

Eletrônico



**Estratégia**  
CONCURSOS

Aula

Passo Estratégico de Matemática p/ PM-SP (Oficial) - Pós-Edital

Professor: Equipe Rafael Barbosa, Rafael Barbosa

<b>1 - Introdução .....</b>	<b>2</b>
<i>Cronograma do nosso Passo Estratégico para Oficial da PM – SP.....</i>	<i>3</i>
<b>2 - Análise Estatística .....</b>	<b>5</b>
<i>2.1 - Análise Estatística: VUNESP – Últimos 5 anos – AMOSTRA.....</i>	<i>5</i>
<i>2.2 - Conclusão da Análise Estatística .....</i>	<i>7</i>
<b>3 - Análise das Questões .....</b>	<b>7</b>
<b>4 – Checklist de Estudo .....</b>	<b>17</b>
<b>5 – Pontos de Destaque .....</b>	<b>17</b>
<i>Ponto #1: Razão e Proporção .....</i>	<i>17</i>
<i>Ponto #2: Regra de Três Simples .....</i>	<i>19</i>
<i>Ponto #3: Regra de Três Composta .....</i>	<i>20</i>
<b>6 - Considerações Finais.....</b>	<b>22</b>
<b>7- Lista das Questões .....</b>	<b>22</b>
<b>8 - Gabarito .....</b>	<b>26</b>



## 1 - INTRODUÇÃO

Fala, nobre concursseiro! Tudo bem com você?

Eu me chamo **Rafael Barbosa**, sou Auditor Fiscal do Estado de Pernambuco e faço parte da equipe de *coaches* aqui do Estratégia Concursos. Nesse curso, farei de tudo para “mastigar” os principais assuntos que poderão ser exigidos na sua prova.

É comum me encontrar falando sobre técnicas de estudo ou sobre motivação em *webinários* nas minhas redes (Instagram: @prof.rafaelbarbosa), mas hoje estou aqui para apresentar para vocês o primeiro Relatório do Passo Estratégico de **Matemática, Raciocínio Lógico e Estatística** para o concurso de **Oficial da PM SP**.

Um das maiores dificuldades dos concursseiros é saber “pescar”, na grande enxurrada de informações, apenas aquelas que retornarão, com minimizado esforço, os maiores benefícios para a sua preparação.

O projeto “Passo Estratégico” tem justamente o objetivo de “filtrar” os assuntos mais recorrentes e indicar onde você deve concentrar suas energias, encurtando o seu caminho até a aprovação.

E, para te mostrar a importância deste material, quero iniciar este relatório contando um pouquinho da minha trajetória até a aprovação, beleza?

**Trajетória Rafael Barbosa:** Obtive minha primeira aprovação em concursos (para nível médio) aos 17 anos, fui aprovado no concurso da EsSA (Sargento do Exército Brasileiro).

Foi meu primeiro cargo público (e meu primeiro emprego também). Como já tinha um cargo de nível médio (e não pretendia ser militar por muito tempo), fiz vestibular para a Universidade de Brasília-UnB (Ciências Contábeis), já pensando em fazer outros concursos.

Sempre tive o objetivo de ser Auditor Fiscal, mas, por questões de estratégia, resolvi primeiro ocupar um cargo melhor (de nível superior), para depois focar na área fiscal.

Tive então dois momentos como concursseiro: de setembro de 2009 a novembro de 2010 (primeiro passo); e de janeiro de 2013 a setembro de 2014 (segundo passo).

No primeiro momento, eu trabalhava 6 horas e fazia faculdade, isso mesmo, comecei a fazer concurso de nível superior ainda na graduação.

Fiz diversas provas e passei em 5 (Analista de Planejamento da SEPLAG-PE, Analista da SAD-PE, Analista do MTUR, Analista da DPU e Analista judiciário do TRT-RN (todos no ano de 2010). Escolhi o último e fui curtir um pouco de “descanso” em Natal/RN.

Enquanto trabalhava no TRT-RN, ocupando também um cargo comissionado (Secretário de Planejamento) e lecionando na UFRN, decidi ser auditor, que foi o meu segundo momento como concursseiro.

Iniciei então os estudos para a área fiscal. Meu maior objetivo era a SEFAZ-PE, que havia 22 anos que não fazia seleção (esse concurso estava virando lenda urbana rrsr).



No caminho para a SEFAZ-PE, levando em conta que ele poderia não sair, fiz muitos concursos e passei em alguns: Auditor da CGE-CE, Auditor da CGE-MA e Auditor do TCE-BA. Mas, por questões de logística, não assumi nenhum deles.

Aí a lenda (SEFAZ-PE) virou realidade em julho de 2014 e, de “brinde”, ainda saiu o ISS Recife coladinho. Me inscrevi nos dois, como um bom concursado destemido. Pra deixar tudo ainda mais radical, as provas foram aplicadas em finais de semana consecutivos.

Fiz primeiro a prova do ISS Recife, mas não fui bem em AFO, o que me jogou lá para longe. Em seguida, no meio da depressão pós ISS Recife, fiz o do ICMS de Pernambuco e, com a graça de Deus, consegui a aprovação.

Durante todo esse caminho, percebi que eu não precisava saber de tudo, porque tem assuntos que sempre caem e outros que raramente eram cobrados. Aí cabia a mim perceber e identificar esses detalhes.

Isso fez toda a diferença no meu desempenho em provas, porque eu não gastava energia com coisas que eu sabia que não eram relevantes. E é justamente nesse ponto que o Passo Estratégico vai te ajudar, dando mais objetividade aos seus estudos.

