etrônico

Aul

Matemática I p/ EFOMM 2019 (Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante) Com Videoaulas

Professor: Ismael de Paula dos Santos

AULA 00 – Notações Matemáticas; Teoria de Conjuntos e Intervalos Reais

Sumário

1 – Apresentação 02

2 – Notação Matemática.. 09

1 - Introdução 09

2 - Principais notações 09

3 – Teoria de Conjuntos...14

1 - Introdução 14

2 - Conceitos Básicos 14

3 - Descrição e Representação de Conjuntos 21

4- Conjuntos Notáveis 22

5- Operações entre Conjuntos 29

6- Cardinalidade da União entre conjuntos 34

4 – Intervalos Reais.. 43

1 - Introdução 43

2 - Intervalos 45

3 - Operações entre Intervalos 47

5 – Lista de Questões... 98

6 – Gabarito.. 116

"Comece de onde você está. Use o que você tiver. Faça o que você puder. "

1 – APRESENTAÇÃO

Olá, querido aluno(a)!

Meu nome é **Ismael Santos**, professor de **Matemática do Estratégia Concursos**. Estarei com você nesta caminhada rumo ao **Colégio Naval - CN**. Tenho certeza que faremos uma excelente parceria, que tem como objetivo: a sua tão sonhada **APROVAÇÃO.**

Deixe que me apresente: sou servidor público federal há 12 anos, natural do Rio de Janeiro – RJ, Graduado em Gestão Financeira, Graduando em Matemática pela UFF-RJ, Pós-graduado em Orçamento Público.

Iniciei meus estudos para concursos muito cedo, aos 14 anos. Naquela época, meu objetivo principal era o certame do Colégio Naval (rsrsrs). Essa batalha teve início em 2002. Não foi nada fácil! Tive muita dificuldade nesta preparação, em especial devido à falta de base sólida de conhecimento teórico. O resultado já era esperado: REPROVADO em meu primeiro concurso.

Em 2003, consegui focar mais nos estudos. Ver a matéria pela segunda vez foi, certamente, um facilitador. Neste ano, minha evolução foi muito grande. Estava confiante! Pois bem! Chegou a prova! Mais uma reprovação! Este resultado não foi o esperado. Foi duro suportar. No entanto, não podia perder tempo, tinha que voltar a estudar o mais rápido possível, já para o próximo ano.

Chegamos em 2004! Neste ano, além de me preocupar com a parte teórica, resolvi preparar também minha cabeça (psicológico), para que no dia da prova, não fosse surpreendido. Eis que chegou a APROVAÇÃO. Neste certame, obtive a **4ª maior nota do Brasil na primeira fase**. Dia inesquecível! Neste mesmo ano, obtive a aprovação também na **EPCAr (Escola Preparatória de Cadetes do Ar).**

Já em 2005, tive a oportunidade de prestar outros concursos, os quais obtive aprovação: **EEAr, UFRJ, UERJ, EsSA, CMRJ e UFFRJ.**

Em 2008, fui morar no Paraná. Cidade na qual servi por 5 anos. Ao fim deste período, fui transferido para o Rio de Janeiro.

Entre os anos de 2014 a 2016, obtive outras aprovações, desta vez, para cargos públicos civis, tais como: **Agente da Polícia Civil –RJ, Papiloscopista da Polícia Civil –RJ, Técnico da Assembleia Legislativa – RJ e Fiscal de Posturas de Niterói.**

Ufa! Quanta coisa, não? Pois é! Tudo serviu de experiência! Conhecimento não ocupa espaço! Nunca pare de estudar!

Perceba que minha experiência com concursos militares já vem desde 2002. São mais de 15 anos respirando esta área. Não à toa, é a que mais me identifico para lecionar. Por este motivo aceitei o convite do Estratégia Concursos para assumir a Matemática das Carreiras Militares. Tenha certeza que verás esta fascinante matéria com uma linguagem bem acessível. Digo ainda que a abordagem será totalmente focada no edital seu último concurso - 2018.

E aí, futuro aluno da EFOMM, animado para saber um pouco mais sobre o nosso curso de Matemática? Vamos nessa?

A matemática do seu edital foi dividida, didaticamente, da seguinte forma: **MAT I, MAT II, e MAT III.**

Em modos gerais, podemos dizer que a **Mat I é a nossa querida Álgebra. Já a Mat II, seria a parte relacionada à Aritmética. Por fim, Mat III, é a que tem uma queda para a Geometria.** Esta divisão irá facilitar seus estudos, no sentido de crescer de forma equitativa (equilibrada) em cada uma das frentes, não deixando nenhuma delas por último.

Dentro desta divisão, o seu edital foi particionado de forma que os tópicos dentro de cada uma das três frentes sejam dependentes entre si. Ou seja, deve ser estudada na forma cronológica proposta. A organização é 70% do seu concurso. Não dê mole! OK?

Eu, Ismael Santos, estarei responsável por toda Mat I e por parte da Mat II. É isso mesmo! Pego metade de toda sua Matemática. A outra parte ficará a cargo do Professor Ítalo Marinho, meu amigo pessoal e de trabalho, com uma didática e um conhecimento absurdo. Certamente irão gostar!

Que tal darmos uma olhadinha no conteúdo Programático do último edital do seu concurso? Simbora?

MATEMÁTICA – EDITAL EFOMM

CONJUNTO a) Relação de pertinência. b) Conjuntos universo, unitário e vazio. c) Subconjunto. d) Operações com conjuntos. e) Número de elementos nas operações. f) Conjuntos numéricos. g) Operações com conjuntos numéricos.

II - RELAÇÕES a) Produto cartesiano. b) Número de elementos. d) Relação binária e representação gráfica. e) Domínio e imagem.

III - FUNÇÕES a) Conceito. b) Diagramas. c) Domínio, contradomínio e imagem de uma função. d) Gráfico. e) Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras. f) Funções compostas e inversas. g) Funções do 1º e 2º graus. h)Função modular, exponencial e logarítmica.

IV - PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS a) Classificação. b) Termo geral. c) Interpolação. d) Propriedades. e) Soma dos termos. f) Problemas envolvendo progressões aritmética e geométrica.

V - TRIGONOMETRIA a) Arcos e ângulos. b) Relações métricas no triângulo retângulo. c) Funções trigonométricas. d) Gráficos. e) Relações entre funções trigonométricas. f) Redução ao 1º quadrante. g) Transformações trigonométricas. h) Equações trigonométricas. i) Inequações trigonométricas. j) Resolução de triângulos quaisquer.

VI - MATRIZES a) Operações com matrizes. b) Equação matricial. c) Matriz transposta. d) Matriz inversa. e) Sistema de equações lineares. f) Emprego do método Gauss-Jordan na solução dos sistemas. g) Matriz de Vadermonde.

VII - DETERMINANTES a) Menor complementar. b) Cofator. c) Teorema de La Place. d) Regra de Cramer.

VIII - CÁLCULO VETORIAL E GEOMETRIA ANALÍTICA a) Vetores no R2 e R3. b) Adição vetorial, multiplicação por escalar, produto escalar e produto vetorial c) Distância entre dois pontos. d) Ponto médio de um segmento de reta. e) Condição para o alinhamento de três pontos. f) Coeficiente angular da reta. g) Equação da reta. h) Equações paramétricas da reta. i) Posições relativas de duas retas no plano. j) Ângulo formado por duas retas. k) Distância de um ponto a uma reta. l) Área de um triângulo. m) Circunferência: equação geral, posição de um ponto e uma reta em relação a uma circunferência. n) Posições relativas de duas circunferências.

IX - GEOMETRIA ESPACIAL a) Áreas e volumes de um prisma. b) Áreas e volumes de uma pirâmidec) Tronco de pirâmide regular. d) Áreas e volumes de um cilindro. e) Áreas e volumes de um cone. f) Áreas da superfície esférica. g) Volume da esfera. h) Inscrição e circunscrição de sólidos: relações entre elementos. Cálculo de áreas e volumes.

X - NÚMERO COMPLEXO a) Operações na forma algébrica. b) Oposto e conjugado de um número complexo. c) Potências de i. d) Forma trigonométrica: módulo e argumento. e) Operações na forma trigonométrica. f) Potenciação na forma trigonométrica. g) Potenciação na forma trigonométrica (Fórmula de Moivre)

XI - POLINÔMIO a) Grau e valor numérico. b) Operações com polinômios. c) Teoremas de D'Alembert e de Resto. d) Teorema das divisões sucessivas. e) Dispositivo de Briot-Ruffini.

XII - EQUAÇÕES ALGÉBRICAS a) Grau. b) Teorema fundamental. c) Raízes nulas. d) Multiplicidade de uma raiz. e) Teoremas das raízes conjugadas. f) Relações de Girard. g) Raízes racionais.

XIII- LIMITE a) Limite de uma função. b) Operações com limites finitos e infinitos. c) Limites fundamentais. d) Número irracional.

XIV- DERIVADAS a) Aplicação de derivadas. b) Regras de derivação. c) Regra de L´Hospital. d) Máximos e Mínimos. e) Esboço de gráfico de funções com assíntotas.

XV - INTEGRAIS a) Integrais imediatas.

XVI - ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE a) Permutações simples, circulares e de elementos nem todos distintos. b) Combinações simples e completas. c) Binômio de Newton. d) Probabilidade.

Perceba que os tópicos destacados acima, são referentes a nossa **Mat I e parte da Mat II, que serão repassados por meio de livros eletrônicos + videoaulas, que estão sob minha responsabilidade**. Vale ressaltar que, antes de iniciarmos os pontos efetivos referentes ao edital, decidimos por bem darmos uma **revisada na Matemática Básica**, para que você possa relembrar pontos muito importantes para o bom desempenho do nosso curso. Confie em mim! Tudo fará diferença na sua aprovação. Leia cada detalhe! Não irá se arrepender.

Os Livros Eletrônicos do Estratégia Militar **são materiais completos**, com todo o arcabouço **teórico e prático**, tudo isso para otimizar seu tempo de estudo. É importante, além de saber estudar por eles, também ter uma excelente disciplina de estudos. É de suma importância a leitura atenta a todos os pontos teóricos, ainda que "ache" saber tudo. Antes de fazer as questões propostas, que possuem um grau mais elevado, oriento a **fazer os exercícios resolvidos**, bem como os exercícios-modelo. Eles farão você pegar uma base mais sólida.

Além dos Livros que irão explicar cada ponto do edital, na profundidade necessária ao seu concurso, lembro-vos ainda do acesso às videoaulas. Este material será complementar ao "PDF". **Para você que tem MUITA dificuldade em matemática, segue uma dica importante**: **ASSISTA ÀS VIDEOAULAS ANTES DE TUDO**. Isso facilitará muito sua vida!

Além das aulas teóricas gravadas, farei também correção de questões de provas anteriores bem como de alguns desafios, para que fiquem um nível acima da prova. Tentarei esgotar, ao máximo, questões do seu certame, no entanto, utilizarei questões de fixação (modelo) e questões de outros concursos militares, para que tenha uma quantidade razoável de exercícios de cada tópico.

Nossa estratégia é trabalhar com uma teoria simples e aplicada àquilo que sua banca realmente cobra! Nada de perda de tempo. O negócio é atingir o que cai na prova.

CRONOGRAMA DE AULAS

DISPONÍVEL	CONTEÚDO PROGRAMÁTICO MATEMÁTICA I - EFOMM
Aula 00 Demonstrativa Disponível em 06/12/18	CONJUNTO: Relação de pertinência. Conjuntos universo, unitário e vazio. Subconjunto. Operações com conjuntos. Número de elementos nas operações.
Aula 01 Disponível em 17/12/18	CONJUNTOS NUMÉRICOS. Operações com conjuntos numéricos. RELAÇÕES: Produto cartesiano. Número de elementos. Relação binária e representação gráfica. Domínio e imagem.
Aula 02 Disponível em 14/01/19	Potenciação; Radiciação; Produtos Notáveis; Fatoração; Racionalização.

DISPONÍVEL	CONTEÚDO PROGRAMÁTICO MATEMÁTICA I - EFOMM
Aula 03 Disponível em 11/02/19	FUNÇÕES: Conceito. Diagramas. Domínio, contradomínio e imagem de uma função. Gráfico. Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras. Funções compostas e inversas.
Aula 04 Disponível em 28/02/19	Funções (parte 2): Função afim; Equações do 1º grau; Inequações do 1º grau
Aula 05 Disponível em 11/03/19	Função quadrática (parte 3). Equações do 2º grau; Inequações do 2º grau, Produto, Quociente, Potencial e Irracional. Equações Biquadradas, Irracionais; Redutíveis ao 2º grau
Aula 06 Disponível em 29/03/19	Revisional Estratégico
Aula 07 Disponível em 12/10/18	PROGRESSÕES ARITMÉTICAS E GEOMÉTRICAS: Classificação. Termo geral. Interpolação. Propriedades Soma dos termos. Problemas envolvendo progressões aritmética e geométrica.
Aula 08 Disponível em 15/04/19	Função Modular
Aula 09 Disponível em 29/04/19	Função exponencial. Equações e inequações exponenciais.
Aula 10 Disponível em 13/05/19	Função logarítmica. Equações e inequações logarítmicas.
Aula 11 Disponível em	POLINÔMIO: Grau e valor numérico. Operações com polinômios. Teoremas de D'Alembert e de Resto. Teorema das divisões sucessivas. Dispositivo de Briot-Ruffini.

DISPONÍVEL	CONTEÚDO PROGRAMÁTICO MATEMÁTICA I - EFOMM
31/05/19	
Aula 12 Disponível em 12/06/19	EQUAÇÕES ALGÉBRICAS: Grau. Teorema fundamental. Raízes nulas. Multiplicidade de uma raiz. Teoremas das raízes conjugadas. Relações de Girard. Raízes racionais.

O primeiro dos assuntos é: Notações Matemáticas. Por mais que não esteja de forma explícita em seu edital, esses símbolos matemáticos irão aparecer em todas as questões da sua prova. Por este motivo, é muito importante saber quais são e o que significa. Isso irá facilitar sobremaneira o decorrer das outras aulas.

Preparado, futuro “Aluno”? Sigamos em frente!

Vamos à nossa aula!

2 – Notação Matemática

1 – Introdução

Na Matemática, a Simbologia tem um papel fundamental. Em diversas questões, por exemplo, se você não tiver um bom domínio da linguagem matemática, a feitura das mesmas torna-se praticamente impossível. Costumo dizer que estas notações são uma extensão do nosso alfabeto.

Veremos a seguir algumas das principais notações. Ressalto que não faz sentido trazer todas as existentes, por fugir do intuito do seu curso.

Não se preocupe em decorar todas num primeiro momento. Este aprendizado vem com o decorrer do curso, alinhado a muita prática de exercícios. Beleza?

Caso, durante o nosso estudo, apareça algum não mencionado na tabela abaixo, fique tranquilo, farei o comentário necessário. Ok?

Vamos entender a dinâmica da tabela? Simbora!

2 – Principais Notações

A tabela abaixo conta com as principais notações da nossa querida matemática. Vale ressaltar que a mesma foi dividida em três colunas, a saber:

1ª Coluna - preocupei-me em apresentar a forma simbólica.

2ª Coluna - preocupei-me em descrever o nome da respectiva notação e as possíveis variações.

3ª Coluna – preocupei-me em citar em qual tópico da matemática você terá um possível contato.

Veremos agora um esquematizado! Preparado? Vamos nessa, guerreiro!

SÍMBOLO	NOMENCLATURA	UTILIDADE
$\neq$	Desigual ou Diferente	Condições de existência de equações fracionárias.
$=$	Igual	Operações algébricas.
$+$	Adição	Operações algébricas.
$-$	Subtração	Operações algébricas.
$\times$	Multiplicação	Operações algébricas.
$\div$	Divisão	Operações algébricas.
$>$	Maior que	Inequações.
$<$	Menor que	Inequações.
$\geq$	Maior ou igual	Inequações.
$\leq$	Menor ou igual	Inequações.
$\cup$	União	Teoria dos Conjuntos
$\cap$	Interseção	Teoria dos Conjuntos
$\equiv$	Equivalente ou congruente	Operações algébricas.
$\cong$	Aproximadamente	Operações algébricas.

$\wedge$	Operador lógico "e"	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\vee$	Operador lógico "ou"	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
!	Fatorial	Análise Combinatória e Binômio de Newton.
$\forall$	Qualquer, ou para todo	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\in$	Pertence	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\notin$	Não pertence	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\exists$	Existe pelo menos Um	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\exists\vert$	Existe um único	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\nexists$	Não existe	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\supset$	Contém	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\subset$	Está contido	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\not\supset$	Não contém	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\not\subset$	Não está contido	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\longrightarrow$	Operador lógico Se então	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.

$\Longrightarrow$	Implicação	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\Longleftrightarrow$	Operador lógico Se e somente se	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\therefore$	Portanto	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\because$	Porque	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\sum$	Somatório	Somas Telescópicas
$/$	Tal que	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\neg$	Negação	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\underline{\vee}$	Operador lógico Ou ... ou	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\subseteq$	Está contido ou igual	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\supseteq$	Contém ou igual	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$(\ \ )$	Parênteses	Operações Algébricas.
$\{\ \ \}$	Chaves	Operações Algébricas.
$[\ \ ]$	Colchetes	Operações Algébricas.
$\emptyset$	Vazio	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.

∞	Infinito	Intervalos Reais.
Δ	Delta ou discriminante	Equações Polinomiais.
f: A⟶B	Função ou Aplicação de A em B	Função.
AxB	Produto cartesiano	Teoria dos Conjuntos e Função.
A – B= A$\setminus B$	Diferença de Conjuntos	Teoria dos Conjuntos e Inequações
C_A^B = A – B	Complementar de B em A	Teoria dos Conjuntos
$\bar{A}$ = A' = A^C = ~A	Complementar em relação ao universo	Teoria dos Conjuntos
n(A)	Nº de elementos do conjunto A	Teoria dos Conjuntos
$\mathscr{P}$(A)	Partes de A	Teoria dos Conjuntos

Ufa! Quanta coisa! Como disse anteriormente: não se preocupe em gravar, neste primeiro momento. Atenha-se apenas em saber que existe! Ok?

Ressalto que para este capítulo, não selecionamos questões, tendo em vista ser apenas informações a serem utilizadas nas resoluções de problemas mais à frente.

3 – Teoria dos Conjuntos

1 – Introdução

Vamos iniciar nossos estudos revendo e reforçando noções de Teoria de Conjuntos. Este tópico será muito útil na resolução de questões no decorrer do nosso curso, em especial nos tópicos: função, inequação e nas próprias questões sobre Conjuntos!

Por já termos visto, no capítulo anterior, os símbolos matemáticos mais usados e úteis para o seu concurso, daqui para frente não irei me preocupar muito em explicá-los. Excepcionalmente, farei um breve comentário caso determinado símbolo não tenha sido objeto de explicação em momento anterior. Isso se faz necessário, para que vocês, aos poucos, se acostumem com o linguajar matemático.

A linguagem de conjuntos é base para a fundamentação de boa parte da matemática, além de ser um facilitador para a interpretação de problemas matemáticos. Podemos dizer que é uma espécie de alfabetização matemática.

Por isso, faz-se necessário uma abordagem detalhada, antes de vermos todos os tópicos do edital em potencial.

2 – Conceitos Básicos

Noções Primitivas _são aquelas aceitas sem uma certa definição formal_, ou seja, sua construção é feita a partir do cotidiano alinhado aos exemplos ilustrativos, que definem suas principais características.

Em outras palavras, tudo que tem um conceito de caráter primitivo, sua definição é vaga (não existe). Por este motivo, são feitas convenções para atender esta falta de informação. Não entrarei em discussões axiomáticas para determinar certas definições, pois isto não cabe ao objetivo do nosso curso.

Dentro da Teoria de Conjuntos, a linguagem matemática aceita três conceitos primitivos, são eles: ***conjunto, elemento e pertinência de elemento a um conjunto.***

Vamos entender cada um deles?

a) Conjuntos:

Por ser um conceito primitivo, ou seja, não possuir uma definição precisa, entendemos que é **toda reunião ou agrupamento de elementos bem definidos. Sua representação matemática, usualmente, é feita por letras maiúsculas do nosso alfabeto.**

Uma outra característica dos Conjuntos, bastante útil na resolução de questões, é o fato de todos os conjuntos não vazios, ao serem listados, são escritos com um par de chaves em suas extremidades. **Preste bastante atenção: sempre o par de chaves mais ao extremo da representação é que determinará o conjunto. Em outras palavras, o que estiver entre este par será considerado elemento.**

Imaginemos um determinado conjunto *A,* formado pelos números naturais maiores que 0 e menores que 6. Uma das possíveis formas de representação matemática seria:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Perceba que a letra maiúscula *A* é o nosso conjunto. Observe ainda que o par de chaves delimita quais elementos pertence a ele. Resumindo:

- *A*: conjunto.
- Par de chaves: delimita o conjunto dado.
- 1, 2, 3, 4, 5: são elementos do conjunto A, que são separados por vírgulas.

