

Eletrônico



Estratégia
CONCURSOS

Aula

Física p/ CBM-DF (Oficial) Com Videoaulas - 2019

Professor: Vinicius Silva

Sumário

1. Introdução.....	2
2. O curso	4
2.1 Metodologia/Estratégias.....	4
2.2 Videoaulas de apoio.....	5
3. A Física em concursos.	6
4. Cronograma do Curso.	6
5. Estilo das Questões de Física em concursos.....	8
6. Estrutura das aulas	9
7. Bibliografia	11
8. Conteúdo da Aula Demonstrativa	11
9. Estudo dos vetores.....	12
9.6 Diferença entre grandezas escalares e vetoriais	13
9.1. Representação	15
9.2 Soma Vetorial (composição de forças e sistema de várias forças).....	15
9.3 Decomposição Vetorial	20
9.4 Sistema de Forças	22
9.5 Multiplicação de um vetor por um número.....	27
9.6 Diferença de vetores	29
9.6.1 Casos particulares de diferença de vetores	30
10. Exercício.....	34
s Propostos	34
11. Exercícios Comentados	42
12. Gabarito.....	65
13. Fórmulas mais utilizadas na aula.....	65



1. INTRODUÇÃO.

Olá prezado concurseiro desse Brasil, e futuro aluno do **Curso de Física para o Corpo de Bombeiros Militar do Distrito Federal**, doravante, **CBM-DF!**

Meu nome é **Vinicius Silva**, e sou professor de Física aqui no **Estratégia Concursos**. Tenho certeza de que faremos uma boa parceria rumo ao seu principal objetivo que é a aprovação no próximo concurso do **CBM-DF**.

Antes de iniciar os ditames acerca do nosso curso, deixe que me apresente para você.

Sou Natural do estado de São Paulo, mas quando ainda criança (em 1991) mudei-me para Fortaleza, capital do meu **Ceará**, onde vivi praticamente a maioria da minha vida estudantil, até me tornar um concurseiro e aí você já sabe como fica a vida de uma pessoa que abraça o serviço público.

Em 2006, Fiz meu primeiro concurso (nessa época eu já era professor em cursinhos da cidade de Fortaleza), para o **cargo de Controlador de Tráfego Aéreo Civil da Aeronáutica (DECEA)**. Após lograr êxito no certame (2º Lugar), mudei-me para **São José dos Campos - São Paulo**, local em que fiz o curso de formação necessário ao exercício do cargo.

Já em 2008, nomeado para o cargo acima, mudei-me para a cidade de **Recife-PE**, e por lá fiquei durante aproximadamente um ano até, no final de 2008, ser nomeado como **Técnico Judiciário, na área de Segurança e Transportes, na Justiça Federal do Ceará**, concurso no qual logrei aprovação também em 2º lugar.

Atualmente sou lotado na **Subseção Judiciária de Juazeiro do Norte**, interior do Ceará, e aqui estou há mais de cinco anos desempenhando minhas atividades no **serviço público e no magistério**.

Além disso sou bacharel em Direito pela **Faculdade de Direito do Crato na Universidade Regional do Cariri - URCA**.

Na área da Física, matéria que passarei, a partir desta e nas próximas aulas, a desvendar e tornar seu entendimento muito mais simples do que você pensa, minha experiência já vem desde 2006 quando iniciei no magistério como professor substituto e monitor em colégios e cursinhos de **Fortaleza**.



Hoje, ministro aulas de Física para as mais diversas carreiras, desde a preparação para vestibulares em geral até a preparação para os concursos mais difíceis da carreira militar como **IME e ITA**, passando ainda pelas turmas de **Medicina, Direito e Engenharia**.

Além disso atualmente coordeno, em parceria com o meu amigo Wagner Bertolini, professor de Química, o **Estratégia ENEM**, o mais completo preparatório on line para o ENEM do Brasil.

Em paralelo, ministro aulas preparatórias para **olimpíadas de Física regionais, nacionais** e até **internacionais**, já tendo tido alunos selecionados para participarem de processos seletivos para a **IPHO** (Olimpíada Mundial de Física) e **OIBF** (Olimpíada Ibero Americana de Física).

Para concursos, já ministrei cursos escritos para área policial (**PF, PRF, PCDF, PCSP e Petrobrás**).

Atualmente, escrevo um livro voltado para o público IME e ITA sobre um assunto que com certeza é um tema muito fascinante no mundo da Física, a Óptica Ondulatória.

Além disso, desenvolvo outros trabalhos voltados para o público IME – ITA e também para o planejamento e organização de estudos voltados para concursos (**Coaching**).

Bom, agora que eu já falei sobre minha experiência em concursos e também com a matéria que irei ministrar aulas para você, vamos passar à apresentação do nosso **Curso de Física para o CBM-DF**.

Esse projeto tem como escopo atingir um público que se prepara para essa carreira fascinante no **CBM-DF**, será um curso baseado no último edital do **CBM-DF**, que foi disponibilizado pela IDECAN.

O foco desse curso será a preparação com base no edital, pois a Física é uma matéria que não pode ser deixada de lado, afinal foram 10 questões na última prova, que fazem toda a diferença. O conteúdo previsto no edital do **CBM-DF** foi gigante, muita coisa mesmo, praticamente tudo que se pode ver em 3 anos de ensino médio.



A ideia é uma preparação estratégica, e como sabemos que esse concurso será muito concorrido, dado o número de vagas e a remuneração, que é uma das maiores do Brasil, o ideal é iniciar os estudos desde já, com base naquilo que realmente pode ser cobrado.

A Física certamente é uma matéria na qual a sua dedicação deve ser grande, é inegável que a dificuldade com essa matéria já começa com a escassez de material, pois dificilmente você encontra professores com experiência em provas de concursos e dedicados a fazer o melhor material didático para você.

Aqui no **Estratégia**, nós acreditamos que o aluno deve ter apoio total, em todas as matérias, sabemos como é difícil encontrar professores dedicados, que entendem a **metodologia do concurso público** e que tenham disposição em escrever um material com aproximadamente 100 páginas por aula (como será o nosso caso, nas próximas aulas).

2. O CURSO

O Curso de Física para o CBM-DF terá como objetivo principal levá-lo à nota máxima nessa matéria, contribuindo para que você consiga a sua aprovação nesse concurso.

A ideia é cobrir a maior parte do **edital do CBM-DF de 2016**, pois estaremos nos preparando em alto nível de rendimento e profundidade. A prova do **IDECAN** não será mais difícil que a promovida pelo **CESPE, em 2011 (último concurso)**.

Vamos ter teoria completa e exercícios **das mais variadas bancas examinadoras**, de provas antigas de Papiloscopista, Perito, **Bombeiro Militar**, Polícia Militar, Engenheiro, etc.

2.1 METODOLOGIA/ESTRATÉGIAS

O curso será **teórico** com **questões comentadas** ao final de cada aula, tornando-se assim um curso completo, com teoria e exercícios adequados para o fim a que se propõe.



Utilizarei algumas ferramentas na teoria como figuras, gráficos, bate papo com o nosso colega Aderbal, que vocês já devem conhecer, ele sempre está presente em nossos cursos.

A ideia aqui é deixar o curso mais leve, mais dinâmico e menos formal, para que você possa aprender brincando e possa se sentir seguro quanto ao conteúdo.

Aplicações práticas da teoria não faltarão, uma vez que o CBM é um órgão que deve primar em seus exames por questões que envolvam o dia a dia do Bombeiro Militar, e, é claro, muitas e muitas questões resolvidas, serão ao todo mais de **aproximadamente 150 no curso**, fora exemplos que serão colocados durante a teoria.

2.2 VIDEOAULAS DE APOIO

Esse curso contará com uma ferramenta altamente produtiva, que são as videoaulas de apoio que serão gravadas com o intuito de aproximar o contato professor-aluno.

Iremos gravar um número de vídeo aulas proporcional ao das aulas em PDF. Assim, você terá em praticamente todas as aulas o apoio das videoaulas para cada assunto tratado nas aulas escritas.

Em cada videoaula de apoio vamos expor toda a teoria, como se você estivesse em uma sala de aula, com todas as dicas e bizus de que você precisa para se dar bem no **CBM-DF**.

Ao final da exposição teórica vamos resolver em média umas **cinco questões** que já caíram em concursos anteriores sobre o assunto abordado na aula, serão aquelas que eu considero questões-chave.

Ou seja, você terá em cinco questões, além de todas as outras questões das aulas em PDF, uma resolução detalhada pelo seu professor em formato de videoaula. Não vai faltar nada para o seu entendimento sobre a matéria.



3. A FÍSICA EM CONCURSOS.

Esse concurso a que você aspira é um grande concurso para uma carreira bem estruturada, na qual você terá promoções, possibilidades de exercer comandos de equipes e até de batalhões e quartéis, sem dúvidas, é um cargo muito fascinante.

A Física e a Química, por exemplo, são matérias imprescindíveis para quem quer ser um bom Bombeiro Militar, você vai usar conhecimentos da minha matéria não só para entrar no quadro do **CBM-DF**, você ainda vai usar muito no seu cotidiano os conhecimentos que vai adquirir no nosso curso preparatório.

Pelo que analisei dos editais passados, inclusive o do último **CBM-DF**, a minha matéria vem sendo cobrada de forma muito ampla, envolvendo as 3 grandes áreas da Física (Mecânica, a Termologia, o Eletromagnetismo), portanto, o conteúdo que o nosso curso vai se propor a passar para vocês é aquele que representará **100% do edital**.

Fique tranquilo, pois adquirindo esse curso você estará provavelmente dando um passo largo para fazer parte do grupo seletivo dos aprovados.

4. CRONOGRAMA DO CURSO.

O nosso curso seguirá o edital do **CBM-DF de 2016**.

O conteúdo que será trabalhado, previsto nesse edital foi o seguinte:

FÍSICA:

1. Mecânica: cinemática escalar, cinemática vetorial; movimento circular; leis de Newton e suas aplicações; trabalho; potência; energia, conservação e suas transformações, impulso; quantidade de movimento, conservação da quantidade de movimento; estática dos corpos rígidos; estática dos fluidos; princípios de Pascal, Arquimedes e Stevin.

2 Termodinâmica: calor e temperatura; temperatura e dilatação térmica; calor específico; trocas de calor; mudança de fase e diagramas de fases; propagação do



calor; teoria cinética dos gases; energia interna; lei de Joule; transformações gasosas; leis da termodinâmica: entropia e entalpia; máquinas térmicas; ciclo de Carnot.

3 Eletromagnetismo: introdução à eletricidade; campo elétrico; lei de Gauss; potencial elétrico; corrente elétrica; potência elétrica e resistores; circuitos elétricos; campo magnético; lei de Ampère; lei de Faraday; propriedades elétricas e magnéticas dos materiais; equações de Maxwell; radiação.

O nosso curso será dividido em e será dado em 5 aulas + aula zero (demonstrativa), sendo que em algumas delas vamos nos valer de uma estratégia bem interessante que é o fato de dividir a aula em várias partes, de modo a possibilitar um entendimento mais amplo do assunto.

Exemplo: na aula de cinemática, que é a aula 01, vamos dividir a aula em 2 PDFs, um para falar sobre a cinemática escalar e outro para falar sobre a cinemática vetorial, isso levará você a um entendimento melhor do assunto.

Abaixo segue um quadro com o cronograma das aulas e os assuntos a serem tratados em cada uma delas, de acordo com o edital publicado.

CRONOGRAMA DE AULAS E VIDEOAULAS

Aula 00.	Apresentação do curso. 1. Vetores.	18/11
Aula 01.	2. Mecânica: cinemática escalar, cinemática vetorial; movimento circular.	28/11
Aula 02.	Mecânica: leis de Newton e suas aplicações; trabalho; potência; energia, conservação e suas transformações, impulso; quantidade de movimento, conservação da quantidade de movimento;	08/12
Aula 03	estática dos corpos rígidos; estática dos fluidos; princípios de Pascal, Arquimedes e Stevin.	18/12
Aula 04	3. Termodinâmica: calor e temperatura; temperatura e dilatação térmica; calor	28/12

	específico; transferência de calor; mudança de fase e diagramas de fases; propagação do calor; teoria cinética dos gases; energia interna; lei de Joule; transformações gasosas; leis da termodinâmica: entropia e entalpia; máquinas térmicas; ciclo de Carnot.	
Aula 05	4. Eletromagnetismo: introdução à eletricidade; campo elétrico; lei de Gauss; potencial elétrico; corrente elétrica; potência elétrica e resistores; circuitos elétricos; campo magnético; lei de Ampère; lei de Faraday; propriedades elétricas e magnéticas dos materiais; equações de Maxwell; radiação.	08/01

5. ESTILO DAS QUESTÕES DE FÍSICA EM CONCURSOS.

Esse tema é de muita relevância para quem está iniciando os estudos na minha matéria e quer garantir valiosos pontos no concurso.

As questões de Física em concursos para CBM'S geralmente abordam situações práticas vivenciadas pelo ocupante do cargo, trata-se de uma prova bem atual, cheia de **contextualização**.

É fácil ver que as questões aplicam um determinado assunto da Física a uma situação cotidiana, geralmente vivenciada no dia a dia do cargo almejado e isso torna o entendimento mais leve e empolgante, sem aqueles termos técnicos que não contribuem em nada para o brilhantismo da questão.

