



Estratégia
CONCURSOS

Aula

NÃO ATIVAR Matemática p/ PM-SP (Soldado) Com Videoaulas - Pós-Edital

Professor: Guilherme Neves

Apresentação do curso	2
<i>Metodologia do Curso</i>	<i>3</i>
<i>Conteúdo programático e cronograma</i>	<i>4</i>
1. Média Aritmética	6
2. Média Ponderada.....	9
3. Média para Dados Agrupados por Valor	12
4. Média para Dados Agrupados por Classe.....	14
5. Lista de Questões de Concursos Anteriores sem Comentários	18
Gabarito sem comentário.....	23
Lista de Questões de Concursos com Comentários	24
Considerações Finais	36



APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, queridos alunos!!!

Sejam bem vindos ao curso de Matemática para o concurso da PM-SP (Soldado).

Para quem não me conhece, meu nome é Guilherme Neves e a minha predileção é ensinar matérias de exatas como Matemática, Matemática Financeira, Raciocínio Lógico, Raciocínio Crítico, Estatística e Física.

Comecei a ensinar em cursos preparatórios para concursos há mais de 10 anos, mesmo antes de começar o meu curso de Bacharelado em Matemática na UFPE. No biênio 2007-2008, fui bolsista pela FACEPE/UFPE com o trabalho “Análise Matemática e Equações Diferenciais Parciais”. Em 2009, publiquei meu livro chamado “Raciocínio Lógico Essencial” pela editora Campus. Tenho o prazer de ensinar Matemática na internet desde 2009 e desde 2014, moro nos Estados Unidos, onde estou me graduando em Engenharia Civil pela University of Central Florida.

Neste curso, você terá acesso a 10 aulas em PDF com teoria minuciosamente explicada e centenas de exercícios resolvidos.

Você também terá acesso às aulas em vídeo também com teoria completa e exercícios resolvidos. Disponibilizamos um combo de aulas em vídeo para os iniciantes em Matemática. Este combo é voltado para os alunos que têm muita dificuldade em Matemática Básica.

Ademais, você poderá fazer perguntas sobre as aulas em nosso fórum de dúvidas. Estarei sempre atento para responder rapidamente as suas perguntas.



Para **tirar dúvidas** e ter **acesso a dicas e conteúdos gratuitos**, acesse nossas redes sociais:

Instagram - @profguilhermeneves

<https://www.instagram.com/profguilhermeneves>

Canal do YouTube – Prof. Guilherme Neves

<https://youtu.be/ggab047D9I4>

E-mail: profguilhermeneves@gmail.com



METODOLOGIA DO CURSO

Aqui, parto do pressuposto de que o aluno não gosta de Matemática ou que não tem uma boa base matemática. Portanto, não se preocupe. Tudo está sendo produzido com muito carinho para que você possa fechar a prova.

Nosso curso terá a seguinte estrutura:

estudo detalhado da **TEORIA** de Matemática

resolução e comentários de **QUESTÕES** de concursos recentes ou inéditas

Este curso está sendo preparado para que seja a sua única fonte de estudos. A teoria será minuciosamente explicada sempre com atenção à forma como o assunto é cobrado. Os exercícios são criteriosamente selecionados seguindo uma ordem crescente de dificuldade para a sua melhor compreensão.

Tenho certeza absoluta que na hora da prova você vai dar um sorrisinho e pensar: “bem que o professor Guilherme falou...”.

A partir de hoje, Matemática será a sua aliada na sua caminhada à aprovação!!!



CONTEÚDO PROGRAMÁTICO E CRONOGRAMA



DISPONÍVEL	CONTEÚDO	
Aula Bônus Disponível	Matemática para Iniciantes	 
Aula demo Disponível em 30/04/2019	Média Aritmética Simples. Relação entre grandezas: tabelas e gráficos.	 
Aula 01 Disponível em 07/05/2019	Porcentagem	 
Aula 02 Disponível em 14/05/2019	Razão e Proporção.	
Aula 03 Disponível em 21/05/2019	Regra de Três Simples	 
Aula 04 Disponível em 28/05/2019	Equação do 1º grau. Sistema de equações do 1º grau	 
Aula 05 Disponível em 01/06/2019	Sistema Métrico: medidas de tempo, comprimento, superfície e capacidade.	
Aula 06 Disponível em 06/06/2019	Noções de Geometria: forma, perímetro, área, volume, teorema de Pitágoras (Parte 1)	 
Aula 07 Disponível em 11/06/2019	Noções de Geometria: forma, perímetro, área, volume, teorema de Pitágoras (Parte 2)	 
Aula 08 Disponível em 16/06/2019	Números inteiros: operações e propriedades. Números racionais, representação fracionária e decimal: operações e propriedades. Mínimo múltiplo comum	 
Aula 09 Disponível em 21/06/2019	Raciocínio Lógico. Resolução de situações-problema.	 
Aula 10 Disponível em 26/06/2019	Raciocínio Lógico. Resolução de situações-problema.	 



Antes de iniciarmos o nosso curso, vamos a alguns AVISOS IMPORTANTES:

1) Com o objetivo de *otimizar os seus estudos*, você encontrará, em *nossa plataforma (Área do aluno)*, alguns recursos que irão auxiliar bastante a sua aprendizagem, tais como “Resumos”, “Slides” e “Mapas Mentais” dos conteúdos mais importantes desse curso. Essas ferramentas de aprendizagem irão te auxiliar a perceber aqueles tópicos da matéria que você precisa dominar, que você não pode ir para a prova sem ler.

2) Em nossa Plataforma, procure pela *Trilha Estratégica e Monitoria* da sua respectiva área/concurso alvo. A Trilha Estratégica é elaborada pela nossa equipe do *Coaching*. Ela irá te indicar qual é exatamente o *melhor caminho* a ser seguido em seus estudos e vai te ajudar a *responder as seguintes perguntas*:

- Qual a melhor ordem para estudar as aulas? Quais são os assuntos mais importantes?
- Qual a melhor ordem de estudo das diferentes matérias? Por onde eu começo?
- “Estou sem tempo e o concurso está próximo!” Posso estudar apenas algumas partes do curso? O que priorizar?
- O que fazer a cada sessão de estudo? Quais assuntos revisar e quando devo revisá-los?
- A quais questões deve ser dada prioridade? Quais simulados devo resolver?
- Quais são os trechos mais importantes da legislação?

