

Aula 00

*TJ-SP (Escrevente Judiciário) Raciocínio
Lógico e Matemática*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

18 de Julho de 2023

Índice

1) Aviso	3
2) Apresentação do Curso	4
3) Introdução às Proposições	5
4) Proposições Simples	27
5) Proposições Compostas	37
6) Conversão de Linguagem	79
7) Tabela Verdade	91
8) Tautologia, Contradição e Contingência	107
9) Questões Comentadas - Introdução às Proposições - Vunesp	130
10) Questões Comentadas - Proposições Compostas - Vunesp	134
11) Questões Comentadas - Tabela-Verdade - Vunesp	161
12) Questões Comentadas - Tautologia, Contradição e Contingência - Vunesp	163
13) Lista de Questões - Introdução às Proposições - Vunesp	168
14) Lista de Questões - Proposições Compostas - Vunesp	171
15) Lista de Questões - Tabela-Verdade - Vunesp	180
16) Lista de Questões - Tautologia, Contradição e Contingência - Vunesp	182



AVISO IMPORTANTE!



Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos



APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin**, **Francisco Rebouças**, **Luana Brandão**, **Djefferson Maranhão** e **Vinicius Velede** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

Eduardo Mocellin: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram:  **@edu.mocellin**

Francisco Rebouças: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

Luana Brandão: Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação?  **@professoraluanabrandao**

Djefferson Maranhão: Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

Vinicius Velede: Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sulamericano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEX). Contem comigo nessa trajetória!  **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**



APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, pessoal!

A aula de hoje é a **base** da lógica de proposições, sem a qual não podemos avançar no conteúdo.

Primeiramente abordaremos aspectos introdutórios: **introdução às proposições** e **proposições simples**. Tais assuntos não costumam ter uma incidência muito alta em provas de concurso público, porém eles constituem os fundamentos da matéria.

Em seguida, trataremos sobre as **proposições compostas**. Nesse tema, apresentaremos diversos exemplos que contextualizam os valores lógicos resultantes do uso dos conectivos. Por experiência como professor, gravar exemplos não é o melhor caminho. É muito mais importante que você **DECORE** os casos típicos de cada um dos cinco conectivos.

Posteriormente, falaremos sobre a **conversão da linguagem natural para a proposicional**. Essa parte da aula é importante, pois a necessidade de transformar a língua portuguesa em linguagem matemática estará presente em todas as aulas de lógica de proposições.

Logo depois será tratado sobre **tabela-verdade**. Nessa parte da matéria é fundamental o entendimento de como se constrói a tabela.

Para finalizar a aula, falaremos sobre **tautologia, contradição e contingência**.

Vamos exibir, no **início de cada tópico**, um pequeno **resumo** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto.

Vamos avançando com calma e constância. A aula apresenta uma teoria um pouco extensa, porém necessária para criarmos os alicerces da lógica de proposições.



Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.



@edu.mocellin



INTRODUÇÃO ÀS PROPOSIÇÕES

Introdução às proposições

Proposição lógica

Proposição lógica: é uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso.

1. Oração: sentido completo, presença de **verbo**.

2. Sentença declarativa (afirmativa ou negativa): **não são** proposições as sentenças **exclamativas, interrogativas, imperativas e optativas**.

- "Que noite agradável!" - **Sentença exclamativa**
- "Qual é a sua idade?" - **Sentença interrogativa**
- "Chute a bola." - **Sentença imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho)
- "Que Deus o conserve." - **Sentença optativa** (exprime um desejo)

3. Admite um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: **não são** proposições as **sentenças abertas**, nem os **paradoxos**, nem as frases com **alta carga de subjetividade**.

- " $x + 9 = 10$ " - **Sentença aberta**
- "Ele correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009." - **Sentença aberta**
- "Esta frase é uma mentira." - **Paradoxo**
- "Maria é formosíssima." - **Alta carga de subjetividade**

Quantificadores: "**todo**", "**para todo**", "**para qualquer**", "**qualquer que seja**", "**existe**", "**algun**", "**pelo menos um**", "**nenhum**", "**não existe**", "**existe um único**" e **suas variantes** transformam sentenças abertas em proposições.

Distinção entre proposição, sentença e expressão

Sentença: é a exteriorização de um pensamento com sentido completo.

Expressões: **não** exprimem um pensamento com sentido completo. Diferentemente das sentenças, as **expressões não apresentam verbo**.

Sentenças



Expressões

- Não exprimem pensamento com sentido completo (sem verbo)

As bancas costumam utilizar a palavra **expressão** como **sinônimo de sentença**.



A lógica bivalente e as leis do pensamento

Lógica Bivalente = Lógica Proposicional, Lógica Clássica, Lógica Aristotélica. Obedece **a três princípios**, conhecidos por **Leis do Pensamento**:

- 1. Identidade:** Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.
- 2. Não Contradição:** Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- 3. Terceiro Excluído:** Uma proposição **ou é verdadeira ou é falsa**. Não existe um terceiro valor "talvez".



Proposição lógica

Uma **proposição lógica** é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. Exemplo:

"Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul."

Perceba que a frase acima **é uma oração** em que **se declara algo** sobre a cidade de Porto Alegre. Além disso, essa frase **admite um valor lógico**. Não bastasse isso, essa oração **admite somente um valor lógico**: **ou é verdadeiro que** Porto Alegre é realmente a capital do Rio Grande do Sul, **ou é falso que** essa cidade é a capital desse estado. Vejamos outros exemplos de proposição:

"A raiz quadrada de 16 é 8."

"Usain Bolt correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

Cumpre destacar que **podemos ter proposições que são expressões matemáticas**. Exemplos:

" $5 + 5 = 9$."

(Lê-se: "Cinco mais cinco é igual a nove.")

" $12 > 5$."

(Lê-se: "Doze é maior do que cinco.")

É muito importante que você entenda o conceito de proposição lógica apresentado, pois é possível resolver diversas questões introdutórias somente conhecendo essa definição.

(PETROBRAS/2022) Julgue o item seguinte como CERTO ou ERRADO.

A seguinte afirmação é uma proposição: A quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia.

Comentários:

Uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso.

Note que a afirmação do enunciado se enquadra nessa definição:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "ser";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a quantidade de formigas no planeta Terra;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro que** "a quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia", **ou é falso que** "a quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia".

Gabarito: CERTO.

Nesse momento, vamos nos aprofundar no conceito de proposição.



Uma proposição deve ser uma oração

Uma proposição lógica deve ser uma oração. Isso significa que ela necessariamente deve apresentar um **sentido completo**, identificado pela **presença de um verbo**. As **seguintes expressões não são proposições** por não apresentarem verbo:

"Um excelente curso de raciocínio lógico."

"Vinte e duas horas."

"Teclado."

(CRF-GO/2022) Julgue o item.

A frase "Dois mil mais vinte mais dois" não é uma proposição.

Comentários:

A frase "Dois mil mais vinte mais dois" **não é uma proposição** por **não apresentar sentido completo**. Em outras palavras, a frase em questão **não é uma proposição por não ser uma oração**, uma vez que **não há verbo**.

Gabarito: CERTO.

Uma proposição deve ser declarativa

Uma proposição lógica é uma sentença declarativa, podendo ser uma **sentença declarativa afirmativa** ou uma **sentença declarativa negativa**. São proposições:

- "Taubaté é a capital de São Paulo." - **Sentença declarativa afirmativa**
- "João **não** é nordestino." - **Sentença declarativa negativa**

As seguintes sentenças **não são proposições** por não serem declarativas:

- "Que noite agradável!" - **Sentença exclamativa**
- "Qual é a sua idade?" - **Sentença interrogativa**
- "Chute a bola." - **Sentença imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho)
- "Que Deus o conserve." - **Sentença optativa** (exprime um desejo)



Não basta que a sentença apresente um verbo para que ela seja considerada uma proposição. Veja que a sentença imperativa "Chute a bola" apresenta verbo (**chutar**) e, mesmo assim, não é uma proposição por não ser declarativa.



(CRO-SC/2023) Com relação a equações e inequações e estruturas lógicas, julgue o item.

“Pelé é o maior jogador de futebol de todos os tempos!” é uma proposição.

Comentários:

A frase acima é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

(CREF 3/2023) A frase “Eu quebrei o vaso!” é uma proposição exclamativa.

Comentários:

Veja que a questão tenta enganar o concurseiro dizendo que a frase é uma "**proposição exclamativa**". Esse conceito de "proposição exclamativa" não existe, pois uma proposição não pode ser exclamativa.

Em síntese, a frase acima é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

(PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

A frase “Saia daqui!” é uma proposição simples.

Comentários:

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem, sugestão, pedido ou conselho), bem como é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

(BNB/2018) A sentença “É justo que toda a população do país seja penalizada pelos erros de seus dirigentes?” é uma proposição lógica composta.

Comentários:

Veremos ainda nessa aula o conceito de **proposição composta**.

Note, porém, que podemos resolver a questão mesmo sem conhecer esse conceito. Isso porque a sentença apresentada **não é uma proposição lógica**, pois trata-se de uma **sentença interrogativa**.

Gabarito: ERRADO.

Uma proposição deve admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos

Antes de desenvolver essa última característica das proposições, devemos entender o que é um **valor lógico**.

Valor lógico é o resultado do juízo que se faz sobre uma proposição. Na lógica que é tratada nesse curso, a Lógica Formal, o valor lógico pode ser ou verdadeiro ou falso, mas não ambos.



Observe a seguinte proposição:

"Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul."

Sabemos que ela **ou** é **verdadeira** **ou** é **falsa**, não sendo possível Porto Alegre ser e não ser, ao mesmo tempo, a capital do Rio Grande do Sul.

Nesse momento, é importante que você entenda o seguinte: para verificar se determinada frase é uma proposição, **não precisamos saber, no mundo dos fatos, se a frase é verdadeira ou se é falsa**

Se você é bom em Geografia, provavelmente você sabe que, **quando contrastada com o mundo em que vivemos**, a proposição "**Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul**" é verdadeira.

Apesar disso, para identificarmos se a frase em questão é uma proposição, você não precisa ser bom em Geografia. **Não se faz necessário saber se essa frase é de fato verdadeira ou não**, pois **nos interessa saber somente se a frase tem a capacidade de admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos (verdadeiro ou falso)**.



Para verificar se determinada frase é uma proposição, **não precisamos saber, no mundo dos fatos, se a frase é verdadeira ou se é falsa**. No caso em que acabamos de mostrar, não precisamos saber se Porto Alegre é ou não de fato a capital do Rio Grande do Sul.

Para que a frase seja considerada uma proposição, **um dos requisitos é que ela tenha a capacidade de admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos (verdadeiro ou falso)**.

Observe outro exemplo de proposição lógica:

"Taubaté é a capital do Ceará."

Professor! Isso é mesmo uma proposição? A capital do Ceará é Fortaleza!

Calma, caro aluno. Realmente, quando a frase é contrastada com o mundo dos fatos, identificamos que a capital do Ceará é Fortaleza. Apesar disso, **esse conhecimento é totalmente dispensável para que reconheçamos o fato de que aquela frase é uma proposição lógica**. Isso porque a frase se encaixa perfeitamente na definição de proposição:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "ser";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre Taubaté;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro que "Taubaté é a capital do Ceará", ou é falso que "Taubaté é a capital do Ceará"**.



Para que não reste dúvidas, veja a seguinte frase:

"Na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas."

E aí, astrônomo? Sabe dizer se essa frase é verdadeira ou se é falsa? Mesmo que não saibamos se a frase é verdadeira ou falsa, não resta dúvida de que a frase é uma proposição, pois:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "existir";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a Via Láctea;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro** que "na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas", **ou é falso** que "na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas".



Existem algumas questões, relacionadas a conteúdos que ainda serão estudados, **em que se faz necessário contrastar a proposição com a realidade dos fatos** para que possamos determinar se ela é verdadeira ou se ela é falsa. Em regra, essas questões apresentam **proposições que envolvem conceitos matemáticos**. Por exemplo:

$$"5 + 2 = 8"$$

(Lê-se: "Cinco mais dois é igual a oito.")

$$"5 > 2"$$

(Lê-se: "Cinco é maior do que dois.")

Nesses casos, as questões costumam requerer que você saiba que a primeira proposição é falsa e que a segunda proposição é verdadeira.

Agora que sabemos o que é um valor lógico e como esse conceito é usado para definirmos o que é uma proposição, veremos algumas situações de frases que não são proposições.

Sentenças abertas não são proposições

Sentenças abertas são aquelas sentenças em que **não se pode determinar a que ela se refere**. Como consequência disso, não se pode dizer que elas admitem um único valor lógico V ou F.

Em resumo, **sentenças abertas não são proposições** porque o **valor lógico** que **poderia** ser atribuído à sentença **depende da determinação de uma variável**. Exemplo:

$$"x + 9 = 10"$$

Professor! Nessa sentença eu sei que x é igual a 1!



Calma, caro aluno. **Você não sabe o valor de x .**

O que você acabou de fazer é resolver a equação matematicamente para que ela seja verdadeira. Em outras palavras, você acaba de "forçar" para que a equação seja verdadeira e, como consequência disso, você concluiu que x deve ser igual a 1.

Note, porém, que queremos verificar se a sentença em si é verdadeira ou falsa, sem que ela seja resolvida. Nesse caso, não conseguimos determinar o valor lógico de " $x + 9 = 10$ ", pois **não sabemos de antemão o valor de x .**

Para classificar a equação do exemplo como verdadeira ou falsa, precisaríamos determinar a variável x . Veja que, **para x igual a 3**, por exemplo, **a sentença seria falsa**, pois $3 + 9$ não é igual a 10. Por outro lado, **para x igual a 1**, **a sentença seria verdadeira**, pois $1 + 9$ é igual a 10.

Vejamos como isso pode aparecer em prova.

(CRO-SC/2023) Com relação a equações e inequações e estruturas lógicas, julgue o item.

A inequação $61x^2 - 61x > 0$ é uma proposição.

Comentários:

A inequação em questão não é uma proposição, pois trata-se de uma sentença aberta. O valor lógico que poderia ser atribuído à sentença depende da determinação da variável.

Gabarito: ERRADO.

A questão a seguir apresenta uma aplicação muito interessante do que aprendemos até agora.

(ISS-GRU/2019) Dentre as sentenças a seguir, aquela que é uma sentença aberta é

- a) $3 \cdot x + 4 - x - 3 - 2 \cdot x = 0$
- b) $7 + 3 = 11$
- c) $0 \cdot x = 5$
- d) $13 \cdot x = 7$
- e) $43 - 1 = 42$

Comentários:

Sentenças abertas são aquelas em que o valor lógico que poderia ser atribuído à sentença depende da determinação de uma variável. Vamos analisar cada uma das alternativas.

Alternativa A

Observe o desenvolvimento da sentença original:

$$3x + 4 - x - 3 - 2x = 0$$

$$(3x - x - 2x) + 4 - 3 = 0$$

$$0x + 1 = 0$$

$$1 = 0$$



Veja que o valor lógico sentença " $3 \cdot x + 4 - x - 3 - 2 \cdot x = 0$ " **independe de uma variável**, pois a sentença corresponde a " $1 = 0$ " (lê-se: zero é igual a um). Portanto, **a sentença em questão é uma proposição**. Além disso, caso queiramos contrastar a proposição com a realidade dos fatos, sabemos que essa proposição é falsa.

Alternativa B

" $7 + 3 = 11$ " é uma **proposição falsa**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Alternativa C

Vamos desenvolver a equação.

$$0 \cdot x = 5$$

$$0 = 5$$

Veja que o valor lógico sentença original **independe de uma variável**, pois corresponde a " $0 = 5$ ", que é uma **proposição falsa**.

Alternativa D

" $13 \cdot x = 7$ " corresponde a uma **sentença aberta**. Caso atribuíssemos a x o valor $\frac{7}{13}$, a sentença seria verdadeira e, caso atribuíssemos qualquer outro valor, ela seria falsa. Logo, o **gabarito** é a **alternativa D**.

Alternativa E

" $43 - 1 = 42$ " é uma **proposição verdadeira**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Gabarito: Letra D.

É importante que você entenda que **sentenças abertas não precisam ser expressões matemáticas**. Exemplo:

"Ele correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

Perceba que, na frase em questão, **o pronome "ele" funciona como uma variável**. Para que atribuíssemos o valor verdadeiro ou falso para a sentença, precisaríamos determinar essa variável. No exemplo, se "ele" fosse o ex-velocista Usain Bolt, a sentença seria verdadeira. De modo diverso, se o pronome se referisse ao professor Eduardo Mocellin, a sentença seria falsa.

(Pref. Irauçuba/2022) Considere as seguintes sentenças:

- I. Ela foi a melhor aluna da turma em 2022.
- II. Mario foi o diretor do Colégio Liceu em 2020.
- III. $\frac{x+y}{2}$ é um número par.

É verdade que:

- a) Todas as sentenças são abertas.
- b) Apenas a sentença III é aberta.
- c) Apenas as sentenças I e III são abertas.
- d) Apenas a sentença I é aberta.



Comentários:

Vamos verificar as três sentenças individualmente.

I- Ela foi a melhor aluna da turma em 2022.

Note que **o pronome "ela" funciona como uma variável**. Para que atribuíssemos o valor verdadeiro ou falso para a sentença, precisaríamos determinar essa variável. Logo, trata-se de uma **sentença aberta**.

II- Mario foi o diretor do Colégio Liceu em 2020.

Sabemos que uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. Trata-se do caso dessa sentença e, portanto, essa sentença é uma **proposição**.

III- $\frac{x+y}{2}$ é um número par.

Note que **x e y são variáveis**. Para que atribuíssemos o valor verdadeiro ou falso para a sentença, precisaríamos determinar essas variáveis. Logo, trata-se de uma **sentença aberta**.

Portanto, é correto afirmar que **apenas as sentenças I e III são abertas**.

Gabarito: Letra C.

(INSS/2022) P: "Se me mandou mensagem, meu filho lembrou-se de mim e quer ser lembrado por mim".

Considerando a proposição P apresentada, julgue o item seguinte.

Na proposição P, permitindo-se variar, em certo conjunto de pessoas, o sujeito e o objeto de cada verbo de suas proposições simples constituintes, tem-se uma sentença aberta, que também pode ser expressa por **quem mandou mensagem, lembrou-se e quer ser lembrado**.

Comentários:

Questão de alto nível, pessoal!

Note que P é uma proposição. Veremos futuramente que esse tipo de proposição pode ser classificado como **proposição composta**, pois essa proposição é formada por mais de uma proposição simples.

Em resumo, a questão pretende tornar indeterminadas as pessoas presentes na proposição P, e a questão sintetiza essa indeterminação na frase **"quem mandou mensagem, lembrou-se e quer ser lembrado"**.

Considerando essa frase, percebe-se que temos uma sentença em que **não se pode determinar a quem ela se refere**. Temos, portanto, uma **sentença aberta**.

Gabarito: CERTO.



Existem situações em que as bancas são bastante sutis quando querem indicar que uma frase é uma sentença aberta. Veja o exercício a seguir.



(TJ-CE/2008) A frase "No ano de 2007, o índice de criminalidade da cidade caiu pela metade em relação ao ano de 2006" é uma sentença aberta.

Comentários:

Perceba que **não sabemos a qual cidade a frase do enunciado se refere**. Se atribuíssemos à "variável cidade" uma cidade específica, por exemplo, Porto Alegre, poderíamos averiguar se o índice realmente caiu pela metade ou não. Nesse caso, seria possível afirmar se a sentença é verdadeira ou se ela é falsa. Trata-se, portanto, de uma **sentença aberta**.

Gabarito: CERTO.



Nesse ponto da matéria, preciso que você crie um certo "jogo de cintura". **É comum que as bancas não sejam extremamente rigorosas nesses casos em que se utiliza pronomes para indicar sentenças abertas.** Na questão a seguir, perceba que **a frase "Você estudou diariamente para essa prova" foi tratada como uma proposição simples**, apesar de ser possível alegar que se desconhece a quem o pronome "você" se refere.

(GOINFRA/2022) Proposição é toda oração declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, ou seja, é todo encadeamento de termos, palavras ou símbolos que expressam um pensamento de sentido completo. Assim, qual das alternativas a seguir representa uma proposição?

- a) Como está se saindo neste concurso?
- b) Fique tranquilo, mas não esqueça de responder nenhuma pergunta.
- c) A prova do concurso.
- d) Você estudou diariamente para essa prova.
- e) Não fique nervoso!

Comentários:

Vamos comentar cada alternativa.

a) Como está se saindo neste concurso? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

b) Fique tranquilo, mas não esqueça de responder nenhuma pergunta. ERRADO.

Trata-se de uma **sentença imperativa**, pois "fique tranquilo" indica uma ordem ou um pedido. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

c) A prova do concurso. ERRADO.

A frase "A prova do concurso" **não é uma proposição** por **não apresentar sentido completo**. Em outras palavras, a frase em questão **não é uma proposição por não ser uma oração**, uma vez que **não há verbo**.



d) Você estudou diariamente para essa prova. CERTO.

Nessa questão, devemos considerar que a frase "**Você estudou diariamente para essa prova**" é uma proposição simples, apesar de ser possível alegar que se desconhece a quem o pronome "**você**" se refere. Relevando-se esse possível questionamento, observe que a frase em questão é uma proposição lógica, pois é uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso.

e) Não fique nervoso! ERRADO.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho), bem como é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: Letra D.

Quantificadores transformam uma sentença aberta em uma proposição

Pode-se **transformar uma sentença aberta em uma proposição** por meio do uso de elementos denominados **quantificadores**.

Estudaremos quantificadores em momento oportuno. Nesse momento, só precisamos saber que elementos como "**todo**", "**para todo**", "**para qualquer**", "**qualquer que seja**", "**existe**", "**algum**", "**pelo menos um**", "**nenhum**", "**não existe**", "**existe um único**" e **suas variantes** transformam sentenças abertas em proposições.

Considere novamente a seguinte sentença aberta:

"Ele correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

Caso a variável "**ele**" fosse substituída pelo quantificador "**alguém**" (**variante de "algum"**), teríamos:

"Alguém correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009."

Observe que **a frase acima tem a capacidade de admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**. Em outras palavras, a frase acima é passível de valoração V ou F. Note que **ou é verdadeiro que** "alguém correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009", **ou então é falso que** "alguém correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009".

Por curiosidade, caso queiramos contrastar a proposição com a realidade, podemos atribuir a ela o valor lógico **verdadeiro**, pois, no mundo dos fatos, alguém realmente correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009: o velocista Usain Bolt.

(Pref Irauçuba/2022) Das frases abaixo, assinale qual representa uma proposição:

- a) Escreva uma redação dissertativa.
- b) Existem tubarões em Pernambuco.
- c) O jogo de ontem terminou empatado?
- d) Que desenho lindo!



Comentários:

Vamos avaliar cada alternativa.

a) Escreva uma redação dissertativa.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem, sugestão, pedido ou conselho). Não se trata, portanto, de uma proposição.

b) Existem tubarões em Pernambuco.

Observe que a sentença apresentada é uma proposição lógica:

- Temos uma oração, que pode ser identificada com a presença do verbo "existir";
- A oração em questão é declarativa. No caso em questão, declara-se algo sobre a existência de tubarões em Pernambuco;
- Pode-se atribuir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro que** "existem tubarões em Pernambuco", **ou é falso que** "existem tubarões em Pernambuco".

Cumpramos destacar que essa frase **não se trata de uma sentença aberta**. Trata-se de uma **proposição com o quantificador "existe"**.

c) O jogo de ontem terminou empatado?

A frase acima é uma **sentença interrogativa**. Não se trata, portanto, de uma proposição.

d) Que desenho lindo!

A frase acima é uma **sentença exclamativa**. Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: Letra B.

(SEBRAE/2008) A proposição "Ninguém ensina ninguém" é um exemplo de sentença aberta.

Comentários:

Observe que o elemento "**ninguém**" é um **quantificador**, sendo uma variante do quantificador "**nenhum**". A frase não é uma sentença aberta, **pois não apresenta uma variável**. Trata-se de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

É possível utilizar símbolos para transformar sentenças abertas em proposições:

- a) $\forall$: "todo", "para todo"; "para qualquer"; "qualquer que seja".
- b) $\exists$: "existe"; "algum"; "pelo menos um".
- c) $\nexists$: "nenhum"; "não existe".
- d) $\exists!$: "existe um único".

O exemplo abaixo é uma proposição que deve ser lida como "existe um x pertencente ao conjunto dos números naturais tal que $x + 9 = 10$ ". O valor lógico é verdadeiro, pois para $x = 1$ a igualdade se confirma.

$$\text{"}\exists x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10\text{" - Verdadeiro}$$



O próximo exemplo também é uma proposição e deve ser lida como "para todo x pertencente ao conjunto dos números naturais, $x + 9 = 10$ ".

$$"\forall x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10" - \text{Falso}$$

Paradoxos não são proposições

Frases paradoxais não podem ser proposições justamente porque **não pode ser atribuído um único valor lógico a esse tipo de frase**. Exemplo:

"Esta frase é uma mentira."

Perceba que **se a frase acima for julgada como verdadeira**, então, seguindo o que a frase explica, é verdadeiro que **a frase é falsa**. Nesse caso, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Por outro lado, **se a frase acima for julgada como falsa**, então, segundo o que a frase explica, é falso que a frase é falsa e, conseqüentemente, **a frase é verdadeira**. Novamente, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

(TRF1/2017) "A maior prova de honestidade que realmente posso dar neste momento é dizer que continuarei sendo o cidadão desonesto que sempre fui."

A partir da frase apresentada, conclui-se que, não sendo possível provar que o que é enunciado é falso, então o enunciador é, de fato, honesto.

Comentários:

Primeiramente, devemos pressupor nessa questão que uma **pessoa honesta sempre diz a verdade**, e uma **pessoa desonesta sempre mente**. Seria melhor se a banca tivesse informado isso.

Perceba que sentença apresentada é um **paradoxo**. Se você considerar que a pessoa é honesta, ou seja, que diz a verdade, então a frase que ela disse é verdadeira. Ocorre que, sendo a frase verdadeira, chega-se à conclusão que a pessoa é desonesta, ou seja, que ela mentiu. Isso significa que a frase é falsa.

Chega-se então ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Trata-se, portanto, de um paradoxo. **Não se pode dizer que o enunciador é honesto**, ou seja, **não se pode dizer que a sentença é verdadeira, pois não se trata de uma proposição**.

Gabarito: ERRADO.

Frases que exprimem opinião não são proposições

Em algumas questões de concurso público, podem ser apresentadas algumas frases que apresentam **alta carga de subjetividade**, que mais se aproximam de uma **mera opinião**. Esse tipo de frase não admite um único valor lógico (V ou F) e, portanto, **não se trata de uma proposição**. Por exemplo:

"Maria é formosíssima."

Em um primeiro momento, essa frase pode parecer que é uma proposição. Ocorre, porém, que ela carrega uma alta carga de subjetividade. **Como seria possível afirmar categoricamente que Maria é formosíssima?**



Veja que não é possível atribuir um valor lógico V ou F para essa frase, pois ela **emite uma opinião, que não pode ser valorada de modo objetivo**. Logo, **não se trata de uma proposição**. Vejamos outros exemplos de frases que não são proposições por conta da sua alta carga de subjetividade:

"Josefa é mais bonita do que Maria."

"O amor é maior do que a dor."

(BRDE/2023) Entre as alternativas abaixo, qual NÃO pode ser considerada uma proposição lógica?

- a) Ana é balconista.
- b) Paulo tem 5 gatos.
- c) Porto Alegre é no Rio Grande do Sul.
- d) $1 > 9$
- e) João é incrível.

Comentários:

Sabemos que uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. As frases apresentadas nas alternativas de A até D se encaixam nessa definição, inclusive a expressão matemática " $1 > 9$ ", que pode ser lida como "**um é maior do que nove**".

Na letra E, temos a frase "**João é incrível**". Em um primeiro momento, a frase apresentada nessa alternativa pode parecer que é uma proposição. Ocorre, porém, que essa frase carrega uma **alta carga de subjetividade**. **Como seria possível afirmar categoricamente que João é incrível?**

Veja que **não é possível atribuir um valor lógico V ou F** para essa frase, pois ela **emite uma opinião, que não pode ser valorada de modo objetivo**. Logo, **não se trata de uma proposição**.

Gabarito: Letra E.

(CAU-TO/2023) A respeito de estruturas lógicas, julgue o item.

A frase "A Terra é um geoide?" é opinativa e, portanto, não pode ser considerada uma proposição.

Comentários:

Cuidado! **De fato, a frase em questão não é uma proposição**. Ocorre que ela não é uma proposição por ser uma **sentença interrogativa**. **Não se trata de uma frase opinativa**.

Gabarito: ERRADO.



(CARRIS/2021) Dentre as sentenças abaixo, aquela que podemos afirmar ser uma proposição lógica é:

- a) A filha de Telma é bonita.
- b) João é pai de Maria?
- c) Porto Alegre é muito longe.
- d) Isso é verdade?
- e) Marcio é mais alto do que Júlio.

Comentários:

Sabemos que uma proposição lógica é uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso. Conhecida a definição, vamos analisar as alternativas.

a) A filha de Telma é bonita. ERRADO.

Em um primeiro momento, a frase apresentada nessa alternativa pode parecer que é uma proposição. Ocorre, porém, que essa frase carrega uma **alta carga de subjetividade**. **Como seria possível afirmar categoricamente que a filha de Telma é bonita?**

Veja que **não é possível atribuir um valor lógico V ou F** para essa frase, pois ela emite uma opinião, **que não pode ser valorada de modo objetivo**. Logo, **não se trata de uma proposição**.

b) João é pai de Maria? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

c) Porto Alegre é muito longe. ERRADO.

Essa alternativa apresenta o mesmo caso apresentado na alternativa A. Veja que atribuir a característica "longe" a Porto Alegre é algo **subjetivo**. O que é longe? 100 km? 1.000 km?

Novamente, não é possível atribuir um valor lógico V ou F para essa frase, pois ela emite uma opinião, **que não pode ser valorada de modo objetivo**.

d) Isso é verdade? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

e) Marcio é mais alto do que Júlio. CERTO.

Observe que a sentença apresentada é uma proposição lógica.