A Física está ligada às atribuições do Bombeiro Militar, pois esse profissional é um "Herói de Farda", que dá a nossa sociedade uma proteção nem sempre valorizada como deveria ser.

Assim, é essencial que o nosso curso aborde em seus exercícios situações práticas comuns ao dia a dia do bombeiro, e isso será plenamente atingido por meio das questões de concursos passados elaboradas pelo **CESPE e outras bancas**, muitas oriundas de provas de **CBM'S**, sempre tratando temas da Física com a leveza necessária ao bom entendimento.



Esse será o estilo do curso. Sempre com questões desafiadoras, com uma matemática bem acessível a todos e focada no seu provável edital.



Professor, o que eu vou ter que saber para poder acompanhar bem o seu curso?

Ótima pergunta Aderbal!

Se você quer se sair bem e acompanhar com um bom rendimento o nosso curso, você precisará de uma base bem tranquila em Matemática, terá de saber resolver equações de primeiro e segundo graus, análise de gráficos, um pouco de geometria, deverá ainda saber o cálculo de razões trigonométricas como **seno, cosseno e tangente**, entre outros temas simples da matemática que o concurseiro já deve saber, ou pelo menos já deve estar estudando, por conta das provas de matemática e raciocínio lógico.



Ah professor, isso aí é moleza, afinal eu já estudo isso direto nas aulas de Matemática aqui do Estratégia.

Muito bem Aderbal, você e todos os concurseiros que querem uma vaga no serviço público devem adotar a mesma estratégia, ou seja, estudar com antecedência e com bons materiais, todos os assuntos cobrados no edital.

6. ESTRUTURA DAS AULAS

Antes de começarmos o conteúdo dessa aula demonstrativa, vamos apresentar para você a estrutura das nossas aulas.



As nossas aulas serão compostas da seguinte forma:

- Teoria completa sobre o tema que ela se presta a explicar, recheada de exemplos em forma de exercícios para já ir deixando você familiarizado com a forma com que o assunto é cobrado pela banca.
- Lista de questões sem os comentários para que você já teste seus conhecimentos após a leitura da teoria.
- Lista das questões com os comentários.
- Gabarito.
- **Fórmulas matemáticas utilizadas na aula.**

Essa última parte da aula é uma das mais importantes para você, uma vez que as fórmulas matemáticas são o grande problema de boa parte dos concurseiros, principalmente quando o assunto é Física.

Apesar de saber que muitas e muitas provas aparecem apenas questões teóricas, é muito importante saber bem a aplicação matemática da teoria.

Um bom exemplo foi a prova da **PRF de 2013**, oportunidade em que a maioria dos cursos acreditava em uma prova bem teórica. Quem pensou dessa forma acabou se surpreendendo com uma prova bem trabalhosa e cobrando simplesmente o conteúdo da Física em uma questão prática, quase sempre com alguma **fórmula matemática** necessária à resolução.

Nessa última parte da aula constará uma lista de todas as **fórmulas** utilizadas nas questões da aula, como se fosse uma lista com os artigos de lei que foram necessários para a resolução das questões de Direito Penal, por exemplo.

Assim, você poderá ir formando o seu banco de dados de fórmulas, que será muito útil naquela revisão que você fará às vésperas da prova.

Lembrando que essas fórmulas, quando possível, conterão formas alternativas de memorização (formas mnemônicas, visuais, etc.)



Agora se lembre: não adianta de nada decorar as fórmulas sem saber usá-las, é como dar um carro para quem não sabe dirigir. Você deverá amadurecer os raciocínios e as ideias das questões para depois aplicar as fórmulas necessárias. O entendimento da questão é fundamental, pois a base de tudo será a interpretação do fenômeno Físico

7. BIBLIOGRAFIA

Caro concurseiro, eu sei que indicar livros de consulta não é uma tarefa das mais fáceis, pois no mercado você encontra obras para todos os gostos e bolsos.

Especificamente nesse concurso, não vou recomendar nenhuma bibliografia, e sabe o porquê? Você não precisará de nenhum material adicional, vou tentar colocar tudo de que você precisa aqui nesse curso, o material em PDF será suficiente para o seu sucesso na minha matéria.

Como o concurso está bem próximo, seria muito complicado para você ter que adquirir um livro texto sobre a matéria, pois geralmente eles não são focados na sua prova, possuem muita informação desnecessária e acabam não ajudando muito.

A minha dica é: leia todos os PDF com muita atenção, concentração e dedicação; se tiver alguma dúvida, tente saná-la no fórum de dúvidas que será acessado por mim diariamente umas 10 vezes, no mínimo.

Fique certo de que as questões do seu concurso não exigirão conhecimentos além daqueles trabalhados aqui nesse curso.

8. CONTEÚDO DA AULA DEMONSTRATIVA

Nessa aula demonstrativa, eu escolhi inicialmente um conteúdo que será de suma importância para o entendimento de assuntos como o de cinemática vetorial, estática dos corpos rígidos e impulso e quantidade de movimento, assuntos previstos no edital do **CBM – DF/2016**.

Portanto, tenha em mente que a sua caminhada começa aqui, e esse primeiro passo é "0800", ou seja, uma aula com conteúdo do seu edital totalmente *free*, para que você



conheça o método do professor, bem como o nível de profundidade e a didática das aulas em vídeo e em PDF.

Estamos trilhando um caminho de acordo com o que você precisa, dê-me um voto de confiança e deixe que eu o leve até à **nota máxima**.

Tenho certeza de que você vai se apaixonar pela matéria e pela forma com a qual ela será trabalhada por min.

É nesse momento que eu te convido para iniciarmos a nossa preparação. vamos detonar o edital do **CBM-DF**, com vistas à preparação ao concurso que se aproxima.

Vamos iniciar com o conteúdo de vetores, naquilo que imaginamos que pode ser cobrado.

Antes disso, vou estabelecer um compromisso com você: Vou produzir o melhor material e o Curso de Física do Estratégia Concursos para o CBM-DF será o melhor, o mais focado e o mais didático que o mercado pode te oferecer.

Prontos? Apertem os cintos, pois agora vamos decolar rumo à aprovação.

9. ESTUDO DOS VETORES

Vamos trabalhar os vetores de forma mais ampla, ou seja, de uma forma que venha a trabalhar todas as nuances desse assunto.

Vetores são **entes geométricos**. Na verdade, os vetores são objetos de estudo da **matemática e não da Física**. O seu conceito mais geral você já deve ter ouvido falar certa vez por algum professor seu na escola:

“Vetor é um segmento de reta orientado”

O que você acha que isso tem haver com a Física?



Nada, esse conceito é puramente **matemático**. Precisamos de um conceito que tenha aplicação na Física.

Os vetores, na Física, servem para representar e dar vida às **grandezas vetoriais**, que, em breve, vamos começar a estudá-las.

Então um melhor conceito seria:

“Vetor é um ente geométrico que é utilizado para representar grandezas vetoriais”

Agora vale a pena saber diferenciar grandezas escalares das grandezas vetoriais.

9.6 DIFERENÇA ENTRE GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS

Para concluirmos esse breve estudo conceitual dos vetores, falta comentar a diferença crucial entre as grandezas **escalares e vetoriais**, vez por outra cai em prova de concurso uma questão dessa forma, pedindo para marcar o item correspondente às grandezas vetoriais ou escalares, a depender do enunciado.

Então vejamos a diferença:

Imagine a situação em que você pergunta para uma pessoa qual a massa dela.

Você: - “Qual a sua massa, Joãozinho?”.

Joãozinho: - “a minha massa é de **72 kg**”.

Opa, você já ficou satisfeito com a resposta do seu amigo, pois a grandeza massa já está bem definida com essas duas características que são o **módulo** e a **unidade de medida**.

No entanto, se você perguntasse ao Joãozinho o seguinte:



Você: "Joãozinho, se eu me deslocar 10m, você seria capaz de saber onde eu estaria depois desse deslocamento"?

Joãozinho: "não, eu precisaria saber também em qual **direção e sentido** você fará esse deslocamento".

Perceberam a diferença entre o deslocamento e a massa?

O deslocamento precisa de **direção e sentido** para ficar bem definido, ou seja, para definirmos a grandeza deslocamento, precisamos de **módulo, unidade, direção e sentido**.

Se eu disser que irei me deslocar 10m, na direção **leste-oeste**, com o sentido **para o leste**, você seria capaz de me localizar depois do meu movimento, uma vez que a grandeza deslocamento estaria bem definida com todas as suas características.

Entendeu a diferença entre as grandezas escalares e vetoriais? Espero que sim. Vamos sistematizar essa ideia na tabela abaixo, com direito a alguns exemplos:

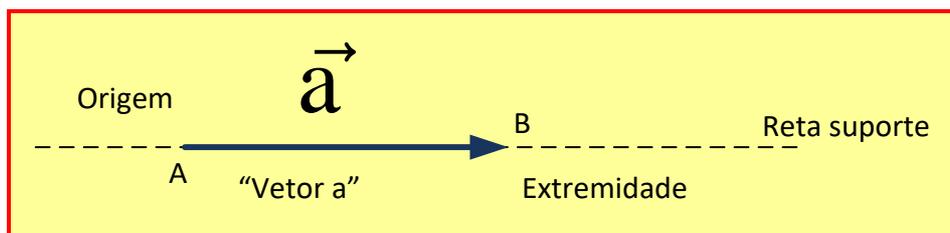
ESCALAR	VETORIAL
MÓDULO	MÓDULO
UNIDADE	UNIDADE
	DIREÇÃO
	SENTIDO
EXEMPLOS: tempo, volume, área, energia, trabalho mecânico, densidade, massa,...	EXEMPLOS: deslocamento, impulso, quantidade de movimento, campo magnético, campo elétrico, velocidade vetorial, torque, centro de massa...

Os vetores servem para representar as grandezas da segunda coluna.



9.1. REPRESENTAÇÃO

Nesse ponto vamos verificar como colocar um vetor no papel, ou seja, como ele vai se apresentar para nós em questões de vetores e também naquelas que versam sobre as grandezas vetoriais.



As características do vetor são as dadas abaixo, ou seja, a **direção o módulo e o sentido**:

- A reta suporte dá a **direção** do vetor
- A medida do seguimento AB dá o **módulo**
- O **sentido** será indicado pela extremidade da seta representativa

A unidade da grandeza vetorial dependerá da grandeza vetorial em questão. Por exemplo, se estivermos falando de deslocamento a unidade será o metro, se for de **Força, a unidade é o newton**, e assim por diante, de acordo com a grandeza.

Obs.: Dois vetores só são iguais **se e somente se forem iguais em módulo, direção e sentido**.

$$\vec{a} = \vec{b}$$

9.2 SOMA VETORIAL (COMPOSIÇÃO DE FORÇAS E SISTEMA DE VÁRIAS FORÇAS)

Assim como aprendemos a operar com números, podemos também operar com vetores.



A **soma** de vetores também é chamada de **resultante** de vetores e é largamente utilizada no estudo da dinâmica e do equilíbrio dos corpos.

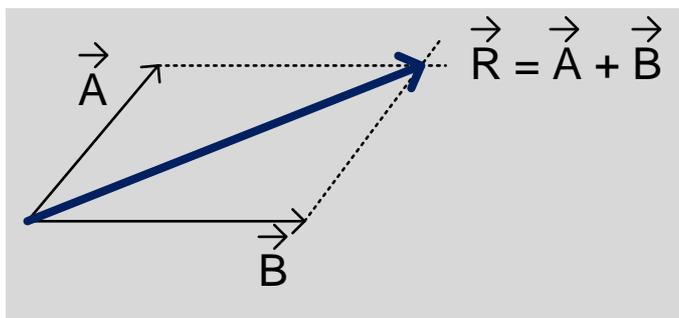
Existem duas regras para determinar a resultante de vetores:

a) Regra do Paralelogramo (para dois vetores)

A regra que será vista nesse ponto da aula é utilizada quando queremos determinar a resultante de **dois vetores**. No que se refere à resultante de mais de dois vetores, veremos no item adiante como fazê-lo.

Quando você tiver de determinar a resultante de vetores, siga os passos abaixo para a obtenção do vetor soma (resultante):

1. Una (junte) os dois vetores origem com origem;
2. Construa um paralelogramo com as retas paralelas aos vetores;
3. Una a origem comum ao ponto de encontro das retas traçadas para originar o paralelogramo.



O método do paralelogramo é muito eficiente quando desejamos obter a resultante entre **DOIS** vetores

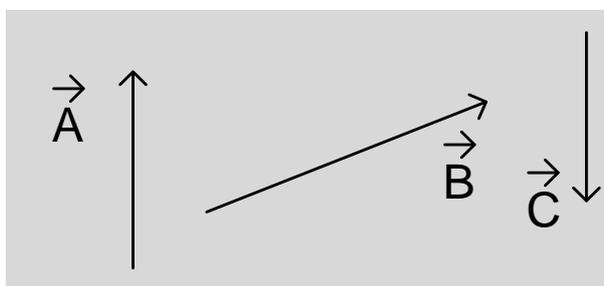


Professor, e se forem mais de dois vetores?