Você deve estar se perguntando o porquê dos números 0 e 6 não pertencerem ao conjunto A. Explico da seguinte forma: o enunciado pediu números naturais maiores que 0, ou seja, o próximo será o 1, assim como menores que 6, que por consequência é o 5. Tranquilo?

Imaginemos outro conjunto, agora representado pela letra *B*, formado pelos números pertencentes ao conjunto dos números inteiros compreendidos no intervalo fechado (quando se diz fechado, entende-se que inclui as extremidades) de 0 a 5. Assim, uma das possíveis formas de representação matemática seria:

$$B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

Perceba que a letra maiúscula *B* é o nosso conjunto. Observe ainda que o par de chaves delimita quais elementos pertence a ele. Resumindo:

- *B*: conjunto.
- Par de chaves: delimita o conjunto dado.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5: são elementos do conjunto *B*, que são separados por vírgulas.

Você deve estar se perguntando o porquê dos números 0 e 5, neste caso, pertencerem ao conjunto. Explico da seguinte forma: o enunciado pediu números naturais compreendidos no intervalo fechado de o a 5, ou seja, quando se diz fechado, subtende-se que inclui as extremidades do intervalo. De modo diverso, se a questão pedisse com base em um intervalo aberto nas extremidades, estes números não entrariam no cômputo da questão.

b) Elemento:

São os objetos (coisas) bem definidos, que compõe um conjunto não vazio. Comumente, as representações destes elementos são feitas por letras minúsculas.

Uma outra característica na descrição dos elementos de cada conjunto é a de separá-los por meio de vírgulas ou ponto e vírgula.

Perceba, no exemplo abaixo, que o conjunto *C* é formado por elementos que são as vogais do nosso alfabeto:

C = {a, e, i, o, u}

Resumindo:

- *C*: conjunto
- Par de chaves: delimita o conjunto dado
- a, e, i, o, u: são elementos do conjunto *C*, que são separados por vírgulas.

INDO MAIS FUNDO!

Deixo aqui uma observação bastante valiosa: um conjunto pode assumir também, a depender do contexto, a característica de um elemento. Esse é um ponto que muitos dos alunos escorregam em prova, mas você, aluno do Estratégia, não cairá nessa, certo? Vamos entender com um exemplo motivacional.

Imaginemos o conjunto abaixo descrito:

D = {2, 3, 5, {7}}

É fácil perceber que o conjunto acima possui quatro elementos, sendo que um deles é representado com uma característica diferente dos demais, qual seja, está descrito por meio de um par de chaves. Este elemento é essencialmente um conjunto, que assumiu no exemplo acima, a característica de um elemento do conjunto *D.* Resumindo:

- *D*: conjunto.
- Par de chaves: delimita o conjunto dado.
- 2, 3, 5, {7}: são elementos do conjunto *D*, que são separados por vírgulas.

c) Pertinência de Elemento a um Conjunto:

Esta relação serve para verificar se determinado objeto é ou não elemento de um dado conjunto.

A pertinência de um elemento a um determinado conjunto é representado pelos símbolos ∈ (pertence) ou ∉ (não pertence), respectivamente.

TOME NOTA!

> Não existe relação de pertinência de subconjunto para conjunto. Esta relação só é utilizada para avaliações de elemento para conjunto.

A = {1; {3}; 7; 9}

- A ∉ A: (Conjunto para Conjunto)
- {3} ∈ A: (Elemento para Conjunto)

A partir do exemplo acima podemos extrair as seguintes informações, quais sejam: um conjunto nunca será elemento dele mesmo e nos casos de um conjunto, por suas características, ser também elemento de outro conjunto, podemos sim, de forma excepcional e ponderada, fazer a relação de pertinência.

Vejamos alguns exemplos desta relação muito recorrente em provas, com base nos conceitos vistos anteriormente, ok?

QUESTÕES COMENTADAS

1. (Exercício - Modelo)
Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas sentenças abaixo sabendo-se que
A = {1, 2, 3, 4},
B = {4, 5, 6},
C = {{1}, {2, 3}, {1, 2, 3, 4}},
D = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

a) $1 \in D$ ( )
b) $3 \notin B$ ( )
c) $1 \in C$ ( )
d) $4 \in A$ ( )
e) $\{1\} \in C$ ( )
f) $\{2, 3\} \in C$ ( )
g) $\{\{1\}\} \in C$ ( )
h) $\{1\} \in D$ ( )
i) $\{4,5\} \in D$ ( )
j) $5 \notin B$ ( )

Comentários:

Observe que a questão nos traz assertivas com relações de pertinência, ou seja, análises de elementos para conjuntos. Desta forma, basta sabermos se o tal "elemento" é ou não objeto dos conjuntos apresentados.

Na letra *a,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 1 está de fato descrito no conjunto D, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *b,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 3 de fato NÃO está descrito no conjunto B, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *c,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento 1 NÃO está descrito no conjunto C. Observe ainda, que o elemento 1 é diferente de {1}. Este último sim, é elemento do conjunto mencionado.

Na letra *d,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 4 está de fato descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *e,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {1} está de fato descrito no conjunto C, ou seja, pertence ao conjunto mencionado. Fique atento que apesar do elemento aparecer com um par de chaves, ele possui característica de elemento, por estra descrito, separado por um par de vírgulas e possuir um par de chaves mais ao extremo, que delimita o conjunto C.

Na letra *f,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {2,3} está de fato descrito no conjunto C, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *g,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {{1}} NÃO está descrito no conjunto C, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que o elemento {1} que pertence ao conjunto. Digo ainda que {{1}} é subconjunto de C, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *h,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {1} NÃO está descrito no conjunto D, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que o elemento 1 que pertence ao conjunto. Digo ainda que {1} é subconjunto de D, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *i,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {4,5} NÃO está descrito no conjunto D, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que os elementos 4 e 5 que pertencem ao conjunto. Digo ainda que {4,5} é subconjunto de D, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *j,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento 5 de fato está descrito no conjunto B, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Gabarito: a) V b) V c) F d) V e) V f) V g) F h) F i) F j) F

---

2. (Exercício - Modelo)

Dado o conjunto $P=\{0,\{0\},\varnothing,\{\varnothing\}\}$, considere as afirmativas:

I) $\{0\}\in P$

II) $\{0\}\subset P$

III) $\varnothing\in P$

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:

a) todas são verdadeiras.
b) apenas a I é verdadeira.
c) apenas a II é verdadeira.
d) apenas a III é verdadeira.
e) todas são falsas.

Comentário:

Observe, abaixo, quais dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ P → é o conjunto a ser analisado
- ✓ 0, {0}, Ø, {Ø} → são elementos do conjunto P

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA.

Passaremos analisando cada item, ok?

No item I, temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {0} está de fato descrito no conjunto P, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

No item II, temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {0} está contido no conjunto P, ou seja, ele é um subconjunto. Perceba que ele deriva do elemento 0.

No item III, temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento ∅ está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Gabarito: A

3 – Descrição e Representação de Conjuntos

Em linhas gerais, existem três formas de representação de conjuntos, quais sejam:

a) Enumeração ou Listagem:

Nesta forma de representação, os conjuntos são descritos, listando todos seus elementos, que estarão sempre entre chaves.

A = {a; b; c}

B = {2; 3; 5; 7}

Das aplicações acima, podemos deduzir que, cada par de chaves, mais ao extremo possível, representa um determinado conjunto.

A = {1; {2}; 3}

O conjunto A possui os elementos: 1; {2}; 3.

Perceba que o elemento {2} também é um conjunto, que está sendo tratado como elemento de A, ou seja: {2} ∈ A

Observe que o conceito de elemento é relativo. Por exemplo, um conjunto pode ser elemento de outro conjunto.

b) Característica ou Propriedade:

É uma forma sintética de listagem. Neste caso, o conjunto é representado por uma propriedade comum a todos os elementos.

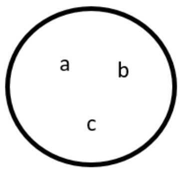
$$A = \{x/x \text{ é vogal}\} \qquad B = \{x \in \mathbb{N}/\ 1 \leq x \leq 5\}$$

É de fácil percepção que o conjunto A é formado pelas vogais do nosso alfabeto. Por sua vez, o conjunto B, é formado pelos números naturais pertencentes ao intervalo fechado de 1 a 5. Essa é a leitura correta feita pelas representações dos conjuntos acima. Perceba que a representação por Característica ou Propriedade é uma forma bem reduzida de apresentar um conjunto com muitos elementos.

c) Diagrama de Venn-Euler

Nada mais é que listar os elementos dentro de uma linha poligonal fechada, em regra, um círculo que contorna todos os elementos.

Ex.



A = {a; b; c}

Cada objeto descrito dentro do diagrama pertencerá ao conjunto mencionado. Por sua vez, não pertencerão ao conjunto, aqueles elementos descritos fora desta linha poligonal.

4 – CONJUNTOS NOTÁVEIS

a) Conjunto Vazio:

É aquele conjunto que não possui elemento algum. Isso se faz possível pelo fato deste conjunto ser definido por uma sentença contraditória.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \,/\, 0 < X < 1\}$$

Perceba que na listagem acima o conjunto A é vazio, pois não existe elemento natural que pertença ao intervalo entre 0 e 1.

O conjunto vazio pode ser representado, então, por três formas diferentes:

- A = $\emptyset$
- A = { }
- A = **{x / x é aluno do Estratégia reprovado no EFOMM}; Sentença Contraditória**

Muito cuidado com as pegadinhas de prova. O **vazio** dentro de um par de chaves **TORNA-SE ELEMENTO**, ou seja, o dado conjunto deixa de ser vazio e passa a ser unitário.

A = { $\emptyset$ } – Conjunto Unitário, com o $\emptyset$ como elemento.

b) Conjunto Unitário:

É o conjunto no qual apenas um elemento satisfaz as características apresentadas.

$$C = \{x \in \mathbb{N} / \text{ x é par e primo}\} \implies C = \{2\}$$

c) Conjunto Universo:

É o conjunto fundamental para a determinação das soluções de um problema. Este conjunto possui todos os elementos possíveis, por ser o mais amplo. Sua representação é dada pela letra maiúscula U.

Exemplo: Resolva a equação no conjunto dos números reais.

$$x^2 - \frac{4}{9} = 0$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} \therefore x = \pm\frac{2}{3}$$

$$\text{Logo}: S = \left\{-\frac{2}{3}; +\frac{2}{3}\right\}$$

Ou seja, a equação acima possui duas soluções nos reais (conjunto universo), que possui todos os tipos de números naturais, inteiros, racionais e irracionais.

Perceba que, caso o conjunto universo da questão fosse o conjunto dos naturais, o problema não possuiria solução, pelo simples fato de as soluções não pertencerem a este conjunto.

TOME NOTA!

Quando determinada questão não mencionar o conjunto universo, deve-se considerar o mais amplo possível, para fins de resolução.

d) Conjunto Finito:

É todo conjunto que possui uma quantidade limitada de elemento, ou seja, fazendo-se o processo de contagem destes elementos, chega-se ao fim.

$A = \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x \leq 3\} \quad \Longrightarrow \quad A = \{0; 1; 2; 3\}$; possui 4 elementos

e) Conjunto Infinito:

É todo conjunto que possui uma quantidade ilimitada de elementos, ou seja, não se dá para contar.

B = {1; 3; 5; 7; 9; ...} $\Longrightarrow$ B = { x/ x é ímpar} ; possui infinitos números primos

f) Conjunto Solução:

Também chamado de conjunto verdade, é o conjunto das respostas (soluções) de um problema dado. Sua representação é dada pela letra maiúscula S.

Ex. $2x - 1 = 0$

$2x = 1$

$x = \frac{1}{2}$

Logo, o conjunto solução é $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

g) Conjuntos Iguais:

Por definição, dois conjuntos são ditos iguais quando possuírem os mesmos elementos, independente da ordem que estejam listados, bem como da quantidade apresentada.

A = {2; 5; 7}
B = {5; 2; 7}
A = B

Assim, para dois conjuntos serem iguais, deve-se ocorrer a seguinte relação:

$A = B \longleftrightarrow \{\forall x; x \in A \text{ e } x \in B\}$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!!

Vejamos agora um exemplo bem ilustrativo para que você não caia nesta pegadinha em prova. Ok?

Imagine o conjunto K, formado pelos elementos (letras) da palavra AMAR:

$$E = \{a; m; a; r\},$$

Imagine ainda o conjunto W, formado pelos elementos (letras) da palavra AMARRAR:

$$W = \{a; m; a; r; r; a; r\}$$

Este exemplo é bastante prático para que possa observar que não há necessidade de repetir elementos de um mesmo conjunto; basta indicar uma só vez. Ou seja, podemos perceber que os conjuntos mencionados são iguais entre si. Observe!

$$E = W = \{a; m; a; r\} = \{a; m; a; r; r; a; r\} = \mathbf{\{a; m; r\}}$$

h) Conjuntos Diferentes ou Desiguais:

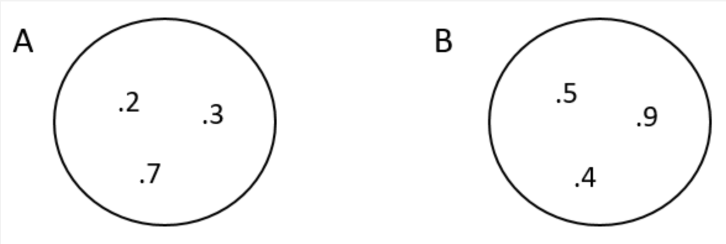
Dois conjuntos são ditos diferentes quando pelo menos um dos elementos que pertença a um dos conjuntos não pertença ao outro conjunto.

$$C = \{1; 3; 7\}$$
$$D = \{3; 7\}$$
$$C \neq D$$

Observe que o elemento 1 não pertence ao conjunto D, logo, $C \neq D$

i) Conjuntos Disjuntos:

Dois conjuntos são ditos disjuntos quando não possuem interseção, ou seja, não existe elemento em comum.



Desta forma, sua interseção é vazia.

j) Subconjunto:

Diz-se que *A* é subconjunto de *B* se, e somente se, todo elemento de *A* for também elemento de *B*. Em notação matemática, tem-se:

$$A \subset B \Leftrightarrow \{ \forall x \in A \rightarrow x \in B\}$$

Quando *A* é subconjunto de B, dizemos que A está contido em *B (A ⊂ B), B* contém *A (B ⊃ A)* ou até *A* é parte de *B*.

Estes símbolos representam as relações de inclusão/continência. Relações estas que só podem ser feitas de subconjunto para conjunto e vice-versa.

A = {2; 5; 9}
B = {2; 5; 7; 9}
Perceba que A ⊂ B e B ⊃ A. Ou seja, A é subconjunto de B.

Todo subconjunto também é considerado um conjunto e todo conjunto é subconjunto, no mínimo, do conjunto Universo.

FIQUE ATENTO!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, seja este último vazio ou não.

$$\emptyset \subset A \ ; \ \forall A$$

Este tema, subconjuntos, é muito recorrente em provas, por este motivo, elenco abaixo algumas propriedades de inclusão.

- P_1: $A \subset U$
- P_2: $A \subset A$
- P_3: $A \subset B$ e $B \subset A \rightarrow A = B$
- P_4: Se A é um conjunto finito com "n" elementos, então o número de subconjuntos de A é 2^n

k) Conjunto das Partes ou Conjunto Potência:

É o conjunto formado pelos subconjuntos de dado conjunto. Sua representação é dada pela letra maiúscula $\mathscr{P}$.

Imaginemos o conjunto *A* formado pelos elementos 1, 2 e 3.

$$A = \{1; 2; 3\}$$

O conjunto potência de A é:

$$\mathscr{P}(A) = \{\emptyset; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1;2\}; \{2;3\}; \{1;3\}; \{1;2;3\}\}$$

Observe que o ∅ é subconjunto de qualquer conjunto. Repare ainda que todo conjunto é subconjunto dele próprio e que todo subconjunto não fica explícito na representação do conjunto inicial.

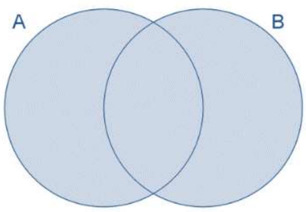
TOME NOTA!

Todo subconjunto, exceto o ∅ , será representado por elementos com par de chaves. Essa dica ajuda e muito na resolução de questões. **Dizemos ainda que A é subconjunto próprio de B quando A estiver contido em B, sendo A≠B.**

5 – OPERAÇÕES ENTRE CONJUNTOS

a) União ou Reunião:

Dados dois conjuntos A e B, define-se A ∪ B como o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B.



$$A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Fique atento ao conectivo "ou". Este não possui caráter exclusivo, ou seja, o elemento x pode pertencer somente a A, somente a B ou a ambos. Assim, para exemplificar:

$$A = \{2; 5; 7\}$$
$$B = \{1; 7; 9\}$$
$$A \cup B = \{1; 2; 5; 7; 9\}$$

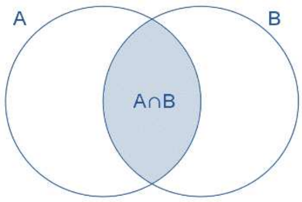
Para fins de prova, vale ressaltar algumas propriedades da União de Conjuntos:

- $A \cup A = A$ (Idempotente)

- $A \cup \varnothing = A$ (Elemento Neutro)
- $A \cup B = B \cup A$ (Comutativa)
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (Associativa)
- $A \cup U = U$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b) Interseção ou Intersecção:

Esta operação, representada por A ∩ B, define o conjunto formado pelos elementos comuns ao conjunto A e ao conjunto B.



$$A \cap B = \{x / \ x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Fique atento ao conectivo “e”. Este possui caráter concomitante, ou seja, o elemento *x* deve pertencer tanto ao conjunto A quanto ao conjunto B.

Dois conjuntos são disjuntos quando sua interseção for <u>VAZIA</u> , ou seja, não possui elemento.

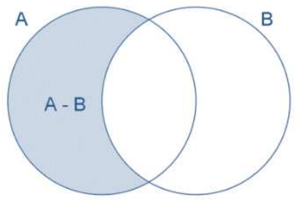
Perceba, abaixo, algumas das propriedades da Interseção de Conjuntos:

- $A \cap A = A$ (Idempotente)
- $A \cap \varnothing = \varnothing$

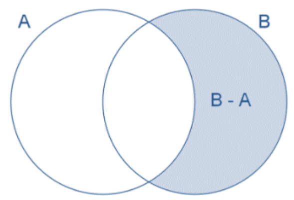
- $A \cap B = B \cap A$ (Comutativa)
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (Associativa)
- $A \cap U = A$ (Elemento Neutro)
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

c) Diferença:

Considere dois conjuntos A e B quaisquer, define-se A – B o conjunto formado por elementos de A que não pertencem a B. Ou seja:



$A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$



$B - A = \{x / x \notin A \text{ e } x \in B\}$

A diferença de conjuntos não exige que $B \subset A$. Esta condição só se faz presente na operação complementar de conjuntos, que será vista a seguir.

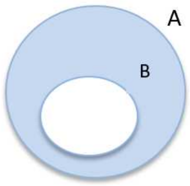
Seguem, abaixo, algumas propriedades da diferença de conjuntos.

- $A - \emptyset = A$
- $A - U = \emptyset$
- $A - A = \emptyset$
- $A - B \neq B - A$; se $A \neq B$
- Se A e B forem disjuntos, então $A - B = A$

c) Complementar:

Sejam A e B dois conjuntos quaisquer, com a seguinte condição $B \subset A$, denomina-se complementar de B em relação a A, o conjunto dos elementos que se deve acrescentar a B para que este fique igual ao A.

Note que o complementar de B em A, representado por C_A^B ou $C_A(B)$, só está definido quando $B \subset A$.



$$C_A^B = A - B$$

Este tópico é muito delicado, tendo em vista as suas diversas representações. Vamos a elas!

$$C_U^A = \cup - A = A^C = A' = \sim A = \neg A$$

Todas estas representações são sinônimas, ou seja, representam o complementar de A em relação ao universo. Cabe ressaltar que este complementar está definido tendo em vista A ser subconjunto de $\cup$ (Conjunto Universo).