- Temos uma oração, que pode ser identificada com a presença do verbo "ser";
- A oração em questão é declarativa. No caso em questão, declara-se algo sobre a altura de Marcio comparativamente à altura de Júlio;
- Pode-se atribuir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro** que "Marcio é mais alto do que Júlio", **ou então é falso** que "Marcio é mais alto do que Júlio". Note, ainda, que essa atribuição de valor lógico não depende de opinião.

Gabarito: Letra E.





Novamente, preciso que você crie um "jogo de cintura" com as questões. **É bem comum que frases subjetivas sejam consideradas proposições.** Na questão a seguir, perceba que a frase "**Ainda é cedo**" **foi tratada como uma proposição simples**, apesar de ser possível alegar que a característica "cedo" é subjetiva.

(CBM-BA/2020) O conceito mais fundamental de lógica é a proposição. Dentre as afirmações abaixo, assinale a alternativa correta que apresenta uma proposição.

- a) Façam silêncio.
- b) Que cansaço!
- c) Onde está meu chaveiro?
- d) Um belo exemplo de vida.
- e) Ainda é cedo.

Comentários:

a) Façam silêncio. ERRADO.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem, sugestão, pedido ou conselho). Não se trata, portanto, de uma proposição.

b) Que cansaço! ERRADO.

Trata-se de uma **sentença exclamativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

c) Onde está meu chaveiro? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

d) Um belo exemplo de vida. ERRADO.

A frase "**Um belo exemplo de vida**" **não é uma proposição** por **não apresentar sentido completo**. Em outras palavras, a frase em questão **não é uma proposição por não ser uma oração**, uma vez que **não há verbo**.

e) Ainda é cedo. CERTO.

Nessa questão, devemos considerar que a frase "**Ainda é cedo**" é uma proposição simples, apesar de ser possível alegar que a característica "cedo" é subjetiva. Relevando-se esse possível questionamento, observe que a frase em questão é uma proposição lógica, pois é uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso.

Gabarito: Letra E.



Distinção entre proposição, sentença e expressão

Agora que já vimos a definição de proposição, vamos entender as definições de **sentença** e de **expressão**.

Sentença é a exteriorização de um pensamento com sentido completo. Conforme já estudamos, uma sentença pode ser:

- a) **Declarativa afirmativa**;
- b) **Declarativa negativa**;
- c) **Exclamativa**;
- d) **Interrogativa**;
- e) **Imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho);
- f) **Optativa** (exprime um desejo);
- g) **Sentença aberta**.

Note que as **sentenças declarativas são proposições**, e as demais sentenças não são.

Já as **expressões** são aquelas frases que não exprimem um pensamento com sentido completo. Diferentemente das sentenças, as **expressões não apresentam verbo**. Exemplos:

"Um décimo de segundo."

"A casa de Pedro."

A figura a seguir mostra que:

- Dentro do conceito de **sentença** temos as **proposições**, as **sentenças exclamativas**, as **sentenças interrogativas**, as **sentenças imperativas**, as **sentenças optativas** e as **sentenças abertas**;
- Dentro do conceito de **proposições**, que também são sentenças, temos as **sentenças declarativas afirmativas** e as **sentenças declarativas negativas**; e
- Dentro do conceito de **expressões** temos frases que não apresentam sentido completo. Veja que não existem expressões que sejam sentenças, bem como não existem expressões que sejam proposições.





Note que **proposição** é um caso particular de **sentença** e que, por exclusão, não há proposições lógicas em expressões.

Na maioria dos casos as bancas costumam utilizar a palavra **expressão como sinônimo de sentença**. É necessário avaliar o contexto do enunciado para estabelecer a necessidade de distinção entre esses três conceitos. **Ao longo do curso, expressão e sentença serão tratadas como sinônimos de proposição.**

(CM Cabo de Sto. Agostinho/2019) Em questões de raciocínio lógico, é comum termos expressões e frases nas quais não conseguimos identificar um sujeito e nem um predicado. Por exemplo, "Quarenta e nove décimos" é uma expressão. Nesse sentido, assinale a alternativa que NÃO apresenta uma expressão.

- a) O dobro de um número.
- b) Vinte e cinco metros e 30 centímetros.
- c) A altura de Pedro é igual a 1,80m.
- d) Uma dúzia e meia.

Comentários:

As frases das **alternativas A, B e D** não exprimem um pensamento com sentido completo, pois não apresentam verbo. Logo, temos **expressões** nessas alternativas.

Por outro lado, na frase "**A altura de Pedro é igual a 1,80m**", **temos um pensamento com sentido completo**, evidenciado pela **existência do verbo "ser"**. **Logo, nesse caso, não temos uma expressão**. Trata-se, na verdade, de uma **proposição**.

Gabarito: Letra C.



A lógica bivalente e as leis do pensamento

A lógica que vamos tratar ao longo do curso é a **Lógica Proposicional**, também conhecida por **Lógica Clássica**, **Lógica Aristotélica** ou **Lógica Bivalente**. Essa última forma de se chamar a lógica objeto do nosso estudo relaciona-se ao fato de que toda a proposição pode ser julgada com apenas um único valor lógico: verdadeiro ou falso.

Essa lógica obedece a três princípios, conhecidos também por **Leis do Pensamento**:

- a) **Princípio da Identidade**: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.
- b) **Princípio da Não Contradição**: Uma proposição **não pode** ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- c) **Princípio do Terceiro Excluído**: Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa. Não existe um terceiro valor "talvez".

(Pref SJ Basílios/2023) Assinale a assertiva representada pelo princípio que afirma que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

- a) Princípio do terceiro excluído.
- b) Princípio da identidade.
- c) Princípio da não contradição.
- d) Princípio da ambiguidade.
- e) Princípio da contagem.

Comentários:

Segundo o **princípio da não contradição**, uma proposição **não pode** ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Gabarito: Letra C.

(Pref Palmeirante/2023) Assinale a assertiva que apresenta corretamente o princípio da lógica que afirma que uma proposição só pode ser verdadeira ou falsa, não se admitindo outra possibilidade.

- a) Princípio da não contradição.
- b) Princípio do terceiro excluído.
- c) Princípio da identidade.
- d) Princípio da negação.

Comentários:

Segundo o **princípio do terceiro excluído**, uma proposição ou é verdadeira ou é falsa, não se admitindo um terceiro valor "talvez".

Gabarito: Letra B.



(PGE-PE/2019) A lógica bivalente não obedece ao princípio da não contradição, segundo o qual uma proposição não assume simultaneamente valores lógicos distintos.

Comentários:

O princípio da **não contradição** enuncia que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. A lógica bivalente obedece a esse princípio e também aos outros dois: **identidade** e **terceiro excluído**.

Gabarito: ERRADO.

Para fechar a parte introdutória, vamos resolver uma questão que traz diversos pontos aprendidos.



(CDC/2023) Denomina-se proposição a toda frase declarativa, expressa em palavras ou símbolos, que exprima um juízo ao qual se possa atribuir, dentro de certo contexto, somente um dos dois valores lógicos possíveis: verdadeiro ou falso. Diante desse conceito, assinale a alternativa que representa uma proposição.

- a) João, que horas são?
- b) A cidade linda.
- c) Letícia joga futebol aos domingos.
- d) Faça uma excelente prova!
- e) Que o ser divino a cubra.

Comentários:

Vamos comentar cada alternativa.

a) João, que horas são? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

b) A cidade linda. ERRADO.

A frase em questão não apresenta sentido completo, pois **não apresenta verbo**. Trata-se de uma **expressão**. Logo, não estamos diante de uma proposição.

c) Letícia joga futebol aos domingos. CERTO.

Observe que a frase em questão é uma proposição lógica, pois é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso.

d) Faça uma excelente prova! ERRADO.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho), bem como é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

e) Que o ser divino a cubra. ERRADO.

Trata-se de uma **sentença optativa** (exprime desejo). Logo, a frase em questão não é uma proposição.

Gabarito: Letra C.



PROPOSIÇÕES SIMPLES

Proposições simples
Definição de proposição simples
Proposição simples: não pode ser dividida em proposições menores.
Negação de proposições simples
A negação de uma proposição simples p gera uma <u>nova proposição simples</u> $\sim p$. Uso do "não" e de expressões correlatas: "não", "não é verdade que", "é falso que". A nova proposição $\sim p$ sempre terá o valor lógico oposto da proposição original p. A maneira mais comum de se negar uma <u>sentença declarativa negativa</u> consiste em remover o elemento "não", transformando-a em uma <u>sentença declarativa afirmativa</u>. q: "Taubaté não é a capital de Mato Grosso." $\sim q$: "Taubaté é a capital de Mato Grosso." Negação usando antônimos: nem sempre o uso de um antônimo nega a proposição original. Para a proposição "O Grêmio <u>venceu</u> o jogo", é errado dizer que a negação seria "O Grêmio <u>perdeu</u> o jogo", porque o jogo poderia ter empatado. Para negar uma proposição simples formada por uma oração principal e por orações subordinadas, devemos negar a oração principal. Dupla negação: $\sim(\sim p) \equiv p$. Várias negações em sequência: • Número par de negações: proposição equivalente a original; e • Número ímpar de negações: nova proposição é a negação da proposição original. Descompasso entre a língua portuguesa e a linguagem proposicional: para a linguagem proposicional, "não vou comer nada" seria equivalente a "vou comer". Na língua portuguesa, tal frase significa que a pessoa realmente não vai comer coisa alguma. p: "Vou comer." $\sim p$: "Vou comer nada." $\sim(\sim p)$: "Não vou comer nada."



Definição de proposição simples

Dizemos que uma proposição é **simples** quando ela não pode ser dividida em proposições menores.

De outra forma, podemos dizer que a proposição é simples quando ela é formada por uma única parcela elementar indivisível que pode ser julgada como verdadeira ou falsa.

É muito comum representar as proposições simples por uma letra do alfabeto. Exemplos:

p: "Pedro é o estagiário do banco."

q: "Paula **não** é arquiteta."

r: " $3^2 = 6$."

Observe que as proposições simples **p** e **r** são sentenças **declarativas afirmativas**, enquanto **q** é uma sentença **declarativa negativa**.

Negação de proposições simples

Uso do “não” e de expressões correlatas

A negação de uma proposição simples **p** gera uma nova proposição simples.

Essa nova proposição simples é denotada pelo símbolo $\sim$ ou $\neg$ seguido da letra que representa a proposição original. Ou seja, a negação de **p** é representada por $\sim p$ ou $\neg p$ (lê-se: "**não p**"). Exemplo:

p: "Porto Alegre é a capital do Ceará."

$\sim p$: "Porto Alegre **não** é a capital do Ceará."

Uma outra forma de se negar a proposição original sugerida é inserir expressões como "não é verdade que...", "é falso que..." no início:

$\sim p$: "**Não é verdade que** Porto Alegre é a capital do Ceará."

$\sim p$: "**É falso que** Porto Alegre é a capital do Ceará."

Valor lógico da negação de uma proposição

A nova proposição $\sim p$ sempre terá o valor lógico oposto da proposição original **p**. Isso significa que se **p** é falsa, $\sim p$ é verdadeira, e se **p** é verdadeira, $\sim p$ é falsa. Essa ideia pode ser representada na seguinte tabela, conhecida por **tabela-verdade**:



p	$\sim p$
V	F
F	V

Cada linha da tabela representa uma possível combinação de valores lógicos para as proposições **p** e $\sim p$. A primeira linha representa o fato de que se **p** assumir o valor V, $\sim p$ deve assumir o valor F. Já a segunda linha representa o fato de que se **p** assumir o valor F, $\sim p$ deve assumir o valor V.

Negação de proposições que são sentenças declarativas negativas

Observe a proposição simples **q** abaixo, que é uma sentença declarativa negativa:

q: "Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso."

Sua negação pode ser escrita das seguintes formas:

$\sim q$: "**Não é verdade que** Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso."

$\sim q$: "**É falso que** Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso."

$\sim q$: "**Taubaté é a capital de Mato Grosso.**"

Note que a maneira mais comum de se negar uma sentença declarativa negativa consiste em **remover o elemento "não"**, transformando-a em uma sentença declarativa afirmativa.

Logo, a negação mais comum de "Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso" corresponde à proposição "Taubaté é a capital de Mato Grosso".



Cuidado! Como visto no exemplo anterior, a negação de uma proposição não necessariamente contém expressões como "**não**", "**não é verdade que**", "**é falso que**", etc. **Isso se deve ao fato de que a proposição original pode já conter essas expressões.**

Em resumo, a maneira mais simples e comum de se negar uma sentença declarativa negativa consiste em **remover o elemento "não"**, transformando-a em uma sentença declarativa afirmativa.



(CGIA-SC/2020) A proposição p equivale à “Ana não dirige moto” e a proposição q equivale à “Heitor administra o mercado”. Assinale a alternativa que apresenta corretamente $\sim p$ e $\sim q$, nesta ordem.

- a) “Ana dirige apenas carro”; “Heitor não administra o mercado”.
- b) “Ana dirige moto”; “Heitor administra a farmácia”.
- c) “Ana administra o mercado”; “Heitor não dirige moto”.
- d) “Ana dirige moto”; “Heitor não administra o mercado”.
- e) “Ana não administra o mercado”; “Heitor dirige moto”.

Comentários:

Na proposição p temos originalmente uma sentença declarativa negativa:

p : “Ana **não** dirige moto.”

A maneira mais comum de se negar uma sentença declarativa negativa consiste em **remover o elemento “não”**, transformando-a em uma sentença declarativa afirmativa. Nesse caso, temos:

$\sim p$: “Ana dirige moto.”

Por outro lado, na proposição q temos uma sentença declarativa afirmativa:

q : “Heitor administra o mercado”

Para negá-la, podemos inserir o elemento “não”:

$\sim q$: “Heitor **não** administra o mercado”

Logo, $\sim p$ e $\sim q$ correspondem “Ana dirige moto” e “Heitor **não** administra o mercado”.

Gabarito: Letra D.

(IDAM/2019) A negação de uma negação, na lógica proposicional, é equivalente a:

- a) Uma verdade
- b) Uma afirmação
- c) Uma negação
- d) Uma negação duas vezes mais forte

Comentário:

Por “negação de uma negação”, entende-se que a questão quis se referir à negação de uma proposição do tipo sentença declarativa negativa.

Ao se negar uma sentença declarativa negativa, obtém-se uma sentença declarativa afirmativa, ou uma “afirmação”, conforme a letra B. Exemplo:

p : “Pedro **não** é engenheiro.”

$\sim p$: “Pedro é engenheiro.”

Uma possível “pegadinha” seria a alternativa A. Ocorre que **verdade é um valor lógico (V)**, e não sabemos se a proposição original é verdadeira ou se é falsa.

Gabarito: Letra B.



Negação usando antônimos

É possível negar uma proposição simples utilizando antônimos. Exemplo:

p: "João foi aprovado no vestibular."

~p: "João foi reprovado no vestibular."

Veja que faz sentido dizer que "João foi reprovado no vestibular" corresponde à negação de "João foi aprovado no vestibular". Isso porque, nesse contexto, "aprovado" e "reprovado" abarcam todas as possibilidades possíveis.

O uso de antônimos para se negar uma proposição deve ser visto com muito cuidado. Veja a seguinte proposição:

p: "O Grêmio venceu o jogo contra o Inter."

Observe que um antônimo de "vencer" é "perder", porém essa palavra não nega a proposição anterior. **Não está certo dizer que a negação da proposição seria "O Grêmio perdeu o jogo contra o Inter".**

Note que, nesse contexto, "vencer" e "perder" não abarcam todas as possibilidades, pois o jogo poderia ter empatado. Nesse caso, não resta outra opção senão negar a proposição com um dos modos tradicionais:

~p: "O Grêmio **não venceu** o jogo contra o Inter."

Perceba que "**não venceu**" abarca as possibilidades "perder" e "empatar".



Nem sempre o uso de um antônimo nega corretamente uma proposição simples.

(CRMV RJ/2022) Em relação a estruturas lógicas e à lógica de argumentação, julgue o item a seguir.

A negação de "O canguru vermelho é o maior marsupial existente" é "O canguru vermelho é o menor marsupial existente".

Comentários:

Originalmente, temos a seguinte proposição:

p: "O canguru vermelho é o maior marsupial existente"

A questão sugere que essa proposição seja negada substituindo a palavra "maior" pelo seu antônimo "menor".



Veja que **essa suposta negação não abarca todas as possibilidades possíveis**, pois **o canguru vermelho pode não ser o maior marsupial sem que ele seja exatamente o menor**. Em outras palavras, o canguru vermelho poderia, por exemplo, ter um tamanho mediano.

Logo, uma possibilidade correta de se negar a proposição original seria:

$\sim p$: "O canguru vermelho **não** é o **maior** marsupial existente"

Gabarito: ERRADO.

(CRM SC/2022) Com relação a estruturas lógicas, julgue o item.

"Joinville é a cidade mais bonita do mundo" é a negação de "Florianópolis é a cidade mais bonita do mundo".

Comentários:

Originalmente, temos a seguinte proposição:

p : "Florianópolis é a cidade mais bonita do mundo "

Uma possibilidade para se negar essa proposição consiste em inserir a palavra "**não**":

$\sim p$: "Florianópolis **não** é a cidade mais bonita do mundo".

Note que **a suposta negação sugerida pelo enunciado não abarca todas as possibilidades de se negar a proposição original**. Isso porque, para que Florianópolis não seja a cidade mais bonita do mundo, não é necessário que Joinville seja a cidade mais bonita do mundo.

Gabarito: ERRADO.

(Pref. Pará/2019) A negação da proposição simples "Está quente em Pará" é:

- a) Está frio em Pará.
- b) Se está quente em Pará então chove.
- c) Está quente em Pará ou frio.
- d) Ou está quente em Pará ou chove.
- e) Não é verdade que está quente em Pará.

Comentários:

Sempre evite o uso de antônimos para negar uma proposição. Lembre-se que uma das formas tradicionais de se negar uma proposição sem utilizar antônimos é incluir "**não é verdade que**" no início dela.

p : "Está quente em Pará."

$\sim p$: "**Não é verdade** que está quente em Pará."

A pegadinha da questão era a letra A, que utiliza o antônimo "frio" para negar a palavra "quente" presente na proposição original. Observe que "**frio não nega a palavra 'quente'**", pois a cidade pode estar nem quente nem fria.

Gabarito: Letra E.



Negação de período composto por subordinação

Seja a proposição simples **p**:

p: "Pedro **respondeu** que **estudou** todo o edital."

Perceba que temos dois verbos, "respondeu" e "estudou" e, portanto, estamos diante de duas orações. Para negar a proposição corretamente, **nega-se a oração principal**.

~p: "Pedro **não** respondeu que **estudou** todo o edital."



Note que a oração "que **estudou** todo o edital" é subordinada à oração principal, devendo ser tratada como objeto direto. Podemos reescrever assim:

p: "Pedro **respondeu** ~~que estudou todo o edital~~."

p: "Pedro **respondeu** isso."

Nesse caso, podemos negar a proposição simples do seguinte modo:

~p: "Pedro **não** respondeu isso."

Se voltarmos para a estrutura original, temos:

~p: "Pedro **não** respondeu que estudou todo o edital."

Observe que é errado negar a oração subordinada. Isso significa que "Pedro **respondeu** que **não** estudou todo o edital" **não é a negação** de "Pedro **respondeu** que **estudou** todo o edital".



Para negar uma **proposição simples** formada por uma oração principal e por orações **subordinadas**, devemos **negar a oração principal**.

Em um período composto por subordinação, **nem sempre a oração principal aparece primeiro**. Isso significa que **nem sempre é o primeiro verbo que deve ser negado**.



(BNB/2022) A negação de “Não basta que juízes sejam equilibrados nos seus votos” está corretamente expressa em “Basta que juízes não sejam equilibrados nos seus votos”.

Comentários:

Estamos diante de uma proposição simples, que pode ser reescrita como:

p: “Não basta ~~que juízes sejam equilibrados nos seus votos.~~”

p: “Não basta **isso.**”

Para negar a proposição, nega-se a oração principal. Como já temos o elemento "não" na oração principal, a maneira mais simples de se negar consiste em remover o "não":

~p: “Basta **isso.**”

Retornando para os termos da proposição original, temos:

~p: “Basta **que juízes sejam equilibrados nos seus votos.**”

Veja que a negação sugerida, além de negar a oração principal (removendo-se o "não"), acaba por negar também a oração subordinada.

“Basta que juízes **não** sejam equilibrados nos seus votos”.

Gabarito: ERRADO.

(TCDF/2014) A negação da proposição “O tribunal entende que o réu tem culpa” pode ser expressa por “O tribunal entende que o réu não tem culpa”.

Comentários:

Estamos diante de uma proposição simples, que pode ser reescrita como:

p: “O tribunal entende ~~que o réu tem culpa.~~”

p: “O tribunal entende **isso.**”

Para negar a proposição, nega-se a oração principal:

~p: “O tribunal **não** entende **isso.**”

Retornando para os termos da proposição original, temos:

~p: “O tribunal **não** entende **que o réu tem culpa.**”

Veja que o item erra ao negar a oração subordinada ao invés da oração principal:

“O tribunal entende que o réu **não** tem culpa”.

Gabarito: ERRADO.

Dupla negação e generalização para mais de duas negações

Um resultado importante que pode ser obtido da tabela-verdade é que a **negação da negação de p** sempre tem **valor lógico igual a proposição p**. Para obter esse resultado importante, primeiramente inserimos na tabela verdade as possibilidades de **p** e **~p**:



p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	?
F	V	?

O próximo passo é preencher os valores de $\sim(\sim p)$ observando que **essa proposição é a negação da proposição $\sim p$** .

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

Agora basta reconhecer que a **primeira coluna e a última coluna da tabela verdade são exatamente iguais**. Isso significa que, para os dois valores lógicos que p pode assumir (V ou F), os valores lógicos assumidos pela proposição $\sim(\sim p)$ são exatamente iguais.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

Quando duas proposições assumem valores lógicos necessariamente iguais, dizemos que as **proposições são equivalentes**. Ressalto que trataremos sobre equivalências lógicas em aula futura. Nesse momento, quero que você sabia que representação da equivalência lógica é dada utilizando o símbolo " $\equiv$ " ou " $\Leftrightarrow$ ". Portanto:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Quando tivermos várias negações em sequência, podemos utilizar a seguinte regra:

- Se tivermos um **número par de negações**, temos uma proposição **equivalente a original**; e
- Se tivermos um **número ímpar de negações**, temos a **negação da proposição original**.

(INÉDITA) Acerca da lógica de proposições, julgue o item a seguir.

A proposição $\sim(\sim(\sim(\sim p)))$ sempre tem o valor lógico igual ao de $\sim p$.

Comentários:

Quando tivermos várias negações em sequência, podemos utilizar a seguinte regra:

- Se tivermos um **número par de negações**, temos uma proposição **equivalente a original**; e
- Se tivermos um **número ímpar de negações**, temos a **negação da proposição original**.

Como problema apresenta quatro negações, temos que a proposição é equivalente a original, ou seja, a proposição $\sim(\sim(\sim(\sim p)))$ apresenta sempre o mesmo valor lógico de **p**, não de $\sim p$ como afirma o enunciado.

Gabarito: ERRADO.



Descompasso entre a língua portuguesa e a linguagem proposicional

Na língua portuguesa, é comum utilizarmos uma dupla negação para enfatizar uma negação. Como exemplo, uma pessoa que diz "não vou comer nada" normalmente quer dizer que ela realmente não vai comer. Essa dupla negação da língua portuguesa com sentido de afirmação gera um certo descompasso com a linguagem proposicional. Veja:

p : "Vou comer."

$\sim p$: "Vou comer nada."

$\sim(\sim p)$: "Não vou comer nada."

Para a linguagem proposicional, "não vou comer nada" seria equivalente a "vou comer".

Para evitar esses problemas de descompasso relacionado à dupla negação na língua portuguesa, podemos utilizar outras expressões como "não vou comer coisa alguma".

(PCSP/2014) Um antropólogo estadunidense chega ao Brasil para aperfeiçoar seu conhecimento da língua portuguesa. Durante sua estadia em nosso país, ele fica muito intrigado com a frase "não vou fazer coisa nenhuma", bastante utilizada em nossa linguagem coloquial. A dúvida dele surge porque:

- a) a conjunção presente na frase evidencia seu significado.
- b) o significado da frase não leva em conta a dupla negação.
- c) a implicação presente na frase altera seu significado.
- d) o significado da frase não leva em conta a disjunção.
- e) a negação presente na frase evidencia seu significado.

Comentários:

Observe que, no caso apresentado, a língua portuguesa está em descompasso com a linguagem matemática. As palavras "não" e "nenhuma" são negações que, em conjunto, formariam uma dupla negação. Observe:

p : "Vou fazer alguma coisa."

$\sim p$: "Vou fazer coisa nenhuma."

$\sim(\sim p)$: "Não vou fazer coisa nenhuma."

Ocorre que, na língua portuguesa, é comum utilizarmos a dupla negação para reforçar a negação.

Assim, na língua portuguesa, o significado da frase "não vou fazer coisa nenhuma" não leva em conta a dupla negação, sendo uma outra forma de escrever "vou fazer coisa nenhuma."

Gabarito: Letra B.



PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Proposições compostas

- **Proposição composta:** resulta da combinação de duas ou mais proposições simples por meio do uso de conectivos.
- **Valor lógico (V ou F) de uma proposição composta:** depende dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem.
- O operador lógico de **negação ($\sim$) não é um conectivo.**

Tipo	Conectivo mais comum	Notação	Notação alternativa	Conectivos alternativos
Conjunção	e	$p \wedge q$	$p \& q$ $p \cap q$	p, mas q p, entretanto q
Disjunção Inclusiva	ou	$p \vee q$	$p \cup q$	-
Disjunção Exclusiva	ou... ,ou	$p \vee q$	$p \oplus q$	p ou q, mas não ambos p ou q (depende do contexto)
Condicional	se... ,então	$p \rightarrow q$	$p \supset q$	Se p, q
				Como p, q
				p, logo q
				p implica q
				Quando p, q
				Toda vez que p, q
				p somente se q
				p é condição suficiente para q
				q, se p
				q, pois p
Bicondicional	se e somente se	$p \leftrightarrow q$	-	q porque p
				q é condição necessária para p
				p assim como q
				p se e só se q
				Se p então q e se q então p
				p somente se q e q somente se p
				p é condição necessária e suficiente para q
				q é condição necessária e suficiente para p

- A palavra "**nem**" corresponde a uma conjunção "**e**" seguida de uma negação "**não**".
- A palavra "**Se**" aponta para a condição **Suficiente**: "**Se p, então q**".

Condicional ($p \rightarrow q$)	
p	q
Antecedente	Consequente
Precedente	Subsequente
Condição suficiente	Condição necessária

- A **recíproca** de $p \rightarrow q$ é dada pela troca entre o antecedente e o consequente: $q \rightarrow p$.
- A **recíproca é uma proposição completamente diferente da condicional original.**



Conjunção ($p \wedge q$): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas são verdadeiras**.

Disjunção Inclusiva ($p \vee q$): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas são falsas**.

Disjunção Exclusiva ($p \vee\! \vee q$): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.

Condicional ($p \rightarrow q$): é **falsa** somente quando a **primeira parcela é verdadeira** e a **segunda parcela é falsa**.

Bicondicional ($p \leftrightarrow q$): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.

Conjunção "e"		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção Inclusiva "ou"		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	$p \vee\! \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional "se...então"		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V



Definição de proposição composta

Proposição composta é uma proposição que resulta da combinação de duas ou mais proposições simples por meio do uso de **conectivos**. Exemplo: considere as proposições simples **p** e **q**:

p: "Maria foi ao cinema."

q: "João foi ao parque."

Unindo essas duas proposições simples por meio do conectivo "**e**", **forma-se uma proposição distinta**, que chamaremos de **R**:

R: " Maria foi ao cinema **e** João foi ao parque."

Essa proposição **R** é uma proposição composta, resultante da associação das proposições simples **p** e **q** por meio de um conectivo.

Se unirmos as mesmas proposições simples por meio do conectivo "**ou**", forma-se uma nova proposição composta **S** diferente da proposição **R**:

S: "Maria foi ao cinema **ou** João foi ao parque."

O **valor lógico** (V ou F) **de uma proposição composta depende dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem**.

Podemos dizer, no exemplo acima, que o valor lógico (V ou F) que a proposição composta **R** assume é função dos valores lógicos assumidos pelas proposições simples **p** e **q** que a compõem. O mesmo pode ser dito da proposição composta **S**, que utiliza um conectivo distinto.

As relações entre os valores lógicos das proposições simples e o consequente valor lógico da proposição composta obtida pelo uso de conectivos serão estudadas a seguir. Antes disso, vamos a um exercício.

(Pref Flores da Cunha/2022) Analise as sentenças abaixo:

- I. Lucas é médico ou João é engenheiro.
- II. João é alto e Paulo é professor.
- III. Antônio é gaúcho ou Carlos é mecânico.

De acordo com as proposições acima, assinale a alternativa que representa corretamente uma proposição composta.

- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas III.
- d) Apenas I e II.
- e) I, II e III.



Comentários:

Vamos analisar cada sentença.

I. Lucas é médico ou João é engenheiro.

Note que:

- "Lucas é médico" é uma proposição simples; e
- "João é engenheiro" é uma proposição simples.

Logo "Lucas é médico **ou** João é engenheiro" é uma **proposição composta** formada por duas proposições simples unidas pelo conectivo "**ou**".

II. João é alto e Paulo é professor.

Note que:

- "João é alto" é uma proposição simples; e
- "Paulo é professor" é uma proposição simples.

Logo "João é alto **e** Paulo é professor" é uma **proposição composta** formada por duas proposições simples unidas pelo conectivo "**e**".

III. Antônio é gaúcho ou Carlos é mecânico.

Note que:

- "Antônio é gaúcho" é uma proposição simples; e
- "Carlos é mecânico" é uma proposição simples.

Logo "Antônio é gaúcho **ou** Carlos é mecânico" é uma **proposição composta** formada por duas proposições simples unidas pelo conectivo "**ou**".

Portanto, é correto afirmar que as **sentenças I, II e III** representam **proposições compostas**.

Gabarito: Letra E.



Conectivos lógicos

Os **conectivos** possíveis são divididos em **cinco tipos**, havendo formas diferentes de representá-los na língua portuguesa, conforme será visto adiante.

Os cinco conectivos e as suas formas mais usuais na língua portuguesa são: **Conjunção** ("e"), **Disjunção inclusiva** ("ou"), **Disjunção exclusiva** ("ou...ou"), **Condicional** ("se...então") e **Bicondicional** ("se e somente se").



