Estratégia
CONCURSOS

Aul

Matemática I p/ Escola de Formação de Fuzileiros Navais 2019 - Com videoaulas

Professor: Ismael de Paula dos Santos

AULA 00 – Conjuntos Numéricos (Naturais, Inteiros, Racionais e Reais); Propriedades e Operações; Intervalos Reais;

Sumário

1 – Introdução 2

2 – Conjuntos Numéricos 8

1 - Introdução.....8

2 - Conjunto dos Números Naturais.....9

3 - Conjunto dos Números Inteiros.....13

4 - Conjunto dos Números Racionais.....19

5 - Conjunto dos Números Irracionais.....31

6 - Conjunto dos Números Reais.....33

3 – Intervalos Reais..... 37

4 –Lista de Questões.....65

5 – Gabarito 73

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer."

1 – INTRODUÇÃO

Olá, querido aluno!

Meu nome é **Ismael Santos**, professor de **Matemática do Estratégia Concursos**. Estarei com você nesta caminhada rumo à Marinha. Tenho certeza que faremos uma excelente parceria, que tem como objetivo: a sua tão sonhada **APROVAÇÃO.**

Deixe que me apresente: sou servidor público federal há 12 anos, natural do Rio de Janeiro – RJ, Graduado em Gestão Financeira, Graduando em Matemática pela UFF-RJ, Pós-graduado em Orçamento Público.

Iniciei meus estudos para concursos muito cedo, aos 14 anos. Naquela época, meu objetivo principal era o certame do Colégio Naval (rsrsrs). Essa batalha teve início em 2002. Não foi nada fácil! Tive muita dificuldade nesta preparação, em especial devido à falta de base sólida de conhecimento teórico. O resultado já era esperado: REPROVADO em meu primeiro concurso.

Em 2003, consegui focar mais nos estudos. Ver a matéria pela segunda vez foi, certamente, um facilitador. Neste ano, minha evolução foi muito grande. Estava confiante! Pois bem! Chegou a prova! Mais uma reprovação! Este resultado não foi o esperado. Foi duro suportar. No entanto, não podia perder tempo, tinha que voltar a estudar o mais rápido possível, já para o próximo ano.

Chegamos em 2004! Neste ano, além de me preocupar com a parte teórica, resolvi preparar também minha cabeça (psicológico), para que no dia da prova, não fosse surpreendido. Eis que chegou a APROVAÇÃO. Neste certame, obtive a **4ª maior nota do Brasil na primeira fase**. Dia inesquecível! Neste mesmo ano, obtive a aprovação também na **EPCAr (Escola Preparatória de Cadetes do Ar).**

Já em 2005, tive a oportunidade de prestar outros concursos, os quais obtive aprovação: **EEAr, UFRJ, UERJ, EsSA, CMRJ e UFFRJ.**

Em 2008, fui morar no Paraná. Cidade na qual servi por 5 anos. Ao fim deste período, fui transferido para o Rio de Janeiro.

Entre os anos de 2014 a 2016, obtive outras aprovações, desta vez, para cargos públicos civis, tais como: **Agente da Polícia Civil –RJ, Papiloscopista da Polícia Civil –RJ, Técnico da Assembleia Legislativa – RJ e Fiscal de Posturas de Niterói.**

Ufa! Quanta coisa, não? Pois é! Tudo serviu de experiência! Conhecimento não ocupa espaço! Nunca pare de estudar!

Perceba que minha experiência com concursos militares já vem desde 2002. São mais de 15 anos respirando esta área. Não à toa, é a que mais me identifico para lecionar. Por este motivo aceitei o convite do Estratégia Concursos para assumir a Matemática das Carreiras Militares. Tenha certeza que verás esta fascinante matéria com uma linguagem bem acessível. Digo ainda que a abordagem será totalmente focada no edital seu último concurso - 2018.

E aí, futuro aluno FN, animado para saber um pouco mais sobre o nosso curso de Matemática? Vamos nessa?

A matemática do seu edital foi dividida, didaticamente, da seguinte forma: **MAT I, MAT II, e MAT III.**

Em modos gerais, podemos dizer que a **Mat I é a nossa querida Álgebra. Já a Mat II, seria a parte relacionada à Aritmética. Por fim, Mat III, é a que tem uma queda para a Geometria.** Esta divisão irá facilitar seus estudos, no sentido de crescer de forma equitativa (equilibrada) em cada uma das frentes, não deixando nenhuma delas por último.

Dentro desta divisão, o seu edital foi particionado de forma que os tópicos dentro de cada uma das três frentes sejam dependentes entre si. Ou seja, deve ser estudada na forma cronológica proposta. A organização é 70% do seu concurso. Não dê mole! OK?

Eu, Ismael Santos, estarei responsável por toda Mat I e por parte da Mat II. É isso mesmo! Pego metade de toda sua Matemática. A outra parte ficará a cargo do Professor Ítalo Marinho, meu

amigo pessoal e de trabalho, com uma didática e um conhecimento absurdo. Certamente irão gostar!

Que tal darmos uma olhadinha no conteúdo Programático do último edital do seu concurso? Simbora?

MATEMÁTICA – EDITAL FUZILEIRO

Matemática I – FRAÇÕES – frações equivalentes, simplificação de frações, comparação de frações, números fracionários, operações com frações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

II – CONJUNTOS NUMÉRICOS – números naturais, números inteiros, números racionais, números irracionais e números reais.

III – NÚMEROS DECIMAIS – operações com números decimais (adição, subtração, multiplicação e divisão), potência com base decimal, raiz quadrada de um número decimal, dízima periódica.

I V – MÚLTIPLOS E DIVISORES – máximo divisor comum (M.D.C), mínimo múltiplo comum (M.M.C). V – SISTEMA MÉTRICO DECIMAL – medida de comprimento, medida de superfície, medida de capacidade e medida de massa. VI –MEDIDAS DE TEMPO – relação entre hora, minuto e segundo.

VIII – EQUAÇÕES DE 1º GRAU – com uma variável e com duas variáveis.

I X – INEQUAÇÕES DE 1º GRAU – resolução e discussão de inequação com uma variável.

X – EQUAÇÕES DO 2° GRAU – resolução e discussão da equação, relação entre os coeficientes e as raízes.

XI – FUNÇÕES – análise de gráficos, construção de gráficos, domínio, contradomínio, imagem, classificação de funções (injetiva, sobrejetiva e bijetiva) e estudo da função afim e quadrática.

XII – RADICIAÇÃO E POTENCIAÇÃO – propriedades da potência e propriedades da radiciação.
XIII – EXPRESSÕES NUMÉRICAS – elementos das expressões numéricas (parênteses, colchetes e chaves) e aplicação das regras dos sinais.

XIV – RAZÕES E PROPORÇÕES – grandezas proporcionais diretas e inversas.

XV– ALGARISMOS ROMANOS – sistemas de numeração e suas regras.

XVI – REGRA DE TRÊS – simples e composta. XVI I – PORCENTAGEM. X VII

Perceba que os tópicos destacados acima, são referentes a nossa **Mat I e parte da Mat II, que serão repassados por meio de livros eletrônicos + videoaulas, que estão sob minha responsabilidade**. Vale ressaltar que, antes de iniciarmos os pontos efetivos referentes ao edital, decidimos por bem darmos uma **revisada na Matemática Básica**, para que você possa relembrar pontos muito importantes para o bom desempenho do nosso curso. Confie em mim! Tudo fará diferença na sua aprovação. Leia cada detalhe! Não irá se arrepender.

Os Livros Eletrônicos do Estratégia Militar **são materiais completos**, com todo o arcabouço **teórico e prático**, tudo isso para otimizar seu tempo de estudo. É importante, além de saber estudar por eles, também ter uma excelente disciplina de estudos. É de suma importância a leitura atenta a todos os pontos teóricos, ainda que "ache" saber tudo. Antes de fazer as questões propostas, que possuem um grau mais elevado, oriento a **fazer os exercícios resolvidos**, bem como os exercícios-modelo. Eles farão você pegar uma base mais sólida.

Além dos Livros que irão explicar cada ponto do edital, na profundidade necessária ao seu concurso, lembro-vos ainda do acesso às videoaulas. Este material será complementar ao "PDF". **Para você que tem uma certa dificuldade em matemática, segue uma dica importante**: **ASSISTA ÀS VIDEOAULAS ANTES DE TUDO**. Isso facilitará muito sua vida!

Além das aulas teóricas gravadas, farei também correção de questões de provas anteriores bem como de alguns desafios, para que fiquem um nível acima da prova. Tentarei esgotar, ao máximo, questões do seu certame, no entanto, utilizarei questões de fixação (modelo) e questões de outros concursos militares, para que tenha uma quantidade razoável de exercícios de cada tópico.

Nossa estratégia é trabalhar com uma teoria simples e aplicada àquilo que sua banca realmente cobra! Nada de perda de tempo. O negócio é atingir o que cai na prova.

CRONOGRAMA DE AULAS

DISPONÍVEL	CONTEÚDO PROGRAMÁTICO MATEMÁTICA I - FUZILEIRO NAVAL
Aula 00 Disponível em 25/11/18	CONJUNTOS NUMÉRICOS – números naturais, números inteiros, números racionais, números irracionais e números reais
Aula 01 Disponível em 17/12/18	NÚMEROS DECIMAIS – operações com números decimais (adição, subtração, multiplicação e divisão), potência com base decimal, raiz quadrada de um número decimal. RADICIAÇÃO E POTENCIAÇÃO – propriedades da potência e propriedades da radiciação.
Aula 02 Disponível em 14/01/19	FRAÇÕES – frações equivalentes, simplificação de frações, comparação de frações, números fracionários, operações com frações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). EXPRESSÕES NUMÉRICAS – elementos das expressões numéricas (parênteses, colchetes e chaves) e aplicação das regras dos sinais.
Aula 03 Disponível em 28/01/19	EQUAÇÕES DE 1º GRAU – com uma variável e com duas variáveis. INEQUAÇÕES DE 1º GRAU – resolução e discussão de inequação com uma variável
Aula 04 Disponível em 11/02/19	EQUAÇÕES DO 2° GRAU – resolução e discussão da equação, relação entre os coeficientes e as raízes.
Aula 05 Disponível em 25/02/19	FUNÇÕES – análise de gráficos, construção de gráficos, domínio, contradomínio, imagem, classificação de funções (injetiva, sobrejetiva e bijetiva) e estudo da função afim e quadrática
Aula 06 Disponível em 11/03/19	RAZÕES E PROPORÇÕES – grandezas proporcionais diretas e inversas. REGRA DE TRÊS – simples e composta. PORCENTAGEM

DISPONÍVEL	CONTEÚDO PROGRAMÁTICO MATEMÁTICA I - FUZILEIRO NAVAL
Aula 07 Disponível em 25/03/19	Revisional Estratégico

O primeiro dos assuntos é: Conjuntos Numéricos. Por mais que esteja de forma explícita em seu edital, é um tópico não muito cobrado de forma explícita. No entanto, é importantíssimo sabermos a diferença dos conjuntos numéricos fundamentais.

