vamos resolver essa questão de duas formas.

Caminhões	Dias	Soja

Observe que os cinco caminhões estavam previstos para concluir o serviço em 12 dias, mas trabalharam apenas por 3 dias. Portanto, eles carregaram 3/12 = ¼ da soja em 3 dias.

Caminhões	Dias	Soja
5	3	1/4

Como dois caminhões enguiçaram, apenas 3 caminhões seguirão trabalhando. Eles trabalharão durante x dias e transportarão o resto da soja, que corresponde a 3/4 do total.

Caminhões	Dias	Soja
5	3	1/4
3	x	3/4

A última coluna pode ser simplificada. Vamos cortar os denominadores, que são iguais.

Caminhões	Dias	Soja
5	3	1
3	x	3

Vamos comparar as grandezas conhecidas com a grandeza desconhecida.

A quantidade de caminhões diminuiu. Portanto, a quantidade de dias aumentará. Como uma grandeza diminui enquanto a outra aumenta, elas são inversamente proporcionais (seta para cima).

A quantidade de soja aumentou. Temos mais trabalho a fazer. Portanto, a quantidade de dias aumentará. Como as duas grandezas aumentaram, elas são diretamente proporcionais (seta para baixo).

Caminhões	Dias	Soja
5	3	1
3	x	3

Agora é só armar a proporção.

$$\frac{3}{x} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{5}$$

$$x \cdot 1 = 3 \cdot 5$$

$$x = 15\ dias$$

Vamos agora resolver de uma outra forma.

Para que não seja necessária a inclusão da coluna “soja”, devemos comparar duas situações em que a quantidade de soja transportada seja a mesma.

Se os caminhões não tivessem enguiçado, após os 3 primeiros dias, os cinco caminhões terminariam o serviço em 9 dias (pois o total seria de 12 dias).

Como 2 caminhões enguiçaram, então os três caminhões restantes terminariam o serviço em x dias.

Caminhões	Dias
5 ↑	9 ↓
3	x

Observe que diminuindo a quantidade de caminhões, a quantidade de dias irá aumentar (grandezas inversamente proporcionais).

Armando a proporção, temos:

$$\frac{9}{x} = \frac{3}{5}$$

$$3 \cdot x = 5 \cdot 9$$

$$3x = 45$$

$$x = 15\ dias$$

Gabarito: B

04. Três caixas atendem 60 clientes em 1h30min. Cinco caixas atenderão 120 clientes em:

a) 3h;

b) 2h30min;

c) 2h06min;

d) 1h54min;

e) 1h48min.

Resolução

Três caixas atendem 60 clientes em 1h30 min. Vamos transformar esse tempo para minutos.

$$1h30min = 60min + 30min = 90min$$

Vamos montar a tabela.

Caixas	Clientes	Minutos
3	60	90
5	120	x

A segunda coluna pode ser simplificada por 60.

Caixas	Clientes	Minutos
3	1	90
5	2	x

Vamos comparar as grandezas conhecidas (caixas, clientes) com a grandeza desconhecida (minutos).

Temos mais caixas fazendo o atendimento. O tempo levado para terminar o trabalho diminuirá. Como uma grandeza aumentou enquanto a outra diminuiu, elas são inversamente proporcionais.

A quantidade de clientes aumentou. Assim, os caixas levarão mais tempo para terminar o serviço. Como as duas grandezas aumentaram, elas são diretamente proporcionais.

Caixas	Clientes	Minutos
3 ↑	1 ↓	90 ↓
5	2	x

Agora é só armar a proporção.

$$\frac{90}{x} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{90}{x} = \frac{5}{6}$$

$$5x = 90 \times 6$$

$$5x = 540$$

$$x = 108\ min$$

$$x = 1h48min$$

Gabarito: E

---

05. Dois atendentes atendem 32 clientes em 2h40min. Com a mesma eficiência, três atendentes atenderão 60 clientes em:

a) 2h40min;

b) 2h48min;

c) 3h10min;

d) 3h20min;

e) 3h30min.

Resolução

Dois atendentes atendem 32 clientes em 2h40min. Vamos transformar esse tempo para minutos.

$$2h40min = 120min + 40min = 160min$$

Vamos montar a tabela.

Atendentes	Clientes	Minutos
2	32	160
3	60	x

A segunda coluna pode ser simplificada por 4.

Atendentes	Clientes	Minutos
2	8	160
3	15	x

Vamos comparar as grandezas conhecidas (atendentes, clientes) com a grandeza desconhecida (minutos).

Temos mais atendentes fazendo o atendimento. O tempo levado para terminar o trabalho diminuirá. Como uma grandeza aumentou enquanto a outra diminuiu, elas são inversamente proporcionais.

A quantidade de clientes aumentou. Assim, os atendentes levarão mais tempo para terminar o serviço. Como as duas grandezas aumentaram, elas são diretamente proporcionais.

Atendentes	Clientes	Minutos
2 ↑	8 ↓	160 ↓
3	15	x

Agora é só armar a proporção.

$$\frac{160}{x} = \frac{3}{2} \times \frac{8}{15}$$

Podemos simplificar 8 com 2 e 15 com 3.

$$\frac{160}{x} = \frac{4}{5}$$

$$4x = 160 \times 5$$

$$4x = 800$$

$$x = 200\ min$$

$$x = 3h20min$$

Gabarito: D

06. Um pintor pintou uma parede retangular com 3m de altura por 4m de largura em uma hora. Com a mesma eficiência, esse pintor pintaria uma parede com 3,5m de altura por 6m de largura em:

a) 1h45min;

b) 1h40min;

c) 1h35min;

d) 1h30min;

e) 1h25min.

Resolução

A área da primeira parede é de $3m \times 4m = 12m^2$. Essa parede foi pintada em 1 hora (60 minutos).

A área da segunda parede é de $3{,}5m \times 6m = 21m^2$. Essa parede será pintada em x minutos.

Área	Minutos
12	60
21	x

Como a área aumentou, o tempo para realizar a pintura também aumentará. As grandezas são diretamente proporcionais. As duas setas ficam voltadas para baixo.

Área	Minutos
12 ↓	60 ↓
21	x

Vamos armar a proporção.

$$\frac{12}{21} = \frac{60}{x}$$

A primeira fração por ser simplificada por 3.

$$\frac{4}{7} = \frac{60}{x}$$

$$4x = 7 \times 60$$

$$4x = 420$$

$$x = 105\ min$$

$$x = 1h45min$$

Gabarito: A

---

07. Suponha que uma fábrica tenha 10 funcionários que trabalham 8 horas por dia, por 5 dias seguidos, produzindo 12 unidades de um produto.

Suponha que houve um corte de 50% do total de funcionários, e os que permaneceram passaram a trabalhar por 10 dias seguidos, tendo que alcançar a meta de produzir 50% a mais do que antes do corte de funcionários.

Assinale a opção que indica o número de horas/dia que os trabalhadores que sobraram terão que trabalhar para atingir a meta.

a) 10.

b) 12.

c) 14.

d) 16.

e) 18.

Resolução

Na primeira situação, 10 funcionários trabalham 8 horas por dia, por 5 dias seguidos, e produzem 12 unidades do produto.

Na segunda situação, 5 funcionários (houve um corte de 50% dos funcionários) trabalharão por 10 dias e deverão produzir 18 unidades do produto (50% a mais que 12 unidades = 12 + 6 = 18). Queremos saber quantas horas por dia esses funcionários terão que trabalhar.

Funcionários	Horas/dia	Dias	Unidades
10	8	5	12
5	x	10	18

A primeira coluna pode ser simplificada por 5; a terceira coluna pode ser simplificada por 5 e a última coluna pode ser simplificada por 6.

Funcionários	Horas/dia	Dias	Unidades
2	8	1	2
1	x	2	3

A quantidade de funcionários diminuiu. Assim, eles precisarão trabalhar mais horas por dia para cumprir a meta. Como uma grandeza diminuiu enquanto a outra aumentou, então elas são inversamente proporcionais.

O prazo em dias aumentou. Assim, os funcionários podem trabalhar menos horas por dia para cumprir a meta. Como uma grandeza aumentou enquanto a outra diminuiu, elas são inversamente proporcionais.

A meta de unidades produzidas aumentou. Assim, os funcionários precisam trabalhar mais horas/dia para cumprir a meta. Como as duas grandezas aumentam, elas são diretamente proporcionais.

Funcionários	Horas/dia	Dias	Unidades
2 ↑	8 ↓	1 ↑	2 ↓
1	x	2	3

Vamos armar a proporção.

$$\frac{8}{x} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3}$$

As duas primeiras frações no segundo membro se cancelam.

$$\frac{8}{x} = \frac{2}{3}$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

Gabarito: B

08. Para pavimentar uma rua de um condomínio com paralelepípedos uma equipe de 5 operários levou 40 dias para realizar esse trabalho. Para pavimentar uma nova rua desse condomínio com o dobro do comprimento da outra, a equipe anterior ganhou 3 novos operários de mesma competência dos outros. O número de dias que a nova equipe levará para pavimentar a nova rua é

a) 50.

b) 48.

c) 45.

d) 40.

e) 36.