A negação de uma proposição simples gera uma nova proposição simples. Assim, **o operador lógico de negação ($\sim$) não é um conectivo.**

Conjunção ($p \wedge q$)

O operador lógico "**e**" é um conectivo do tipo **conjunção**. É representado pelo símbolo " $\wedge$ " ou "&" (menos comum). As bancas podem também representar a conjunção com o símbolo de intersecção da teoria dos conjuntos: " $\cap$ ".

Voltando ao exemplo inicial. Sejam **p** e **q** as proposições:

p: "Maria foi ao cinema."

q: "João foi ao parque."

A proposição composta **R**, resultante da união das proposições simples por meio do conectivo "**e**", é representada por **$p \wedge q$** :

$p \wedge q$: "Maria foi ao cinema **e** João foi ao parque."

Vamos agora verificar os valores lógicos (V ou F) que a proposição composta **$p \wedge q$** pode receber, dependendo dos valores atribuídos a **p** e a **q**.

Exemplo 1: Maria, no mundo dos fatos, realmente foi ao cinema. Nesse caso, **p** é verdadeiro. Além disso, João de fato foi ao parque. Isso significa que **q** também é verdadeiro.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que essa frase é verdadeira. Isso significa que **$p \wedge q$** é verdadeiro.

Inserindo este raciocínio em uma tabela-verdade, teremos:



p	q	$p \wedge q$
V	V	V

Voltemos à história de Maria e João:

Exemplo 2: consideremos agora que Maria realmente foi ao cinema e, com isso, a proposição **p** é verdadeira. Porém, desta vez, João não foi ao parque. Isso significa que **q** é falso. Lembre-se que a proposição **q** afirma que “João foi ao parque”. Se João não foi de fato ao parque, a proposição **q** é falsa.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois João, no mundo dos fatos, não foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição composta **$p \wedge q$** é falso.

Inserindo esse novo resultado na tabela-verdade que começamos a preencher a partir do exemplo 1, teremos:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F

Considere agora a seguinte possibilidade:

Exemplo 3: dessa vez, no plano dos fatos, Maria resolveu não ir ao cinema. Nesse caso, o valor lógico da proposição **p** é falso. Por outro lado, João realmente foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição **q** é verdadeiro.

Dado esse novo contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois Maria não foi ao cinema. Isso significa que o valor lógico da proposição composta **$p \wedge q$** é falso.

A nossa tabela atualizada fica da seguinte forma:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F

Por fim, a quarta possibilidade para a história dos seus amigos Maria e João é a seguinte:



Exemplo 4: Maria novamente não foi ao cinema. Nesse caso, o valor lógico da proposição **p** é falso. Além disso, seu amigo João também não foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição **q** é falso.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois tanto Maria quanto João não foram ao cinema. Isso significa que o valor lógico da proposição **p ∧ q** é falso.

Entendido o quarto exemplo, finalmente a tabela-verdade está completa:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Esqueçamos a história de Maria e João! Ela foi fundamental para você entender o raciocínio por trás dos conceitos, mas podemos generalizar os resultados obtidos. A tabela abaixo, conhecida como **tabela-verdade da conjunção**, resume os valores lógicos que a **conjunção $p \wedge q$** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A conjunção **$p \wedge q$** é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas são verdadeiras**. **Nos demais casos, a conjunção $p \wedge q$ é falsa.**

Conjunção "e"		
p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



(MGS/2022) Sejam as proposições lógicas simples:

p: Flávia gosta de sorvete de morango.

q: Jonathan gosta de milkshake.

A proposição lógica composta $p \wedge \sim q$ corresponde a:

- a) Se Flávia gosta de sorvete de morango, então Jonathan não gosta de milkshake
- b) Se Jonathan gosta de milkshake, então Flávia não gosta de sorvete de morango
- c) Flávia gosta de sorvete de morango ou Jonathan não gosta de milkshake
- d) Flávia gosta de sorvete de morango e Jonathan não gosta de milkshake

Comentários:

Temos as seguintes proposições simples:

p: "Flávia gosta de sorvete de morango."

q: "Jonathan gosta de milkshake."

A negação de **q**, representada por $\sim q$, pode ser escrita assim:

$\sim q$: "Jonathan **não** gosta de milkshake."

Portanto, a conjunção $p \wedge \sim q$ corresponde a:

$p \wedge \sim q$: "[Flávia gosta de sorvete de morango] e [Jonathan **não** gosta de milkshake]."

Gabarito: Letra D.

(Pref S Parnaíba/2022) Considere a proposição **A**: $p \wedge \sim q$.

Para que a proposição **A** seja falsa,

- a) basta que a proposição **p** seja verdadeira ou que a proposição **q** seja falsa.
- b) basta que a proposição **p** seja falsa ou que a proposição **q** seja verdadeira.
- c) é necessário que a proposição **p** seja verdadeira e que a proposição **q** seja falsa.
- d) é necessário que a proposição **p** seja falsa e que a proposição **q** seja verdadeira.

Comentários:

Vimos que a conjunção $p \wedge q$ é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas p e q são verdadeiras**. **Nos demais casos, a conjunção $p \wedge q$ é falsa.**

Para o problema em questão, temos $p \wedge \sim q$. Nesse caso, $p \wedge \sim q$ é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas p e $\sim q$ são verdadeiras**. **Nos demais casos, a conjunção $p \wedge \sim q$ é falsa.**

Portanto, para que $p \wedge \sim q$ seja falsa, basta que basta que a proposição **p** seja falsa ou que a proposição $\sim q$ seja falsa.



Em outras palavras, basta que a proposição **p** seja falsa ou que a proposição **q** seja verdadeira.

Gabarito: Letra B.

(CRO-SC/2023) Considerando que a proposição “Sydney é a capital da Austrália” é falsa e que a proposição “A Austrália é localizada na Oceania” é verdadeira, julgue o item.

A proposição “Sydney não é a capital da Austrália e a Austrália não é localizada na Oceania” é verdadeira.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

s: "Sydney é a capital da Austrália"

a: "A Austrália é localizada na Oceania"

Note que a proposição composta sugerida pelo enunciado pode ser descrita por $\sim s \wedge \sim a$:

$\sim s \wedge \sim a$: "[Sydney **não** é a capital da Austrália] **e** [a Austrália **não** é localizada na Oceania]"

Segundo o enunciado:

- **s** é falso; e
- **a** é verdadeiro.

Consequentemente:

- $\sim s$ é verdadeiro; e
- $\sim a$ é falso.

Note, portanto, que temos uma conjunção $\sim s \wedge \sim a$ em que uma das parcelas, $\sim a$, é falsa. Consequentemente, **essa conjunção é falsa**. Isso porque, **para que a conjunção fosse verdadeira, ambas as parcelas $\sim s$ e $\sim a$ precisariam ser verdadeiras**.

Portanto, **a proposição “Sydney não é a capital da Austrália e a Austrália não é localizada na Oceania” é falsa**.

Gabarito: ERRADO.



Formas alternativas de se representar a conjunção "e"

É importante você saber que a palavra "mas" também é utilizada para representar uma conjunção.



Apesar de na Língua Portuguesa a palavra "mas" apresentar uma ideia de oposição, ou seja, um sentido adversativo, devemos ter em mente que, **para fins de Lógica de Proposições, "mas" é igual ao conectivo "e"**.

O mesmo vale para outras expressões adversativas que correspondem ao "mas", como "entretanto": devemos tratar essas expressões adversativas como se fosse o conectivo "e".

(IFMT/2022) Considere a proposição: "Adelaide namora, mas não consegue casar."

Nessa proposição, o conectivo lógico é:

- a) disjunção inclusiva.
- b) bicondicional.
- c) disjunção exclusiva.
- d) condicional.
- e) conjunção.

Comentários:

A palavra "mas" é utilizada para representar uma **conjunção**. Logo, para a Lógica de Proposições, a proposição em questão corresponde a:

"[Adelaide namora] e [não consegue casar]."

Gabarito: Letra E.

(CM POA/2012) Considere a proposição: Paula é brasileira, entretanto não gosta de futebol. Nesta proposição, está presente o conetivo lógico denominado como:

- a) bicondicional.
- b) condicional.
- c) conjunção.
- d) disjunção inclusiva.
- e) disjunção exclusiva.

Comentários:



A palavra "**mas**", assim como outras expressões adversativas como "**entretanto**", é utilizada para representar uma **conjunção**. Logo, para a Lógica de Proposições, a proposição em questão corresponde a:

"[Paula é brasileira] **e** [não gosta de futebol]"

Gabarito: Letra C.

É importante também que você saiba que a palavra "**nem**" corresponde a uma conjunção "**e**" seguida de uma negação "**não**". Considere, por exemplo, as seguintes proposições:

e: "Pedro estuda."

t: "Pedro trabalha."

Note que a proposição composta "Pedro **não** estuda **nem** trabalha." corresponde a $\sim e \wedge \sim t$:

$\sim e \wedge \sim t$: "[Pedro **não** estuda] **e** [Pedro **não** trabalha]."

Disjunção inclusiva ($p \vee q$)

O operador lógico "**ou**" é um conectivo do tipo **disjunção inclusiva**. É representado pelo símbolo "**V**". As bancas podem também representar a disjunção inclusiva com o símbolo de união da teoria dos conjuntos: "**U**". Exemplo:

$p \vee q$: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da disjunção inclusiva** sintetiza os valores lógicos que a proposição composta **$p \vee q$** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A disjunção inclusiva **$p \vee q$** é **falsa** somente quando **ambas as parcelas são falsas**. **Nos demais casos, $p \vee q$ é verdadeira**.

Disjunção Inclusiva		
"ou"		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



Para exemplificar, vamos utilizar a mesma história dos seus amigos Maria e João. Digamos que a proposição **p**, "João vai ao parque", seja verdadeira e que a proposição **q**, "Maria vai ao cinema", seja falsa.

Nesse caso, a proposição **pVq** "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema" é verdadeira, pois para a disjunção inclusiva ser falsa, ambas as proposições devem ser falsas. Para a disjunção inclusiva ser verdadeira, basta que uma das proposições que a compõem seja verdadeira.

Vamos a um outro exemplo:

a: "7 + 1 = 10" (**F**)

b: "Café não é uma bebida." (**F**)

Nesse caso, a disjunção inclusiva **aVb** é dada por:

aVb: "7 + 1 = 10 **ou** café não é uma bebida." (**F**)

Essa proposição é falsa, pois ambas as proposições simples **a** e **b** são falsas.

(AGRAER-MS/2022) Considere as seguintes sentenças:

- **p:** Cachorros podem voar.
- **q:** Thiago é inteligente.

É correto afirmar que a sentença $\sim p \vee \sim q$ é:

- a) Cachorros não podem voar.
- b) Thiago não é inteligente.
- c) Cachorros podem voar e Thiago é inteligente.
- d) Cachorros não podem voar ou Thiago não é inteligente.
- e) Cachorros podem voar ou Thiago é inteligente.

Comentários:

Temos as seguintes proposições simples:

p: "Cachorros podem voar."

q: "Thiago é inteligente."

As negações de **p** e de **q**, representadas por $\sim p$ e por $\sim q$, podem ser representadas assim:

$\sim p$: "Cachorros **não** podem voar."

$\sim q$: "Thiago **não** é inteligente."



Portanto, a disjunção inclusiva $\sim p \vee \sim q$ corresponde a:

$\sim p \vee \sim q$: "[Cachorros **não** podem voar] **ou** [Thiago **não** é inteligente]."

Gabarito: Letra D.

(MGS/2022) Maria, uma estudante dedicada, observou que o valor lógico de uma proposição "**p**" é falso e que o valor lógico de uma proposição "**q**" é verdadeiro. Dessa forma, Maria conseguiu afirmar, de forma correta, que o valor lógico da proposição composta é:

- a) $p \vee q$ é verdade
- b) $p \wedge q$ é verdade
- c) $p \rightarrow q$ é falso
- d) $p \leftrightarrow q$ é verdade

Comentários:

Vimos que a disjunção inclusiva $p \vee q$ é **falsa** somente quando **ambas as parcelas p e q são falsas**. Nos demais casos, $p \vee q$ é verdadeira.

Logo, se **p** for falso e **q** for verdadeiro, $p \vee q$ será verdadeira. O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Observação: ainda veremos o que significa os símbolos " $\rightarrow$ " e " $\leftrightarrow$ ". Além disso, note que a conjunção $p \wedge q$ não é verdadeira, pois, para que a conjunção $p \wedge q$ seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras.

Gabarito: Letra A.

(Pref S Parnaíba/2022) Considere a proposição **A**: $\sim p \vee \sim q$.

Para que a proposição **A** seja falsa,

- a) basta que uma das proposições, **p** ou **q**, seja verdadeira.
- b) basta que uma das proposições, **p** ou **q**, seja falsa.
- c) é necessário que ambas as proposições, **p** e **q**, sejam verdadeiras.
- d) é necessário que ambas as proposições, **p** e **q**, sejam falsas.

Comentários:

Vimos que a disjunção inclusiva $p \vee q$ é **falsa** somente quando **ambas as parcelas p e q são falsas**. Nos demais casos, $p \vee q$ é verdadeira.

Para o problema em questão, temos $\sim p \vee \sim q$. Nesse caso, $\sim p \vee \sim q$ é **falsa** somente quando **ambas as parcelas $\sim p$ e $\sim q$ são falsas**.

Portanto, para que $\sim p \vee \sim q$ seja falsa, é necessário que ambas as proposições, **p** e **q**, sejam verdadeiras.

Gabarito: Letra C.



Sentido de inclusão do conectivo "ou"

Considere novamente a seguinte disjunção inclusiva:

pVq: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema."

Na lógica de proposições, o uso do **conectivo "ou" sozinho** será, **na grande maioria das situações**, com sentido de **inclusão**. Essa inclusão significa que:

- A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Pedro vai ao parque e Maria não vai ao cinema;
- A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Maria vai ao cinema e Pedro não vai ao parque; e
- A primeira e a segunda possibilidade **podem ocorrer simultaneamente**: Pedro vai ao parque e também Maria vai ao cinema.

Professor, por que você disse que o conectivo "ou" sozinho tem sentido de inclusão na grande maioria das situações? Há alguma exceção?

Calma concurseiro, veremos o porquê no tópico seguinte. Antes disso, vamos resolver uma questão.

(CEFET MG/2021) Na afirmação "Gosto de pão ou de carne", o uso do conectivo "ou" indica

- a) exclusão e, com isso, essa pessoa gosta somente de carne.
- b) exclusão e, com isso, essa pessoa não gosta nem de pão nem de carne.
- c) exclusão e, por isso, deve-se entender que essa pessoa gosta só de pão e não gosta de carne.
- d) inclusão e, por isso, significa que a pessoa gosta, com certeza, tanto de pão quanto de carne.
- e) inclusão, significando que a pessoa pode gostar só de pão, só de carne ou pode gostar dos dois ao mesmo tempo.

Comentários:

Na afirmação "**Gosto de pão ou de carne**", o uso do conectivo "**ou**" tem um sentido de **inclusão**. Isso significa que

- A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: a pessoa pode gostar só de pão;
- A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: a pessoa pode gostar só de carne; e
- A primeira e a segunda possibilidade **podem ocorrer simultaneamente**: a pessoa pode gostar de pão e de carne ao mesmo tempo.

O **gabarito**, portanto, é **letra E**.

Gabarito: Letra E.



Disjunção exclusiva ($p \vee q$)

O operador lógico "**ou...ou**" é um conectivo do tipo **disjunção exclusiva**. É representado pelo símbolo " $\vee$ " ou " $\oplus$ " (menos comum). Exemplo:

$p \vee q$: "**Ou** Pedro vai ao parque, **ou** Maria vai ao cinema."

Na **disjunção exclusiva** as duas proposições **não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo**. O sentido de **exclusão** conferido por esse conectivo significa que:

- A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Pedro vai ao parque e Maria não vai ao cinema;
- A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Maria vai ao cinema e Pedro não vai ao parque; e
- **A primeira e a segunda possibilidade não podem ocorrer simultaneamente**, ou seja:
 - Maria não pode ir ao cinema com Pedro indo ao parque; e
 - Pedro não pode ir ao parque com Maria indo ao cinema.

A **tabela-verdade da disjunção exclusiva** resume os valores lógicos que a proposição composta $p \vee q$ pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A disjunção exclusiva $p \vee q$ é **falsa** somente quando **ambas as parcelas apresentam o mesmo valor lógico**. **Nos demais casos, $p \vee q$ é verdadeira**.

Disjunção Exclusiva		
"ou...ou"		
p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Vamos exemplificar essa tabela-verdade com um novo exemplo. Considere as proposições:

p: "Hoje é domingo."

q: "Hoje é segunda-feira."

$p \vee q$: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira"



Existem quatro possibilidades de atribuição dos valores lógicos V ou F a estas proposições:

- 1) Primeiro caso: p : "Hoje é domingo" e q : "Hoje é segunda-feira" são ambas verdadeiras. Nesse caso, $p \vee q$: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é falsa, pois não é possível ser domingo e segunda-feira ao mesmo tempo.
- 2) Segundo caso: hoje é domingo. Nesse caso, $p \vee q$: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é verdadeira, pois uma (somente uma) das proposições é verdadeira - no caso, a proposição p .
- 3) Terceiro caso: hoje é segunda-feira. Nesse caso, $p \vee q$: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" também é verdadeira, pois uma (somente uma) das proposições é verdadeira - no caso, a proposição q .
- 4) Quarto caso: hoje não é domingo nem segunda-feira. Nesse caso p e q são falsas e $p \vee q$: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é falsa.

(IFMA/2023) Considere as proposições compostas a seguir:

P: "Paulo vai ao IFMA e Paulo é carioca";

Q: "Ou Paulo vai ao IFMA ou Paulo é carioca".

Sabendo que as proposições **P** e **Q** têm o mesmo valor-verdade, ou seja, ambas são verdadeiras ou ambas são falsas, então, é correto afirmar que

- a) Paulo vai ao IFMA.
- b) Paulo é carioca.
- c) Paulo não vai ao IFMA e Paulo não é carioca.
- d) Paulo vai ao IFMA e Paulo não é carioca.
- e) Paulo não vai ao IFMA e Paulo é carioca.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p : "Paulo vai ao IFMA."

q : "Paulo é carioca."

Note que as proposições compostas **P** e **Q** podem ser descritas assim:

$p \wedge q$: "[Paulo vai ao IFMA] e [Paulo é carioca]."

$p \vee q$: "**Ou** [Paulo vai ao IFMA] **ou** [Paulo é carioca]."

Nesse problema, **ambas as proposições compostas $p \wedge q$ e $p \vee q$ devem ter o mesmo valor lógico.**



Comparando as tabelas-verdade das duas proposições compostas, podemos perceber que **a conjunção "e" e a disjunção inclusiva "ou" apresentam o mesmo valor lógico somente na última linha.**

Em outras palavras, **as duas proposições compostas apresentam o mesmo valor lógico (falso) quando ambas as parcelas são falsas.**

Conjunção "e"			Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$
V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	F	V
F	V	F	F	V	V
F	F	F	F	F	F

Logo, **p deve ser falso e q deve ser falso.**

Vamos analisar as alternativas e assinalar a correta, ou seja, assinalar aquela que apresenta uma proposição verdadeira.

- a) **p** – proposição simples falsa, pois **p** é falso.
- b) **q** – proposição simples falsa, pois **q** é falso.
- c) $\sim p \wedge \sim q$ – conjunção verdadeira, pois $\sim p$ e $\sim q$ são ambos verdadeiros. Esse é o **gabarito**.
- d) $p \wedge \sim q$ – conjunção falsa, pois um dos termos, **p**, é falso.
- e) $\sim p \wedge q$ – conjunção falsa, pois um dos termos, **q**, é falso.

Gabarito: Letra C.

Formas alternativas de se representar a disjunção exclusiva "ou...ou"

O uso da expressão **"...ou..., mas não ambos"** é utilizado como **disjunção exclusiva**. Exemplo:

$p \vee q$: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema, **mas não ambos**."

Além disso, é importante que você saiba que, **em algumas questões, é necessário supor que o uso do "ou" sozinho, exatamente como é usado na disjunção inclusiva, corresponde a uma disjunção exclusiva.**



Em algumas questões, é necessário supor que o uso do "ou" sozinho, exatamente como é usado na disjunção inclusiva, corresponde a uma disjunção exclusiva.

Esse tipo de "pegadinha" costuma ocorrer quando, considerando o contexto, as proposições simples não podem ser simultaneamente verdadeiras. Exemplo:

$p \vee q$: "José é cearense **ou** José é paranaense."

Perceba que José não pode ser cearense e paranaense ao mesmo tempo, e com isso **podemos considerar o "ou" sozinho como exclusivo**.

Muito cuidado ao realizar essa consideração na hora da prova. **Utilize esse entendimento como último recurso.**

(CREFONO 7/2014) Assinale a alternativa que representa o mesmo tipo de operação lógica que "O fonoaudiólogo é gaúcho ou paulista".

- a) O pesquisador gosta de música ou de biologia.
- b) O comentarista é paranaense ou matemático.
- c) O analista é fonoaudiólogo ou dentista.
- d) O professor faz musculação ou natação.
- e) O gato está vivo ou morto.

Comentários:

Observe que, nessa questão, tanto a proposição do enunciado quanto as alternativas apresentam o conectivo "ou" sozinho e, **em um primeiro momento, poderíamos achar que todas as assertivas se tratam de disjunção inclusiva**.

Ocorre que, ao contextualizar a frase do enunciado, percebe-se que **o fonoaudiólogo não pode ser ao mesmo tempo gaúcho e paulista**, de modo que **devemos procurar nas alternativas um "ou" exclusivo**.

Essa situação só ocorre na **letra E**, que apresenta um "ou" exclusivo justamente porque **o gato não pode estar vivo e morto ao mesmo tempo**.

Gabarito: Letra E.

Condicional ($p \rightarrow q$)

O operador lógico "**se... ,então**" é um conectivo do tipo **condicional**. É representado pelo símbolo " $\rightarrow$ " ou " $\supset$ " (menos comum). Exemplo:

$p \rightarrow q$: "**Se** Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da proposição condicional** resume os valores lógicos que a proposição composta $p \rightarrow q$ pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.

Condicional "se...então"		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V





A condicional $p \rightarrow q$ é **falsa** somente quando a **primeira parcela é verdadeira** e a **segunda parcela é falsa**. Nos demais casos, $p \rightarrow q$ é verdadeira.

Condicional		
"se...então"		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Vamos exemplificar essa tabela-verdade.

Considere as proposições sobre Frederico:

p: "Frederico é matemático."

q: "Frederico sabe somar."

$p \rightarrow q$: "Se Frederico é matemático, **então** Frederico sabe somar."

Analisemos as possibilidades:

- 1) **p:** "Frederico é matemático" e **q:** "Frederico sabe somar" são ambas verdadeiras. Nesse caso, se realmente Frederico é matemático, não há dúvida que ele sabe somar, e a proposição condicional **$p \rightarrow q$:** "Se Frederico é matemático, **então** Frederico sabe somar" é verdadeira.
- 2) **p:** "Frederico é matemático" é verdadeira e **q:** "Frederico sabe somar" é falsa. Na situação apresentada, temos que Frederico é matemático e não sabe somar. A proposição condicional é falsa.
- 3) **p:** "Frederico é matemático" é falsa e **q:** "Frederico sabe somar" é verdadeira. Nessa situação, temos uma pessoa que não se formou em matemática, mas que sabe somar. A condicional é verdadeira.
- 4) **p:** "Frederico é matemático" e **q:** "Frederico sabe somar" são ambas falsas. Esse caso é possível, pois Frederico pode ser uma criança recém-nascida, que não é bacharel em matemática e que não sabe somar. A condicional é verdadeira.



(CRMV/2022) Admitindo que as proposições “Pedro é o pai de Anderson” e “Waldir é o pai de Pedro” são verdadeiras e que a proposição “Roseana é neta de Rodolfo” é falsa, julgue o item.

“Se Roseana é neta de Rodolfo, então Pedro é o pai de Anderson” é uma proposição falsa.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

r: “Roseana é neta de Rodolfo.”

p: “Pedro é o pai de Anderson.”

Note que a condicional sugerida pode ser escrita na forma $r \rightarrow p$:

$r \rightarrow p$: “**Se** [Roseana é neta de Rodolfo], **então** [Pedro é o pai de Anderson].”

Segundo o enunciado, **r** é **falso** e **p** é **verdadeiro**. Logo, a condicional $r \rightarrow p$ é da forma **F** $\rightarrow$ **V**. Trata-se de uma **condicional verdadeira**, pois a condicional só é falsa quando a primeira parcela é verdadeira e a segunda parcela é falsa (caso **V** $\rightarrow$ **F**).

Gabarito: ERRADO.

(CRP 9/2022) Se é verdadeira a proposição “Se a psicologia não é o estudo da alma, então Poliana é psicóloga.”, então a proposição “Poliana é psicóloga.” é necessariamente verdadeira.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

a: “Psicologia é o estudo da alma.”

p: “Poliana é psicóloga.”

Note que a condicional sugerida pode ser escrita na forma $\sim a \rightarrow p$:

$\sim a \rightarrow p$: “**Se** [a psicologia **não** é o estudo da alma], **então** [Poliana é psicóloga].”

Sabemos que a condicional $\sim a \rightarrow p$ é **falsa** somente quando **a primeira parcela é verdadeira e a segunda parcela é falsa**. **Nos demais casos, $\sim a \rightarrow p$ é verdadeira**. Logo, **a condicional $\sim a \rightarrow p$ é verdadeira nos seguintes casos**:

- **V** $\rightarrow$ **V**: $\sim a$ verdadeiro e **p** verdadeiro;
- **F** $\rightarrow$ **V**: $\sim a$ falso e **p** verdadeiro;
- **F** $\rightarrow$ **F**: $\sim a$ falso e **p** **falso**;

Portanto, uma vez que a condicional $\sim a \rightarrow p$ é verdadeira, **não necessariamente p é verdadeiro**.

Gabarito: ERRADO.



(CRA PR/2022) Sendo p , q e r três proposições, julgue o item.

Se a proposição $(p \wedge q) \rightarrow r$ é falsa, então p e q são verdadeiras e r é falsa.

Comentários:

A condicional $(p \wedge q) \rightarrow r$ é **falsa** somente quando a **primeira parcela** $(p \wedge q)$ é verdadeira e a **segunda parcela** r é falsa. Logo, para essa condicional ser falsa:

- $(p \wedge q)$ é verdadeiro; e
- r é falso.

Para que a conjunção $(p \wedge q)$ seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo:

- p é verdadeiro.
- q é verdadeiro.
- r é falso.

Gabarito: CERTO.

(UNICAMP/2023) Considere falsa a seguinte afirmação:

Se eu almocei, então não estou com fome.

Com base nas informações apresentadas, é verdade que:

- a) Eu não almocei.
- b) Eu não estou com fome.
- c) Eu não almocei e estou com fome.
- d) Eu não almocei e não estou com fome.
- e) Eu almocei e estou com fome.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

a : "Eu almocei."

f : "Estou com fome."

Note que a condicional sugerida pode ser escrita na forma $a \rightarrow \sim f$:

$a \rightarrow \sim f$: "**Se** [eu almocei], **então** [não estou com fome]."

Sabemos que a condicional $a \rightarrow \sim f$ é **falsa** somente quando a **primeira parcela** é verdadeira e a **segunda parcela** é falsa. Logo:

- a é verdadeiro; e
- $\sim f$ é falso.



Como $\sim f$ é falso, f é verdadeiro. Portanto:

- a é verdadeiro; e
- f é verdadeiro.

Com base nisso, devemos assinalar a alternativa que apresenta uma proposição verdadeira.

- a) $\sim a$ — proposição simples falsa, pois $\sim a$ é falso.
- b) $\sim f$ — proposição simples falsa, pois $\sim f$ é falso.
- c) $\sim a \wedge f$ — conjunção falsa, pois um dos termos, $\sim a$, é falso.
- d) $\sim a \wedge \sim f$ — conjunção falsa, pois ambos os termos, $\sim a$ e $\sim f$, são falsos.
- e) $a \wedge f$ — conjunção verdadeira, pois a e f são ambos verdadeiros. Esse é o **gabarito**.

Gabarito: Letra E.

Formas alternativas de se representar a condicional "se...então"

Algumas vezes as bancas gostam de esconder a proposição condicional utilizando conectivos diferentes do clássico "se...então". Vamos apresentar aqui as possibilidades que mais aparecem nas provas. Considere novamente as proposições simples:

p : "Pedro vai ao parque."

q : "Maria vai ao cinema."

A forma clássica de se representar a condicional $p \rightarrow q$ é a seguinte:

$p \rightarrow q$: "Se Pedro vai ao parque, então Maria vai ao cinema."

Essa mesma condicional $p \rightarrow q$ pode também ser representada das seguintes formas:

- Se p , q . Observe que o "então" foi omitido.

$p \rightarrow q$: "Se Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- Como p , q .

$p \rightarrow q$: "Como Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- p , logo q .

$p \rightarrow q$: "Pedro vai ao parque, logo Maria vai ao cinema."

- p implica q .

$p \rightarrow q$: "Pedro ir ao parque implica Maria ir ao cinema."



- **Quando** p, q .

$p \rightarrow q$: "**Quando** Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **Toda vez que** p, q .

$p \rightarrow q$: "**Toda vez que** Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- p **somente se** q .

$p \rightarrow q$: "Pedro vai ao parque **somente se** Maria vai ao cinema."



Como será visto mais à frente, o conectivo "**se e somente se**" é **bicondicional**. Seu uso é diferente do conectivo **condicional** "**somente se**".

- $q, \text{se } p$. Nesse caso ocorre a **inversão da ordem** entre p e q .

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, **se** Pedro for ao parque."

- $q, \text{pois } p$. Novamente ocorre a **inversão da ordem** entre p e q .

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, **pois** Pedro vai ao parque."

- q **porque** p . Novamente ocorre a **inversão da ordem** entre p e q .

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema **porque** Pedro vai ao parque."





ACORDE!

Muita atenção para os casos em que ocorre a inversão da ordem entre **p** e **q**. **As quatro condicionais a seguir**, para fins de Lógica de Proposições, **são exatamente iguais** e apresentam a mesma notação **$p \rightarrow q$** :

$p \rightarrow q$: "Se Pedro vai ao parque, então Maria vai ao cinema."