3) Procure, nas instruções iniciais da “Monitoria”, pelo *Link* da nossa “*Comunidade de Alunos*” no Telegram da sua área / concurso alvo. Essa comunidade é *exclusiva* para os nossos assinantes e será utilizada para orientá-los melhor sobre a utilização da nossa Trilha Estratégica. As melhores dúvidas apresentadas nas transmissões da “*Monitoria*” também serão respondidas na nossa *Comunidade de Alunos* do Telegram.

(*) O Telegram foi escolhido por ser a única plataforma que preserva a intimidade dos assinantes e que, além disso, tem recursos tecnológicos compatíveis com os objetivos da nossa Comunidade de Alunos.



1. MÉDIA ARITMÉTICA

Muita gente sabe as fórmulas das médias, sabe as propriedades, mas não entende o conceito e qual a função de cada tipo de média.

Considere uma lista formada por 3 números: (2, 5, 14). Observe que a soma destes três números é $2 + 5 + 14 = 21$.

Imagine agora que precisamos substituir os três números da lista (2, 5, 14) por um único número, de tal forma que a soma continue sendo 21. Em outras palavras, queremos formar uma lista de três números iguais $(\bar{x}, \bar{x}, \bar{x})$ de tal forma que a soma dos seus elementos seja igual a 21.

$$\bar{x} + \bar{x} + \bar{x} = 21$$

$$3 \cdot \bar{x} = 21$$

$$\bar{x} = \frac{21}{3}$$

$$\bar{x} = 7$$

Observe que, se substituirmos os três números por 7, a soma continuará sendo igual a 21.

Este número que acabamos de calcular é chamado de média aritmética.

Desta maneira, a média aritmética é um valor que pode substituir todos os elementos de uma lista sem alterar a soma dos elementos da lista.

Vamos generalizar. Considere que temos uma lista de n números $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. A soma dos termos desta lista é igual a $\underbrace{x_1 + x_2 + \dots + x_n}_{n \text{ parcelas}}$.

A média aritmética desta lista é um número $\bar{x}$ tal que se ele substituir todos os elementos da lista, a soma total será exatamente a mesma.

A nossa nova lista de números após a substituição será $(\underbrace{\bar{x}, \bar{x}, \dots, \bar{x}}_{n \text{ elementos}})$.

A soma dos termos desta nova lista é $\underbrace{\bar{x} + \bar{x} + \dots + \bar{x}}_{n \text{ parcelas}} = n \cdot \bar{x}$.

Como as somas das duas listas são iguais, temos:

$$n \cdot \bar{x} = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}}$$

Esta é a famosa fórmula da média aritmética. Para calcular a média aritmética de uma lista de números, basta somar todos os elementos e dividir pela quantidade de elementos.

Exemplo: Calcular a média aritmética dos números 4, 7, 8, 29.

Resolução



Basta somar os 4 números e dividir o resultado por 4.

$$\overline{x} = \frac{4 + 7 + 8 + 29}{4} = \frac{48}{4} = 12$$

A média aritmética é igual a 12.

“Ah, Guilherme. Não gostei deste lero-lero. Muita complicação para aprender uma fórmula simples.”

Realmente, você não precisa ficar preocupado em saber de onde surgiu a fórmula da média aritmética, mas isso ajudará a entender o conceito, por exemplo, da média geométrica.



RESUMINDO

I – A média aritmética preserva a soma dos elementos da lista de números.

II – Para calcular a média aritmética, basta somar todos os elementos e dividir pela quantidade de elementos.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$



FIQUE ATENTO!

Se um problema simplesmente pedir para calcular a média sem especificar qual o tipo de média, você deverá calcular a média aritmética.



DESPENCA NA PROVA!

Se é dada a média de um conjunto, basta multiplicar a média pela quantidade de termos para calcular a soma total. Por exemplo, se a média salarial de 8 pessoas é de 1.500 reais, então, juntos, eles recebem $8 \times 1.500 = 12.000$ reais.

Isto é decorrente da própria definição de média aritmética.

$$\overline{x} = \frac{Soma}{n} \Leftrightarrow Soma = n \cdot \overline{x}$$





(VUNESP 2018/CM INDAIATUBA)

A tabela a seguir mostra o número de funcionários que faltaram ao trabalho nos cinco dias de uma semana em determinada empresa.

DIAS DA SEMANA	Número de Funcionários Faltantes
2ª feira	13
3ª feira	9
4ª feira	6
5ª feira	18
6ª feira	23

A média diária do número de funcionários que faltaram ao trabalho na 2ª e 6ª feiras, desta semana, supera a média diária do número de funcionários que faltaram na 3ª, 4ª e 5ª feiras, da mesma semana, em

- (A) 7.
- (B) 8.
- (C) 9.
- (D) 10.
- (E) 11.

Resolução

Vamos calcular a média do número de funcionários faltantes na 2ª e 6ª feiras. Basta somar os valores e dividir por 2 (porque são 2 dias).

$$\overline{x_{2,6}} = \frac{13 + 23}{2} = 18$$

Vamos agora calcular a média dos outros dias (terça, quarta e quinta). Como agora são 3 dias, devemos somar e dividir por 3.

$$\overline{x_{3,4,5}} = \frac{9 + 6 + 18}{3} = 11$$

A primeira média supera a segunda em $18 - 11 = 7$.

Gabarito: A



2. MÉDIA PONDERADA

Imagine que um estudante realizou 4 provas e obteve as seguintes notas: 8; 9,5; 7,5 e 9. A sua média é

$$\overline{x} = \frac{8 + 9,5 + 7,5 + 9}{4} = \frac{34}{4} = 8,5$$

Até aí tudo ok. Usamos a média aritmética simples quando todos os valores da lista têm a mesma “importância”.

Vamos supor agora que o estudante prestou vestibular para Engenharia e realizou provas de Matemática, Física, Química, História e Biologia.

Ora, como o estudante está concorrendo a uma vaga no curso de Engenharia, é esperado que matérias de exatas tenham um **peso** maior (uma importância maior). É aqui que entra o conceito da média ponderada.