Em resumo, através deste e dos demais relatórios, vamos apontar os seus esforços para a direção correta nos estudos, através da experiência que adquiri enquanto concursado. ;)

## CRONOGRAMA DO NOSSO PASSO ESTRATÉGICO PARA OFICIAL DA PM – SP.

AULA	ASSUNTO	DATA
0	Apresentação. Razão e proporção; Regra de três simples ou composta;	17-abr
1	Resolução de situações-problema, envolvendo: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação ou radiciação com números racionais, nas suas representações fracionária ou decimal; Mínimo múltiplo comum; Máximo divisor comum; Média aritmética simples.	19-abr
2	Porcentagem.	21-abr
3	SIMULADO 1	23-abr
4	Equações do 1º grau; Sistema de equações do 1º grau;	25-abr



5	Equações do 2º grau.	27-abr
6	Funções e Gráficos. Sistemas Lineares.	29-abr
7	SIMULADO 2	1-mai
8	Juros Simples e Compostos.	3-mai
9	Geometria Analítica, Plana e Espacial.	5-mai
10	Matrizes e Determinantes. Polinômios.	7-mai
11	SIMULADO 3	9-mai
12	Princípios de Contagem.	11-mai
13	Probabilidade.	13-mai
14	Trigonometria	15-mai
15	SIMULADO 4	17-mai
16	Noções básicas de estatística: representação gráfica (barras, segmentos, setores, histogramas). Distribuição de Frequência: Intervalos de classe. Histogramas e polígono de frequência.	19-mai
17	Medidas de tendência central (média, mediana e moda).	21-mai
18	Sequências, reconhecimento de padrões, progressões aritmética e geométrica.	23-mai
19	SIMULADO 5	25-mai
20	SIMULADO FINAL	27-mai

Ufa! Muita coisa, não é mesmo? Mas fiquem tranquilos que estamos aqui para tornar a sua vida mais fácil!

Neste primeiro relatório de **Matemática**, vamos abordar o seguinte assunto: *Razão e proporção; Regra de três simples e composta.*



Se você for um **concurseiro iniciante** e estiver começando os seus estudos, eu recomendo que estude o seu material regular – independente de qual seja (do Estratégia, de outro curso online, em vídeo, livro ou até mesmo de curso presencial) – com este relatório ao seu lado (ou aberto no computador na sua frente ou no tablet).

Através do relatório, você vai ter acesso ao que é mais importante em cada assunto na sua prova. Isso vai te dar segurança na progressão dos seus estudos, e vai te ajudar a ter mais atenção nos tópicos do seu material que os relatórios demonstrarem serem importantes.

Entretanto, caso você seja um **concurseiro intermediário/avançado**, este relatório vai ajudá-lo de diversas maneiras:

- Demonstrar o que mais cai na prova dentre tudo aquilo que você já estudou (vai te ajudar a estabelecer a prioridade de revisão de cada assunto na sua rotina);
- Revisar os assuntos tratados no relatório de maneira rápida (através dos questionários); e
- Fazer um “controle de qualidade” dos seus resumos (para que eles abordem os assuntos mais relevantes da sua prova).

Constará em cada relatório uma seção chamada “Análise Estatística”, onde iremos demonstrar a ocorrência de cada assunto em editais, provas e também no conjunto total de questões da nossa amostra por banca organizadora.

Esperamos que, através deste relatório, você tenha as informações mais preciosas – e de forma objetiva – sobre o assunto abordado.

Agora vamos ao que interessa. Bons estudos!

## 2 - ANÁLISE ESTATÍSTICA

### 2.1 - ANÁLISE ESTATÍSTICA: VUNESP – ÚLTIMOS 5 ANOS – AMOSTRA

Considerando as provas objetivas dos últimos 5 anos da VUNESP:

Tabela 01

ASSUNTO	Qtde de concursos que previram a disciplina Matemática	Qtde de concursos que previram o assunto no edital	% de incidência do assunto no edital da disciplina
Razão e Proporção	46	46	100%
Regra de Três	46	46	100%



Tabela 02

ASSUNTO	Qtde de concursos que previram o assunto no edital	Qtde de concursos que efetivamente cobraram o assunto em prova	% de incidência do assunto nas provas da banca
Razão e Proporção	46	6	13,04%
Regra de Três	46	22	47,83%

Tabela 03

ASSUNTO	Total de questões das provas de Matemática	Total de questões em que o assunto foi abordado	% de incidência do assunto no total de questões da disciplina
Razão e Proporção	361	6	1,66%
Regra de Três	361	28	7,76%

### Assunto: Razão e Proporção

**Tabela 1:** de todos os editais da VUNESP (amostra) que trouxeram a Matemática, em **100%** dos casos havia a cobrança do assunto.

**Tabela 2:** quando o edital pedia o assunto no conteúdo programático da disciplina, o mesmo foi cobrado nas respectivas provas em **13,04%** dos casos.

**Tabela 3:** de todas as questões de Matemática da VUNESP (amostra) nos últimos 5 anos, o assunto foi cobrado em **1,66%** do total de questões.

### Assunto: Regra de Três

**Tabela 1:** de todos os editais da VUNESP (amostra) que trouxeram a Matemática, em **100%** dos casos havia a cobrança do assunto.

**Tabela 2:** quando o edital pedia o assunto no conteúdo programático da disciplina, o mesmo foi cobrado nas respectivas provas em **47,83%** dos casos.



---

**Tabela 3:** de todas as questões de Matemática da VUNESP (amostra) nos últimos 5 anos, o assunto foi cobrado em **7,76%** do total de questões.

---

## 2.2 - CONCLUSÃO DA ANÁLISE ESTATÍSTICA

Acabamos de ver dois assuntos muito importantes em provas de Matemática da **VUNESP**, que somadas correspondem a 9,42% de todas as questões da amostra.

Dessa forma, vocês não podem deixar de estudar Proporcionalidade quando para essa prova, sob o risco de perder muitos pontos no certame. O que seria um pecado, tendo em vista que estamos diante de assuntos com baixa complexidade.

Para melhorar a retenção do conhecimento, o que diminuirá a necessidade de revisão desses temas, procure caprichar nos grifos nas aulas do curso regular e faça algumas questões de fixação.

Tenho certeza que este relatório será de extrema importância para a sua prova, portanto, atenção total aos conceitos.

Bons estudos!

## 3 - ANÁLISE DAS QUESTÕES

*Razão e proporção; Regra de três simples ou composta.*

### 1. VUNESP/2018 - Diretor (CM 2 Córregos)/Contábil Legislativo

Em uma indústria, 20 máquinas iguais, de mesmo rendimento, produzem juntos 5000 parafusos iguais, em meia hora de funcionamento simultâneo e ininterrupto. Desse modo, para produzir 1000 unidades dos mesmos parafusos em uma hora, seria necessário o funcionamento, nas mesmas condições operacionais, de apenas:

- a) 2 máquinas.
- b) 3 máquinas.
- c) 5 máquinas.
- d) 6 máquinas.
- e) 8 máquinas.