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, se Pedro ir ao parque."

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema, pois Pedro vai ao parque."

$p \rightarrow q$: "Maria vai ao cinema porque Pedro vai ao parque."

(Pref Betim/2022) Tendo-se como premissa que a proposição simples "agentes municipais são públicos" tenha valor falso, é CORRETO deduzir que o valor lógico da proposição "agentes municipais são públicos, logo devem ser concursados" é:

- a) Falso.
- b) Verdadeiro.
- c) Inconclusivo.
- d) Não se trata de uma proposição.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "Agentes municipais são públicos."

c: "Agentes municipais devem ser concursados."

Note que a proposição composta sugerida é a condicional **$p \rightarrow c$** escrita na forma "**p, logo q**":

$p \rightarrow c$: "[Agentes municipais são públicos], logo [devem ser concursados]."

Essa condicional pode ser escrita por meio do conectivo tradicional "**se...então**":

$p \rightarrow c$: "**Se** [os agentes municipais são públicos], **então** [devem ser concursados]."

Sabemos que a condicional **$p \rightarrow c$** é **falsa** somente quando a **primeira parcela é verdadeira e a segunda parcela é falsa**. **Nos demais casos, $p \rightarrow c$ é verdadeira.**



A questão informa que a primeira parcela, **p**, é falsa. Veja que, nesse caso, **a condicional $p \rightarrow c$ será sempre verdadeira, qualquer que seja o valor de c (V ou F)**. Isso porque, qualquer que seja o valor de **c**, não teremos o caso em que a condicional é falsa, ou seja, **não teremos o caso $V \rightarrow F$** .

Gabarito: Letra B.

(Pref Irauçuba/2022/adaptada) Considere a proposição a seguir.

“Quando Ana vai à escola de ônibus ou de carro, ela sempre leva um guarda-chuva e também dinheiro.”

Assinale a opção que expressa corretamente a proposição acima em linguagem da lógica formal, assumindo que:

P = “Ana vai à escola de ônibus”.

Q = “Ana vai à escola de carro”.

R = “Ana sempre leva um guarda-chuva”.

S = “Ana sempre leva dinheiro”.

a) **$P \vee (Q \rightarrow (R \wedge S))$**

b) **$(P \rightarrow Q) \vee R$**

c) **$P \rightarrow (Q \vee R)$**

d) **$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$**

Comentários:

Note que a proposição composta sugerida é uma condicional escrita na forma “**Quando p, q**”. Nesse caso, a primeira parcela é disjunção inclusiva **$P \vee Q$** , e a segunda parcela é a conjunção **$R \wedge S$** . Observe:

$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$: “**Quando [(Ana vai à escola de ônibus) ou (Ana vai à escola de carro)], [(Ana sempre leva um guarda-chuva) e (Ana sempre leva dinheiro)]**.”

Reescrevendo a frase na língua portuguesa de modo a eliminar repetições desnecessárias, temos:

$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$: “**Quando [(Ana vai à escola de ônibus) ou (de carro)], [(ela sempre leva um guarda-chuva) e (também dinheiro)]**.”

Portanto, é correto afirmar que a proposição composta corresponde a **$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$** .

Gabarito: Letra D.

Condição suficiente e condição necessária

Quando temos uma condicional **$p \rightarrow q$** , podemos dizer que:

- **p** é condição **suficiente** para **q**;
- **q** é condição **necessária** para **p**.

Considere a condicional abaixo:



$p \rightarrow q$: “Se Pedro vai ao parque, então Maria vai ao cinema.”

Podemos reescrevê-la dos seguintes modos:

$p \rightarrow q$: “Pedro ir ao parque é condição suficiente para Maria ir ao cinema.”

$p \rightarrow q$: “Maria ir ao cinema é condição necessária para Pedro ir ao parque.”

Uma forma de não trocar condição necessária por suficiente e vice-versa é lembrar que a palavra “se” do “se...então” aponta para a condição suficiente.



A palavra “Se” aponta para a condição Suficiente
“Se p, então q”

p é a condição Suficiente
q é a condição necessária



Como será visto mais à frente, a expressão “condição necessária e suficiente” se refere às proposições que compõem o conectivo bicondicional.

(CODHAB/2018) R: Se alguém estuda muitas horas sobre cálculo, então é aprovado em seu exame de cálculo.

Considerando a sentença apresentada acima, julgue o item que se segue.

A sentença R significa que estudar muitas horas sobre cálculo é condição necessária para ser aprovado em seu exame de cálculo.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

e: “Alguém estuda muitas horas sobre cálculo.”

a: “Alguém é aprovado em seu exame de cálculo.”

Note que a proposição composta R é a condicional $e \rightarrow a$:

$e \rightarrow a$: Se [alguém estuda muitas horas sobre cálculo], então [é aprovado em seu exame de cálculo].”



Essa condicional pode ser escrita dos seguintes modos:

$e \rightarrow a$: “[Estudar muitas horas sobre cálculo] é condição suficiente para [ser aprovado em seu exame de cálculo].”

$e \rightarrow a$: “[Ser aprovado em seu exame de cálculo] é condição necessária para [estudar muitas horas sobre cálculo].”

Logo, é errado afirmar que “estudar muitas horas sobre cálculo é condição necessária para ser aprovado em seu exame de cálculo”. Isso porque estudar muitas horas sobre cálculo é a condição suficiente.

Gabarito: ERRADO.

(CEFET MG/2022) Considere a tirinha a seguir.



Disponível em <http://clubes.obmep.org.br/blog/2021/07/a-filosofia-do-garfield/>. Acesso em 20 fev. 2022.

Sobre a implicação lógica apresentada na tirinha, é correto afirmar que:

- a) Existir é condição suficiente de pensar.
- b) Pensar é condição suficiente de existir.
- c) Pensar é condição necessária de existir.
- d) Existir é condição necessária e suficiente de pensar.
- e) Pensar é condição necessária e suficiente de existir.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p : “Eu penso.”

e : “Eu existo.”

Note a implicação lógica apresentada no primeiro quadrinho da tirinha é condicional $p \rightarrow e$ escrita na forma “ p , logo q ”:

$p \rightarrow e$: “[Eu penso], logo [(eu) existo].”

Essa condicional pode ser escrita por meio do conectivo tradicional “se...então”:

$p \rightarrow e$: “Se [eu penso], então [(eu) existo].”



Uma vez que temos a condicional $p \rightarrow e$ escrita com o conectivo tradicional “se...então”, podemos reescrever essa condicional dos seguintes modos:

$p \rightarrow e$: “[Pensar] é condição suficiente para [existir].”

$p \rightarrow e$: “[Existir] é condição necessária para [pensar].”

O gabarito, portanto, é letra B.

Gabarito: Letra B.

Nomenclatura dos termos que compõem o condicional

Quando temos uma condicional $p \rightarrow q$, a primeira parcela p e a segunda parcela q que compõem essa condicional têm nomes especiais:

Condicional ($p \rightarrow q$)	
p	q
Antecedente	Consequente
Precedente	Subsequente
Condição suficiente	Condição necessária

Não confunda **condição suficiente** com **subsequente**, pois a palavra “subsequente” significa “aquele que segue imediatamente a outro”.

(PGE PE/2019) Se uma proposição na estrutura condicional — isto é, na forma $p \rightarrow q$, em que p e q são proposições simples — for falsa, então o precedente será, necessariamente, falso.

Comentários:

A questão afirma que, para uma condicional $p \rightarrow q$ ser falsa, devemos ter o precedente p necessariamente falso.

Da tabela-verdade condicional, sabemos que a **condicional é falsa somente no caso $V \rightarrow F$** , isto é, somente quando o **precedente é verdadeiro** ao mesmo tempo em que o **subsequente é falso**.

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: **ERRADO**.

(CM Maringá/2017) Uma proposição condicional tem valor falso se ambos, antecedente e consequente, forem falsos.

Comentários:

Da tabela-verdade condicional, sabemos que a **condicional é falsa somente no caso $V \rightarrow F$** , isto é, somente quando o **antecedente é verdadeiro** ao mesmo tempo em que o **consequente é falso**.

Gabarito: **ERRADO**.



Obtenção da recíproca da condicional

A recíproca da condicional é uma nova proposição composta **completamente distinta da condicional original**, em que **os termos antecedente e consequente são trocados**.

Em resumo, para uma condicional qualquer $p \rightarrow q$, a sua recíproca é dada por $q \rightarrow p$. Considere, por exemplo, a seguinte condicional $p \rightarrow q$:

$p \rightarrow q$: "Se Pedro vai ao parque, então Maria vai ao cinema."

A sua recíproca é dada por $q \rightarrow p$:

$q \rightarrow p$: "Se Maria vai ao cinema, então Pedro vai ao parque."



A **recíproca** de uma condicional é uma proposição completamente distinta da condicional original. Em outras palavras, **a recíproca da condicional não corresponde à condicional original**.

Ao estudarmos equivalências lógicas, veremos que $p \rightarrow q$ **não é equivalente a** $q \rightarrow p$.

(CM Cabo de Sto. Agostinho/2019) Considere a seguinte proposição condicional:

"Se você usar a pasta dental XYZ, então seus dentes ficarão mais claros".

Por definição, a recíproca dessa proposição condicional será dada por:

- a) "Se você não usou a pasta dental XYZ, então seus dentes não estão mais claros."
- b) "Se você não usou a pasta dental XYZ, então seus dentes estão mais claros."
- c) "Se seus dentes não estão mais claros, então você usou a pasta dental XYZ."
- d) "Se seus dentes ficaram mais claros, então você usou a pasta dental XYZ."

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "Você usa a pasta dental XYZ."

d: "Seus dentes ficam mais claros."

A condicional apresentada no enunciado corresponde a $p \rightarrow d$:

$p \rightarrow d$: "Se [você usar a pasta dental XYZ], então [seus dentes ficarão mais claros]."



A recíproca da condicional $p \rightarrow d$, dada por $d \rightarrow p$, é:

$d \rightarrow p$: "Se [seus dentes ficaram mais claros], então [você usou a pasta dental XYZ]."

Gabarito: Letra D.

(CEFET MG/2022) Dada a seguinte proposição:

Um jovem é considerado estudioso se ele lê mais de dois livros por mês ou se ele gosta de Matemática.

A alternativa que corresponde à sua recíproca é

- a) Um jovem não lê mais de dois livros por mês se não é considerado estudioso.
- b) Um jovem não é considerado estudioso somente se não gosta de Matemática.
- c) Um jovem que lê mais de dois livros por mês e gosta de Matemática é considerado estudioso.
- d) Se um jovem é considerado estudioso então ele lê mais de dois livros por mês ou gosta de Matemática.
- e) Se um jovem lê mais de dois livros por mês ou ele gosta de Matemática então ele é considerado estudioso.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

I: "Um jovem lê mais de dois livros por mês."

m: "Um jovem gosta de Matemática."

e: "Um jovem é considerado estudioso."

Note que a proposição composta sugerida é uma condicional escrita na forma "**q, se p**". Essa forma de se escrever a condicional na língua portuguesa inverte o antecedente e o consequente de posição, de modo que o antecedente é **IVm** e o consequente é **e**. Trata-se da condicional **(IVm) $\rightarrow$ e**:

(IVm) $\rightarrow$ e: "[Um jovem é considerado estudioso] **se** [(ele lê mais de dois livros por mês) **ou** ((se) ele gosta de Matemática)]."

Essa condicional pode ser escrita por meio do conectivo tradicional "**se...então**":

(IVm) $\rightarrow$ e: "**Se** [(um jovem lê mais de dois livros por mês) **ou** (ele gosta de Matemática)], **então** [(ele é considerado estudioso)]."

Para obter a recíproca da condicional **(IVm) $\rightarrow$ e**, devemos trocar o antecedente e o consequente de posição. Logo, a recíproca é a condicional **e $\rightarrow$ (IVm)**:

e $\rightarrow$ (IVm): "**Se** [um jovem é considerado estudioso], **então** [(ele lê mais de dois livros por mês) **ou** (gosta de Matemática)]."

Gabarito: Letra D.



Bicondicional ($p \leftrightarrow q$)

O operador lógico "**se e somente se**" é um conectivo do tipo **bicondicional**. É representado pelo símbolo " $\leftrightarrow$ ". Exemplo:

$p \leftrightarrow q$: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da proposição bicondicional** sintetiza os valores lógicos que a proposição composta $p \leftrightarrow q$ pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A proposição bicondicional $p \leftrightarrow q$ é **verdadeira** somente quando **ambas as proposições apresentam o mesmo valor lógico**.

Bicondicional		
"se e somente se"		
p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Vamos exemplificar essa tabela-verdade com um novo exemplo. Considere as proposições:

p: "Hoje é dia 01/09."

q: "Hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

$p \leftrightarrow q$: "Hoje é dia 01/09 **se e somente se** hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

Perceba que se **p** e **q** são proposições com valor lógico verdadeiro no exemplo dado, necessariamente a frase "Hoje é dia 01/09 **se e somente se** hoje é o primeiro dia do mês de setembro" é verdadeira. Além disso, se é falso que hoje é dia 01/09 e falso que hoje é o primeiro dia do mês de setembro, a proposição composta continua verdadeira.



Quando somente **p** ou somente **q** forem verdadeiros, chegamos a um absurdo, pois é impossível ser verdade que hoje seja dia 01/09 se hoje não for necessariamente o primeiro dia do mês de setembro. A situação inversa também é absurda, pois não há como ser verdadeiro o fato de hoje ser o primeiro dia do mês de setembro se hoje não for dia 01/09. Assim, o valor lógico da proposição composta é falso.

(CREF 3/2023) No que se refere à lógica proposicional, julgue o item.

A sentença “ $5+5=5$ se, e somente se, $10+10=10$ ” é verdadeira.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: “ $5+5=5$ ”

q: “ $10+10=10$ ”

Note que, como as proposições **p** e **q** são equações matemáticas, **já podemos assumir que essas proposições são falsas**, pois $5+5$ não é igual a 5, bem como $10+10$ não é igual a 10.

Veja que a proposição composta sugerida pelo enunciado corresponde à bicondicional **$p \leftrightarrow q$** :

$p \leftrightarrow q$: “[$5+5=5$] se, e somente se, [$10+10=10$]”

Como **ambas as parcelas da bicondicional apresentam o mesmo valor (falso)**, **é correto afirmar que a bicondicional é verdadeira**.

Gabarito: CERTO.

(CRA PR/2022) Sendo **p**, **q** e **r** três proposições, julgue o item.

Se **p** é uma proposição falsa, então **$p \leftrightarrow q$** é sempre verdadeira.

Comentários:

A proposição bicondicional **$p \leftrightarrow q$** é **verdadeira** somente quando **ambas as proposições apresentam o mesmo valor lógico**.

No caso em questão, temos que **p** é falso. Note que, se **q** for verdadeiro, teremos uma bicondicional **$V \leftrightarrow F$** , que é uma bicondicional falsa.

Logo, **é errado afirmar que, sendo p falso, a bicondicional $p \leftrightarrow q$ é sempre verdadeira**.

Gabarito: ERRADO.



Formas alternativas de se representar a bicondicional "se e somente se"

Considere novamente as proposições simples:

p: "Pedro vai ao parque."

q: "Maria vai ao cinema."

A forma clássica de se representar a bicondicional $p \leftrightarrow q$ é a seguinte:

$p \leftrightarrow q$: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

Essa mesma bicondicional $p \leftrightarrow q$ pode também ser representada das seguintes formas:

- **p assim como q.**

$p \leftrightarrow q$: "Pedro vai ao parque **assim como** Maria vai ao cinema."

- **p se e só se q.**

$p \leftrightarrow q$: "Pedro vai ao parque **se e só se** Maria vai ao cinema."

- **Se p, então q e se q, então p.**

$p \leftrightarrow q$: "**Se** Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema **e se** Maria vai ao cinema, **então** Pedro vai ao parque."

- **p somente se q e q somente se p.**

$p \leftrightarrow q$: "Pedro vai ao parque **somente se** Maria vai ao cinema **e** Maria vai ao cinema **somente se** Pedro vai ao parque."



Perceba que as duas últimas formas apresentadas de se representar a **bicondicional** são geradas por meio de:

1. Aplicação de um conectivo condicional por duas vezes;
2. Inversão das proposições **p** e **q** na segunda aplicação do condicional; e
3. Junção dos condicionais por meio da conjunção "**e**".



$p \rightarrow q$: "Se p, então q."

$q \rightarrow p$: "Se q, então p."

$p \leftrightarrow q$: "Se p, então q e se q, então p."

$p \rightarrow q$: "p somente se q."

$q \rightarrow p$: "q somente se p."

$p \leftrightarrow q$: "p somente se q e q somente se p."

Essa representação deriva do fato de que a bicondicional pode ser entendida como a aplicação na condicional "na ida" e a aplicação da condicional "na volta". Veremos na aula equivalências lógicas, se for objeto do seu edital, que as expressões $p \leftrightarrow q$ e $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ são equivalentes, ou seja, apresentam a mesma tabela-verdade.

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

(MME/2013) A representação simbólica correta da proposição "O homem é semelhante à mulher assim como o rato é semelhante ao elefante" é

- a) $P \leftrightarrow Q$
- b) P
- c) $P \wedge Q$
- d) $P \vee Q$
- e) $P \rightarrow Q$

Comentários:

Se definirmos as proposições simples **P**: "O homem é semelhante à mulher." e **Q**: "O rato é semelhante ao elefante", o conectivo "assim como" une as duas proposições em uma bicondicional $P \leftrightarrow Q$.

$P \leftrightarrow Q$: "O homem é semelhante à mulher **assim como** o rato é semelhante ao elefante."

Gabarito: Letra A.



(TRF 1/2006/adaptada) Se todos os nossos atos têm causa, então não há atos livres e se não há atos livres, então todos os nossos atos têm causa. Logo,

- a) alguns atos não têm causa se não há atos livres.
- b) todos os nossos atos têm causa se e somente se há atos livres.
- c) todos os nossos atos têm causa se e somente se não há atos livres.
- d) todos os nossos atos não têm causa se e somente se não há atos livres.
- e) alguns atos são livres se e somente se todos os nossos atos têm causa.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "Todos os nossos atos têm causa."

q: "Não há atos livres."

Observe que temos uma **bicondicional** escrita na forma "**se p, então q e se q, então p**":

p↔q: "**Se** todos os nossos atos têm causa, **então** não há atos livres **e se** não há atos livres, **então** todos os nossos atos têm causa."

Como temos uma bicondicional entre **p** e **q**, podemos escrever:

p↔q: "[Todos os nossos atos têm causa] **se e somente se** [não há atos livres]."

Gabarito: Letra C.

Condição necessária e suficiente

Em uma bicondicional, dizemos que **p** é **condição necessária e suficiente para q**, bem como dizemos que **q** é **condição necessária e suficiente para p**.

Considere novamente a seguinte bicondicional:

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

Podemos representar essa bicondicional também desses dois modos:

- **p é condição necessária e suficiente para q**

p↔q: "Pedro ir ao parque **é condição necessária e suficiente para** Maria ir ao cinema."

- **q é condição necessária e suficiente para p**

p↔q: "Maria ir ao cinema **é condição necessária e suficiente para** Pedro ir ao parque."



Na sequência, realizaremos algumas questões envolvendo os conectivos lógicos. Antes de prosseguir, peço que você **DECORE** o resumo a seguir.



Conjunção ($p \wedge q$): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas são verdadeiras**.

Disjunção Inclusiva ($p \vee q$): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas são falsas**.

Disjunção Exclusiva ($p \vee q$): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.

Condicional ($p \rightarrow q$): é **falsa** somente quando a **primeira parcela é verdadeira** e a **segunda parcela é falsa**.

Bicondicional ($p \leftrightarrow q$): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.

Decorou? Para reforçar ainda mais o aprendizado, tente reproduzir em uma folha as tabelas-verdade dos cinco conectivos sem espiar o material.

Conjunção "e"			Disjunção Inclusiva "ou"			Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \vee q$
V	V	V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F	F

Condicional "se...então"			Bicondicional "se e somente se"		
p	q	$p \rightarrow q$	p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	F
F	F	V	F	F	V

Agora vamos resolver algumas questões envolvendo diversos conteúdos vistos nesse tópico. Peço que você não se preocupe ao errar, pois o enfoque, nesse momento, é o aprendizado.



(IPE Saúde/2022) Considere que o valor lógico da sentença **A** é a falsidade, o valor lógico de **B** é a verdade e o valor lógico de **C** é a falsidade. Sobre isso, assinale V, se verdadeiro, ou F, se falso.

() $(A \wedge B) \rightarrow C$

() $(A \vee B) \leftrightarrow \sim C$

() $(\sim A \vee B) \rightarrow C$

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

a) V – V – V.

b) V – V – F.

c) V – F – V.

d) F – V – F.

e) F – F – F.

Comentários:

Sabemos **A** e **C** são **falsos** e **B** é **verdadeiro**. Com base nisso, vamos analisar as três proposições compostas.

(V) $(A \wedge B) \rightarrow C$

Temos uma condicional cujo antecedente é $(A \wedge B)$ e cujo consequente é **C**.

Note que o antecedente é uma conjunção da forma **FV**. Trata-se de uma **conjunção falsa**, pois um dos termos da conjunção é falso.

Como o consequente **C** é falso, note que a condicional $(A \wedge B) \rightarrow C$ apresenta a forma **F** $\rightarrow$ **F**. Logo, **temos uma condicional verdadeira**, pois a condicional é falsa somente no caso **V** $\rightarrow$ **F**.

(V) $(A \vee B) \leftrightarrow \sim C$

Temos uma bicondicional em que o primeiro termo é $(A \vee B)$ e o segundo termo é $\sim C$.

Note que o primeiro termo é disjunção inclusiva da forma **FVV**. Trata-se de uma disjunção inclusiva verdadeira, pois a disjunção inclusiva é falsa somente no caso **FVF**.

O segundo termo, $\sim C$, é a negação de um termo falso. Logo, $\sim C$ é verdadeiro.

Perceba, portanto, que temos uma bicondicional da forma **V** $\leftrightarrow$ **V**, em que ambos os termos são verdadeiros. Logo, **temos uma bicondicional verdadeira**.

(F) $(\sim A \vee B) \rightarrow C$

Temos uma condicional cujo antecedente é $(\sim A \vee B)$ e cujo consequente é **C**.

Como **A** é falso, temos que $\sim A$ é verdadeiro. Note, portanto, que o antecedente da condicional, $(\sim A \vee B)$, é uma disjunção inclusiva da forma **VVV**. Trata-se de uma **disjunção inclusiva verdadeira**, pois a disjunção inclusiva é falsa somente no caso **FVF**.

Como o consequente **C** é falso, note que a condicional $(\sim A \vee B) \rightarrow C$ apresenta a forma **V** $\rightarrow$ **F**. Logo, **temos uma condicional falsa**, pois o caso **V** $\rightarrow$ **F** é o único caso em que a condicional é falsa.



Logo, a ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é **V – V – F**.

Gabarito: Letra B.

(SEAD GO/2022) Considere as seguintes proposições:

P1: “O servidor público municipal poderá firmar contratos com a Administração Pública”.

P2: “O servidor público municipal não poderá exercer atividades de consultoria a empresas que se relacionem com a Administração Pública”.

P3: “O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto”.

P4: “ $(2\%)^2 = 4\%$ ”.

P5: “A equação $x^2 + x\sqrt{2} = 0$ não admite raiz real”.

Sabendo que as proposições **P1** e **P2** são, respectivamente, falsa e verdadeira, os valores das proposições **P4**→**P2**; **P1**∨**P5** e **P1**∧**P3** são, respectivamente:

- a) V, V e V.
- b) V, F e V.
- c) V, F e F.
- d) F, F e V.
- e) F, V e F.

Comentários:

Sabemos que a proposição **P1** é **falsa** e que a proposição **P2** é **verdadeira**.

Além disso, note que as proposições **P3**, **P4** e **P5** apresentam conceitos matemáticos, de modo que, nesses casos, poderíamos obter os valores lógicos dessas proposições. Antes de resolver a questão gostaria de destacar dois pontos:

- Caso no edital da sua prova não estejam previstos conceitos de matemática básica, dificilmente a banca vá cobrar esses conceitos em questões de lógica de proposições.
- Para resolver essa questão em específico, não é necessário termos os valores lógicos das proposições **P3** e **P4**.

Feitas as observações, vamos ao problema.

P4→**P2** – Como **P2** é verdadeira, temos uma condicional no formato **P4**→**V**. Essa condicional é verdadeira, qualquer que seja o valor de **P4**. Isso porque a condicional é falsa somente no caso **V**→**F**.

P1∨**P5** – Sabemos que **P1** é **falsa**. Nesse caso, para determinar o valor lógico de **P1**∨**P5**, precisamos necessariamente obter o valor lógico de **P5**.



Utilizando nossos conhecimentos de matemática básica, podemos notar que **a equação $x^2 + x\sqrt{2} = 0$ admite raiz real**. Isso porque, **para $x = 0$** , temos:

$$0^2 + 0 \times \sqrt{2} = 0$$

Logo, **P5 é falsa**.

Portanto, **P1VP5** é uma disjunção inclusiva em que ambas as parcelas são falsas (**FVF**). Trata-se, portanto, de uma **disjunção inclusiva falsa**.

P1AP3 – Como **P1** é **falsa**, temos uma conjunção no formato **FAP3**. **Essa conjunção é falsa**, qualquer que seja o valor de **P3**. Isso porque, para a conjunção ser verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras.

Portanto, os valores das proposições **P4→P2**; **P1VP5** e **P1AP3** são, respectivamente, **V**, **F** e **F**.

Gabarito: Letra C.

(DPE-RS/2023) Sabe-se que a sentença:

“Se a camisa é preta e a calça é branca, então o cinto é marrom ou o sapato é marrom” é FALSA.

É correto afirmar que:

- a) Se o cinto é marrom, então o sapato é marrom;
- b) Se o sapato não é marrom, então a camisa não é preta;
- c) Se a calça é branca, então o sapato é marrom;
- d) Se a camisa é preta, então a calça não é branca;
- e) Se a camisa é preta, então o cinto é marrom.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: “A camisa é preta.”

b: “A calça é branca.”

c: “O cinto é marrom.”

s: “O sapato é marrom

A sentença em questão pode ser descrita como **(p∧b)→(cVs)**:

(p∧b)→(cVs): “**Se** [(a camisa é preta) **e** (a calça é branca)], **então** [(o cinto é marrom) **ou** (o sapato é marrom)].”



Como a condicional em questão é falsa, o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso. Logo:

- $(p \wedge b)$ é verdadeiro; e
- $(c \vee s)$ é falso.

Para que a conjunção $p \wedge b$ seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo, p é V e b é V.

Para que a disjunção inclusiva $c \vee s$ seja falsa, ambas as parcelas precisam ser falsas. Logo, c é F e s é F.

Com base nessas informações, vamos avaliar a alternativa que apresenta uma proposição verdadeira.

- a) $c \rightarrow s$ – Trata-se da condicional $F \rightarrow F$, que é uma condicional verdadeira. **Esse é o gabarito.**
- b) $\sim s \rightarrow \sim p$ – Condicional falsa, pois temos o caso $V \rightarrow F$.
- c) $b \rightarrow s$ – Condicional falsa, pois temos o caso $V \rightarrow F$.
- d) $p \rightarrow \sim b$ – Condicional falsa, pois temos o caso $V \rightarrow F$.
- e) $p \rightarrow c$ – Condicional falsa, pois temos o caso $V \rightarrow F$.

Gabarito: Letra A.

(PM-SP/2023) São logicamente verdadeiras as seguintes afirmações:

- I. Eu sou casado ou eu não sou policial.
- II. Eu não tenho filho e eu não sou casado.

A partir dessas informações, pode-se afirmar que

- a) eu não sou casado, sou policial e não tenho filho.
- b) eu não sou casado, não sou policial e não tenho filho.
- c) eu sou casado, sou policial e tenho filho.
- d) eu sou casado, não sou policial e tenho filho.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

f : “Eu tenho filho.”

c : “Eu sou casado.”

p : “Eu sou policial.”

Note que a afirmação I pode ser descrita como $c \vee \sim p$:

$c \vee \sim p$: “[Eu sou casado] ou [eu não sou policial].”

Por outro lado, a afirmação II pode ser descrita como $\sim f \wedge \sim c$:

$\sim f \wedge \sim c$: “[Eu não tenho filho] e [eu não sou casado].”



Sabemos que **ambas as afirmações são verdadeiras**.

Observe a conjunção $\sim f \wedge \sim c$ da afirmação II. Para que ela seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo, $\sim f$ e $\sim c$ são ambos verdadeiros. Isso significa que **f é F e c é F**.

Observe agora a disjunção inclusiva $c \vee \sim p$ da afirmação II. Para que ela seja verdadeira, não podemos ter ambos os termos falsos. Como já sabemos que c é falso, é necessário que $\sim p$ seja verdadeiro. Logo, **p é F**.

Como todas as proposições simples definidas são falsas, é correto afirmar que **eu não sou casado** ($\sim c$ é verdadeiro), **não sou policial** ($\sim p$ é verdadeiro) e **não tenho filho** ($\sim f$ é verdadeiro).

Gabarito: Letra B.

(PM BA/2020) Observe as duas proposições P e Q apresentadas a seguir.

P: Ana é engenheira.

Q: Bianca é arquiteta.

Considere que Ana é engenheira somente se Bianca é arquiteta e, assinale a alternativa correta.

- a) Ana ser engenheira não implica Bianca ser arquiteta
- b) Ana ser engenheira é condição suficiente para Bianca ser arquiteta
- c) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana ser engenheira
- d) Ana é engenheira se e somente se Bianca não é arquiteta
- e) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana não ser engenheira

Comentários:

Sabemos que o conectivo "**somente se**" corresponde ao conectivo "**se...então**". Logo, o enunciado apresenta a condicional $P \rightarrow Q$, que pode ser representada das seguintes formas:

$P \rightarrow Q$: "[Ana é engenheira] **somente se** [Bianca é arquiteta]."

$P \rightarrow Q$: "**Se** [Ana é engenheira], **então** [Bianca é arquiteta]."

Vamos **avaliar a alternativa que apresenta outra forma de expressar o condicional $P \rightarrow Q$ em questão**.

a) Ana ser engenheira não implica Bianca ser arquiteta. ERRADO.