Vamos nos atentar às propriedades do complementar

- $\overline{\emptyset} = \cup$
- $\overline{\cup} = \emptyset$
- $\bar{\bar{A}} = (A')' = \sim(\sim A) = \neg(\sim A) = (A^C)^C = A$

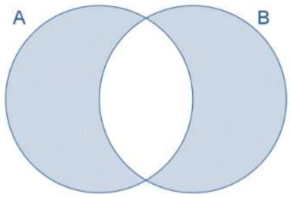
Esta última nos mostra que o complementar do complementar é o próprio conjunto. A grosso modo, se tivermos um **número par** de Operações Complementar, a operação nos levará ao conjunto original.

Por meio desta operação surgem duas propriedades que caem muito em prova: as Leis de De Morgan.

$$\begin{cases} \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \\ \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \end{cases}$$

d) Diferença Simétrica:

Dados dois conjuntos A e B, define-se A Δ B, o conjunto formado por todos os elementos dos conjuntos A e B, mas que não pertençam a ambos ao mesmo tempo. Assim, na diferença simétrica, o conjunto é formado por elementos que pertencem só ao conjunto A e só ao conjunto B.



$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

Vejamos algumas de suas propriedades:

- A Δ A = Ø
- A Δ B = B Δ A – (Comutativa)
- A Δ Ø = A – (Elemento Neutro)

6 – Cardinalidade da União entre Conjuntos – Princípio da Inclusão e Exclusão

Cardinalidade da União de Conjuntos:

Chama-se cardinalidade de um conjunto *A* (finito), o número de elementos desse dado conjunto. Podemos ainda encontrar, segundo o Princípio da Inclusão e Exclusão, a cardinalidade da União de dois ou mais conjuntos. Irei apresentar somente até três conjuntos, tendo em vista ser o suficiente para o seu certame.

Existem algumas formas de representação, a saber:

n (A) ; N_A ; # A ; card A

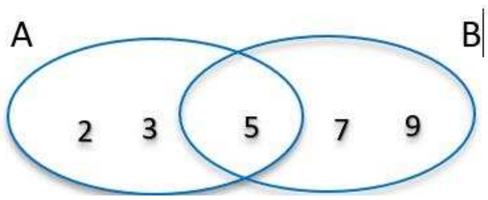
É fácil notar que a cardinalidade do conjunto vazio é zero. Podemos ainda perceber que, se A e B forem disjuntos, temos a cardinalidade da União dada por:

$$A \cap B = \varnothing \rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

Por sua vez, nos casos de A e B não serem disjuntos, temos que:

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Ex.



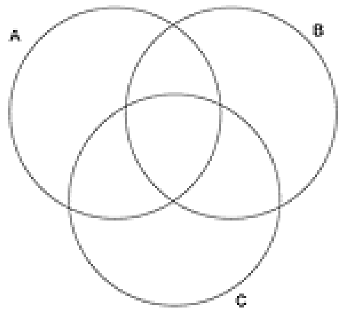
A = {2, 3, 5}

B = {5, 7, 9}

A ∪ B = {2, 3, 5, 7, 9} $\Longrightarrow$ n(A ∪ B) = n(A) + n(B) –n(A∩B) = (3 + 3) – 1 = 5 elementos

Analogicamente, temos, a equação para calcular a cardinalidade de três conjuntos finitos. Vamos a ela?

Imaginemos três conjuntos finitos A, B e C, conforme o diagrama abaixo:



A cardinalidade da União dos conjuntos A, B e C, será representada pela seguinte equação:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Importante saber também que, podemos calcular a cardinalidade do Conjunto das Partes, ou seja, saber a quantidade de subconjuntos de determinado conjunto. Para descobrir esta quantidade, basta calcular uma potenciação. Vamos a ela?

$$\#(\mathscr{P}(A)) = 2^{\#(A)}$$

Por exemplo. Imaginemos um conjunto A com 4 elementos. Para calcular a quantidade de subconjuntos de A, basta fazer:

$\#(P(A)) = 2^{\#(A)}$ -> $\#(P(A)) = 2^4 = 2.2.2.2 = 16$ subconjuntos.

Fácil, não? Pois é! Nunca esqueça dessa dica!

Vamos dar uma olhada como esses tópicos são cobrados?

QUESTÕES COMENTADAS

3. (Exercício - Modelo)

Considere os seguintes conjuntos: A = {1, 2, {1,2}} B = {{1}, 2} e C = {1, {1}, {2}}

Assinale abaixo a alternativa falsa:

a) $A \cap B = \{2\}$

b) $B \cap C = \{\{1\}\}$

c) $B - C = A \cap B$

d) $B \subset A$

e) $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde P(A) é o conjunto dos subconjuntos de A.

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A = {1, 2, {1,2}}** → é um dos conjuntos serem analisados
- ✓ **B = {{1}, 2}** → é um dos conjuntos serem analisados
- ✓ **C = {1, {1}, {2}}** → é um dos conjuntos serem analisados

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA.

Passaremos analisando cada alternativa, para acharmos a falsa, ok?

Na letra a, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap B = \{2\}$, que é o elemento em comum.

Na letra b, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $B \cap C = \{\{1\}\}$, que é o elemento em comum. Perceba que a resposta tem um duplo par de chaves, isto se dá pelo fato da resposta da operação Interseção ser sempre precedida de um par de chaves, que somada a já existente do elemento, torna-se um duplo par.

Na letra c, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $B - C = \{2\} = A \cap B$, que são conjuntos iguais.

Na letra d, temos: assertiva **falsa**, pois, $B \not\subset A$, tendo em vista nem todos os elementos de B pertencerem ao conjunto A.

Na letra e, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde P(A) é o conjunto dos subconjuntos de A.

Gabarito: D

---

4. (Exercício - Modelo)

Sobre A, B, C, três subconjuntos quaisquer do universo, considere as proposições:

1) $A \cup \varnothing = \varnothing$

2) $A \cup U = U$

3) $A \cap A = A$

4) $A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$

5) $\varnothing \subset A$

6) $A - B = \{x \in U \,/\, x \in A \text{ e } x \in B\}$

Das proposições acima são verdadeiras:

a) 3, 5 e 6

b) 2, 3 e 5

c) 1, 3 e 5

d) 2, 3 e 4

e) todas

Comentário:

Já conhecemos algumas propriedades da Teoria dos Conjuntos. Podemos então, analisar cada assertiva.

Na 1, temos: assertiva **falsa**, pois, $A \cup \varnothing = A$, tendo em vista que na União o conjunto Vazio é elemento neutro.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cup U = U$, tendo em vista que todo conjunto, a exemplo do conjunto A, é subconjunto do Universo, assim, a operação União resulta o maior deles.

Na 3, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap A = A$, devido a propriedade da Idempotência.

Na 4, temos: assertiva **falsa**, pois, $A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$. O que difere da afirmativa do enunciado.

Na 5, temos: assertiva **verdadeira**, pois, o conjunto vazio está contido em qualquer outro conjunto.

Na 6, temos: assertiva **falsa**, pois, $A - B = \{x \in U \,/\, x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Ou seja, a diferença de conjuntos A – B, resulta elementos que pertençam a A, mas não a B.

Gabarito: B

5. (Exercício - Modelo)

Considerando os conjuntos A= {x; y; z} e B= {p; u; v; x}, assinale a alternativa que apresenta o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

a) {x}

b) {p; u; v}

c) {v; x; y; z}

d) { }

e) {p;u;v;x;y;z}

Comentário:

Já conhecemos algumas Operações de Conjuntos. Podemos então, analisar a questão sem mais problemas.

Quando o enunciado diz: conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B, ele está querendo que encontre os elementos da União destes dois conjuntos.

Assim, temos:

$$A \cup B = \{x;\, y;\, z\} \cup \{p;\, u;\, v;\, x\} = \{p;u;v;x;y;z\}$$

Gabarito: E

6. (Exercício - Modelo)

Dados os conjuntos A, B e C. Sabendo que $A \cap B = \emptyset$ e $C = A \cup B$, é correto afirmar que

a) $B \cap C = C$.

b) $A \cap C = A$.

c) $A \cup C = A$.

d) $B \cup C = \emptyset$.

e) $A \in C$.

Comentário:

Quando o enunciado nos diz que $A \cap B = \emptyset$, isso implica que os conjuntos são disjuntos, ou seja, não possuem elementos em comum. Assim, a União destes conjuntos nada mais será que a junção de todos os elementos. Desta forma, podemos afirmar que o conjuntos C possui todos os elementos de A e de B, ao mesmo tempo.

Com as informações acima, podemos concluir que o conjunto C contém os conjuntos A e B.

Vamos ilustrar elementos para estes conjuntos, para ficar mais simples. Simbora!

- ✓ $A = \{1\}$
- ✓ $B = \{2\}$
- ✓ $C = A \cup B = \{1, 2\}$

Opa! Ficou mais simples, né! Vamos agora analisar cada assertiva.

Na letra a, temos: assertiva **falsa**, pois, $B \cap C = \{2\}$.

Na letra b, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap C = \{1\}$.

Na letra c, temos: assertiva **falsa**, pois, $A \cup C = \{1, 2\}$.

Na letra d, temos: assertiva **falsa**, pois, $B \cup C = \{1, 2\}$.

Na letra e, temos: assertiva **falsa**, pois, $A \subset C$, pois trata-se de relação entre conjuntos.

Gabarito: B

7. (Exercício - Modelo)

Considere os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {1, 2, 3, 4, 5}. O número de elementos de C_B^A é:

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 3.

e) 5.

Comentário:

Quando o enunciado nos diz C_B^A, ele quer saber o complementar de A em relação a B. Ou seja, quais elementos faltam ao A para que ele se iguale ao conjunto B.

Assim, temos que:

$$C_B^A = B - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \mathbf{\{4, 5\}}.$$

Ou seja, **faltam dois elementos.**

Gabarito: C

---

8. (Exercício - Modelo)

Dado o conjunto A = {1, 2, {1}, {2}, {3}, {1,2}} e as afirmações:

I) $\{1\} \subset A$

II) $\{1\} \in A$

III) $\{1,2,3\} \subset A$

IV) $3 \in A$

Considerando V (verdadeiro) e F (falso) pode-se dizer que as afirmações I, II, III e IV são, respectivamente:

a) V, F, V, V

b) V, V, F, F

c) V, F, F, V

d) V, V, V, F

Comentário:

Vamos analisar cada assertiva. OK?

Na 1, temos: assertiva **verdadeira**, pois, se $1 \in A$, então $\{1\} \subset A$, que é subconjunto de A.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $\{1\} \in A$. Este elemento está de fato descrito no conjunto.

Na 3, temos: assertiva **falsa**, pois o subconjunto {1,2,3} não é possível ser formado com os elementos pertencentes a A.

Na 4, temos: assertiva **falsa**, pois o elemento 3 não está descrito no conjunto A. Fique atento: 3 é diferente de {3}.

Gabarito: B

---

9. (Exercício - Modelo)

Dados três conjuntos M, N e P não vazios, tais que $M - N = P$. Considere as afirmativas:

I) $P \cap N = \emptyset$
II) $M \cap P = P$
III) $P \cup (M \cap N) = M$

Com relação a estas afirmativas, conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras
b) Somente a II e a III são verdadeiras
c) Somente a I e a II são verdadeiras
d) Somente a I e a III são verdadeiras
e) Nenhuma é verdadeira

Comentário:

Vamos utilizar a técnica de inclusão de valores para os conjuntos, para que possa ficar mais simples a explicação. Blz?

Imaginemos, então:

- ✓ M = {1, 2}
- ✓ N = {2}

Assim, a diferença entre esses conjuntos ficaria: M – N = P = {1}

Passaremos agora a analisar cada assertiva apresentada pela banca.

Na 1, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $P \cap N = \emptyset$. Isso se verifica pelo fato dos conjuntos serem disjuntos.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $M \cap P = \{1\}$.

Na 3, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $P \cup (M \cap N) = \{1\} \cup \{2\} = \{1, 2\} = M$

Gabarito: A

---

10. (Exercício - Modelo)

Se $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$ e $A - B = \{0, 1\}$, então A e B serão :

a) A = {1,2,3} e B = {0,2,3,4}
b) A = {2, 3} e B = {0, 1, 2, 3, 4}
c) A = {2, 3, 4} e B = {0, 1, 2, 3}
d) A = {0, 1, 2, 3} e B = {2, 3, 4}
e) A = {0, 1, 2, 3, 4} e B = {2, 3}

Comentário:

Vamos analisar cada dado fornecido pelo enunciado.

- ✓ A – B = {0, 1} → mostra os elementos que só pertencem ao conjunto A
- ✓ $A \cap B = \{2, 3\}$ → mostra os elementos comuns aos dois conjuntos.

Podemos concluir que:

A = {0, 1, 2, 3}

Sabendo que $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, e que $A = \{0, 1, 2, 3\}$, pode-se concluir que o elemento 4 pertence ao conjunto B.

Assim,

$$B = \{2, 3, 4\}$$

Gabarito: D

Entramos, por fim, no último tópico a ser abordado nesta aula. Espero que estejam gostando. Sigamos em frente, Futuro Sargento!

4 – Intervalos Reais

1 – Introdução

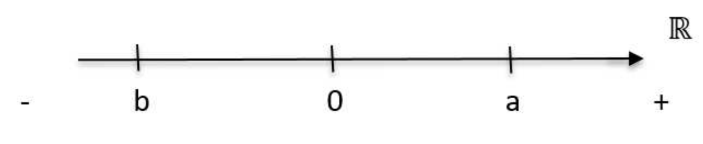
A partir de agora entramos nos estudos dos intervalos reais. Você deve estar pensando: "Mas o que tem a ver intervalos reais com Teoria dos Conjuntos? " Eu respondo: TUDO!

Neste novo tópico, iremos trabalhar em especial, com: subconjuntos dos números reais, representados por meio de retas, que são (levando em consideração o conceito geométrico) um conjunto de pontos.

Perceba que uma reta real numérica possui infinitos pontos e cada ponto desse representa um número real. Assim, é de suma importância saber realizar operações entre esses conjuntos, em especial para soluções de equações, inequações, funções etc.

Imaginemos uma reta orientada para a direita, ou seja, os números crescem à medida em que se afastam da origem (ZERO) em direção à orientação da reta. A partir dessa reta e dessa origem, vamos selecionar dois pontos quaisquer **a** e **b**, de modo que eles sejam distintos entre si.

Lembre-se que, se estamos diante de uma reta numérica, ou seja, cada ponto selecionado representa um número real. Assim, temos a seguinte constatação:



A partir deste exemplo modelo, podemos tirar algumas conclusões, quais sejam:

$$a \in \mathbb{R}$$
$$b \in \mathbb{R}$$
$$a > 0$$
$$b < 0$$
$$a > b$$
$$a \neq b$$

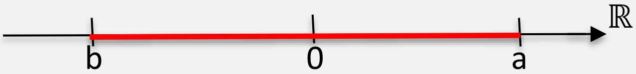
Ainda deste exemplo, podemos entender que, dados dois números reais a e b, uma e apenas uma das três seguintes é verdadeira.

$a = b$ ou $a > b$ ou $a < b$

Estas relações formam a tricotomia dos números reais. Delas recorrem algumas propriedades, quais sejam:

$$a = b \Leftrightarrow a - b = 0$$
$$a > b \Leftrightarrow a - b > 0$$
$$a < b \Leftrightarrow a - b < 0$$

Para o nosso estudo, tenha em mente que estes elementos **a** e **b** escolhidos representam as extremidades superiores e inferiores, respectivamente. Saiba ainda que o espaço delimitado por estas extremidades é chamado de INTERVALO REAL, o qual possui infinitos números reais.



Na figura acima temos:

- *b*: extremidade inferior

- *a*: Extremidade superior
- 0: Origem
- Segmento em vermelho: subconjunto dos reais com infinitos elementos (números)

Em outras palavras, o intervalo real é o modo mais prático de se representar um conjunto numérico com muitos elementos.

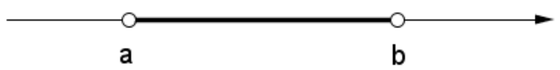
2 – INTERVALOS

Para entendermos os diversos tipos de intervalos, precisamos adotar dois números reais *a* e *b*, sendo *a* < *b*. A partir de agora, vamos considerar alguns subconjuntos importantes dos reais. Beleza?

*1º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre **a** e **b**, não incluindo **a** e **b**, é denominado intervalo aberto e representado por]a ; b[ou (a ; b)*

$$]a,b[= (a,b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$$

Representação:

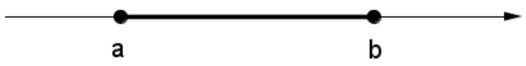


Note que, por se tratar de intervalo aberto, as extremidades ficam com a "bolinha aberta".

*2º) O conjunto formado por **a** e **b** e pelos reais compreendidos entre **a** e **b** é denominado intervalo fechado e representado por [a ; b]*

$$[a,b] = \{x \in \mathbb{R} | a \le x \le b\}$$

Representação:

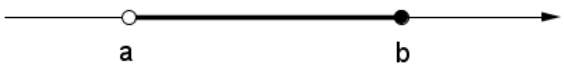


Note que, por se tratar de intervalo que inclui os elementos a e b, as extremidades ficam com a "bolinha fechada".

3º) Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita:

$$]a,b] = (a,b] = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$$

Representação:

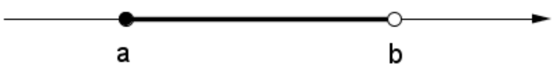


Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento b, esta extremidade fica com a "bolinha fechada".

4º) Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita:

$$[a,b[= [a,b) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$$

Representação:

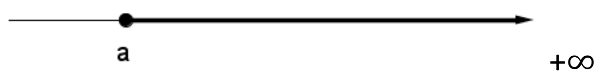


Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento *a*, esta extremidade fica com a "bolinha fechada"

*5º) Intervalo fechado à esquerda e **aberto em mais infinito**:*

$$[a,+\infty[\;=[a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|\,x\geq a\}$$

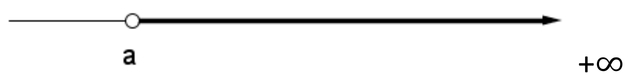
Representação:



*6º) Intervalo aberto à esquerda e **aberto em mais infinito**:*

$$]a,+\infty[\;=(a,+\infty)=\{x\in\mathbb{R}|\,x>a\}$$

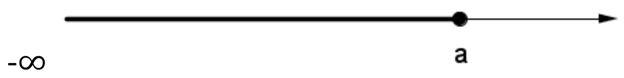
Representação:



*6º) Intervalo **aberto menos em infinito** e fechado à direita:*

$$]-\infty,a]=(-\infty,a]=\{x\in\mathbb{R}|\,x\leq a\}$$

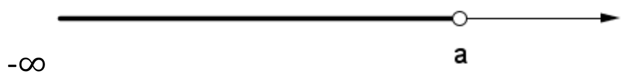
Representação:



*6º) Intervalo **aberto em menos infinito** e aberto à direita:*

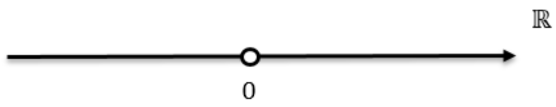
$$]-\infty,a[\;=(-\infty,a)=\{x\in\mathbb{R}|\,x<a\}$$

Representação:



Os símbolos -∞ (leia =: menos infinito) e +∞ (leia: mais infinito) não representam números reais. Note nos intervalos acima que eles sempre são abertos nessas "extremidades"

Observe o intervalo abaixo:



A partir dele podemos extrair algumas conclusões bastantes importantes para sua prova.

Supondo que esta reta real seja a representação do conjunto A, então:

$$\mathbf{A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 0 \text{ ou } x > 0\}}$$

$$\mathbf{A = \{ x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq 0\}}$$

3 – OPERAÇÕES ENTRE INTERVALOS

Assim como na Teoria dos Conjuntos, na qual aprendemos operações entre conjuntos finitos, neste capítulo iremos entender como realizar as operações de união, interseção e diferença de intervalos reais.

Para um bom entendimento, é necessário que a teoria seja explícita a partir de um exemplo prático. Assim, tomemos os exercícios abaixo como motivadores.