#### **Comentários:**

Primeiro passo:

Identificar as grandezas: máquinas, parafusos e o tempo.

Segundo passo:

Organizá-las quantitativamente e qualitativamente:



Máquinas	Parafusos	Tempo (h)
20	5000	0,5
X	1000	1

**Parafusos X Máquinas** → Se a produção diminuir, serão necessárias menos máquinas, ou seja temos grandezas **diretamente proporcionais** (DP), pois as duas grandezas ou aumentam ou diminuem simultaneamente.

**Tempo x Máquinas** → Se meu tempo de produção aumentar, serão necessárias menos máquinas, portanto, enquanto uma grandeza aumenta a outra diminui, logo elas são **inversamente proporcionais** (IP). Observem, abaixo, na resolução, que a razão da grandeza tempo foi colocada na ordem inversa, justamente por ele ser inversamente proporcional.

$$\frac{20}{x} = \frac{5000}{1000} = \frac{1}{0,5}$$

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejamos:

$$x = \frac{20 \cdot 1000 \cdot 0,5}{5000 \cdot 1} = 2 \text{ máquinas}$$

**Gabarito: A**

## 2. VUNESP - Analista Legislativo (CMSJC)/Contador/2018

Uma determinada máquina fabrica 24 unidades de um determinado produto em uma hora e meia de funcionamento ininterrupto. Três máquinas idênticas à anterior, trabalhando juntas, nas mesmas condições de funcionamento, fabricarão 100 unidades desse mesmo produto em

- a) 1 hora e 12 minutos.
- b) 1 hora e 34 minutos.
- c) 1 hora e 50 minutos.
- d) 2 horas e 05 minutos.
- e) 2 horas e 17 minutos.

**Comentários:**

**Produtos X Tempo** são grandezas D.P. (mais produtos precisam de mais máquinas).

**Máquinas X Tempo** são grandezas I.P. (mais máquinas farão o serviço em menos tempo).

Percebam que a comparação é sempre com aquela grandeza que você quer encontrar.

Máquinas (IP)	Produtos (D.P)	Tempo (h)
---------------	----------------	-----------



1	24	1,5
3	100	x

$$\frac{3}{1} = \frac{24}{100} = \frac{1,5}{x}$$

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{1 \cdot 100 \cdot 1,5}{3 \cdot 24} = \frac{25}{12} \text{ h (que, multiplicando por 60, equivale a 02h05min)}$$

**Gabarito: D**

### 3. VUNESP - Contador (CM Cotia)/2017

Para imprimir 200 apostilas com 27 páginas cada uma, 5 impressoras levam 54 minutos. Estas impressoras imprimem um mesmo número de páginas por minuto e têm sistema automático de alimentação de folhas, ou seja, não precisam parar para o reabastecimento de folhas.

Para a impressão de 1 040 apostilas com 35 páginas impressas cada uma, em 52 minutos, será necessário um número dessas impressoras igual a

- a) 30.
- b) 35.
- c) 40.
- d) 45.
- e) 50.

**Comentários:**

Pessoal, vamos comparar cada grandeza com aquela na qual a questão pediu pra você encontrar, ok?

Apostilas (D.P)	Páginas (D.P)	Impressoras	Tempo (min) (I.P.)
200	27	5	54
1040	35	x	52

$$\frac{200}{1040} = \frac{27}{35} = \frac{5}{x} = \frac{52}{54}$$



Não se esqueçam de inverter a fração da grandeza que é Inversamente Proporcional.

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{1040 \cdot 35 \cdot 5 \cdot 54}{200 \cdot 27 \cdot 52} = 35 \text{ impressoras}$$

**Gabarito: B**

#### 4. VUNESP - Analista de Processos Previdenciários (IPRESB)/2017

Para imprimir 300 apostilas destinadas a um curso, uma máquina de fotocópias precisa trabalhar 5 horas por dia durante 4 dias. Por motivos administrativos, será necessário imprimir 360 apostilas em apenas 3 dias. O número de horas diárias que essa máquina terá que trabalhar para realizar a tarefa é

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.

**Comentários:**

Pessoal, percebam que o algoritmo de resolução se repete em todas as questões.

Apostilas (D.P)	Horas/Dia (D.P)	Tempo (dias) (I.P.)
300	5	4
360	X	3

$$\frac{300}{360} = \frac{5}{x} = \frac{3}{4}$$

Não se esqueçam de inverter a fração da grandeza que é Inversamente Proporcional.

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{360 \cdot 5 \cdot 4}{300 \cdot 3} = 8 \text{ horas/dia}$$

**Gabarito: C**

#### 5. VUNESP - Agente de Fiscalização Financeira (TCE-SP)/"Sem Área"/2017

Em uma pizzaria, 6 pessoas comeram pizza durante 2 horas e meia. Cada uma delas comeu 3 fatias a cada 15 minutos. O tempo mínimo necessário para que 9 pessoas, cada uma delas



comendo 5 fatias a cada 20 minutos, igualem o número de fatias de pizza que as primeiras 6 pessoas haviam comido é de

- a) 45 minutos.
- b) 1 hora e 10 minutos.
- c) 1 hora e 25 minutos.
- d) 1 hora e 30 minutos.
- e) 1 hora e 20 minutos

**Comentários:**

Vamos lá, pessoal, organizar as ideias.

Vamos calcular primeiro quantas fatias por minutos são comidas em cada caso.

Situação 1: 0,2 fatias/minuto

Situação 2: 0,25 fatias/minuto.

Pessoas (I.P)	Tempo (h)(D.P)	Fatias/minuto (I.P)
6	2,5	0,2
9	x	0,25

$$\frac{9}{6} = \frac{2,5}{x} = \frac{0,25}{0,2}$$

Não se esqueçam de inverter a fração da grandeza que é Inversamente Proporcional.