Resolução

Vamos montar a tabela. Lembre-se que o comprimento da rua na segunda situação será o dobro da primeira.

Operários	Dias	Comprimento
5	40	1
8	x	2

A quantidade de operários aumentou. Portanto, eles levarão menos dias para concluir o trabalho. Como uma grandeza aumenta enquanto a outra diminui, elas são inversamente proporcionais.

O comprimento da rua aumentou. Portanto, os operários levarão mais dias para concluir o serviço. Como as duas grandezas aumentaram, elas são diretamente proporcionais.

Operários	Dias	Comprimento
5 ↑	40 ↓	1 ↓
8 ↑	x ↓	2 ↓

Agora é só armar a proporção.

$$\frac{40}{x} = \frac{8}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{40}{x} = \frac{8}{10}$$

$$8x = 40 \times 10$$

$$8x = 400$$

$$x = 50$$

Gabarito: A

---

09. Se x vacas produzem y litros em z dias, então, com a mesma produtividade, o número de vacas necessárias para produzir m litros em n dias é:

a) $\frac{mxz}{ny}$

b) $\frac{mx}{nyz}$

c) $\frac{nz}{mxy}$

d) $\frac{xyz}{mn}$

e) $\frac{nx}{myz}$

Resolução

Vamos montar a tabelinha. Digamos que o número de vacas que queremos calcular seja igual a v.

Vacas	Litros	Dias
x	y	z
v	m	n

A grandeza desconhecida é v. Vamos colocar uma seta para baixo.

Vacas	Litros	Dias
x ↓	y	z
v	m	n

Devemos comparar as grandezas conhecidas (litros, dias) com a grandeza desconhecida (vacas).

Digamos que a quantidade de litros tenha aumentado. Para produzir mais litros de leite, precisamos de mais vacas. Como as duas grandezas aumentam, elas são diretamente proporcionais.

Vacas	Litros	Dias
x ↓	y ↓	z
v	m	n

Vamos agora comparar a grandeza “dias” com a quantidade de vacas.

Digamos que o prazo em dias para bater a meta de litros de leite tenha aumentado. Aumentando o prazo em dias, a quantidade de vacas pode diminuir. Como uma grandeza aumenta enquanto a outra diminui, elas são inversamente proporcionais.

Vacas	Litros	Dias
x ↓	y ↓	z ↑
v	m	n

Vamos armar a proporção.

$$\frac{x}{v} = \frac{y}{m} \times \frac{n}{z}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{yn}{mz}$$

O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$v \cdot yn = xmz$$

$$v = \frac{xmz}{yn}$$

Reorganizando as letras, percebemos que a resposta é a alternativa A.

$$v = \frac{mxz}{ny}$$

Gabarito: A

---

10. Dois marceneiros e dois aprendizes, cada um trabalhando durante quatro dias, seis horas por dia, constroem três cadeiras e uma mesa. Os marceneiros trabalham com a mesma eficiência, mas a eficiência dos aprendizes é igual a 75% da eficiência dos marceneiros. Para construir uma mesa, gasta-se 50% a mais de tempo que para construir uma cadeira.

Nesse caso, para construírem doze cadeiras e duas mesas em oito dias, dois marceneiros e quatro aprendizes com eficiências iguais às daqueles citados anteriormente devem trabalhar

a) 4,2 h/dia.

b) 6 h/dia.

c) 6,3 h/dia.

d) 7 h/dia.

e) 7,5 h/dia.

Resolução

A dificuldade da questão é que temos:

i) marceneiros e aprendizes com diferentes eficiências

ii) mesas e cadeiras com tempos diferentes de produção.

Para facilitar a resolução, vamos uniformizar os dados.

Sabemos que a eficiência de um aprendiz é 75% da eficiência de um marceneiro.

$$aprendiz = 0{,}75 \times marceneiro$$

Na primeira situação, temos dois marceneiros e dois aprendizes.

$$2\ marceneiros + 2\ aprendizes$$

Como $aprendiz = 0{,}75 \times marceneiro$, temos:

$$2\ marceneiros + 2 \times \underbrace{0{,}75 \times marceneiro}_{aprendiz}$$

$$3{,}5\ marceneiros$$

Assim, vamos substituir os 2 marceneiros e 2 aprendizes por 3,5 marceneiros.

Na segunda situação, teremos 2 marceneiros e 4 aprendizes.

$$2\ marceneiros + 4\ aprendizes =$$

$$= 2\ marceneiros + 4 \times \underbrace{0{,}75 \times marceneiro}_{aprendiz}$$

$$= 2\ marceneiros + 3\ marceneiros$$

$$= 5\ marceneiros$$

Vamos começar a armar a nossa tabelinha da regra de três.

Marceneiros	Dias	Horas por dia	Produto
3,5	4	6	
5	8	x	

Precisamos agora simplificar os produtos (cadeiras e mesas).

Sabemos que o tempo para produzir uma mesa é 50% superior ao tempo para produzir uma cadeira. Para aumentar algo em 50%, devemos multiplicar por 1,5.

$$mesa = 1{,}5 \cdot cadeira$$

Na primeira situação, serão construídas 3 cadeiras e uma mesa.

$$3\ cadeiras + 1\ mesa =$$

$$= 3\ cadeiras + 1 \cdot \underbrace{1{,}5 \cdot cadeira}_{mesa}$$

$$= 4{,}5\ cadeiras$$

Na segunda situação, serão construídas 12 cadeiras e 2 mesas.

$$12\ cadeiras + 2\ mesas =$$

$$= 12\ cadeiras + 2 \cdot \underbrace{1{,}5\ cadeira}_{mesa}$$

$$= 12\ cadeiras + 3\ cadeiras$$

$$= 15\ cadeiras$$

Agora podemos completar nossa tabelinha.

Marceneiros	Dias	Horas por dia	Cadeiras
3,5	4	6	4,5
5	8	x	15

Bem mais simples, né? É como se o enunciado fosse assim: 3,5 marceneiros constroem 4,5 cadeiras em 4 dias trabalhando 6 horas por dia. Para construírem 15 cadeiras em 8 dias, 5 marceneiros devem trabalhar quantas horas por dia?

Vamos colocar uma setinha para baixo na coluna da grandeza desconhecida.

Marceneiros	Dias	Horas por dia	Cadeiras
3,5	4	6	4,5
5	8	x	15

Vamos agora comparar as grandezas conhecidas com a grandeza desconhecida.

Marceneiro x h/dia: A quantidade de marceneiros aumentou. Assim, cada um deles pode trabalhar menos horas por dia para manter a produtividade. Como uma grandeza aumentou e a outra diminuiu, elas são inversamente proporcionais. Setinha invertida para cima...

Marceneiros	Dias	Horas por dia	Cadeiras
3,5 ↑	4	6 ↓	4,5
5	8	x	15

Dias x h/dia: O prazo em dias aumentou. Temos mais tempo para efetuar o serviço. Assim, os marceneiros podem diminuir a quantidade de horas trabalhadas por dia para manter a produtividade. Como uma grandeza aumentou e a outra diminuiu, elas são inversamente proporcionais.

Marceneiros	Dias	Horas por dia	Cadeiras
3,5 ↑	4 ↑	6 ↓	4,5
5	8	x	15

Cadeiras x h/dia: Vamos produzir mais cadeiras. Assim, os marceneiros precisam trabalhar mais horas por dia. Como as duas grandezas aumentam, elas são diretamente proporcionais.

Marceneiros	Dias	Horas por dia	Cadeiras
3,5 ↑	4 ↑	6 ↓	4,5 ↓
5	8	x	15

Agora é só armar a proporção. De um lado da equação, colocamos a grandeza desconhecida. Do outro lado, as grandezas conhecidas. Lembre-se de respeitar os sentidos das setas.

$$\frac{6}{x} = \frac{5}{3,5} \times \frac{8}{4} \times \frac{4,5}{15}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{180}{210}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{18}{21}$$

Vamos simplificar a segunda fração por 3.

$$\frac{6}{x} = \frac{6}{7}$$

$$x = 7$$

Eles devem trabalhar 7 horas por dia.

Gabarito: D

---

11. Quinze fiscais iam vistoriar todos os estabelecimentos comerciais da zona sul da cidade em 25 dias, trabalhando 8 horas por dia cada um e todos com mesma produtividade. Depois de 5 dias completos desse serviço, a superintendência regional solicitou, em regime de urgência e com pagamento de hora extra, que os 15 funcionários passassem a trabalhar 10 horas por dia para finalizar a vistoria em menos dias do que os 25. Considerando que a solicitação foi atendida e que os funcionários continuaram o trabalho com mesma produtividade, a vistoria completa dos estabelecimentos comerciais da zona sul ocorreu em um total de

(A) 20 dias.
(B) 17 dias.
(C) 19 dias.
(D) 21 dias.
(E) 18 dias.