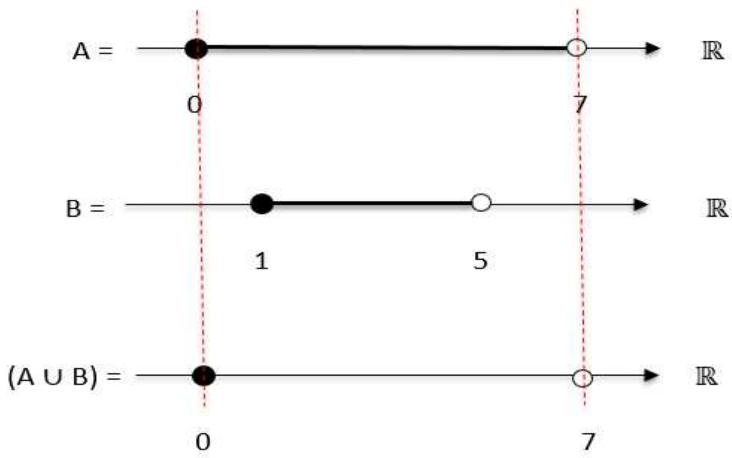
Imaginemos dois intervalos reais A e B, tais que:

A = [0 ; 7[B = [1 ; 5[

a) União de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da União em si. Já é sabido que, na União, o "maior" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as maiores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, além do dos elementos do conjunto vencedor, o resultado deverá também possuir os elementos que não são comuns a ele.

Vejamos um exemplo!

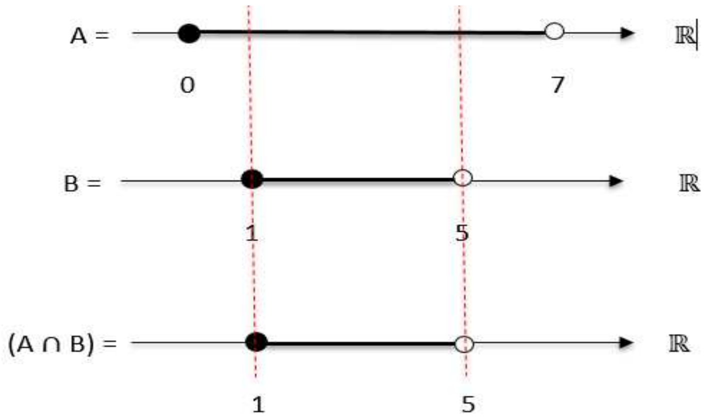


Assim, (A ∪ B) = [0 ; 7[, que representa o conjunto de maior extremidade.

a) Interseção de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da Interseção em si. Já é sabido que, na Interseção, o "menor" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as menores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, no resultado desta operação, todos os elementos deverão pertencer a todos os conjuntos mencionados.

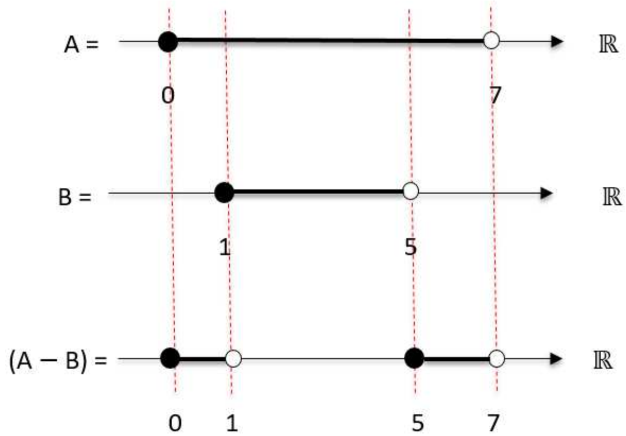
Vejamos um exemplo!



Assim, (A ∩ B) = [1 ; 5[, que representa o intervalo comum aos dois conjuntos.

b) Diferença de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação Diferença em si. Já é sabido que, na Diferença de Conjuntos, o que interessa são os elementos que pertençam a somente um dos conjuntos mencionados. Vale destacar que, o resultado deverá possuir os elementos que pertençam ao primeiro, mas não ao segundo conjunto. Vejamos um exemplo!



Assim, (A – B) = [0; 1[∪ [5; 7[, que representa os intervalos só pertencentes ao conjunto A, ou seja, que não estão em B.

Abordaremos questões de bancas militares da Colégio Naval, bem como de outras escolas, justamente para melhor fixar o conteúdo! Informo ainda que as questões estarão em um grau de dificuldade crescente. OK? Vamos exercitar um pouco??

QUESTÕES COMENTADAS

11. (EsSA - 1991**)**

Numa escola existem 195 alunos, 55 estudam física, 63 estudam química e 100 alunos não estudam nenhuma das duas matérias. Os alunos que estudam as duas matérias são:

a) 23

b) 25

c) 95

d) 32

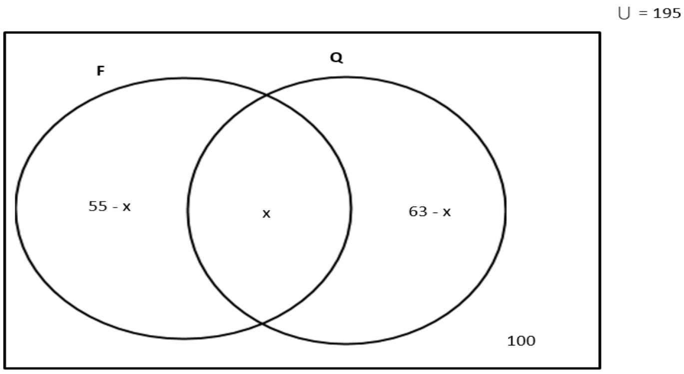
e) 40

Comentário:

Sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão!

- ✓ O enunciado nos diz que o conjunto universo é $\cup$ = 195. Sabemos ainda que o conjunto universo é a soma de todas as partes.
- ✓ Diz ainda que: Física = 55 alunos; Química = 63 alunos; Nenhuma disciplina = 100 alunos
- ✓ Questão sobre conjuntos, em que **F (conjunto dos alunos de física), Q (conjuntos dos alunos de química), U (conjunto dos alunos da escola).**
- ✓ Não sabemos quantos alunos estudam as duas disciplinas, que inclusive é o que a banca nos pede, então: chamamos de *"x" alunos*
- ✓ Estudam **SÓ FÍSICA**: *55 - x alunos*
- ✓ Estudam **SÓ QUÍMICA**: *63 – x alunos*
- ✓ Não estudam **NENHUMA DAS DISCIPLINAS**: *100 alunos*

Construindo o diagrama, ficamos com:



$$(55-x)+x+(63-x)+100=195$$
$$55+63-x+100=195$$
$$118+100-195=x$$

***x* = 23 alunos**

Gabarito: A

---

12. (EsSA - 1992**)**

Marcelo resolveu corretamente 90% das questões da prova e André 70%. Se nenhuma questão da prova ficou sem ser resolvida pelo menos por um deles, e 18 delas foram resolvidas corretamente pelos dois podemos concluir que a prova constava de:

a) 148 questões

b) 100 questões

c) 50 questões

d) 30 questões

e) 20 questões

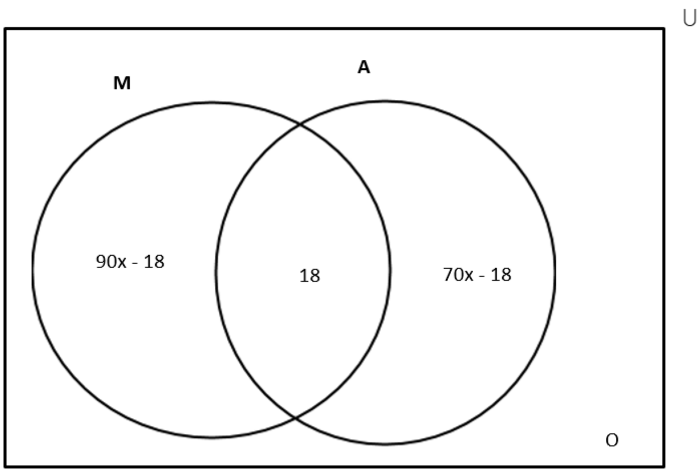
Comentário:

Como disse na questão anterior, sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado não nos fornece o conjunto universo. Porém, pelo simples fato da questão tratar de percentagem, isso nos dá certa segurança para atribuir um valor múltiplo de 100 para o nosso Universo. Assim, ficamos com $\bigcup$ = 100x. Desta forma podemos inferir que Marcelo resolveu 90x e André resolveu 70x, respectivamente, 90% e 70%.
- ✓ Diz ainda o percentual de acerto de cada: Marcelo = 90% das questões; André = 70% das questões; Questões não resolvidas por eles = 0 questões e Marcelo e André = 18 questões

- ✓ Questão sobre conjuntos, em que **M (total de questões resolvidas por Marcelo), Q (total de questões resolvidas por André), M∩A(total de questões resolvidas por Marcelo e André).**
- ✓ Questões resolvidas **SÓ POR MARCELO**: *90x - 18 questões*
- ✓ Questões resolvidas **SÓ POR ANDRÉ**: *70x – 18 questões*
- ✓ Questões resolvidas **POR MARCELO E ANDRÉ**: *18 questões*
- ✓ Questões não resolvidas: *0*

Construindo o diagrama, ficamos com:



$$\bigcup = 100x$$
$$(90x - 18) + 70x - 18 + 18 = 100x$$
$$90x + 70x - 100x = 18$$
$$60x = 18$$
$$x = \frac{18}{60}$$
$$x = \frac{3}{10}$$

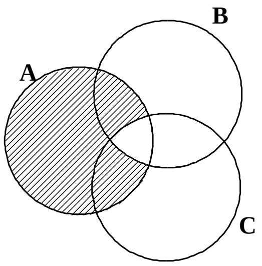
Assim: $\bigcup = 100x \Rightarrow 100.\left(\frac{3}{10}\right) =$ **30 questões**

Gabarito: D

---

13. (EsSA - 1991**)**

No diagrama seguinte a região hachurada representa o conjunto.



a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(B \cap C) - A$

c) $(A \cap B) \cup C$

d) $A - (B \cap C)$

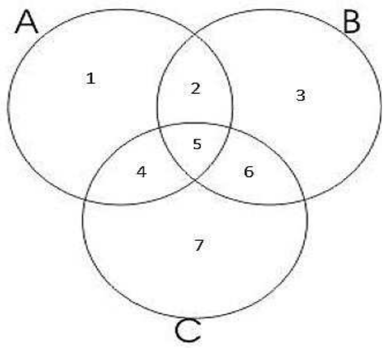
e) $A - (B - C)$

Comentário:

Estamos diante de uma questão de Diagrama, na qual a banca do Exército pede qual alternativa representa a parte hachurada da figura. Tudo bem, até aqui? Então, prossigamos!

Neste tipo de questão, basta considerarmos que dentro de cada pedaço do diagrama exista um determinado elemento, que na resolução do problema utilizarei números de 1 a 7, conforme a figura abaixo. Isso irá facilitar sobremaneira a análise. Vamos nessa?

Imagine os conjuntos A, B e C, com o seguinte diagrama:



A partir dele, podemos extrair algumas informações, quais sejam:

- A = {1, 2, 4, 5} → parte que pertence a TODO CONJUNTO A.
- B = {2, 3, 5, 6} → parte que pertence a TODO CONJUNTO B.
- C = {4, 5, 6, 7} → parte que pertence a TODO CONJUNTO C.
- A∩B = {2, 5} → parte que pertence aos conjuntos A e B.
- A∩C = {4, 5} → parte que pertence aos conjuntos A e C.
- B∩C = {5, 6} → parte que pertence aos três conjuntos B e C.
- A∩B∩C = {5} → parte que pertence aos três conjuntos A, B e C.
- (B – C) = {2, 3} → parte que pertence a B mas não a C.

Pegando-se o diagrama da questão e sobrepondo-se a este que montamos, fica de fácil percepção que a área hachurada representa um conjunto K, tal que:

K = {1, 2, 4}

A partir daí, basta analisarmos cada alternativa e verificar qual delas possui conjunto igual ao conjunto K.

Analisando uma a uma:

a) (A ∪ B) ∪ C = A ∪ B ∪ C = **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**

b) (B ∩ C) – A = {5, 6} – {1, 2, 4, 5} = **{6}**

c) (A ∩ B) ∪ C = {2, 5} ∪ {4, 5, 6, 7} = **{2, 4, 5, 6, 7}**

d) A – (B ∩ C) = {1, 2, 4, 5} – {5, 6} = **{1, 2, 4} = K**

e) A – (B – C) = {1, 2, 4, 5} - {2, 3} = **{1, 4, 5}**

Gabarito: D

---

14. (EsSA-2008**)**

Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?
a) 100
b) 120
c) 140
d) 160
e) 180

Comentário:

Questão bem interessante, envolvendo Teoria de Conjuntos e Múltiplos de Naturais. Por mais que não tenhamos aprendido o conteúdo de MMC (Menor Múltiplo Comum) achei por bem abordar esta questão. Sem mais, vamos à resolução!

Como disse em questões anteriores, sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado nos fornece o conjunto universo, que é representado pelos números entre 100 a 1000.
- ✓ Imaginemos que **N = conjunto dos múltiplos de 9**
- ✓ Imaginemos que **Q = conjunto dos múltiplos de 15**
- ✓ Imaginemos **N∩Q = conjunto dos múltiplos de 9 e 15, ao mesmo tempo. Ou seja, este conjunto é composto pelos números múltiplos de 45, que é o MMC de 9 e 15**.
- ✓ Vamos calcular a quantidade de múltiplos de 9 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 9 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos:

$$9 \,.\, 12 = 108$$

$$9 \,.\, 111 = 999$$

Observe que: de 12 a 111 temos, 100 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 9 é 100.

- ✓ Vamos calcular, agora, a quantidade de múltiplos de 15 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 15 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos:

$$15 \,.\, 7 = 105$$

$$15 \,.\, 66 = 990$$

Observe que: de 7 a 66 temos, 60 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 15 é 60.

- ✓ Por fim, iremos calcular a quantidade de múltiplos de 45 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 45 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos

$$45 \,.\, 3 = 135$$

$$45 \,.\, 22 = 990$$

Observe que: de 3 a 22 temos, 20 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 45 é 20.

Resumindo:

- ✓ N = 100
- ✓ Q = 60
- ✓ $N \cap Q = 20$

$$\#(N \cup Q) = \#(N) + \#(Q) - \#(N \cap Q) \rightarrow (100 + 60) - 20 = \mathbf{140\ elementos}$$

Gabarito: C

---

15. (EsPCEx)

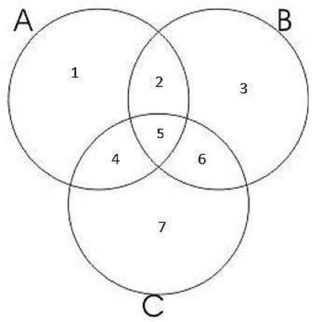
Sejam A , B e C conjuntos finitos, o número de elementos de $A \cap B$ é 25 , o número de elementos de $A \cap C$ é 15 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 10. Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é :

a) 30
b) 10

c) 40
d) 20
e) 15

Comentário:

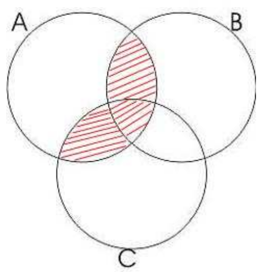
Observe o diagrama – modelo, criado para entender o que se pede pela banca:



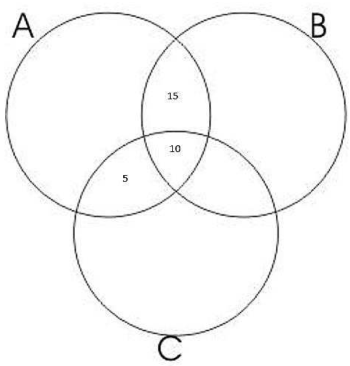
É fácil perceber que $(B \cup C) = \{2;3;4;5;6;7\}$.No entanto, a questão nos pede $A \cap (B \cup C)$, assim:

$$A \cap (B \cup C) = \{2;4;5\}$$

Podemos observar que este conjunto {2, 4, 5}, pode ser visualizado numa forma hachurada, conforme o diagrama:



Observe agora os dados do enunciado:



Logo: $n(A \cap (B \cup C)) = 5 + 10 + 15 = 30$ elementos

Gabarito: A

---

16. (EsPCEx**)**

Numa pesquisa feita junta a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:
1) 80 universitários leem apenas um jornal.
2) O número dos que não leem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que leem ambos os jornais.
3) O número dos que leem o jornal A é o mesmo dos que leem apenas o jornal B.

Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que leem o jornal B é:

a) 160
b) 140
c) 120
d) 100
e) 80

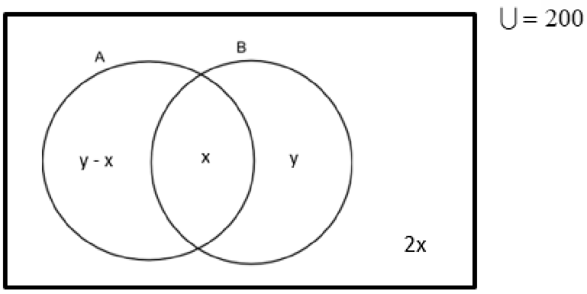
Comentário:

Há casos em que a questão irá te dar mais dados que o necessário. Isso se você observar a solução mais curta. Vamos a ela?

Dados da questão:

- ✓ Conjunto Universo: $\cup = 200$ universitários. Ou seja, soma de todas as partes.
- ✓ A e B: jornais lidos pelos universitários
- ✓ Número dos que leem ambos os jornais: *x universitários*
- ✓ Não leem nenhum dos jornais: *2x universitários*
- ✓ Número dos que leem SOMENTE B: *y universitários*
- ✓ Número dos que leem SOMENTE A: *y – x universitários*
- ✓ Número dos que leem B: *x + y universitários*

Observe agora o diagrama:



Assim:

$$(y-x)+x+y+2x=200$$
$$2y+2x=200$$
$$y+x=100$$

Temos que:

$$n(B)=x+y=\text{ 100 leitores}$$

Gabarito: D

---

17. (EEAr**)**

Sejam A o conjunto dos candidatos a cabo, B o conjunto de candidatos a sargentos, C o conjunto de candidatos a oficial e U o conjunto de alunos de um curso preparatório às escolas militares. O conjunto que representa os alunos que são candidatos a oficial e que não são nem para cabos e nem para sargentos é:

a) $C-(B\cup A)$

b) $C-(B\cap A)$

c) $(A\cup B)\cap C$

d) $(B\cap C)\cup(A\cap B)$

Comentário:

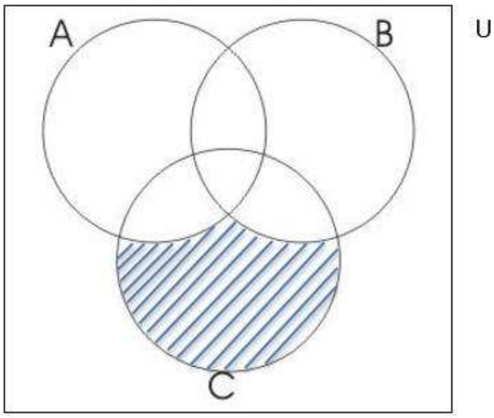
Perceba que, nesta questão, por já possuirmos um certo conhecimento, podemos analisar o que se pede e verificar qual assertiva é a correspondente. Vamos nessa?

- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a oficial**: C
- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a cabo**: A

- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a sargento**: B
- ✓ Conjunto dos alunos candidatos a **oficiais e não a sargento**: C - B
- ✓ Conjunto dos alunos candidatos a **oficiais e não a cabo**: C - A

Por meio da propriedade, podemos dizer que:

$$\mathbf{C - (B \cup A) = (C - B) \cup (C - A)}$$



Assim, a única alternativa que representa o que se pede na questão é a alternativa *a.*

Gabarito: A

---

18. (EAM-2000**)**

Em uma escola foi feita uma pesquisa entre os alunos para saber que revista costumavam ler.

O resultado foi:
- 42% leem a revista “Veja”
- 35% leem a revista “Época”
- 17% leem as revistas “Veja” e “Época”

Sendo assim, o percentual de alunos que leem apenas uma das duas revistas é:

a) 94

b) 70

c) 43

d) 40

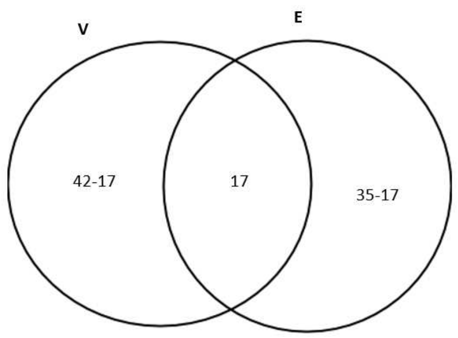
e) 17

Comentário:

Vamos ver que dados podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado não nos fornece o conjunto universo. Porém, pelo simples fato da questão tratar de percentagem, isso nos dá certa segurança para atribuir um valor múltiplo de 100 para o nosso Universo. Assim, ficamos com $\cup$ = 100.
- ✓ Leem “Veja”: *42 alunos*
- ✓ Leem “Época”: *35 alunos*
- ✓ Leem as revistas “Veja” e “Época”: *17 alunos*
- ✓ Leem só “Veja”: 42 – 17 = 25
- ✓ Leem só “Época”: 35-17 = 18

Observe o diagrama abaixo:



Podemos observar que, os alunos que leem apenas uma das duas revistas é:

$$25 + 18 = 43$$

Obs.: Perceba que poderíamos resolver a questão utilizando a Operação Diferença Simétrica.