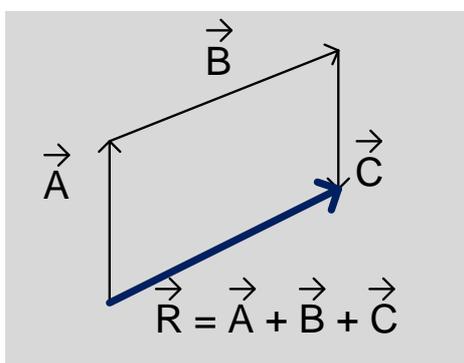
Prezado Aderbal, no item abaixo você irá aprender, a calcular a resultante quando temos mais de dois vetores.

b) Regra do Polígono

No caso da resultante de mais de dois vetores, siga os passos abaixo para determinar a resultante:



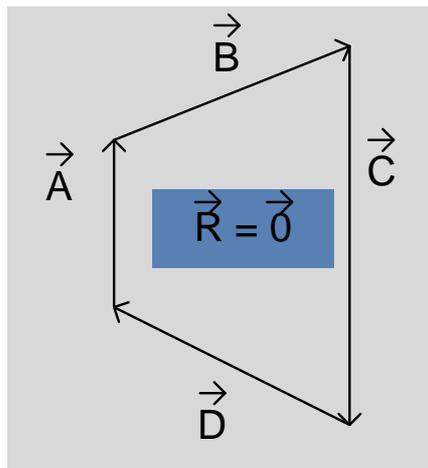
- Una a origem de um vetor à extremidade do outro sucessivamente;
- A resultante estará na junção entre **a origem do 1º vetor e a extremidade do último.**



OBS. 1: Esse método para o cálculo da soma vetorial é bastante utilizado quando se tem vários vetores dispostos no espaço.



OBS. 2: caso a extremidade do último vetor coincida com a origem do primeiro temos o caso do polígono fechado, então a soma é igual ao vetor nulo.



No caso acima, quando você vai unir a origem do primeiro à extremidade do último **você acaba não fazendo nada**, pois a origem do primeiro já está unida à extremidade do último, assim, **a resultante é nula**.

Essa é a famosa regra do polígono fechado e serve para polígonos regulares e irregulares, bem como para polígonos côncavos e convexos.



Professor, já aprendemos a fazer o "desenho" do vetor soma, mas se eu quiser saber qual o módulo, ou o valor desse vetor? Como eu faço?

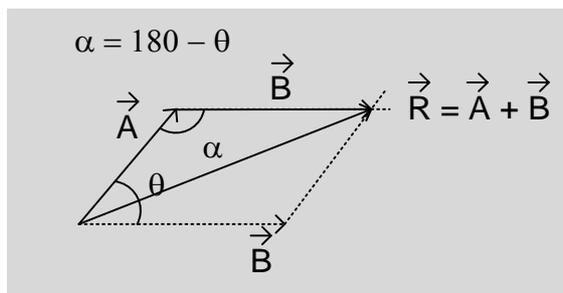
Aderbal, no item abaixo vamos aprender a calcular o módulo do vetor soma, fique ligado! Acima você aprendeu a determinar a direção e sentido do vetor soma (desenho dele).

c) Cálculo da resultante

A resultante dos vetores será calculada por meio da aplicação da regra do paralelogramo, para dois vetores.



Vamos aplicar a lei dos cossenos da matemática:



Aplicando a lei dos cossenos :

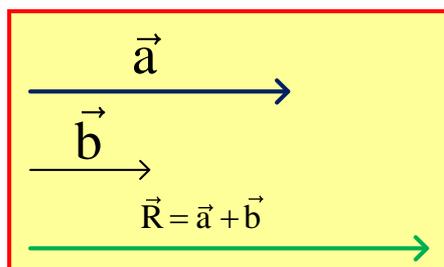
$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos(\alpha)$$

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos(180 - \theta)$$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta)}$$

Temos alguns casos particulares, para os quais a fórmula acima fica bastante reduzida e mais agradável matematicamente, vejamos:

1º caso: A e B na mesma direção e no mesmo sentido:

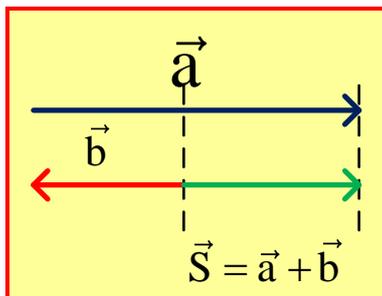


Nesse caso, o ângulo θ é igual a 0° , então temos $|\vec{R}| = |\vec{A}| + |\vec{B}|$, ou seja, **o módulo da resultante é a soma dos módulos dos vetores que estão sendo somados.**

$$|\vec{R}| = |\vec{A}| + |\vec{B}|$$

A direção será a mesma direção dos vetores e o sentido será o dos vetores também.

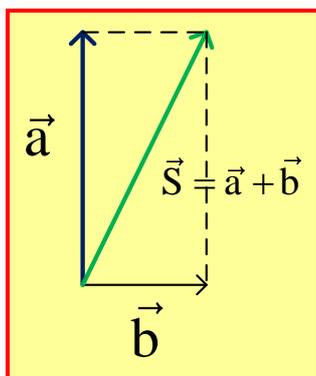
2º caso: A e B na mesma direção, mas em sentidos opostos:



Nesse caso o ângulo θ é igual a 180° , então temos: $|\vec{R}| = |\vec{A}| - |\vec{B}|$, ou seja, o módulo da soma é o módulo da diferença dos módulos dos vetores.

$$|\vec{R}| = |\vec{A}| - |\vec{B}|$$

3º caso: A e B perpendiculares:



Nesse caso $\theta = 90^\circ$ o que implica em $\vec{R} = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2}$, ou seja, estamos diante de um resultado bem conhecido da matemática, o Teorema de Pitágoras dos triângulos retângulos.

9.3 DECOMPOSIÇÃO VETORIAL

A decomposição de vetores é muito útil no estudo da **dinâmica** e da **estática**, principalmente para esta última, mas vamos aprender a decompor vetores força logo no início do nosso curso, pois utilizaremos essa ideia muitas vezes em nossas aulas.

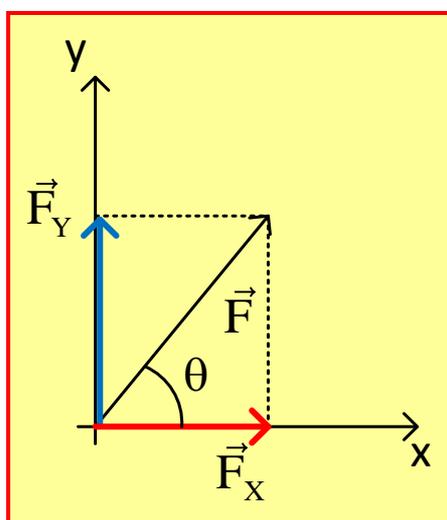


Entenda que essa aula é uma base para todo o estudo que será feito nesse curso, ou seja, é de fundamental importância para o seu sucesso.

Decompor qualquer coisa é **trocar** essa coisa por outras mais convenientes.

Veja abaixo o procedimento que vamos adotar para calcular essas tais componentes.

Na figura abaixo, as componentes F_x e F_y se somam para resultar na força F , ou seja, podemos trocar a força F pelas suas componentes, que estaremos diante da mesma situação física.



$$\begin{aligned}\text{sen } \theta &= \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \text{sen } \theta \\ \text{cos } \theta &= \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \text{cos } \theta\end{aligned}$$

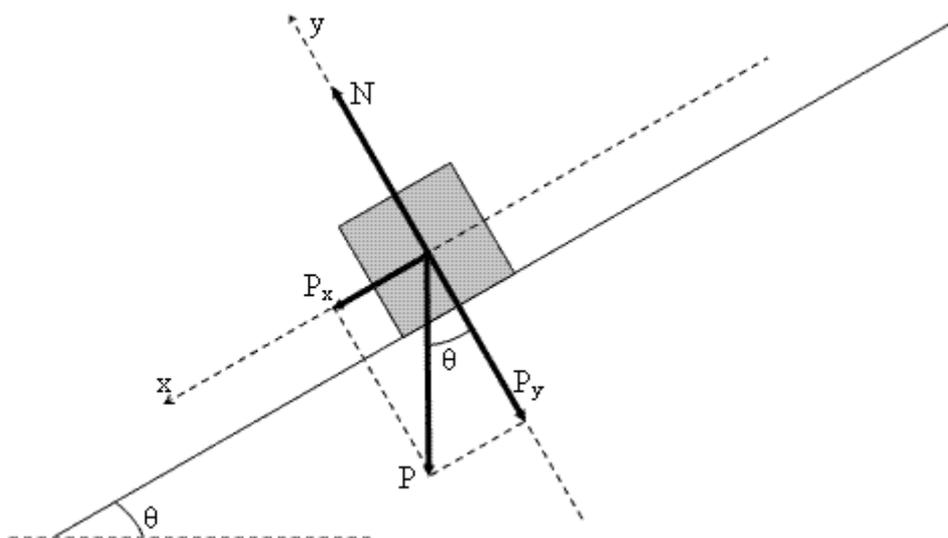


Professor, eu não entendi por que decompor, se quando decomparamos damos origem a dois vetores. Se um vetor já é ruim, imagina dois!

Querido Aderbal, você tem razão, um problema é bem melhor que dois problemas para resolver, mas a decomposição é conveniente para trabalhar com vetores, pois os coloca em direções mais adequadas ao problema.

A decomposição é uma ferramenta poderosa para a resolução de questões que envolvem grandezas vetoriais, será muito comum no nosso curso.

Veja abaixo um exemplo bem comum nas questões de dinâmica que é o plano inclinado:



Note que é bem melhor trabalharmos com o movimento do corpo **na direção do plano** e na **direção perpendicular ao plano**, pois o movimento do bloco se dá na direção paralela ao plano. Seria uma tarefa nada agradável trabalhar sem decompor os vetores, na direção horizontal e vertical.

No entanto, para trabalhar nos eixos x e y da figura acima, precisamos decompor a força peso para essas direções. Um estudo aprofundado do plano inclinado será feito na aula de dinâmica deste curso. Nesse momento menciono o plano inclinado apenas para que vocês vejam as vantagens de tal ferramenta.

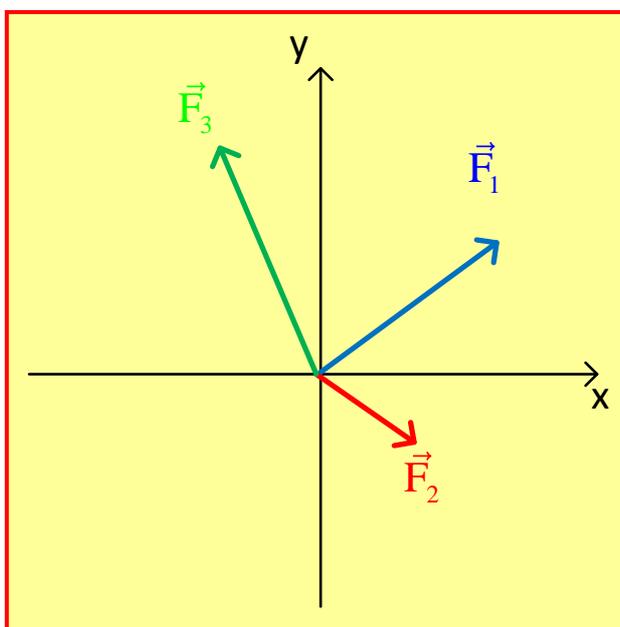
9.4 SISTEMA DE FORÇAS

Agora que sabemos como decompor um vetor, vamos aprender a calcular a resultante quando tivermos **mais de 2 vetores**, esse tema também é conhecido como um sistema de várias forças, se pensarmos que cada vetor é uma força grandeza vetorial).



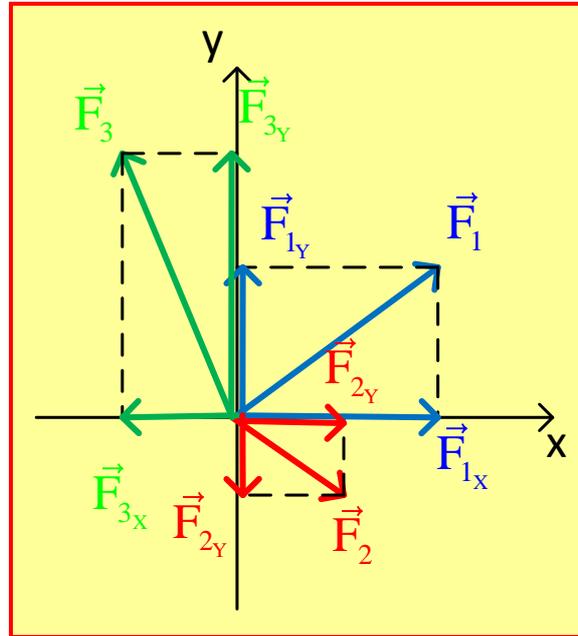
Quando temos um sistema de forças a ideia central para resolver a resultante é decompor todos eles em suas componentes horizontal e vertical respectivamente. Depois disso, basta calcular as resultantes parciais e ao final teremos sempre um caso de **teorema de Pitágoras**.

Vamos verificar um caso em que temos 3 forças com a mesma origem e precisamos calcular a resultante desse sistema de forças.