Resolução

Tome muito cuidado com esta questão. Não podemos comparar dizendo 25 dias/8 horas por dia com (x dias/10 horas por dia). Não podemos comparar assim porque a quantidade de trabalho a ser realizado em 25 dias não é a mesma quantidade de trabalho a ser realizado na situação final.

Devemos fazer a comparação quando o trabalho a ser realizado é o mesmo, ou seja, passados os 5 dias.

Os 15 fiscais iam vistoriar em 25 dias. Depois de 5 dias, mudou o regime de trabalho.

Depois dos 5 dias, 15 fiscais, trabalhando 8 horas por dia, têm 20 dias para concluir o serviço. Entretanto, depois dos 5 dias, os 15 fiscais vão trabalhar 10 horas por dia. Quantos dias levarão para concluir o serviço?

Horas por dia	Dias
8	20
10	x

Se os fiscais vão trabalhar mais horas por dia, eles levarão menos dias para concluir o serviço. As grandezas são inversamente proporcionais porque uma aumenta e a outra diminui.

Horas por dia	Dias
8 ↑	20 ↓
10	x

$$\frac{20}{x} = \frac{10}{8}$$

$$10x = 8 \cdot 20$$

$$x = 16$$

Como já se passaram 5 dias, o tempo total é igual a 5 + 16 = 21 dias.

Gabarito: D

LISTA DE QUESTÕES DO ENEM SEM COMENTÁRIOS

01. (ENEM 2018)

Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual a quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e distribuição dos panfletos custam R$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

A) $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$

B) $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$

C) $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$

D) $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$

E) $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$

02. (Enem 2017)

A mensagem digitada no celular, enquanto você dirige, tira a sua atenção e, por isso, deve ser evitada. Pesquisas mostram que um motorista que dirige um carro a uma velocidade constante percorre “às cegas” (isto é, sem ter visão da pista) uma distância proporcional ao tempo gasto a olhar para o celular durante a digitação da mensagem. Considere que isso de fato aconteça. Suponha que dois motoristas (X e Y) dirigem com a mesma velocidade constante e digitam a mesma mensagem em seus celulares. Suponha, ainda, que o tempo gasto pelo motorista X olhando para seu celular enquanto digita a mensagem corresponde a 25% do tempo gasto pelo motorista Y para executar a mesma tarefa.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 21 jul. 2012 (adaptado).

A razão entre as distâncias percorridas às cegas por X e Y, nessa ordem, é igual a

a) 5/4

b) 1/4

c) 4/3

d) 4/1

e) 3/4

03. (Enem (Libras) 2017)

Uma competição automobilística prevê a realização de uma viagem entre as cidades X e Y, com uma parada na cidade intermediária Z, onde os competidores passarão a noite. O navegador de uma equipe decide fazer um mapa contendo uma rota que passa por essas três cidades. Nesse mapa é utilizada uma escala tal que a distância entre as cidades X e Z é de 12 centímetros, e a distância entre as cidades Z e Y é de 18 centímetros. Sabe-se que a distância real de X a Y é de 870 quilômetros, e que as três cidades são representadas, no mapa, ao longo de uma mesma linha reta.

A distância de X a Z, em quilômetros, é igual a

a) 290.

b) 348.

c) 435.

d) 522.

e) 580.

04. (Enem PPL 2017)

Uma indústria tem um setor totalmente automatizado. São quatro máquinas iguais, que trabalham simultânea e ininterruptamente durante uma jornada de 6 horas. Após esse período, as máquinas são desligadas por 30 minutos para manutenção. Se alguma máquina precisar de mais manutenção, ficará parada até a próxima manutenção.

Certo dia, era necessário que as quatro máquinas produzissem um total de 9.000 itens. O trabalho começou a ser feito às 8 horas. Durante uma jornada de 6 horas, produziram 6.000 itens, mas na manutenção observou-se que uma máquina precisava ficar parada. Quando o serviço foi finalizado, as três máquinas que continuaram operando passaram por uma nova manutenção, chamada de manutenção de esgotamento.

Em que horário começou a manutenção de esgotamento?

a) 16h 45 min

b) 18h 30 min

c) 19h 50 min

d) 21h 15 min

e) 22h 30 min

05. (Enem PPL 2017)

Uma televisão pode ser posicionada de modo que se consiga enxergar os detalhes de uma imagem em alta definição. Considere que a distância ideal, com conforto visual, para se assistir à televisão de 32 polegadas é de 1,8 metros. Suponha que haja uma relação de proporcionalidade direta entre o tamanho da tela (medido em polegada) e a distância ideal. Considere que um espectador dispõe de uma televisão de 60 polegadas e que ele deseja se posicionar em frente a ela, com conforto visual.

A distância da televisão, em metro, em que o espectador deve se posicionar para que tenha conforto visual é mais próxima de

a) 0,33.

b) 0,96.

c) 1,57.

d) 3,37.

e) 3,60.

06. (Enem (Libras) 2017)

Uma padaria fabrica biscoitos que são embalados em pacotes com dez unidades, e cada pacote pesa 85 gramas. Na informação ao consumidor lê-se: "A cada 15 gramas do biscoito correspondem 90 quilocalorias".

Quantas quilocalorias tem um desses biscoitos?

a) 6

b) 14

c) 51

d) 60

e) 510

07. (Enem (Libras) 2017)

Para a construção de um edifício, o engenheiro responsável decidiu utilizar um novo elevador de carga, com o objetivo de transportar as lajotas do solo até o andar superior com maior eficiência. Testaram-se dois modelos de elevadores: o primeiro carrega 40 peças de lajotas por vez e demora 15 minutos para ir ao topo e retornar ao solo; o segundo carrega 60 peças de lajotas por vez e demora 21 minutos para percorrer o mesmo trajeto. O engenheiro decide verificar quanto tempo o primeiro demora para carregar 280 lajotas até o topo e voltar. Em seguida, decide calcular a quantidade máxima de lajotas que o segundo elevador carregaria nesse mesmo tempo. Nessas condições, a quantidade máxima de lajotas que o segundo elevador pode carregar é

a) 133.

b) 261.

c) 300.

d) 392.

e) 588.

08. (Enem 2016)

Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2.000 pessoas se faz necessária a presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno ocupado. Às 10h da manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120.000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público.

Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

a) 360

b) 485

c) 560

d) 740

e) 860

09. (Enem PPL 2015)

Uma confecção possuía 36 funcionários, alcançando uma produtividade de 5.400 camisetas por dia, com uma jornada de trabalho diária dos funcionários de 6 horas. Entretanto, com o lançamento da nova coleção e de uma nova campanha de *marketing*, o número de encomendas cresceu de forma acentuada, aumentando a demanda diária para 21.600 camisetas. Buscando atender essa nova demanda, a empresa aumentou o quadro de funcionários para 96. Ainda assim, a carga horária de trabalho necessita ser ajustada.

Qual deve ser a nova jornada de trabalho diária dos funcionários para que a empresa consiga atender a demanda?

a) 1 hora e 30 minutos.

b) 2 horas e 15 minutos.

c) 9 horas.

d) 16 horas.

e) 24 horas.

10. (Enem PPL 2015)

Uma fábrica vende pizzas congeladas de tamanhos médio e grande, cujos diâmetros são respectivamente 30 cm e 40 cm. Fabricam-se apenas pizzas de sabor muçarela. Sabe-se que o custo com os ingredientes para a preparação é diretamente proporcional ao quadrado do diâmetro da pizza, e que na de tamanho médio esse custo é R$ 1,80. Além disso, todas possuem um custo Fixo de R$ 3,00 referente às demais despesas da fábrica. Sabe-se ainda que a fábrica deseja lucrar

R$ 2,50 em cada *pizza* grande. Qual é o preço que a fábrica deve cobrar pela pizza grande, a fim de obter o lucro desejado?

a) R$ 5,70.

b) R$ 6,20.

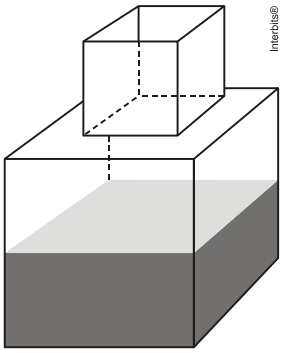
c) R$ 7,30.

d) R$ 7,90.

e) R$ 8,70.

11. (Enem 2014)

Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

a) 8.

b) 10.

c) 16.

d) 18.

e) 24.

12. (Enem 2013)

Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a

a) 2.

b) 4.

c) 5.

d) 8.

e) 9.