Preparado, futuro "Naval"? Sigamos em frente!

Vamos à nossa aula!



@professor_ismaelsantos

profismael.mat@gmail.com



Sem mais, vamos a nossa aula!

2 – CONJUNTOS NUMÉRICOS

1 – INTRODUÇÃO

Na aula de hoje, falaremos de conjuntos, no entanto, com uma especialidade: os que possuem só números como elementos.

É de suma importância o entendimento de cada conjunto, bem como de suas operações e propriedades, pois serão facilitadores para a realização de determinados problemas.

Conceitualmente, temos que Conjunto Numérico é uma coleção ou reunião de números. Este conjunto não fica caracterizado somente por seus elementos, mas também, pelas operações fundamentais e suas propriedades.

Fique tranquilo! As definições de cada conjunto serão passadas em ordem mais conveniente, ou seja, do mais simples para o mais complexo.

2 – CONJUNTOS DOS NUMÉRICOS FUNDAMENTAIS

Podemos dizer que existem 6 conjuntos numéricos fundamentais, quais sejam:

$\mathbb{N}$ **- Naturais**

$\mathbb{Z}$ **- Inteiros**

$\mathbb{Q}$ **- Racionais**

$\mathbb{I}$ **– Irracionais**

$\mathbb{R}$ **- Reais**

$\mathbb{C}$ **- Complexos**

Ressalto que este último conjunto não será tratado nesta aula, pois não cai na sua prova!

a) Conjunto dos Naturais ($\mathbb{N}$)

Por definição, temos que é todo conjunto formado por números **não negativos** e que **não** possuam **casas decimais**.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; ...\}$$





Casas decimais: São formadas por algarismos após a vírgula, tais como:

1,**2**	3,**14**	7,**280**
1 casa decimal	2 casas decimais	3 casas decimais



Não posso me furtar de passar a você algumas conclusões baseadas nos Axiomas de Peano, matemática italiano.

I- Todo número natural tem um sucessor. ($n \mapsto n'$).
II- Dois números com o mesmo sucessor são iguais.
III- Existe um número que não é sucessor de outro.

IV- O zero (0) é um número natural.
V- $\forall x ; x = x$ (reflexiva).

VI- $\forall$ x e y ; x = y $\longrightarrow$ y = x (simétrica).
VII- $\forall$ x ; y e z ; x = y $\wedge$ y = z $\longrightarrow$ x= z (transitiva).
VIII- $\forall$ a e b ; a = b, sendo a $\in \mathbb{N}$, então b $\in \mathbb{N}$ (a igualdade é fechada nos $\mathbb{N}$).



Números sucessores e antecessores só são bem definidos (ou seja, só existem) dentro do conjunto dos números $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$. Isso nos leva a fazer a seguinte análise: qual o sucessor de 1,2?

Perceba que 1,2 é um número Racional. Por este motivo te leva a um processo **infinito** de considerações, como: É 1,3? É 1,21? É 1,201? E assim por diante. Perceba que ficamos sem resposta.

Deixo aqui uma dica que irá ajudar no processo de descoberta de um sucessor ou antecessor de um número inteiro ou natural.
Sucessor é o que "vem depois". Basta somar uma unidade ao número original.

-21 (+1) $\Longrightarrow$ **-20 sucessor**

Antecessor é o que "vem antes". Basta subtrair uma unidade do número original.

-21 (-1) $\Longrightarrow$ **-22 antecessor**

a.1) Subconjuntos dos Naturais ($\mathbb{N}$):

Definimos o subconjunto dos números naturais não nulos por:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, ...\}$$

a.2) Elementos e Ordenação nos $\mathbb{N}$:

- O menor elemento é o zero.
- Todo natural possui um sucessor
- Todo subconjunto não vazio dos $\mathbb{N}$ possui um menor elemento. (Princípio da Boa Ordenação)
- Dados a, b $\in \mathbb{N}$ quaisquer, vale somente uma das alternativas.

$$a > b \qquad a = b \qquad a < b$$
(Tricotomia dos Números em $\mathbb{N}$)

a.3) Operações definidas nos $\mathbb{N}$:

São operações bem definidas em $\in \mathbb{N}$, adição e multiplicação. Ou seja, ao multiplicarmos ou somarmos dois números $\in \mathbb{N}$, o resultado será um 3º número também $\in \mathbb{N}$.

Operação Soma:

2 + 4 = 6

- ✓ 2 – 1ª parcela ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 4 – 2ª parcela ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 6 – Soma/Total ($\in \mathbb{N}$)

Operação Multiplicação:

2 x 3 = 6

- ✓ 2 – 1º fator ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 3 – 2º fator ($\in \mathbb{N}$)
- ✓ 6 – Regra/Produto ($\in \mathbb{N}$)



Já as operações subtração e divisão não são fechadas em $\mathbb{N}$.

Operação Subtração:

2 – 3 = -1

2 – Minuendo ($\in \mathbb{N}$)

3 – Subtraendo ($\in \mathbb{N}$)

1 – Resto ou Diferença ($\notin \mathbb{N}$)

Operação Divisão:
2 : 3 = 0,666...
2 – Dividendo ($\in \mathbb{N}$)
3 – Divisor ($\in \mathbb{N}$)
0,666 – Quociente ($\notin \mathbb{N}$)

a.4) Propriedades das Operações Definidas nos $\mathbb{N}$:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$(a + b) = (b + a)$$
$$(a. b) = (b . a)$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a. b) . c = a. (b . c)$$

- **Elemento Neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$
$$a. 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a \cdot (b \pm c) = ab \pm ac$$



TOME NOTA!

Estas propriedades são definidas somente nas operações **ADIÇÃO** e **MULTIPLICAÇÃO.**



TOME NOTA!

✓ **Lei do corte**

$a + b = a + c \implies b = c$

$a \cdot b = a \cdot c \ , \ a \neq 0 \implies b = c$

✓ **Lei da Anulação ou Anulamento do Produto**

$$a \cdot b \cdot c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$$

✓ **Lei da Equivalência ou Identidade**

$a \cdot b = ac + ad$

$a \cdot b = a\,(c + d)$

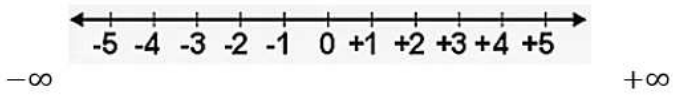
b = c + d

ATENÇÃO: O PROCESSO DE COLOCAR EM EVIDÊNCIA DETERMINADO NÚMERO É O INVERSO DA PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA.

b) Conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$):

São números que foram criados para representar possíveis dúvidas, temperaturas baixas etc. Por definição, temos: é todo conjunto formado pelos **números $\mathbb{N}$ e seus opostos.**

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

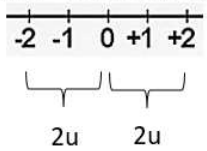


Reta Numérica



Números opostos ou Simétricos: são números que possuem a mesma distância da origem (definição geométrica) ou cuja soma resulta zero (definição algébrica).

Assim: - 2 é oposto de 2



Todo inteiro possui um oposto em relação a soma, ou seja, a soma = 0



É fácil observar que o conjunto dos Naturais está contido no conjunto dos Inteiros, bem como este contém aquele.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \quad \text{ou} \quad \mathbb{Z} \supset \mathbb{N}$$



Regra dos sinais no produto de números inteiros: sinais iguais o resultado será sempre positivo. No caso de sinais diferentes, o resultado será sempre negativo. Segue um esquema abaixo:

$$-(-a) = +a$$
$$a \cdot (-b) = -a.b$$
$$(-a) \cdot b = -a.b$$
$$(-a)(-b) = +a.b$$

Módulo ou valor absoluto de um inteiro: seja x um nº inteiro qualquer, representado por valor absoluto ou módulo de x por $|x|$

E definimos por $|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

b.1) Subconjunto dos Inteiros ($\mathbb{Z}$):

$\mathbb{Z}^*$ - Inteiros não nulos (... -1, 1...}

$\mathbb{Z}_+$ - Inteiros não negativos {0, 1, 2,...}

$\mathbb{Z}_-$ - Inteiros não positivos {..., -2, -1, 0}

$\mathbb{Z}^*_+$ - Inteiros positivos {1, 2, 3,...}

$\mathbb{Z}^*$ - Inteiros negativos {... -3, -2, -1}



Dois conjuntos são ditos iguais quando: para quaisquer elementos pertencente ao primeiro conjunto, estes elementos também pertencerão ao segundo conjunto.

$$A = B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

$$\begin{cases} \mathbb{N} = \mathbb{Z}_+ \\ \mathbb{N}^* = \mathbb{Z}^*_+ \end{cases}$$ **Conjuntos iguais**

b.2) Elementos e Ordenação nos $\mathbb{Z}$:

- Todo elemento $\mathbb{Z}$ possui um sucessor e um antecessor, logo, este conjunto é infinito, não possuindo assim, limite superior ou inferior.
- Dados a, b e $\mathbb{Z}$ quaisquer, vale somente uma das alternativas:

$$a > b \qquad a = b \qquad a < b$$
(Tricotomia dos Números em $\mathbb{Z}$)

b.3) Operações Definidas nos $\mathbb{Z}$.

São operações bem definidas em $\mathbb{Z}$; *adição, subtração e multiplicação*, ou seja, qualquer destas operações com dois inteiros, o resultado será um 3º inteiro também $\in \mathbb{Z}$.

Operação Soma:

2 + 4 = 6

- ✓ 2 – 1ª parcela ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 4 – 2ª parcela ($\in \mathbb{Z}$)
- ✓ 6 – Soma/Total ($\in \mathbb{Z}$)

Operação Multiplicação:

2 x 3 = 6

- ✓ 2 – 1º fator ($\in \mathbb{Z}$)

- ✓ 3 – 2º fator (∈ ℤ)
- ✓ 6 – Regra/Produto (∈ ℤ)

Operação Subtração:

2 - 4 = -2

- ✓ 2 – Minuendo (∈ ℤ)
- ✓ 4 – Subtraendo (∈ ℤ)
- ✓ -2 – Resto/Diferença (∈ ℤ)



Já a operação divisão não é fechada em ℤ, pois nem toda divisão de naturais resulta um número natural. Cabe ressaltar que, para fazer esta análise, a divisão deverá ser possível, ou seja, o divisor (denominador) não poderá ser nulo.

Operação Divisão:
2 : 3 = 0,666...