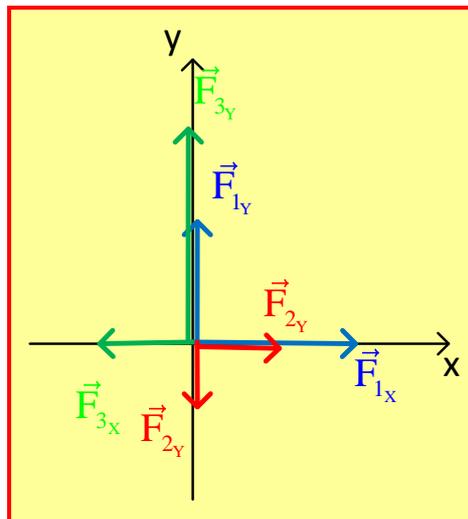


Vamos decompor os três vetores força nas direções x e y , de modo que não teremos mais no sistema de forças as forças em si, mas na verdade as suas componentes.

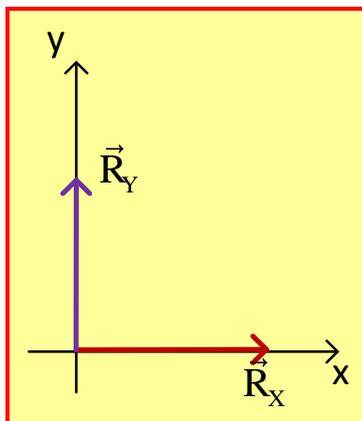
Depois disso o sistema de forças ficará da seguinte forma:



Perceba que se você quiser, você pode até apagar os vetores que deram origem a essas componentes:



Agora, vamos fazer as resultantes parciais:



As resultantes parciais são perpendiculares e a resultante total será calculada de acordo com a regra particular.

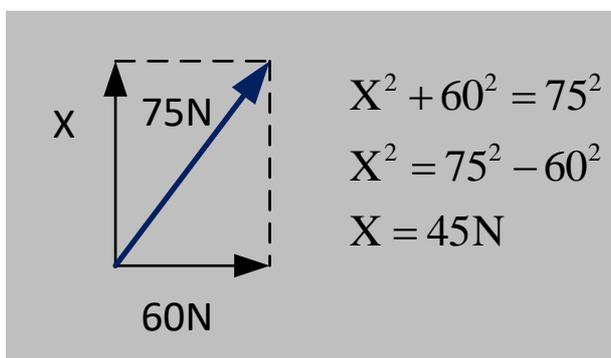
$$|\vec{R}| = \sqrt{(\sum R_x)^2 + (\sum R_y)^2}$$

Vamos resolver alguns exemplos:

Exemplo 1: A intensidade da resultante entre duas forças concorrentes, perpendiculares entre si, é de 75 N. Sendo a intensidade de uma das forças igual a 60 N, pode-se afirmar que o outro vetor tem módulo igual a 45N.

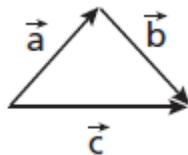
Comentário: Item correto!

No item acima, foi dito que os dois vetores são perpendiculares, o que nos leva à seguinte figura:



Portanto, o item está correto.

Exemplo 2: na representação vetorial abaixo, a expressão correta é: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.



Comentário: o item está incorreto!

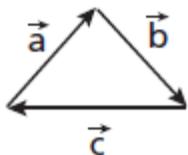
Não se confunda achando que pelo fato de a figura formar um polígono fechado, a resultante será nula, pois o polígono fechado da figura acima não está de acordo com o que foi dito na parte teórica acima.

Veja que o vetor \vec{c} não está "casado" extremidade com origem. Na verdade a extremidade dele está unida junto com a extremidade de \vec{b} , o que foge à regra do polígono fechado com resultante nula.



Professor, e como a disposição desses vetores daria uma soma nula?

Boa pergunta Aderbal, a figura deveria estar assim:



Dessa forma a extremidade de um vetor está diretamente ligada à origem do outro, originando assim a seguinte relação vetorial:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}.$$

A relação correta para a figura que foi fornecida na questão seria:

$$\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \vec{0}.$$

Note que o **sinal negativo** na frente do vetor \vec{c} denota o **sentido contrário** em relação à regra do polígono original, pois é apenas o sentido dele que "**estraga**" a resultante nula conforme visto anteriormente, ou seja, formando o polígono fechado perfeito (extremidade com origem).

9.5 MULTIPLICAÇÃO DE UM VETOR POR UM NÚMERO

A multiplicação de um vetor por um número é algo bem simples e direto, devemos apenas aprender uma regrinha prática para que todo entendimento esteja compactado em um raciocínio.

A primeira coisa que você deve saber é que a multiplicação de um vetor por um número nunca modifica a **direção** do vetor, as únicas características que podem sofrer modificação são o **módulo e o sentido**.

Vamos analisar um de cada vez:

a) Módulo:

Pra que haja **aumento** do módulo, basta que tenhamos a multiplicação do vetor por um número **maior que um**.

$$\begin{array}{ccc} \vec{a} & \Rightarrow & \vec{b} = 2 \times \vec{a} \\ \longrightarrow & \Rightarrow & \longrightarrow \\ |\vec{a}| = 6u & & |\vec{b}| = 12u \end{array}$$



Note que o vetor foi multiplicado pelo número **2**, o que aumentou o módulo dele duas vezes.

Por outro lado, para que o módulo do vetor sofra uma **redução**, você deve multiplicar por um **número entre 0 e 1**.

$$\begin{array}{ccc} \vec{a} & \Rightarrow & \vec{b} = \frac{1}{2} \times \vec{a} \\ \longrightarrow & \Rightarrow & \longrightarrow \\ |\vec{a}| = 6u & & |\vec{b}| = 3u \end{array}$$

O sentido do vetor será modificado quando multiplicarmos por um número negativo; quando multiplicarmos por um número positivo o sentido se mantém, como visto nos exemplos acima.

$$\begin{array}{ccc} \vec{a} & \Rightarrow & \vec{b} = -2 \times \vec{a} \\ \longrightarrow & \Rightarrow & \longleftarrow \\ |\vec{a}| = 6u & & |\vec{b}| = 12u \end{array}$$

Note que o módulo continua aumentando, no entanto, o sentido sofre uma mudança.

Multiplicando por um número negativo entre 0 e -1, teríamos a ideia abaixo:

$$\begin{array}{ccc} \vec{a} & \Rightarrow & \vec{b} = -\frac{1}{2} \times \vec{a} \\ \longrightarrow & \Rightarrow & \longleftarrow \\ |\vec{a}| = 6u & & |\vec{b}| = 3u \end{array}$$

O vetor continua diminuindo o módulo, no entanto, o sentido sofreu modificação.

Resumindo a ideia teríamos o quadro abaixo:

$$\vec{b} = k \cdot \vec{a} \begin{cases} \text{se } k > 1 \text{ ou } k < -1 \Rightarrow |\vec{b}| > |\vec{a}| \\ \text{se } 0 < k < 1 \text{ ou } -1 < k < 0 \Rightarrow |\vec{b}| < |\vec{a}| \end{cases}$$
$$\vec{b} = k \cdot \vec{a} \begin{cases} \text{se } k > 0 \Rightarrow \vec{b} \text{ e } \vec{a} \text{ mesmo sentido} \\ \text{se } k < 0 \Rightarrow \vec{b} \text{ e } \vec{a} \text{ sentidos opostos} \end{cases}$$

9.6 DIFERENÇA DE VETORES

Bom pessoal, aqui a ideia é subtrair um vetor de outro. No entanto, vamos continuar utilizando a ideia de soma.

Mas antes vamos conhecer o vetor oposto, que nada mais é do que um vetor \vec{b} que é igual a um vetor \vec{a} multiplicado por **-1**.

O vetor oposto tem o mesmo módulo, a mesma direção, porém sentido oposto ao do vetor original.

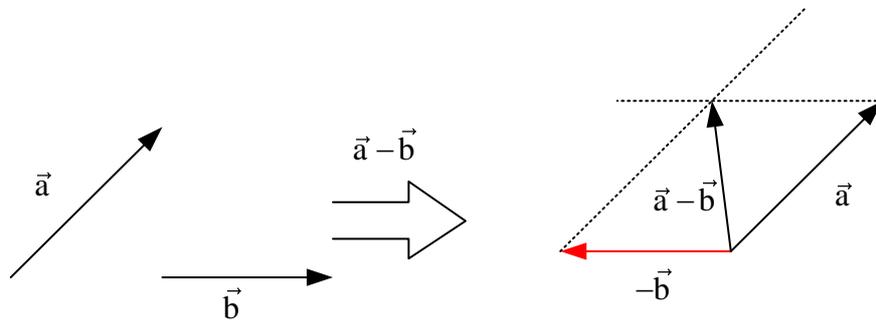
$$\vec{b} = -1 \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{b} \text{ e } \vec{a} \begin{cases} \text{sentidos opostos} \\ \text{mesmo módulo} \end{cases}$$

Pronto, agora que você conhece o vetor oposto ou simétrico, vamos aprender a subtrair um vetor de outro.

Na figura abaixo note os vetores \vec{a} e \vec{b} e vamos proceder à diferença $\vec{a} - \vec{b}$.

A ideia é bem simples, vamos proceder à soma de $\vec{a} + (-\vec{b})$, pois somar nós já sabemos, vamos apenas somar um vetor com o **simétrico ou oposto** do outro.





O vetor $\vec{a} - \vec{b}$ será o representado na figura acima.

O módulo dele é de fácil memorização.

Veja, no vetor soma ou resultante, a fórmula é a abaixo:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta)}$$

Onde θ é o ângulo entre os vetores, quando colocados origem com origem, conforme já visto anteriormente.

O vetor diferença terá módulo igual a:

$$A - B = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos(\theta)}$$

Ou seja, quando temos uma soma o sinal do meio é (+), quando temos uma diferença o sinal é negativo (-).

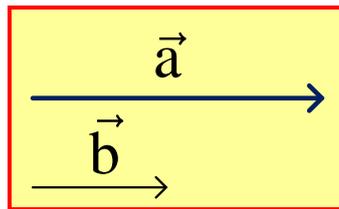
9.6.1 CASOS PARTICULARES DE DIFERENÇA DE VETORES

A diferença vetorial também possui alguns casos particulares por meio dos quais você calcula o módulo do vetor diferença de forma rápida e segura.

a) Mesma direção e sentido



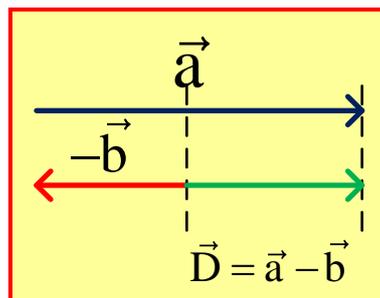
Quando os vetores estão na mesma direção e sentido, eles estão dispostos da seguinte maneira:



Nesse caso, você deve inverter o sentido do vetor \vec{b} , uma vez que precisamos calcular a diferença:

$$\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$$

Lembre-se de que você deve inverter o sentido do vetor que tem o sinal negativo na frente.



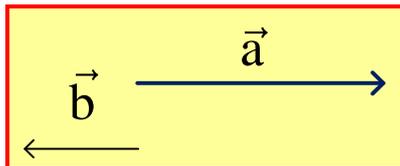
Observe que o vetor diferença terá o sentido do vetor que tem o maior módulo, ou seja, o "maior ganha".

O módulo será dado pela diferença dos módulos.

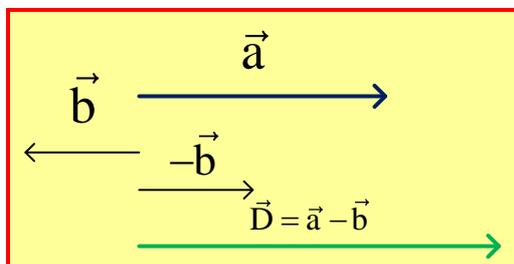
$$|\vec{D}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$$

Note que na soma de vetores a regra é que o vetor soma possui o módulo igual à soma dos módulos dos vetores que estão sendo somados. Aqui a ideia é subtrair os módulos.

b) No segundo caso particular, você terá vetores de mesma direção e sentidos opostos. Veja:



Vamos adotar a mesma estratégia para conhecer o vetor diferença, ou seja, vamos inverter o vetor que tem o sinal negativo na frente e vamos proceder à soma do vetor a com o vetor oposto ao vetor b .

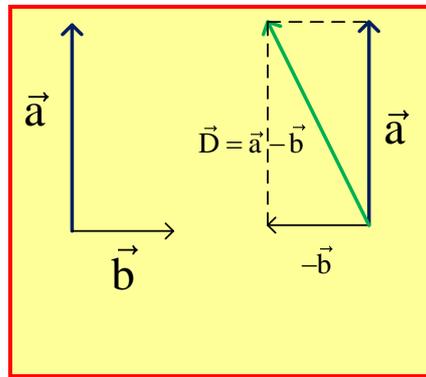


Nesse caso o módulo do vetor diferença será a soma dos módulos dos vetores que estão sendo subtraídos.

$$|\vec{D}| = |\vec{A}| + |\vec{B}|$$

c) Vetores perpendiculares:

Quando os vetores forma um ângulo de 90° , não muda muita coisa, o vetor diferença é encontrado pela mesma ideia, ou seja, inverter o sentido daquele que tem o sinal negativo na frente.