Vamos assumir que o peso de Matemática seja 4, de Física seja 5, de Química seja 3, de História seja 1 e de Biologia seja 2. Suponha ainda que o estudante obteve as seguintes notas:

Matéria	Nota (x_i)	Peso (p_i)
Matemática	9,5	4
Física	8,5	5
Química	7	3
História	5	1
Biologia	4	2

Para calcular a média aritmética ponderada (em que levamos em consideração os pesos de cada matéria), devemos multiplicar cada nota pelo seu respectivo peso, somar tudo e dividir pela soma dos pesos.



Matéria	Nota (x_i)	Peso (p_i)	Nota x Peso
Matemática	9,5	4	$9,5 \times 4 = 38$
Física	8,5	5	$8,5 \times 5 = 42,5$
Química	7	3	$7 \times 3 = 21$
História	5	1	$5 \times 1 = 5$
Biologia	4	2	$4 \times 2 = 8$

$$\overline{x} = \frac{38 + 42,5 + 21 + 5 + 8}{4 + 5 + 3 + 1 + 2} = \frac{114,5}{15} \cong 7,63$$

Vamos generalizar. Se temos uma lista de números $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ com pesos respectivos $(p_1, p_2, \dots, p_n)$, então a média aritmética ponderada é dada por:

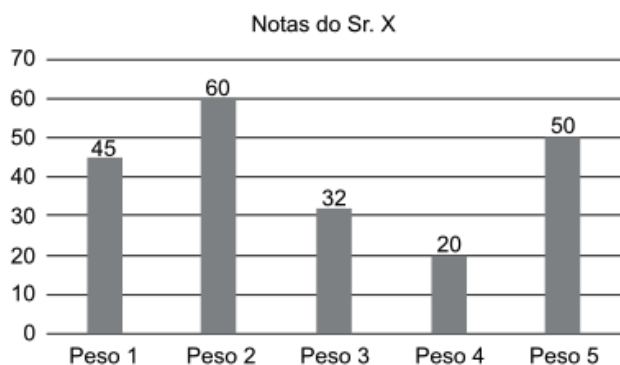
$$\overline{x} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$





(VUNESP 2018/CM de Indaiatuba/Controlador Interno)

O gráfico a seguir mostra as cinco notas do Sr. X e os respectivos pesos atribuídos a cada uma das provas.



Para ser aprovado, o Sr. X precisava que sua média aritmética ponderada por esses pesos fosse maior ou igual a 48 pontos. Com essas notas, o Sr. X não foi aprovado e sua média ficou abaixo de 48, em uma quantidade de pontos igual a

- (A) 6,6.
- (B) 7,9.
- (C) 8,6.
- (D) 9,5.
- (E) 10,8.

Resolução

Para calcular a média aritmética ponderada, devemos multiplicar cada valor pelo seu respectivo peso, somar os resultados e dividir pela soma dos pesos.

$$\overline{x} = \frac{45 \times 1 + 60 \times 2 + 32 \times 3 + 20 \times 4 + 50 \times 5}{1 + 2 + 3 + 4 + 5}$$

$$\overline{x} = \frac{591}{15} = 39,4$$

Sua média ficou abaixo de 48 em $48 - 39,4 = 8,6$ pontos.

Gabarito: C



3. MÉDIA PARA DADOS AGRUPADOS POR VALOR

Vamos agora aprender a calcular a média aritmética para quando os dados estão agrupados por valor. A ideia é praticamente a mesma da média ponderada.

Imagine que fizemos uma pesquisa sobre as idades de alguns alunos do Estratégia. Os dados foram resumidos na tabela a seguir.

Idade (x_i)	Frequência (f_i)
25	21
30	47
34	54
38	41
41	37

Esta tabela quer dizer que 21 alunos possuem 25 anos, 47 alunos possuem 30 anos, e assim por diante.

A frequência tem aqui exatamente o mesmo papel do peso na média ponderada. Para calcular a média, vamos multiplicar cada valor pela sua respectiva frequência, somar tudo e dividir pela soma das frequências, que é o total de pessoas entrevistadas.

Idade (x_i)	Frequência (f_i)	$x_i f_i$
25	21	$25 \times 21 = 525$
30	47	$30 \times 47 = 1.410$
34	54	$34 \times 54 = 1.836$
38	41	$38 \times 41 = 1.558$
41	37	$41 \times 37 = 1.517$
Total	200	6.846

$$\bar{x} = \frac{6.846}{200} = 34,23 \text{ anos}$$





(VUNESP 2018/IPSM – São José dos Campos/Analista de Gestão Municipal)

A tabela mostra grupos de funcionários de uma empresa e os respectivos salários individuais dos componentes de cada grupo.

DISTRIBUIÇÃO SALARIAL POR GRUPO		
GRUPO	NÚMERO DE FUNCIONÁRIOS	SALÁRIO (R\$)
A	8	800,00
B	10	1.100,00
C	12	1.200,00

A diferença de salário de cada funcionário do grupo A e a média aritmética ponderada de todos os salários é de aproximadamente

- (A) 15%
- (B) 18%
- (C) 22%
- (D) 25%
- (E) 27%

Resolução

O procedimento para calcular a média de dados agrupados por valor é idêntico ao da média ponderada. Neste caso, vamos multiplicar cada salário pela quantidade de funcionários e dividir pela quantidade total de funcionários.

$$\bar{x} = \frac{800 \times 8 + 1.100 \times 10 + 1.200 \times 12}{8 + 10 + 12}$$

$$\bar{x} = \frac{800 \times 8 + 1.100 \times 10 + 1.200 \times 12}{30} = \frac{31.800}{30} = 1.060$$

No grupo A, cada funcionário recebe R\$ 800,00. A diferença entre a média de todos os salários (R\$ 1.060,00) e o salário de cada funcionário do grupo A é $1.060 - 800 = 260$.

Queremos calcular esta diferença em termos percentuais. Basta dividir o valor encontrado pela média.



$$\frac{260}{1.060} = 0,2452 = 24,52\%$$

Gabarito: D

4. MÉDIA PARA DADOS AGRUPADOS POR CLASSE

Uma pesquisa sobre estaturas foi realizada com 40 alunos do Estratégia. Os dados da pesquisa foram resumidos na tabela a seguir.