2 – Dividendo (∈ ℤ)
3 – Divisor (∈ ℤ)
0,666 – Quociente (∉ ℤ)

b.4) Propriedade das Operações nos ℤ:

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- ➢ **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$a + b = b + a$$
$$a \cdot b = b \cdot a$$

- **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot c) \cdot c$$

- **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + o = a$$
$$a \cdot 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

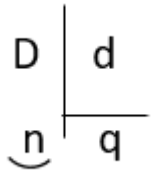
$$a \cdot (b \pm c) = ab \pm ac$$



Estas propriedades são definidas somente nas operações **ADIÇÃO** e **MULTIPLICAÇÃO.**



Na operação divisão, temos as seguintes características:



* D = d.q+r
* $0 \leq r < |d|$ ou $0 \leq r \leq |d - 1|$
* Resto máximo ∴ r = d-1
* Resto mínimo ∴ r = o ⟹ Divisão exata

c) Conjunto dos Números Racionais ($\mathbb{Q}$)

É o conjunto formado por todos os números que possam ser escritos sob a forma de fração. Por definição, temos:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \ / \ a \in \mathbb{Z} \wedge b \in \mathbb{Z}^* \right\} ; \text{mdc } (a;b) = 1$$

$$\text{Ex.: } \frac{1}{2} ; \frac{-1}{11} ; 2 ; 0 ; 3{,}15 ; 0{,}\overline{3} ; \ldots$$

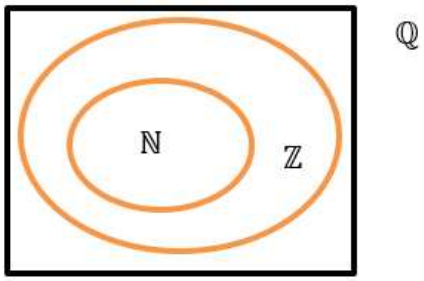
Frações unitárias

Perceba que na escrita da fração, o Máximo Divisor Comum (MDC) entre o numerador e o denominador deverá ser igual a um (1). Isso se dá pelo fato da fração precisar estar na sua forma irredutível, para que possamos classificá-las.



É fácil constatar que o conjunto do Naturais está contido no conjunto dos Inteiros, bem como este está contido no conjunto dos Racionais. Assim:

$$(\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}) \subset \mathbb{Q}$$



FRAÇÃO OU RAZÃO

Nada mais é que a divisão entre duas grandezas.

$\frac{a}{b}$ = razão de a para b

Numerador - antecedente

Denominador - consequente

c.1) Classificação das frações

a) Fração própria: Numerador menor que o denominador.

$\frac{a}{b}$; a < b Ex.: $\frac{1}{2}$

b) Fração imprópria: Numerador maior que o denominador.

$\frac{a}{b}$; a > b Ex.: $\frac{3}{2}$

c) Fração decimal: Denominador igual a potências de 10.

$\frac{a}{10^n}$; n ∈ $\mathbb{N}^*$ Ex.: $\frac{3}{100}$

d) Fração Ordinária: Quando não for fração decimal.

$\frac{a}{b}$; b ≠ 10^n Ex.: $\frac{4}{5}$

e) Fração aparente: Quando a fração for redutível a um inteiro qualquer não nulo.

$\frac{a}{b}$; a = b . k sendo k ∈ $\mathbb{Z}$ Ex.: $\frac{12}{3} = \frac{3.4}{3} = 4$

f) Frações equivalentes: São frações que possuem o mesmo valor.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Ex.: $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{6}$

g) Frações homogêneas: São frações com denominadores iguais.

$\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{b}$ Ex.: $\frac{2}{5}$ e $\frac{7}{5}$

h) Frações heterogêneas: São frações com denominadores diferentes.

$\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ Ex.: $\frac{2}{5}$ e $\frac{8}{9}$

i) Fração mista ou número misto: Quando possui uma parte inteira e outra fracionária, sendo esta, fração própria.

a $\frac{b}{c}$; b < c ∧ a ∈ $\mathbb{Z}^*$ Ex.: $2\frac{1}{3}$



Cálculo com a fração mista: pega-se o denominador, multiplica-se pela parte inteira, soma-se ao numerador.

$$2\frac{1}{3} \Rightarrow 2+\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2.3+1}{3} \Rightarrow \frac{7}{3}$$

j) Fração irredutível: São frações em que os números que a compõe são primos entre si, ou seja, não possuem fatores em comum, logo seu Máximo Divisor Comum deverá ser igual a um (1).

$\frac{a}{b}$; mdc (a ; b) = 1 Ex.: $\frac{3}{7}$

Segue agora um tópico bastante importante no que tange a números racionais: comparação de frações.

Com denominadores iguais (aquela com **MAIOR** numerador)

$$\frac{4}{5} > \frac{3}{5}$$

Com numeradores iguais (aquela com **MENOR** denominador)

$$\frac{7}{3} > \frac{7}{5}$$

Com numeradores e denominadores **DIFERENTES**.

$$\text{Ex.: } \frac{3}{2} \overset{\diagup 3}{\text{ e }} \frac{5}{3} \overset{\diagup 2}{\Rightarrow} \frac{9}{6} < \frac{10}{6} \quad \therefore \frac{5}{3} > \frac{3}{2}$$

c.2) Subconjunto dos $\mathbb{Q}$

$\mathbb{Q}^*$ - Racionais não nulos

$\mathbb{Q}_+$ - Racionais não negativos

$\mathbb{Q}_-$ - Racionais não positivos

$\mathbb{Q}_+^*$ - Racionais positivos

$\mathbb{Q}_-^*$ - Racionais negativos

c.3) Operações Definidas nos $\mathbb{Q}$:

São operações definidas nos Racionais: *adição, subtração, multiplicação e divisão (quando possível a divisão).* Ou seja, qualquer destas operações entre dois números $\in \mathbb{Q}$, o resultado será um 3º número também $\in \mathbb{Q}$.

Operação Soma:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \in \mathbb{Q}$

Operação Multiplicação:

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \in \mathbb{Q}$

Operação Subtração:

$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \in \mathbb{Q}$

Operação Divisão:

$\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1 \in \mathbb{Q}$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!!

Todas as operações fundamentais são definidas no conjunto dos números Racionais.

c.4) Propriedades das Operações nos $\mathbb{Q}$.

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

- ✓ **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \left(\frac{c}{d}\right)\left(\frac{a}{b}\right)$$

- ✓ **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$\frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \left(\frac{e}{f}\right)$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \left(\frac{e}{f}\right)$$

- ✓ **Elemento neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right) \cdot 1 = \frac{a}{b}$$

✓ **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d} \pm \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \pm \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}\right)$$



Elemento inverso ou Inverso multiplicativo $\Longrightarrow a^{-1}$.

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \therefore \quad 2^{-1} = \frac{1}{2} \;\; ; \;\; 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \quad \therefore \quad \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{4}$$

c.5) Operações com frações (em $\mathbb{Q}$)

- Soma/Subtração

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a.d \pm b.c}{b.d}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{3.5 + 7.2}{10} \Rightarrow \frac{29}{10} = 2,9$$

- Multiplicação

$$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a.c}{b.d}$$

$$\frac{2}{3} . \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{2.4}{3.5} = \frac{8}{15}$$

- Divisão

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a}{b}.\frac{d}{c}=\frac{a.d}{b.c}$$

$$\frac{1}{2}:\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{1}{2}.\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$$



Um tema bastante atual em certames militares é a tal da Soma Telescópica. Esse nome estranho, nada mais é que a unidade que fica dividida pelo produto de dois números naturais consecutivos. Assim, temos que: $\forall x\in\mathbb{N}/\,x\geq 1$, vale a fórmula:

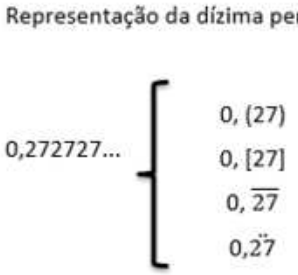
$$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

c.6) Dízimas Periódicas

A palavra dízima possui um caráter amplo, que pode ser subdividida em:



Existem diversas forma de representação da dízima periódica, segue algumas delas:



Temos:

(DPS) – 0, 23 23...

Período (após a vírgula que se repete)

(DPC) – 0, 9 51 51 51...

Período

Antiperíodo (após a vírgula que não se repete)

Passaremos agora a analisar algumas especificidades das frações...

- **Decimais exatos**

Irá ocorrer somente se o denominador da fração aparecer fatores 2 ou 5. A quantidade de casas decimais será igual a quantidade de maior expoente dentre eles.

$$\frac{27}{16} = \frac{27}{2^4} = 1{,}6875$$

$$\frac{23}{20} = \frac{23}{2^2.5^1} = 1{,}15$$

- **Dízimas periódicas Simples (D.P.S)**

Irá ocorrer quando no denominador da fração aparecer fatores primos diferentes de 2 e 5.

$$\frac{5}{33} = \frac{5}{3.11} = 0{,}1515...$$

- **Dízima periódica composta (D.P.C)**

Irá ocorrer quando o denominador da fração ordinária possuir ao menos um dos fatores 2 ou 5 com mais qualquer fator primo diferente destes. A quantidade de casas do ante período será igual ao maior expoente de um dos fatores 2 ou 5.

$$\frac{18}{55} = \frac{18}{5^1.11^1} = 0,\underline{3}2723...$$

$$\frac{7}{12} = \frac{7}{2^2.3} = 0,\underline{58}333...$$

- Método Algébrico para encontrar a fração geratriz

Fração geratriz nada mais é que a fração ordinária que gera uma dízima periódica.

1° Exemplo:

$$0,3333 = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = x \therefore \begin{cases} x = 0,333...(.10) \\ \underline{10x = 3,333.} \\ 9x = 3 \therefore x = \frac{3}{9} \therefore \frac{1}{3} \end{cases}$$

2° Exemplo:

$$0,1555... = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = x \therefore \begin{cases} x = 0,1555...(.10) \\ 10x = 1,555...(.10) \\ \underline{100x = 15,555...} \\ 90x = 14 \therefore x = \frac{14}{90} \therefore \frac{7}{45} \end{cases}$$

3° Exemplo:

$$1,5222... = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = x \therefore \begin{cases} x = 1,5222...(.10) \\ 10x = 15,222...(.10) \\ \underline{100x = 152,222...} \\ 90x = 137 \therefore x = \frac{137}{90} \end{cases}$$

Vamos aprender agora um método alternativo ao algébrico para que possamos encontrar a fração algébrica.

Esse método faz a conta ser bem mais simples e rápida, porém, ressalto a importância de aprender o método anterior.

Assim, vamos a um exemplo de cada espécie das dízimas periódicas.

- **Dízima periódica simples (DPS)**

$$\frac{N-parte\ inteira}{\underbrace{99...9}_{\text{Quantidade número período}}} = \frac{a}{b}$$

$$0,1111... = \frac{01-0}{9} = \frac{1}{9}$$

$$10,3434... = \frac{1034-10}{99} = \frac{1024}{99}$$

- **Dízima periódica simples (DPC)**

$$\frac{N-parte\ inteira+aperíodo}{\underbrace{99...9}_{\text{Período}}\ \underbrace{00...0}_{\text{aperíodo}}} = \frac{a}{b}$$

$$0,\underline{8}3636... = \frac{0836-08}{990} = \frac{828}{99\underline{0}}$$

$$3,\underline{407}666... = \frac{34076-3407}{90000} = \frac{30669}{\underline{9000}}$$



ARREDONDAMENTO DE NÚMEROS DECIMAIS

a) Se o algarismo a ser arredondado for > 5, soma-se 1 ao algarismo da esquerda.