O cálculo do módulo de vetor diferença será o mesmo, ou seja, vamos utilizar o teorema de Pitágoras.

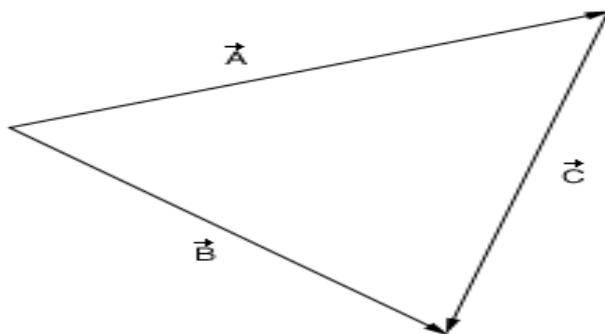
$$|\vec{D}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2}$$

A única coisa que irá mudar, nesse caso será a direção e o sentido do vetor diferença.

10. EXERCÍCIO

S PROPOSTOS

01. (UnB-DF) É dado o diagrama vetorial da figura. Qual a expressão correta?



a) $\vec{B} + \vec{C} = -\vec{A}$.

b) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$.

c) $\vec{C} - \vec{B} = \vec{A}$.

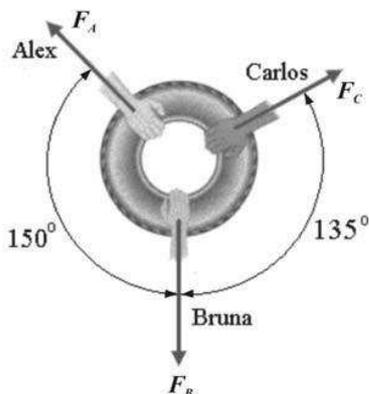
d) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C}$.

e) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C}$.

02. (UnB-DF) Julgue. Considere um relógio com mostrador circular de 10 cm de raio e cujo ponteiro dos minutos tem comprimento igual ao raio do mostrador. Considere esse ponteiro como um vetor de origem no centro do relógio e direção variável. O módulo da soma dos três vetores determinados pela posição desse ponteiro quando o relógio marca exatamente 12 horas, 12 horas e 20 minutos e, por fim, 12 horas e 40 minutos é nulo.

03. (CESPE-UNB – PROFESSOR – MT) Três crianças (Alex, Bruna e Carlos) puxam um pneu, com forças de intensidades e direções diferentes, como mostra a figura acima. Assinale a opção que expressa corretamente o módulo da força que deve ser aplicada por Bruna (FB) para o que o pneu não se mova na sua direção.





- A $F_B = F_A + F_C$
- B $F_B = F_A - F_C$
- C $F_B = \frac{1}{2}(\sqrt{3}F_A + \sqrt{2}F_C)$
- D $F_B = 2F_A - \frac{\sqrt{3}}{2}F_C$

04. (CESPE-UNB - CBM-ES/2011 – OFICIAL COMBATENTE) As grandezas físicas escalares são perfeitamente definidas uma vez dado o seu valor numérico ou módulo (juntamente com a respectiva unidade). Entretanto, muitas são as grandezas físicas que, para serem definidas, necessitam, além de módulo, de direção e sentido. Essas grandezas são chamadas grandezas vetoriais. Com relação à teoria matemática dos vetores e escalares, julgue os itens a seguir.

1. Dois exemplos de grandezas físicas escalares são densidade volumétrica e tempo, e centro de massa e torque são dois exemplos de grandezas físicas vetoriais.

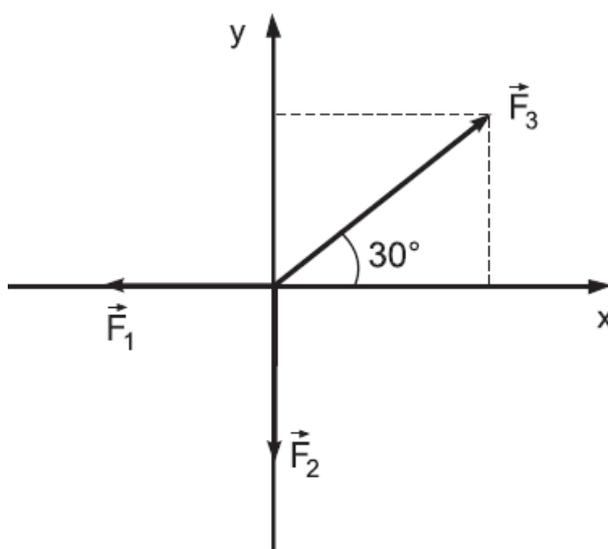
2. É possível que a soma de três vetores não nulos de mesmo módulo seja também nula, bastando, para isso, que, pelo menos, dois dos vetores tenham direção idêntica e sentidos opostos.

05. (CESPE PF/2004 – PERITO FÍSICO) Como um vetor se caracteriza tanto por um módulo como por uma direção, a adição de vetores não obedece as regras usuais da álgebra. Julgue o item a seguir, acerca da adição de vetores.

1. Considere que a figura a seguir mostra os vetores velocidade média \vec{v}_i ($i = 1, \dots, 5$) relativos ao deslocamento de um veículo i que partiu do ponto A e retornou a este ponto após certo intervalo de tempo. Nessa situação, é correto concluir que o vetor resultante da soma vetorial das velocidades médias é nulo.



06. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO DE OPERAÇÃO JÚNIOR)



Para que o sistema de forças indicado na figura acima fique em equilíbrio, qual deve ser a razão F_1/F_2 ?

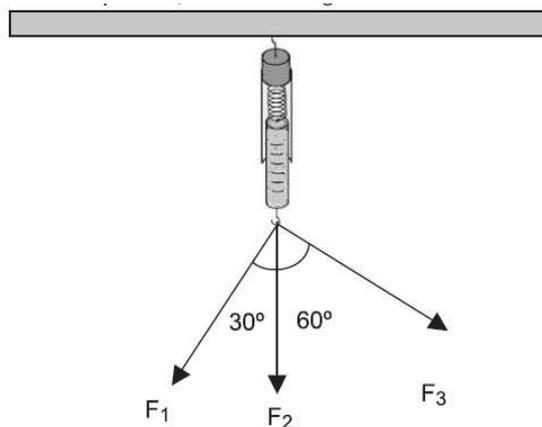
- (A) $\sqrt{3}$
- (B) $\sqrt{3}/2$

- (C) $2\sqrt{3}$
- (D) $\sqrt{3}$
- (E) $2/\sqrt{3}$

07. (CESGRANRIO – DECEA 2006 – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO) Sobre um ponto material de massa desprezível, aplicam-se duas forças de mesma intensidade = 10N que formam, entre si, um ângulo de 120° . Para que o ponto fique em equilíbrio, pode-se aplicar uma terceira força cujo módulo, em newtons, deverá ser de:

- (A) 20
- (B) 15
- (C) 10
- (D) 8
- (E) 5

08. (CESGRANRIO – TERMOAÇU – OPERADOR) Três forças F_1 , F_2 e F_3 de módulo igual a 500 N foram aplicadas a três cordas presas a um dinamômetro, que se encontra fixo em uma parede, conforme a figura abaixo.



Considerando-se que as cordas são inelásticas e de massas desprezíveis, a força, em N, medida pelo dinamômetro é:

(Dados: $\cos 30^\circ = 0,87$; $\sin 30^\circ = 0,50$; $\cos 60^\circ = 0,50$; $\sin 60^\circ = 0,87$)

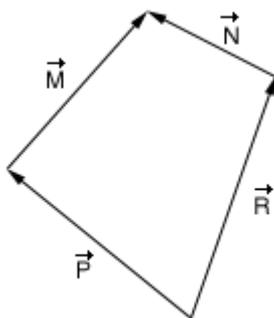
- (A) 1500
- (B) 1370
- (C) 1300

- (D) 1185
(E) 1000

09. (FUND. CARLOS CHAGAS) O módulo da resultante de duas forças de módulos $F_1 = 6\text{kgf}$ e $F_2 = 8\text{kgf}$ que formam entre si um ângulo de 90 graus vale:

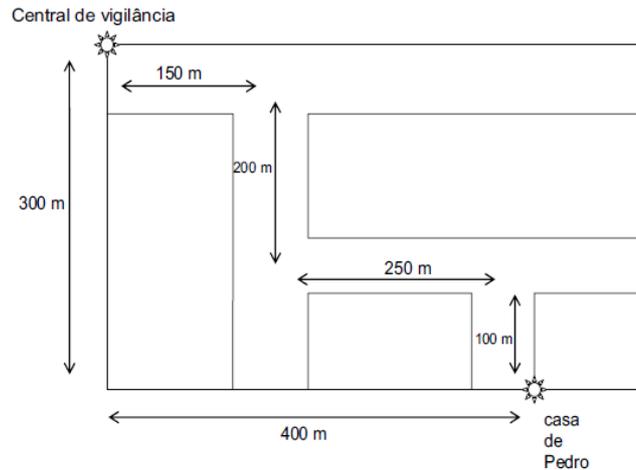
- a) 2kgf b) 10kgf c) 14kgf d) 28kgf e) 100kgf

10. (FUND. CARLOS CHAGAS) Qual é a relação entre os vetores \vec{M} , \vec{N} , \vec{P} e \vec{R} , representados abaixo?



- a) $\vec{M} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$.
b) $\vec{P} + \vec{M} = \vec{R} + \vec{N}$.
c) $\vec{P} + \vec{R} = \vec{M} + \vec{N}$.
d) $\vec{P} - \vec{R} = \vec{M} - \vec{N}$.
e) $\vec{P} + \vec{R} + \vec{N} = \vec{M}$.

11. (CESGRANRIO – PROFESSOR – SP) Trabalhando para uma companhia de vigilância, Pedro, que mora perto da central conforme indicado no mapa abaixo, é contatado por meio de intercomunicadores (do tipo walk & talk, de radiofrequência).



O alcance mínimo do aparelho utilizado deve ser

- (A) 300 m
- (B) 350 m
- (C) 400 m
- (D) 500 m
- (E) 700 m

12. (CESPE-2012 – SEDUC-ES) Um navio, localizado inicialmente em um ponto A desloca-se 100 km para o sul e depois 50 km para leste, chegando a um ponto C. Com base nessas informações, julgue os itens subsecutivos.

1. A direção do vetor deslocamento entre os pontos A e C forma um ângulo maior que 120 graus com a direção norte.
2. A distância entre o ponto A e o ponto C é maior que 120 km.

13. (CESPE-UNB – CBM/RO – BOMBEIRO MILITAR COMBATENTE) As forças são agentes capazes de alterar o estado de repouso ou de movimento dos corpos ou mesmo provocar-lhes deformações. São grandezas vetoriais, pois têm associadas a elas as noções de direção e sentido. Julgue o itens a seguir, relativo às forças.

1. Somando-se vetorialmente duas forças de módulos iguais respectivamente a 10 newtons e 30 newtons, obtém-se, obrigatoriamente, uma força resultante de 40 newtons.

2. Ao abrir uma torneira de manhã cedo para lavar o rosto está se aplicando na torneira um binário, que é um par de forças paralelas, de sentidos contrários e não-colineares e de mesmo módulo. O binário produz apenas um movimento de rotação.

14. (CESPE-UNB – CEFET/PA – TÉCNICO) As forças são representadas por vetores. Quando várias forças são aplicadas sobre um mesmo corpo, elas formam um sistema de forças. A força que produz o mesmo efeito que todas as outras juntas é conhecida como força resultante. Com relação a esse assunto, assinale a opção correta.

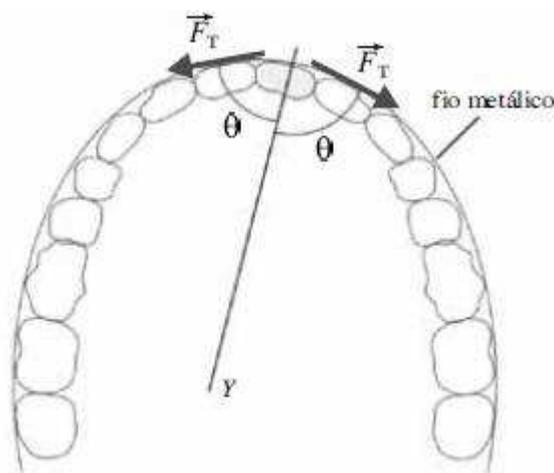
1. Todo vetor representa uma força.

2. Duas forças concorrentes, uma de 8 N e outra de 6 N, podem admitir como resultante uma força maior que 14 N.

3. Toda força resultante que apresenta uma componente nula é nula.

4. Duas forças aplicadas em um mesmo ponto podem produzir uma resultante nula.

15. (CESPE-UNB – SEDUC-CE – PROFESSOR DE FÍSICA) Os princípios da física aplicam-se a diversas áreas do conhecimento. Como exemplo, considere a tração lateral aplicada pelo fio metálico no dente em destaque, utilizado em aparelhos de correção dentária, como ilustrado na figura abaixo.