Sabemos que a palavra "**implica**" pode expressar uma condicional. Nesse caso, a condicional $P \rightarrow Q$ pode ser representada corretamente da seguinte forma:

$P \rightarrow Q$: "[Ana ser engenheira] **implica** [Bianca ser arquiteta]."

A alternativa erra ao escrever "**não implica**".



b) Ana ser engenheira é condição suficiente para Bianca ser arquiteta. CERTO.

Quando temos uma condicional $P \rightarrow Q$, podemos dizer que:

P é condição **suficiente** para Q ;

Q é condição **necessária** para P .

Uma forma de não trocar condição necessária por suficiente e vice-versa é lembrar que **a palavra "se" aponta para a condição suficiente**.

Para o caso em questão, P corresponde a "Ana é engenheira" e Q é a proposição "Bianca é arquiteta". Logo, a alternativa B apresenta corretamente a condicional $P \rightarrow Q$:

$P \rightarrow Q$: "**Se** [Ana é engenheira], **então** [Bianca é arquiteta]."

$P \rightarrow Q$: [Ana ser engenheira] **é condição suficiente para** [Bianca ser arquiteta]."

c) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana ser engenheira. ERRADO.

Podemos reescrever a proposição composta apresentada nessa alternativa do seguinte modo:

"[Ana ser engenheira] **é condição necessária para** [Bianca ser arquiteta]."

Essa proposição composta pode ser reescrita novamente da seguinte forma:

"**Se** [Bianca é arquiteta], **então** [Ana é engenheira]."

Note que essa proposição composta corresponde a $Q \rightarrow P$.

d) Ana é engenheira se e somente se Bianca não é arquiteta. ERRADO.

A proposição original é uma condicional. Essa alternativa está errada por apresentar o conectivo **bicondicional "se e somente se"**.

e) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana não ser engenheira. ERRADO.

Podemos reescrever a proposição composta apresentada nessa alternativa do seguinte modo:

"[Ana **não** ser engenheira] **é condição necessária para** [Bianca ser arquiteta]."

Essa proposição composta pode ser reescrita novamente da seguinte forma:

"**Se** [Bianca é arquiteta], **então** [Ana **não** é engenheira]."

Note que essa proposição composta corresponde a $Q \rightarrow \sim P$.

Gabarito: Letra B.



CONVERSÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A PROPOSICIONAL

Conversão da linguagem natural para a proposicional
Ordem de precedência da negação e dos conectivos
1. Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível ($\sim$); 2. Conjunção ($\wedge$) e disjunção inclusiva ($\vee$), na ordem em que aparecerem; 3. Disjunção exclusiva ($\veebar$); 4. Condicional ($\rightarrow$); 5. Bicondicional ($\leftrightarrow$).
Conversão para a linguagem proposicional
<u>Em regra</u> , os termos “ não é verdade que ” e “ é falso que ” costumam negar a proposição composta como um todo.
Análise do significado das proposições
O termo proposição é usado para se referir ao <u>significado</u> das orações.



Introdução

A língua portuguesa, assim como qualquer linguagem natural, apresenta uma grande variedade de usos, de modo que existem diversas formas de se representar a mesma ideia. Isso faz com que a língua portuguesa seja inexata.

Para o nosso estudo de Lógica de Proposições, faz-se necessário transformar a língua portuguesa, uma linguagem natural, para a linguagem proposicional, que é exata.

A representação matemática das proposições é dada por dois fundamentos:

- Uso de letras para representar as proposições simples; e
- Uso de símbolos para representar os conectivos.

Considere, por exemplo, a seguinte frase:

"João é meu amigo, conseqüentemente empresto dinheiro para ele."

Como podemos descrever essa frase "matematicamente", de modo que possamos trabalhar com a Lógica de Proposições?

Veja que "João ser meu amigo" é a causa, cuja consequência é "emprestar dinheiro para João". Note, portanto, que **a frase em questão nos passa a ideia de uma condicional**. Para descrever essa frase "matematicamente", **precisamos definir duas proposições simples**.

Considere, portanto, as seguintes proposições:

a: "João é meu amigo."

d: "Empresto dinheiro para João."

Note que a frase original pode ser descrita como **"Se a, então d"**, que pode ser representada matematicamente por **$a \rightarrow d$** .

$a \rightarrow d$: **"Se [João é meu amigo], então [empresto dinheiro para João]."**

É justamente desse desafio de transformar as frases da língua portuguesa para a linguagem matemática que vamos tratar no presente tópico.



Ordem de precedência da negação e dos conectivos

Em diversas situações encontramos proposições compostas sem o devido uso dos parênteses. Quando isso ocorre, surgem diversas dúvidas quanto à ordem em que devem ser feitas as operações. Exemplo:

$$\sim p \rightarrow q \wedge r$$

Qual operação deve ser feita primeiro? A condicional ou a conjunção? E a negação, está negando a proposição composta inteira ou apenas p ? Em resumo, queremos saber a qual das possibilidades a expressão acima se refere:

- $\sim [p \rightarrow (q \wedge r)]$
- $[(\sim p) \rightarrow q] \wedge r$
- $(\sim p) \rightarrow (q \wedge r)$

Para responder a essa pergunta, devemos obedecer à seguinte **ordem de precedência**, ou seja, a ordem em que os operadores devem ser executados:



Ordem de precedência da negação e dos conectivos

1. Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível ($\sim$);
2. Conjunção ($\wedge$) e disjunção inclusiva ($\vee$), na ordem em que aparecerem;
3. Disjunção exclusiva ($\underline{\vee}$);
4. Condicional ($\rightarrow$);
5. Bicondicional ($\leftrightarrow$).

Cumpramos destacar que **alguns autores sugerem que a conjunção ($\wedge$) tem precedência com relação à disjunção inclusiva ($\vee$)**. Apesar disso, o melhor entendimento a ser levado para a prova é de que as operações de conjunção e disjunção inclusiva devem ser executadas na ordem em que aparecerem.

No exemplo dado, " $\sim p \rightarrow q \wedge r$ ", devemos observar que a negação se refere exclusivamente a p . Em seguida, realiza-se a conjunção e, por último, a condicional. Desse modo, o exemplo pode ser melhor escrito da seguinte forma:

$$(\sim p) \rightarrow (q \wedge r)$$



Em alguns casos as bancas utilizam vírgulas para indicar parênteses nas proposições. Considere a seguinte proposição composta:

"Se Pedro é matemático, então ele passou no vestibular, e hoje ele sabe calcular integrais"

Se definirmos as proposições simples como segue:

p: "Pedro é matemático."

v: "Ele passou no vestibular."

s: "Hoje ele sabe calcular integrais."

A proposição sugerida ficaria da seguinte forma:

$$(p \rightarrow v) \wedge s$$

Caso não houvesse a vírgula indicada em vermelho, a proposição composta seria:

"Se Pedro é matemático, então ele passou no vestibular e hoje ele sabe calcular integrais."

Nesse caso, deveríamos seguir a **ordem de precedência** para montar a proposição composta, de modo que a conjunção deveria ser realizada antes da condicional. O resultado seria o seguinte:

$$p \rightarrow (v \wedge s)$$

(Pref. Farroupilha/2018) Dada a proposição

$$(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$$

Indique o termo com maior prioridade.

- a) $\neg q$
- b) p
- c) $p \wedge q$
- d) $\rightarrow$
- e) q

Comentários:

Vimos que, na ordem de precedência, a negação apresenta a maior prioridade.

O gabarito, portanto, é **letra A**.

Gabarito: Letra A.



(CRA PR/2019) No que se refere à estrutura lógica, julgue o item.

O valor-verdade da expressão lógica $(2>3) \leftrightarrow (1<0) \rightarrow (3 \neq 4)$ é F

Comentários:

Para acertar a questão, devemos obrigatoriamente utilizar o entendimento de que **a condicional tem precedência em relação à bicondicional**. Nesse caso, a expressão ficaria melhor representada desta forma:

$$(2>3) \leftrightarrow ((1<0) \rightarrow (3 \neq 4))$$

$$(F) \leftrightarrow (F \rightarrow V)$$

$$F \leftrightarrow (V)$$

$$F$$

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Caso calculássemos a expressão seguindo diretamente a ordem indicada, o valor final da expressão seria diferente e **não chegaríamos ao gabarito oficial**:

$$((2>3) \leftrightarrow (1<0)) \rightarrow (3 \neq 4)$$

$$(F \leftrightarrow F) \rightarrow V$$

$$(V) \rightarrow V$$

$$V$$

Gabarito: CERTO.

(TCU/2004) Suponha que P represente a proposição “Hoje choveu”, Q represente a proposição “José foi à praia” e R represente a proposição “Maria foi ao comércio”. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

A sentença “Hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia” pode ser corretamente representada por:

$$\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$$

Comentários:

Observe que a banca omitiu o **"Se"** da condicional apresentada, de modo que podemos entender a sentença original do seguinte modo:

"Se hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia”

A principal dúvida que surge na questão é se a sentença apresentada deve ser representada por $(\sim P \rightarrow \sim R) \wedge \sim Q$ ou por $\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$.



Como não há qualquer indicativo na frase original de que a condicional deve ser executada primeiro, devemos seguir a ordem de precedência dos conectivos, que nos diz que a conjunção "e" precede a condicional "se...então". Nesse caso, a representação correta é $\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$:

$\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$: “Se [hoje não choveu], então [(Maria não foi ao comércio) e (José não foi à praia)].”

O gabarito, portanto, é CERTO.

Caso a banca quisesse como resposta $(\sim P \rightarrow \sim R) \wedge \sim Q$, ela deveria dar um indicativo de que a condicional deveria ser executada antes. Esse indicativo poderia ser uma vírgula, conforme exemplificado a seguir:

$(\sim P \rightarrow \sim R) \wedge \sim Q$: “(Se [hoje não choveu], então [Maria não foi ao comércio]), e (José não foi à praia).”

Gabarito: CERTO.



Conversão para a linguagem proposicional

Ao longo do tópico em que os cinco conectivos lógicos foram explicados, realizamos alguns exercícios em que, ao longo da resolução, tivemos que **definir proposições simples** e **transformar uma frase da língua portuguesa para a linguagem de proposições**.

Não existe teoria sobre essa conversão da língua portuguesa para a linguagem proposicional, de modo que realizaremos uma questão como forma de teoria.

(UFRJ/2022) Sejam as proposições "Marcos é ator", "É falso que Marcos é biólogo" e "Marcos é rico". A alternativa que apresenta a correta tradução para a linguagem simbólica da proposição composta "Marcos não é ator e nem biólogo se e somente se Marcos é biólogo ou não é rico" é:

- a) $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim r)$
- b) $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$
- c) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (q \wedge \sim r)$
- d) $(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$
- e) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos considerar que **p**, **q** e **r** são as seguintes proposições:

p: "Marcos é ator."

q: "É falso que Marcos é biólogo."

r: "Marcos é rico."

Note que a proposição **q** é uma **sentença declarativa negativa**, correspondendo a:

q: "Marcos não é biólogo."

Sua negação, $\sim q$, é uma **sentença declarativa afirmativa**:

$\sim q$: "Marcos é biólogo."

Feita a observação, note que "Marcos **não** é ator e **nem** biólogo." corresponde a $\sim p \wedge q$:

$\sim p \wedge q$: "(Marcos **não** é ator) e (Marcos **não** é biólogo)."

Além disso, "Marcos é biólogo ou **não** é rico." corresponde a $\sim q \vee \sim r$:

$\sim q \vee \sim r$: "(Marcos é biólogo) ou (Marcos **não** é rico)."



Seguindo a ordem de precedência dos conectivos, devemos executar inicialmente a conjunção "e", depois a disjunção inclusiva "ou" e, **por fim, a bicondicional "se e somente se"**. Logo, a proposição procurada é dada por $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim r)$:

$(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim r)$: "**[(Marcos não é ator) e (Marcos não é biólogo)] se e somente se [(Marcos é biólogo) ou (Marcos não é rico)]**."

Gabarito: Letra A.

"Não é verdade que" ou "é falso que" em proposições compostas

É importante que você saiba que, **em regra**, os termos "**não é verdade que**" e "**é falso que**", quando utilizados em proposições compostas, **costumam negar a proposição composta como um todo**.

(Pref Irauçuba/2022) Considere as proposições a seguir:

- **p**: Ana fala inglês;
- **q**: Ana fala alemão;
- **r**: Ana fala português.

A linguagem simbólica da proposição "**t**: É falso que Ana fala alemão ou português, mas que não fala inglês" é:

- a) $\sim q \vee \sim r \wedge \sim p$
- b) $\sim (q \vee r) \wedge p$
- c) $\sim ((q \vee r) \wedge \sim p)$
- d) $\sim ((q \vee r) \wedge p)$

Comentários:

Lembre-se de que a palavra "**mas**" corresponde à **conjunção "e"**.

Nesse caso, perceba que "**Ana fala alemão ou português, mas não fala inglês**" pode ser descrita como $(q \vee r) \wedge \sim p$:

$(q \vee r) \wedge \sim p$: "**[(Ana fala alemão) ou ((Ana fala) português)], mas ((que) não fala inglês)**"

O termo "**é falso que**" no início nega a proposição composta como um todo. Logo, a proposição composta em questão corresponde a $\sim ((q \vee r) \wedge \sim p)$:

$\sim ((q \vee r) \wedge \sim p)$: "**É falso que [(Ana fala alemão) ou ((Ana fala) português)], mas ((que) não fala inglês)**"

Gabarito: Letra C.



(CAU AC/2019) Considere as proposições a seguir.

p: Tony fala inglês;

q: Antônio fala português.

Qual é a tradução para a linguagem corrente da proposição $\sim(p \wedge \sim q)$?

- a) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio não fala português.
- b) Tony fala inglês e Antônio não fala português.
- c) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio fala português.
- d) Tony fala inglês ou Antônio não fala português.
- e) Se Tony fala inglês, então Antônio fala português.

Comentários:

Temos que as proposições simples que compõem a proposição composta requerida são:

p: "Tony fala inglês."

$\sim q$: "Antônio **não** fala português."

A proposição composta antes da negação é dada por:

$p \wedge q$: "(Tony fala inglês) **e** (Antônio **não** fala português)."

Para negar essa última proposição composta e chegarmos a $\sim(p \wedge \sim q)$, podemos incluir o termo "**não é verdade que**" no início da proposição composta:

$\sim(p \wedge \sim q)$: "**Não é verdade que** [(Tony fala inglês) **e** (Antônio **não** fala português)]."

Observação: Será visto na aula de equivalências lógicas, se for pertinente ao seu edital, que **existe uma outra forma de negar essa proposição composta** utilizando as **Leis de De Morgan**.

Gabarito: Letra A.



Análise do significado das proposições

Em algumas questões, as bancas colocam frases em que não são apresentados os conectivos da maneira que aprendemos até então.

Para resolver esse tipo de problema, devemos saber que:

O termo **proposição** é usado para se referir ao significado das orações.

Isso quer dizer que a proposição **não depende de como tenha sido feita a construção de tais sentenças na língua escrita**. Se frases escritas de modo diferente são proposições e têm o mesmo significado, então essas proposições são iguais! Isso significa que as três frases abaixo são exatamente a mesma proposição:

- **p**: "João bebeu café."
- **p**: "O café foi bebido por João."
- **p**: "*John drank coffee.*" (Em português: João bebeu café.)



Utilize esse entendimento de analisar o significado das proposições como **último recurso**.

Quando em uma questão aparecer os **conectivos tradicionais**, não fique tentando entender o significado da proposição composta. Apenas aplique a regra.

Exemplo: se em alguma questão aparecer uma proposição da forma "**q, pois p**", já sabemos que ocorre inversão entre o antecedente e o consequente. Logo, sem realizarmos qualquer interpretação, já sabemos que "**q, pois p**" é a condicional **p→q**.

Vejamos na prática a necessidade de se entender o significado da proposição:

(Pref São Cristóvão/2023) Considerando p e q como as proposições "Eu estudo para um concurso." e "Eu me dedico com afinco." e os símbolos $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$ como os conectivos lógicos "e", "ou", "se ..., então..." e "se, e somente se,", respectivamente, assinale a opção que apresenta a estrutura, na lógica proposicional, da proposição "Ao estudar para um concurso, eu me dedico com afinco.".

- a) $p \wedge q$
- b) $p \leftrightarrow q$
- c) $p \vee q$
- d) $p \rightarrow q$



Comentários:

Note que **na proposição** "Ao estudar para um concurso, eu me dedico com afinco." **não há nenhum conectivo conhecido**.

Para resolver essa questão, você deve entender que "estudar para um concurso" é a causa cuja consequência é "eu me dedico com afinco".

Nesse caso, **devemos interpretar essa proposição como se fosse uma condicional** "se...então":

"Se [eu estudo para um concurso], então [eu me dedico com afinco]."

Logo, a proposição em questão corresponde à condicional $p \rightarrow q$.

Gabarito: Letra D.

(IBAMA/2013) P4: Se o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, como a presença humana no planeta é recente, então a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global.

A proposição **P4** é logicamente equivalente a "Como o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno e a presença humana no planeta é recente, a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global".

Comentários:



Vamos nos concentrar na proposição **P4** original. Podemos identificar que há ao menos um condicional nela, por conta da presença do conectivo "se...então".

P4: "Se o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, como a presença humana no planeta é recente, então a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global."

Porém, uma dúvida que pode surgir é: e aquele "**como**"? Seria esse "**como**" uma condicional da forma não usual "**como... então**"? Será que a frase "como a presença humana no planeta é recente" pode ser ignorada?

Para resolver o problema, nessa questão devemos nos recordar que o termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Observe que o **antecedente** é composto por **duas causas**: "o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno" e "a presença humana no planeta é recente".

A **consequência dessas duas causas**, que é o consequente da condicional, é: "a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global."



Nesse caso, a proposição **P4** pode ser reescrita da seguinte forma:

P4: “Se [o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, como a presença humana no planeta é recente], então [a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global].”

P4: “Se [(o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno) e (a presença humana no planeta é recente)], então [a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global].”

Outra forma de se escrever esse condicional é utilizar a forma “**Como** p, q ”:

P4: “Como [(o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno) e (a presença humana no planeta é recente)], [a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global].”

Gabarito: CERTO.



TABELA-VERDADE

Tabela-verdade

Número de linhas = 2^n , n proposições simples distintas.

O operador de **negação** " $\sim$ " não altera o número de linhas.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Definição de tabela-verdade

A **tabela-verdade** é uma ferramenta utilizada para **determinar todos os valores lógicos (V ou F) assumidos por uma proposição composta em função dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem**.

Exemplo: queremos **determinar os valores lógicos assumidos pela proposição composta a seguir em função dos valores atribuídos a p, q e r**.

$$\sim (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$$

Para isso, veremos que um dos passos necessários é listar todas as possibilidades que **p, q e r** podem assumir em conjunto. Nesse caso, serão oito possibilidades de combinações:

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Uma vez listadas todas as combinações de valores lógicos possíveis para **p, q e r**, a tabela-verdade é uma ferramenta que nos permitirá encontrar todos os valores lógicos assumidos pela expressão $\sim (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$.

Para o da primeira linha (onde **p, q e r** assumem o valor verdadeiro), veremos que a proposição composta do exemplo assumirá o valor V. Para o caso da quarta linha (V, F, F) veremos que o valor assumido por $\sim (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$ será falso.



Número de linhas de uma tabela-verdade



Se uma proposição for composta por n proposições simples distintas, o número de linhas da tabela-verdade será 2^n .

O operador de negação " $\sim$ " em nada altera o número de linhas da tabela-verdade.

Vamos continuar com o mesmo exemplo anterior: queremos determinar os valores lógicos assumidos pela proposição composta a seguir em função dos valores atribuídos a p , q e r .

$$\sim (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$$

Como cada proposição simples p , q e r admite dois valores lógicos (V ou F), cada uma dessas três proposições pode assumir somente 2 valores. Assim, o total de combinações dado por:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

O número de possíveis combinações para p , q e r será exatamente o número de linhas da tabela-verdade do exemplo.

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Observe que a inserção do operador de negação " $\sim$ " na expressão $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$ em nada alterou o número de linhas da tabela-verdade.

Podemos generalizar o resultado, dizendo que se uma proposição for composta por n proposições simples, **o número total de linhas da tabela-verdade será o número 2 multiplicado n vezes, ou seja, 2^n .**

$$2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$$



Pessoal, são inúmeras as questões que cobram diretamente o número de linhas da tabela-verdade de uma proposição composta.



(PM SC/2023)

$((P \wedge S) \rightarrow (Q \vee R)) \rightarrow ((\sim R \vee P) \rightarrow (\sim Q \vee \sim S))$

O número de linhas da tabela-verdade da proposição lógica precedente é igual a

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 16
- e) 32

Comentários:

Para resolver a questão, vamos assumir que **P**, **Q**, **R** e **S** são proposições simples. Seria melhor que a questão tivesse explicitado isso.

Note que, na proposição composta apresentada, temos um total de **$n = 4$ proposições simples distintas**: **P**, **Q**, **R** e **S**. Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

Gabarito: Letra D.

(ISS Fortaleza/2023) **P**: "Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias."

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

O número de linhas da tabela-verdade associada à proposição **P** é inferior a 10.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

t: "A pessoa trabalha com o que gosta."

f: "A pessoa está de férias."

z: "A pessoa é feliz."

Note que a proposição composta **P** pode ser descrita por $(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$:

$(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$: "Se [(a pessoa trabalha com o que gosta) e (está de férias)], então [(é feliz) ou (está de férias)]."



Note que, na proposição composta apresentada, temos um total de $n = 3$ proposições simples distintas: t , f e z . Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Logo, o número de linhas da tabela-verdade associada à proposição P é **inferior a 10**.

Gabarito: CERTO.

Construção de uma tabela-verdade

No resumo do início do tópico, indicamos que há **quatro passos** para a estruturação da tabela verdade. Agora veremos em detalhes como utilizá-los na prática, tendo como exemplo a proposição composta $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade

A proposição $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$ é composta por três proposições simples distintas: p , q e r . Logo o número de linhas da nossa tabela-verdade será:

$$2^n = 2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade

Antes de desenharmos a estrutura da tabela-verdade, precisamos **fragmentar a proposição composta em partes** para entendermos as operações necessárias para se chegar ao resultado desejado: $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$. Para tanto, **utilizaremos uma "engenharia reversa"**, isto é, partindo desta proposição composta aparentemente complexa, chegaremos nas proposições simples (p , q e r). Este passo é fundamental, pois organiza o raciocínio de maneira simples e fácil.

Observe como aplicar esta "engenharia reversa":

Para determinar $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$, precisamos obter $\sim(p \rightarrow \sim q)$ e $(\sim r \rightarrow q)$.

Para determinar $\sim(p \rightarrow \sim q)$, precisamos obter $(p \rightarrow \sim q)$.

Para determinar $(p \rightarrow \sim q)$, precisamos obter p e $\sim q$.

Para determinar $\sim q$, precisamos obter q .

Para determinar $(\sim r \rightarrow q)$, precisamos obter $\sim r$ e q .

Para determinar $\sim r$, precisamos obter r .



Feita a "engenharia reversa", basta desenhar o esquema da tabela. O número de colunas que corresponderá a cada fragmento que importa para a resolução do exercício: as proposições simples, as negações necessárias, as proposições compostas necessárias e, se for o caso, suas negações, até chegarmos na proposição composta mais complexa.

O número de linhas corresponde ao passo 1, isto é, 2^n , sendo n o número de proposições simples. No presente caso, temos 3 proposições simples, **p**, **q** e **r**, portanto, teremos 8 linhas na tabela-verdade. Vejamos:

p	q	r	~q	~r	(p → ~q)	~(p → ~q)	(~r → q)	~(p → ~q) ∨ (~r → q)

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada

No terceiro passo, devemos atribuir os valores V ou F às proposições simples (**p**, **q** e **r**) de modo a obter todas as combinações possíveis. O melhor método para fazer isso é conferir os valores lógicos de maneira alternada, conforme demonstrado abaixo:

p	q	r
V		
V		
V		
V		
F		
F		
F		
F		

→

p	q	r
V	V	
V	V	
V	F	
V	F	
F	V	
F	V	
F	F	
F	F	

→

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

A nossa tabela fica da seguinte forma:

p	q	r	~q	~r	(p → ~q)	~(p → ~q)	(~r → q)	~(p → ~q) ∨ (~r → q)
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						



Passo 4: obter o valor das demais proposições

Para obter o valor da proposição final, devemos realizar as operações necessárias à solução do caso dado - considerando as cinco operações básicas com os conectivos e a operação de negação.

Vamos agora partir para a solução do nosso exemplo. Para fins didáticos, veremos cada etapa da resolução separadamente em tabelas individualizadas. Na prática você só fará uma tabela e preencherá com os valores lógicos encontrados.

Em cada etapa, para que você possa visualizar as operações de modo individualizado, a **coluna pintada em azul corresponderá aos valores lógicos que queremos determinar** e as **colunas em amarelo são aquelas que estamos utilizando como referência para a operação**.

Obtenção de $\sim q$ realizando a negação de q :

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F					
V	V	F	F					
V	F	V	V					
V	F	F	V					
F	V	V	F					
F	V	F	F					
F	F	V	V					
F	F	F	V					

Obtenção de $\sim r$ realizando a negação de r :

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F				
V	V	F	F	V				
V	F	V	V	F				
V	F	F	V	V				
F	V	V	F	F				
F	V	F	F	V				
F	F	V	V	F				
F	F	F	V	V				

Obtenção de $(p \rightarrow \sim q)$ por meio das colunas p e $\sim q$. Observe que a condicional só será falsa quando p for verdadeiro e $\sim q$ for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F			
V	V	F	F	V	F			
V	F	V	V	F	V			
V	F	F	V	V	V			
F	V	V	F	F	V			
F	V	F	F	V	V			
F	F	V	V	F	V			
F	F	F	V	V	V			



Obtenção de $\sim(p \rightarrow \sim q)$ por meio da negação de $(p \rightarrow \sim q)$.

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V		
V	V	F	F	V	F	V		
V	F	V	V	F	V	F		
V	F	F	V	V	V	F		
F	V	V	F	F	V	F		
F	V	F	F	V	V	F		
F	F	V	V	F	V	F		
F	F	F	V	V	V	F		

Obtenção de $(\sim r \rightarrow q)$ por meio das colunas $\sim r$ e q . Observe que a condicional só será falsa quando $\sim r$ for verdadeiro e q for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	
V	V	F	F	V	F	V	V	
V	F	V	V	F	V	F	V	
V	F	F	V	V	V	F	F	
F	V	V	F	F	V	F	V	
F	V	F	F	V	V	F	V	
F	F	V	V	F	V	F	V	
F	F	F	V	V	V	F	F	

Obtenção de $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$ por meio das colunas $\sim(p \rightarrow \sim q)$ e $(\sim r \rightarrow q)$. Observe que a disjunção será falsa somente quando $\sim(p \rightarrow \sim q)$ for falso e $(\sim r \rightarrow q)$ for falso:

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F

Finalmente finalizamos a tabela-verdade de $\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$. Perceba que ela nos diz que essa **proposição composta final** só é falsa em dois casos:

- p é verdadeiro e q e r são falsos; e
- p, q e r são falsos.



p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F



(IBGE/2021) Considere a seguinte proposição **P**:

"Se produz as informações de que o Brasil necessita, o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas e justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados."

Verifica-se que a quantidade de linhas da tabela-verdade da proposição **P** que apresentam valor lógico F é igual a

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "O IBGE produz as informações de que o Brasil necessita."

a: "O IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas."

j: "O IBGE justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados."

Note que a **proposição P** é uma **condicional** em que se omite o "**então**", podendo ser escrita como **$p \rightarrow (a \wedge j)$** .

$p \rightarrow (a \wedge j)$: "**Se** [produz as informações de que o Brasil necessita], [(o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas) **e** (justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados)]."

Vamos construir a tabela-verdade de **$p \rightarrow a \wedge j$** .



Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos um total de 3 proposições simples distintas. Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Note que:

Para determinar $p \rightarrow a \wedge j$, precisamos obter p e $a \wedge j$.

Para determinar $a \wedge j$, precisamos obter a e j .

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		



Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A conjunção $a \wedge j$ é verdadeira somente para os casos em que a é verdadeiro e j é verdadeiro. Nos outros casos, $a \wedge j$ é falso.

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$
V	V	V	V	
V	V	F	F	
V	F	V	F	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	V	F	F	
F	F	V	F	
F	F	F	F	

A condicional $p \rightarrow a \wedge j$ só é falsa quando o antecedente p é verdadeiro e o consequente $a \wedge j$ é falso. Nos demais casos, a condicional é verdadeira.

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Note, portanto, que a quantidade de linhas da tabela-verdade de $p \rightarrow a \wedge j$ que apresentam valor lógico F é igual a 3.

p	a	j	$a \wedge j$	$p \rightarrow a \wedge j$
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Gabarito: Letra C.



(IPE Saúde/2022) A tabela-verdade da proposição $((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$ está incompleta.

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim r$	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	?
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	?
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	?
F	F	V	F	F	V	?
F	F	F	F	V	V	F

Os valores lógicos que completam a tabela considerando a ordem, de cima para baixo, são:

- a) V – F – V – F.
- b) F – V – F – V.
- c) F – V – V – V.
- d) V – V – F – F.
- e) V – F – F – F.

Comentários:

Veja que, na questão apresentada, já temos a tabela-verdade construída. Faz-se necessário completar alguns valores lógicos identificados com um ponto de interrogação.

Note que os valores lógicos da última coluna da tabela-verdade da proposição $((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$ dependem das colunas referentes às proposições $((p \wedge q) \rightarrow \sim r)$ e q .

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim r$	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	?
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	?
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	?
F	F	V	F	F	V	?
F	F	F	F	V	V	F



Sabemos que a bicondicional $((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$ é **verdadeira** para os casos em que as parcelas $((p \wedge q) \rightarrow \sim r)$ e q apresentam o mesmo valor lógico.

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim r$	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	?
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	?
F	F	F	F	V	V	F

Por outro lado, a bicondicional $((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$ é **falsa** para os casos em que as parcelas $((p \wedge q) \rightarrow \sim r)$ e q apresentam valores lógicos distintos.

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim r$	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	F
F	F	F	F	V	V	F

Logo, os valores lógicos que completam a tabela são:

V – F – V – F

Gabarito: Letra A.