7,138 ≅ 7,14

b) Se o algarismo a ser arredondado for < 5, soma-se o algarismo da esquerda.

4,177 ≅ 4,18

c) Caso seja igual a 5;

- Se par, o número da esquerda mantém.

$$7,165 \cong 7,16$$

- Se ímpar, o número da esquerda aumenta uma unidade.

$$7,175 \cong 7,18$$



É importante destacar o resultado do Produto de Fatores Racionais entre 0 e 1.

Imaginemos dois números racionais a e b entre 0 e 1: $0 < a < 1$ e $0 < b < 1$.

A partir destes dados, podemos afirmar que:

$$a \cdot b < a \ \wedge \ a \cdot b < b$$

Exemplo:

$$0,2 \times 0,3 = 0,06 < 0,2 \wedge 0,06 < 0,3$$

d) Conjunto dos Números Irracionais (𝕀)

São números que não podem ser expressos por meio de fração, ou seja, por divisão de dois números inteiros, sendo o denominador diferente de zero. Estes números irracionais são representados por dízimas periódicas (não possuem geratriz).

$\sqrt{2} - 1,4142...$

$\prod - 3,1415...$ ⟶ Razão entre perímetro e diâmetro de qualquer circunferência

$-\sqrt{3} - 1,7320...$

$\varnothing - 1,6180$ ⟶ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ – Razão áurea ou número de ouro

$e - 2,718...$ ⟶ Número de Euller



Simbologia Equivalente: $\overline{Q} \equiv Q' \equiv Q^c \equiv \sim Q \equiv I \equiv \neg Q$



Qualquer raiz de um número inteiro, que retorne num valor inexato, será classificada como número irracional.

d.1) Subconjunto dos $\mathbb{I}$

- $\mathbb{I}^*$ Não faz sentido, pois o ZERO já não faz parte.
- $\mathbb{I}_-$ Irracionais Negativos
- $\mathbb{I}_+$ Irracionais Positivos

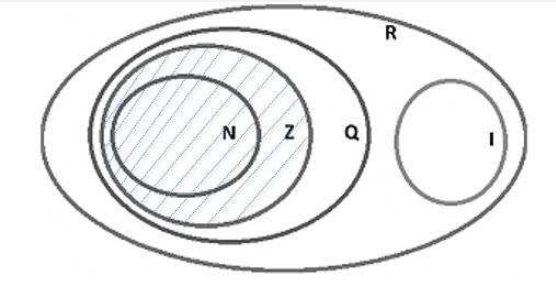
d.2) Operações definidas nos $\mathbb{I}$

No universo dos Irracionais, **nenhuma operação é fechada**, pois, qualquer uma delas, ainda que operada por números Irracionais, o resultado poderá ser um número Racional. Vejamos alguns exemplos:

$$\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$$
$$2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=0$$
$$\sqrt{2}.\sqrt{2}=2$$
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$$

e) Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$)

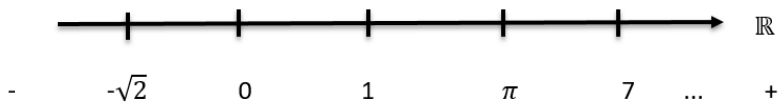
É a reunião entre os $\mathbb{Q} \cup \bar{Q} = \mathbb{R}$, ou seja, reúne os racionais e os irracionais



$$\begin{cases}\mathbb{R} \supset \mathbb{Q} \supset \mathbb{Z} \supset \mathbb{N} \\ \mathbb{R} \supset \mathrm{I}\end{cases}$$

e.1) Reta Real

Cada número real pode ser representado por um ponto na reta, que é um eixo orientado onde os números mais à direita são maiores que os números mais à esquerda.



e.2) Subconjunto dos $\mathbb{R}$

- $\mathbb{R}^*$ Reais não nulos
- $\mathbb{R}_+$ Reais não negativos
- $\mathbb{R}_-$ Reais não positivos
- $\mathbb{R}_+^*$ Reais positivos
- $\mathbb{R}_-^*$ Reais negativos

e.3) Propriedades nos $\mathbb{R}$**:**

Temos como propriedades das operações: *comutativa, associativa, elemento neutro, distributiva.*

➢ **Comutativa:** *a ordem das parcelas não altera a SOMA. Bem como a ordem dos fatores não altera o PRODUTO.*

$$a + b = b + a$$
$$(a. b) = (b . a)$$

➢ **Associativa:** *é possível associar dois ou mais números, na soma ou no produto, sem que esta operação altere o resultado.*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$
$$(a. b) . c = a. (b . c)$$

➢ **Elemento Neutro:** *é o elemento que ao ser somado ou multiplicado não altera o resultado original.*

$$a + 0 = a$$
$$a. 1 = a$$

- **Distributiva:** *consiste no processo de multiplicar o elemento que está em evidência com cada elemento dentro dos parênteses, chaves ou colchetes.*

$$a \cdot (b \pm c) = ab \pm ac$$

e.4) Operações definidas nos $\mathbb{R}$

Todas as operações são definidas nos $\mathbb{R}$. É claro que a divisão $\frac{a}{b}$ deve ser possível, ou seja, $b \neq 0$.

Vejamos exemplos destas operações.

$$\sqrt{2}+1=\sqrt{2}+1$$
$$\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$$
$$3.5=15$$
$$\frac{3}{5}=0,6$$



Oposto aditivo é a mesma coisa que simétrico. Assim, temos como exemplo:

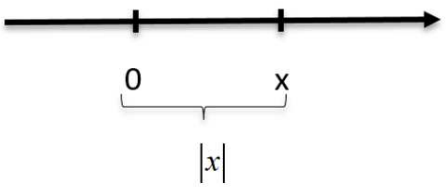
- 2 → 2 (são opostos aditivos)

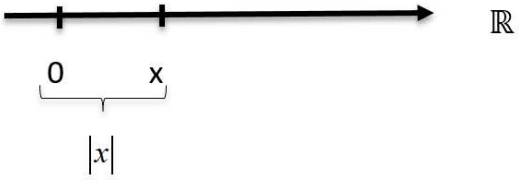
Podemos dizer ainda que Números Opostos são números que ao serem somados resultam o valor ZERO.

e.5) Módulo de um número real

- <u>Definição geométrica</u>

Para $\forall x \in \mathbb{R}$, o módulo de x ($|x|$) é a distância de x até a origem da reta real.





$$|3| = 3$$
$$|-3| = 3$$

- Definição algébrica:

O módulo de um número será igual a ele mesmo, se este número for positivo ou nulo. No entanto, será igual ao seu simétrico se for negativo. Segue um esquema abaixo para facilitar o entendimento.

$$|x| \begin{cases} x; \text{ se } & x > 0 \\ 0; \text{ p / } x = 0 \\ -x; \text{ se } & x < 0 \end{cases}$$

$$|7| = 7$$
$$|-8| = 8$$
$$|0| = 0$$

Segue agora dois pontos muito importante: Operações com Módulo e Ordenação de Reais.

Estamos chegando ao fim de nossa aula. Não desanime! Fé na missão, AUDAZ!

3 – INTERVALOS REAIS

1 – INTRODUÇÃO

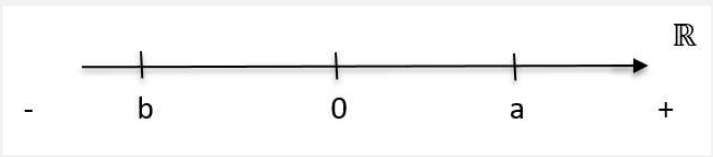
A partir de agora entramos nos estudos dos intervalos reais. Você deve estar pensando: “Mas o que tem a ver intervalos reais com Teoria dos Conjuntos? ” Eu respondo: TUDO!

Neste novo tópico, iremos trabalhar em especial, com: subconjuntos dos números reais, representados por meio de retas, que são (levando em consideração o conceito geométrico) um conjunto de pontos.

Perceba que uma reta real numérica possui infinitos pontos e cada ponto desse representa um número real. Assim, é de suma importância saber realizar operações entre esses conjuntos, em especial para soluções de equações, inequações, funções etc.

Imaginemos uma reta orientada para a direita, ou seja, os números crescem à medida em que se afastam da origem (ZERO) em direção à orientação da reta. A partir dessa reta e dessa origem, vamos selecionar dois pontos quaisquer **a** e **b**, de modo que eles sejam distintos entre si.

Lembre-se que, se estamos diante de uma reta numérica, ou seja, cada ponto selecionado representa um número real. Assim, temos a seguinte constatação:



A partir deste exemplo modelo, podemos tirar algumas conclusões, quais sejam:

$$a \in \mathbb{R}$$
$$b \in \mathbb{R}$$
$$a > 0$$
$$b < 0$$
$$a > b$$
$$a \neq b$$

Ainda deste exemplo, podemos entender que, dados dois números reais a e b, uma e apenas uma das três seguintes é verdadeira.

$$a = b \quad \text{ou} \quad a > b \quad \text{ou} \quad a < b$$

Estas relações formam a tricotomia dos números reais. Delas recorrem algumas propriedades, quais sejam:

$$a = b \Leftrightarrow a - b = 0$$
$$a > b \Leftrightarrow a - b > 0$$
$$a < b \Leftrightarrow a - b < 0$$

Para o nosso estudo, tenha em mente que estes elementos **a** e **b** escolhidos representam as extremidades superiores e inferiores, respectivamente. Saiba ainda que o espaço delimitado por estas extremidades é chamado de INTERVALO REAL, o qual possui infinitos números reais.



Na figura acima temos:

- *b*: extremidade inferior
- *a*: Extremidade superior
- 0: Origem
- Segmento em vermelho: subconjunto dos reais com infinitos elementos (números)

Em outras palavras, o intervalo real é o modo mais prático de se representar um conjunto numérico com muitos elementos.

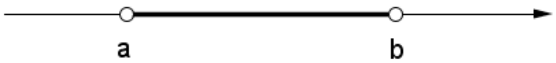
2 – INTERVALOS

Para entendermos os diversos tipos de intervalos, precisamos adotar dois números reais *a* e *b*, sendo *a* < *b*. A partir de agora, vamos considerar alguns subconjuntos importantes dos reais. Beleza?

*1º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre **a** e **b**, não incluindo **a** e **b**, é denominado intervalo aberto e representado por]a ; b[ou (a ; b)*

$$]a,b[=(a,b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$$

Representação:

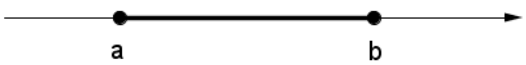


Note que, por se tratar de intervalo aberto, as extremidades ficam com a "bolinha aberta".