13. (Enem PPL 2013)

Médicos alertam sobre a importância de educar as crianças para terem hábitos alimentares saudáveis. Por exemplo, analisando-se uma bolacha com recheio de chocolate (25 g) e um pé de alface (25 g), observam-se as seguintes quantidades de nutrientes, respectivamente:

- carboidratos: 15 g e 0,5 g;

- proteínas: 1,9 g e 0,5 g.

Disponível em: http://veja.abril.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Considerando as informações apresentadas, qual deve ser o número de pés de alface consumidos para se obter a mesma quantidade de carboidratos de uma bolacha?

a) 50

b) 30

c) 14

d) 8

e) 7

14. (Enem 2012)

Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

a) 12 kg.

b) 16 kg.

c) 24 kg.

d) 36 kg.

e) 75 kg.

15. (Enem 2012)

Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.

Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é

a) 153.

b) 460.

c) 1218.

d) 1380.

e) 3066.

16. (Enem 2011)

Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a

a) 4 mil.

b) 9 mil.

c) 21 mil.

d) 35 mil.

e) 39 mil.

17. (Enem 2ª aplicação 2010)

Fontes alternativas

Há um novo impulso para produzir combustível a partir de gordura animal. Em abril, a *High Plains Bioenergy* inaugurou uma biorrefinaria próxima a uma fábrica de processamento de carne suína em Guymon, Oklahoma. A refinaria converte a gordura do porco, juntamente com o o óleo vegetal, em biodiesel. A expectativa da fábrica é transformar 14 milhões de quilogramas de banha em 112 milhões de litros de biodiesel.

Revista Scientific American. Brasil, ago. 2009 (adaptado).

Considere que haja uma proporção direta entre a massa de banha transformada e o volume de biodiesel produzido.

Para produzir 48 milhões de litros de biodiesel, a massa de banha necessária, em quilogramas, será de, aproximadamente,

a) 6 milhões.

b) 33 milhões.

c) 78 milhões.

d) 146 milhões.

e) 384 milhões.

18. (Enem 2010)

Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões (10^7) de litros de água potável.

Manual de etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055), Cláudia (ed. 555), *National Geographic* (ed. 93) e *Nova Escola* (ed. 208) (adaptado).

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1 000 litros de óleo em frituras por semana.

Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?

a) 10^2

b) 10^3

c) 10^4

d) 10^5

e) 10^9

19. (Enem 2ª aplicação 2010)

Em abril de 2009, o observatório espacial americano *Swift* captou um feixe de raios gama proveniente de uma explosão no espaço. Cientistas italianos e ingleses apresentaram conclusões de que as luzes captadas provêm do colapso de uma estrela ocorrido há 13 bilhões de anos, apenas 630 milhões de anos após o *Big Bang*, expansão súbita que originou o Universo. Batizada de GRB 090423, a estrela é o objeto celeste mais antigo já observado pelo homem.

Revista Veja. 4 nov. 2009 (adaptado).

Suponha uma escala de 0 h a 24 h e considere que o *Big Bang* ocorreu exatamente à 0 h. Desse modo, a explosão da estrela GRB 090423 teria ocorrido à(s)

a) 1,10 h.

b) 1,16 h.

c) 1,22 h.

d) 1,84 h.

e) 2,01 h.

20. (Enem cancelado 2009)

Os calendários usados pelos diferentes povos da Terra são muito variados. O **calendário islâmico**, por exemplo, é lunar, e nele cada mês tem sincronia com a fase da lua. O **calendário maia** segue o ciclo de Vênus, com cerca de 584 dias, e cada 5 ciclos de Vênus corresponde a 8 anos de 365 dias da Terra.

MATSUURA, Oscar. *Calendários e o fluxo do tempo*. Scientific American Brasil. Disponível em: http://www.uol.com.br. Acesso em: 14 out. 2008 (adaptado).

Quantos ciclos teria, em Vênus, um período terrestre de 48 anos?

a) 30 ciclos.

b) 40 ciclos.

c) 73 ciclos.

d) 240 ciclos.

e) 384 ciclos

21. (Enem 2009)

Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodísel ao óleo dísel comercializado nos postos.

A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodísel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodísel, bem como possibilita a redução da importação de dísel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final dísel/biodísel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodísel com a adição de 3%?

a) 27,75 milhões de litros.

b) 37,00 milhões de litros.

c) 231,25 milhões de litros.

d) 693,75 milhões de litros.

e) 888,00 milhões de litros.

22. (Enem 2009)

Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região.

Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de

a) 920 kg.

b) 800 kg.

c) 720 kg.

d) 600 kg.

e) 570 kg.

23. (Enem cancelado 2009)

Pneus usados geralmente são descartados de forma inadequada, favorecendo a proliferação de insetos e roedores e provocando sérios problemas de saúde pública. Estima-se que, no Brasil, a cada ano, sejam descartados 20 milhões de pneus usados. Como alternativa para dar uma destinação final a esses pneus, a Petrobras, em sua unidade de São Mateus do Sul, no Paraná, desenvolveu um processo de obtenção de combustível a partir da mistura dos pneus com xisto. Esse procedimento permite, a partir de uma tonelada de pneu, um rendimento de cerca de 530 kg de óleo.

Disponível em: http://www.ambientebrasil.com.br. Acesso em: 3 out. 2008 (adaptado).

Considerando que uma tonelada corresponde, em média, a cerca de 200 pneus, se todos os pneus descartados anualmente fossem utilizados no processo de obtenção de combustível pela mistura com xisto, seriam então produzidas

a) 5,3 mil toneladas de óleo.

b) 53 mil toneladas de óleo.

c) 530 mil toneladas de óleo.

d) 5,3 milhões de toneladas de óleo.

e) 530 milhões de toneladas de óleo.

24. (Enem 2009)

Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é *Spa-Francorchamps*, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km. Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de *Spa-Francorchamps*, parado no b*ox* para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo,

a) 617 kg.

b) 668 kg.

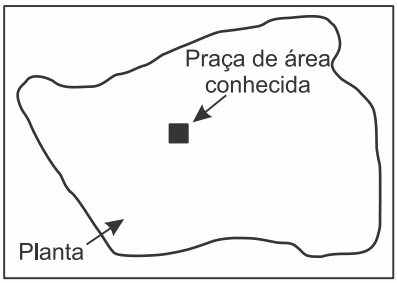
c) 680 kg.

d) 689 kg.

e) 717 kg.

25. (Enem 2001)

Um engenheiro, para calcular a área de uma cidade, copiou sua planta numa folha de papel de boa qualidade, recortou e pesou numa balança de precisão, obtendo 40 g. Em seguida, recortou, do mesmo desenho, uma praça de dimensões reais 100 m x 100 m, pesou o recorte na mesma balança e obteve 0,08 g. Com esses dados foi possível dizer que a área da cidade, em metros quadrados, é de, aproximadamente,



a) 800.

b) 10 000.

c) 320 000.

d) 400 000.

e) 5 000 000.

26. (Enem 1999)

Se compararmos a idade do planeta Terra, avaliada em quatro e meio bilhões de anos $(4{,}5 \times 10^9\ anos)$, com a de uma pessoa de 45 anos, então quando começaram a florescer os primeiros vegetais, a Terra já teria 42 anos. Ela só conviveu com o homem moderno nas últimas quatro horas e, há cerca de uma hora, viu-o começar a plantar e a colher. Há menos de um minuto percebeu o ruído de máquinas e de indústrias e, como denuncia uma ONG de defesa do meio ambiente, foi nesses últimos sessenta segundos que se produziu todo o lixo do planeta!

Na teoria do *Big Bang*, o Universo surgiu há cerca de 15 bilhões de anos, a partir da explosão e expansão de uma densíssima gota. De acordo com a escala proposta no texto, essa teoria situaria o início do Universo há cerca de

a) 100 anos.

b) 150 anos.

c) 1000 anos.

d) 1500 anos.

e) 2000 anos.

GABARITO SEM COMENTÁRIO

GABARITO

01. A
02. B
03. B
04. B
05. D
06. C
07. C
08. E
09. C
10. E
11. B
12. C
13. B
14. A
15. D
16. D
17. A
18. E
19. A
20. A
21. D
22. A
23. B
24. B
25. E
26. B

LISTA DE QUESTÕES DO ENEM COM COMENTÁRIOS

QUESTÕES COMENTADAS

01. (ENEM 2018)

Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual a quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e distribuição dos panfletos custam R$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

A) $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$

B) $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$

C) $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$

D) $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$

E) $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$

Resolução

Sabemos que, no rádio, 120 reais são gastos para que a propaganda seja ouvida por 1.500 pessoas.

Queremos saber quantas pessoas serão atingidas se forem gastos X reais.