(POLC AL/2023) Considere-se que as primeiras três colunas da tabela-verdade da proposição lógica $(QVR) \wedge P$ sejam iguais a:

P	Q	R
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F



Nessa situação, a última coluna dessa tabela-verdade apresenta valores V ou F, tomados de cima para baixo, na seguinte sequência:

V V V F V V F F

Comentários:

Devemos obter a tabela-verdade de $(Q \vee R) \wedge P$.

Perceba que o **Passo 1**, "determinar o número de linhas da tabela-verdade", já está feito. O mesmo ocorre com o **Passo 3**, "atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada".

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $(Q \vee R) \wedge P$ precisamos obter $(Q \vee R)$ e P .

Para determinar $Q \vee R$, precisamos obter Q e R .

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

P	Q	R	$Q \vee R$	$(Q \vee R) \wedge P$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A disjunção inclusiva $(Q \vee R)$ é falsa quando Q e R são ambos falsos. Nos demais casos, a disjunção inclusiva $(Q \vee R)$ é verdadeira.

P	Q	R	$Q \vee R$	$(Q \vee R) \wedge P$
V	V	V	V	
V	V	F	V	
V	F	V	V	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	V	F	V	
F	F	V	V	
F	F	F	F	



A conjunção $(Q \vee R) \wedge P$ é verdadeira somente quando ambas as parcelas $(Q \vee R)$ e P são verdadeiras. Nos demais casos, a conjunção $(Q \vee R) \wedge P$ é falsa.

P	Q	R	$Q \vee R$	$(Q \vee R) \wedge P$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

Note, portanto, que a última coluna da tabela-verdade da proposição composta $(Q \vee R) \wedge P$ apresenta valores V ou F, tomados de cima para baixo, na seguinte sequência: **V V V F F F F**. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

(CBM AL/2021) Considere os conectivos lógicos usuais e assuma que as letras maiúsculas representam proposições lógicas e que o símbolo $\sim$ representa a negação. Considere também que as três primeiras colunas de uma tabela-verdade que envolve as proposições lógicas P, Q e R sejam as seguintes.

P	Q	R
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Com base nas informações apresentadas, julgue o item a seguir.

A última coluna da tabela-verdade relacionada à expressão $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$ apresenta valores V ou F na seguinte sequência, de cima para baixo: **F V V F V F V F**.

Comentários:

Devemos obter a tabela-verdade de $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$.

Perceba que o **Passo 1**, "determinar o número de linhas da tabela-verdade", já está feito. O mesmo ocorre com o **Passo 3**, "atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada".



Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$, precisamos obter $(P \wedge Q)$ e $(\sim R)$.

Para determinar $P \wedge Q$, precisamos obter **P** e **Q**.

Para determinar $(\sim R)$, precisamos obter **R**.

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

P	Q	R	$\sim R$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

$\sim R$ apresenta o valor lógico contrário de **R**.

P	Q	R	$\sim R$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$
V	V	V	F		
V	V	F	V		
V	F	V	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	V	F	V		
F	F	V	F		
F	F	F	V		

A conjunção $P \wedge Q$ é verdadeira quando **P** e **Q** são ambos verdadeiros. Nos demais casos, a conjunção é falsa.

P	Q	R	$\sim R$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$
V	V	V	F	V	
V	V	F	V	V	
V	F	V	F	F	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	F	
F	V	F	V	F	
F	F	V	F	F	
F	F	F	V	F	



Por fim, a bicondicional $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$ é verdadeira quando $(P \wedge Q)$ e $(\sim R)$ apresentam o mesmo valor lógico. Caso contrário, a bicondicional em questão é falsa.

P	Q	R	$\sim R$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$
V	V	V	F	V	F
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V
F	F	F	V	F	F

Note, portanto, que é **correto afirmar** que a última coluna da tabela-verdade relacionada à expressão $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\sim R)$ apresenta a sequência **F V V F V F V F**.

Gabarito: CERTO.



TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA

Tautologia, contradição e contingência

Tautologia é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre verdadeiro**.

Contradição é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre falso**.

Contingência é uma proposição cujos valores lógicos podem ser **tanto V quanto F**, dependendo diretamente dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem.

$p \vee \sim p$ é uma **tautologia**

$p \wedge \sim p$ é uma **contradição**

Método da tabela-verdade

- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores verdadeiros**, trata-se de uma **tautologia**;
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores falsos**, trata-se de uma **contradição**;
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **valores verdadeiros e falsos (V e F)**, trata-se de uma **contingência**.

Método da prova por absurdo

Primeiro passo: partir da hipótese de que a proposição é uma **tautologia** ou então de que a proposição é uma **contradição**.

Se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **tautologia**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Tentar aplicar o valor lógico **falso** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
 - **Se for possível que a proposição seja falsa**, sabemos que **não é uma tautologia**. Nesse caso, a proposição **pode ser contradição ou contingência**; ou
 - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa e, portanto, **é uma tautologia** (sempre verdadeira).

Por outro lado, se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **contradição**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Tentar aplicar o valor lógico **verdadeiro** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
 - **Se for possível que a proposição seja verdadeira**, sabemos que **não é uma contradição**. Nesse caso, a proposição **pode ser tautologia ou contingência**; ou
 - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser verdadeira e, portanto, **é uma contradição** (sempre falsa).

Se for possível que a proposição seja falsa e também for possível que a proposição seja verdadeira, não teremos uma tautologia e também não teremos uma contradição. Nesse caso, a proposição em questão é uma **contingência**!

Implicação

Dizemos que uma proposição **p implica q** quando a **condicional $p \rightarrow q$ é uma tautologia**. A representação da afirmação "**p implica q**" é representada por **$p \Rightarrow q$** .



Inicialmente, vamos conhecer os conceitos de **tautologia**, **contradição** e **contingência**:

- **Tautologia** é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre verdadeiro**.
- **Contradição** é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre falso**.
- **Contingência** é uma proposição cujos valores lógicos podem ser **tanto V quanto F**, dependendo diretamente dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem.

Com base nesses conceitos, vamos resolver uma questão:

(ALMG/2023) Considere as tabelas-verdade I, II e III a seguir:

TABELA I							
p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

TABELA II						
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$	$(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	F

TABELA III			
p	q	$p \vee q$	$p \vee q \Leftrightarrow p$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

É CORRETO afirmar que:

- A tabela I representa uma contradição.
- A tabela I representa uma tautologia.
- As tabelas I e III representam uma contradição.
- As tabelas II e III representam uma tautologia.

Comentários:

Observe que:

- A última coluna da tabela I mostra que a proposição $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$ é **sempre verdadeira**. Logo, **a tabela I representa uma tautologia**.
- A última coluna da tabela II mostra que a proposição $(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$ é **sempre falsa**. Logo, **a tabela II representa uma contradição**.
- A última coluna da tabela III mostra que a proposição $p \vee q \Leftrightarrow p$ pode ser tanto V quanto F. Logo, **a tabela III representa uma contingência**.

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.



Existe uma tautologia e uma contradição que você necessariamente precisa conhecer, pois elas aparecem muito em prova:



$p \vee \sim p$ é uma **tautologia**

$p \wedge \sim p$ é uma **contradição**

Conforme pode ser observado nas tablas-verdade a seguir, note que $p \vee \sim p$ é sempre verdadeiro e $p \wedge \sim p$ é sempre falso.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

(CAU TO/2023) A respeito de estruturas lógicas, julgue o item.

A proposição “A Terra é plana ou a Terra não é plana” é uma tautologia.

Comentários:

Considere a seguinte proposição simples:

p: “A Terra é plana.”

Note que a proposição composta sugerida pelo enunciado pode ser descrita por $p \vee \sim p$:

$p \vee \sim p$: “[A Terra é plana] **ou** [a Terra **não** é plana].”

Conforme acabamos de ver, proposições da forma $p \vee \sim p$ são sempre verdadeiras e, portanto, **a proposição composta em questão é uma tautologia.**

Gabarito: CERTO

Quando duas proposições assumem valores lógicos necessariamente iguais, dizemos que as **proposições são equivalentes**. Ressalto que trataremos sobre equivalências lógicas em aula futura. Nesse momento, quero que você sabia que representação da equivalência lógica é dada utilizando o símbolo “ $\equiv$ ” ou “ $\Leftrightarrow$ ”.

Podemos representar a tautologia por uma proposição genérica de símbolo “T” ou pela letra **t**. Essa proposição genérica tem o valor lógico verdadeiro independentemente de quaisquer condições. Assim:

$$p \vee \sim p \equiv t$$



Informalmente, costuma-se representar essa proposição sempre verdadeira com o valor lógico V.

$$p \vee \sim p \equiv V$$

De modo análogo, a contradição é representada pela proposição genérica de símbolo " $\perp$ " ou pela letra c. Essa proposição genérica tem valor lógico falso independentemente de quaisquer condições. Assim:

$$p \wedge \sim p \equiv c$$

Informalmente, costuma-se representar essa proposição sempre falsa com o valor lógico F.

$$p \wedge \sim p \equiv F$$



Em algumas questões de Lógica de Proposições, vamos utilizar, **informalmente**, as letras **c** e **t** para representar proposições simples quaisquer, sem que elas sejam uma tautologia ou uma contradição.

Por exemplo, poderíamos utilizar a letra **t** para representar a proposição "Tiago é engenheiro".

Ressalto que, quando utilizarmos a letra **c** ou a letra **t** para nos referirmos a contradições ou a tautologias, essa utilização estará muito clara.

As tautologias e as contradições nem sempre são fáceis de se identificar.

Para descobrirmos se uma proposição composta é uma tautologia, uma contradição ou uma contingência, podemos utilizar três métodos: **método da tabela-verdade**, **método do absurdo** ou **equivalências lógicas/álgebra de proposições**.

Para ilustrar os **dois primeiros métodos**, vamos utilizar um exemplo. Queremos verificar se a seguinte proposição é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência**:

$$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$$

O **terceiro método**, **equivalências lógicas/álgebra de proposições**, será abordado na aula de Equivalências Lógicas.



Método da tabela-verdade

Vamos construir a tabela-verdade da proposição $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$ seguindo os quatro passos vistos no tópico anterior.

Perceba que, pelas definições de **tautologia**, **contradição** e **contingência**, podemos obter os seguintes resultados:

- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores verdadeiros**, trata-se de uma **tautologia**;
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores falsos**, trata-se de uma **contradição**; e
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **valores verdadeiros e falsos (V e F)**, trata-se de uma **contingência**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos um total de 3 proposições simples distintas (**p**, **q** e **r**). Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Note que:

Para determinar $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$, precisamos obter $[(p \wedge q) \wedge r]$ e $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$.

Para determinar $[(p \wedge q) \wedge r]$, precisamos obter $(p \wedge q)$ e **r**.

Para determinar $(p \wedge q)$, precisamos obter **p** e **q**.

Para determinar $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$, precisamos obter **p** e $(q \vee r)$.

Para determinar $(q \vee r)$, precisamos obter **q** e **r**.

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

p	q	r	$(p \wedge q)$	$[(p \wedge q) \wedge r]$	$(q \vee r)$	$[p \leftrightarrow (q \vee r)]$	$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$



Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	r	$(p \wedge q)$	$[(p \wedge q) \wedge r]$	$(q \vee r)$	$[p \leftrightarrow (q \vee r)]$	$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A conjunção $p \wedge q$ é verdadeira somente quando p e q são ambos verdadeiros. Nos demais casos, $p \wedge q$ é falso.

p	q	r	$(p \wedge q)$	$[(p \wedge q) \wedge r]$	$(q \vee r)$	$[p \leftrightarrow (q \vee r)]$	$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$
V	V	V	V				
V	V	F	V				
V	F	V	F				
V	F	F	F				
F	V	V	F				
F	V	F	F				
F	F	V	F				
F	F	F	F				

A conjunção $[(p \wedge q) \wedge r]$ é verdadeira somente quando $(p \wedge q)$ e r são ambos verdadeiros. Nos demais casos, $[(p \wedge q) \wedge r]$ é falso.

p	q	r	$(p \wedge q)$	$[(p \wedge q) \wedge r]$	$(q \vee r)$	$[p \leftrightarrow (q \vee r)]$	$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$
V	V	V	V	V			
V	V	F	V	F			
V	F	V	F	F			
V	F	F	F	F			
F	V	V	F	F			
F	V	F	F	F			
F	F	V	F	F			
F	F	F	F	F			



A disjunção inclusiva ($q \vee r$) é falsa somente quando q e r são ambos falsos. Nos demais casos, ($q \vee r$) é verdadeiro.

p	q	r	$(p \wedge q)$	$[(p \wedge q) \wedge r]$	$(q \vee r)$	$[p \leftrightarrow (q \vee r)]$	$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$
V	V	V	V	V	V		
V	V	F	V	F	V		
V	F	V	F	F	V		
V	F	F	F	F	F		
F	V	V	F	F	V		
F	V	F	F	F	V		
F	F	V	F	F	V		
F	F	F	F	F	F		

A bicondicional $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$ será verdadeira somente quando p e $(q \vee r)$ tiverem o mesmo valor lógico. Nos demais casos, $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$ é falso.

p	q	r	$(p \wedge q)$	$[(p \wedge q) \wedge r]$	$(q \vee r)$	$[p \leftrightarrow (q \vee r)]$	$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$
V	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	V	V	
V	F	V	F	F	V	V	
V	F	F	F	F	F	F	
F	V	V	F	F	V	F	
F	V	F	F	F	V	F	
F	F	V	F	F	V	F	
F	F	F	F	F	F	V	

Por fim, a condicional $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$ é falsa somente quando o antecedente $[(p \wedge q) \wedge r]$ é verdadeiro e o consequente $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$ é falso. Observe que esse caso nunca ocorre, de modo que essa condicional é sempre verdadeira. Logo, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	r	$(p \wedge q)$	$[(p \wedge q) \wedge r]$	$(q \vee r)$	$[p \leftrightarrow (q \vee r)]$	$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	V	F	V
F	V	F	F	F	V	F	V
F	F	V	F	F	V	F	V
F	F	F	F	F	F	V	V

Vamos resolver algumas questões utilizando o método da tabela-verdade.





(CRO RS/2022) Considerando as proposições **p** e **q**, assinale a alternativa que apresenta um exemplo de contradição.

- a) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
- b) $p \vee \sim p$
- c) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
- d) $(p \wedge q) \rightarrow p$
- e) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$

Comentários:

Vamos analisar cada alternativa e verificar aquela que apresenta uma **contradição**.

a) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ – **Tautologia**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$, precisamos determinar $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, **p** e **q**.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			



Passo 4: obter o valor das demais proposições.

- $(p \wedge q)$ é verdadeiro somente quando p e q são ambos verdadeiros.
- $(p \vee q)$ é falso somente quando p e q são ambos falsos.
- $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ é falso somente quando $(p \wedge q)$ é verdadeiro e $(p \vee q)$ é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

b) $p \vee \sim p$ – **Tautologia**.

Conforme visto na teoria da aula, $p \vee \sim p$ é uma tautologia.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

c) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ – **Tautologia**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $p \rightarrow (q \rightarrow p)$, precisamos determinar p , q e $(q \rightarrow p)$.

p	q	$(q \rightarrow p)$	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	$(q \rightarrow p)$	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		



Passo 4: obter o valor das demais proposições.

- $(q \rightarrow p)$ é falso somente quando q é verdadeiro e p é falso.
- $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ é falso somente quando p é verdadeiro e $(q \rightarrow p)$ é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	$(q \rightarrow p)$	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

d) $(p \wedge q) \rightarrow p$ – **Tautologia**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $(p \wedge q) \rightarrow p$, precisamos determinar $(p \wedge q)$, p e q .

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

- $(p \wedge q)$ é verdadeiro somente quando p e q são ambos verdadeiros.
- $(p \wedge q) \rightarrow p$ é falso somente quando $(p \wedge q)$ é verdadeiro e p é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V



e) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$ – **Contradição. Esse é o gabarito.**

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$, precisamos obter $(p \vee \sim q)$, $(\sim p \wedge q)$, $\sim p$, $\sim q$, p e q .

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(p \vee \sim q)$	$(\sim p \wedge q)$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(p \vee \sim q)$	$(\sim p \wedge q)$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

- $\sim p$ tem o valor lógico oposto de p .
- $\sim q$ tem o valor lógico oposto de q .
- $(p \vee \sim q)$ é falso somente quando p e $\sim q$ são ambos falsos.
- $(\sim p \wedge q)$ é verdadeiro somente quando $\sim p$ e q são ambos verdadeiros.
- $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$ é verdadeiro somente quando $(p \vee \sim q)$ e $(\sim p \wedge q)$ apresentam o mesmo valor lógico. **Como isso não ocorre, estamos diante de uma contradição.**

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(p \vee \sim q)$	$(\sim p \wedge q)$	$(p \vee \sim q) \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	F

Gabarito: Letra E.

(ISS Fortaleza/2023) P: “Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias.”

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

A proposição **P** é uma tautologia.

Comentários:



Considere as seguintes proposições simples:

t: "A pessoa trabalha com o que gosta."

f: "A pessoa está de férias."

z: "A pessoa é feliz."

Note que a proposição composta **P** pode ser descrita por $(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$:

$(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$: "Se [(a pessoa trabalha com o que gosta) e (está de férias)], então [(é feliz) ou (está de férias)]."

Para verificar se a proposição é uma tautologia, vamos construir a sua tabela-verdade.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos três proposições simples distintas (**t**, **f** e **z**). Logo, o número de linhas é $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$, precisamos obter $(t \wedge f)$, $(z \vee f)$, **t**, **z** e **f**.

t	z	f	$(t \wedge z)$	$(z \vee f)$	$(t \wedge z) \rightarrow (z \vee f)$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

t	z	f	$(t \wedge z)$	$(z \vee f)$	$(t \wedge z) \rightarrow (z \vee f)$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			



Passo 4: obter o valor das demais proposições.

- $(t \wedge z)$ é verdadeiro somente quando t e z são ambos verdadeiros.
- $(z \vee f)$ é falso somente quando z e f são ambos falsos.
- $(t \wedge z) \rightarrow (z \vee f)$ é falso somente quando $(t \wedge z)$ é verdadeiro e $(z \vee f)$ é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia.**

t	z	f	$(t \wedge z)$	$(z \vee f)$	$(t \wedge z) \rightarrow (z \vee f)$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	F	V

Gabarito: CERTO.

(PETROBRAS/2022) A proposição $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é sempre verdadeira, independentemente do valor-verdade das proposições p , q e r .

Comentários:

A questão pergunta se a proposição $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é sempre verdadeira. Em outras palavras, **queremos saber se essa proposição composta é uma tautologia.**

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos três proposições simples distintas (p , q e r). Logo, o número de linhas é $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$, precisamos obter $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ e $[r \rightarrow (p \vee q)]$.

Para determinar $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$, precisamos obter $(p \rightarrow r)$, $(q \rightarrow r)$, p , q e r .

Para determinar $[r \rightarrow (p \vee q)]$, precisamos obter $(p \vee q)$, p , q e r .

p	q	r	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \vee q)$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$	$[r \rightarrow (p \vee q)]$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$



Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	r	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \vee q)$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$	$[r \rightarrow (p \vee q)]$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

- $(p \rightarrow r)$ é falso somente quando o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente **r** é falso.
- $(q \rightarrow r)$ é falso somente quando o antecedente **q** é verdadeiro e o consequente **r** é falso.
- $(p \vee q)$ é falso somente quando **p** e **q** são ambos falsos.

Até o momento, temos o seguinte preenchimento:

p	q	r	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \vee q)$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$	$[r \rightarrow (p \vee q)]$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$
V	V	V	V	V	V			
V	V	F	F	F	V			
V	F	V	V	V	V			
V	F	F	F	V	V			
F	V	V	V	V	V			
F	V	F	V	F	V			
F	F	V	V	V	F			
F	F	F	V	V	F			

- $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ é verdadeiro somente quando $(p \rightarrow r)$ e $(q \rightarrow r)$ são ambos verdadeiros.

p	q	r	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \vee q)$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$	$[r \rightarrow (p \vee q)]$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$
V	V	V	V	V	V	V		
V	V	F	F	F	V	F		
V	F	V	V	V	V	V		
V	F	F	F	V	V	F		
F	V	V	V	V	V	V		
F	V	F	V	F	V	F		
F	F	V	V	V	F	V		
F	F	F	V	V	F	V		



- $[r \rightarrow (p \vee q)]$ é falso somente quando o antecedente r é verdadeiro e o consequente $(p \vee q)$ é falso.

p	q	r	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \vee q)$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$	$[r \rightarrow (p \vee q)]$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$
V	V	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	F	F	V	F	V	
V	F	V	V	V	V	V	V	
V	F	F	F	V	V	F	V	
F	V	V	V	V	V	V	V	
F	V	F	V	F	V	F	V	
F	F	V	V	V	F	V	F	
F	F	F	V	V	F	V	V	

- $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é falsa somente quando $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ é verdadeiro e $[r \rightarrow (p \vee q)]$ é falso.

p	q	r	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \vee q)$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$	$[r \rightarrow (p \vee q)]$	$[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V	V

Observe que a tabela-verdade nos mostra que a condicional é falsa na sétima linha. Logo, **não se trata de uma tautologia**.

Gabarito: ERRADO.



Método da prova por absurdo

Vamos utilizar o **método da prova por absurdo** para verificar se a seguinte proposição é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência**:

$$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$$

Para aplicar esse método, o **primeiro passo** é partir da hipótese de que a proposição é uma **tautologia** ou então partir da hipótese de que a proposição é uma **contradição**.

Se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **tautologia**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Tentar aplicar o valor lógico **falso** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
 - **Se for possível que a proposição seja falsa**, sabemos que **não é uma tautologia**. Nesse caso, a proposição **pode ser contradição ou contingência**; ou
 - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa e, portanto, **é uma tautologia** (sempre verdadeira).

Por outro lado, se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **contradição**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Tentar aplicar o valor lógico **verdadeiro** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
 - **Se for possível que a proposição seja verdadeira**, sabemos que **não é uma contradição**. Nesse caso, a proposição **pode ser tautologia ou contingência**; ou
 - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser verdadeira e, portanto, **é uma contradição** (sempre falsa).

Ok, professor! Mas como eu descubro com esse método se a proposição é uma contingência?

Simples, caro aluno!

Veja que, ao aplicar o método, **se for possível que a proposição seja falsa e também for possível que a proposição seja verdadeira**, **não teremos uma tautologia e também não teremos uma contradição**. Nesse caso, a proposição em questão é uma **contingência**!

Certo, professor. Mas o que é esse tal de absurdo?

Excelente pergunta! Vamos esclarecer.





Nesse contexto, o termo "**absurdo**" se refere a uma **situação contraditória** que surge ao tentar aplicar o **valor falso a uma tautologia** ou o **valor verdadeiro a uma contradição**.

Exemplo: vamos supor que você aplica o **valor falso** a uma proposição composta que você suspeita que é uma tautologia. Em decorrência disso, você obtém que algumas proposições simples devem ser verdadeiras e falsas ao mesmo tempo. Trata-se de um **absurdo**, pois sabemos que as proposições não podem ser V e F ao mesmo tempo. Como chegamos em um absurdo, isso significa que a **proposição composta original nunca pode ser falsa**. Portanto, temos uma **tautologia**.

Esse conceito ficará mais claro em seguida, quando mostrarmos o método com mais detalhes.

Bom, vamos aplicar o método! Queremos descobrir se $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$ é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência**.

Arbitrariamente, **vamos inicialmente supor que $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$ é uma contradição**.

Nesse caso, devemos **tentar aplicar o valor lógico verdadeiro à proposição composta**.

Você consegue verificar como essa condicional com antecedente $[(p \wedge q) \wedge r]$ e com consequente $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$ pode ser verdadeira?

Eu tentaria, por exemplo, fazer com que o antecedente dessa condicional fosse falso. Nesse caso, a condicional será verdadeira, pois necessariamente não teremos o único caso em que a condicional é falsa (caso $V \rightarrow F$).

Perceba, então, **que se p, q e r forem todos falsos**, por exemplo, **teremos um antecedente falso** e, conseqüentemente, a proposição será verdadeira:

$$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$$

$$[(F \wedge F) \wedge F] \rightarrow [F \leftrightarrow (F \vee F)]$$

$$[F \wedge F] \rightarrow [F \leftrightarrow F]$$

$$[F] \rightarrow [V]$$

$$V$$

Olha só, que legal! **Conseguimos fazer com que a proposição seja verdadeira! Logo, sabemos que a proposição composta em questão não é uma contradição**, podendo ser **tautologia** ou **contingência**.



Bom, sabemos que a proposição composta em questão não é uma contradição. **Vamos supor, então, que $[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$ é uma tautologia.**

Nesse caso, devemos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição composta.**

Para que a condicional em questão seja falsa, devemos ter o caso $V \rightarrow F$. Logo:

- O antecedente $[(p \wedge q) \wedge r]$ deve ser **verdadeiro**; e
- O consequente $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$ deve ser **falso**.

Antecedente

Vamos verificar o antecedente $[(p \wedge q) \wedge r]$. Para que a conjunção de $(p \wedge q)$ com r seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo:

- $(p \wedge q)$ deve ser verdadeiro; e
- r deve ser verdadeiro.

Além disso, para que $(p \wedge q)$ seja verdadeiro, devemos ter p e q ambos verdadeiros. Logo:

- p **deve ser verdadeiro**;
- q **deve ser verdadeiro**; e
- r **deve ser verdadeiro**.

Vamos agora analisar o consequente da condicional.

Consequente

Para que a bicondicional $[p \leftrightarrow (q \vee r)]$ seja falsa, ambas as parcelas, p e $(q \vee r)$, devem ter valores lógicos distintos. Isso significa que podemos ter dois casos:

- p **verdadeiro** com $(q \vee r)$ **falso**; e
- p **falso** com $(q \vee r)$ **verdadeiro**.

Veja que **aqui nós já encontramos um absurdo!** Isso porque já obtivemos que p , q e r devem ser todos verdadeiros! Veja que, quando analisamos a bicondicional do consequente:

- No primeiro caso, teremos $(q \vee r)$ falso, de modo que q e r **devem ser ambos falsos**;
- No segundo caso, p **deve ser falso**.

Como acabamos de chegar em um absurdo, note que **a proposição lógica em questão não pode ser falsa**. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.





Para fins de resolução de questões de **tautologia**, **contradição** e **contingência**, **provar por absurdo** costuma ser a **melhor opção** quando comparada com a tabela-verdade. Isso porque a construção de uma tabela-verdade costuma levar mais tempo.

Vamos resolver algumas questões utilizando o **método da prova por absurdo**.



(Pref Penedo/2023) Qual das alternativas apresenta uma tautologia?

- a) $PAQAR$
- b) $PVQ \leftrightarrow RVS$
- c) $PVQ \leftrightarrow RAS$
- d) $PVQVR \rightarrow S$
- e) $PVQVRV \rightarrow SV \rightarrow P$

Comentários:

Pessoal, note que **as alternativas de A até D são contingências**. Isso porque, nesses quatro casos, as proposições simples de cada proposição composta não se repetem.

Veja que, nesses quatro casos, podemos atribuir valores lógicos às proposições simples de modo que a proposição composta pode ser tanto verdadeira quanto falsa a depender dos valores lógicos atribuídos às proposições simples.

a) $PAQAR$ – Contingência.

- Se **P**, **Q** e **R** forem todos verdadeiros, **$PAQAR$** será verdadeiro.
- Se **P**, **Q** e **R** forem todos falsos, **$PAQAR$** será falso.

Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

b) $PVQ \leftrightarrow RVS$ – Contingência.

- Se **P**, **Q**, **R** e **S** forem todos verdadeiros, **$PVQ \leftrightarrow RVS$** será verdadeiro.
- Se **P** e **Q** forem verdadeiros e **R** e **S** forem falsos, **$PVQ \leftrightarrow RVS$** será falso



Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

c) $PVQ \leftrightarrow R \wedge S$ – Contingência.

- Se P , Q , R e S forem todos verdadeiros, $PVQ \leftrightarrow R \wedge S$ será verdadeiro.
- Se P e Q forem verdadeiros e R e S forem falsos, $PVQ \leftrightarrow R \wedge S$ será falso

Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

d) $PVQVR \rightarrow S$ – Contingência.

- Se P , Q , R e S forem todos verdadeiros, $PVQVR \rightarrow S$ será verdadeiro.
- Se P , Q e R forem verdadeiros e S for falso, $PVQVR \rightarrow S$ será falso

Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

e) $PVQVRV \sim SV \sim P$ – Tautologia.

Como a questão pergunta por uma tautologia, **a nossa suspeita é de que $PVQVRV \sim SV \sim P$ é uma tautologia**.

Nesse caso, vamos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**.

Como temos uma disjunção inclusiva com 5 termos, para que ela seja falsa, todos os cinco termos devem ser falsos. Logo:

P **deve ser falso**; Q deve ser falso; R deve ser falso; $\neg S$ deve ser falso; e $\sim P$ **deve ser falso**

Veja que aqui encontramos um **absurdo**. Isso porque P e $\sim P$ não podem ser ao mesmo tempo falsos, dado que P e $\sim P$ devem apresentar valores lógicos opostos.

Logo, a proposição em questão **nunca poderá ser falsa** e, portanto, **é uma tautologia** (sempre verdadeira).

Gabarito: Letra E.

As questões a seguir já foram resolvidas utilizando o **método da tabela-verdade**. Resolveremos, nesse momento, utilizando o **método da prova por absurdo**.



(ISS Fortaleza/2023) P: "Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias."

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

A proposição **P** é uma tautologia.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

t: "A pessoa trabalha com o que gosta."

f: "A pessoa está de férias."

z: "A pessoa é feliz."

Note que a proposição composta **P** pode ser descrita por $(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$:

$(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$: "**Se** [(a pessoa trabalha com o que gosta) **e** (está de férias)], **então** [(é feliz) **ou** (está de férias)]."

Como a questão pergunta por uma tautologia, **a nossa suspeita é de que $(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$ é uma tautologia.**

Nesse caso, vamos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição.**

Para que a condicional $(t \wedge f) \rightarrow (z \vee f)$ seja falsa, devemos ter o caso $V \rightarrow F$. Logo

- O antecedente $(t \wedge f)$ deve ser verdadeiro; e
- O consequente $(z \vee f)$ deve ser falso.