*2º) O conjunto formado por **a** e **b** e pelos reais compreendidos entre **a** e **b** é denominado intervalo fechado e representado por [a ; b]*

$$[a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a\leq x\leq b\}$$

Representação:



Note que, por se tratar de intervalo que inclui os elementos a e b, as extremidades ficam com a "bolinha fechada".

3º) Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita:

$$]a,b]=(a,b]=\{x\in\mathbb{R}|a<x\leq b\}$$

Representação:

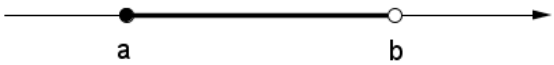


Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento b, esta extremidade fica com a "bolinha fechada".

4º) Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita:

$$[a,b[= [a,b) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$$

Representação:

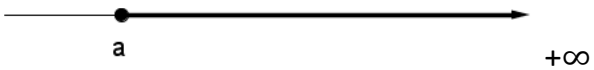


Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento *a*, esta extremidade fica com a "bolinha fechada"

5º) Intervalo fechado à esquerda e ***aberto em mais infinito****:*

$$[a,+\infty[= [a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq a\}$$

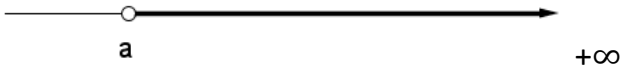
Representação:



6º) Intervalo aberto à esquerda e ***aberto em mais infinito****:*

$$]a,+\infty[= (a,+\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > a\}$$

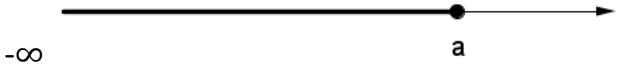
Representação:



*7º) Intervalo **aberto menos em infinito** e fechado à direita:*

$$]-\infty, a] = (-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} | x \leq a\}$$

Representação:



*8º) Intervalo **aberto em menos infinito** e aberto à direita:*

$$]-\infty, a[= (-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} | x < a\}$$

Representação:

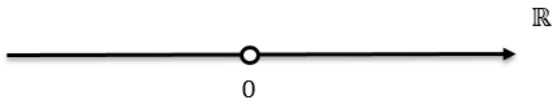


Os símbolos -∞ (leia =: menos infinito) e +∞ (leia: mais infinito) não representam números reais.

Note nos intervalos acima que eles sempre são abertos nessas “extremidades”



Observe o intervalo abaixo:



A partir dele podemos extrair algumas conclusões bastantes importantes para sua prova.

Supondo que esta reta real seja a representação do conjunto A, então:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ ou } x > 0\}$$

$$A = \{ x \in \mathbb{R} / x \neq 0\}$$

3 – OPERAÇÕES ENTRE INTERVALOS

Assim como na Teoria dos Conjuntos, na qual aprendemos operações entre conjuntos finitos, neste capítulo iremos entender como realizar as operações de união, interseção e diferença de intervalos reais.

Para um bom entendimento, é necessário que a teoria seja explícita a partir de um exemplo prático. Assim, tomemos os exercícios abaixo como motivadores.

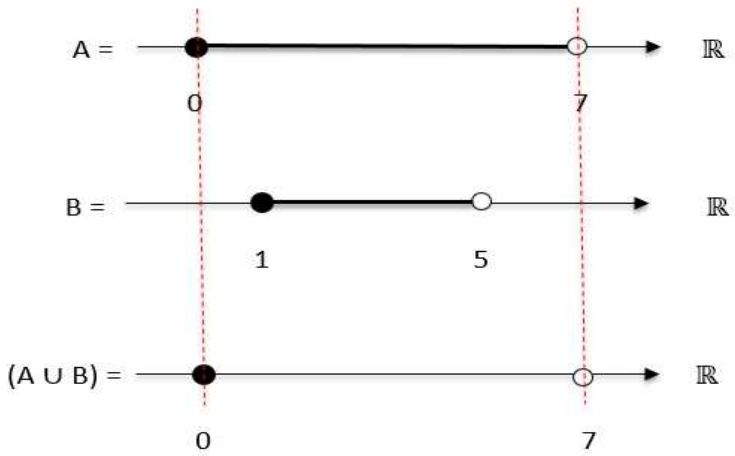
Imaginemos dois intervalos reais A e B, tais que:

$A = [0 ; 7[$ $\qquad$ $B = [1 ; 5[$

a) União de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da União em si. Já é sabido que, na União, o "maior" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as maiores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, além do dos elementos do conjunto vencedor, o resultado deverá também possuir os elementos que não são comuns a ele.

Vejamos um exemplo!

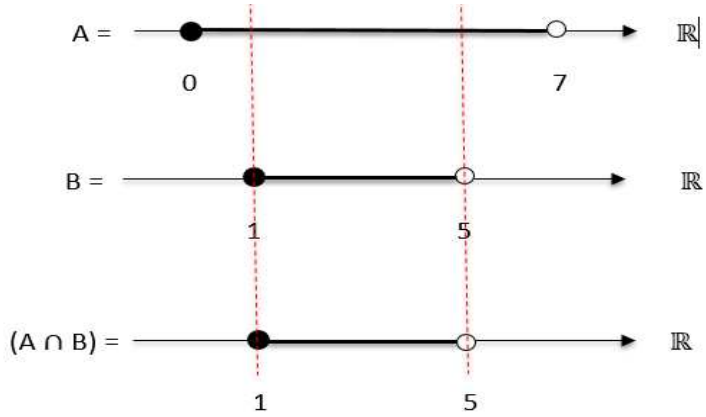


Assim, (A ∪ B) = [0 ; 7[, que representa o conjunto de maior extremidade.

b) Interseção de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da Interseção em si. Já é sabido que, na Interseção, o "menor" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as menores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, no resultado desta operação, todos os elementos deverão pertencer a todos os conjuntos mencionados.

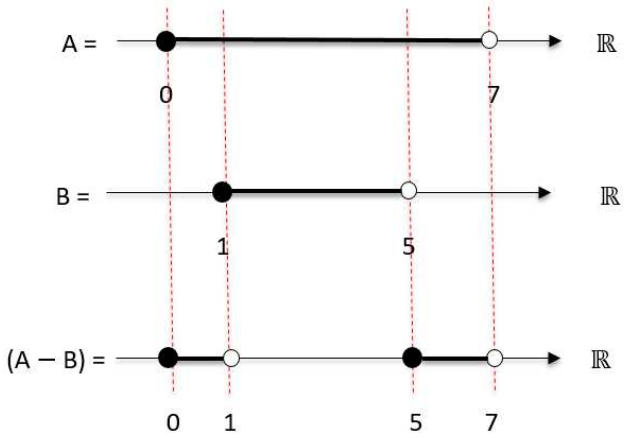
Vejamos um exemplo!



Assim, (A ∩ B) = [1 ; 5[, que representa o intervalo comum aos dois conjuntos.

c) Diferença de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação Diferença em si. Já é sabido que, na Diferença de Conjuntos, o que interessa são os elementos que pertençam a somente um dos conjuntos mencionados. Vale destacar que, o resultado deverá possuir os elementos que pertençam ao primeiro, mas não ao segundo conjunto. Vejamos um exemplo!



Assim, (A – B) = [0; 1[∪ [5; 7[, que representa os intervalos só pertencentes ao conjunto A, ou seja, que não estão em B.

Bom! Chegamos ao fim da nossa Aula 00. Guarde cada informação passada neste livro eletrônico. Toda teoria vista até aqui será de grande valia em momento posterior.

Sem mais, vamos observar como este tema cai em prova? Vamos nessa!



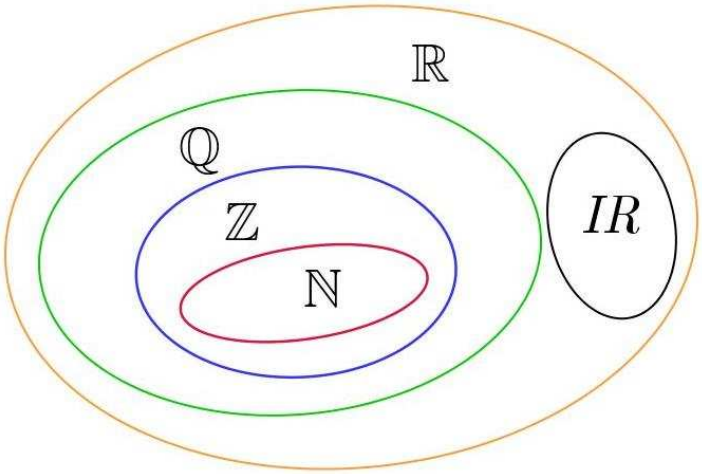
(Exercício Modelo) Questão 01

Assinalando V ou F se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas
( ) $N \supset Q$
( ) $Q \cap IR = Q$
( ) $N \cup Z = N$
( ) $Q \cap R \supset Q$
obtemos:

a) FVFV
b) VVVV
c) FVVF
d) FVVV
e) VVVF

Comentário:

Como a questão aborda relação de inclusão de Conjuntos Numéricos, nada melhor que analisar cada afirmativa tendo por base um Diagrama geral destes conjuntos.



Podemos extrair algumas conclusões a partir deste modelo de diagrama:

- O conjunto dos Naturais está dentro (está contido) no conjunto dos Racionais. Ou seja, a primeira afirmativa (N ⊃ Q) está **errada**, tendo em vista que diz: o conjunto dos Naturais CONTÉM o conjunto dos Racionais.

- O conjunto dos Racionais está dentro (está contido) no conjunto dos Reais, desta forma, a interseção entre eles será o menor conjunto: RACIONAIS. Logo, afirmativa **certa**

- O conjunto dos Naturais está dentro (está contido) no conjunto dos Inteiros, desta forma, a união entre eles será o maior conjunto: INTEIROS. Logo, afirmativa errada.

- O conjunto dos Racionais está dentro (está contido) no conjunto dos Reais, desta forma, a interseção entre eles será o menor conjunto: RACIONAIS, que está contido nele mesmo. Logo, afirmativa **certa**.

Gabarito: A

(Exercício Modelo) Questão 02

Se A = {4, 9, 16, 25, 36}, então A é equivalente a:

a) $\{x^2; x \in Z^*\}$

b) $\{x^2; x \in N\}$
c) $\{x^2; x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$
d) $\{x^2; x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$
e) {x / x é quadrado perfeito}

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual deles coincide com o conjunto A (finito) do enunciado da questão.