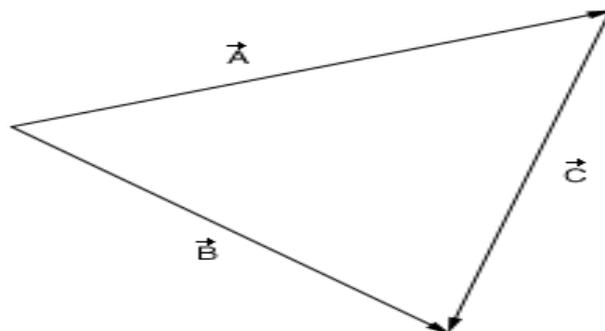
Com base na figura, é correto concluir que o módulo da força resultante aplicada no dente, na direção y , é igual a

- A. $F_T \text{ sen}\theta$.
- B. $2F_T \text{ sen}\theta$.
- C. $F_T \text{ cos}\theta$.
- D. $2F_T \text{ cos}\theta$.



11. EXERCÍCIOS COMENTADOS

01. (UnB-DF) É dado o diagrama vetorial da figura. Qual a expressão correta?



a) $\vec{B} + \vec{C} = -\vec{A}$.

b) $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$.

c) $\vec{C} - \vec{B} = \vec{A}$.

d) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C}$.

e) $\vec{B} - \vec{A} = \vec{C}$.

Resposta: Item D.

Comentário:

Veja que o polígono da figura se parece muito com um polígono fechado, cuja a resultante é nula.

Mas cuidado! Veja que um dos vetores não está "casado" origem com extremidade. Assim, devemos colocar um sinal negativo naquele vetor que se apresenta com o sentido contrário ao normal do polígono fechado, que é o vetor \vec{B} .

$$\vec{a} + \vec{c} - \vec{b} = \vec{0}$$



Mesmo assim, ainda não há opção correta para o teste da UNB.

O que você deve fazer para chegar a um resultado é adaptar a equação, passando o vetor \vec{b} e a para o lado oposto da igualdade e mantendo o vetor \vec{c} do mesmo lado.

Veja:

$$\vec{a} + \vec{c} - \vec{b} = \vec{0}$$

$$\vec{b} - \vec{a} = \vec{c}$$

Portanto, temos um caso clássico de manipulação de equações vetoriais.

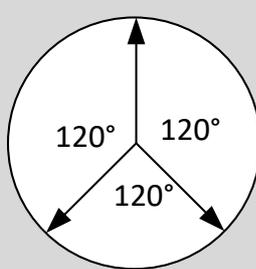
02. (UnB-DF) Julgue. Considere um relógio com mostrador circular de 10 cm de raio e cujo ponteiro dos minutos tem comprimento igual ao raio do mostrador. Considere esse ponteiro como um vetor de origem no centro do relógio e direção variável. O módulo da soma dos três vetores determinados pela posição desse ponteiro quando o relógio marca exatamente 12 horas, 12 horas e 20 minutos e, por fim, 12 horas e 40 minutos é nulo.

Resposta: Item correto.

Comentário:

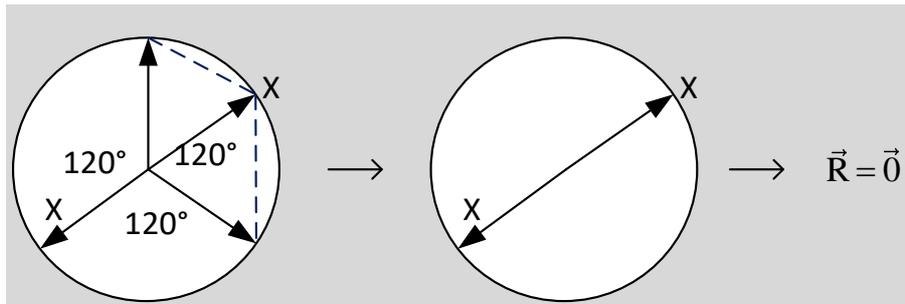
A situação descrita no enunciado da questão pode ser ilustrada da seguinte forma:

Chamando o módulo de cada vetor de X, teremos a resultante entre dois deles dada por:

$$R^2 = X^2 + X^2 + 2.X.X.\cos 120^\circ$$
$$R^2 = X^2 + X^2 + 2.X^2.\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$R^2 = X^2$$
$$R = X$$


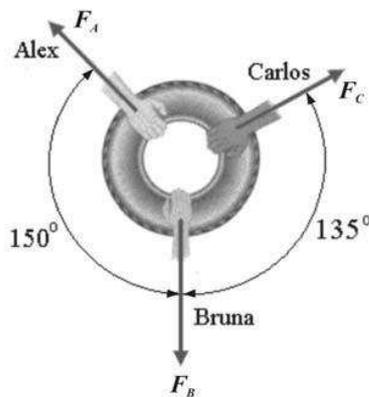
Note que no cálculo foi utilizada a resultante por meio da regra da lei dos cossenos para um ângulo de 120° entre os dois vetores.

Portanto, a resultante dos 3 (três) vetores será dada por:



Assim, a resultante dos três vetores é nula.

03. (CESPE-UNB – PROFESSOR – MT) Três crianças (Alex, Bruna e Carlos) puxam um pneu, com forças de intensidades e direções diferentes, como mostra a figura acima. Assinale a opção que expressa corretamente o módulo da força que deve ser aplicada por Bruna (F_B) para o que o pneu não se mova na sua direção.



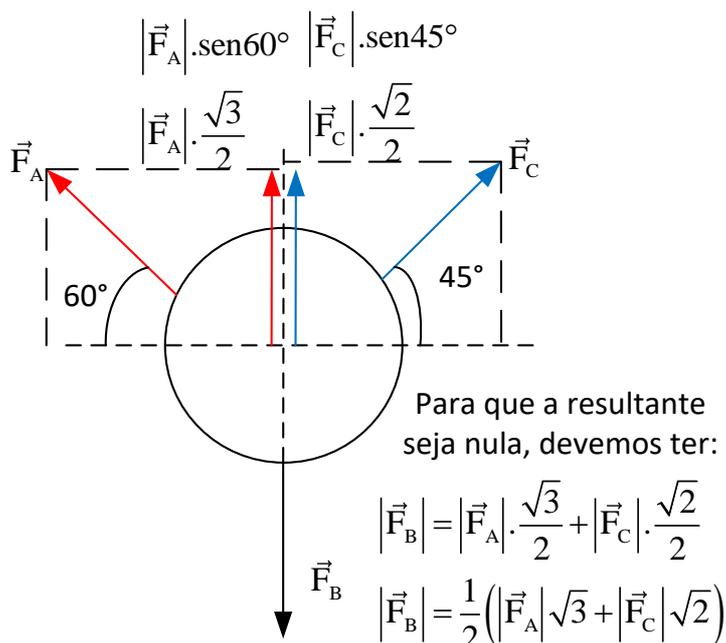
- A $F_B = F_A + F_C$
- B $F_B = F_A - F_C$
- C $F_B = \frac{1}{2}(\sqrt{3}F_A + \sqrt{2}F_C)$
- D $F_B = 2F_A - \frac{\sqrt{3}}{2}F_C$

Resposta: Item C.

Comentário:

Questão excelente de vetores.

Vamos reeditar a figura agora com alguns ângulos interessantes para a resolução.



Note que foi feita a decomposição dos vetores \vec{F}_A e \vec{F}_B , e depois foi imposta a condição de resultante nula à roda, que nada mais é do que a força total que puxa a roda para cima deve ser igual à força que puxa a roda para baixo.

Portanto, a alternativa correta é o item C

04. (CESPE-UNB - CBM-ES/2011 – OFICIAL COMBATENTE) As grandezas físicas escalares são perfeitamente definidas uma vez dado o seu valor numérico ou módulo (juntamente com a respectiva unidade). Entretanto, muitas são as grandezas físicas que, para serem definidas, necessitam, além de módulo, de direção e sentido. Essas grandezas são chamadas grandezas vetoriais. Com relação à teoria matemática dos vetores e escalares, julgue os itens a seguir.

1. Dois exemplos de grandezas físicas escalares são densidade volumétrica e tempo, e centro de massa e torque são dois exemplos de grandezas físicas vetoriais.

Resposta: Item Correto.

Comentário:

Olha essa questão saindo direto da prova de Oficial Combatente do **CBM-ES de 2011**, do **CESPE-UNB**.

A questão quer apenas saber se você sabe diferenciar grandezas escalares de grandezas vetoriais.

A densidade e o tempo são grandezas escalares, pois não se necessita de direção, muito menos de sentido para se determina-las.

Por outro lado, o torque, que é a grandeza física conhecida como momento de uma força está ligada ao giro de um corpo, logo possui sentido e direção.

Por fim, e na mesma toada, o centro de massa é um vetor posição de um corpo em relação a uma origem de um sistema de coordenadas cartesianas, que representa o ponto no qual toda a massa do corpo poderia estar concentrada.

2. É possível que a soma de três vetores não nulos de mesmo módulo seja também nula, bastando, para isso, que, pelo menos, dois dos vetores tenham direção idêntica e sentidos opostos.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Veja o raciocínio que o problema adotou para termos um vetor nulo resultante de 3 vetores não nulos.

O examinador ousou dizer que basta que dois vetores tenham a mesma direção e sentidos opostos.

Isso é um erro, pois para que se tem há uma soma vetorial de três vetores nula, temos de ter um polígono fechado sendo formado pelos três vetores.

Lembre-se nesse momento da regra do polígono fechado.



Se três vetores forma um triângulo, portanto, sua resultante é nula.

05. (CESPE PF/2004 – PERITO FÍSICO) Como um vetor se caracteriza tanto por um módulo como por uma direção, a adição de vetores não obedece as regras usuais da álgebra. Julgue o item a seguir, acerca da adição de vetores.

1. Considere que a figura a seguir mostra os vetores velocidade média \vec{v}_i ($i = 1, \dots, 5$) relativos ao deslocamento de um veículo i que partiu do ponto A e retornou a este ponto após certo intervalo de tempo. Nessa situação, é correto concluir que o vetor resultante da soma vetorial das velocidades médias é nulo.



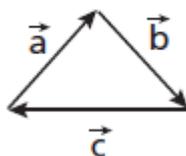
Resposta: Item correto.

Comentário:

Essa questão de vetores figurou na prova de Perito Físico da PF de 2004, ou seja, uma prova de alto nível, referência para quem se prepara para concursos na área policial, no entanto, a questão foi de fácil resolução.

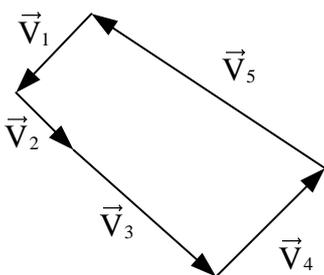
Veja. Você aprendeu comigo na teoria que toda vez que for formado um polígono fechado com os vetores que estão sendo somados, a resultante será nula, pois na hora que você for ligar a origem do primeiro com a extremidade do último vetor, eles já vão estar ligados, e assim você não terá nada para ligar, o que implica em uma resultante nula.

Lembra-se do exemplo que colocamos na parte teórica.



Aqui nessa questão é praticamente a mesma coisa, apenas com a modificação na quantidade de vetores.

Na questão da PF ele conta uma historinha, mas o que interessa é que os vetores velocidade média estão formando um polígono fechado e assim perfazem uma resultante nula.



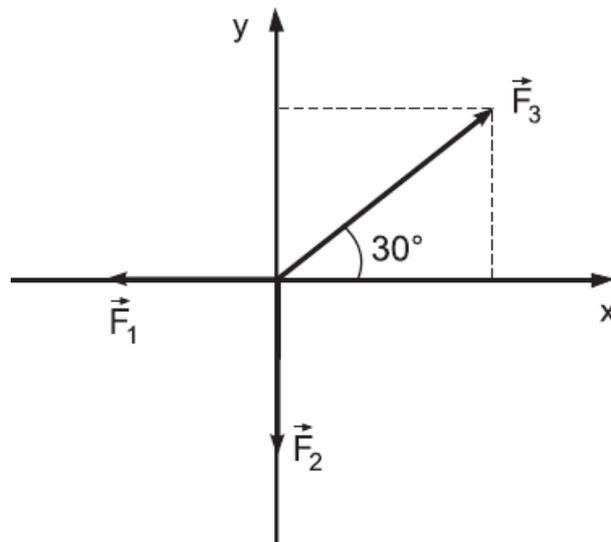
Ou seja, vale a pena você estudar, dedicar-se com antecedência como está fazendo, pois até uma questão da PF para perito Físico torna-se fácil quando se tem a Estratégia correta de preparação.

O item está correto, pois a velocidade resultante das velocidades médias é nula, pela regra do polígono fechado.

Fica a dica de interpretar bem o texto da questão, pois apesar de esse texto parecer assustador, você vai tirando as partes desnecessárias dele e ficando apenas com o principal, que será necessário para a sua resolução, que é o fato de estarem formando um polígono fechado os cinco vetores velocidades média.

06. (CESGRANRIO – TRANSPETRO – TÉCNICO DE OPERAÇÃO JÚNIOR)





Para que o sistema de forças indicado na figura acima fique em equilíbrio, qual deve ser a razão F_1/F_2 ?

- (A) $\sqrt{3}$
- (B) $\sqrt{3}/2$
- (C) $2\sqrt{3}$
- (D) $\sqrt{3}$
- (E) $2/\sqrt{3}$

Resposta: Item D

Comentário:

Vamos pensar um pouco no raciocínio da questão.

O enunciado é bem claro e solicita o valor da razão entre F_1 e F_2 de tal modo que o sistema permaneça em equilíbrio.