Quem “X” multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{6 \cdot 2,5 \cdot 0,2}{9 \cdot 0,25} = \frac{4}{3}h \text{ (que, multiplicando por 60, equivale a 1 hora e 20 minutos)}$$

**Gabarito: E**

**6. VUNESP - Analista de Geoprocessamento (Pref Sertãozinho)/2016**

Para cobrir 420 m<sup>2</sup> de um telhado T, 7 operários, que apresentam a mesma produtividade, gastam 3 horas e 30 minutos. Para cobrir outros 1 680 m<sup>2</sup> do telhado T, foram contratados outros 12 operários, que também possuem a mesma produtividade individual dos operários anteriores.

A previsão de tempo que esses 12 operários gastariam para realizar esse trabalho é de

- a) 4 horas e 20 minutos.



- b) 5 horas e 12 minutos.
- c) 7 horas.
- d) 7 horas e 45 minutos.
- e) 8 horas e 10 minutos.

**Comentários:**

	Área (D.P)	Operários (I.P)	Tempo (h)
	420	7	3,5
$\frac{420}{1680}$	1.680	12	X

$$= \frac{12}{7}$$
$$= \frac{3,5}{x}$$

Não se esqueçam de inverter a fração da grandeza que é Inversamente Proporcional.

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{1680 \cdot 7 \cdot 3,5}{12 \cdot 420} = \frac{24,5}{3} h \text{ (que, multiplicando por 60, equivale a 8 horas e 10 minutos)}$$

**Gabarito: E**

**7. VUNESP - Analista Legislativo (CM Registro)/2016**

O município de Registro é uma reconhecida região produtora de chá-da-índia. Em 2014, a área destinada a este cultivo era de 480 hectares, que produziram um total de cerca de 2 880 toneladas da folha verde do chá. Sabendo -se que um hectare corresponde a 10 000 m<sup>2</sup>, cada metro quadrado da área de cultivo produziu, naquele ano, em média, uma quantidade de folha verde do chá de

(Fonte dos dados: IBGE)

- a) 600 g.
- b) 6 kg.
- c) 60 kg.
- d) 600 kg.
- e) 6 toneladas.

**Comentários:**

A questão nos pede a produção em m<sup>2</sup>, portanto como 01 Hectare possui 10.000m<sup>2</sup>, teremos que 480 hectares será igual a 4.800.000 m<sup>2</sup>. Agora, basta fazermos o processo da regra de três simples, com as duas grandezas que são diretamente proporcionais.



Área (m <sup>2</sup> )	Produção (t)
4.800.000	2880
1	X

$$\frac{4.800.000}{1} = \frac{2.880}{x}$$

$$x = \frac{2880}{4800000} \cdot 1000(\text{transformação em kg}) = 0,6 \text{ kg} = 600g$$

**Gabarito: A**

### 8. VUNESP - Diretor de Escola (Rio Claro)/2016

12 homens trabalharam 6 horas por dia para a reforma do ginásio da escola, e, em 4 dias de trabalho, foi concluído um terço do serviço. Para finalizar a reforma, mais 6 homens foram contratados e todos os 18 passarão a trabalhar 8 horas por dia. Considerando que todos os homens têm a mesma força de trabalho, o número de dias que ainda faltam para o ginásio ficar pronto é

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 8.

**Comentários:**

Se há mais homens serão necessários menos dias; da mesma maneira que se há mais horas diárias trabalhadas, serão necessários menos dias.

Homens (I.P)	Horas/dia(I.P)	Dias	Fração do Trab. (D.P.)
12	6	4	1/3
18	8	X	2/3

$$\frac{18}{12} = \frac{8}{6} = \frac{4}{x} = \frac{1/3}{2/3}$$

Não se esqueçam de inverter a fração da grandeza que é Inversamente Proporcional.

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:



$$x = \frac{12 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{18 \cdot 8 \cdot 1} = 4 \text{ dias}$$

**Gabarito: B**

---

### 9. VUNESP - Assistente Social (IPSMI)/2016

Para cada 3 relatórios que um estagiário faz, ele também tem que fazer 5 planilhas.

Se em um mês o número de relatórios e planilhas feitos pelo estagiário, juntos, totalizaram 96, então o número de relatórios feitos por ele nesse mês foi igual a

- a) 28.
- b) 32.
- c) 36.
- d) 42.
- e) 60.

**Comentários:**

A razão entre o número de relatórios (R) e o número de planilhas (P) é igual a  $\frac{3}{5}$ . Logo, temos que  $\frac{R}{P} = \frac{3}{5}$ .

Sabemos, também, que  $R + P = 96$ .

Vamos escrever P em função de R, assim teremos que  $P = 96 - R$ , iremos substituir "P" na equação  $\frac{R}{P} = \frac{3}{5}$  por "96 - R", logo teremos que:

$$\frac{R}{96 - R} = \frac{3}{5} \text{ (fazendo o produtos dos meios igual ao dos extremos, teremos:)}$$

$$5 \cdot R = 3 \cdot (96 - R)$$

$$5R = 288 - 3R$$

$$5R + 3R = 288$$

$$R = 36$$

**Gabarito: C**

---

### 10. VUNESP - Contador Judiciário (TJ SP)/2015

Uma verba total de R\$ 1,5 milhão foi aplicada na realização de dois projetos, A e B. Sabendo-se que a razão entre a parte aplicada no projeto A e a parte aplicada no projeto B, nessa ordem, pode ser representada pelo número 1,4, é correto afirmar que no projeto B, quando comparado ao projeto A, foram aplicados

- a) R\$ 600 mil a mais.
- b) R\$ 250 mil a menos.



- c) R\$ 600 mil a menos.
- d) R\$ 425 mil a menos.
- e) R\$ 250 mil a mais.

**Comentários:**

$$\frac{A}{B} = 1,4 \rightarrow A = 1,4B$$

$$A + B = 1,5 \rightarrow$$

$$1,4B + B = 1,5 \rightarrow$$

$$2,4B = 1,5 \rightarrow$$

$$\text{Logo } B = 0,625 \text{ milhão} = 625 \text{ mil}$$

$$\text{Como } A = 1,4B \rightarrow A = 1,4 \cdot 625 \text{ mil} = 875 \text{ mil}$$

**Gabarito: B**

**11. VUNESP - Analista de Suporte (CRO SP)/2015**

Na semana que disputaria a final de um campeonato de futebol, Renato treinou muitos pênaltis. Na segunda-feira, de cada 5 pênaltis batidos, Renato acertou 4. Considerando os dias em que treinou nessa semana, de cada 9 pênaltis batidos, Renato acertou 7. Se na segunda-feira Renato bateu 50 pênaltis e nos outros dias da semana em que ele treinou, no total, ele acertou 471, o número total de pênaltis cobrados por Renato em seu treinamento foi

- a) 603.
- b) 619.
- c) 635.
- d) 657.
- e) 671.