- a) $\{x^2; x \in Z^*\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=1, x=2, x=3, x=4,... o conjunto formado será: {1, 4, 9, 16, ...}. Perceba que este conjunto além de ser infinito, possui o primeiro elemento, por exemplo, diferente do primeiro do conjunto A. Logo, assertiva **errada**.
- b) $\{x^2; x \in N\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=0, x=1, x=2, x=3, x=4,... o conjunto formado será: {0, 1, 4, 9, ...}. Perceba que este conjunto além de ser infinito, possui o primeiro e o segundo elemento, por exemplo, diferentes do primeiro e do segundo elemento do conjunto A. Logo, assertiva **errada**.
- c) $\{ x^2; x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=2, x=3, x=4, x=5 e x=6, o conjunto formado será: {4, 9, 16, 25, 36}. Perceba que este conjunto além de ser finito, possui todos os elementos iguais ao conjunto A. Logo, assertiva **certa**.
- d) $\{ x^2; x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$ – este conjunto reflete o seguinte : para x=3, x=4 e x=5, o conjunto formado será: {9, 16, 25}. Perceba que este conjunto apesar de ser finito, não possui todos elementos que o conjunto A possui. Logo, assertiva **certa**.
- e) {x / x é quadrado perfeito} – percebe que nesta assertiva a banca não especificou a que conjunto x pertence, logo, poderá assumir tanto valores inteiros quanto fracionário, o que não condiz com o conjunto A do enunciado. Logo, assertiva **errada**.

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 03

Sabe-se que o produto de dois números irracionais pode ser um número racional. Um exemplo é:

a) $\sqrt{12}.\sqrt{3}=\sqrt{36}$

b) $\sqrt{4}.\sqrt{9}=6$

c) $\sqrt{3}.1=\sqrt{3}$

d) $\sqrt{2}.\ 2=\sqrt{8}$

e) $\sqrt{2}.\sqrt{3}=\sqrt{6}$

Comentário:

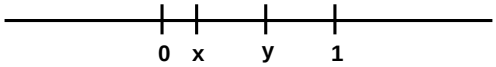
Questão maldosa. Muitos candidatos desatentos acabam caindo na pegadinha, qual seja, achar que possui duas respostas. Porém, isto não é verdade. Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Blz?

- a) Raiz quadrado de 12 e raiz quadrada de 3, ambos os números são IRRACIONAIS, e o produto deles resulta um número RACIONAL, qual seja, raiz quadrada de 36 que é igual a 6. Logo, esta assertiva está **correta**.
- b) Raiz quadrado de 4 e raiz quadrada de 9, ambos os números são RACIONAIS, e o produto deles resulta um número RACIONAL, qual seja, raiz quadrada de 36 que é igual a 6. Logo, esta assertiva está **errada**. Perceba que a questão te pede um produto de irracionais, e nesta alternativa, temos o produto de dois racionais.
- c) Raiz quadrado de 3 e o número 1. O primeiro deles é irracional, porém o segundo é racional, o que faz a assertiva ficar **errada**.
- d) Raiz quadrado de 2 e o número 2. O primeiro deles é irracional, porém o segundo é racional, o que faz a assertiva ficar **errada**.
- e) Raiz quadrado de 2 e raiz quadrada de 3, ambos os números são IRRACIONAIS, e o produto deles resulta um número IRRACIONAL, o que contraria o enunciado da questão. Logo esta assertiva está **errada**.

Gabarito: A

(Exercício Modelo) Questão 04

Na figura estão representados geometricamente os números reais 0, x, y e 1. Qual a posição do número xy?



a) À esquerda de 0.
b) Entre 0 e x.
c) Entre x e y.
d) Entre y e 1.
e) À direita de 1

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

Pelo simples fato de os números x e y estarem entre os números 0 e 1, já me dá a certeza de que x e y são positivos. Isso ajuda sobremaneira, pois o produto de dois números positivos resulta sempre um número positivo, o que nos faz **excluir a assertiva da letra a.**

Agora, vamos analisar as próximas a partir de contraexemplos (que nada mais é que tentar encontrar fatos que contrariam a hipótese geral), ok? Para isso, imaginemos x=0,2 e y=0,7. Assim:

$$x.y = 0,2 \cdot 0,7 = 0,14$$

Agora sim, fica fácil perceber que o produto de dois números compreendidos entre 0 e 1, sempre resultará num valor inferior ao menor deles.

Desta forma, podemos afirmar que o produto x.y estará sempre entre 0 e x.

Gabarito: B

(Exercício Modelo) Questão 05

Assinale a afirmação verdadeira entre as seguintes:

a) No conjunto dos números inteiros relativos, existe um elemento que é menor do que todos os outros.
b) O número real $\sqrt{2}$ pode ser representado sob a forma P/q, onde p e q são inteiros, $q \neq 0$.
c) O número real representado por 0,37222... é um número racional.
d) Toda raiz de uma equação algébrica do 2^0 grau é um número real.
e) O quadrado de qualquer número real é um número racional

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

- a) - Alternativa **errada**, pois esta definição ocorre no conjunto dos números Naturais. Podemos destacar que este número no caso é ZERO.
- b) - Alternativa **errada**, pois raiz quadrada de 2 é um número irracional, logo não pode ser posto na forma de fração.
- c) - Alternativa **certa**, pois o número em questão é uma espécie de dízima periódica composta, que é um exemplo de número racional.
- d) - Alternativa **errada**, pois caso a equação algébrica possua um valor negativo, esta raiz quadrada não pertencerá ao conjunto dos reais, mas sim, dos Complexos.
- e) - Alternativa **errada**, pois o quadrado da raiz cúbica de dois, é igual a raiz cúbica de quatro, não eliminado assim a raiz.

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 06

Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/2
b) 1/4
c) 1/3
d) 1/2
e) 1

Comentário:

Para o maior valor de x/y, o x tem que ter seu valor máximo e o y seu valor mínimo, e de acordo com os intervalos, temos: x = 10 e y = 20. Assim, o maior valor de x/y será:

$$10/20 = 1/2 = 0,5.$$

Gabarito: A

(Exercício Modelo) Questão 07

Considere os conjuntos N, Z, Q e R e as afirmativas:

I. Zero pertence aos quatro conjuntos ( )
II. 1/2 não pertence aos conjuntos N e Z ( )
III. -1 somente não pertence a N ( )
IV. 0,333... não pertence somente a Q ( )
V. $\sqrt{2}$ pertence somente a R ( )

Colocando V nas afirmativas verdadeiras e F nas falsas, na ordem certa, a resposta é:

a) F, F, V, V, F

b) F, V, V, F, F

c) V, V, V, V, F

d) V, V, V, F, V

e) F, F, F, V, V

Comentário:

Vamos analisar cada uma das assertivas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado pede. Ressalto ainda que os conjuntos N, Z, Q e R, são, respectivamente, conjunto dos Naturais, Inteiros, Racionais e Reais.

- I- Assertiva **certa**, pois o ZERO é um número natural, logo, também será Inteiro, Racional e Real.

- II- Assertiva **certa**, pois 1/2 (0,5) é um número racional, não inteiro nem natural, pelo simples fato de possuir casas decimais após a vírgula.
- III- Assertiva **certa**, pois o número -1, por ser negativo, não pertence ao conjunto dos números Naturais, que são elementos não negativos e que não possuam casas decimais.
- IV- Assertiva **errada**, pois 0,333... por ser uma dízima periódica, pertence sim ao conjunto dos Racionais.
- V- Assertiva **certa**, pois raiz quadrada de dois é um número Irracional, ou seja, pertence também ao conjunto do Reais.

Gabarito: D

(Exercício Modelo) Questão 08

Classificando-se as afirmativas abaixo em V (Verdadeira) ou F (Falsa),

I. Todo número natural é inteiro.
II. Todo número racional é inteiro
III. Todo número racional é real.
IV. Todo número irracional é real.
V. Todo número real é racional.

Qual sequência abaixo é correta?

a) V,V,F,V,F

b) V,F,V,F,F

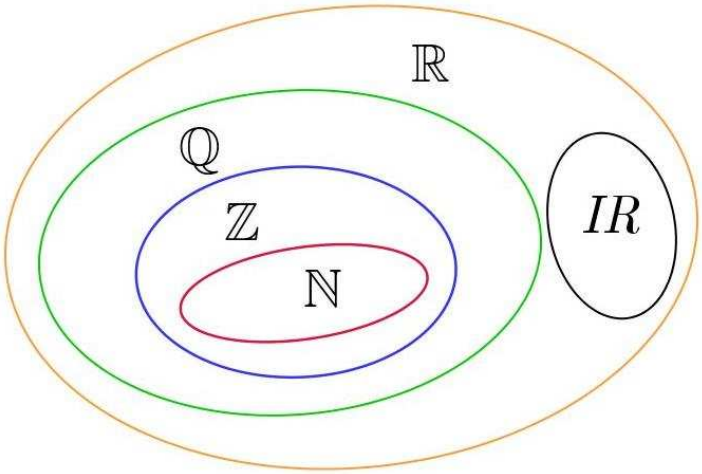
c) V,V,V,F,F

d) V,F,F,V,V

e) V,F,V,V,F

Comentário:

Como a questão aborda relação de inclusão de Conjuntos Numéricos, nada melhor que analisar cada afirmativa tendo por base um Diagrama geral destes conjuntos.



Podemos extrair algumas conclusões a partir deste modelo de diagrama:

- I- Assertiva **certa**, pois o conjunto dos naturais está contido no conjunto dos inteiros
- II - Assertiva **errada**, pois o conjunto dos racionais não está contido no conjunto dos inteiros
- III - Assertiva **certa**, pois o conjunto dos racionais não está contido no conjunto dos reais.
- IV - Assertiva **certa**, pois o conjunto dos irracionais está contido no conjunto dos reais.
- V - Assertiva **errada**, pois o conjunto dos reais não está contido no conjunto dos racionais.

Gabarito: E

(Exercício Modelo) Questão 9

Sejam p e q números reais. A esse respeito, assinale a opção correta.

a) $p < 0 \Rightarrow \sqrt{p^2} = p$

b) p e q são pares => p . q é ímpar

c) $p \cdot q = 0 \Rightarrow p \neq 0$ e $q \neq 0$

d) $p \cdot q > 0 \Rightarrow$ p e q têm sinais contrários

e) $p^2 = q^2 \Rightarrow p = q$ ou $p = -q$

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

- a) - Alternativa **errada**, pois se p for negativo, isso implica o resultado da sua raiz quadrada ser em módulo, ou seja, igual ao simétrico de p. Assim, $p < 0 => \sqrt{p^2} = - p = |p|$.

- b) - Alternativa **errada**, pois o produto de pares sempre resulta um número par.

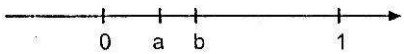
- c) - Alternativa **errada**, pois quando o produto de dois números resulta zero, é possível afirmar que ao menos um deles será zero. Esta conclusão surge do Princípio da Anulação.

- d) - Alternativa **errada**, pois para o produto de dois números resultarem um valor positivo isso implica dizer que estes números precisam ter sinais iguais.
- e) - Alternativa **certa**, pois quando estivermos diante de uma igualdade, em que os números estão elevados a uma potência de índice par, é necessário ter no resultado o valor do próprio número e do seu oposto. Isso se explica pelo simples fato de qualquer número positivo ou negativo elevados a um expoente par, o resultado será um valor positivo.