Antecedente

Para que a conjunção $(t \wedge f)$ seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo:

- **t deve ser verdadeiro;** e
- **f deve ser verdadeiro.**

Consequente

Para que a disjunção inclusiva $(z \vee f)$ seja falsa, ambas as parcelas precisam ser falsas. Logo:

- **z deve ser falso;** e
- **f deve ser falso.**

Veja que aqui encontramos um **absurdo**! Isso porque, analisando o antecedente, obtivemos que **f deve ser verdadeiro**. Por outro lado, analisando o consequente, obtivemos que **f deve ser falso**.

Como acabamos de chegar em um absurdo, note que **a proposição lógica em questão não pode ser falsa**. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.



(PETROBRAS/2022) A proposição $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é sempre verdadeira, independentemente do valor-verdade das proposições p , q e r .

Comentários:

A questão pergunta se a proposição $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é sempre verdadeira. Em outras palavras, **queremos saber se essa proposição composta é uma tautologia.**

Como a questão pergunta por uma tautologia, **a nossa suspeita é de que $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é uma tautologia.**

Nesse caso, vamos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição.**

Para a condicional $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ ser falsa, devemos ter o caso $V \rightarrow F$. Logo:

- O antecedente $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ deve ser verdadeiro; e
- O consequente $[r \rightarrow (p \vee q)]$ deve ser falso.

Vamos analisar primeiro o consequente, pois, a partir da falsidade do consequente, obteremos alguns valores lógicos que as proposições simples devem ter.

Consequente

Para que a condicional $[r \rightarrow (p \vee q)]$ seja falsa, devemos ter o caso $V \rightarrow F$. Logo:

- r deve ser verdadeiro; e
- $(p \vee q)$ deve ser falso.

Para que a disjunção inclusiva $(p \vee q)$ seja falsa, ambas as parcelas precisam ser falsas. Logo:

- r **deve ser verdadeiro**; e
- p **deve ser falso**; e
- q **deve ser falso.**

Antecedente

Para que a conjunção $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ seja verdadeira, ambas as parcelas da conjunção devem ser verdadeiras. Logo:

- $(p \rightarrow r)$ deve ser verdadeiro; e
- $(q \rightarrow r)$ deve ser verdadeiro.

Veja que isso não contradiz os valores já obtidos para p , q e r . Isso porque, com r **verdadeiro**, p **falso** e q **falso**, $(p \rightarrow r)$ e $(q \rightarrow r)$ são ambos verdadeiros.

Note, portanto, que para r **verdadeiro**, p **falso** e q **falso**, temos que o antecedente $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$ é verdadeiro e o consequente $[r \rightarrow (p \vee q)]$ é falso. **Portanto, é possível fazer com que a condicional $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ seja falsa!**

Isso significa que para esses valores lógicos de r , p e q , temos que a condicional $[(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [r \rightarrow (p \vee q)]$ é falsa. Logo, **não se trata de uma tautologia.**

Gabarito: ERRADO.



Implicação

Para finalizar essa parte teórica, vamos entender o conceito de **implicação**.

Dizemos que uma proposição **p implica q** quando a **condicional** $p \rightarrow q$ é uma **tautologia**. A representação da afirmação "**p implica q**" é $p \Rightarrow q$.



$p \rightarrow q$ é uma condicional com o antecedente **p** e o consequente **q**.

$p \Rightarrow q$ significa "**p implica q**", isto é, significa afirmar que "a condicional $p \rightarrow q$ é uma tautologia".



Apesar dessa distinção, algumas bancas utilizam o símbolo de implicação " $\Rightarrow$ " como se fosse o símbolo da condicional " $\rightarrow$ ".

Além disso, em algumas questões, as bancas podem utilizar a expressão "**p implica q**" **para se referir simplesmente a uma condicional** $p \rightarrow q$, **sem que ela necessariamente seja uma tautologia**.

(PC SE/2014) Diz-se que uma proposição composta A implica numa proposição composta B, se:

- a) a conjunção entre elas for tautologia
- b) o condicional entre elas, nessa ordem, for tautologia.
- c) o bicondicional entre elas for tautologia
- d) A disjunção entre elas for tautologia.

Comentários:

Dizer que uma proposição composta **A implica** numa proposição composta **B** significa dizer que **a condicional** $A \rightarrow B$ **é uma tautologia**.

Gabarito: Letra B.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Introdução às proposições

1.(VUNESP/ISS GRU/2019) Dentre as sentenças a seguir, aquela que é uma sentença aberta é

a) $3 \cdot x + 4 - x - 3 - 2 \cdot x = 0$

b) $7 + 3 = 11$

c) $0 \cdot x = 5$

d) $13 \cdot x = 7$

e) $43 - 1 = 42$

Comentários:

Sentenças abertas são aquelas em que o valor lógico que poderia ser atribuído à sentença depende da determinação de uma variável. Vamos analisar cada uma das alternativas.

Alternativa A

Observe o desenvolvimento da sentença original:

$$3x + 4 - x - 3 - 2x = 0$$

$$(3x - x - 2x) + 4 - 3 = 0$$

$$0x + 1 = 0$$

$$1 = 0$$

Veja que o valor lógico sentença " $3 \cdot x + 4 - x - 3 - 2 \cdot x = 0$ " **independe de uma variável**, pois a sentença corresponde a " $1 = 0$ " (lê-se: zero é igual a um). Portanto, **a sentença em questão é uma proposição**. Além disso, caso queiramos contrastar a proposição com a realidade dos fatos, sabemos que essa proposição é falsa.

Alternativa B

" $7 + 3 = 11$ " é uma **proposição falsa**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Alternativa C

Vamos desenvolver a equação.

$$0 \cdot x = 5$$

$$0 = 5$$



Veja que o valor lógico sentença original **independe de uma variável**, pois corresponde a " $0 = 5$ ", que é uma **proposição falsa**.

Alternativa D

" $13 \cdot x = 7$ " corresponde a uma **sentença aberta**. Caso atribuíssemos a x o valor $\frac{7}{13}$, a sentença seria verdadeira e, caso atribuíssemos qualquer outro valor, ela seria falsa. Logo, o **gabarito** é a **alternativa D**.

Alternativa E

" $43 - 1 = 42$ " é uma **proposição verdadeira**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Gabarito: Letra D.

2. (VUNESP/PC SP/2014) A proposição pode ser caracterizada como sentença declarativa que admite um, e somente um, valor de verdade (verdadeiro ou falso). Considerando essa definição, assinale a alternativa correta.

- a) A sentença exclamativa "Quero comprar um bom carro!" é falsa.
- b) A sentença declarativa "Choveu no dia do jogo de basquete?" é falsa.
- c) A sentença exclamativa "Parabéns pelo seu aniversário" é verdadeira.
- d) A sentença interrogativa "Florianópolis é a capital do Pará?" é verdadeira.
- e) A sentença declarativa "Brasil é um Estado soberano" é verdadeira.

Comentários:

Vamos analisar cada alternativa.

a) A sentença exclamativa "Quero comprar um bom carro!" é falsa. ERRADO.

Trata-se de uma **sentença exclamativa / optativa**, que não pode ser classificada como V ou F.

b) A sentença declarativa "Choveu no dia do jogo de basquete?" é falsa. ERRADO.

Temos uma **sentença interrogativa**, que não pode ser classificada como V ou F.

c) A sentença exclamativa "Parabéns pelo seu aniversário" é verdadeira. ERRADO.

A expressão não é declarativa por **não apresentar verbo**. Logo, não pode ser classificada como V ou F.

d) A sentença interrogativa "Florianópolis é a capital do Pará?" é verdadeira. ERRADO.

Temos uma **sentença interrogativa**, que não pode ser classificada como V ou F.



e) A sentença declarativa “Brasil é um Estado soberano” é verdadeira. **CERTO.**

Temos uma proposição que, no mundo dos fatos, pode ser classificada como verdadeira.

Gabarito: Letra E.

3.(VUNESP/PC SP/2014) Segundo a lógica aristotélica, as proposições têm como uma de suas propriedades básicas poderem ser verdadeiras ou falsas, isto é, terem um valor de verdade. Assim sendo, a oração “A Terra é um planeta do sistema solar”, por exemplo, é uma proposição verdadeira e a oração “O Sol gira em torno da Terra”, por sua vez, é uma proposição comprovadamente falsa. Mas nem todas as orações são proposições, pois algumas orações não podem ser consideradas nem verdadeiras e nem falsas, como é o caso da oração:

- a) O trigo é um cereal cultivável de cuja farinha se produz pão.
- b) Metais são elementos que não transmitem eletricidade.
- c) Rogai aos céus para que a humanidade seja mais compassiva.
- d) O continente euroasiático é o maior continente do planeta.
- e) Ursos polares são répteis ovíparos que vivem nos trópicos.

Comentários:

Observe que a alternativa C nos traz uma **sentença imperativa**, que exprime uma **ordem** ou um **pedido**. Esse tipo de sentença não é declarativa e não pode ser valorada como V ou F. Portanto, a alternativa C não é uma proposição.

As demais alternativas são proposições, isto é, cada uma nos traz uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos (V ou F).

Gabarito: Letra C.

4.(VUNESP/PC SP/2014) A lógica clássica possui princípios fundamentais que servem de base para a produção de raciocínios válidos. Esses princípios foram inicialmente postulados por Aristóteles (384 a 322 a.C.) e até hoje dão suporte a sistemas lógicos. Tais princípios são os

- a) da inferência, da não contradição e do terceiro incluído.
- b) da diversidade, da dedução e do terceiro incluído.
- c) da identidade, da inferência e da não contradição.
- d) da identidade, da não contradição e do terceiro excluído.
- e) da diversidade, da indução e da não contradição.

Comentários:



Os princípios fundamentais da Lógica Clássica, também conhecidos por Leis do Pensamento, são os seguintes:

- a) **Princípio da Identidade:** Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.
- b) **Princípio da Não Contradição:** Uma proposição **não pode** ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.
- c) **Princípio do Terceiro Excluído:** Uma proposição ou é verdadeira ou é falsa. Não existe um terceiro valor "talvez".

Gabarito: Letra D.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Proposições Compostas

1.(VUNESP/TJ SP/2022) Considere falsa a proposição “Se João é engenheiro, então José é juiz e Pedro é advogado”. Do ponto de vista do raciocínio lógico, é necessariamente verdadeiro:

- a) José não é juiz.
- b) João é engenheiro.
- c) João não é engenheiro.
- d) José é juiz.
- e) Pedro não é advogado.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

e: "João é engenheiro."

j: "José é juiz."

a: "Pedro é advogado."

Note que a proposição composta apresentada corresponde a $e \rightarrow (j \wedge a)$:

$e \rightarrow (j \wedge a)$: “Se [João é engenheiro], então [(José é juiz) e (Pedro é advogado)]”

O enunciado afirma que a condicional anterior é falsa. Isso significa que o **antecedente** da condicional é **verdadeiro** e o **consequente** da condicional é **falso**. Logo:

- **e** é **verdadeiro**; e
- **j** **e** **a** é **falso**.

Como **e** é verdadeiro, é necessariamente verdadeiro que “João é engenheiro”. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Cumpramos destacar que, sendo a conjunção **j** **e** **a** falsa, nada podemos concluir quanto a **j** e **a**. Isso porque, para que a conjunção **j** **e** **a** seja falsa, podemos ter três possibilidades:

- **j** **verdadeiro** e **a** **falso**;
- **j** **falso** e **a** **verdadeiro**;
- **j** **falso** e **a** **falso**.

Gabarito: Letra B.



2.(VUNESP/Pref Sorocaba/2022) Considere falsidade a seguinte proposição: “Se eu dormi bem na noite passada, então estou descansado e feliz”.

Com base na informação apresentada, é necessariamente verdade que eu

- a) não estou feliz.
- b) estou descansado.
- c) não estou descansado.
- d) dormi bem na noite passada.
- e) não dormi bem na noite passada.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

n: "Dormi bem na noite passada."

d: "Estou descansado."

f: "Estou feliz."

Note que a proposição composta apresentada corresponde a $n \rightarrow (d \wedge f)$:

$n \rightarrow (d \wedge f)$: “**Se** [eu dormi bem na noite passada], **então** [(estou descansado) e ((estou) feliz)]”

O enunciado afirma que a condicional anterior é falsa. Isso significa que o **antecedente** da condicional é **verdadeiro** e o **consequente** da condicional é **falso**. Logo:

- **n** é **verdadeiro**; e
- **d** **e** **f** é **falso**.

Como **n** é verdadeiro, é necessariamente verdade que “**dormi bem na noite passada**”. O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Cumpramos destacar que, sendo a conjunção **d** **e** **f** falsa, nada podemos concluir quanto a **d** e **f**. Isso porque, para que a conjunção **d** **e** **f** seja falsa, podemos ter três possibilidades:

- **d** **verdadeiro** e **f** **falso**;
- **d** **falso** e **f** **verdadeiro**;
- **d** **falso** e **f** **falso**.

Gabarito: Letra D.



3.(VUNESP/PRUDENCO/2022) Considere as afirmações:

- I. Se o algoritmo funciona, então o resultado está correto.
- II. O algoritmo funciona ou os dados iniciais não são falsos.
- III. Os dados iniciais não são falsos e o algoritmo não funciona.
- IV. Se os dados iniciais são falsos ou o algoritmo não funciona, então o resultado está correto.
- V. Se o resultado está correto, então os dados iniciais são falsos.

De fato, é verdadeiro que o resultado não está correto. É verdadeiro que os dados iniciais não são falsos. É verdadeiro que o algoritmo não funciona.

Desse modo, a sequência dos valores lógicos (V: verdadeiro; F: falso) das afirmações I, II, III, IV e V é, respectivamente:

- a) V, V, V, V, F.
- b) V, F, V, V, F.
- c) F, V, V, F, F.
- d) V, V, F, V, V.
- e) V, V, V, F, V.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

r: "O resultado está correto."

d: "Os dados iniciais são falsos."

a: "O algoritmo funciona."

Note que o enunciado afirma que:

- É verdadeiro que o resultado **não** está correto. — $\sim r$ é verdadeiro;
- É verdadeiro que os dados iniciais **não** são falsos. — $\sim d$ é verdadeiro; e
- É verdadeiro que o algoritmo **não** funciona. — $\sim a$ é verdadeiro.

Sendo a negação de uma proposição simples verdadeira, a proposição simples original é falsa. Portanto:

- **r** é falso;
- **d** é falso; e
- **a** é falso.

Com base nos valores lógicos de **r**, **d** e **a**, vamos avaliar os valores lógicos das afirmações I a V.



I. **Se** [o algoritmo funciona], **então** [o resultado está correto]. — $a \rightarrow r$

Sabemos que a condicional é falsa somente no caso $V \rightarrow F$. Logo, a proposição composta é **verdadeira (V)**, pois trata-se de uma condicional da forma $F \rightarrow F$.

II. (O algoritmo funciona) **ou** (os dados iniciais **não** são falsos). — $a \vee \sim d$

Sabemos que a disjunção inclusiva "ou" é falsa somente quando ambas as parcelas são falsas. Logo, a proposição composta é **verdadeira (V)**, pois um dos termos da disjunção inclusiva, $\sim d$, é verdadeiro.

III. (Os dados iniciais **não** são falsos) **e** (o algoritmo **não** funciona). — $\sim d \wedge \sim a$

Sabemos que a conjunção "e" é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras. Logo, a proposição composta é **verdadeira (V)**, pois ambos os termos, $\sim d$ e $\sim a$, são verdadeiros.

IV. **Se** [(os dados iniciais são falsos) **ou** (o algoritmo **não** funciona)], **então** [o resultado está correto]. — $(d \vee \sim a) \rightarrow r$

Sabemos que a condicional é falsa somente no caso $V \rightarrow F$. Note que o antecedente da condicional, $(d \vee \sim a)$, é verdadeiro, pois trata-se de uma disjunção inclusiva "ou" em que um dos termos, $\sim a$, é verdadeiro. Por outro lado, o consequente da condicional, r , é falso. Portanto, perceba que temos uma condicional da forma $V \rightarrow F$ e, conseqüentemente, a proposição composta é **falsa (F)**.

V. **Se** [o resultado está correto], **então** [os dados iniciais são falsos]. — $r \rightarrow d$

Sabemos que a condicional é falsa somente no caso $V \rightarrow F$. Logo, a proposição composta é **verdadeira (V)**, pois trata-se de uma condicional da forma $F \rightarrow F$.

—

Desse modo, a sequência dos valores lógicos das afirmações I, II, III, IV e V é, respectivamente: **V, V, V, F, V**.

Gabarito: Letra E.

4.(VUNESP/PC SP/2022) Considere N, P, Q, R e T afirmações simples para as afirmações compostas apresentadas a seguir.

Considere também o valor lógico atribuído a cada uma das afirmações compostas.

I. Se N, então P. Esta é uma afirmação **FALSA**.

II. Se Q, então R. Esta é uma afirmação **FALSA**.

III. Se P, então T. Esta é uma afirmação **VERDADEIRA**.

A partir dessas informações, é correto concluir que

a) Se Q, então T é uma afirmação **FALSA**.

b) N e R é uma afirmação **VERDADEIRA**.



- c) Q ou T é uma afirmação VERDADEIRA.
- d) P e Q é uma afirmação VERDADEIRA.
- e) Se R, então N é uma afirmação FALSA.

Comentários:

Temos as seguintes proposições compostas nas **afirmações I a III**:

I. $N \rightarrow P$ (F)

II. $Q \rightarrow R$ (F)

III. $P \rightarrow T$ (V)

Sabemos que a condicional é falsa somente no caso $V \rightarrow F$. Logo:

- Na **afirmação I**, temos que **N é V** e **P é F**; e
- Na **afirmação II**, temos que **Q é V** e **R é F**.

Note, ainda, que a **afirmação III** é uma condicional verdadeira e, portanto, não podemos ter o caso $V \rightarrow F$. Como já obtivemos que **P é falso**, **nada podemos afirmar quanto ao valor lógico de T**, pois os casos $F \rightarrow V$ e $F \rightarrow F$ são ambos verdadeiros.

Com base nos valores lógicos obtidos, vamos verificar a alternativa correta.

a) Se Q, então T é uma afirmação FALSA. **ERRADO**.

Não podemos determinar o valor lógico da condicional $Q \rightarrow T$, pois não sabemos o valor lógico de T. Se T for verdadeiro, teremos uma condicional verdadeira da forma $V \rightarrow V$. Por outro lado, se T for falso, teremos uma condicional falsa (caso $V \rightarrow F$).

b) N e R é uma afirmação VERDADEIRA. **ERRADO**.

Sabemos que a conjunção "e" é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras. Como **R é falso**, a conjunção $N \wedge R$ é falsa.

c) Q ou T é uma afirmação VERDADEIRA. **CERTO**. Esse é o **gabarito**.

Sabemos que a disjunção inclusiva "ou" é falsa somente quando ambas as parcelas são falsas. Portanto, a disjunção inclusiva $Q \vee T$ é verdadeira, pois, apesar de não sabermos o valor lógico de T, sabemos que **Q é verdadeiro**.

d) P e Q é uma afirmação VERDADEIRA. **ERRADO**.

Sabemos que a conjunção "e" é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras. Como **P é falso**, a conjunção $P \wedge Q$ é falsa.



e) Se R, então N é uma afirmação FALSA. **ERRADO.**

Sabemos que a condicional é falsa somente no caso $V \rightarrow F$. No caso em questão, a condicional $R \rightarrow N$ é da forma $F \rightarrow V$. Logo, a condicional em questão é verdadeira.

Gabarito: Letra C.

5.(VUNESP/ALESP/2022) Considere a afirmação: “Se Francisco é o diretor ou Ivete é a secretária, então Helena é a presidente.”

Essa afirmação é necessariamente FALSA se, de fato:

- a) Francisco não é o diretor e Ivete não é a secretária e Helena é a presidente.
- b) Ivete não é a secretária e Helena é a presidente.
- c) Francisco é o diretor e Ivete é a secretária e Helena é a presidente.
- d) Francisco é o diretor.
- e) Ivete é a secretária e Helena não é a presidente.

Comentários:

Considere as proposições simples:

f: "Francisco é o diretor."

i: "Ivete é a secretária."

h: "Helena é a presidente."

Note que a afirmação apresentada corresponde a $(f \vee i) \rightarrow h$.

$(f \vee i) \rightarrow h$: “**Se** [(Francisco é o diretor) **ou** (Ivete é a secretária)], **então** [Helena é a presidente].”

O enunciado pergunta por uma possibilidade para que a condicional em questão seja falsa.

Sabemos que, para a condicional ser falsa, o **antecedente** da condicional é **verdadeiro** e o **consequente** da condicional é **falso** (caso $V \rightarrow F$). Logo:

- **(f ∨ i)** deve ser **verdadeiro**; e
- **h** deve ser **falso**.

Vamos verificar a resposta que apresenta uma possibilidade para que a condicional seja falsa, ou seja, que apresenta uma possibilidade que faça com que:

- **(f ∨ i)** seja **verdadeiro**; e
- **h** seja **falso**.



a) Francisco não é o diretor e Ivete não é a secretária e Helena é a presidente. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **f falso**, **i falso** e **h verdadeiro**.

Nesse caso, a condicional $(fVi) \rightarrow h$ é verdadeira, pois o **antecedente** (fVi) é **falso** e o **consequente** **h** é **verdadeiro** (caso $F \rightarrow V$, que é uma condicional verdadeira).

b) Ivete não é a secretária e Helena é a presidente. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **i falso** e **h verdadeiro**.

Nesse caso, a condicional $(fVi) \rightarrow h$ é verdadeira, pois, apesar de não conseguirmos determinar o valor lógico do antecedente (fVi) , que pode ser V ou F a depender do valor lógico de **f**, o **consequente** **h** é **verdadeiro**, de modo que **nunca teremos o único caso em que a condicional é falsa** (caso $V \rightarrow F$).

c) Francisco é o diretor e Ivete é a secretária e Helena é a presidente. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **f verdadeiro**, **i verdadeiro** e **h verdadeiro**.

Nesse caso, a condicional $(fVi) \rightarrow h$ é verdadeira, pois o **antecedente** (fVi) é **verdadeiro** e o **consequente** **h** é **verdadeiro** (caso $V \rightarrow V$, que é uma condicional verdadeira).

d) Francisco é o diretor. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **f verdadeiro**.

Nesse caso, **não conseguimos determinar se a condicional** $(fVi) \rightarrow h$ **é realmente falsa**, pois, apesar de o antecedente (fVi) ser verdadeiro, qualquer que seja o valor lógico de **i**, não sabemos se o consequente **h** é falso ou não. Nesse caso, não sabemos se q condicional será $V \rightarrow V$ ou $V \rightarrow F$.

e) Ivete é a secretária e Helena não é a presidente. **CERTO**. Esse é o **gabarito**.

Nessa alternativa, temos **f verdadeiro** **h falso**.

Nesse caso, a condicional $(fVi) \rightarrow h$ é necessariamente falsa, pois o **antecedente** (fVi) necessariamente será **verdadeiro**, qualquer que seja o valor lógico de **i**, e o **consequente** **h** é **falso**, de modo que temos o único caso em que a condicional é falsa (caso $V \rightarrow F$).

Gabarito: Letra E.

6.(VUNESP/Pres. Prudente/2022) Considere as proposições p, q e r sobre os funcionários de uma empresa:

p: Se uma pessoa usa terno e gravata, então ela é gerente;

q: André usa terno e Bruno é gerente;

r: Bruno usa terno ou André não usa gravata.

Sabendo que o valor lógico da proposição $(p \wedge q) \rightarrow r$ é falso, então é verdade que



- a) André não é gerente e usa gravata.
- b) Bruno é gerente e não usa terno.
- c) ou Bruno é gerente ou André é gerente.
- d) André é gerente e Bruno usa terno.
- e) André não usa gravata ou Bruno não é gerente.

Comentários:

Sabemos que a **condicional** é **falsa** somente quando o **antecedente é verdadeiro** e o **consequente é falso** (caso $V \rightarrow F$). Para o caso em questão, temos que a condicional $(p \wedge q) \rightarrow r$ é falsa. Portanto:

- O antecedente $(p \wedge q)$ é **verdadeiro**; e
- O consequente r é **falso**.

Para que a conjunção $(p \wedge q)$ seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. Logo:

- p é **verdadeiro**;
- q é **verdadeiro**;
- r é **falso**.

Veja que, segundo o enunciado, as letras minúsculas p , q e r representam proposições compostas.

p : "**Se** [(uma pessoa usa terno) **e** ((uma pessoa usa) gravata)], **então** [ela é gerente]."

q : "(André usa terno) **e** (Bruno é gerente)."

r : "(Bruno usa terno) **ou** (André **não** usa gravata)."

Note que, sendo p uma **condicional verdadeira**, nada podemos concluir sobre as proposições simples que compõem a condicional em questão, pois a condicional pode ser das formas $V \rightarrow V$, $F \rightarrow V$ ou $F \rightarrow F$.

Como q é uma **conjunção "e" verdadeira**, ambas as proposições simples que compõem a conjunção são verdadeiras. Logo:

- **André usa terno é verdadeiro**;
- **Bruno é gerente é verdadeiro**.

Como r é uma **disjunção inclusiva "ou" falsa**, ambas as proposições simples que compõem a disjunção inclusiva são falsas. Logo:

- **Bruno usa terno é falso**; e
- **André não usa gravata é falso**.

Quando uma proposição simples é falsa, a sua negação é verdadeira. Logo:



- Bruno não usa terno é verdadeiro; e
- André usa gravata é verdadeiro.

A partir das proposições simples verdadeiras que obtivemos, é correto concluir que **Bruno é gerente e (Bruno) não usa terno**. O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

7.(VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Considere verdadeira a afirmação I e falsa a afirmação II:

I. Carlos é técnico em análises clínicas.

II. Ana é técnica em análises clínicas.

Com base nas informações apresentadas, assinale a alternativa que contém uma afirmação verdadeira.

- a) Se Carlos é técnico em análises clínicas, então Ana é técnica em análises clínicas.
- b) Carlos não é técnico em análises clínicas e Ana não é técnica em análises clínicas.
- c) Se Ana não é técnica em análises clínicas, então Carlos não é técnico em análises clínicas.
- d) Carlos e Ana são técnicos em análises clínicas.
- e) Se Ana é técnica em análises clínicas, então Carlos é técnico em análises clínicas.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: " Carlos é técnico em análises clínicas."

q: "Ana é técnica em análises clínicas."

Sabemos que **p** é verdadeira e **q** é falsa.

Vamos analisar as alternativas.

a) Se [Carlos é técnico em análises clínicas], então [Ana é técnica em análises clínicas]. ERRADO.

A alternativa apresenta o condicional $p \rightarrow q$. Trata-se de um **condicional falso**, pois o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente **q** é falso.

b) [Carlos não é técnico em análises clínicas] e [Ana não é técnica em análises clínicas]. ERRADO.

A alternativa apresenta a conjunção $\sim p \wedge \sim q$. Trata-se de uma **conjunção falsa**, pois um de seus termos, $\sim p$, é falso.

c) Se [Ana não é técnica em análises clínicas], então [Carlos não é técnico em análises clínicas]. ERRADO.



A alternativa apresenta o condicional $\sim q \rightarrow \sim p$. Trata-se de um **condicional falso**, pois o antecedente $\sim q$ é verdadeiro e o consequente $\sim p$ é falso.

d) **[Carlos] e [Ana são técnicos em análises clínicas]**. **ERRADO**.

A alternativa apresenta a conjunção $p \wedge q$. Trata-se de uma **conjunção falsa**, pois um de seus termos, q , é falso.

e) **Se [Ana é técnica em análises clínicas], então [Carlos é técnico em análises clínicas]**. **CERTO**.

A alternativa apresenta o condicional $q \rightarrow p$. Trata-se do **condicional verdadeiro** $F \rightarrow V$. Lembre-se que o condicional só é falso no caso $V \rightarrow F$.

Gabarito: Letra E.

8. (VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Considere falsidade a seguinte afirmação:

Se Carlos é advogado, então Amanda é juíza.

Com base nas informações apresentadas, é verdade que

- a) Carlos é advogado.
- b) se Amanda não é juíza, então Carlos não é advogado.
- c) Amanda é juíza.
- d) Amanda é juíza se, e somente se, Carlos é advogado.
- e) Carlos não é advogado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Carlos é advogado."

q: "Amanda é juíza."

Nesse caso, a afirmação é dada por $p \rightarrow q$:

$p \rightarrow q$: **"Se [Carlos é advogado], então [Amanda é juíza]."**

O enunciado diz que a condicional é falsa. Nesse caso, o antecedente p é verdadeiro e o consequente q é falso.

Vamos analisar as alternativas.

a) **Carlos é advogado**. **CERTO**.



A alternativa está correta, pois ela representa a proposição **p**, que é verdadeira.

b) se Amanda não é juíza, então Carlos não é advogado. ERRADO.

A alternativa apresenta a proposição $\sim q \rightarrow \sim p$.

Como **q** é falso, $\sim q$ é verdadeiro. Como **p** é verdadeiro, $\sim p$ é falso. Logo, o condicional em questão, $\sim q \rightarrow \sim p$, é dado por **V $\rightarrow$ F**. Trata-se, portanto, de um condicional falso.

c) Amanda é juíza. ERRADO.

A alternativa está errada, pois ela representa a proposição **q**, que é falsa.

d) Amanda é juíza se, e somente se, Carlos é advogado. ERRADO.

A alternativa apresenta a proposição $p \leftrightarrow q$. Trata-se de uma bicondicional falsa, pois temos **V $\leftrightarrow$ F**.

e) Carlos não é advogado. ERRADO.

A alternativa apresenta a proposição $\sim p$. Trata-se de uma proposição falsa, pois **p** é verdadeiro.

Gabarito: Letra A.

9.(VUNESP/ISS GRU/2019) Considere as afirmações e seus respectivos valores lógicos.

I. Maria é uma excelente enfermeira. FALSA.

II. Joel não é um carpinteiro. VERDADEIRA.

III. Paulo é um cantor de pagode. VERDADEIRA.

IV. Sandra não é uma analista competente. FALSA.

A alternativa que apresenta uma proposição composta verdadeira é

a) Se Paulo é um cantor de pagode, então Maria é uma excelente enfermeira.

b) Joel não é um carpinteiro e Sandra não é uma analista competente.

c) Paulo não é um cantor de pagode ou Sandra é uma analista competente.

d) Se Maria não é uma excelente enfermeira, então Sandra não é uma analista competente.

e) Joel é um carpinteiro ou Paulo não é cantor de pagode.