**Comentários:**

Vamos lá com calma e atenção para resolvermos essa questão, vejamos:

Na segunda-feira houve um total de 50 pênaltis batidos, como ele acertou 4 a cada 5. Teremos que ele acertou 80% dos chutes, logo acertou 40 pênaltis e errou 10. Ok?

Pessoal, aqui dá pra fazer direto sem precisar armar a continha, ok? Na hora da prova precisamos correr para não faltar tempo.

Como ele acertou no restante da semana 471 pênaltis, logo temos que  $471+40= 511$  pênaltis acertados no total.

Considerando os dias que ele treinou, temos que a cada 9 pênaltis, ele acertou 7, logo  $\frac{7}{511} = \frac{9}{x}$

$$7 \cdot x = 9 \cdot 511 \rightarrow x = 657 \text{ dias}$$



**Gabarito: D**

**12. VUNESP - Analista de Políticas Públicas e Gestão Governamental (Pref SP)/2015**

A prefeitura distribuirá a verba de R\$ 3.850.000,00 entre cinco subprefeituras. Essa distribuição será feita de forma diretamente proporcional ao número de projetos destinados ao desenvolvimento da educação. A subprefeitura da Penha apresentou 7 projetos; a subprefeitura da Sé apresentou 5 projetos; a subprefeitura de Perus apresentou 8 projetos; a subprefeitura da Lapa apresentou 2 projetos. A subprefeitura do Ipiranga quer que sua parte dessa verba seja de pelo menos R\$ 1.050.000,00. Para que pelo menos esse valor seja destinado à subprefeitura do Ipiranga, é necessário que ela apresente, no mínimo, uma quantidade de projetos igual a

- a) 10.
- b) 11.
- c) 7.
- d) 8.
- e) 9.

**Comentários:**

Bem, gente, chegamos à última questão.

Percebam que a divisão aqui é de forma diretamente proporcional aos projetos apresentados, tá ok?

Serão divididos R\$ 3.850.000,00 em partes proporcionais a (7, 5, 8, 2 e x).

“x” representa o número de projetos da subprefeitura de Ipiranga que deverá receber um valor de pelo menos R\$ 1.050.000,00.

Assim, temos que:

$$\frac{3.850.000}{7 + 5 + 8 + 2 + x} = k \text{ (constante de proporcionalidade)}$$

$$\frac{3.850.000}{22 + x} = k$$

Então temos que o valor que a cidade de Ipiranga irá receber está para “x” (números de projetos) que nos dará a constante de proporcionalidade (k), logo temos que:

$$\frac{1.050.000}{x} = \frac{3.850.000}{22 + x}$$

*(simplificando os zeros do numerador e fazendo meios por extremos)*

$$(22 + x)105 = 385x$$

$$2310 + 105x = 385x$$

$$2310 = 280x$$



$$x = 8,25$$

Neste caso, temos que fazer o arredondamento para 9, pois se ele fizer 8 projetos receberá menos do que almeja, logo o gabarito é letra (E).

**Gabarito: B**

## 4 – CHECKLIST DE ESTUDO

1. É preciso revisar razão e proporção.
2. Vamos relembrar regra de três simples.
3. Revisar regra de três composta.

## 5 – PONTOS DE DESTAQUE

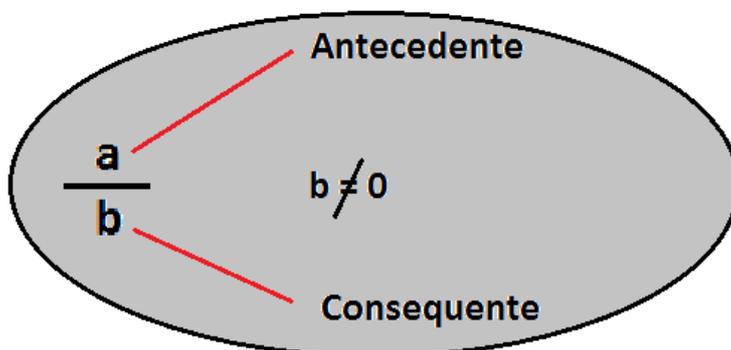
### PONTO #1: RAZÃO E PROPORÇÃO

De início, já quero deixar claro que os conceitos a seguir são cobrados direta ou indiretamente em vários “assuntos” da Matemática. Mesmo que você seja um profundo conhecedor da matemática, não é prudente deixar de lado os conceitos básicos, sob o risco de comprometer uma aprovação por falhas em coisas triviais, como razão e proporção, por exemplo. Vamos estudá-los então?

#### RAZÃO

É o quociente (divisão) de dois valores (números racionais) de uma mesma grandeza, que são chamados de **antecedentes** e **consequentes**.

A ideia da “razão” entre duas grandezas é a de poder compará-las entre si, ou seja, o quanto uma é da outra.



O **numerador** é o termo antecedente;

O **denominador** é o termo consequente.



Vejam um exemplo:

Em determinado concurso, dos 40 aprovados apenas 8 foram nomeados. Dessa forma, qual é a razão dos candidatos nomeados em relação ao total de aprovado?

Resposta:

Para saber qual é a razão destes valores, basta dividir a quantidade de nomeados pelo total de aprovados:  $\frac{8}{40} = 0,2$ . Ou seja, para cada 40 aprovados, apenas 8 serão nomeados (ou para cada 1 aprovado, apenas 0,2 será nomeado - desconsidere a divisão de pessoas rsrsr).

Interessante é que você fique atento à ordem na qual a questão te pedirá o cálculo da razão. Você deverá seguir a ordem escrita, percebam que, no exemplo acima, a razão foi entre a quantidade de nomeados e o total de aprovados e não o inverso, que também poderia ser pedido.