Reais	Pessoas atingidas
120	1.500
X	R

Se aumentarmos o valor gasto, também aumentará o número de pessoas atingidas. Assim, as grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{120}{X} = \frac{1.500}{R}$$

$$120R = 1.500X$$

$$R = \frac{1.500X}{120}$$

Vamos simplificar por 30.

$$R = \frac{50X}{4}$$

Esse é o número de pessoas atingidas pela propaganda no rádio. Com isso, já podemos marcar a resposta na alternativa A.

Vamos continuar. Sabemos que o valor para imprimir 1.000 panfletos é 180 reais. Serão gastos Y reais com panfletos. Quantos panfletos serão produzidos?

Reais	Pessoas atingidas
180	1.000
Y	P

Novamente, as grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{180}{Y} = \frac{1.000}{P}$$

$$180P = 1.000Y$$

$$P = \frac{1.000Y}{180}$$

Vamos simplificar por 20.

$$P = \frac{50Y}{9}$$

Esse é o número de pessoas atingidas pelos panfletos.

O número total de pessoas alcançadas pela campanha é

$$R + P = \frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$$

Gabarito: A

---

02. (Enem 2017)

A mensagem digitada no celular, enquanto você dirige, tira a sua atenção e, por isso, deve ser evitada. Pesquisas mostram que um motorista que dirige um carro a uma velocidade constante percorre "às cegas" (isto é, sem ter visão da pista) uma distância proporcional ao tempo gasto a olhar para o celular durante a digitação da mensagem. Considere que isso de fato aconteça. Suponha que dois motoristas (X e Y) dirigem com a mesma velocidade constante e digitam a mesma mensagem em seus celulares. Suponha, ainda, que o tempo gasto pelo motorista X olhando para seu celular enquanto digita a mensagem corresponde a 25% do tempo gasto pelo motorista Y para executar a mesma tarefa.

Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 21 jul. 2012 (adaptado).

A razão entre as distâncias percorridas às cegas por X e Y, nessa ordem, é igual a

a) 5/4

b) 1/4

c) 4/3

d) 4/1

e) 3/4

Resolução

Os dois motoristas dirigem com a mesma velocidade constante. O próprio problema já informa que a distância é proporcional ao tempo.

Sabemos que o tempo de X corresponde a 25% do tempo de Y. Vamos atribuir um tempo 100 para Y. O tempo de X será 25.

Distância	Tempo
x ↓	25 ↓
y	100

As duas setas ficaram voltadas para baixo porque o problema já informou que as grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{x}{y} = \frac{25}{100}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{4}$$

A questão pede justamente a razão entre as distâncias x/y.

Gabarito: B

---

03. (Enem (Libras) 2017)

Uma competição automobilística prevê a realização de uma viagem entre as cidades X e Y, com uma parada na cidade intermediária Z, onde os competidores passarão a noite. O navegador de uma equipe decide fazer um mapa contendo uma rota que passa por essas três cidades. Nesse mapa é utilizada uma escala tal que a distância entre as cidades X e Z é de 12 centímetros, e a distância entre as cidades Z e Y é de 18 centímetros. Sabe-se que a distância real de X a Y é de 870 quilômetros, e que as três cidades são representadas, no mapa, ao longo de uma mesma linha reta.

A distância de X a Z, em quilômetros, é igual a

a) 290.

b) 348.

c) 435.

d) 522.

e) 580.

Resolução

A distância entre as cidades X e Y é a soma da distância de X a Z e de Z a Y.

$$d_{XY} = d_{XZ} + d_{ZY}$$

$$d_{XY} = 12 + 18 = 30\ cm$$

Sabemos que esses 30 cm no mapa correspondem a 870 km na realidade.

A distância entre X e Z, no mapa, é de 12 centímetros. Queremos calcular a distância real.

Distância no Mapa (cm)	Distância real (km)
30	870
12	d

As grandezas são diretamente proporcionais, pois aumentando a distância no mapa, a distância real também é aumentada.

$$\frac{30}{12} = \frac{870}{d}$$

A primeira fração pode ser simplificada por 6.

$$\frac{5}{2} = \frac{870}{d}$$

$$5d = 870 \times 2$$

$$5d = 1.740$$

$$d = 348km$$

Gabarito: B

---

04. (Enem PPL 2017)

Uma indústria tem um setor totalmente automatizado. São quatro máquinas iguais, que trabalham simultânea e ininterruptamente durante uma jornada de 6 horas. Após esse período, as máquinas são desligadas por 30 minutos para manutenção. Se alguma máquina precisar de mais manutenção, ficará parada até a próxima manutenção.

Certo dia, era necessário que as quatro máquinas produzissem um total de 9.000 itens. O trabalho começou a ser feito às 8 horas. Durante uma jornada de 6 horas, produziram 6.000 itens, mas na manutenção observou-se que uma máquina precisava ficar parada. Quando o serviço foi finalizado, as três máquinas que continuaram operando passaram por uma nova manutenção, chamada de manutenção de esgotamento.

Em que horário começou a manutenção de esgotamento?

a) 16h 45 min

b) 18h 30 min

c) 19h 50 min

d) 21h 15 min

e) 22h 30 min

Resolução

Na primeira etapa, 4 máquinas produziram 6.000 itens em 6 horas.

Na segunda etapa, 3 máquinas devem produzir os 3.000 itens restantes. Vamos calcular o tempo.

Máquinas	Itens	Horas
4	6.000	6
3	3.000	x

A segunda coluna pode ser simplificada por 3.000.

Máquinas	Itens	Horas
4	2	6 ↓
3	1	x ↓

Vamos comparar as grandezas conhecidas com a grandeza desconhecida.

O número de máquinas diminuiu. Portanto, as máquinas restantes deverão trabalhar mais tempo para produzir os itens. Como uma grandeza aumentou enquanto a outra diminuiu, elas são inversamente proporcionais.

O número de itens produzidos diminuiu de 6.000 para 3.000. Portanto, o tempo de produção também irá diminuir. Como as duas grandezas diminuíram, elas são diretamente proporcionais.

Máquinas	Itens	Horas
4 ↑	2 ↓	6 ↓
3 ↑	1 ↓	x ↓

Agora é só armar a proporção.

$$\frac{6}{x} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{1}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{6}{4}$$

$$x = 4$$

O processo começou às 8 da manhã. As máquinas trabalharam durante 6 horas, depois ficaram paradas meia hora e depois trabalharam mais 4 horas. O serviço terminou às:

$$8h + 6h + 30\ min + 4h = 18h\ 30\ min$$

Gabarito: B

---

05. (Enem PPL 2017)

Uma televisão pode ser posicionada de modo que se consiga enxergar os detalhes de uma imagem em alta definição. Considere que a distância ideal, com conforto visual, para se assistir à televisão de 32 polegadas é de 1,8 metros. Suponha que haja uma relação de proporcionalidade direta entre o tamanho da tela (medido em polegada) e a distância ideal. Considere que um espectador dispõe de uma televisão de 60 polegadas e que ele deseja se posicionar em frente a ela, com conforto visual.

A distância da televisão, em metro, em que o espectador deve se posicionar para que tenha conforto visual é mais próxima de

a) 0,33.

b) 0,96.

c) 1,57.

d) 3,37.

e) 3,60.

Resolução

O tamanho da tela é proporcional à distância ideal.

Para uma tela de 32 polegadas a distância ideal é de 1,8 metros.

Queremos saber a distância ideal para uma televisão de 60 polegadas.

Tamanho da Tela	Distância Ideal (m)
32 ↓	1,8 ↓
60 ↓	x ↓

$$\frac{1{,}8}{x} = \frac{32}{60}$$

$$32x = 1{,}8 \times 60$$

$$32x = 108$$

$$x = 3{,}375\ m$$

Gabarito: D

---

06. (Enem (Libras) 2017)

Uma padaria fabrica biscoitos que são embalados em pacotes com dez unidades, e cada pacote pesa 85 gramas. Na informação ao consumidor lê-se: "A cada 15 gramas do biscoito correspondem 90 quilocalorias".

Quantas quilocalorias tem um desses biscoitos?

a) 6

b) 14

c) 51

d) 60

e) 510

Resolução

Cada biscoito tem:

$$\frac{85g}{10} = 8{,}5g$$

Agora vamos armar a regrinha de três.

gramas	quilocalorias
15	90
8,5	x

Diminuindo a quantidade de biscoitos, também será diminuída a quantidade de quilocalorias. Como as duas grandezas diminuem, elas são diretamente proporcionais.

$$\frac{90}{x} = \frac{15}{8{,}5}$$

$$15x = 90 \times 8{,}5$$

$$x = 51$$

Gabarito: C

---

07. (Enem (Libras) 2017)

Para a construção de um edifício, o engenheiro responsável decidiu utilizar um novo elevador de carga, com o objetivo de transportar as lajotas do solo até o andar superior com maior eficiência. Testaram-se dois modelos de elevadores: o primeiro carrega 40 peças de lajotas por vez e demora 15 minutos para ir ao topo e retornar ao solo; o segundo carrega 60 peças de lajotas por vez e demora 21 minutos para percorrer o mesmo trajeto. O engenheiro decide verificar quanto tempo o primeiro demora para carregar 280 lajotas até o topo e voltar. Em seguida, decide calcular a quantidade máxima de lajotas que o segundo elevador carregaria nesse mesmo tempo. Nessas condições, a quantidade máxima de lajotas que o segundo elevador pode carregar é

a) 133.

b) 261.

c) 300.

d) 392.

e) 588.