Gabarito: C

19. (EEAr-2002**)**

Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja.

O número de pessoas pesquisadas foi:

a) 620

b) 470

c) 320

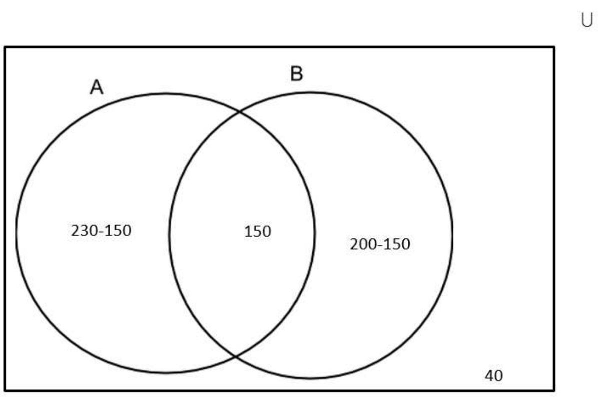
d) 280

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ O enunciado não nos fornece o Conjunto Universo - U. Inclusive é o que se pede na questão.
- ✓ Consomem a marca A: *230 alunos*
- ✓ Consomem a marca B: *200 alunos*
- ✓ Consomem ambas as marcas: *150 alunos*
- ✓ Não consomem cerveja: *40 alunos*

Observe o diagrama abaixo:



Só A: 230 – 150 $\rightarrow$ 80

Só B: 200 – 150 $\rightarrow$ 80

A e B: 150 $\rightarrow$ 150

$$\bigcup = 80 + 50 + 150 + 40 = 320$$

Gabarito: C

20. (EsPCEx**)**

Se A é o conjunto dos números naturais múltiplos de 15 e B o conjunto dos números naturais múltiplos de 35, então A $\cap$ B é o conjunto dos números naturais múltiplos de:

a) 15

b) 35

c) 105

d) 525

Comentário:

- ✓ A $\rightarrow$ Conjuntos dos múltiplos de 15
- ✓ B $\rightarrow$ Conjuntos dos múltiplos de 35

Assim, $A \cap B$ $\rightarrow$ múltiplos de 15 e 35, ao mesmo tempo. Ou seja, mmc (15;35) = 105

Gabarito: C

21. (EsPCEx**)**

Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos e C com 4 elementos. O número de elementos do conjunto C – [(A $\cap$ B) $\cap$ C] pode variar entre:

a) 2 e 4

b) 2 e 3

c) 0 e 4

d) 0 e 3

e) 0 e 2

Comentário:

Questão bem interessante. Vamos a sua resolução!

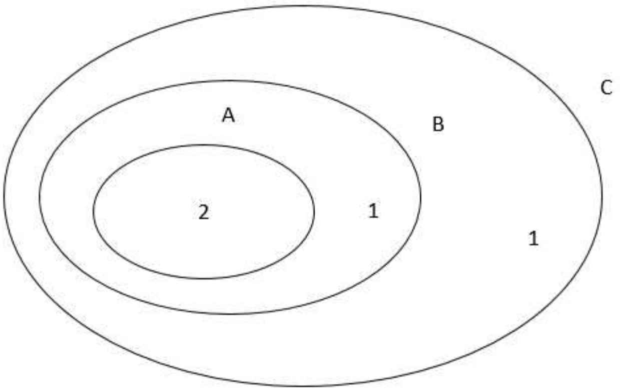
- ✓ Conjunto A = 2 elementos
- ✓ Conjunto B = 3 elementos
- ✓ Conjunto C = 4 elementos

Observe que a questão pede a cardinalidade, ou seja, a quantidade de elementos do conjunto: $n(C-[(A\cap B)\cap C]$.

Para resolvermos esta questão, temos que pensar em duas situações, ou seja, duas possibilidades. Uma que retornará a menor cardinalidade e outra que resultará na maior cardinalidade.

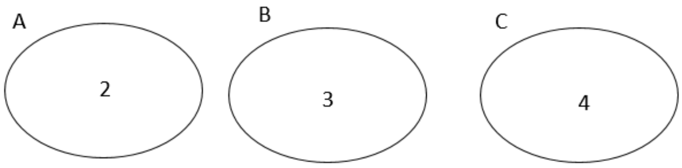
Assim:

1ª situação: A menor cardinalidade, no caso em questão, ocorre para conjuntos que possuam interseção como a do diagrama abaixo.



Assim: $n(C-[(A\cap B)\cap C]$ = n(C) – n(A∩B∩C) = 4 – 2 = **2 elementos**

2ª Situação: A maior cardinalidade, no caso em questão, ocorre para conjuntos que sejam disjuntos, ou seja, não possam interseção.



Assim: $n(C-[(A\cap B)\cap C]$ = n(C) – n(A∩B∩C) = 4 – 0 = **4 elementos**

Desta forma, a cardinalidade do conjunto mencionado pode variar de 2 a 4.

Gabarito: A

---

22. (EsPCEx**)**

Considerando-se que:

$A \cup B \cup C = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 10\}$

$A \cap B = \{2, 3, 8\}$

$A \cap C = \{2, 7\}$

$B \cap C = \{2, 5, 6\}$

$A \cup B = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 8\}$

Pode-se afirmar que o conjunto C é :

a) {9, 10}

b) {5, 6, 9, 10}

c) 2, 5, 6, 7, 9, 10}

d) 2, 5, 6, 7}

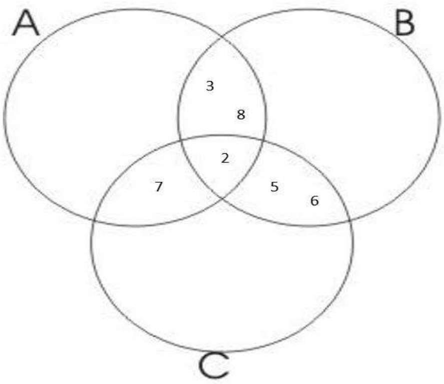
e) A∪B

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

$$A \cup B \cup C = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$$
$$A \cap B = \{2;3;8\}$$
$$A \cap C = \{2;7\}$$
$$B \cap C = \{2;5;6\}$$
$$A \cup B = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$$

Observe, abaixo, o diagrama que possui por base as informações extraídas das interseções dos três conjuntos:



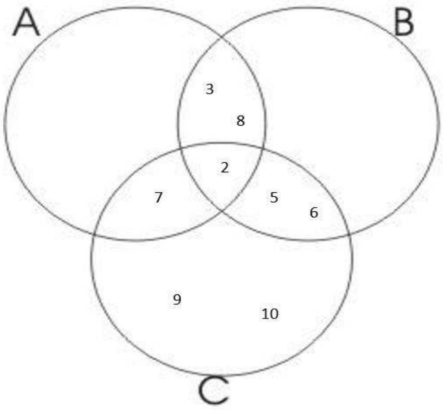
Podemos perceber ainda que:

(A∪B∪C) – (A∪B) = "SÓ C"

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} – {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} = "SÓ C"

"SÓ C" = {9, 10}

Observe como fica a solução no diagrama abaixo:



$$C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$$

Gabarito: C

---

23. (CMRJ**)**

Considere os conjuntos A, B e C tais que $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$, $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$, $B \cap C=\{1\}$, $A \cap C = \{1,4\}$ e $A \cap B = \{1,2\}$. Podemos, então, afirmar que:

a) O conjunto A tem 3 elementos

b) O conjunto B tem 3 elementos

c) O conjunto C tem 4 elementos

d) O número de elementos do conjunto B é igual ao número de elementos do conjunto A, mas não é três.

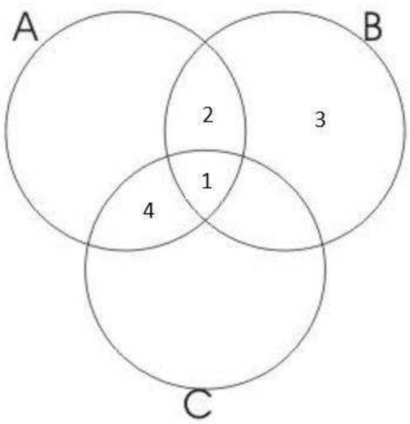
e) O número de elementos do conjunto A é igual ao número de elementos do conjunto C.

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$
- ✓ $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$
- ✓ $B \cap C=\{1\}$
- ✓ $A \cap C = \{1,4\}$
- ✓ $A \cap B = \{1,2\}$

Adaptando estas informações no diagrama abaixo, ficamos com:



É fácil perceber que o conjunto B ficou com 3 elementos: B = {1, 2, 3}

Gabarito: B

---

24. (CMRJ**)**

Se A={1,{9},9,2}, assinale a afirmativa errada.

a) $1 \in A$

b) $9 \in A$

c) $\{9\} \in A$

d) $\{9\} \subset A$

e) $2 \subset A$

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A → é o conjunto a ser analisado**
- ✓ **1, {9}, 9, 2 → são elementos do conjunto A**

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA.

Passaremos analisando cada alternativa, ok?

Na letra *a,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 1 está de fato descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *b,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 9 de fato está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *c,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {9} está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *d,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o **subconjunto** {9} está de fato contido no conjunto A. Este subconjunto surge quando listamos os conjuntos das partes de A.

Na letra *e,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento 2 está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado, mas NÃO ESTÁ CONTIDO, como assertiva nos mostra.

Gabarito: E

---

25. (CMRJ**)**

Sejam A e B conjuntos quaisquer, $A \cup B = A \cap B$, se e somente se :

a) $A = \emptyset$

b) $A \supset B$

c) $A \not\subset B$

d) $A \supset B$ ou $B \supset A$

e) $A \subset B$ e $B \subset A$

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A e B → são os conjuntos a serem analisados**
- ✓ **A∪B → União de Conjuntos**
- ✓ **A∩B → Interseção de Conjuntos**

Quando se fala em Interseção, estamos querendo passar que são elementos em COMUM a todos os conjuntos mencionados.

Porém, quando se fala em União, estamos querendo passar que são elementos em COMUM E NÃO COMUNS a todos os conjuntos mencionados.

O enunciado diz que a União é igual a Interseção, ou seja, todos os elementos devem ser comuns a todos os conjuntos mencionados. Desta forma, o conjunto A deve ser igual ao conjuntos B.

Para que isso aconteça, A = B, devemos ter a seguinte relação de inclusão:

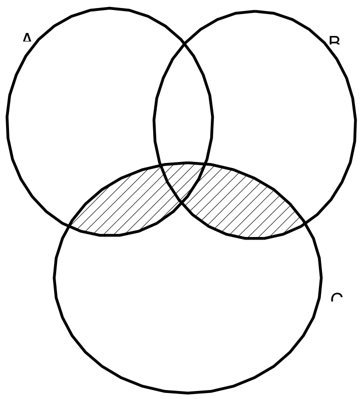
$$A \subset B \text{ e } B \subset A$$

Gabarito: E

---

26. (EAM-2000**)**

A parte hachurada no desenho abaixo é igual a:



a) $A \cap C$

b) $(A \cup B) \cap C$

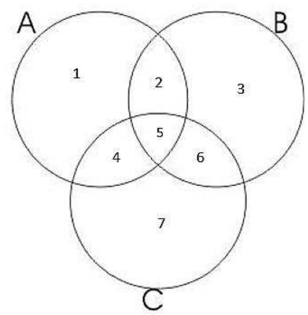
c) $(A \cap C) \cup C$

d) $B \cap C$

e) $(A \cup C) \cap B$

Comentário:

Observe o diagrama – modelo, criado para entender o que se pede pela banca:



Podemos perceber que a região que se pede na questão é representada pelo conjunto formado pelos elementos {4, 5, 6}. Tudo bem até aqui? Show!

A partir de agora iremos analisar alternativa a alternativa, para encontrar qual delas coincide com o conjunto da parte hachurada. OK? Vamos nessa!

- ✓ $A \cap C = \{4, 5\}$
- ✓ $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6\}$
- ✓ $(A \cap C) \cup C = \{4, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$
- ✓ $B \cap C = \{5, 6\}$
- ✓ $(A \cup C) \cap B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 5, 6\} = \{2, 5, 6\}$

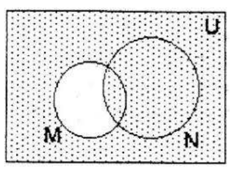
Observe que a única alternativa que representa um conjunto com os mesmos elementos da parte hachurada é a assertiva b.

Gabarito: B

---

27. (EEAr-2004**)**

No diagrama, o hachurado é o conjunto:



a) complementar de $(M \cup N)$ em relação a U.

b) complementar de $(M - N)$ em relação a U.

c) complementar de $(M \cap N)$ em relação a U.

d) (M – N) ∪ (N – M).

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ M e N → Conjuntos quaisquer
- ✓ U → Conjunto Universo que contém os subconjuntos M e N.
- ✓ Parte do diagrama que está em brando, ou seja NÃO HACHURADO → (M – N)

Já aprendemos na teoria que, quando falamos de Complementar, a ideia que se passa é de achar quais elementos falta para chegar ao maior conjunto. Perceba que, no diagrama, o que está hachurado é exatamente o que falta ao conjunto (M - N) para chegar ao Universo.

Assim, temos que a região representa o complementar de (M – N) em relação a U.

Gabarito: B

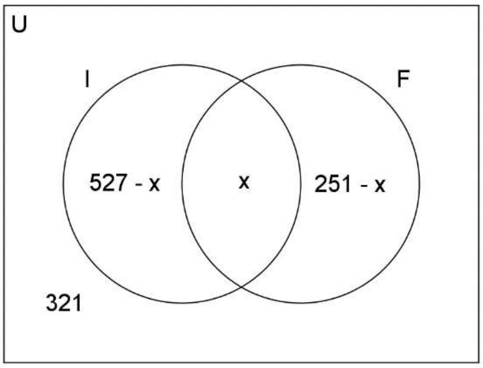
Vamos agora partir para uns desafios? Preparados??? Vamos nessa, então!

28. (EPCAr – 2002) No concurso para o CPCAR foram entrevistados 979 candidatos dos quais 527 falam a língua inglesa, 251 a língua francesa e 321 não falam nenhum desses idiomas. O número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é

a) 778
b) 658
c) 120
d) 131

Comentário:

O diagrama a seguir representa a situação descrita no enunciado. O preenchimento do diagrama deve sempre começar pela interseção dos conjuntos. Sabemos ainda que o conjunto Universo é soma das partes, então:



$$979 = 321 + (527 - x) + (251 - x) + x \Leftrightarrow x = 120$$

Outra forma é observar que $\#(I \cup F) = 979 - 321 = 658$ e que:

$$\#(I \cup F) = \#(I) + \#(F) - \#(I \cap F) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 658 = 527 + 251 - \#(I \cap F) \Leftrightarrow \#(I \cap F) = 120$$

Assim, o número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é $\#(I \cap F) = 120$.

Gabarito: C

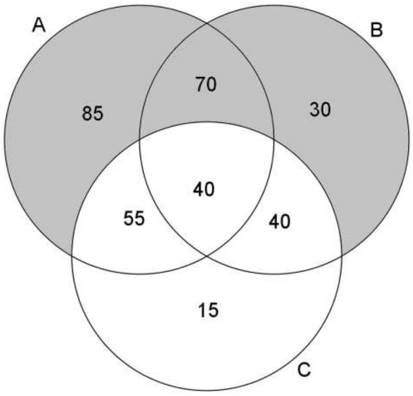
---

29. (EPCAR 2000) Numa cidade residem n famílias e todas leem jornais. Nela há três jornais, A, B e C, e sabe-se que 250 famílias leem jornal A, 180leem o jornal B, 150 leem C, 110 leem A e B, 95 leem A e C, 80 leem B e C e 40 leem A, B e C. O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é

a) 70
b) 185
c) 320
d) 280

Comentário:

O diagrama a seguir representa a situação descrita no enunciado. O preenchimento do diagrama deve começar pela interseção dos três conjuntos.



O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é $\#((A \cup B) - C) = 85 + 70 + 30 = 185$ que é a região sombreada do diagrama. Desta forma, não pode entrar no cômputo da questão os elementos pertencentes a C.

Gabarito: B

---

30. (EPCAR 2004) Dados os conjuntos A, B e C tais que $[A - (A \cap B)] \cap B = C$, pode-se afirmar, necessariamente, que

a) $C \not\subset (A \times B)$

b) $n(A - B) < n(B)$

c) $n(A \cap C) > n(A \cup B) - n(B)$

d) $n(B \cap C) = n(C)$

Comentário:

Note que $[A - (A \cap B)]$ não possui nenhum elemento do conjunto B, portanto a sua interseção com B é o conjunto vazio, ou seja, $C = \varnothing$, ou seja, conjuntos são disjuntos!

Assim, $B \cap C = B \cap \varnothing = \varnothing \Rightarrow n(B \cap C) = n(C) = 0$.

A conclusão também segue das propriedades das operações entre conjuntos:

$$\begin{aligned}
&C = [A - (A \cap B)] \cap B = [A \cap \overline{(A \cap B)}] \cap B = \\
&= [A \cap (\bar{A} \cup \bar{B})] \cap B = [(A \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B})] \cap B = \\
&= [\varnothing \cup (A \cap \bar{B})] \cap B = (A \cap \bar{B}) \cap B = A \cap (B \cap \bar{B}) = \\
&= A \cap \varnothing = \varnothing
\end{aligned}$$

Esta forma, porém, um pouco mais complicada de se chegar!

Gabarito: D

---

31. (EPCAR 2006) Para uma turma de 80 alunos do CPCAR, foi aplicada uma prova de matemática valendo 9,0 pontos distribuídos igualmente em 3 questões sobre:

1ª) FUNÇÃO
2ª) GEOMETRIA
3ª) POLINÔMIOS
Sabe-se que:

- apesar de 70% dos alunos terem acertado a questão sobre FUNÇÃO, apenas $\frac{1}{10}$ da turma conseguiu nota 9,0;
- 20 alunos acertaram as questões sobre FUNÇÃO e GEOMETRIA;
- 22 acertaram as questões sobre GEOMETRIA e POLINÔMIOS; e
- 18 acertaram as questões sobre FUNÇÃO e POLINÔMIOS.

A turma estava completa nessa avaliação, ninguém tirou nota zero, no critério de correção não houve questões com acertos parciais e o número de acertos apenas em GEOMETRIA é o mesmo que o número de acertos apenas em POLINÔMIOS.