## PROPORÇÃO

Quando comparamos várias razões e elas determinam entre si um mesmo quociente, dizemos, portanto, que elas são proporcionais ou que obedecem à mesma proporção. Logo, uma proporção nada mais é do que uma **igualdade entre mais de duas razões**.

Vejam um exemplo:

Em dois concursos distintos, João acertou 80 questões de 120 e Mário acertou 60 de 90 questões. É possível dizer que essas razões são proporcionais, ou seja, que elas representam um mesmo quociente (ou que representam a mesma parte de um todo)?

Há algumas formas de viabilizarmos esse entendimento, meus caros!! Então vejamos...

Resposta:

Primeiramente, vamos verificar se os quocientes das duas razões são iguais, requisito para termos uma proporcionalidade.

João acertou a razão de:  $\frac{80}{120}$ . Se eu dividir tanto o numerador quanto o denominador por 40, terei  $\frac{2}{3}$ . Por seu turno, Mário acertou a razão de:  $\frac{60}{90}$ . Se eu dividir tanto o numerador quanto o denominador por 30, terei  $\frac{2}{3}$ .



PRESTE MAIS  
**ATENÇÃO!!**

Outra forma de verificarmos se existe proporcionalidade entre as razões é calculando o produto dos meios pelos extremos.

Vejam:

$$\frac{80}{120} = \frac{60}{90} \rightarrow 80 \cdot 90 = 60 \cdot 120 = 720$$



Como o produto dos meios (120 e 60) é igual ao produto dos extremos (80 e 90), temos que existe a proporcionalidade entre as razões.

## PONTO #2: REGRA DE TRÊS SIMPLES

A Regra de Três é muito usada por nós, frequentemente, em nosso dia a dia, principalmente quando se trata de dinheiro, que nada mais é do que comparações que fazemos entre as Grandezas, que é tudo aquilo que pode ser mensurado, comparado ou contado.

Quando você faz uma viagem, por exemplo, a Regra de Três possivelmente utilizada para achar algum valor desconhecido vai envolver três grandezas: **Velocidade**, **Tempo** e **Distância**.

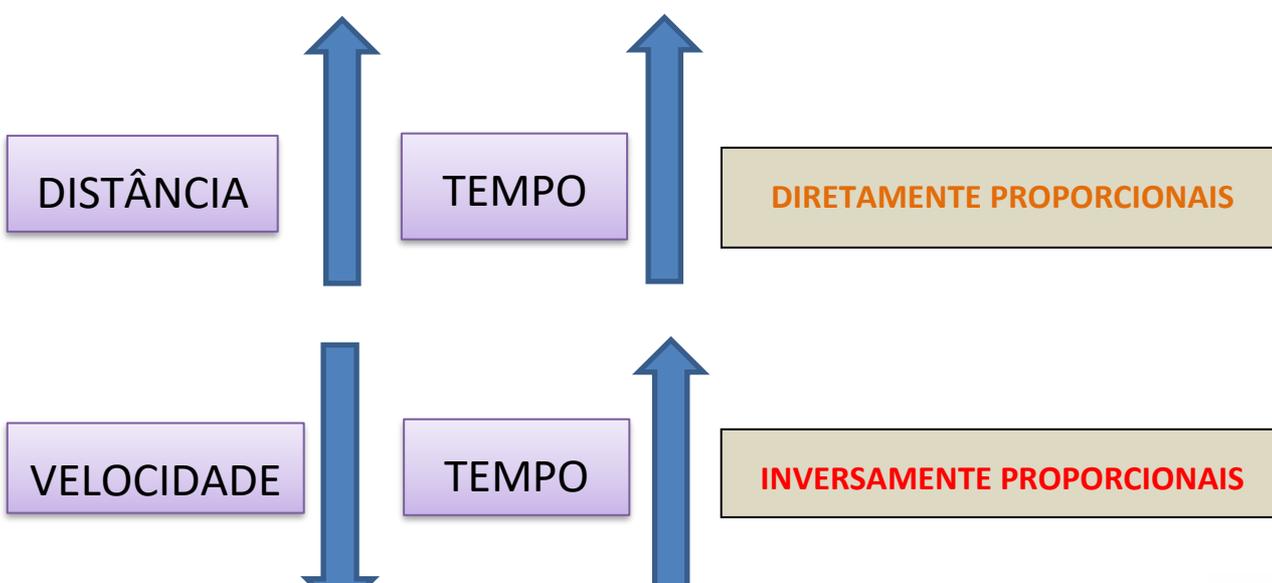
A depender das grandezas que são comparadas, elas podem ser classificadas como diretamente ou inversamente proporcional (cuidado com isso).

- Professor, mas como vou saber o que é diretamente ou inversamente proporcional? Calma, jovem, vou explica: se aumentarmos a **velocidade** do veículo, o tempo para **chegarmos** ao nosso destino diminuirá, de maneira **proporcional**, só que de forma **inversa**.

- Entendi nada, Professor! Então, deixa eu te explicar de outra forma: fica claro pra você que se eu **dobrar** a **velocidade**, o **tempo** para chegar ao destino será reduzido à **metade**? Sim, professor, mas é claro! Pronto, então você entendeu o que são **grandezas inversamente proporcionais**.

- Ah! Professor, então quer dizer que se eu aumentar a **distância** a ser percorrida, o **tempo** para chegar ao meu destino irá **aumentar**, e aí como as duas grandezas aumentam na mesma proporção, elas serão chamadas de **grandezas diretamente proporcionais**? Isso mesmo, meu amigo, agora está claro perfeitamente que você entendeu tudo...;)

Vamos olhar isso aí graficamente?



### PONTO #3: REGRA DE TRÊS COMPOSTA

A regra de três composta, assim como a simples, é um processo matemático para resolução de problemas que envolvem **três grandezas ou mais**, portanto a única diferença entre elas é essa. O método de resolução das questões é o mesmo, então vamos dar uma olhada num exemplo. Ok?

Vamos nós! Suponha que você, neste exato momento, esteja estudando matemática (rsrs) e que você consegue resolver 4 questões a cada 1 hora. Agora, eu te pergunto: se eu aumentasse o nível de dificuldade das questões para o dobro, quantas questões você iria resolver em 5 horas?