Resposta:

O primeiro elevador dará 280/40 = 7 viagens. Como cada viagem leva 15 minutos, ele gastará 15 x 7 = 105 minutos para carregar as 280 lajotas.

O outro elevador demora 21 minutos em cada viagem. Assim, em 105 minutos ele dará 105/21 = 5 viagens.

Em cada viagem, o segundo elevador carrega 60 peças. Assim, em 5 viagens ele carregará 5 x 60 = 300 lajotas.

Gabarito: C

---

08. (Enem 2016)

Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2.000 pessoas se faz necessária a presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno ocupado. Às 10h da manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120.000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público.

Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

a) 360

b) 485

c) 560

d) 740

e) 860

Resolução

A área do terreno é de $500\ m \times 500\ m = 250.000\ m^2$.

Como há 4 pessoas por metro quadrado, então o total de pessoas é $4 \times 250.000 = 1.000.000$.

Das 10h até as 16h, chegarão 120.000 pessoas por hora. Assim, nessas 6 horas, chegarão $120.000 \times 6 = 720.000$ pessoas.

O total de pessoas no evento é 1.720.000.

Como precisamos de um policial para cada 2.000 pessoas, então o total de policiais é

$$\frac{1.720.000}{2.000} = 860$$

Gabarito: E

---

09. (Enem PPL 2015)

Uma confecção possuía 36 funcionários, alcançando uma produtividade de 5.400 camisetas por dia, com uma jornada de trabalho diária dos funcionários de 6 horas. Entretanto, com o lançamento da nova coleção e de uma nova campanha de *marketing*, o número de encomendas cresceu de forma acentuada, aumentando a demanda diária para 21.600 camisetas. Buscando atender essa nova demanda, a empresa aumentou o quadro de funcionários para 96. Ainda assim, a carga horária de trabalho necessita ser ajustada.

Qual deve ser a nova jornada de trabalho diária dos funcionários para que a empresa consiga atender a demanda?

a) 1 hora e 30 minutos.

b) 2 horas e 15 minutos.

c) 9 horas.

d) 16 horas.

e) 24 horas.

Resolução

Na primeira situação, temos que 36 funcionários produzem 5.400 camisetas por dia trabalhando 6 horas por dia.

Na segunda situação, 96 funcionários devem produzir 21.600 camisetas por dia. Qual a jornada diária de trabalho?

Vamos armar uma tabela com esses dados.

Funcionários	Camisetas por dia	Horas por dia
36	5.400	6
96	21.600	x

A primeira coluna pode ser simplificada por 12.

Observe que 21.600 = 4 x 5.400. Assim, a segunda coluna pode ser simplificada por 5.400.

Funcionários	Camisetas por dia	Horas por dia
3	1	6 ↓
8	4	x ↓

A quantidade de funcionários aumentou. Assim, eles podem diminuir a jornada de trabalho por dia (supondo que a produção de camisetas se mantém constante). Como uma grandeza aumenta enquanto a outra diminui, elas são inversamente proporcionais.

A quantidade de camisetas aumentou. Assim, a jornada de trabalho também deve aumentar. Como as duas grandezas aumentam, elas são diretamente proporcionais.

Funcionários	Camisetas por dia	Horas por dia
3 ↑	1 ↓	6 ↓
8 ↑	4 ↓	x ↓

$$\frac{6}{x} = \frac{8}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{2}{3}$$

$$2x = 18$$

$$x = 9\ horas\ por\ dia$$

Gabarito: C

10. (Enem PPL 2015)

Uma fábrica vende pizzas congeladas de tamanhos médio e grande, cujos diâmetros são respectivamente 30 cm e 40 cm. Fabricam-se apenas pizzas de sabor muçarela. Sabe-se que o custo com os ingredientes para a preparação é diretamente proporcional ao quadrado do diâmetro da pizza, e que na de tamanho médio esse custo é R$ 1,80. Além disso, todas possuem um custo Fixo de R$ 3,00 referente às demais despesas da fábrica. Sabe-se ainda que a fábrica deseja lucrar R$ 2,50 em cada *pizza* grande. Qual é o preço que a fábrica deve cobrar pela pizza grande, a fim de obter o lucro desejado?

a) R$ 5,70.

b) R$ 6,20.

c) R$ 7,30.

d) R$ 7,90.

e) R$ 8,70.

Resolução

O custo com ingredientes é diretamente proporcional ao quadrado do diâmetro da pizza. Assim, ao montar a tabela da regra de três, deveremos colocar uma coluna com o quadrado do diâmetro.

	Custo	$(diâmetro)^2$
Pizza Média	1,80 ↓	30^2 ↓
Pizza Grande	x ↓	40^2 ↓

$$\frac{1{,}80}{x} = \frac{30^2}{40^2}$$

$$\frac{1{,}80}{x} = \frac{900}{1.600}$$

$$900x = 1.600 \times 1{,}80$$

$$x = 3{,}20$$

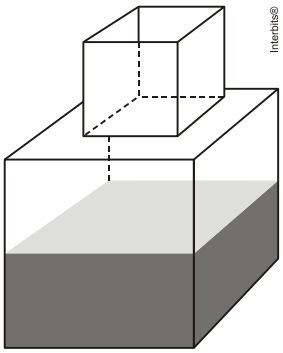
Esse é o custo da pizza grande. Para calcular o preço de venda, devemos adicionar o custo fixo de R$ 3,00 e o lucro desejado de R$ 2,50.

$$V = 3{,}20 + 3 + 2{,}50 = 8{,}70$$

Gabarito: E

11. (Enem 2014)

Um fazendeiro tem um depósito para armazenar leite formado por duas partes cúbicas que se comunicam, como indicado na figura. A aresta da parte cúbica de baixo tem medida igual ao dobro da medida da aresta da parte cúbica de cima. A torneira utilizada para encher o depósito tem vazão constante e levou 8 minutos para encher metade da parte de baixo.



Quantos minutos essa torneira levará para encher completamente o restante do depósito?

a) 8.

b) 10.

c) 16.

d) 18.

e) 24.

Resolução

Vamos assumir que a aresta do cubo menor é de 1 metro. Assim, a aresta do cubo maior será o dobro: 2 metros.

Os volumes são:

$$V_1 = 1^3 = 1\ m^3$$

$$V_2 = 2^3 = 8\ m^3$$

O cubo maior tem um volume de $8\ m^3$. A torneira levou 8 minutos para encher a metade ($4\ m^3$).

Ainda precisamos encher a outra metade e o cubo menor. Assim, precisamos encher $4 + 1 = 5\ m^3$.

m^3	Minutos
4	8
5	X

Diminuindo o volume, o tempo também é diminuído. As grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{8}{x} = \frac{4}{5}$$

$$4x = 8 \times 5$$

$$4x = 40$$

$$x = 10\ min$$

Gabarito: B

---

12. (Enem 2013)

Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m^3. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m^3, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a

a) 2.

b) 4.

c) 5.

d) 8.

e) 9.

Resolução

Sabemos que 6 ralos escoam $900\ m^3$ em 6 horas.

Queremos saber quantos ralos são necessários para escoar $500\ m^3$ em 4 horas.

Ralos	m^3	Horas
6	900	6
x	500	4

Podemos simplificar a coluna do meio por 100 e a última por 2.

Ralos	m^3	Horas
6	9	3
x	5	2

Com um volume menor de água são necessários menos ralos. Como as duas grandezas diminuem, elas são diretamente proporcionais.

Com um tempo menor para realizar o serviço, precisamos de mais ralos. Como uma grandeza diminui e a outra aumenta, elas são inversamente proporcionais.

Ralos	m^3	Horas
6 ↓	9 ↓	3 ↑
x	5	2

$$\frac{6}{x} = \frac{9}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{18}{15}$$

$$18x = 90$$

$$x = 5$$

Gabarito: C

---

13. (Enem PPL 2013)

Médicos alertam sobre a importância de educar as crianças para terem hábitos alimentares saudáveis. Por exemplo, analisando-se uma bolacha com recheio de chocolate (25 g) e um pé de alface (25 g), observam-se as seguintes quantidades de nutrientes, respectivamente:

- carboidratos: 15 g e 0,5 g;

- proteínas: 1,9 g e 0,5 g.