Estaturas (cm)	Frequência (f_i)
150 – 154	4
154 – 158	9
158 – 162	11
162 – 166	8
166 – 170	5
170 – 174	3
Total	40

Ao agruparmos os valores da variável em classes, ganhamos em simplicidade, mas perdemos em pormenores. Não sabemos qual a altura exata de cada um dos alunos.

Denominamos “classes” cada um dos grupos ou intervalos obtidos a partir do agrupamento.

A terceira classe, por exemplo, indica que há 11 alunos com estatura entre 158 e 162 cm.

Para calcular a média para dados em classes, devemos encontrar o ponto médio de cada classe e efetuar o mesmo cálculo para dados agrupados por valor.

Para calcular o ponto médio de cada classe, basta calcular a média dos extremos da classe. Por exemplo, o ponto médio da quarta classe é:

$$x_4 = \frac{162 + 166}{2} = 164$$



Estaturas (cm)	Frequência (f _i)	Ponto Médio (x _i)
150 – 154	4	152
154 – 158	9	156
158 – 162	11	160
162 – 166	8	164
166 – 170	5	168
170 – 174	3	172
Total	40	

Vamos agora multiplicar cada ponto médio pela sua respectiva frequência, somar os resultados e dividir pelo total de alunos consultados.

Estaturas (cm)	Frequência (f _i)	Ponto Médio (x _i)	x _i f _i
150 – 154	4	152	4 x 152 = 608
154 – 158	9	156	9 x 156 = 1.404
158 – 162	11	160	11 x 160 = 1.760
162 – 166	8	164	8 x 164 = 1.312
166 – 170	5	168	5 x 168 = 840
170 – 174	3	172	3 x 172 = 516
Total	40		6.440

$$\bar{x} = \frac{6.440}{40} = 161 \text{ cm}$$





(VUNESP 2014/TJ-PA/Analista Judiciário)

A Universidade Alfa quer ter informações sobre a situação sócio-financeira dos alunos que vêm de fora da cidade onde está instalada e o aluguel residencial é uma das variáveis estudadas. Para informações sobre isso, colheu-se uma amostra de 32 alunos, cujos resultados são mostrados na tabela de distribuição de frequência que segue:

Distribuição de frequência para uma amostra de alunos da universidade ALFA

Aluguel mensal (R\$)	Frequência
De 700 a menos de 900	3
De 900 a menos de 1 100	10
De 1 100 a menos de 1 300	10
De 1 300 a menos de 1 500	8
De 1 500 a menos de 1 700	1
Total	32

De acordo com os resultados da amostra,

O valor médio dos aluguéis está:

- (A) abaixo de 1 000 reais.
- (B) entre 1 000 e 1 200 reais.
- (C) entre 1 200 e 1 500 reais.
- (D) entre 1 500 e 1 600 reais.
- (E) acima de 1 600 reais.

Resolução

O primeiro passo é calcular os pontos médios de cada classe. Para tanto, basta somar e dividir por 2. Por exemplo, o ponto médio da primeira classe é

$$x_1 = \frac{700 + 900}{2} = 800$$

Você também poderia ter raciocinado da seguinte forma: de 700 para 900, temos 200. Para chegar no meio, vamos acrescentar 100, que é a metade: $700 + 100 = 800$.

Vamos reconstruir a tabela utilizando os pontos médios.



Aluguel Mensal (R\$) - Ponto Médio	Frequência
800	3
1.000	10
1.200	10
1.400	8
1.600	1
Total	32

Vamos agora multiplicar cada ponto médio pela frequência.

Aluguel Mensal (R\$) - Ponto Médio	Frequência	Ponto Médio x Frequência
800	3	$800 \times 3 = 2.400$
1.000	10	$1.000 \times 10 = 10.000$
1.200	10	$1.200 \times 10 = 12.000$
1.400	8	$1.400 \times 8 = 11.200$
1.600	1	$1.600 \times 1 = 1.600$
Total	32	37.200

Agora é só dividir.

$$\bar{x} = \frac{37.200}{32} = 1.162,50$$

Gabarito: B

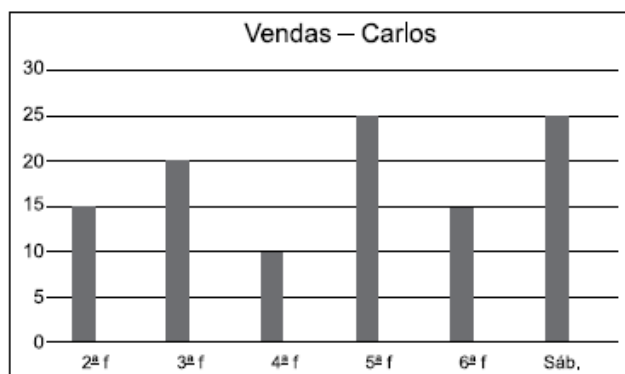


5. LISTA DE QUESTÕES DE CONCURSOS ANTERIORES SEM COMENTÁRIOS



01. (VUNESP 2017/UNESP)

Utilize os dados do gráfico a seguir, que mostra o número de rascunho vendas realizadas pelo vendedor Carlos em seis dias de uma semana, para responder às questões.



A média diária de vendas de Carlos, nessa semana, é, aproximadamente, igual a

- (A) 12.
- (B) 15.
- (C) 18.
- (D) 20.
- (E) 21.

02. (VUNESP 2018/CM Indaiatuba/Controlador Interno)

A tabela mostra o tempo gasto por um funcionário para ir e voltar no trajeto casa e trabalho em 5 dias da semana.