PRESTE MAIS  
**ATENÇÃO!!**

Pessoal, vamos prestar atenção que não tem muito mistério nisso (o raciocínio empregado nessa resolução servirá para qualquer outra).

Você deverá, apenas, ter o cuidado em **classificar as grandezas em diretamente ou inversamente proporcionais**. **Sim, antes que eu me esqueça, vou logo dizendo a vocês que não uso aquele método com setas pra cima e pra baixo, portanto esqueça isso aí, complica demais, irei usá-las apenas para indicação gráfica do problema.**

É o seguinte:

**1º passo:** você deve identificar as grandezas que foram citadas na questão:

Quantidade de questões

Tempo (h)

Nível de Dificuldade

**2º passo:** vamos, agora, comparar as grandezas e descobrir se elas são diretamente ou inversamente proporcionais.

Se a quantidade de questões aumentar, então o tempo para resolvê-las também aumentará, logo essas duas grandezas são (entre si) **diretamente proporcionais (D.P)**. Ok?



Quantidade de questões

Tempo (h)



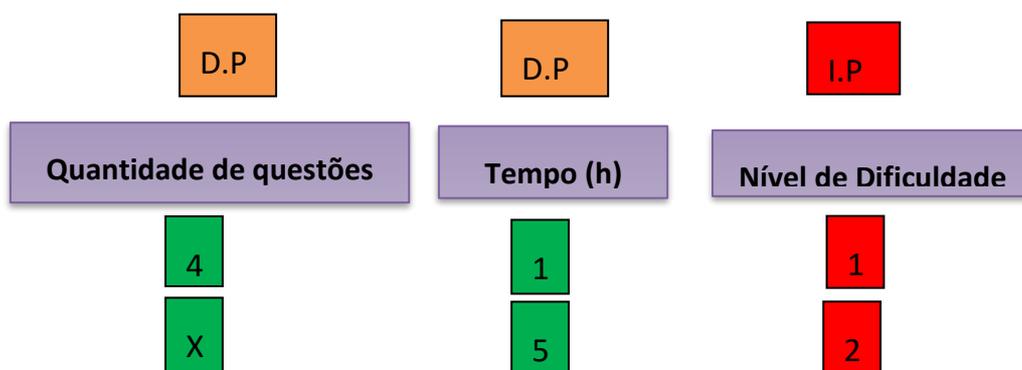
Se o nível de dificuldade aumentar, logicamente que a quantidade de questões que você conseguirá fazer será reduzida, logo essas duas grandezas são (entre si) **inversamente proporcionais (I.P)**. Ok?



PRESTE MAIS  
**ATENÇÃO!!**

Detalhe, pessoal, a comparação deverá, **necessariamente**, ser feita sempre com aquela grandeza que você quer achar, em nosso caso essa grandeza é a quantidade de questões. No nosso exemplo, estamos em busca da quantidade de questões!

Ok, vamos concluir a resolução, espero que vocês estejam compreendendo os detalhes.



Pessoal, lembrando, escrevi **D.P.** para as grandezas **diretamente proporcionais** e **I.P.** para as **inversamente proporcionais** em relação à grandeza quantidade de questões. Estão atentos, né?

Vejam, agora está o “pulo do gato”: quando for escrever a fração, as diretamente proporcionais irei escrevê-las **da forma que estão** e a inversamente proporcional irei inverter. Vamos lá!

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{5} = \frac{2}{1}$$

$$X = \frac{4 \cdot 5 \cdot 1}{1 \cdot 2} = 10 \text{ questões}$$

Observem bem: os números que estão multiplicando o "X" ("1" e "2") vão para o denominador da fração (lembram?) e todos os demais números ("4", "5" e "1") irão para o numerador. Outra coisa: vejam que coloquei D.P. na grandeza que tem o "X", façam sempre isso, pois é **sua grandeza referencial**.

## 6 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos ao final desse nosso primeiro relatório do Passo Estratégico para **Oficial da PM – SP**.

É preciso entender que estamos diante de assuntos de muita importância para a sua prova. Por isso, prestem bastante atenção nesses assuntos e não deixem de revisar esses pontos.

As questões trazidas neste relatório servem apenas como exemplo, por isso encorajamos que vocês arregacem as mangas e pratiquem bastante. Fazer o máximo de questões possível vai aproximar vocês da excelência.

Por hoje é só!

Perseverança e bons estudos!

**Rafael Barbosa**

*"Sempre lembre que você é mais corajoso do que pensa, mais forte do que parece e mais esperto do que acredita". - Christopher Robin-*

## 7- LISTA DAS QUESTÕES

### 1. VUNESP/2018 - Diretor (CM 2 Córregos)/Contábil Legislativo

Em uma indústria, 20 máquinas iguais, de mesmo rendimento, produzem juntos 5000 parafusos iguais, em meia hora de funcionamento simultâneo e ininterrupto. Desse modo, para produzir 1000 unidades dos mesmos parafusos em uma hora, seria necessário o funcionamento, nas mesmas condições operacionais, de apenas:

- a) 2 máquinas.
- b) 3 máquinas.
- c) 5 máquinas.
- d) 6 máquinas.
- e) 8 máquinas.

### 2. VUNESP - Analista Legislativo (CMSJC)/Contador/2018



Uma determinada máquina fabrica 24 unidades de um determinado produto em uma hora e meia de funcionamento ininterrupto. Três máquinas idênticas à anterior, trabalhando juntas, nas mesmas condições de funcionamento, fabricarão 100 unidades desse mesmo produto em

- a) 1 hora e 12 minutos.
- b) 1 hora e 34 minutos.
- c) 1 hora e 50 minutos.
- d) 2 horas e 05 minutos.
- e) 2 horas e 17 minutos.

### 3. VUNESP - Contador (CM Cotia)/2017

Para imprimir 200 apostilas com 27 páginas cada uma, 5 impressoras levam 54 minutos. Estas impressoras imprimem um mesmo número de páginas por minuto e têm sistema automático de alimentação de folhas, ou seja, não precisam parar para o reabastecimento de folhas.