Nessas condições, é correto afirmar que

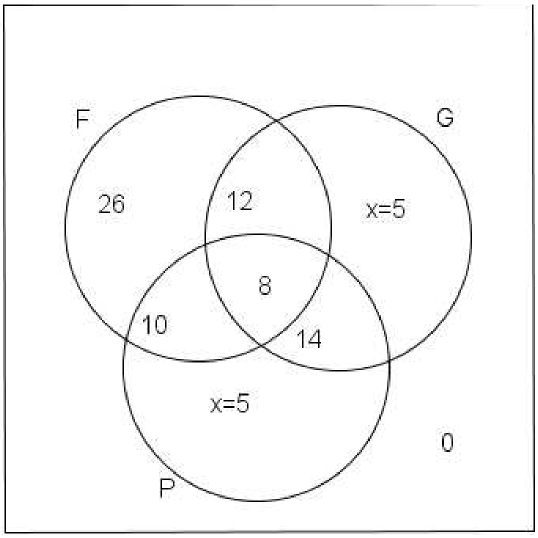
a) o número de alunos que só acertaram a 2ª questão é o dobro do número de alunos que acertaram todas as questões.
b) metade da turma só acertou uma questão.
c) mais de 50% da turma errou a terceira questão.
d) apenas $\frac{3}{4}$ da turma atingiu a média maior ou igual a 5,0

Comentário:

Corresponde aos alunos acertaram a questão de função: $\frac{70}{100} \cdot 80 = 56$

Corresponde aos alunos acertaram todas as questões: $\frac{1}{10} \cdot 80 = 8$

Colocando todas as informações num diagrama de Venn:



$$x+x+8+10+12+14+26=80 \Leftrightarrow x=5$$

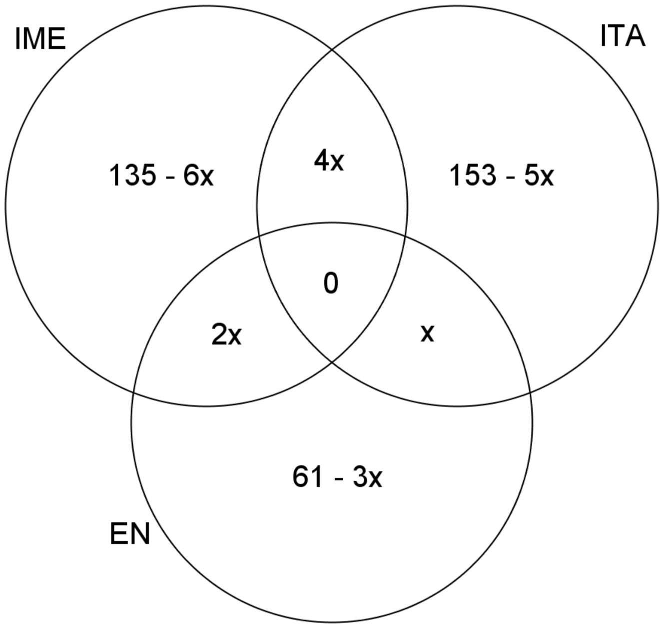
Analisando as opções, verifica-se que apenas a **opção c é correta**, pois $26+12+5=43$ alunos erraram a 3ª questão o que é mais de 50% da turma.

Gabarito: C

32. (CMRJ 2011) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

a) 48
b) 45
c) 40
d) 36
e) 30

Comentário:



Como há um total de 300 entrevistados e que todos os entrevistados farão **ao menos** um dos vestibulares, então:

$$(135-6x)+(153-5x)+(61-3x)+4x+2x+x=300$$
$$\Leftrightarrow x=7$$

Logo, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

$$61-3x=61-3\cdot 7=40.$$

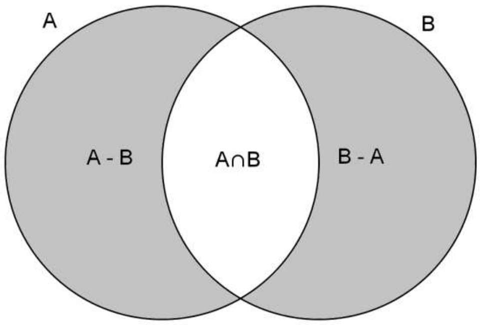
Gabarito: C

---

33. (CN 1999) Dados dois conjuntos A e B tais que $n(A\cup B)=10$, $n(A\cap B)=5$ e $n(A)>n(B)$, pode-se afirmar que a soma dos valores possíveis para $n(A-B)$ é:

a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

Comentário:



$$n(A-B)+n(B-A)=n(A\cup B)-n(A\cap B)=$$
$$=10-5=5\Rightarrow n(A-B)\le 5$$

Sabemos do enunciado que:

$$\begin{aligned}&n(A)>n(B)\Rightarrow\\&\Rightarrow n(A-B)+n(A\cap B)>n(B-A)+n(A\cap B)\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow n(A-B)>n(B-A)\\&5=n(A-B)+n(B-A)<n(A-B)+n(A-B)\Leftrightarrow\\&\Leftrightarrow 2{,}5<n(A-B)\Rightarrow n(A-B)\ge 3\end{aligned}$$

Assim:

$$\Rightarrow n(A-B)\in\{3,4,5\}.$$

Logo, a soma dos valores possíveis de $n(A-B)$ é $3+4+5=12$.

Gabarito: C

---

34. (CN 2001) Sejam os conjuntos $A=\{x\in\mathbb{Z}\mid x=6n+3, n\in\mathbb{Z}\}$ e $B=\{x\in\mathbb{Z}\mid x=3n, n\in\mathbb{Z}\}$, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros. Então $A\cap B$ é igual a:

a) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é par e múltiplo de } 3\}$
b) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$
c) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$
d) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é múltiplo de } 6\}$
e) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é ímpar}\}$

Comentário:

Todos os elementos de A são múltiplos de 3, então $A\subset B\Rightarrow A\cap B=A$.

Perceba que o fator 3 divide e o fator 2 não divide, ou seja:

$$x \in A \Rightarrow x = 6n + 3 = 3 \cdot (2n + 1) \Rightarrow 3 \mid x \ \wedge \ 2 \nmid x$$

$$\Rightarrow A \cap B = A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$$

É necessário perceber que o elemento (2n+1) SEMPRE SERÁ ÍMPAR PARA "n" inteiros.

Gabarito: B

---

35. (EFOMM 2002) Na Bienal do Livro realizada no Riocentro, Rio de Janeiro, os livros A, B e C de um determinado autor apresentaram os seguintes percentuais de vendas aos leitores:

- 48% compraram o livro A;
- 45% compraram o livro B;
- 50% compraram o livro C;
- 18% compraram os livros A e B;
- 25% compraram os livros B e C;
- 15% compraram os livros A e C; e
- 5% não compraram nenhum dos livros.

Qual o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros?

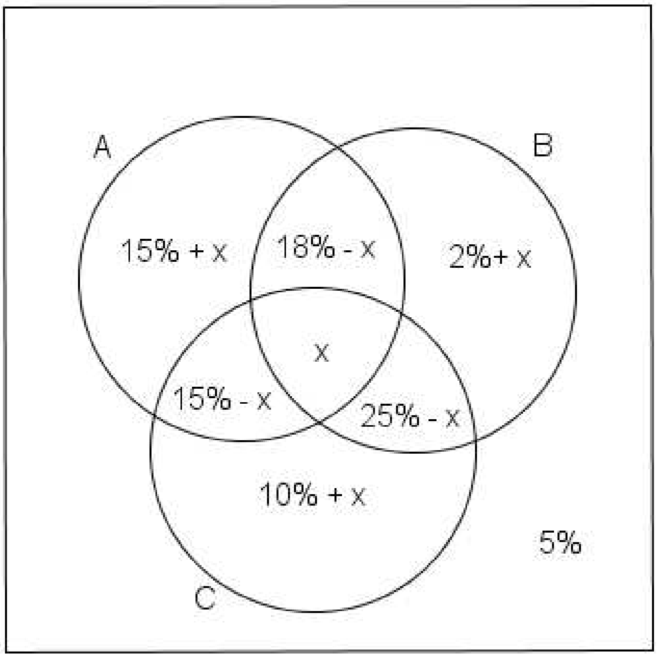
a) 10%
b) 18%
c) 29%
d) 38%
e) 57%

Comentário:

Questão bem interessante. Na qual trabalha somente com percentual e solicita o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros.

Fique sempre atento ao que se é pedido na questão! OK?

Vamos a sua resolução:



$$15\% + x + 2\% + x + 10\% + x + 18\% - x + 15\% - x +$$
$$+25\% - x + x + 5\% = 100\% \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 90\% + x = 100\% \Leftrightarrow x = 10\%$$

Percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros:

$$15\% + x + 2\% + x + 10\% + x = 27\% + 3x = 57\%$$

Gabarito: E

---

36. (EPCAr 2012) Uma pessoa foi realizar um curso de aperfeiçoamento. O curso foi ministrado em x dias nos períodos da manhã e da tarde desses dias. Durante o curso foram aplicadas 9 avaliações que ocorreram em dias distintos, cada uma no período da tarde ou no período da manhã, nunca havendo mais de uma avaliação no mesmo dia. Houve 7 manhãs e 4 tardes sem avaliação. O número x é divisor natural de

a) 45
b) 36
c) 20
d) 18

Comentário:

Observe que o número de manhãs e o número de tardes é o igual ao número X de dias.

- Se houve 7 manhãs sem avaliação, então houve (x – 7) manhãs com avaliação.
- Se houve 4 tardes sem avaliação, então houve (x - 4) tardes com avaliação.

Como foram aplicadas 9 avaliações, então:

$$(x-7)+(x-4)=9 \Leftrightarrow 2x=20 \Leftrightarrow x=10.$$

Logo, o número x = 10 é um divisor natural de 20.

Gabarito: C

---

37. (CN 1995) Num concurso, cada candidato fez uma prova de Português e uma de Matemática. Para ser aprovado, o aluno tem que passar nas duas provas. Sabe-se que o número de candidatos que passaram em Português é o quádruplo do número de aprovados no concurso; dos que passaram em Matemática é o triplo do número de candidatos aprovados no concurso; dos que não passaram nas duas provas é a metade do número de aprovados no concurso; e dos que fizeram o concurso é 260. Quantos candidatos foram reprovados no concurso?

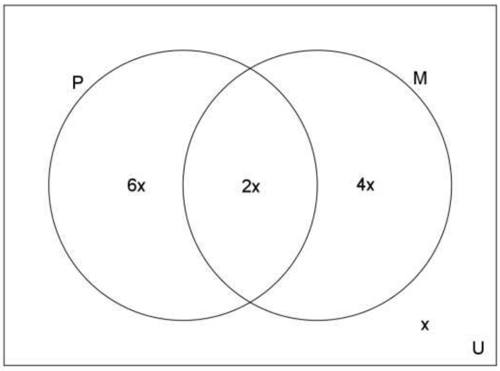
a) 140
b) 160
c) 180
d) 200
e) 220

Comentário:

Sejam P o conjunto dos candidatos que passaram em Português e M o conjunto dos candidatos que passaram em Matemática.

- O número de aprovados no concurso: $n(P \cap M)=2x$
- Então o número de candidatos que passaram em Português é $n(P)=4 \cdot 2x=8x$
- O número de candidatos que passaram em Matemática é $n(M)=3 \cdot 2x=6x$
- O número de candidatos que não passaram nas duas provas é $\frac{2x}{2}=x$.

Construindo um diagrama de Venn com as informações acima, temos:



O número de candidatos (Conjunto Universo) que fizeram o concurso é dado pela soma das partes:

$$6x + 2x + 4x + x = 260 \Leftrightarrow 13x = 260 \Leftrightarrow x = 20$$

É sabido que para o aluno passar na prova, é necessário ser aprovado nas duas provas, ou seja, estar dentro da interseção dos conjuntos. Por consequência, os alunos que estiverem fora desta interseção, são os alunos reprovados. Assim, o número de candidatos reprovados no concurso é dado por:

$$n(U - (P \cap M)) = 6x + 4x + x = 11x = 11 \cdot 20 = 220.$$

Gabarito: E

---

38. (CN 1998) Considere o conjunto A dos números primos positivos menores do que 20 e o conjunto B dos divisores positivos de 36. O número de subconjuntos do conjunto diferença B - A é:

a) 32
b) 64
c) 128
d) 256
e) 512

Comentário:

Num primeiro momento, vamos encontrar cada conjunto mencionado na questão:

- $A = \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$
- $B = D(36) = \{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}$

O conjunto formado por elementos que são só de B, ou seja, não são de a, é:

$$\Rightarrow B - A = \{1,4,6,9,12,18,36\} \Rightarrow n(B - A) = 7$$

O número de subconjuntos de B - A é $n(P(B-A)) = 2^{n(B-A)} = 2^7 = 128$, onde $P(X)$ representa o conjunto das partes do conjunto X.

Gabarito: C

39. (EPCAR 1986) Um conjunto A tem n elementos e p subconjuntos e um conjunto B tem 3 elementos a mais do que o conjunto A. Se q é o número de subconjuntos de B, então:

a) $q = 3p$
b) $p = 8q$
c) $p = q + 8$
d) $\frac{p}{q} = \frac{1}{8}$
e) $q = p + 8$

Comentário:

Vamos determinar o número de subconjunto de A:

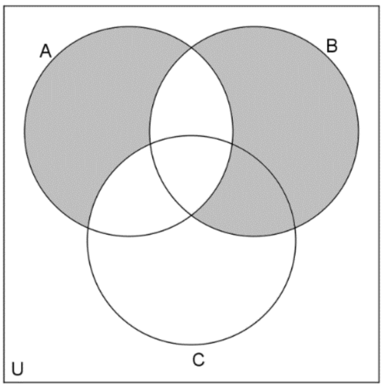
$$2^n = p$$

Agora, sabendo que B tem 3 elementos a mais, ficamos com:

$$2^{n+3} = q \Leftrightarrow 2^n \cdot 2^3 = q \Rightarrow p \cdot 8 = q \Leftrightarrow \frac{p}{q} = \frac{1}{8}$$

Gabarito: D

40. (CN 1991) Considere os conjuntos A, B, C e U no diagrama abaixo. A região sombreada corresponde ao conjunto:



a) $[A-(B\cap C)]\cup[(B\cap C)-A]$

b) $C_{(A\cup B\cup C)}[(A\cup B)-C]$

c) $C_{A\cup(B\cap C)}[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$

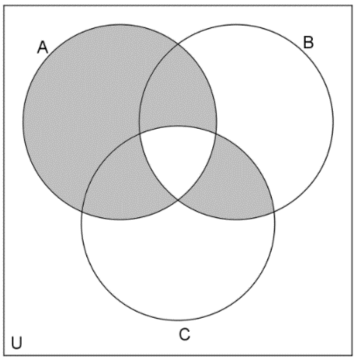
d) $(A\cup B)-[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$

e) $[(B\cap C)-A]\cup(A-B)$

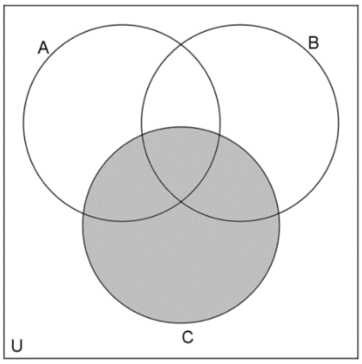
Comentário:

Nesta questão, não há mágica. Temos que confeccionar o diagrama de Venn de cada uma das alternativas e comparar com o do enunciado, para que possamos encontrar o diagrama equivalente.

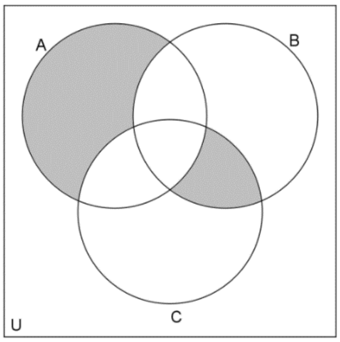
a) $[A-(B\cap C)]\cup[(B\cap C)-A]$



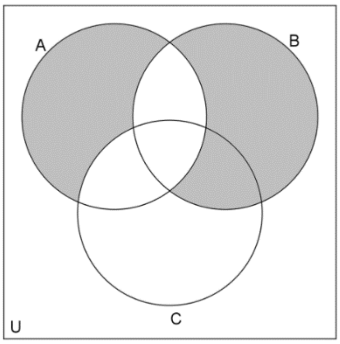
b) $C_{(A\cup B\cup C)}[(A\cup B)-C] = (A\cup B\cup C)-[(A\cup B)-C]$



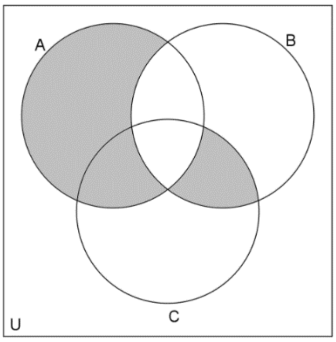
c) $C_{A\cup(B\cap C)}[(A\cap B)\cup(A\cap C)] = A\cup(B\cap C)-[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$



d) $(A \cup B) - [(A \cap B) \cup (A \cap C)]$



e) $[(B \cap C) - A] \cup (A - B)$

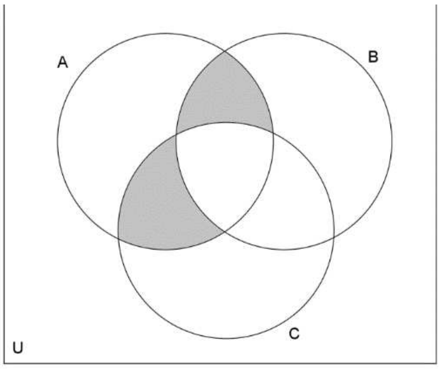


Podemos perceber que a alternativa que reflete exatamente o diagrama do enunciado é a letra D.

Gabarito: D

---

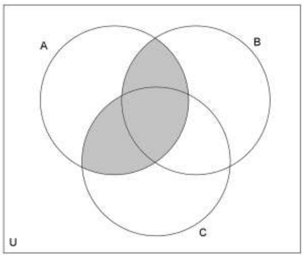
41. (CN 1993) Considere os diagramas onde A, B, C e U são conjuntos. A região sombreada pode ser representada por:



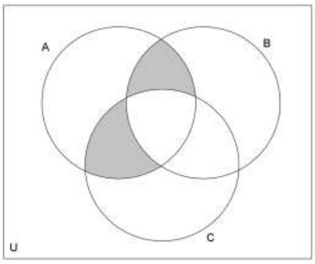
(A) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cap C)$
(B) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cup C)$
(C) $(A \cup B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$
(D) $(A \cup B) - (A \cup C) \cap (B \cap C)$
(E) $(A - B) \cap (A - C) \cap (B - C)$

Comentário:

a) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cap C)$: corresponde ao diagrama do enunciado.

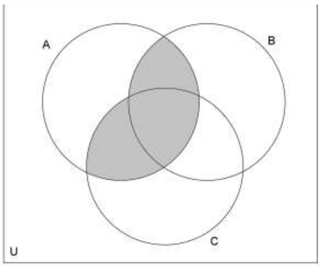


$(A \cap B) \cup (A \cap C)$

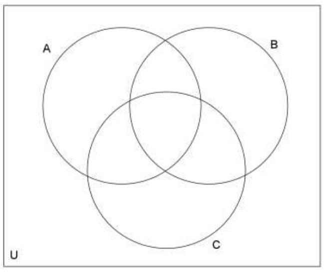


$(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cap C)$

b) $(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cup C)$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.

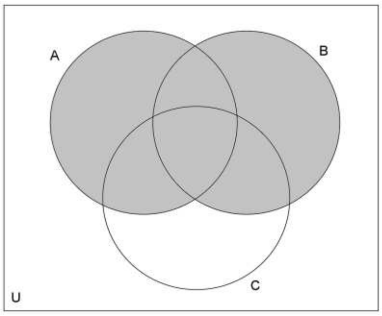


$(A \cap B) \cup (A \cap C)$



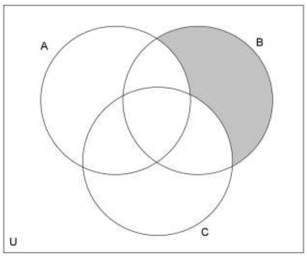
$(A \cap B) \cup (A \cap C) - (B \cup C)$

c) $(A \cup B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) = A \cup B$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.

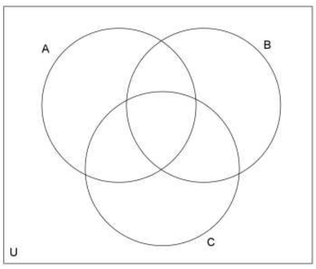


$(A \cup B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

d) $(A \cup B) - (A \cup C) \cap (B \cap C)$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.

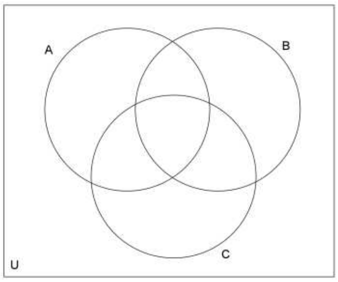


$(A \cup B) - (A \cup C)$



$(A \cup B) - (A \cup C) \cap (B \cap C)$

e) $(A-B)\cap(A-C)\cap(B-C)=\varnothing$: NÃO corresponde ao diagrama do enunciado.



$(A-B)\cap(A-C)\cap(B-C)$

Gabarito: E

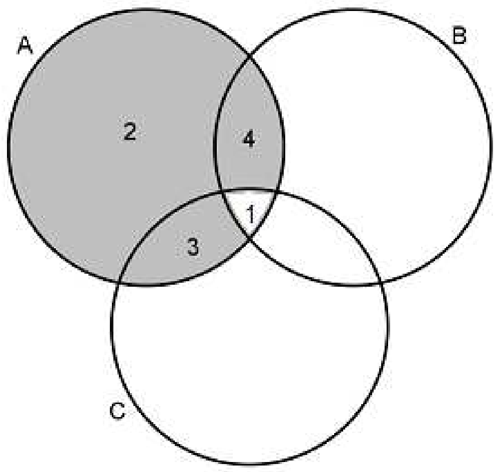
---

42. (CN 1998) Dados os conjuntos A, B e C, tais que: $n(B\cup C)=20$, $n(A\cap B)=5$ $n(A\cap C)=4$, $n(A\cap B\cap C)=1$ e $n(A\cup B\cup C)=22$, o valor de $n[A-(B\cap C)]$ é:

a) 10
b) 7
c) 9
d) 6
e) 8

Comentário:

Problemas deste tipo podem ser resolvidos, facilmente, com auxílio de um diagrama de Venn. Vamos a ele!