Funcionário	Casa-Trabalho	Trabalho-Casa
2ª feira	1h 12min	55min
3ª feira	58min	52min
4ª feira	1h 8min	1h 6min
5ª feira	1h 14min	1h 10min
6ª feira	1h 22min	1h 8min

Nessa semana, a diferença entre o tempo médio diário no sentido Casa-Trabalho e o tempo médio diário no sentido Trabalho-Casa é igual a



- (A) 8min36s
- (B) 8min42s
- (C) 8min6s
- (D) 8min18s
- (E) 8min54s

03. (VUNESP 2018/IPSM São José dos Campos)

A média aritmética diária de vendas realizadas em seis dias por um estabelecimento comercial foi de R\$ 6.700,00. Na tabela, constam os valores das vendas de alguns desses dias:

Dia da semana	Valor em vendas
Segunda-feira	R\$ 4.800,00
Terça-feira	R\$ 6.900,00
Quarta-feira	R\$ 8.200,00
Quinta-feira	x
Sexta-feira	y
Sábado	z

Com base nas informações, é correto afirmar que a média aritmética diária dos três últimos dias de vendas é maior que a média aritmética diária dos seis dias em, aproximadamente,

- (A) R\$ 65,00.
- (B) R\$ 67,00.
- (C) R\$ 69,00.
- (D) R\$ 71,00.
- (E) R\$ 73,00.

04. (VUNESP 2018/PAULIPREV)

A média aritmética simples dos salários de 30 funcionários de uma empresa era R\$ 1.610,00. Esses funcionários tiveram um aumento em seus salários de maneira que os que recebiam R\$ 1.500,00 ou mais tiveram um acréscimo de R\$ 20,00, e os que recebiam menos de R\$ 1.500,00 tiveram um acréscimo de R\$ 50,00. Após esse reajuste, a média dos salários dos 30 funcionários passou a ser R\$ 1.641,00; logo o número de funcionários que tiveram um aumento de R\$ 50,00 é um número entre

- (A) 25 e 30.
- (B) 19 e 24.
- (C) 13 e 18.
- (D) 7 e 12.
- (E) 1 e 6.



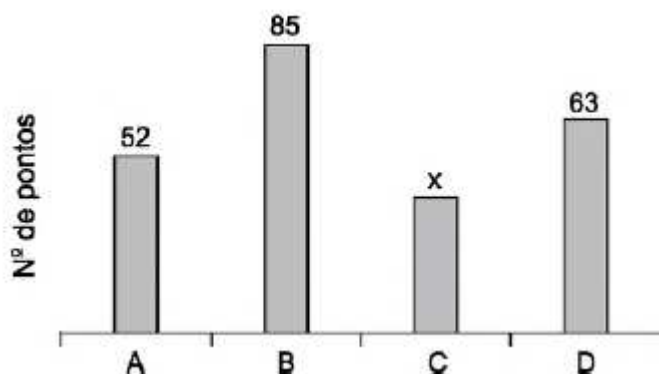
05. (VUNESP 2018/CM de São José dos Campos)

Em um grupo de 10 pessoas, duas têm 40 anos, quatro têm 21 anos, uma tem 25 anos e três têm a mesma idade. Sabendo-se que a média aritmética das idades dessas 10 pessoas é 22,5 anos, a soma das idades desconhecidas corresponde, da soma de todas as idades, a

- (A) 12%
- (B) 14%
- (C) 16%
- (D) 18%
- (E) 20%

06. (VUNESP 2018/PM-SP)

O gráfico apresenta o número de pontos obtidos pelos grupos A, B, C e D, que participaram de uma atividade recreativa.



Sabendo que o número de pontos obtidos pelo grupo A foi 30% maior que o número de pontos obtidos pelo grupo C, então, na média, o número de pontos obtidos por um grupo foi

- (A) 55.
- (B) 60.
- (C) 70.
- (D) 65.
- (E) 50.

07. (VUNESP 2017/PM-SP)

A média aritmética das idades dos cinco jogadores titulares de um time de basquete é 22 anos. Um dos jogadores titulares desse time, que tem 20 anos de idade, sofreu uma lesão e foi substituído por outro jogador, o que fez com que a nova média das idades dos cinco jogadores do time titular passasse a ser de 23 anos. Então, a idade do jogador que substituiu o jogador lesionado é



- (A) 25 anos.
- (B) 24 anos.
- (C) 22 anos.
- (D) 21 anos.
- (E) 23 anos.

08. (VUNESP 2017/CM COTIA)

Em uma turma de alunos que pratica basquete, a menor altura é 1,67 m e a maior altura é 2,02 m. Um time formado por 5 alunos dessa turma foi sorteado, sendo a média aritmética das alturas desses 5 alunos igual a 1,89 m. Dentre os alunos sorteados, é correto afirmar, em relação a suas alturas, que

- (A) pelo menos 3 têm 1,89 m ou mais.
- (B) nenhum tem 1,67 m.
- (C) no máximo 3 têm 2,02 m.
- (D) algum tem menos de 1,89 m.
- (E) no mínimo 2 têm 1,94 ou mais.

09. (VUNESP 2017/IPRESB)

A tabela mostra o número de horas extras de determinada semana, trabalhadas pelos funcionários de uma empresa.

Número de funcionários	Número de horas extras
3	5
2	4
4	6
?	3

Considerando-se o número total de funcionários que fizeram horas extras nessa semana, o número de horas extras por funcionário foi, na média, 4,25. O número de funcionários que fizeram 3 horas extras nessa semana foi

- (A) 7.
- (B) 6.
- (C) 5.
- (D) 4.
- (E) 3.

10. (VUNESP 2018/CM de São José dos Campos)

Em um concurso, a nota final de cada candidato é calculada pela média aritmética ponderada das notas das três fases de avaliação previstas, com pesos 2, 3 e 5, para as primeira, segunda e terceira fases, respectivamente. Para ser classificado no concurso, o candidato tem que atingir nota final



maior ou igual a 6. Sendo assim, um candidato que tirou notas 5 e 6 nas primeira e segunda fases, respectivamente, para ser classificado no concurso, precisa tirar, na terceira fase, uma nota mínima igual a

- (A) 6,2.
- (B) 6,4.
- (C) 6,6.
- (D) 6,8.
- (E) 7,0.