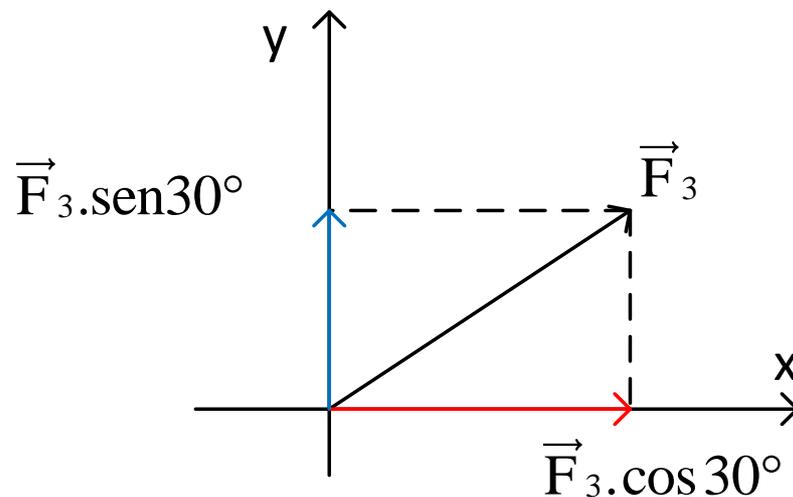
Veja que as forças F_1 e F_2 estão dispostas na horizontal e vertical, respectivamente.

Assim, para que tenhamos uma resultante nula, F_1 deve anular a componente horizontal de F_3 , enquanto que F_2 deve anular a componente vertical de F_3 .



Então vamos decompor para descobrir quanto vale cada componente de F_3 e ao final verificar quanto é a razão entre esses valores.

Decompondo F_3 :



Logo, para obter a razão solicitada, basta dividir cada uma das componentes, pois F_1 tem de ser igual à componente vermelha, enquanto que F_2 deve ser igual a componente azul.

Assim,

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\cancel{F}_3 \cdot \cos 30^\circ}{\cancel{F}_3 \cdot \sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$$

07. (CESGRANRIO – DECEA 2006 – CONTROLADOR DE TRÁFEGO AÉREO) Sobre um ponto material de massa desprezível, aplicam-se duas forças de mesma intensidade = 10N que formam, entre si, um ângulo de 120° . Para que o ponto fique em equilíbrio, pode-se aplicar uma terceira força cujo módulo, em newtons, deverá ser de:

- (A) 20
- (B) 15



- (C) 10
- (D) 8
- (E) 5

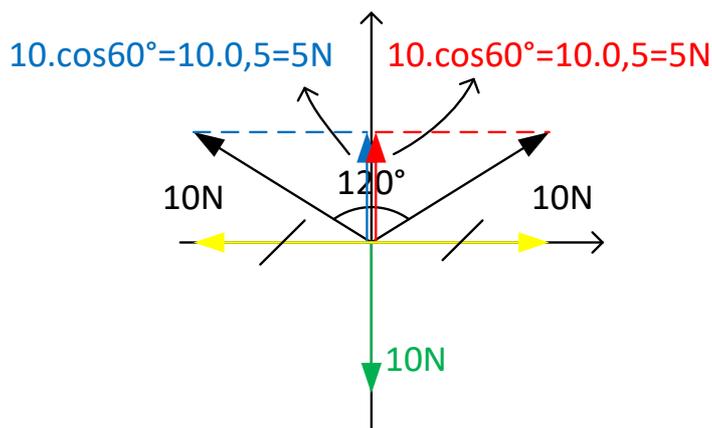
Resposta: item C.

Comentário:

Mais uma questão em que vamos utilizar a decomposição vetorial. Observe o esquema abaixo no qual temos as duas forças de 10N dispostas conforme o enunciado, ou seja, formando um ângulo de 120°.



Agora vamos decompor os vetores na vertical e na horizontal para determinar de quanto deve ser o valor da terceira força, de modo que a resultante total seja nula.

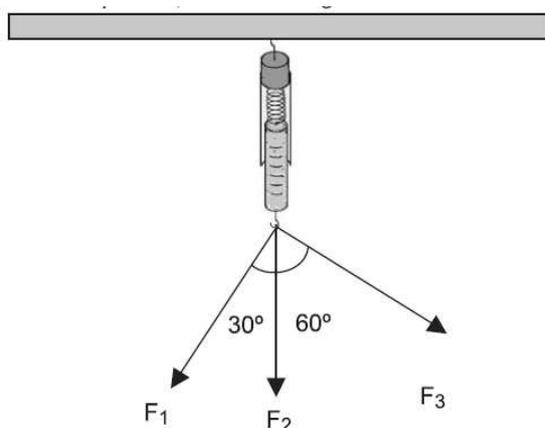


Note que as duas componentes deram igual a 5N cada uma, o que somadas dá um total de 10N na vertical.

Na horizontal não há resultante, veja a simetria da figura, cada componente horizontal de cada vetor de 10N anular-se-á.

Assim, o vetor verde, que deve se opor à soma dos outros dois decompostos deve somar 10N para que a resultante total seja nula.

08. (CESGRANRIO – TERMOAÇU – OPERADOR) Três forças F_1 , F_2 e F_3 de módulo igual a 500 N foram aplicadas a três cordas presas a um dinamômetro, que se encontra fixo em uma parede, conforme a figura abaixo.



Considerando-se que as cordas são inelásticas e de massas desprezíveis, a força, em N, medida pelo dinamômetro é:

(Dados: $\cos 30^\circ = 0,87$; $\sin 30^\circ = 0,50$; $\cos 60^\circ = 0,50$; $\sin 60^\circ = 0,87$)

- (A) 1500
- (B) 1370
- (C) 1300
- (D) 1185
- (E) 1000

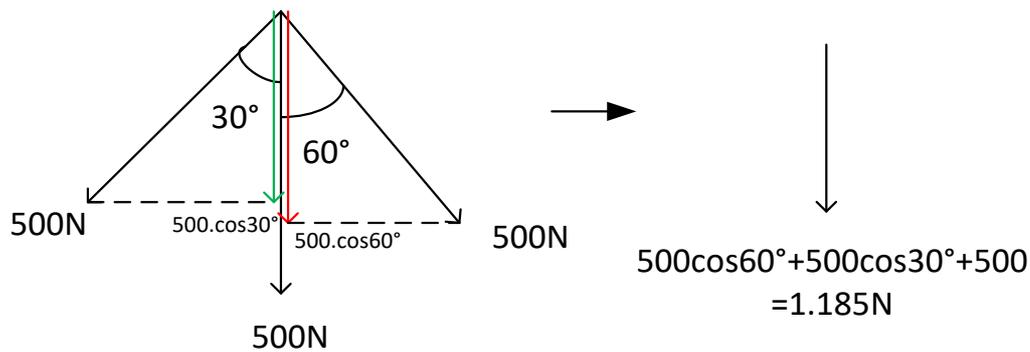
Resposta: Item D.

Comentário:

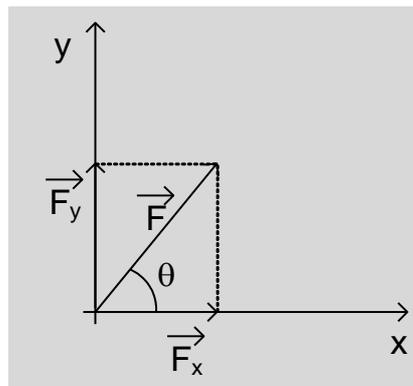
A maneira correta de resolver a questão é calcular a resultante dos vetores força que estão sendo aplicados no dinamômetro, ou seja, na direção vertical, uma vez que este equipamento irá marcar a força resultante vertical aplicada nele.

Para calcular a resultante vertical a ideia é decompor os vetores F_1 e F_3 na direção vertical. As componentes verticais irão se somar e juntamente com o vetor F_2 irão formar uma resultante parcial vertical, que será medida pelo dinamômetro.

Vamos aos esquemas, usando os valores de cosseno do enunciado, teremos:



Lembre-se de que as componentes verde e vermelha serão componentes "coladas" aos ângulos, sendo, portanto, iguais ao valor do vetor, multiplicado pelo respectivo cosseno do ângulo.



$$\text{sen } \beta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \text{sen } \beta \text{ "separado"}$$

$$\text{cos } \beta = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \text{ cos } \beta \text{ "colado"}$$

09. (FUND. CARLOS CHAGAS) O módulo da resultante de duas forças de módulos $F_1 = 6\text{kgf}$ e $F_2 = 8\text{kgf}$ que formam entre si um ângulo de 90 graus vale:

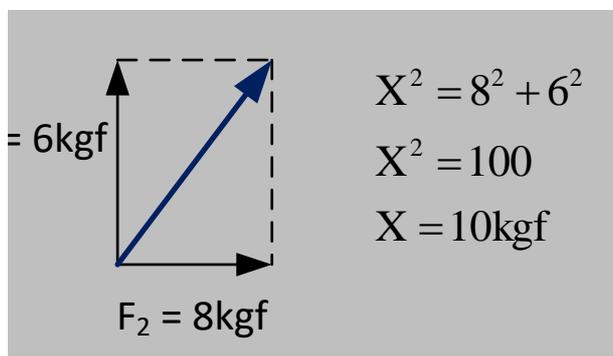
a) 2kgf b) 10kgf c) 14kgf d) 28kgf e) 100kgf

Resposta: Item B.

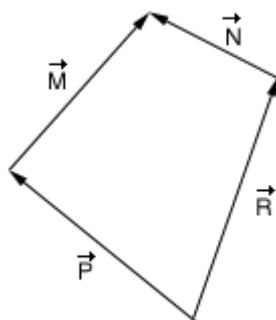
Comentário:

A questão envolve a resultante entre dois vetores perpendiculares, que será dada por meio da aplicação do teorema de Pitágoras.

Assim, esquematizando os dois vetores:



10. (FUND. CARLOS CHAGAS) Qual é a relação entre os vetores \vec{M} , \vec{N} , \vec{P} e \vec{R} , representados abaixo?



- a) $\vec{M} + \vec{N} + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$.
- b) $\vec{P} + \vec{M} = \vec{R} + \vec{N}$.
- c) $\vec{P} + \vec{R} = \vec{M} + \vec{N}$.

- d) $\vec{P} - \vec{R} = \vec{M} - \vec{N}$.
e) $\vec{P} + \vec{R} + \vec{N} = \vec{M}$.

Resposta: Item B.

Comentário:

Mais uma questão que se parece muito com um polígono fechado, mas que tem dois vetores em sentidos contrários ao da regra "extremidade com origem".

Vamos utilizar o sentido horário, e assim, os vetores que possuem o sentido trocado na regra do polígono são os vetores \vec{N} e \vec{R} .

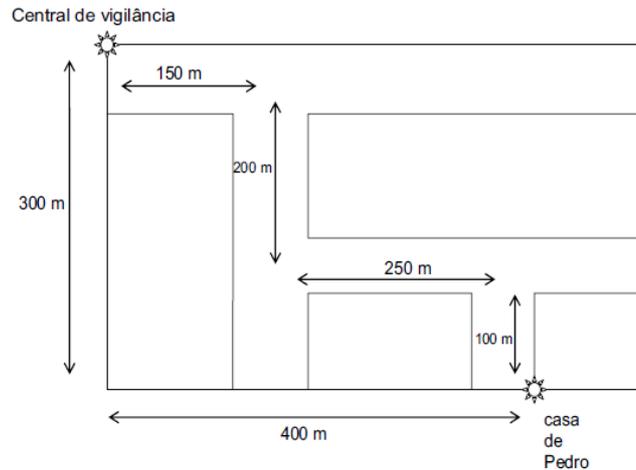
Equacionando na regra do polígono:

$$\vec{P} + \vec{M} - \vec{R} - \vec{N} = \vec{0}, \text{ arrumando}$$
$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{M} = \vec{R} + \vec{N}$$

Fique ligado nesse tipo de questão, tenho um pressentimento de que algo relacionado a isso estará na prova de vocês.

11. (CESGRANRIO – PROFESSOR – SP) Trabalhando para uma companhia de vigilância, Pedro, que mora perto da central conforme indicado no mapa abaixo, é contatado por meio de intercomunicadores (do tipo walk & talk, de radiofrequência).





O alcance mínimo do aparelho utilizado deve ser

- (A) 300 m
- (B) 350 m
- (C) 400 m
- (D) 500 m
- (E) 700 m

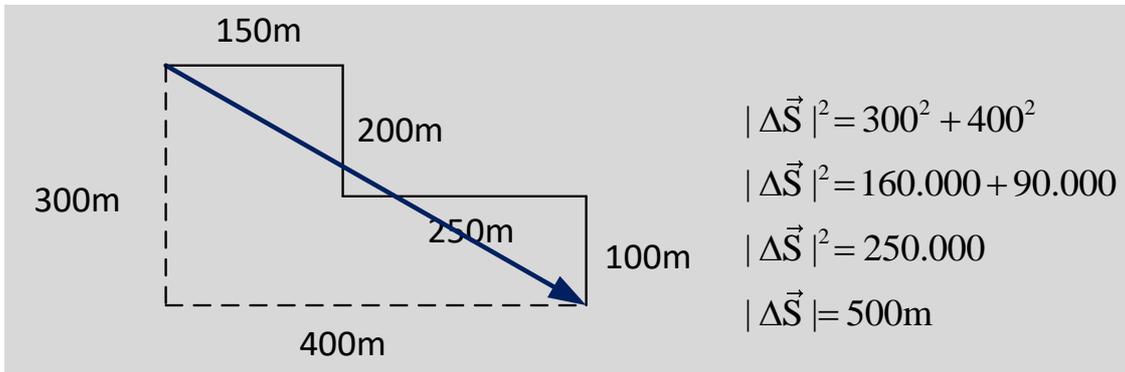
Resposta: Item D.