Disponível em: http://veja.abril.com.br. Acesso em: 27 abr. 2010 (adaptado).

Considerando as informações apresentadas, qual deve ser o número de pés de alface consumidos para se obter a mesma quantidade de carboidratos de uma bolacha?

a) 50

b) 30

c) 14

d) 8

e) 7

Resolução

Antes de qualquer coisa: Não existe bolacha com recheio de chocolate. O que existe é BISCOITO com recheio de chocolate. Bolachas são salgadas! Kkkkk...

Vamos em frente.

Cada pé de alface contém 0,5g de carboidratos. Queremos saber quantos pés de alface devem ser consumidos para se obter 15 g de carboidratos.

Pés de Alface	Carboidrato
1	0,5
x	15

Para obter mais carboidrato precisamos de mais pés de alface. As grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{1}{x} = \frac{0,5}{15}$$

$$0,5x = 15$$

$$x = 30$$

Gabarito: B

---

14. (Enem 2012)

Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de

a) 12 kg.

b) 16 kg.

c) 24 kg.

d) 36 kg.

e) 75 kg.

Resolução

A dosagem é de 5 gotas para cada 2kg. O filho consumiu 30 gotas. Vamos calcular sua massa.

Gotas	kg
5	2
30	X

Como foram consumidas mais gotas, a massa também é maior. As grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{2}{x} = \frac{5}{30}$$

$$5x = 60$$

$$x = 12\ kg$$

Gabarito: A

---

15. (Enem 2012)

Nos *shopping centers* costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período de tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe um certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo *shopping* custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.

Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta é

a) 153.

b) 460.

c) 1218.

d) 1380.

e) 3066.

Resolução

A criança ganha 20 tíquetes por período. Para adquirir 9.200 tíquetes, ela precisa jogar

$$\frac{9.200}{20} = 460\ períodos$$

Como cada período custa R$ 3,00, então total gasto é

$$460 \times 3 = 1.380\ reais$$

Gabarito: D

---

16. (Enem 2011)

Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a

a) 4 mil.

b) 9 mil.

c) 21 mil.

d) 35 mil.

e) 39 mil.

Resolução

A questão diz que O ACRÉSCIMO DE INTERNAÇÕES é proporcional à quantidade de pessoas.

Para 32 mil mulheres houve um acréscimo de 8 mil internações.

Vamos calcular o acréscimo proporcional para 28 mil homens.

Milhares de pessoas	Acréscimo (em milhares)
32	8
28	X

As grandezas são proporcionais, pois foi o que a questão informou.

$$\frac{8}{x} = \frac{32}{28}$$

A segunda fração pode ser simplificada por 4.

$$\frac{8}{x} = \frac{8}{7}$$

$$x = 7$$

Assim, houve um acréscimo de 7 mil internações para os homens.

Como houve 28 mil internações de homens, esse número vai subir para 28 mil + 7 mil = 35 mil.

Gabarito: D

---

17. (Enem 2ª aplicação 2010)

Fontes alternativas

Há um novo impulso para produzir combustível a partir de gordura animal. Em abril, a *High Plains Bioenergy* inaugurou uma biorrefinaria próxima a uma fábrica de processamento de carne suína em Guymon, Oklahoma. A refinaria converte a gordura do porco, juntamente com o o óleo vegetal, em biodiesel. A expectativa da fábrica é transformar 14 milhões de quilogramas de banha em 112 milhões de litros de biodiesel.

Revista Scientific American. Brasil, ago. 2009 (adaptado).

Considere que haja uma proporção direta entre a massa de banha transformada e o volume de biodiesel produzido.

Para produzir 48 milhões de litros de biodiesel, a massa de banha necessária, em quilogramas, será de, aproximadamente,

a) 6 milhões.

b) 33 milhões.

c) 78 milhões.

d) 146 milhões.

e) 384 milhões.

Resolução

Existe uma proporção direta entre a massa de banha transformada e o volume de biodiesel produzido.

Sabemos que 14 milhões de quilogramas de banha são transformados em 112 milhões de litros de biodiesel. Queremos produzir 48 milhões de litros de biodiesel.

Milhões de kg de banha	Milhões de litros de biodiesel
14	112
x	48

As grandezas são diretamente proporcionais (dado do problema).

$$\frac{14}{x} = \frac{112}{48}$$

$$112x = 48 \times 14$$

$$112x = 672$$

$$x = 6$$

Gabarito: A

---

18. (Enem 2010)

Um dos grandes problemas da poluição dos mananciais (rios, córregos e outros) ocorre pelo hábito de jogar óleo utilizado em frituras nos encanamentos que estão interligados com o sistema de esgoto. Se isso ocorrer, cada 10 litros de óleo poderão contaminar 10 milhões (10^7) de litros de água potável.

Manual de etiqueta. Parte integrante das revistas Veja (ed. 2055), Cláudia (ed. 555), *National Geographic* (ed. 93) e *Nova Escola* (ed. 208) (adaptado).

Suponha que todas as famílias de uma cidade descartem os óleos de frituras através dos encanamentos e consomem 1 000 litros de óleo em frituras por semana.

Qual seria, em litros, a quantidade de água potável contaminada por semana nessa cidade?

a) 10^2

b) 10^3

c) 10^4

d) 10^5

e) 10^9

Resolução

Sabemos que 10 litros de óleo contaminam 10^7 litros de água potável. Queremos saber quantos litros de água são contaminados por 1.000 litros de óleo.

Litros de Óleo	Litros de Água
10	10^7
1.000	X

A quantidade de óleo aumentou. Assim, a quantidade de água contaminada também aumentará. As grandezas são diretamente proporcionais.

$$\frac{10^7}{x} = \frac{10}{1.000}$$

$$\frac{10^7}{x} = \frac{1}{100}$$

$$x = 100 \times 10^7$$

$$x = 10^2 \times 10^7 = 10^9$$

Gabarito: E

---

19. (Enem 2ª aplicação 2010)

Em abril de 2009, o observatório espacial americano *Swift* captou um feixe de raios gama proveniente de uma explosão no espaço. Cientistas italianos e ingleses apresentaram conclusões de que as luzes captadas provêm do colapso de uma estrela ocorrido há 13 bilhões de anos, apenas 630 milhões de anos após o *Big Bang*, expansão súbita que originou o Universo. Batizada de GRB 090423, a estrela é o objeto celeste mais antigo já observado pelo homem.

Revista Veja. 4 nov. 2009 (adaptado).

Suponha uma escala de 0 h a 24 h e considere que o *Big Bang* ocorreu exatamente à 0 h. Desse modo, a explosão da estrela GRB 090423 teria ocorrido à(s)

a) 1,10 h.

b) 1,16 h.

c) 1,22 h.

d) 1,84 h.

e) 2,01 h.

Resolução

A explosão da estrela ocorreu 13 bilhões de anos atrás, apenas 630 milhões de anos após o Big Bang. Portanto, o Big Bang ocorreu há 13,63 bilhões de anos.

A explosão da estrela ocorreu 630 milhões (630×10^6) de anos após o Big Bang, que ocorreu há 13,63 bilhões de anos $(13{,}63 \times 10^9)$.

Queremos trocar o período total de 13,63 bilhões de anos por um dia de 24 horas. Queremos saber, proporcionalmente, em que momento do dia teria ocorrido a explosão da estrela.

Horas	Anos
24	$13{,}63 \times 10^9$
x	630×10^6

Agora é só armar a proporção.

$$\frac{24}{x} = \frac{13{,}63 \times 10^9}{630 \times 10^6}$$

$$\frac{24}{x} = \frac{13{,}63 \times 10^9}{63 \times 10^7}$$

$$\frac{24}{x} = \frac{13{,}63 \times 10^2}{63}$$

$$\frac{24}{x} = \frac{1.363}{63}$$

$$1.363x = 24 \times 63$$

$$x \cong 1{,}109h$$

Gabarito: A

---

20. (Enem cancelado 2009)

Os calendários usados pelos diferentes povos da Terra são muito variados. O **calendário islâmico**, por exemplo, é lunar, e nele cada mês tem sincronia com a fase da lua. O **calendário maia** segue o ciclo de Vênus, com cerca de 584 dias, e cada 5 ciclos de Vênus corresponde a 8 anos de 365 dias da Terra.

MATSUURA, Oscar. *Calendários e o fluxo do tempo*. Scientific American Brasil. Disponível em: http://www.uol.com.br. Acesso em: 14 out. 2008 (adaptado).

Quantos ciclos teria, em Vênus, um período terrestre de 48 anos?

a) 30 ciclos.

b) 40 ciclos.

c) 73 ciclos.

d) 240 ciclos.

e) 384 ciclos

Resolução

Sabemos que 5 ciclos de Vênus correspondem a 8 anos terrestres.

Queremos saber quantos ciclos de Vênus correspondem a 48 anos terrestres.