GABARITO SEM COMENTÁRIO



GABARITO

- 01. C
- 02. A
- 03. B
- 04. D
- 05. C
- 06. B
- 07. A
- 08. C
- 09. A
- 10. B

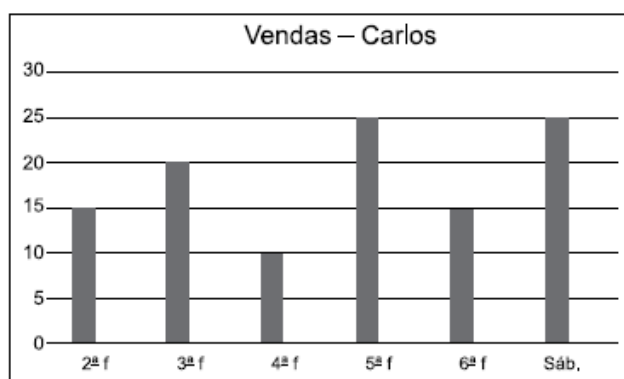


LISTA DE QUESTÕES DE CONCURSOS COM COMENTÁRIOS



01. (VUNESP 2017/UNESP)

Utilize os dados do gráfico a seguir, que mostra o número de rascunho vendas realizadas pelo vendedor Carlos em seis dias de uma semana, para responder às questões.



A média diária de vendas de Carlos, nessa semana, é, aproximadamente, igual a

- (A) 12.
- (B) 15.
- (C) 18.
- (D) 20.
- (E) 21.

Resolução

Basta somar os valores indicados no gráfico e dividir por 6.

$$\bar{x} = \frac{15 + 20 + 10 + 25 + 15 + 25}{6} = \frac{110}{6} \cong 18,33$$

Gabarito: C



02. (VUNESP 2018/CM Indaiatuba/Controlador Interno)

A tabela mostra o tempo gasto por um funcionário para ir e voltar no trajeto casa e trabalho em 5 dias da semana.

Funcionário	Casa-Trabalho	Trabalho-Casa
2ª feira	1h 12min	55min
3ª feira	58min	52min
4ª feira	1h 8min	1h 6min
5ª feira	1h 14min	1h 10min
6ª feira	1h 22min	1h 8min

Nessa semana, a diferença entre o tempo médio diário no sentido Casa-Trabalho e o tempo médio diário no sentido Trabalho-Casa é igual a

- (A) 8min36s
- (B) 8min42s
- (C) 8min6s
- (D) 8min18s
- (E) 8min54s

Resolução

Devemos calcular a média do tempo diário no sentido casa-trabalho, no sentido trabalho-casa, e depois calcular a diferença entre estes valores.

Para tanto, vamos converter os valores para minutos.

Funcionário	Casa-Trabalho	Trabalho-Casa
2ª feira	1h12min = 60min + 12min = 72min	55 min
3ª feira	58 min	52 min
4ª feira	1h8min = 60 min + 8 min = 68 min	1h 6min = 60 min + 6min = 66 min
5ª feira	1h14min = 60 min + 14 = 74 min	1h 10min = 60 min + 10min = 70 min
6ª feira	1h22min = 60 min + 22 min = 82 min	1h8min = 60 min + 8 min = 68 min

Vamos agora calcular as médias:

$$\overline{x_{CT}} = \frac{72 + 58 + 68 + 74 + 82}{5} = \frac{354}{5} = 70,8 \text{ minutos}$$

$$\overline{x_{TC}} = \frac{55 + 52 + 66 + 70 + 68}{5} = \frac{311}{5} = 62,2 \text{ minutos}$$



A diferença entre as médias é $70,8 - 62,2 = 8,6$ minutos.

Cuidado, 8,6 minutos não é a mesma coisa que 8min6s. Observe:

$$8,6min = 8min + 0,6min = 8min + 0,6 \cdot 60s = 8min36s$$

Esta é a resposta da questão.

Vamos agora resolver de uma maneira mais fácil.

Queremos calcular a diferença entre as médias, ou seja, calculamos as médias e depois calculamos a diferença. Existe uma propriedade das médias que diz que a diferença entre as médias é igual à média das diferenças. Em outras palavras, podemos calcular as diferenças em cada dia, e depois calcular a média.

Funcionário	Casa-Trabalho	Trabalho-Casa	Diferença
2ª feira	1h12min	55 min	17 min
3ª feira	58 min	52 min	6 min
4ª feira	1h8min	1h 6min	2 min
5ª feira	1h14min	1h 10min	4 min
6ª feira	1h22min	1h8min	14 min

$$\overline{x_{CT}} - \overline{x_{TC}} = \frac{17 + 6 + 2 + 4 + 14}{5} = \frac{43}{5} = 8,6min = 8min36s$$

Bem mais simples, não?

Gabarito: A



03. (VUNESP 2018/IPSM São José dos Campos)

A média aritmética diária de vendas realizadas em seis dias por um estabelecimento comercial foi de R\$ 6.700,00. Na tabela, constam os valores das vendas de alguns desses dias:

Dia da semana	Valor em vendas
Segunda-feira	R\$ 4.800,00
Terça-feira	R\$ 6.900,00
Quarta-feira	R\$ 8.200,00
Quinta-feira	x
Sexta-feira	y
Sábado	z

Com base nas informações, é correto afirmar que a média aritmética diária dos três últimos dias de vendas é maior que a média aritmética diária dos seis dias em, aproximadamente,

- (A) R\$ 65,00.
- (B) R\$ 67,00.
- (C) R\$ 69,00.
- (D) R\$ 71,00.
- (E) R\$ 73,00.

Resolução

A média dos 6 dias é R\$ 6.700,00. Para calcular esta média, basta somar os 6 valores e dividir por 6.

$$6.700 = \frac{4.800 + 6.900 + 8.200 + x + y + z}{6}$$

$$6.700 \cdot 6 = 4.800 + 6.900 + 8.200 + x + y + z$$

$$40.200 = 19.900 + x + y + z$$

$$x + y + z = 40.200 - 19.900$$

$$x + y + z = 20.300$$

Vamos agora calcular a média aritmética dos três últimos dias. Já sabemos que a soma é 20.300. Só precisamos dividir por 3.

$$\overline{x} = \frac{20.300}{3} \cong 6.766,66$$



Assim, a média aritmética diária dos três últimos dias de vendas é maior que a média aritmética diária dos seis dias em, aproximadamente, $6.766,66 - 6.700 = 66,66$ reais.