Gabarito: E

(EEAr) Questão 10

Na figura abaixo estão representados os números reais 0, a, b e 1.



É falso afirmar que:

a) $1/a > 1/b$

b) $a \cdot b < a$

c) $b/a < 1$

d) $a - b < 0$

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de mais uma questão sobre números reais compreendidos entre 0 e 1.

Para resolver esta questão utilizaremos a técnica do contraexemplo. Assim, imaginemos a=0,2 e b=0,5. Agora, vamos testar cada assertiva.

- a) - Alternativa **certa**, pois 1/0,2 = 10/2 = 5 e 1/0,5 = 10/5 = 2. Desta forma temos como verdade que 5 > 2. Por consequência, 1/a > 1/b.

- b) - Alternativa **certa**. Já sabemos que sempre será verdade, pois: 0,2.0,5 = 0,01 , que é menor que 0,2.

- c) - Alternativa **errada**, pois: 0,5/0,2 = 5/2 = 2,5 , que é maior que 1 e não menor como a questão nos apresenta.

- d) - Alternativa **certa**, pois pelo simples fato do elemento ***a*** estar mais próximo do zero, já implica ele ser menor que ***b***, e por consequência, a diferença ***(a – b)*** ser também menor que zero.

Gabarito: C

(EsPCEx) Questão 11

É correto afirmar que:
a) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.
b) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
c) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.
d) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
e) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **errada**, pois a diferença não é fechada no conjunto dos números naturais.
- b) - Alternativa **errada**, pois o quociente não é fechado no conjunto dos naturais.
- c) - Alternativa **certa**, pois a soma é fechada no conjunto dos números racionais.
- d) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais.
- e) - Alternativa errada, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais.

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 12

Marque a alternativa INCORRETA:
a) se x e y são números racionais, então $x+y$ é um número racional;
b) se x e y são números irracionais, então $x+y$ é um número irracional;
c) se x e y são números racionais, então $x \cdot y$ é um número racional;
d) se x é um número racional e y é um número irracional, então $x+y$ é um número irracional.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **certa**, pois a soma é fechada no conjunto dos números racionais.

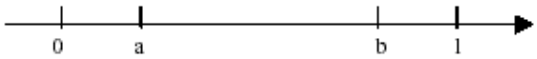
- b) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais. Tendo como contraexemplo $x = \sqrt{2} + 1 \in I$ e $y = 1 - \sqrt{2} \in I$, porém $x + y = 2 \in \mathbb{Q}$.
- c) - Alternativa **certa**, pois o produto é fechado no conjunto dos racionais.

- d) - Alternativa **certa**, pois a operação soma de racionais com irracionais, resultará sempre um número irracional. Vamos a um exemplo: $(\sqrt{2}) - (1) = (\sqrt{2} - 1) \notin Q$.

Gabarito: B

(Exercício Modelo) Questão 13

Na reta numérica abaixo, estão representados os números reais 0, a, b e 1.



Representando o produto $a \cdot b$ nesta reta numérica, ele ficará:

a) à direita de 1.

b) entre b e 1.

c) entre a e b.

d) entre 0 e a.

e) à esquerda de 0.

Comentário:

Ressalto que se trata de mais uma questão sobre números reais compreendidos entre 0 e 1.

Segue uma das formas de solução:

$$0 < a < 1 \wedge 0 < b < 1 \Rightarrow 0 \cdot a < b \cdot a < 1 \cdot a \Leftrightarrow 0 < ab < a$$

Note que como $a > 0$ o sinal da desigualdade não muda ao multiplicarmos todos os termos por a.

Gabarito: D

(Exercício Modelo) Questão 14

Atribuindo a cada enunciado os valores V ou F temos
I) ( ) Todo número irracional é um número decimal ilimitado.
II) ( ) Todo número racional é um número decimal ilimitado.
III) ( ) Todo número decimal ilimitado é um número real.
IV) ( ) Todo número decimal limitado é um número racional.
V) ( ) Todo número decimal ilimitado aperiódico é um número irracional.

Conclui-se que:
a) o segundo é verdadeiro e o quinto é falso.
b) os três últimos são verdadeiros.
c) somente o quinto é verdadeiro.
d) o segundo e o terceiro são verdadeiros.

Comentário:

I) V – Todo irracional é representado por uma dízima não periódica, logo é um decimal ilimitado.

II) F – Há números racionais que possuem representações decimais exatas.

III) V – Os números decimais ilimitados podem ser racionais, quando periódicos, ou irracionais, quando não periódicos, em ambos os casos serão sempre reais.

IV) V – Todo decimal limitado pode ser representado como uma fração cujo denominador é uma potência de 10 (fração decimal), logo são números racionais.

V) V – As dízimas não periódicas são números irracionais, como visto em nossa teoria.

Gabarito: B

(CMRJ – 2011) Questão 15

Dentre as afirmativas abaixo, assinale a FALSA.

a) Seja a um número real não nulo. Então, $a^{-1} \in \mathbb{R}$.

b) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.

c) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.

d) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.

e) Todo número real negativo possui inverso.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz.

a) Alternativa **verdadeira**, pois: o inverso de um número real não nulo também é um número real, pois o conjunto dos reais é fechado em relação à divisão.

b) Alternativa **falsa**, pois: utilizando como forma de resolução o contraexemplo, temos: $\left(\sqrt{-2}\right)^2 \notin \mathbb{R} \Rightarrow \left(\sqrt{-2}\right)^2 \neq -2$. Lembro-vos que a raiz quadrada de qualquer número o seu resultado deverá sair em módulo.

c) Alternativa **verdadeira**, pois: Seja o número k, seu antecessor é $(k-1)$ e o sucessor desse número é $(k-1)+1=k$.

d) Alternativa **verdadeira**, pois: $\frac{(-1)+(-2)}{2} = -1,5 \notin \mathbb{Z}$

e) Alternativa verdadeira, pois: o inverso de um número real negativo (e, por conseguinte, não nulo) também é um número real, pois o conjunto dos reais é fechado em relação à operação divisão.

Gabarito: B

(CN – 1999) Questão 16

Dos números:

I) $0,4333...$

II) $0,101101110...$

III) $\sqrt{2}$

IV) O quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma mesma circunferência.

São racionais:

a) Todos

b) Nenhum

c) Apenas 1 deles

d) Apenas 2 deles

e) Apenas 3 deles

Comentário:

Vamos analisar cada uma das assertivas para descobrir qual delas expressa com exatidão a resposta correta dada nas alternativas.

I) $0,4333... = \frac{43-4}{90} = \frac{39}{90} \in \mathbb{Q}$

II) $0,101101110... \notin \mathbb{Q}$, pois trata-se de uma dízima não periódica, ou seja, não possui o período.

III) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

IV) $\frac{2\pi R}{2R} = \pi \notin \mathbb{Q}$

Gabarito: C

(Exercício Modelo) Questão 17

Assinale a afirmativa verdadeira.

a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.

c) O quadrado de um número irracional é um número racional.

d) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.

e) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional.

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução.

- a) - Alternativa **errada**, pois a soma não é fechada no conjunto dos números irracionais. Temos como contraexemplo: $(\sqrt{2}+1)+(4-\sqrt{2})=5\in Q$

- b) - Alternativa **errada**, pois nenhuma operação é fechada no conjunto dos irracionais. Tendo como contraexemplo $\sqrt{8}.\sqrt{8}=\sqrt{64}=8\in Q$
- c) - Alternativa **errada**, pois raiz quadrada de 1 é igual a 1, logo, racional e não irracional como diz a questão.

- d) - Alternativa **certa**, pois a operação diferença de racionais com irracionais, resultará sempre um número irracional. Vamos a um exemplo: $(1)-(\sqrt{3})=(1-\sqrt{3})\notin Q$.

Gabarito: D

(Exercício Modelo) Questão 18

Quaisquer que sejam o racional x e o irracional y, pode-se dizer que:

a) $x\cdot y$ é irracional

b) $y\cdot y$ é irracional

c) $x+y$ é racional

d) $x-y+\sqrt{2}$ é irracional

e) $x+2y$ é irracional

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

- a) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo: $0.\sqrt{2} = 0 \in Q$
- b) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo $\sqrt{8}.\sqrt{8} = \sqrt{64} = 8 \in Q$
- c) - Alternativa **errada**, pois temos como contraexemplo $(1) + (\sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2}) \notin Q$
- d) - Alternativa **errada**, pois temos contraexemplo: $(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{2} = 1 \in Q$.
- e) - Alternativa **certa**, pois temos como contraexemplo $(1) + (\sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2}) \notin Q$

Gabarito: E

(CMRJ – 2010) Questão 19

Se x, y e z são números racionais e $z = \dfrac{2 + x\sqrt{3}}{y - \sqrt{3}}$, então

a) $x = y^2$

b) $x + y = 3$

c) $\dfrac{x}{y} = 2$

d) $x - y = 1$

e) $xy = -2$

Comentário:

Vamos à resolução desta questão bastante interessante.

$$z = \frac{2 + x\sqrt{3}}{y - \sqrt{3}} \Leftrightarrow yz - z\sqrt{3} = 2 + x\sqrt{3} \Leftrightarrow (yz - 2) - (x + z)\sqrt{3} = 0$$

$$x, y, z \in \mathbb{Q} \Rightarrow x + z = 0 \wedge yz - 2 = 0$$

$$\begin{cases} x + z = 0 \Leftrightarrow z = -x \\ yz - 2 = 0 \Rightarrow y \cdot (-x) - 2 = 0 \Leftrightarrow xy = -2 \end{cases}$$

Perceba que o "pulo do gato" é saber que a diferença de um número racional com outro número, só será racional se este último também for racional. Logo, o valor que está multiplicando a raiz quadrada de 3 deverá ser igual a zero.

Gabarito: E

(EPCAr – 1999) Questão 20

Seja x um número racional qualquer e y um irracional qualquer. Analise as proposições abaixo e marque a alternativa correta.

I) $(\sqrt{2} \cdot x)$ pode ser racional.

II) y^2 é sempre irracional.

III) y^3 nem sempre é irracional.

IV) $\sqrt{x}$ é sempre um número real.

São verdadeiras somente as proposições

a) I e IV

b) II e III

c) I e III

d) II e IV

Comentário

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

I) Assertiva **verdadeira**: se $x = 0$ então $\sqrt{2} \cdot x = 0$ é racional.