Sabemos que:

- $n(A \cap B \cap C) = 1$
- $n(A \cap B) = 5$ e $n(A \cap C) = 4$.

A região que representa SÓ A , é $(A \cup B \cup C) - (B \cup C)$, que tem $22 - 20 = 2$.

Logo, o conjunto procurado que corresponde à região hachurada é tal que $n\left[A - (B \cap C)\right] = 2 + 3 + 4 = 9$

Gabarito: C

---

43. (CN 1988) Dados os conjuntos M, N e P tais que $N \subset M$, $n(M \cap N) = 60\% \cdot n(M)$, $n(N \cap P) = 50\% \cdot n(N)$, $n(M \cap N \cap P) = 40\% \cdot n(P)$ e $n(P) = x\% \cdot n(M)$. O valor de X é:
obs.: $n(A)$ indica o número de elementos do conjunto A.

a) 80
b) 75
c) 60
d) 50
e) 45

Comentário:

$$N \subset M \Rightarrow n(M \cap N) = n(N) = 60\% \cdot n(M) = 0{,}6 \cdot n(M)$$
$$n(N \cap P) = 50\% \cdot n(N) = 0{,}5 \cdot n(N) =$$
$$= 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot n(M) = 0{,}3 \cdot n(M)$$
$$N \subset M \Rightarrow M \cap N \cap P = N \cap P$$
$$\Rightarrow n(M \cap N \cap P) = n(N \cap P)$$
$$\Rightarrow 0{,}4 \cdot n(P) = 0{,}3 \cdot n(M)$$
$$\Leftrightarrow n(P) = 0{,}75 \cdot n(M) = 75\% \cdot n(M)$$

Logo, $x = 75$.

Gabarito: B

---

44. (CN 1989) Num grupo de 142 pessoas foi feita uma pesquisa sobre três programas de televisão A, B e C e constatou-se que:

I - 40 não assistem a nenhum dos três programas.
II - 103 não assistem ao programa C.

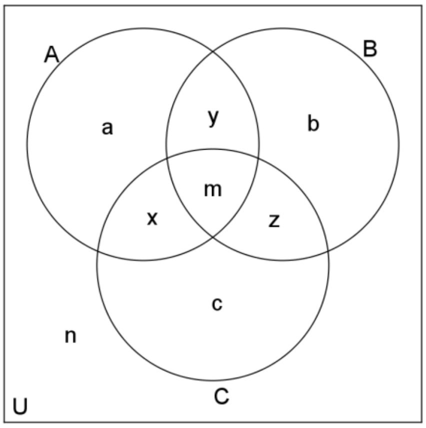
III – 25 só assistem ao programa B.
IV - 13 assistem aos programas A e B.
V - O número de pessoas que assistem somente aos programas B e C é a metade dos que assistem somente a A e B.
VI - 25 só assistem a 2 programas; e
VII – 72 só assistem a um dos programas.

Pode-se concluir que o número de pessoas que assistem

a) ao programa A é 30
b) ao programa C é 39
c) aos 3 programas é 6
d) aos programas A e C é 13
e) aos programas A ou B é 63.

Comentário:

Representando o resultado da pesquisa em um diagrama de Venn e representando pelas letras minúsculas a quantidade de elementos em cada região do diagrama, temos:



É fácil descobrir a resposta, analisando a afirmativa II. Vamos, entretanto, tentar identificar a quantidade de elementos em cada região do conjunto a fim de verificar que as outras alternativas estão incorretas.

O grupo tem 142 pessoas, então $a+b+c+x+y+z+m+n=142$.
I - 40 não assistem a nenhum dos três programas: $n=40$
II - 103 não assistem ao programa C: $n+a+y+b=103$
$\Rightarrow n(C)=c+x+z+m=142-103=39$
III - 25 só assistem ao programa B: $b=25$
IV - 13 assistem aos programas A e B: $y+m=13$
V - O número de pessoas que assistem somente aos programas B e C é a metade dos que assistem somente a A e B: $z=\frac{y}{2}\Leftrightarrow y=2z$

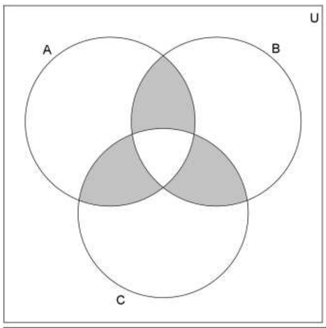
VI - 25 só assistem a 2 programas: $x+y+z=25$
VII - 72 só assistem a um dos programas: $a+b+c=72$

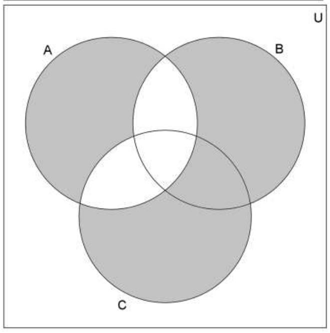
$$a+b+c+x+y+z+m+n=142 \wedge n=40$$
$$\Rightarrow a+b+c+x+y+z+m=102$$
$$a+b+c+x+y+z+m=102 \wedge a+b+c=72$$
$$\wedge x+y+z=25 \Rightarrow 72+25+m=102 \Leftrightarrow m=5$$
$$y+m=13 \wedge m=5 \Rightarrow y+5=13 \Leftrightarrow y=8$$
$$y=2z \wedge y=8 \Rightarrow 2z=8 \Leftrightarrow z=4$$
$$x+y+z=25 \wedge y=8 \wedge z=4 \Rightarrow x+8+4=25 \Leftrightarrow x=13$$
$$n+a+y+b=103 \wedge n=40 \wedge y=8 \wedge b=25$$
$$\Rightarrow 40+a+8+25=103 \Leftrightarrow a=30$$
$$a+b+c=72 \wedge b=25 \wedge a=30$$
$$\Rightarrow 30+25+c=72 \Leftrightarrow c=17$$

a) ao programa A é 30 (errada): $n(A)=a+x+y+m=30+13+8+5=56$
b) ao programa C é 39 (correta): $n(C)=c+x+z+m=17+13+4+5=39$
c) aos 3 programas é 6 (errada): $n(A\cap B\cap C)=m=5$
d) aos programas A e C é 13 (errada): $n(A\cap C)=x+m=13+5=18$
e) aos programas A ou B é 63 (errada): $n(A\cup B)=a+b+x+y+z+m=$ $=30+25+13+8+4+5=85$

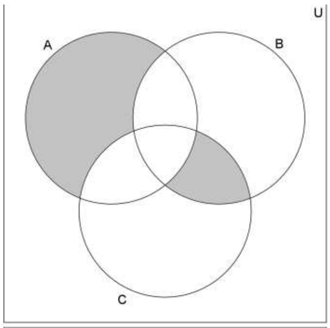
Gabarito: B

45. (CN 1992) Sejam U o conjunto das brasileiras, A o conjunto das cariocas, B o conjunto das morenas e C o conjunto das mulheres de olhos azuis. O diagrama que representa o conjunto de mulheres morenas ou de olhos azuis, e não cariocas; ou mulheres cariocas e não morenas e nem de olhos azuis é:

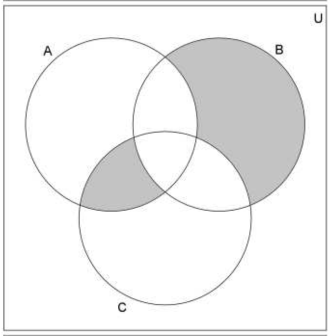
(A)


(B)


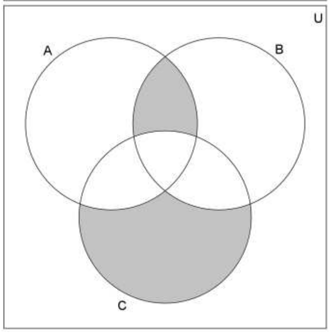
(C)



(D)



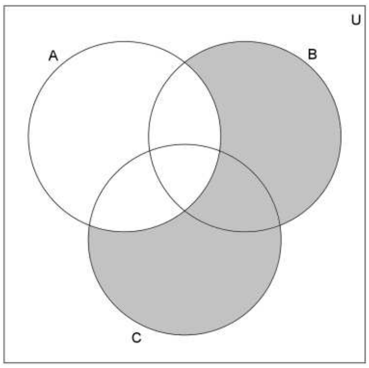
(E)



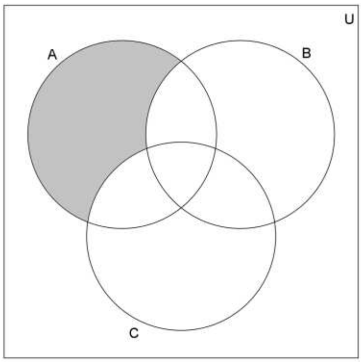
Comentário:

O conjunto de mulheres morenas ou de olhos azuis, e não cariocas; ou mulheres cariocas e não morenas e nem de olhos azuis é $((B\cup C)-A)\cup(A-(B\cup C))$.

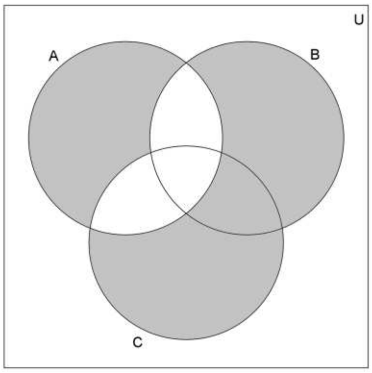
$(B\cup C)-A$



$A - (B \cup C)$



$((B \cup C) - A) \cup (A - (B \cup C))$



Logo, a alternativa correta é (B).

Gabarito: B

---

46. (CN 2006) Sejam os conjuntos $A = \{1,3,4\}$, $B = \{1,2,3\}$ e X. Sabe-se que qualquer subconjunto de $A \cap B$ está contido em X, que por sua vez é subconjunto de $A \cup B$. Quantos são os possíveis conjuntos X?

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

Comentário:

- $A \cap B = \{1,3\}$
- $A \cup B = \{1,2,3,4\}$
- $A \cap B \subset A \cap B \Rightarrow A \cap B \subset X$
- $\Rightarrow A \cap B \subset X \subset A \cup B \Leftrightarrow \{1,3\} \subset X \subset \{1,2,3,4\}$

$$\Leftrightarrow X=\{1,3\} \vee X=\{1,3,2\} \vee$$
$$X=\{1,3,4\} \vee X=\{1,3,2,4\}$$

Assim, há 4 possíveis conjuntos X.

Observe que esse valor é exatamente a quantidade de subconjuntos de $\{2,4\}=\{1,2,3,4\}-\{1,3\}$.

Gabarito: B

47. (CN 2007) Observe os conjuntos $A=\{3,\{3\},5,\{5\}\}$ e $B=\{3,\{3,5\},5\}$. Sabendo-se que $n(X)$ representa o número total de elementos de um conjunto X, e que $P(X)$ é o conjunto formado por todos os subconjuntos do conjunto X, pode-se afirmar que:
(A) $n(A\cap B)=3$
(B) $n(A\cup B)=7$
(C) $n(A-B)=2$
(D) $n(P(A))=32$
(E) $n(P(B))=16$

Comentário:

$$A\cup B=\{3,\{3\},5,\{5\},\{3,5\}\}\Rightarrow n(A\cup B)=5$$
$$A\cap B=\{3,5\}\Rightarrow n(A\cap B)=2$$
$$A-B=\{\{3\},\{5\}\}\Rightarrow n(A-B)=2$$
$$A=\{3,\{3\},5,\{5\}\}\Rightarrow n(A)=4\Rightarrow n(P(A))=2^4=16$$
$$B=\{3,\{3,5\},5\}\Rightarrow n(B)=3\Rightarrow n(P(B))=2^3=8$$

Logo, a alternativa correta é (C).

Gabarito: C

48. (CN 2008) Em uma classe de x alunos, o professor de matemática escreveu, no quadro de giz, um conjunto A de n elementos. A seguir, pediu que, por ordem de chamada, cada aluno fosse ao quadro e escrevesse um subconjunto de A, diferente dos que já foram escritos. Depois de cumprirem com a tarefa, o professor notou que ainda existiam subconjuntos que não haviam sido escritos pelos alunos. Passou a chamá-los novamente, ate que o 18° aluno seria obrigado a repetir um dos subconjuntos já escritos; o valor mínimo de x, que atende às condições dadas, está entre:
(A) 24 e 30.
(B) 29 e 35.
(C) 34 e 40.
(D) 39 e 45.
(E) 44 e 50.

Comentário:

A quantidade de subconjuntos distintos de A é igual à quantidade de alunos da turma mais 17. Assim, $2^n = x + 17$.

Para que X assuma seu valor mínimo, n também deve assumir o seu valor mínimo, dadas as condições $x \geq 18$ e $2^n \geq 18 + 17 = 35$. Portanto, $n = 6$ e $x = 2^n - 17 = 2^6 - 17 = 64 - 17 = 47$, que está entre 44 e 50.

Gabarito: E

---

49. (CN 2011) Sejam A, B e C conjuntos tais que: $A = \{1, \{1,2\}, \{3\}\}$, $B = \{1, \{2\}, 3\}$ e $C = \{\{1\}, 2, 3\}$. Sendo X a união dos conjuntos $(A - C)$ e $(A - B)$, qual será o total de elementos de X?

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

Comentário:

$A - C = A$ e $A - B = \{\{1,2\}, \{3\}\} \subset A \Rightarrow X = (A - C) \cup (A - B) = A$ que possui 3 elementos.

Gabarito: C

---

50. (CN 2012) Numa pesquisa sobre a leitura dos jornais A e B, constatou-se que 70% leem o jornal A e 65% leem o jornal B. Qual o percentual máximo dos que leem os jornais A e B?

a) 35%
b) 50%
c) 65%
d) 80%
e) 95%

Comentário:

Seja $n(X)$ o percentual de leitores associados ao conjunto X.

$n(A) = 70\%$

$n(B) = 65\%$

O percentual máximo dos que leem os jornais A e B é o valor máximo de $n(A \cap B)$.

Pelo princípio da inclusão-exclusão: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$\Leftrightarrow n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) =$$
$$= 70\% + 65\% - n(A \cup B) = 135\% - n(A \cup B)$$
$$n(A \cup B) \geq n(A) = 70\%$$
$$\Rightarrow n(A \cap B)_{MAX} = 135\% - 70\% = 65\%$$

Note que esse valor máximo ocorre quando $B \subset A$, o que implica $n(A \cap B) = n(B)$.

Gabarito: C

Como estamos? Tranquilo? Rsrsrsrs...

Agora é hora de praticar todas as questões trabalhadas!

Foi um prazer estar com vocês nesta aula! Vamos arrebentar!

Simbora?

Não esqueça do nosso fórum, local onde você poderá retirar possíveis dúvidas sobre seu aprendizado.

@professor_ismaelsantos

profismael.mat@gmail.com

LISTA DE QUESTÕES

5 – LISTA DE QUESTÕES

01. Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas sentenças abaixo sabendo-se que
A = {1, 2, 3, 4},
B = {4, 5, 6},
C = {{1}, {2, 3}, {1, 2, 3, 4}},
D = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

a) $1 \in D$ ( )
b) $3 \notin B$ ( )
c) $1 \in C$ ( )
d) $4 \in A$ ( )
e) $\{1\} \in C$ ( )
f) $\{2, 3\} \in C$ ( )
g) $\{\{1\}\} \in C$ ( )
h) $\{1\} \in D$ ( )
i) $\{4,5\} \in D$ ( )
j) $5 \notin B$ ( )

---

02. Dado o conjunto $P = \{0, \{0\}, \varnothing, \{\varnothing\}\}$, considere as afirmativas:
I) $\{0\} \in P$
II) $\{0\} \subset P$
III) $\varnothing \in P$

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:
a) todas são verdadeiras.
b) apenas a I é verdadeira.
c) apenas a II é verdadeira.
d) apenas a III é verdadeira.
e) todas são falsas.

---

03. Considere os seguintes conjuntos: A = {1, 2, {1,2}} B = {{1}, 2} e C = {1, {1}, {2}}
Assinale abaixo a alternativa falsa:

a) $A \cap B = \{2\}$

b) $B \cap C = \{\{1\}\}$

c) $B - C = A \cap B$

d) $B \subset A$

e) $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde P(A) é o conjunto dos subconjuntos de A.

---

04. Sobre A, B, C, três subconjuntos quaisquer do universo, considere as proposições:

1) $A \cup \varnothing = \varnothing$
2) $A \cup U = U$
3) $A \cap A = A$
4) $A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$
5) $\varnothing \subset A$
6) $A - B = \{x \in U \,/\, x \in A \text{ e } x \in B\}$

Das proposições acima são verdadeiras:

a) 3, 5 e 6

b) 2, 3 e 5

c) 1, 3 e 5

d) 2, 3 e 4

e) todas

---

05. Considerando os conjuntos A= {x; y; z} e B= {p; u; v; x}, assinale a alternativa que apresenta o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

a) {x}

b) {p; u; v}

c) {v; x; y; z}

d) { }

e) {p ;u; v; x; y; z}

---

06. Dados os conjuntos A, B e C. Sabendo que $A \cap B = \emptyset$ e $C = A \cup B$, é correto afirmar que

a) $B \cap C = C$.

b) $A \cap C = A$.

c) $A \cup C = A$.

d) $B \cup C = \emptyset$.

e) $A \in C$.

---

07. Considere os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {1, 2, 3, 4, 5}. O número de elementos de C_B^A é:

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 3.

e) 5.

---

08. Dado o conjunto A = {1, 2, {1}, {2}, {3}, {1,2}} e as afirmações:

I) $\{1\} \subset A$

II) $\{1\} \in A$

III) $\{1,2,3\} \subset A$

IV) $3 \in A$

Considerando V (verdadeiro) e F (falso) pode-se dizer que as afirmações I, II, III e IV são, respectivamente:

a) V, F, V, V

b) V, V, F, F

c) V, F, F, V

d) V, V, V, F

---

09. Dados três conjuntos M, N e P não vazios, tais que M – N = P. Considere as afirmativas:

IV) $P \cap N = \emptyset$
V) $M \cap P = P$
VI) $P \cup (M \cap N) = M$

Com relação a estas afirmativas, conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras
b) Somente a II e a III são verdadeiras
c) Somente a I e a II são verdadeiras
d) Somente a I e a III são verdadeiras
e) Nenhuma é verdadeira

---

10. Se $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$ e $A - B = \{0, 1\}$, então A e B serão :

a) $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{0,2,3,4\}$
b) $A = \{2, 3\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
c) $A = \{2, 3, 4\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3\}$
d) $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 3, 4\}$
e) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{2, 3\}$

---

11. Numa escola existem 195 alunos, 55 estudam física, 63 estudam química e 100 alunos não estudam nenhuma das duas matérias. Os alunos que estudam as duas matérias são:

a) 23

b) 25

c) 95

d) 32

e) 40

---

12. Marcelo resolveu corretamente 90% das questões da prova e André 70%. Se nenhuma questão da prova ficou sem ser resolvida pelo menos por um deles, e 18 delas foram resolvidas corretamente pelos dois podemos concluir que a prova constava de:

a) 148 questões

b) 100 questões

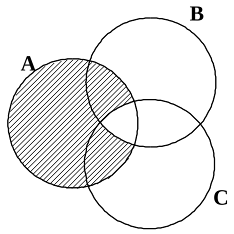
c) 50 questões

d) 30 questões

e) 20 questões

---

13. No diagrama seguinte a região hachurada representa o conjunto.



a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(B \cap C) - A$

c) $(A \cap B) \cup C$

d) $A - (B \cap C)$

e) $A - (B - C)$

---

14. Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?

a) 100

b) 120

c) 140

d) 160

e) 180

---

15. Sejam A , B e C conjuntos finitos, o número de elementos de $A \cap B$ é 25 , o número de elementos de $A \cap C$ é 15 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 10. Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é :

a) 30

b) 10

c) 40

d) 20

e) 15

---

16. Numa pesquisa feita junta a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:

1) 80 universitários leem apenas um jornal.
2) O número dos que não leem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que leem ambos os jornais.
3) O número dos que leem o jornal A é o mesmo dos que leem apenas o jornal B.

Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que leem o jornal B é:

a) 160

b) 140

c) 120

d) 100

e) 80

---

17. Sejam A o conjunto dos candidatos a cabo, B o conjunto de candidatos a sargentos, C o conjunto de candidatos a oficial e U o conjunto de alunos de um curso preparatório às escolas militares. O conjunto que representa os alunos que são candidatos a oficial e que não são nem para cabos e nem para sargentos é:

a) $C - (B \cup A)$

b) $C-(B\cap A)$

c) $(A\cup B)\cap C$

d) $(B\cap C)\cup(A\cap B)$

---

18. Em uma escola foi feita uma pesquisa entre os alunos para saber que revista costumavam ler. O resultado foi:
- 42% leem a revista “Veja”
- 35% leem a revista “Época”
- 17% leem as revistas “Veja” e “Época”

Sendo assim, o percentual de alunos que leem apenas uma das duas revistas é:

a) 94

b) 70

c) 43

d) 40

e) 17

---

19. Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja.

O número de pessoas pesquisadas foi:

a) 620

b) 470

c) 320

d) 280

---

20. Se A é o conjunto dos números naturais múltiplos de 15 e B o conjunto dos números naturais múltiplos de 35, então $A \cap B$ é o conjunto dos números naturais múltiplos de:

a) 15

b) 35

c) 105

d) 525

---

21. Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos e C com 4 elementos. O número de elementos do conjunto $C - [(A \cap B) \cap C]$ pode variar entre:

a) 2 e 4

b) 2 e 3

c) 0 e 4

d) 0 e 3

e) 0 e 2

---

22. Considerando-se que:

$A \cup B \cup C = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 10\}$

$A \cap B = \{2, 3, 8\}$

$A \cap C = \{2, 7\}$

$B \cap C = \{2, 5, 6\}$

$A \cup B = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 8\}$

Pode-se afirmar que o conjunto C é :

a) {9, 10}

b) {5, 6, 9, 10}

c) 2, 5, 6, 7, 9, 10}

d) 2, 5, 6, 7}

e) $A \cup B$

---

23. Considere os conjuntos A, B e C tais que $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$, $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$, $B \cap C=\{1\}$, $A \cap C = \{1,4\}$ e $A \cap B = \{1,2\}$. Podemos, então, afirmar que:

a) O conjunto A tem 3 elementos

b) O conjunto B tem 3 elementos

c) O conjunto C tem 4 elementos

d) O número de elementos do conjunto B é igual ao número de elementos do conjunto A, mas não é três.

e) O número de elementos do conjunto A é igual ao número de elementos do conjunto C.

---

24. Se $A=\{1,\{9\},9,2\}$, assinale a afirmativa errada.

a) $1 \in A$

b) $9 \in A$

c) $\{9\} \in A$

d) $\{9\} \subset A$

e) $2 \subset A$

---

25. Sejam A e B conjuntos quaisquer, $A \cup B = A \cap B$, se e somente se :

a) $A = \emptyset$

b) $A \supset B$

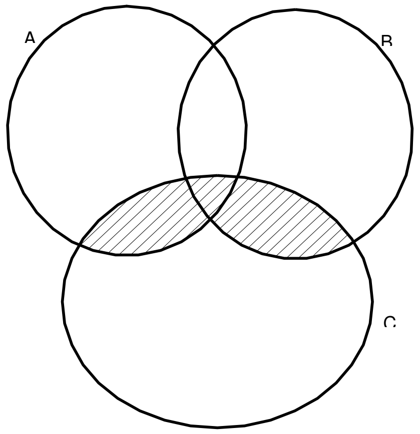
c) $A \not\subset B$

d) $A \supset B$ ou $B \supset A$

e) $A \subset B$ e $B \subset A$

---

26. A parte hachurada no desenho abaixo é igual a:



a) A∩C

b) (A∪B)∩C

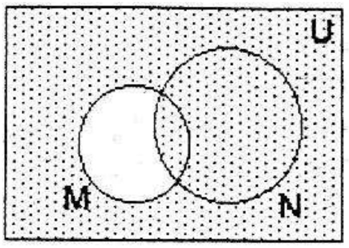
c) (A∩C)∪C

d) B∩C

e) (A∪C)∩B

---

27. No diagrama, o hachurado é o conjunto:



a) complementar de (M ∪ N) em relação a U.

b) complementar de (M – N) em relação a U.

c) complementar de (M ∩ N) em relação a U.

d) (M – N) ∪ (N – M).

---

28. (EPCAr – 2002) No concurso para o CPCAR foram entrevistados 979 candidatos dos quais 527 falam a língua inglesa, 251 a língua francesa e 321 não falam nenhum desses idiomas. O número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é

a) 778
b) 658
c) 120
d) 131

---

29. (EPCAR 2000) Numa cidade residem n famílias e todas leem jornais. Nela há três jornais, A, B e C, e sabe-se que 250 famílias leem jornal A, 180leem o jornal B, 150 leem C, 110leem A e B, 95 leem A e C, 80 leem B e C e 40 leem A, B e C. O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é

a) 70
b) 185
c) 320
d) 280

---

30. (EPCAR 2004) Dados os conjuntos A, B e C tais que $[A-(A\cap B)]\cap B=C$, pode-se afirmar, necessariamente, que

a) $C\not\subset(A\times B)$
b) $n(A-B)<n(B)$
c) $n(A\cap C)>n(A\cup B)-n(B)$
d) $n(B\cap C)=n(C)$

---

31. (EPCAR 2006) Para uma turma de 80 alunos do CPCAR, foi aplicada uma prova de matemática valendo 9,0 pontos distribuídos igualmente em 3 questões sobre:

1ª) FUNÇÃO
2ª) GEOMETRIA
3ª) POLINÔMIOS
Sabe-se que:

- apesar de 70% dos alunos terem acertado a questão sobre FUNÇÃO, apenas $\frac{1}{10}$ da turma conseguiu nota 9,0;
- 20 alunos acertaram as questões sobre FUNÇÃO e GEOMETRIA;
- 22 acertaram as questões sobre GEOMETRIA e POLINÔMIOS; e
- 18 acertaram as questões sobre FUNÇÃO e POLINÔMIOS.

A turma estava completa nessa avaliação, ninguém tirou nota zero, no critério de correção não houve questões com acertos parciais e o número de acertos apenas em GEOMETRIA é o mesmo que o número de acertos apenas em POLINÔMIOS.
Nessas condições, é correto afirmar que

a) o número de alunos que só acertaram a 2ª questão é o dobro do número de alunos que acertaram todas as questões.
b) metade da turma só acertou uma questão.
c) mais de 50% da turma errou a terceira questão.
d) apenas $\frac{3}{4}$ da turma atingiu a média maior ou igual a 5,0

---

32. (CMRJ 2011) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

a) 48
b) 45
c) 40
d) 36
e) 30

---

33. (CN 1999) Dados dois conjuntos A e B tais que $n(A \cup B) = 10$, $n(A \cap B) = 5$ e $n(A) > n(B)$, pode-se afirmar que a soma dos valores possíveis para $n(A - B)$ é:

(A) 10
(B) 11
(C) 12
(D) 13
(E) 14

---

34. (CN 2001) Sejam os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 6n + 3, n \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros. Então $A \cap B$ é igual a:

(A) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é par e múltiplo de } 3\}$

(B) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$

(C) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$

(D) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 6\}$

(E) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar}\}$

---

35. (EFOMM 2002) Na Bienal do Livro realizada no Riocentro, Rio de Janeiro, os livros A, B e C de um determinado autor apresentaram os seguintes percentuais de vendas aos leitores:

- 48% compraram o livro A;
- 45% compraram o livro B;
- 50% compraram o livro C;
- 18% compraram os livros A e B;
- 25% compraram os livros B e C;
- 15% compraram os livros A e C; e
- 5% não compraram nenhum dos livros.

Qual o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros?

a) 10%
b) 18%
c) 29%
d) 38%
e) 57%

---

36. (EPCAr 2012) Uma pessoa foi realizar um curso de aperfeiçoamento. O curso foi ministrado em x dias nos períodos da manhã e da tarde desses dias. Durante o curso foram aplicadas 9 avaliações que ocorreram em dias distintos, cada uma no período da tarde ou no período da manhã, nunca havendo mais de uma avaliação no mesmo dia. Houve 7 manhãs e 4 tardes sem avaliação. O número x é divisor natural de

a) 45
b) 36
c) 20
d) 18

37. (CN 1995) Num concurso, cada candidato fez uma prova de Português e uma de Matemática. Para ser aprovado, o aluno tem que passar nas duas provas. Sabe-se que o número de candidatos que passaram em Português é o quádruplo do número de aprovados no concurso; dos que passaram em Matemática é o triplo do número de candidatos aprovados no concurso; dos que não passaram nas duas provas é a metade do número de aprovados no concurso; e dos que fizeram o concurso é 260. Quantos candidatos foram reprovados no concurso?

a) 140
b) 160
c) 180
d) 200
e) 220

---

38. (CN 1998) Considere o conjunto A dos números primos positivos menores do que 20 e o conjunto B dos divisores positivos de 36. O número de subconjuntos do conjunto diferença B - A é:

a) 32
b) 64
c) 128
d) 256
e) 512

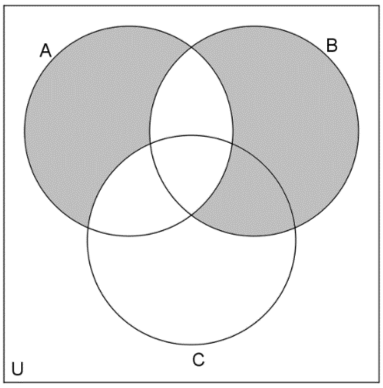
---

39. (EPCAR 1986) Um conjunto A tem n elementos e p subconjuntos e um conjunto B tem 3 elementos a mais do que o conjunto A. Se q é o número de subconjuntos de B, então:

a) $q = 3p$
b) $p = 8q$
c) $p = q + 8$
d) $\frac{p}{q} = \frac{1}{8}$
e) $q = p + 8$

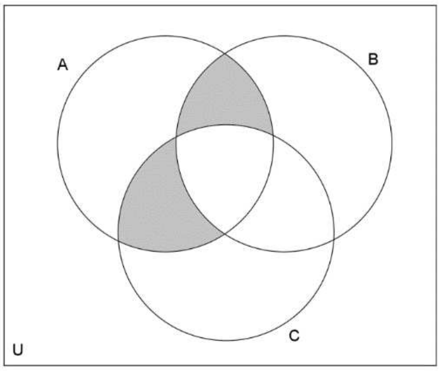
---

40. (CN 1991) Considere os conjuntos A, B, C e U no diagrama abaixo. A região sombreada corresponde ao conjunto:



a) $[A-(B\cap C)]\cup[(B\cap C)-A]$
b) $C_{(A\cup B\cup C)}[(A\cup B)-C]$
c) $C_{A\cup(B\cap C)}[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$
d) $(A\cup B)-[(A\cap B)\cup(A\cap C)]$
e) $[(B\cap C)-A]\cup(A-B)$

41. (CN 1993) Considere os diagramas onde A, B, C e U são conjuntos. A região sombreada pode ser representada por:



(A) $(A\cap B)\cup(A\cap C)-(B\cap C)$
(B) $(A\cap B)\cup(A\cap C)-(B\cup C)$
(C) $(A\cup B)\cup(A\cap C)\cup(B\cap C)$
(D) $(A\cup B)-(A\cup C)\cap(B\cap C)$
(E) $(A-B)\cap(A-C)\cap(B-C)$

---

42. (CN 1998) Dados os conjuntos A, B e C, tais que: $n(B\cup C)=20$, $n(A\cap B)=5$ $n(A\cap C)=4$, $n(A\cap B\cap C)=1$ e $n(A\cup B\cup C)=22$, o valor de $n[A-(B\cap C)]$ é:

a) 10
b) 7

c) 9
d) 6
e) 8

43. (CN 1988) Dados os conjuntos M, N e P tais que $N \subset M$, $n(M \cap N) = 60\% \cdot n(M)$, $n(N \cap P) = 50\% \cdot n(N)$, $n(M \cap N \cap P) = 40\% \cdot n(P)$ e $n(P) = x\% \cdot n(M)$. O valor de X é:
obs.: $n(A)$ indica o número de elementos do conjunto A.

a) 80
b) 75
c) 60
d) 50
e) 45

---

44. (CN 1989) Num grupo de 142 pessoas foi feita uma pesquisa sobre três programas de televisão A, B e C e constatou-se que:

I - 40 não assistem a nenhum dos três programas.
II - 103 não assistem ao programa C.
III – 25 só assistem ao programa B.
IV - 13 assistem aos programas A e B.
V - O número de pessoas que assistem somente aos programas B e C é a metade dos que assistem somente a A e B.
VI - 25 só assistem a 2 programas; e
VII – 72 só assistem a um dos programas.

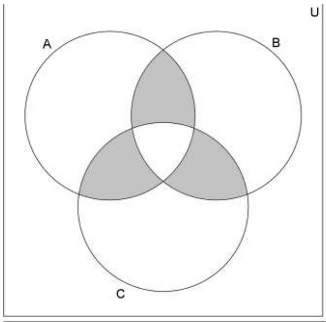
Pode-se concluir que o número de pessoas que assistem

a) ao programa A é 30
b) ao programa C é 39
c) aos 3 programas é 6
d) aos programas A e C é 13
e) aos programas A ou B é 63.

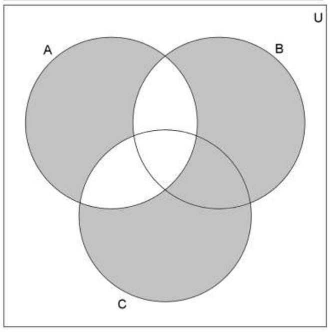
---

45. (CN 1992) Sejam U o conjunto das brasileiras, A o conjunto das cariocas, B o conjunto das morenas e C o conjunto das mulheres de olhos azuis. O diagrama que representa o conjunto de mulheres morenas ou de olhos azuis, e não cariocas; ou mulheres cariocas e não morenas e nem de olhos azuis é:

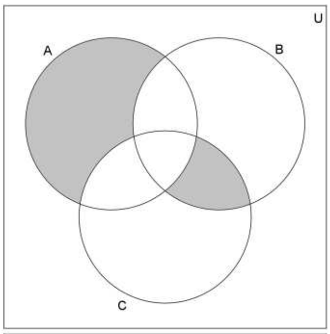
a)



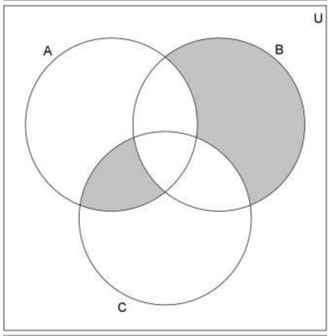
b)



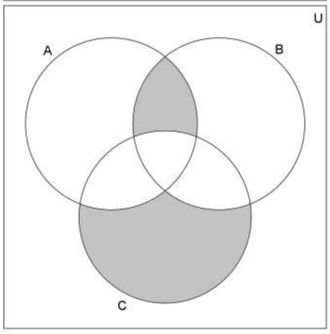
c)



d)



e)



46. (CN 2006) Sejam os conjuntos $A=\{1,3,4\}$, $B=\{1,2,3\}$ e X. Sabe-se que qualquer subconjunto de $A \cap B$ está contido em X, que por sua vez é subconjunto de $A \cup B$. Quantos são os possíveis conjuntos X?

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

---

47. (CN 2007) Observe os conjuntos $A=\{3,\{3\},5,\{5\}\}$ e $B=\{3,\{3,5\},5\}$. Sabendo-se que $n(X)$ representa o número total de elementos de um conjunto X, e que $P(X)$ é o conjunto formado por todos os subconjuntos do conjunto X, pode-se afirmar que:

(A) $n(A \cap B)=3$
(B) $n(A \cup B)=7$
(C) $n(A-B)=2$
(D) $n(P(A))=32$
(E) $n(P(B))=16$

---

48. (CN 2008) Em uma classe de x alunos, o professor de matemática escreveu, no quadro de giz, um conjunto A de n elementos. A seguir, pediu que, por ordem de chamada, cada aluno fosse ao quadro e escrevesse um subconjunto de A, diferente dos que já foram escritos. Depois de cumprirem com a tarefa, o professor notou que ainda existiam subconjuntos que não haviam sido escritos pelos alunos. Passou a chamá-los novamente, ate que o 18° aluno seria obrigado a repetir um dos subconjuntos já escritos; o valor mínimo de x, que atende às condições dadas, está entre:

(A) 24 e 30.
(B) 29 e 35.
(C) 34 e 40.
(D) 39 e 45.
(E) 44 e 50.

---

49. (CN 2011) Sejam A, B e C conjuntos tais que: $A=\{1,\{1,2\},\{3\}\}$, $B=\{1,\{2\},3\}$ e $C=\{\{1\},2,3\}$. Sendo X a união dos conjuntos $(A-C)$ e $(A-B)$, qual será o total de elementos de X?

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4

(E) 5

---

50. (CN 2012) Numa pesquisa sobre a leitura dos jornais A e B, constatou-se que 70% leem o jornal A e 65% leem o jornal B. Qual o percentual máximo dos que leem os jornais A e B?

a) 35%
b) 50%
c) 65%
d) 80%
e) 95%

(EFOMM-2006) QUESTÃO 12.

Sejam os conjuntos U = f1; 2; 3; 4g e A = f1; 2g. O conjunto

B tal que B \ A = 1 e B [A = U é

(a) 0

(b) f1g

(c) f1; 2g

(d) f1; 3; 4g

(e) U

(EFOMM-2006) QUESTÃO 13.

Dados A = f2; 3; 4g e B = f1; 6; 8; 12g, a relação R1 =

f(x; y) 2 A _ B j y = x + 4g de A em B é dada por:

(a) f(3; 6); (4; 8)g

(b) f(2; 6); (4; 8)g

(c) f(6; 2); (8; 4)g

(d) f(2; 6); (3; 12); (4; 8)g

(e) f(2; 1); (3; 6); (4; 8)g

(EFOMM-2007) QUESTÃO 14.

Numa companhia de 496 alunos, 210 fazem natação, 260

musculação e 94 estão impossibilitados de fazer esportes.

Neste caso, o número de alunos que fazem só natação é

(a) 116

(b) 142

(c) 166

(d) 176

(e) 194

(EFOMM-2010) QUESTÃO 15.

Se X é um conjunto com um número finito de elementos,

n(X) representa o número de elementos do conjunto X.

Considere os conjuntos A, B e C com as seguintes propriedades:

_ n (A [B [C) = 25;

_ n (A - C) = 13;

_ n (B - A) = 10;

_ n (A \ C) = n (C - (A [B)).

O maior valor possível de n(C) é igual a

(a) 9

(b) 10

(c) 11

(d) 12

(e) 13

(EFOMM-2012) QUESTÃO 16.

Considere-se o conjunto universo U, formado por uma

turma de cálculo da Escola de Formação de Oficiais da Marinha

Mercante (EFOMM) e composta por alunos e alunas.

São dados os subconjuntos de U:

A: Conjunto formado pelos alunos; e

B: Conjunto formado por todos os alunos e alunas aprovados.

Pode-se concluir que CB

U - (A - B) é a quantidade de

(a) alunos aprovados.

(b) alunos reprovados.

(c) todos os alunos e alunas aprovados.

(d) alunas aprovadas.

(e) alunas reprovadas.

(EFOMM-2014) QUESTÃO 17.

Denotaremos por n(X) o número de elementos de um conjunto finito X. Sejam A, B, C conjuntos tais que n(A [B) = 14, n(A [C) = 14 e n(B [C) = 15, n(A [B [C) = 17 e n(A \ B \ C) = 3. Então n(A) + n(B) + n(C) é igual a

(a) 18.

(b) 20.

(c) 25.

(d) 29.

(e) 32.

6 – GABARITO

GABARITO

1. V – V – F =- V – V – V – F – F – F – F
2. A
3. D
4. B
5. E
6. B
7. C
8. B
9. A
10. D
11. A
12. D
13. D
14. C
15. A
16. D
17. A
18. C
19. C
20. C
21. A
22. C
23. B
24. E
25. E
26. B
27. B
28. C
29. B
30. D
31. C
32. C
33. C
34. B
35. E
36. C
37. E
38. C
39. D
40. D

41. E
42. C
43. B
44. B
45. B
46. B
47. C
48. E
49. C
50. C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.