Gabarito: B

04. (VUNESP 2018/PAULIPREV)

A média aritmética simples dos salários de 30 funcionários de uma empresa era R\$ 1.610,00. Esses funcionários tiveram um aumento em seus salários de maneira que os que recebiam R\$ 1.500,00 ou mais tiveram um acréscimo de R\$ 20,00, e os que recebiam menos de R\$ 1.500,00 tiveram um acréscimo de R\$ 50,00. Após esse reajuste, a média dos salários dos 30 funcionários passou a ser R\$ 1.641,00; logo o número de funcionários que tiveram um aumento de R\$ 50,00 é um número entre

- (A) 25 e 30.
- (B) 19 e 24.
- (C) 13 e 18.
- (D) 7 e 12.
- (E) 1 e 6.

Resolução

A média dos salários dos 30 funcionários era R\$ 1.610,00. Para calcular esta média, devemos somar os 30 salários e dividir o resultado por 30.

$$\overline{x} = \frac{S_{30}}{30}$$

$$1.610 = \frac{S_{30}}{30}$$

$$S_{30} = 30 \cdot 1.610 = 48.300$$

Este procedimento é muito comum. Para calcular a soma total, basta multiplicar a média pelo número de pessoas.

Após o reajuste, a média passou a ser R\$ 1.641,00. Desta forma, a soma total dos salários passou a ser $1.641 \times 30 = 49.230$ reais.

A diferença $49.230 - 48.300 = 930$ corresponde o quanto foi pago em aumentos.

Digamos que x funcionários receberam um aumento de 50 reais. Juntos, eles receberam um aumento de $50x$ reais.



Como são 30 funcionários, então $(30 - x)$ funcionários receberam um aumento de 20 reais. A empresa pagou a mais para estas pessoas $20 \cdot (30 - x) = 600 - 20x$.

A soma dos aumentos é 930 reais.

$$50x - 20x + 600 = 930$$

$$30x = 330$$

$$x = \frac{330}{30} = 11$$

Assim, 11 pessoas receberam um aumento de 50 reais.

Gabarito: D

05. (VUNESP 2018/CM de São José dos Campos)

Em um grupo de 10 pessoas, duas têm 40 anos, quatro têm 21 anos, uma tem 25 anos e três têm a mesma idade. Sabendo-se que a média aritmética das idades dessas 10 pessoas é 22,5 anos, a soma das idades desconhecidas corresponde, da soma de todas as idades, a

- (A) 12%
- (B) 14%
- (C) 16%
- (D) 18%
- (E) 20%

Resolução

Vamos organizar os dados em uma tabela.

Pessoas	Idade
2	40
4	21
1	25
3	x



Para calcular a média, devemos multiplicar cada idade pela quantidade de pessoas, somar, e dividir pelo total de pessoas.

Pessoas	Idade	Pessoas x idade
2	40	$2 \times 40 = 80$
4	21	$4 \times 21 = 84$
1	25	$1 \times 25 = 25$
3	x	$3x$

$$22,5 = \frac{80 + 84 + 25 + 3x}{10}$$

$$80 + 84 + 25 + 3x = 22,5 \cdot 10$$

$$189 + 3x = 225$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

Cada idade desconhecida é 12. A soma das idades desconhecidas é $3 \times 12 = 36$.

A soma de todas as idades é $10 \times 22,5 = 225$ (basta multiplicar a média pela quantidade total de pessoas ou somar $80 + 84 + 25 + 36$).

Queremos saber que percentual 36 corresponde ao total. Basta dividir 36 pelo total.

$$\frac{36}{225}$$

Para transformar em porcentagem é só multiplicar por 100%.

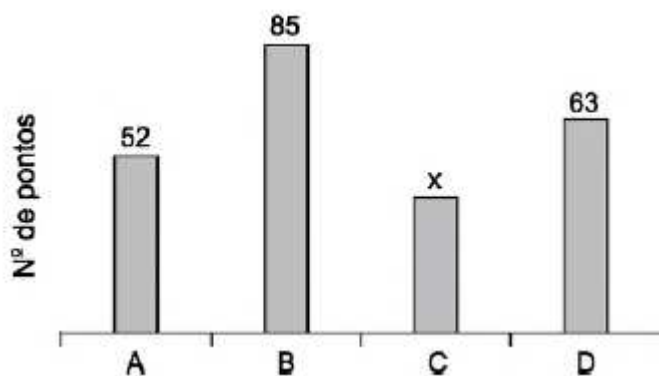
$$\frac{36}{225} \cdot 100\% = 16\%$$

Gabarito: C

06. (VUNESP 2018/PM-SP)

O gráfico apresenta o número de pontos obtidos pelos grupos A, B, C e D, que participaram de uma atividade recreativa.





Sabendo que o número de pontos obtidos pelo grupo A foi 30% maior que o número de pontos obtidos pelo grupo C, então, na média, o número de pontos obtidos por um grupo foi

- (A) 55.
- (B) 60.
- (C) 70.
- (D) 65.
- (E) 50.

Resolução

O número de pontos obtido por A foi 30% maior que o número de pontos obtidos pelo grupo C. Se C corresponde a 100%, então A corresponde a 130%.

Pontos	Percentual (%)
x	100
52	130

Multiplicando cruzado, temos:

$$130 \cdot x = 52 \cdot 100$$

$$x = \frac{5.200}{130} = 40$$

Vamos agora calcular a média dos 4 valores.

$$Média = \frac{52 + 85 + 40 + 63}{4} = \frac{240}{4} = 60$$

Gabarito: B



07. (VUNESP 2017/PM-SP)

A média aritmética das idades dos cinco jogadores titulares de um time de basquete é 22 anos. Um dos jogadores titulares desse time, que tem 20 anos de idade, sofreu uma lesão e foi substituído por outro jogador, o que fez com que a nova média das idades dos cinco jogadores do time titular passasse a ser de 23 anos. Então, a idade do jogador que substituiu o jogador lesionado é

- (A) 25 anos.
- (B) 24 anos.
- (C) 22 anos.
- (D) 21 anos.
- (E) 23 anos.

Resolução

A média dos 5 jogadores é 22 anos. Assim, a soma das 5 idades é $5 \times 22 = 110$ anos.

O jogador de 20 anos saiu. Desta forma, a soma cai para $110 - 20 = 90$ anos.

Com a entrada do novo jogador, a média dos 5 jogadores será de 23 anos. A soma das 5 idades será $5 \times 23 = 115$ anos. Desta forma, a idade do jogador que entrou é $115 - 90 = 25$ anos.