Ciclos de Vênus	Anos Terrestres
5	8
x	48

$$\frac{5}{x} = \frac{8}{48}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{1}{6}$$

$$x = 30$$

Gabarito: A

---

21. (Enem 2009)

Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodísel ao óleo dísel comercializado nos postos.

A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodísel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodísel, bem como possibilita a redução da importação de dísel de petróleo.

Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodísel ao dísel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodísel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final dísel/biodísel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodísel com a adição de 3%?

a) 27,75 milhões de litros.

b) 37,00 milhões de litros.

c) 231,25 milhões de litros.

d) 693,75 milhões de litros.

e) 888,00 milhões de litros.

Resolução

A adição de 4% de biodísel corresponde a um consumo de 925 milhões de litros de biodísel.

Com a adição de 3% de biodísel, quantos milhões de litros serão consumidos?

Percentual Adicionado	Milhões de litros de biodísel consumidos
4	925
3	x

$$\frac{925}{x} = \frac{4}{3}$$

$$4x = 3 \times 925$$

$$x = 693{,}75$$

Assim, serão consumidos 693,75 milhões de litros.

Gabarito: D

---

22. (Enem 2009)

Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região.

Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de

a) 920 kg.

b) 800 kg.

c) 720 kg.

d) 600 kg.

e) 570 kg.

Resolução

Na primeira situação, 20 alunos trabalharam 3 horas por dia durante 10 dias e arrecadaram 120 kg de alimentos (12 kg por dia durante 10 dias).

Na segunda situação, 50 alunos (20+30) trabalharam 4 horas por dia durante 20 dias (30 – 10). Vamos calcular a quantidade arrecadada.

Observe que podemos simplificar a tabela da regra de três. Na primeira situação, os alunos trabalharam 3 horas por dia durante 10 dias. Logo, trabalharam durante 30 horas.

Na segunda situação, os alunos trabalharam 4 horas por dia durante 20 dias. Logo, trabalharam 80 horas.

Alunos	Horas	kg
20	30	120
50	80	x

Aumentando a quantidade de alunos, mais alimentos serão arrecadados. As grandezas são diretamente proporcionais.

Aumentando o tempo de trabalho, mais alimentos serão arrecadados. As grandezas são diretamente proporcionais.

Vamos simplificar as colunas por 10.

Alunos	Horas	kg
2 ↓	3 ↓	120 ↓
5	8	x

$$\frac{120}{x} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{8}$$

$$\frac{120}{x} = \frac{6}{40}$$

$$6x = 4.800$$

$$x = 800$$

Assim, o total arrecado foi 800 + 120 = 920 kg de alimentos.

Gabarito: A

23. (Enem cancelado 2009)

Pneus usados geralmente são descartados de forma inadequada, favorecendo a proliferação de insetos e roedores e provocando sérios problemas de saúde pública. Estima-se que, no Brasil, a cada ano, sejam descartados 20 milhões de pneus usados. Como alternativa para dar uma destinação final a esses pneus, a Petrobras, em sua unidade de São Mateus do Sul, no Paraná, desenvolveu um processo de obtenção de combustível a partir da mistura dos pneus com xisto. Esse procedimento permite, a partir de uma tonelada de pneu, um rendimento de cerca de 530 kg de óleo.

Disponível em: http://www.ambientebrasil.com.br. Acesso em: 3 out. 2008 (adaptado).

Considerando que uma tonelada corresponde, em média, a cerca de 200 pneus, se todos os pneus descartados anualmente fossem utilizados no processo de obtenção de combustível pela mistura com xisto, seriam então produzidas

a) 5,3 mil toneladas de óleo.

b) 53 mil toneladas de óleo.

c) 530 mil toneladas de óleo.

d) 5,3 milhões de toneladas de óleo.

e) 530 milhões de toneladas de óleo.

Resolução

Sabemos que 200 pneus (1 tonelada) rende 530 kg de óleo.

Queremos saber quanto óleo será produzido a partir de 20 milhões de pneus.

Pneus	Óleo (kg)
200	530
20.000.000	x

$$\frac{530}{x} = \frac{200}{20.000.000}$$

$$\frac{530}{x} = \frac{1}{100.000}$$

$$x = 53.000.000\ kg$$

Como 1 tonelada corresponde a 1.000 kg, então:

$$x = 53.000\ toneladas$$

Gabarito: B

---

24. (Enem 2009)

Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é *Spa-Francorchamps*, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km.

Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de *Spa-Francorchamps*, parado no box para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo,

a) 617 kg.

b) 668 kg.

c) 680 kg.

d) 689 kg.

e) 717 kg.

Resolução

Cada volta corresponde a 7 km. Como são 16 voltas, então a distância total é de $16 \times 7\ km = 112\ km$.

Sabemos que o consumo é de 75 litros para cada 100 km. Vamos calcular o consumo para 112 km.

Litros	Km
75	100
X	112

Vamos armar a proporção.

$$\frac{75}{x} = \frac{100}{112}$$

$$100x = 75 \times 112$$

$$x = 84\ litros$$

Cada litro de combustível corresponde a $750g = 0{,}75kg$. Portanto, a massa total de combustível é

$$84 \times 0{,}75kg = 63\ kg$$

Vamos agora somar a massa do combustível com a massa do carro.

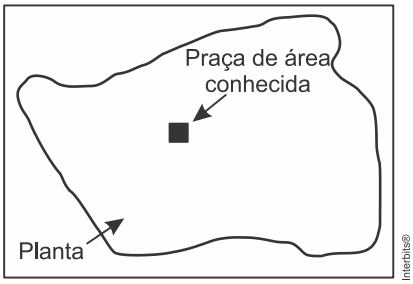
$$605\ kg + 63\ kg = 668\ kg$$

Gabarito: B

---

25. (Enem 2001)

Um engenheiro, para calcular a área de uma cidade, copiou sua planta numa folha de papel de boa qualidade, recortou e pesou numa balança de precisão, obtendo 40 g. Em seguida, recortou, do mesmo desenho, uma praça de dimensões reais 100 m x 100 m, pesou o recorte na mesma balança e obteve 0,08 g. Com esses dados foi possível dizer que a área da cidade, em metros quadrados, é de, aproximadamente,



a) 800.

b) 10 000.

c) 320 000.

d) 400 000.

e) 5 000 000.

Resolução

A área da praça é de $100\ m\ \times 100\ m = 10.000\ m^2$. Essa área corresponde a uma massa de 0,08 g.

A massa da cidade corresponde a 40 g. Vamos calcular sua área.

Massa (g)	Área (m^2)
0,08	10.000
40	x

Agora é só armar a proporção.

$$\frac{10.000}{x} = \frac{0{,}08}{40}$$

$$0{,}08x = 40 \times 10.000$$

$$x = 5.000.000\ m^2$$

Gabarito: E

---

26. (Enem 1999)

Se compararmos a idade do planeta Terra, avaliada em quatro e meio bilhões de anos $(4{,}5 \times 10^9\ anos)$, com a de uma pessoa de 45 anos, então quando começaram a florescer os primeiros vegetais, a Terra já teria 42 anos. Ela só conviveu com o homem moderno nas últimas quatro horas e, há cerca de uma hora, viu-o começar a plantar e a colher. Há menos de um minuto percebeu o ruído de máquinas e de indústrias e, como denuncia uma ONG de defesa do meio ambiente, foi nesses últimos sessenta segundos que se produziu todo o lixo do planeta!

Na teoria do *Big Bang*, o Universo surgiu há cerca de 15 bilhões de anos, a partir da explosão e expansão de uma densíssima gota. De acordo com a escala proposta no texto, essa teoria situaria o início do Universo há cerca de

a) 100 anos.

b) 150 anos.

c) 1000 anos.

d) 1500 anos.

e) 2000 anos.

Resolução

Estamos comparando a idade da Terra $(4{,}5 \times 10^9\ anos)$ com um período de 45 anos. Queremos, na mesma proporção, comparar a idade do universo $(15\ bilhões\ de\ anos = 15 \times 10^9)$.

Anos Terrestres	Bilhões de Anos
45	4,5
x	15

Armando a proporção, temos:

$$\frac{45}{x} = \frac{4{,}5}{15}$$

$$4{,}5x = 15 \times 45$$

$$x = 150$$

Gabarito: B

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ficamos por aqui, queridos alunos. Espero que tenham gostado da aula.

Vamos juntos nesta sua caminhada. Lembre-se que vocês podem fazer perguntas e sugestões no nosso fórum de dúvidas.

Você também pode nos encontrar no instagram @profguilhermeneves e @profbrunnolima ou entrar em contato diretamente comigo pelo meu email profguilhermeneves@gmail.com.

Um forte abraço e até a próxima aula!!!

Guilherme Neves

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1.

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2.

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3.

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4.

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5.

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6.

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7.

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8.

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.