Para a impressão de 1 040 apostilas com 35 páginas impressas cada uma, em 52 minutos, será necessário um número dessas impressoras igual a

- a) 30.
- b) 35.
- c) 40.
- d) 45.
- e) 50.

### 4. VUNESP - Analista de Processos Previdenciários (IPRESB)/2017

Para imprimir 300 apostilas destinadas a um curso, uma máquina de fotocópias precisa trabalhar 5 horas por dia durante 4 dias. Por motivos administrativos, será necessário imprimir 360 apostilas em apenas 3 dias. O número de horas diárias que essa máquina terá que trabalhar para realizar a tarefa é

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.

### 5. VUNESP - Agente de Fiscalização Financeira (TCE-SP)/"Sem Área"/2017



Em uma pizzaria, 6 pessoas comeram pizza durante 2 horas e meia. Cada uma delas comeu 3 fatias a cada 15 minutos. O tempo mínimo necessário para que 9 pessoas, cada uma delas comendo 5 fatias a cada 20 minutos, igualem o número de fatias de pizza que as primeiras 6 pessoas haviam comido é de

- a) 45 minutos.
- b) 1 hora e 10 minutos.
- c) 1 hora e 25 minutos.
- d) 1 hora e 30 minutos.
- e) 1 hora e 20 minutos

#### 6. VUNESP - Analista de Geoprocessamento (Pref Sertãozinho)/2016

Para cobrir  $420 \text{ m}^2$  de um telhado T, 7 operários, que apresentam a mesma produtividade, gastam 3 horas e 30 minutos. Para cobrir outros  $1\ 680 \text{ m}^2$  do telhado T, foram contratados outros 12 operários, que também possuem a mesma produtividade individual dos operários anteriores.

A previsão de tempo que esses 12 operários gastariam para realizar esse trabalho é de

- a) 4 horas e 20 minutos.
- b) 5 horas e 12 minutos.
- c) 7 horas.
- d) 7 horas e 45 minutos.
- e) 8 horas e 10 minutos.

#### 7. VUNESP - Analista Legislativo (CM Registro)/2016

O município de Registro é uma reconhecida região produtora de chá-da-índia. Em 2014, a área destinada a este cultivo era de 480 hectares, que produziram um total de cerca de 2 880 toneladas da folha verde do chá. Sabendo -se que um hectare corresponde a  $10\ 000 \text{ m}^2$ , cada metro quadrado da área de cultivo produziu, naquele ano, em média, uma quantidade de folha verde do chá de

(Fonte dos dados: IBGE)

- a) 600 g.
- b) 6 kg.
- c) 60 kg.
- d) 600 kg.
- e) 6 toneladas.

#### 8. VUNESP - Diretor de Escola (Rio Claro)/2016



12 homens trabalharam 6 horas por dia para a reforma do ginásio da escola, e, em 4 dias de trabalho, foi concluído um terço do serviço. Para finalizar a reforma, mais 6 homens foram contratados e todos os 18 passarão a trabalhar 8 horas por dia. Considerando que todos os homens têm a mesma força de trabalho, o número de dias que ainda faltam para o ginásio ficar pronto é

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 8.

### 9. VUNESP - Assistente Social (IPSMI)/2016

Para cada 3 relatórios que um estagiário faz, ele também tem que fazer 5 planilhas.

Se em um mês o número de relatórios e planilhas feitos pelo estagiário, juntos, totalizaram 96, então o número de relatórios feitos por ele nesse mês foi igual a

- a) 28.
- b) 32.
- c) 36.
- d) 42.
- e) 60.

### 10. VUNESP - Contador Judiciário (TJ SP)/2015

Uma verba total de R\$ 1,5 milhão foi aplicada na realização de dois projetos, A e B. Sabendo-se que a razão entre a parte aplicada no projeto A e a parte aplicada no projeto B, nessa ordem, pode ser representada pelo número 1,4, é correto afirmar que no projeto B, quando comparado ao projeto A, foram aplicados

- a) R\$ 600 mil a mais.
- b) R\$ 250 mil a menos.
- c) R\$ 600 mil a menos.
- d) R\$ 425 mil a menos.
- e) R\$ 250 mil a mais.

### 11. VUNESP - Analista de Suporte (CRO SP)/2015



Na semana que disputaria a final de um campeonato de futebol, Renato treinou muitos pênaltis. Na segunda-feira, de cada 5 pênaltis batidos, Renato acertou 4. Considerando os dias em que treinou nessa semana, de cada 9 pênaltis batidos, Renato acertou 7. Se na segunda-feira Renato bateu 50 pênaltis e nos outros dias da semana em que ele treinou, no total, ele acertou 471, o número total de pênaltis cobrados por Renato em seu treinamento foi

- a) 603.
- b) 619.
- c) 635.
- d) 657.
- e) 671.

## 12. VUNESP - Analista de Políticas Públicas e Gestão Governamental (Pref SP)/2015

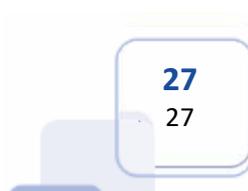
A prefeitura distribuirá a verba de R\$ 3.850.000,00 entre cinco subprefeituras. Essa distribuição será feita de forma diretamente proporcional ao número de projetos destinados ao desenvolvimento da educação. A subprefeitura da Penha apresentou 7 projetos; a subprefeitura da Sé apresentou 5 projetos; a subprefeitura de Perus apresentou 8 projetos; a subprefeitura da Lapa apresentou 2 projetos. A subprefeitura do Ipiranga quer que sua parte dessa verba seja de pelo menos R\$ 1.050.000,00. Para que pelo menos esse valor seja destinado à subprefeitura do Ipiranga, é necessário que ela apresente, no mínimo, uma quantidade de projetos igual a

- a) 10.
- b) 11.
- c) 7.
- d) 8.
- e) 9.

## 8 - GABARITO

- 1 – A
- 2 – D
- 3 – B
- 4 – C
- 5 – E
- 6 – E
- 7 – A
- 8 – B
- 9 – C
- 10 – B
- 11 – D
- 12 – B





# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



**1** Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



**2** Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



**3** Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



**4** Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



**5** Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



**6** Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



**7** Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



**8** O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.