Gabarito: A

08. (VUNESP 2017/CM COTIA)

Em uma turma de alunos que pratica basquete, a menor altura é 1,67 m e a maior altura é 2,02 m. Um time formado por 5 alunos dessa turma foi sorteado, sendo a média aritmética das alturas desses 5 alunos igual a 1,89 m. Dentre os alunos sorteados, é correto afirmar, em relação a suas alturas, que

- (A) pelo menos 3 têm 1,89 m ou mais.
- (B) nenhum tem 1,67 m.
- (C) no máximo 3 têm 2,02 m.
- (D) algum tem menos de 1,89 m.
- (E) no mínimo 2 têm 1,94 ou mais.

Resolução

Se a média dos 5 é 1,89m, então a soma das 5 alturas é $5 \times 1,89 = 9,45$ m.

Vamos analisar cada uma das alternativas.



(A) pelo menos 3 têm 1,89 m ou mais.

Imagine que 3 pessoas têm 1,88m. Juntos eles têm $3 \times 1,88 = 5,64$ m.

Para chegar nos 9,45m, ainda precisamos de $9,45 - 5,64 = 3,81$ m. Como restam duas pessoas, cada pessoa teria $3,81/2 = 1,905$.

Assim, é possível termos 3 pessoas com altura 1,88m e 2 pessoas com altura 1,905m para termos uma média de 1,89m.

A alternativa A está errada, pois ela diz que obrigatoriamente precisamos de pelos menos 3 com altura mínima de 1,89m.

(B) nenhum tem 1,67 m.

A soma das 5 alturas é 9,45m. Se tivermos uma pessoa com 1,67m, então as outras 4 pessoas juntas terão $9,45\text{m} - 1,67\text{m} = 7,78\text{m}$. Dividindo esta soma por 4, cada pessoa terá em média 1,945m, o que é perfeitamente possível.

A alternativa B está errada.

(C) no máximo 3 têm 2,02 m.

Se tivermos 3 pessoas com 2,02m, eles juntos terão $3 \times 2,02 = 6,06$ m. Como a soma total é 9,45m, então os outros dois juntos terão $9,45 - 6,06 = 3,39$ m. Dividindo pelas duas pessoas que sobraram, cada pessoa teria $3,39/2 = 1,695$ m. Ok.

Vamos tentar colocar 4 pessoas com 2,02m. Neste caso, juntos eles têm $4 \times 2,02 = 8,08$ m. Como a soma total é 9,45m, a última pessoa teria $9,45 - 8,08 = 1,37$ m, o que não é possível, já que o enunciado garante que todos têm no mínimo 1,67m.

Desta forma, não é possível termos 4 pessoas com 2,02m. A resposta é a letra C.

(D) algum tem menos de 1,89 m.

Esta alternativa está errada, pois poderíamos ter as 5 pessoas com 1,89m.

(E) no mínimo 2 têm 1,94 ou mais.

Esta alternativa está errada, pois poderíamos ter as 5 pessoas com 1,89m.

Gabarito: C



09. (VUNESP 2017/IPRESB)

A tabela mostra o número de horas extras de determinada semana, trabalhadas pelos funcionários de uma empresa.

Número de funcionários	Número de horas extras
3	5
2	4
4	6
?	3

Considerando-se o número total de funcionários que fizeram horas extras nessa semana, o número de horas extras por funcionário foi, na média, 4,25. O número de funcionários que fizeram 3 horas extras nessa semana foi

- (A) 7.
- (B) 6.
- (C) 5.
- (D) 4.
- (E) 3.

Resolução

Para calcular a média, devemos multiplicar o número de horas extras pela quantidade de funcionários, somar, e dividir pelo total de funcionários.

Número de Funcionários	Número de horas extras	Horas extras x funcionários
3	5	$3 \times 5 = 15$
2	4	$2 \times 4 = 8$
4	6	$4 \times 6 = 24$
x	3	$3x$

Agora é só calcular a média e igualar a 4,25.

$$\frac{15 + 8 + 24 + 3x}{3 + 2 + 4 + x} = 4,25$$

$$\frac{47 + 3x}{9 + x} = 4,25$$

$$4,25 \cdot (9 + x) = 47 + 3x$$

$$38,25 + 4,25x = 47 + 3x$$



$$4,25x - 3x = 47 - 38,25$$

$$1,25x = 8,75$$

$$x = \frac{8,75}{1,25} = 7$$

Gabarito: A

10. (VUNESP 2018/CM de São José dos Campos)

Em um concurso, a nota final de cada candidato é calculada pela média aritmética ponderada das notas das três fases de avaliação previstas, com pesos 2, 3 e 5, para as primeira, segunda e terceira fases, respectivamente. Para ser classificado no concurso, o candidato tem que atingir nota final maior ou igual a 6. Sendo assim, um candidato que tirou notas 5 e 6 nas primeira e segunda fases, respectivamente, para ser classificado no concurso, precisa tirar, na terceira fase, uma nota mínima igual a

- (A) 6,2.
- (B) 6,4.
- (C) 6,6.
- (D) 6,8.
- (E) 7,0.

Resolução

Vamos resumir os dados em uma tabela.

Notas	Pesos
5	2
6	3
x	5

Para calcular a média, devemos multiplicar cada nota pelo seu respectivo peso, somar, e dividir pela soma dos pesos.

$$Média = \frac{5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + x \cdot 5}{2 + 3 + 5}$$

$$Média = \frac{28 + 5x}{10}$$

Esta média precisa ser maior ou igual a 6.



$$\frac{28 + 5x}{10} \geq 6$$

$$28 + 5x \geq 60$$

$$5x \geq 32$$

$$x \geq 6,4$$

Gabarito: B

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ficamos por aqui, queridos alunos. Espero que tenham gostado da aula.

Vamos juntos nesta sua caminhada. Lembre-se que vocês podem fazer perguntas e sugestões no nosso fórum de dúvidas.



Você também pode me encontrar no instagram @profguilhermeneves ou entrar em contato diretamente comigo pelo meu email profguilhermeneves@gmail.com.

Um forte abraço e até a próxima aula!!!

Guilherme Neves



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.