II) Assertiva **falsa**: se $y = \sqrt{2}$ então $y^2 = 2 \in \mathbb{Q}$

III) Assertiva **verdadeira**: se $y = \sqrt[3]{2}$ então $y^3 = 2 \in \mathbb{Q}$

IV) Assertiva **falsa**: se $x < 0$ então $\sqrt{x} \notin \mathbb{R}$

Gabarito: C

(AFA – 2002) Questão 21

Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

a) $\forall x,y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{R},\ \sqrt{(x+y)^2} = x+y$

b) $\forall x,y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z}^*$, se $\frac{x}{y}$ é inteiro, então $\frac{y}{x}$ é inteiro

c) $\forall x,y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z},\ \frac{x+y}{1+x}$ é um número racional

d) $\forall x,y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z},\ \frac{x+y}{1+x^2}$ é um número racional

Comentário:

Vamos analisar cada uma das alternativas para descobrir qual delas expressa com exatidão o que o enunciado diz. Ressalto que se trata de questão sobre propriedade do fechamento. Vamos a sua solução. Utilizaremos alguns contraexemplos para acharmos a resposta correta.

a) Assertiva **falsa**, pois : $\sqrt{(x+y)^2} = |x+y|$. Contraexemplo: $\sqrt{((-1)+(-2))^2} = 3 \neq -3 = (-1)+(-2)$

b) Assertiva **falsa**. Contraexemplo: $x = 4 \text{ e } y = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} \in \mathbb{Z} \text{ e } \frac{y}{x} \notin \mathbb{Z}$

c) Assertiva **falsa**. Contraexemplo: $x = -1 \Rightarrow \frac{x+y}{1+x} \notin \mathbb{Q}$

d) Assertiva **verdadeira**. $x,y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+y \in \mathbb{Z} \text{ e } 1+x^2 \in \mathbb{Z}^* \Rightarrow \frac{x+y}{1+x^2} \in \mathbb{Q}$

Gabarito: D

LISTA DE QUESTÕES

(Exercício Modelo) Questão 01

Assinalando V ou F se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas

( ) $N \supset Q$
( ) $Q \cap IR = Q$
( ) $N \cup Z = N$
( ) $Q \cap R \supset Q$
obtemos:

a) FVFV
b) VVVV
c) FVVF
d) FVVV
e) VVVF

(Exercício Modelo) Questão 02

Se A = {4, 9, 16, 25, 36}, então A é equivalente a:

a) $\{x^2; x \in Z^*\}$
b) $\{x^2; x \in N\}$
c) $\{x^2; x \in N \text{ e } 1 < x < 7\}$
d) $\{x^2; x \in N \text{ e } 2 < x < 6\}$
e) {x / x é quadrado perfeito}

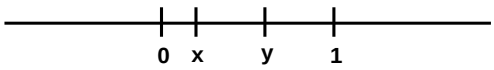
(Exercício Modelo) Questão 03

Sabe-se que o produto de dois números irracionais pode ser um número racional. Um exemplo é:

a) $\sqrt{12}.\sqrt{3} = \sqrt{36}$
b) $\sqrt{4}.\sqrt{9} = 6$
c) $\sqrt{3}.1 = \sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}.2 = \sqrt{8}$
e) $\sqrt{2}.\sqrt{3} = \sqrt{6}$

(Exercício Modelo) Questão 04

Na figura estão representados geometricamente os números reais 0, x, y e 1. Qual a posição do número xy?



a) À esquerda de 0.
b) Entre 0 e x.
c) Entre x e y.
d) Entre y e 1.
e) À direita de 1

(Exercício Modelo) Questão 05

Assinale a afirmação verdadeira entre as seguintes:

f) No conjunto dos números inteiros relativos, existe um elemento que é menor do que todos os outros.
g) O número real $\sqrt{2}$ pode ser representado sob a forma P/q, onde p e q são inteiros, $q \neq 0$.
h) O número real representado por 0,37222... é um número racional.
i) Toda raiz de uma equação algébrica do 2^0 grau é um número real.
j) O quadrado de qualquer número real é um número racional

(Exercício Modelo) Questão 06

Os números x e y são tais que $5 \leq x \leq 10$ e $20 \leq y \leq 30$. O maior valor possível de x/y é:

a) 1/2

b) 1/4

c) 1/3

d) 1/2

e) 1

(Exercício Modelo) Questão 07

Considere os conjuntos N, Z, Q e R e as afirmativas:

I- Zero pertence aos quatro conjuntos ( )
II- 1/2 não pertence aos conjuntos N e Z ( )
III- -1 somente não pertence a N ( )
IV- 0,333... não pertence somente a Q ( )
V- $\sqrt{2}$ pertence somente a R ( )

Colocando V nas afirmativas verdadeiras e F nas falsas, na ordem certa, a resposta é:

a) F, F, V, V, F

b) F, V, V, F, F

c) V, V, V, V, F

d) V, V, V, F, V

e) F, F, F, V, V

(Exercício Modelo) Questão 08

Classificando-se as afirmativas abaixo em V (Verdadeira) ou F (Falsa),

I- Todo número natural é inteiro.
II-Todo número racional é inteiro
III-Todo número racional é real.
IV-Todo número irracional é real.
V-Todo número real é racional.

Qual sequência abaixo é correta?

a) V,V,F,V,F

b) V,F,V,F,F

c) V,V,V,F,F

d) V,F,F,V,V

e) V,F,V,V,F

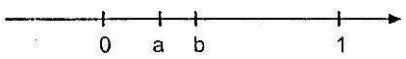
(Exercício Modelo) Questão 9

Sejam p e q números reais. A esse respeito, assinale a opção correta.

f) $p < 0 \Rightarrow \sqrt{p^2} = p$
g) p e q são pares $\Rightarrow$ p . q é ímpar
h) $p \cdot q = 0 \Rightarrow p \neq 0$ e $q \neq 0$
i) $p \cdot q > 0 \Rightarrow$ p e q têm sinais contrários
j) $p^2 = q^2 \Rightarrow p = q$ ou $p = -q$

(EEAr) Questão 10

Na figura abaixo estão representados os números reais 0, a, b e 1.



É falso afirmar que:

a) $1/a > 1/b$

b) $a \cdot b < a$

c) $b/a < 1$

d) $a - b < 0$

(EsPCEx) Questão 11

É correto afirmar que:
f) A soma e a diferença de dois números naturais é sempre um número natural.
g) O produto e o quociente de dois números inteiros é sempre um número inteiro.
h) A soma de dois números racionais é sempre um número racional.
i) A soma de dois números irracionais é sempre um número irracional.
j) O produto de dois números irracionais é sempre um número irracional.

(Exercício Modelo) Questão 12

Marque a alternativa INCORRETA:
a) se x e y são números racionais, então $x+y$ é um número racional;
b) se x e y são números irracionais, então $x+y$ é um número irracional;
c) se x e y são números racionais, então $x \cdot y$ é um número racional;
d) se x é um número racional e y é um número irracional, então $x+y$ é um número irracional.

(Exercício Modelo) Questão 13

Na reta numérica abaixo, estão representados os números reais 0, a, b e 1.



Representando o produto $a \cdot b$ nesta reta numérica, ele ficará:

a) à direita de 1.

b) entre b e 1.

c) entre a e b.

d) entre 0 e a.

e) à esquerda de 0.

(Exercício Modelo) Questão 14

Atribuindo a cada enunciado os valores V ou F temos
I) ( ) Todo número irracional é um número decimal ilimitado.
II) ( ) Todo número racional é um número decimal ilimitado.
III) ( ) Todo número decimal ilimitado é um número real.
IV) ( ) Todo número decimal limitado é um número racional.
V) ( ) Todo número decimal ilimitado aperiódico é um número irracional.

Conclui-se que:
a) o segundo é verdadeiro e o quinto é falso.
b) os três últimos são verdadeiros.
c) somente o quinto é verdadeiro.
d) o segundo e o terceiro são verdadeiros.

(CMRJ – 2011) Questão 15

Dentre as afirmativas abaixo, assinale a FALSA.

a) Seja a um número real não nulo. Então, $a^{-1} \in \mathbb{R}$.

b) Para qualquer número inteiro, a raiz quadrada desse número elevado ao quadrado é igual ao próprio número.

c) Para qualquer inteiro, o sucessor do antecessor do número é o próprio número.

d) A média aritmética simples de dois inteiros negativos não é necessariamente um inteiro negativo.

e) Todo número real negativo possui inverso.

(CN – 1999) Questão 16

Dos números:

I) $0,4333...$

II) $0,101101110...$

III) $\sqrt{2}$

IV) O quociente entre o comprimento e o diâmetro de uma mesma circunferência.

São racionais:

a) Todos

b) Nenhum

c) Apenas 1 deles

d) Apenas 2 deles

e) Apenas 3 deles

(Exercício Modelo) Questão 17

Assinale a afirmativa verdadeira.

a) A soma de dois números irracionais positivos é um número irracional.

b) O produto de dois números irracionais distintos é um número irracional.

c) O quadrado de um número irracional é um número racional.

d) A raiz quadrada de um número racional é um número irracional.

e) A diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional.

(Exercício Modelo) Questão 18

Quaisquer que sejam o racional x e o irracional y, pode-se dizer que:

a) $x \cdot y$ é irracional

b) $y \cdot y$ é irracional

c) $x + y$ é racional

d) $x - y + \sqrt{2}$ é irracional

e) $x + 2y$ é irracional

(CMRJ – 2010) Questão 19

Se x, y e z são números racionais e $z = \dfrac{2 + x\sqrt{3}}{y - \sqrt{3}}$, então

a) $x = y^2$

b) $x + y = 3$

c) $\dfrac{x}{y} = 2$

d) $x - y = 1$

e) $xy = -2$

(EPCAr – 1999) Questão 20

Seja x um número racional qualquer e y um irracional qualquer. Analise as proposições abaixo e marque a alternativa correta.

I) $(\sqrt{2}\cdot x)$ pode ser racional.

II) y^2 é sempre irracional.

III) y^3 nem sempre é irracional.

IV) $\sqrt{x}$ é sempre um número real.

São verdadeiras somente as proposições

a) I e IV

b) II e III

c) I e III

d) II e IV

(AFA – 2002) Questão 21

Assinale a alternativa que contém a afirmação correta.

a) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{R},\ \sqrt{(x+y)^2} = x+y$

b) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z}^*$, se $\frac{x}{y}$ é inteiro, então $\frac{y}{x}$ é inteiro

c) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z},\ \frac{x+y}{1+x}$ é um número racional

d) $\forall x, y,\ x \text{ e } y \in \mathbb{Z},\ \frac{x+y}{1+x^2}$ é um número racional

Ufaaa...

Chegamos ao fim da nossa aula! Espero que tenha gostado!

Não esqueça de acessar o nosso fórum para dirimir quaisquer dúvidas.



@professor_ismaelsantos



profismael.mat@gmail.com



GABARITO



01. A
02. C
03. A
04. B
05. C
06. A
07. D
08. E
09. E
10. C
11. C
12. B
13. D
14. B
15. B
16. C
17. D
18. E
19. E
20. C
21. D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. 

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. 

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. 

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. 

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. 

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. 

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. 

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. 

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.