Comentário:

Questão sobre o assunto de cinemática vetorial, onde devemos calcular o deslocamento vetorial, pois as ondas de rádio sairão da central de vigilância diretamente para a casa de Pedro, sem precisar respeitar as ruas e seus sentidos regulamentados.

Vamos ter uma aula sobre ondas e lá comentaremos que as ondas de rádio propagam-se em todas as direções.

Assim, calculando o deslocamento vetorial (vetor que liga diretamente os pontos inicial e final da onda de rádio), vamos obter:



Portanto, o alcance mínimo do objeto deve ser de 500m.

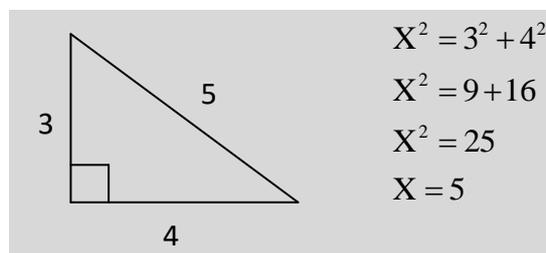


Professor, estou percebendo que usamos muito o teorema de Pitágoras nessas questões de cinemática vetorial, tem alguma dica para ganhar tempo nessas questões?

Grande Aderbal, você estava sumido! Mas nos agradeceu com essa bela pergunta.

Tem uma dica sim, muito boa para você ganhar tempo. Vejamos.

Observe o triângulo retângulo abaixo:



Esse triângulo serve de base para qualquer outro triângulo cujos lados sejam múltiplos dele.



Então os triângulos:

- 3,4,5
- 6,8,10
- 9,12,15
- 12,16,20
-
-
-

São todos pitagóricos, com os dois primeiros valores sendo os catetos e o último sendo a hipotenusa.



Poxa professor! Que legal essa dica, vou ganhar muito tempo!

12. (CESPE-2012 – SEDUC-ES) Um navio, localizado inicialmente em um ponto A desloca-se 100 km para o sul e depois 50 km para leste, chegando a um ponto C. Com base nessas informações, julgue os itens subsecutivos.

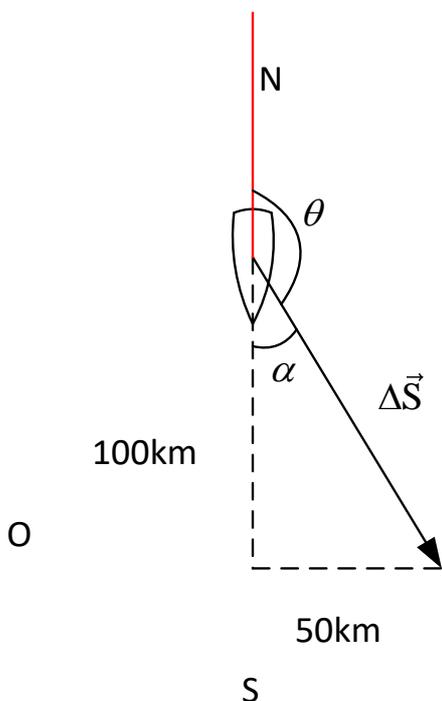
1. A direção do vetor deslocamento entre os pontos A e C forma um ângulo maior que 120 graus com a direção norte.

Resposta: Item Correto.

Comentário:

Prezado concurseiro, vamos inicialmente esquematizar em um desenho o que está ocorrendo com o navio durante seu deslocamento sucessivo.





$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{C.O}}{\text{Hip}} = \frac{50}{100} = 0,5$$

Logo, $\operatorname{tg} \alpha$ é menor que $\operatorname{tg} 60^\circ$

por tanto, podemos dizer que :

$$\alpha < 60^\circ.$$

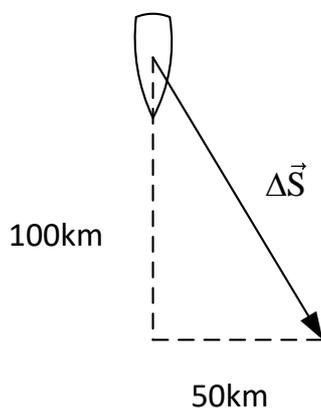
Se α é menor que 60° , então $\theta = 180 - \alpha$ é maior que 120° .

2. A distância entre o ponto A e o ponto C é maior que 120 km.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

A distância entre o ponto inicial A e o ponto final C da trajetória do barco pode ser calculada da seguinte forma:



Veja que o **deslocamento escalar** do navio foi de $100\text{km} + 50\text{km} = 150\text{km}$.

Por outro lado, o **deslocamento vetorial** pode ser calculado por meio do vetor resultante, que nada mais é do que a hipotenusa do triângulo.

$$\begin{aligned} |\Delta \vec{S}| &= \sqrt{100^2 + 50^2} \\ |\Delta \vec{S}| &\cong 111,8\text{km} \end{aligned}$$

13. (CESPE-UNB – CBM/RO – BOMBEIRO MILITAR COMBATENTE) As forças são agentes capazes de alterar o estado de repouso ou de movimento dos corpos ou mesmo provocar-lhes deformações. São grandezas vetoriais, pois têm associadas a elas as noções de direção e sentido. Julgue o itens a seguir, relativo às forças.

1. Somando-se vetorialmente duas forças de módulos iguais respectivamente a 10 newtons e 30 newtons, obtém-se, obrigatoriamente, uma força resultante de 40 newtons.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Cuidado com a pegadinha. Somar números é bem diferente de somar vetores.

A soma de dois vetores cujos módulos valem 10N e 30N só pode ser igual a 40N quando os vetores possuem a mesma direção e o mesmo sentido, situação em que o módulo da resultante será igual à soma dos módulos dos vetores que estão sendo somados.

Se os vetores possuírem mesma direção e sentidos opostos, a soma deles terá como módulo a diferença dos módulos.

Se você não entendeu, volte para a parte teórica e veja os dois primeiros casos particulares da soma vetorial.

2. Ao abrir uma torneira de manhã cedo para lavar o rosto está se aplicando na torneira um binário, que é um par de forças paralelas, de sentidos contrários e não-colineares e de mesmo módulo. O binário produz apenas um movimento de rotação.

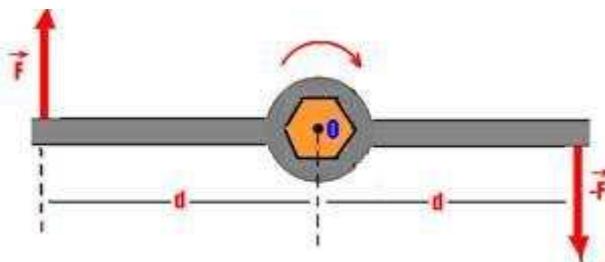


Resposta: Item correto.

Comentário:

O binário é o conjunto de duas forças aplicadas em um corpo extenso no mesmo sentido de rotação do corpo extenso.

Veja nas figuras abaixo:



Veja na figura acima que o binário é o conjunto de duas forças aplicadas em sentidos diferentes que produzem um giro no corpo extenso no mesmo sentido.

Se você precisar calcular o torque total (momento das duas forças em relação ao centro de rotação) basta aplicar a seguinte fórmula:

$$M_{\text{total Binário}} = F \cdot d + F \cdot d$$
$$M_{\text{total Binário}} = 2 \cdot F \cdot d$$

14. (CESPE-UNB – CEFET/PA – TÉCNICO) As forças são representadas por vetores. Quando várias forças são aplicadas sobre um mesmo corpo, elas formam um sistema de forças. A força que produz o mesmo efeito que todas as outras juntas é conhecida como força resultante. Com relação a esse assunto, assinale a opção correta.

1. Todo vetor representa uma força.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Vejam que a questão tenta induzi-lo ao erro, afirmando que todo vetor representa uma força.

Depois de ler a parte inicial dessa aula você é capaz de saber que os vetores podem representar outras grandezas físicas vetoriais além da força, como, por exemplo, o deslocamento vetorial, a quantidade de movimento, o impulso, o campo magnético, o campo elétrico.

Assim, o item está em completo desacordo com a teoria vista.

2. Duas forças concorrentes, uma de 8 N e outra de 6 N, podem admitir como resultante uma força maior que 14 N.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

A maior resultante entre dois vetores é dada quando eles estão dispostos na mesma direção e no mesmo sentido. A resultante mínima, por outro lado, ocorre quando os vetores estão dispostos na mesma direção e em sentidos opostos.

Assim, podemos dizer que:

$$2N \leq \text{Resultante} \leq 14N$$

3. Toda força resultante que apresenta uma componente nula é nula.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Acompanhe o raciocínio: uma força vertical possui componente horizontal nula. Você acha que por esse motivo a força é nula.

É claro que não! A componente ser nula não implica dizer que a força é nula.



Assim, podemos afirmar que uma componente ser nula não quer dizer, necessariamente, que a força é nula.

Para que a força seja nula, temos que ter todas as componentes nulas.

Essa é uma típica questão **CESPE**, que pode estar presente na prova do seu concurso.

4. Duas forças aplicadas em um mesmo ponto podem produzir uma resultante nula.

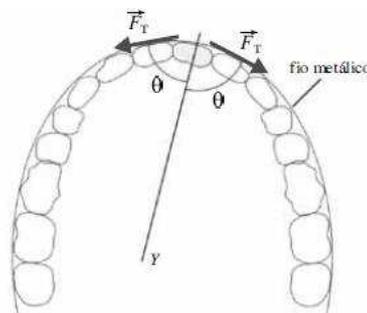
Resposta: Item correto.

Comentário:

Mais uma questão típica do **CESPE**, na qual o examinador afirma uma possibilidade. Vejamos.

Se duas forças de mesmo módulo (valor, intensidade) forem aplicadas em um mesmo ponto, sob a mesma direção e em sentidos opostos, teremos uma força resultante nula, uma vez que o módulo da resultante é a subtração dos módulos.

15. (CESPE-UNB – SEDUC-CE – PROFESSOR DE FÍSICA) Os princípios da física aplicam-se a diversas áreas do conhecimento. Como exemplo, considere a tração lateral aplicada pelo fio metálico no dente em destaque, utilizado em aparelhos de correção dentária, como ilustrado na figura abaixo.



Com base na figura, é correto concluir que o módulo da força resultante aplicada no dente, na direção y , é igual a

A. $F_T \text{ sen}\theta$.

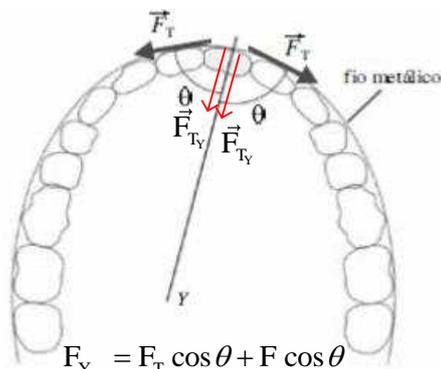
- B. $2F_T \text{ sen}\theta$.
- C. $F_T \text{ cos}\theta$.
- D. $2F_T \text{ cos}\theta$.

Resposta: item D.

Comentário:

Veja que o pedido da questão se resume ao cálculo da resultante na direção Y, das duas forças aplicadas ao dente. Assim, basta realizar a decomposição do vetor F_T na direção Y e aplicar a soma dos dois vetores componentes, uma vez que estarão na mesma direção e no mesmo sentido.

Observe a figura abaixo onde esse cálculo é realizado. Lembre-se de que é necessário aplicar a regra do colado e separado que você já deve ter aprendido.



$$F_{Y_{\text{res}}} = F_T \text{ cos}\theta + F \text{ cos}\theta$$
$$F_{Y_{\text{res}}} = 2.F_T \text{ cos}\theta$$

12. GABARITO

01. D	02. C	03. C	04. CE	05. C
06. D	07. C	08. D	09. B	10. B
11. D	12. CE	13. EC	14. EEEEC	15. D

13. FÓRMULAS MAIS UTILIZADAS NA AULA

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos(\theta)}$$

$$\vec{R} = \sqrt{|\vec{A}|^2 + |\vec{B}|^2}$$

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \sin \beta \\ \cos \beta &= \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \cos \beta \end{aligned}$$

$$A - B = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos(\theta)}$$

Vejo todos vocês no nosso curso. Lembre-se que além dos PDFs, você também terá acesso aos vídeos e ao fórum de dúvidas, que será acessado por min a cada hora, por isso, vale a pena adquirir o nosso curso.

Não entre em grupos de rateio, você vai estar se enganando, pois não terá acesso ao fórum de dúvidas, tampouco às videoaulas.

Um forte abraço a todos e bons estudos.

Prof. Vinicius Silva.

“Falta de coragem causa perda de momentos incríveis, aproveite sempre!”

Autor desconhecido.



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.