Comentários:

Par melhor nos organizarmos, vamos definir todas as proposições como sentenças declarativas afirmativas.

m: "Maria é uma excelente enfermeira." (Falsa)

j: "Joel é um carpinteiro." (Falsa, pois "Joel não é um carpinteiro" é verdadeira)



p: "Paulo é um cantor de pagode." (**Verdadeira**)

s: "Sandra é uma analista competente." (**Verdadeira**, pois "Sandra **não** é uma analista competente" é falsa)

Definidas as proposições simples, vamos analisar cada alternativa:

a) **p** → **m**. Trata-se de um condicional falso, pois o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente **m** é falso.

b) **~j** ∧ **~s**. Trata-se de uma conjunção falsa, pois temos um de seus termos (**~s**) falso.

c) **~p** ∨ **s**. Trata-se de uma disjunção inclusiva verdadeira, pois temos um de seus termos (**s**) verdadeiro. **O gabarito é a alternativa C.**

d) **~m** → **~s**. Trata-se de um condicional falso, pois o antecedente **~m** é verdadeiro e o consequente **~s** é falso.

e) **j** ∨ **~p**. Trata-se de uma disjunção inclusiva falsa, pois ambos os termos **j** e **~p** são falsos.

Gabarito: Letra C.

10. (VUNESP/Pref. Itapevi/2019) Ana tem alguns cartões e disse a seus amigos: "cada um dos meus cartões tem uma letra em uma das faces e um número em outra". Ana complementou: "se na face de um cartão tem uma vogal, então no verso há um número ímpar".

Em seguida, Ana mostrou frente e verso de três cartões.

	Primeiro cartão	Segundo cartão	Terceiro cartão
Fronto	C	B	A
Verso	2	3	5

Pela análise desses cartões, é correto concluir que

- a) apenas o cartão I contradiz as informações de Ana.
- b) apenas o cartão II contradiz as informações de Ana.
- c) apenas os cartões I e II contradizem as informações de Ana.
- d) todos os três cartões contradizem as informações de Ana.
- e) nenhum dos três cartões contradizem as informações de Ana.

Comentários:

Considere as proposições simples:



p: "A face do cartão tem uma vogal."

q: "No verso do cartão há um número ímpar."

A afirmação "**se** na face de um cartão tem uma vogal, **então** no verso há um número ímpar" pode ser entendida, **para cada cartão**, por meio da condicional $p \rightarrow q$.

Vamos analisar cada cartão.

Cartão I

Temos uma consoante na face do cartão (**p** é F) e um número par no verso (**q** é F).

A afirmação $p \rightarrow q$ de Ana, nesse caso, é uma **condicional verdadeira**, pois temos $F \rightarrow F$. Logo, **o cartão I não contradiz a afirmação**.

Cartão II

Temos uma consoante na face do cartão (**p** é F) e um número ímpar no verso (**q** é V).

A afirmação $p \rightarrow q$ de Ana, nesse caso, é uma **condicional verdadeira**, pois temos $F \rightarrow V$. Logo, **o cartão II não contradiz a afirmação**.

Cartão III

Temos uma vogal na face do cartão (**p** é V) e um número ímpar no verso (**q** é V).

A afirmação $p \rightarrow q$ de Ana, nesse caso, é uma **condicional verdadeira**, pois temos $V \rightarrow V$. Logo, **o cartão III não contradiz a afirmação**.

Portanto, podemos concluir que nenhum dos três cartões contradizem as informações de Ana.

Gabarito: Letra E.

11.(VUNESP/PC SP/2018) Considere verdadeiras as afirmações a seguir:

Luiza possui um gato.

Henrique gosta de observar patos.

Rafael não tem bicicleta.

Tiago não gosta de comer macarrão.

A partir dessas afirmações, é logicamente verdadeiro que:

a) Se Luiza possui um gato, então Rafael tem bicicleta.

b) Tiago não gosta de comer macarrão e Henrique não gosta de observar patos.

c) Ou Luiza possui um gato ou Tiago não gosta de comer macarrão.

d) Se Henrique gosta de observar patos, então Luiza possui um gato e Tiago gosta de comer macarrão.



e) Rafael tem bicicleta ou Henrique gosta de observar patos.

Comentários:

Par melhor nos organizarmos, vamos definir todas as proposições como sentenças declarativas afirmativas.

l: "Luiza possui um gato." (**Verdadeira**)

h: "Henrique gosta de observar patos." (**Verdadeira**)

r: "Rafael tem bicicleta." (**Falsa**, pois "Rafael **não** tem bicicleta" é verdadeira)

t: "Tiago gosta de comer macarrão." (**Falsa**, pois "Tiago **não** gosta de comer macarrão " é verdadeira)

Definidas as proposições simples, vamos analisar cada alternativa:

a) $l \rightarrow r$. Trata-se de um condicional falso, pois o antecedente **l** é verdadeiro e o consequente **r** é falso.

b) $\sim t \wedge \sim h$. Trata-se de uma conjunção falsa, pois temos um de seus termos ($\sim h$) falso.

c) $l \vee \sim t$. Trata-se de uma disjunção exclusiva falsa, pois ambos os termos apresentam o mesmo valor lógico (**l** e $\sim t$ são ambos verdadeiros).

d) $h \rightarrow (l \wedge t)$. Note que o consequente ($l \wedge t$) do condicional apresentado é falso, pois um de seus termos (**t**) é falso. Assim, temos uma condicional falsa, pois o antecedente **h** é verdadeiro e o consequente ($l \wedge t$) é falso.

e) $r \vee h$. Trata-se de uma disjunção inclusiva verdadeira, pois temos um de seus termos (**h**) verdadeiro. **O gabarito é a alternativa E.**

Gabarito: Letra E.

12.(VUNESP/PC SP/2018) Seja **M** a afirmação: "Marília gosta de dançar". Seja **J** a afirmação "Jean gosta de estudar". Considere a composição dessas duas afirmações: "Ou Marília gosta de dançar ou Jean gosta de estudar". A tabela-verdade que representa corretamente os valores lógicos envolvidos nessa situação é:

TABELA-VERDADE		
M	J	Ou M ou J
V	V	1
V	F	2
F	V	3
F	F	4

Os valores 1, 2, 3 e 4 da coluna "Ou M ou J" devem ser preenchidos, correta e respectivamente, por:



- a) F, V, V e F.
- b) V, F, F e V.
- c) V, F, V e F.
- d) V, V, V e F.
- e) F, F, V e V.

Comentários:

A questão apresenta o conectivo "ou... ou". Trata-se da disjunção exclusiva.

Sabemos da teoria que a disjunção exclusiva $p \vee q$ é **falsa** somente quando **ambas proposições apresentam o mesmo valor lógico**. Nos demais casos, $p \vee q$ é verdadeira.

Disjunção Exclusiva		
"ou...ou"		
p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Logo, para as proposições **M** e **J** em questão, temos que a tabela-verdade é corretamente descrita pela alternativa A.

Gabarito: Letra A.

13.(VUNESP/TJ SP/2017) Considerando falsa a afirmação "Se Ana é gerente, então Carlos é diretor", a afirmação necessariamente verdadeira é:

- a) Carlos é diretor.
- b) Ana não é gerente, ou Carlos é diretor.
- c) Ana é gerente, e Carlos é diretor.
- d) Ana não é gerente, e Carlos não é diretor.
- e) Ana é gerente.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "Ana é gerente."

q: "Carlos é diretor."



Nesse caso, a afirmação é dada por $p \rightarrow q$:

$p \rightarrow q$: "Se [Ana é gerente], então [Carlos é diretor]."

O enunciado diz que a condicional é falsa. Nesse caso, o antecedente p é verdadeiro e o consequente q é falso.

Vamos analisar as alternativas.

a) Carlos é diretor: q

Alternativa errada, pois q é **falso**.

b) Ana não é gerente, ou Carlos é diretor: $\sim p \vee q$

Alternativa errada. Para a disjunção inclusiva "ou" ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. Temos $\sim p$ e q ambos falsos, motivo pelo qual a **disjunção inclusiva é falsa**.

c) Ana é gerente, e Carlos é diretor: $p \wedge q$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos q falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

d) Ana não é gerente, e Carlos não é diretor: $\sim p \wedge \sim q$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos $\sim p$ falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

e) Ana é gerente.

Alternativa correta, pois p é **verdadeiro**. Este é o **gabarito**.

Gabarito: Letra E.

14.(VUNESP/Pref. Arujá/2015) Atribua o valor lógico V (verdadeira) ou F (falsa) a cada uma das afirmações a seguir.

I. Se dois mais dois é igual a seis, então sete menos quatro é igual a quatro.

II. Dois mais dois é igual a seis ou sete menos quatro é igual a quatro.

III. Oito mais oito é igual a dezesseis ou sete menos quatro é igual a quatro.

A sequência correta dos valores lógicos, respectivamente atribuídos, é

a) FFV.

b) VFV.

c) FFF.



- d) VVF.
- e) FVV.

Comentários:

Vamos analisar cada afirmação.

I. **Se [dois mais dois é igual a seis], então [sete menos quatro é igual a quatro].**

Temos um condicional com antecedente e consequente falsos, isto é, um condicional $F \rightarrow F$. Logo, o condicional é verdadeiro.

II. **[Dois mais dois é igual a seis] ou [sete menos quatro é igual a quatro].**

Trata-se de uma disjunção inclusiva "ou" (V) com dois termos falsos. Logo, a afirmação é falsa.

III. **[Oito mais oito é igual a dezesseis] ou [sete menos quatro é igual a quatro].**

Trata-se de uma disjunção inclusiva "ou" (V) que apresenta um termo verdadeiro. Logo, a afirmação é verdadeira.

Portanto, a sequência correta dos valores lógicos é VFV.

Gabarito: Letra B.

15.(VUNESP/PM SP/2015) A afirmação "se fulano não estudou, então ele será promovido" é falsa. Sendo assim, é verdade que fulano

- a) não estudou.
- b) será promovido.
- c) estudou e será promovido.
- d) estudou e não será promovido.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "Fulano estudou."

q: "Fulano será promovido."

Nesse caso, a afirmação é dada por $\sim p \rightarrow q$:



$\sim p \rightarrow q$: "Se [fulano não estudou], então [ele será promovido]."

O enunciado diz que a condicional é falsa. Nesse caso, o antecedente $\sim p$ é verdadeiro e o consequente q é falso. Portanto, p e q são ambos falsos.

Vamos analisar as alternativas.

a) não estudou: $\sim p$.

Alternativa correta, pois $\sim p$ é **verdadeiro**. Este é o **gabarito**.

b) será promovido: q .

Alternativa errada, pois q é **falso**.

c) estudou e será promovido: $p \wedge q$.

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos p e q ambos falsos, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

d) estudou e não será promovido: $p \wedge \sim q$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos que p é falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

Gabarito: Letra A.

16. (VUNESP/TJ SP/2015) Marta confeccionou três cartões em papel cartolina e carimbou figuras em somente uma das faces de cada cartão. Ao encontrar um de seus amigos, Marta informou-lhe que todo cartão de cor amarela tinha carimbada, em uma das faces, uma figura em tinta na cor azul. Após dizer isso, ela mostrou a esse amigo três cartões: o primeiro cartão, de cor amarela, continha uma figura carimbada em tinta na cor azul; o segundo cartão, de cor vermelha, continha uma figura carimbada em tinta na cor preta; o terceiro cartão, na cor branca, continha uma figura carimbada em tinta na cor azul.

Com base no que foi apresentado, pode-se afirmar corretamente que

- a) apenas o terceiro cartão mostrado contradiz a afirmação de Marta.
- b) apenas o segundo cartão mostrado contradiz a afirmação de Marta.
- c) todos os cartões mostrados contradizem a afirmação de Marta.
- d) nenhum dos cartões mostrados contradiz a afirmação de Marta.
- e) apenas o segundo e o terceiro cartões mostrados contradizem a afirmação de Marta.

Comentários:

Considere as proposições simples:



p: "O cartão é de cor amarela."

q: "O cartão tem carimbada, em uma das faces, uma figura em tinta na cor azul."

A afirmação da Márcia, dada por "**todo cartão de cor amarela tinha carimbada, em uma das faces, uma figura em tinta na cor azul**" pode ser entendida pela condicional $p \rightarrow q$:

$p \rightarrow q$: "**Se** [o cartão é de cor amarela], **então** [o cartão tem carimbada, em uma das faces, uma figura em tinta na cor azul]."

Vamos analisar os cartões.

1º cartão: "cor amarela, continha uma figura carimbada em tinta na cor azul "

Nesse caso, **p** e **q** são ambos verdadeiros, e a condicional $p \rightarrow q$ é **verdadeira**. Portanto, **a afirmação não foi contrariada**.

2º cartão: "cor vermelha, continha uma figura carimbada em tinta na cor preta"

Nesse caso, **p** é falso e **q** é falso. Assim, a condicional $p \rightarrow q$ fica $F \rightarrow F$, que é uma condicional **verdadeira**. Portanto, **a afirmação não foi contrariada**

3º cartão: "cor branca, continha uma figura carimbada em tinta na cor azul"

Nesse caso, **p** é falso e **q** é verdadeiro. Assim, a condicional $p \rightarrow q$ fica $F \rightarrow V$, que é uma condicional **verdadeira**. Portanto, **a afirmação não foi contrariada**

Portanto, podemos concluir que nenhum dos cartões mostrados contradiz a afirmação de Marta.

Gabarito: Letra D.

17. (VUNESP/CM Itatiba/2015) Considere falsidade a seguinte afirmação: Se Maria é casada com João, então Maria é minha tia.

Dessa forma, é verdade que

- a) Maria não é casada com João.
- b) Maria é minha tia.
- c) Maria não é minha tia e não é casada com João.
- d) Maria é casada com João ou é minha tia.
- e) Maria não é casada com João ou é minha tia.

Comentários:

Considere as proposições simples:



p: "Maria é casada com João."

q: "Maria é minha tia."

Nesse caso, a afirmação é dada por $p \rightarrow q$:

$p \rightarrow q$: "**Se** [Maria é casada com João], **então** [Maria é minha tia]."

O enunciado diz que a condicional é falsa. Nesse caso, o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente **q** é falso.

Vamos analisar as alternativas.

a) Maria não é casada com João: $\sim p$

Alternativa errada, pois $\sim p$ é **falso**.

b) Maria é minha tia: q

Alternativa errada, pois **q** é **falso**.

c) Maria não é minha tia e não é casada com João: $\sim q \wedge \sim p$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos $\sim p$ falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

d) Maria é casada com João ou é minha tia: $p \vee q$

Alternativa correta. Para a disjunção inclusiva "ou" ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. Temos que **p** é verdadeiro, motivo pelo qual a **disjunção inclusiva é verdadeira**.

e) Maria não é casada com João ou é minha tia: $\sim p \vee q$

Alternativa errada. Para a disjunção inclusiva "ou" ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. Temos $\sim p$ e **q** ambos falsos, motivo pelo qual a **disjunção inclusiva é falsa**.

Gabarito: Letra D.

18.(VUNESP/PM SP/2015) Sobre a coleção de relógios que tem, André sempre afirmou que se o relógio é de ouro, então ele é importado. Samir, um dos amigos de André, ao escolher aleatoriamente 3 relógios dessa coleção, observou que o primeiro era de ouro e importado; que o segundo relógio não era de ouro, mas também era importado; e que o terceiro também não era de ouro e era nacional. Da observação de Samir, pode-se concluir corretamente que

a) nenhum dos três relógios contraria a afirmação de André.

b) apenas o 2º relógio contraria a afirmação de André.



- c) apenas o 3º relógio contraria a afirmação de André.
d) todos os três relógios contrariam a afirmação de André.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "O relógio é de ouro."

q: "O relógio é importado."

A afirmação "**se** o relógio é de ouro, **então** o relógio é importado" pode ser entendida pela condicional $p \rightarrow q$.

Vamos analisar cada relógio.

- **1º relógio:** "era de ouro e importado". Nesse caso, **p** e **q** são ambos verdadeiros, e a condicional $p \rightarrow q$ é **verdadeira**. Portanto, **a afirmação não foi contrariada**.
- **2º relógio:** "não era de ouro, mas também era importado". Nesse caso, **p** é falso e **q** é verdadeiro. Assim, a condicional $p \rightarrow q$ fica $F \rightarrow V$, que é uma condicional **verdadeira**. Portanto, **a afirmação não foi contrariada**.
- **3º relógio:** "não era de ouro e era nacional". Nesse caso, **p** e **q** são ambos falsos. Assim, a condicional $p \rightarrow q$ fica $F \rightarrow F$, que é uma condicional **verdadeira**. Portanto, **a afirmação não foi contrariada**.

Logo, conclui-se que nenhum dos três relógios contraria a afirmação de André.

Gabarito: Letra A.

19. (VUNESP/FUNDUNESP/2014) Considere falsa a afirmação "Se Débora é feliz, então ela não é analista de redes". Dessa forma, pode-se concluir corretamente que

- a) Débora não é feliz ou não é analista de redes.
b) Débora não é feliz e não é analista de redes.
c) Débora não é feliz e é analista de redes.
d) Débora é feliz e não é analista de redes.
e) Débora é feliz e é analista de redes.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "Débora é feliz."

q: "Débora é analista de redes."



Nesse caso, a afirmação é dada por $p \rightarrow \sim q$:

$p \rightarrow \sim q$: "Se [Débora é feliz], então [ela não é analista de redes]."

O enunciado diz que a condicional é falsa. Nesse caso, o antecedente p é verdadeiro e o consequente $\sim q$ é falso. Logo, p e q são ambos verdadeiros.

Vamos analisar as alternativas.

a) Débora não é feliz ou não é analista de redes: $\sim p \vee \sim q$

Alternativa errada. Para a disjunção inclusiva "ou" ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. Temos $\sim p$ e $\sim q$ ambos falsos, motivo pelo qual a **disjunção inclusiva é falsa**.

b) Débora não é feliz e não é analista de redes: $\sim p \wedge \sim q$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos $\sim p$ e $\sim q$ ambos falsos, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

c) Débora não é feliz e é analista de redes: $\sim p \wedge q$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos $\sim p$ falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

d) Débora é feliz e não é analista de redes: $p \wedge \sim q$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos $\sim q$ falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

e) Débora é feliz e é analista de redes: $p \wedge q$

Alternativa correta. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. Como p e q são ambos verdadeiros, a **conjunção é verdadeira**.

Gabarito: Letra E.

20.(VUNESP/FUNDACENTRO/2014) Bruno tem dois irmãos e afirmou que: "se seu irmão é presidente de uma empresa, então sua irmã não possui curso superior". Sua mãe, no entanto, confirmou que essa afirmação não é verdadeira, o que permite concluir que, em relação a Bruno,

- a) sua irmã é presidente de uma empresa.
- b) seu irmão não é presidente de uma empresa.
- c) sua irmã possui curso superior.
- d) seu irmão possui curso superior.
- e) seu irmão não possui curso superior.



Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O irmão de Bruno é presidente de uma empresa."

q: "A irmã de Bruno possui curso superior."

Definidas as proposições simples, temos que a declaração é dada por:

$p \rightarrow \sim q$: "Se [o irmão de Bruno é presidente de uma empresa], então [a irmã de Bruno **não** possui curso superior]."

Veja que, segundo o enunciado, o condicional é falso. Isso significa que o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente $\sim q$ é falso. Logo, **p** e **q** são ambos verdadeiros.

Logo, temos como **verdadeiro**:

- **p:** "O irmão de Bruno é presidente de uma empresa."
- **q:** "A irmã de Bruno possui curso superior."

Portanto, a alternativa correta é a letra C, que afirma que a irmã de Bruno possui curso superior.

Gabarito: Letra C.

21. (VUNESP/FUNDUNESP/2014) Considere falsidade o valor lógico da seguinte afirmação:

"Se Pedro é alto, então Camila é baixa".

Dessa forma, é verdade o valor lógico da afirmação

- a) Camila é baixa ou Pedro não é alto.
- b) Pedro é alto.
- c) Camila não é baixa e Pedro não é alto.
- d) Camila é baixa.
- e) Camila é baixa e Pedro é alto.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "Pedro é alto."

q: "Camila é baixa."

Nesse caso, a afirmação é dada por **$p \rightarrow q$** :



$p \rightarrow q$: "Se [Pedro é alto], então [Camila é baixa]."

O enunciado diz que a condicional é falsa. Nesse caso, o antecedente p é verdadeiro e o consequente q é falso.

Vamos analisar as alternativas.

a) Camila é baixa ou Pedro não é alto: $q \vee \sim p$

Alternativa errada. Para a disjunção inclusiva "ou" ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. Temos q e $\sim p$ ambos falsos, motivo pelo qual a **disjunção inclusiva é falsa**.

b) Pedro é alto: p

Alternativa correta, pois p é verdadeiro. Este é o **gabarito**.

c) Camila não é baixa e Pedro não é alto: $\sim q \wedge \sim p$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos $\sim p$ falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

d) Camila é baixa: q

Alternativa errada, pois q é **falso**.

e) Camila é baixa e Pedro é alto: $q \wedge p$

Alternativa errada. Para que a conjunção "e" seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso, temos q falso, motivo pelo qual a **conjunção é falsa**.

Gabarito: Letra B.

22.(VUNESP/PC SP/2013) Sobre as tabelas de verdade dos conectivos de disjunção (inclusiva), conjunção e implicação (material), assinale a alternativa correta.

- a) As conjunções só são falsas quando ambos os conjuntos são falsos.
- b) Não existe implicação falsa com antecedente verdadeiro.
- c) As disjunções são falsas quando algum dos disjuntos é falso.
- d) Só há um caso em que as implicações são verdadeiras.
- e) As implicações são verdadeiras quando o antecedente é falso.

Comentários:

Vamos analisar cada alternativa.



- a) **Errado**. As conjunções são falsas quando ao menos um dos seus termos é falso.
- b) **Errado**. O único caso em que o condicional (implicação) é falso ocorre quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso.
- c) **Errado**. As disjunções são falsas quando ambos os termos que as compõem são falsos.
- d) **Errado**. Só há um caso em que o condicional (implicação) é **falso**: quando o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso.
- e) **Certo**. Sabemos que o único caso em que o condicional (implicação) é **falso** ocorre quando o **antecedente é verdadeiro** e o consequente é falso. Logo, as implicações de fato são verdadeiras quando o antecedente é falso.

Gabarito: Letra E.

23. (VUNESP/PC SP/2013) Para a questão, considere a seguinte notação para os conectivos lógicos: $\sim$ (para a negação), $\vee$ (para a disjunção inclusiva), $\&$ (para a conjunção) e $\supset$ (para a implicação material).

Considerando que A e B representam enunciados verdadeiros e M e N representam enunciados falsos, assinale a alternativa que corresponde ao valor de verdade da seguinte forma sentencial:

$$(A \& \sim M) \supset (\sim B \vee N)$$

- a) O mesmo valor de $A \vee B$.
- b) O valor de verdade não pode ser determinado.
- c) Verdadeiro.
- d) Falso.
- e) O mesmo valor de $\sim M \& \sim N$.

Comentários:

Note que $\&$ corresponde ao conectivo "e" ($\wedge$), bem como $\supset$ corresponde ao conectivo "se...então" ($\rightarrow$). A proposição composta apresentada pelo enunciado é:

$$(A \wedge \sim M) \rightarrow (\sim B \vee N)$$

Como A e B são verdadeiros e M e N são falsos, ficamos com:

$$(V \wedge \sim F) \rightarrow (\sim V \vee F)$$

A negação ($\sim$) troca o valor lógico das proposições. Ficamos com:

$$(V \wedge V) \rightarrow (F \vee F)$$

A **conjunção** "e" ($\wedge$) de duas parcelas verdadeiras é **verdadeira**, e a **disjunção inclusiva** "ou" ($\vee$) de duas parcelas falsas é **falsa**. Ficamos com:



$$V \rightarrow F$$

Note, portanto, que temos um condicional cujo **antecedente é verdadeiro** e o **consequente é falso**. Trata-se de um **condicional falso**.

F

O **gabarito**, portanto, é **letra D**.

Gabarito: Letra D.

24.(VUNESP/CM Barretos/2010) Dadas as proposições:

I. $3(11 - 7) \neq 5$

II. $5 \cdot 7 - 2 \leq 5 \cdot 6$

III. $(-2)^5 \geq (-2)^3$

As negações lógicas de cada proposição são verdadeiras apenas para

- a) I
- b) II
- c) I e II
- d) I e III
- e) II e III

Comentários:

Vamos analisar cada proposição e definir se, no mundo dos fatos, ela é verdadeira ou falsa.

I. $3(11 - 7) \neq 5$: **VERDADEIRA**.

Note que $3 \times (11 - 7)$ é igual a 12. Esse número de fato é diferente de 5.

II. $5 \cdot 7 - 2 \leq 5 \cdot 6$: **FALSA**.

Note que $5 \times 7 - 2$ é igual a 33, e 5×6 é igual a 30.

Portanto, é **errado** afirmar que $5 \times 7 - 2$ é menor ou igual a 5×6 .

III. $(-2)^5 \geq (-2)^3$: **FALSA**.

Note que $(-2)^5$ é igual a -32 , e $(-2)^3$ é igual a -8 .

Portanto, é **errado** afirmar que $(-2)^5$ é maior ou igual a $(-2)^3$.



Observe que a questão pergunta quando as negações lógicas são verdadeiras.

Como **I é verdadeira** e **II e III são falsas**, a **negação de I é falsa** e as negações de II e III são verdadeiras. O gabarito, portanto, é **letra E**.

Gabarito: Letra E.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Tabela-verdade

1.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Pretende-se analisar se uma proposição P , composta por quatro proposições simples, implica uma proposição Q , composta pelas mesmas quatro proposições simples, combinadas com conectivos distintos. Como são desconhecidos os valores lógicos das proposições simples envolvidas, pretende-se utilizar uma tabela verdade, estudando-se todas as possíveis combinações entre os valores lógicos dessas proposições, a fim de ser utilizada a definição de implicação lógica. Dessa forma, o referido número total de combinações possíveis é

- a) 64.
- b) 8.
- c) 4.
- d) 32.
- e) 16.

Comentários:

A questão quer analisar a tabela-verdade da implicação $P \rightarrow Q$, sendo P uma proposição composta formada por 4 proposições simples e Q uma proposição composta formada pelas mesmas 4 proposições simples.

Note, portanto, que a análise da proposição $P \rightarrow Q$ envolve um total de $n = 4$ **proposições simples distintas**. Temos, portanto, um total de $2^n = 2^4 = 16$ **linhas** na tabela-verdade. Esse total de linhas corresponde justamente ao número de possíveis combinações dos valores lógicos das proposições simples em questão.

Gabarito: Letra E.

2.(VUNESP/TJ SP/2012) Na tabela a seguir, P e Q são duas sentenças, e as letras V e F representando, respectivamente, os significados Verdadeiro e Falso.

P	Q	(1)	(2)	(3)
V	V	V	V	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

Considerando os símbolos $\neg$ (negação), $\wedge$ (conjunção) e $\vee$ (disjunção), as expressões condizentes com (1), (2) e (3) são, respectivamente,



- a) $P \vee Q$, $P \wedge Q$ e $\neg P$.
- b) $P \wedge Q$, $P \vee Q$ e $\neg Q$.
- c) $\neg P$, $P \vee Q$ e $P \wedge Q$.
- d) $\neg Q$, $\neg P$ e $P \wedge Q$.
- e) $\neg Q$, $P \wedge Q$ e $P \vee Q$.

Comentários:

Observe que:

- A coluna (1) é F somente quando **P** e **Q** são ambos F. Logo, estamos diante da disjunção **$P \vee Q$** ;
- A coluna (2) é V somente quando **P** e **Q** são ambos V. Trata-se da conjunção **$P \wedge Q$** ;
- A coluna (3) apresenta o valor lógico contrário de **P**. Logo, temos a negação **$\neg P$**

O **gabarito**, portanto, é a **letra A**.

Gabarito: Letra A.



QUESTÕES COMENTADAS – VUNESP

Tautologia, contradição e contingência

1.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Considere as seguintes proposições:

I. Se Marcos é auditor fiscal ou Luana é administradora, então Marcos é auditor fiscal e Luana é administradora.

II. Se Marcos é auditor fiscal e Luana é administradora, então Marcos é auditor fiscal se, e somente se, Luana é administradora.

As proposições I e II, nessa ordem, são classificadas como

- a) contingência e contradição.
- b) contingência e contingência.
- c) contradição e tautologia.
- d) contingência e tautologia.
- e) tautologia e tautologia.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Marcos é auditor fiscal."

l: "Luana é administradora."

A **proposição I** pode ser descrita por $(m \vee l) \rightarrow (m \wedge l)$.

$(m \vee l) \rightarrow (m \wedge l)$: "Se [(Marcos é auditor fiscal) ou (Luana é administradora)], então [(Marcos é auditor fiscal) e (Luana é administradora)]."

Note que a **proposição I** é uma **contingência**, pois ela pode ser tanto verdadeira quanto falsa:

- Se m e l forem verdadeiros, tanto o antecedente quanto o consequente de $(m \vee l) \rightarrow (m \wedge l)$ são verdadeiros e, portanto, temos um condicional verdadeiro;
- Se m for verdadeiro e l for falso, o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso, de modo que $(m \vee l) \rightarrow (m \wedge l)$ é falso.

Na **proposição II** entramos em uma grande polêmica!

Segundo a ordem de precedência dos conectivos, a **conjunção "e" precede a condicional "se...então" que, por sua vez, precede a bicondicional "se, e somente se"**.



Nesse caso, a **proposição II** deveria ser descrita por $[(m \wedge I) \rightarrow m] \leftrightarrow I$.

$[(m \wedge I) \rightarrow m] \leftrightarrow I$: "[Se [(Marcos é auditor fiscal) e (Luana é administradora)], então [Marcos é auditor fiscal]] se, e somente se, [Luana é administradora]."

Ocorre que, para chegarmos ao gabarito, **proposição II** foi descrita pela banca organizadora por $(m \wedge I) \rightarrow (m \leftrightarrow I)$.

$(m \wedge I) \rightarrow (m \leftrightarrow I)$: "Se [(Marcos é auditor fiscal) e (Luana é administradora)], então [(Marcos é auditor fiscal) se, e somente se, (Luana é administradora)]."

A partir desse momento, vamos adotar o entendimento da banca.

Note que a **proposição II**, dada por $(m \wedge I) \rightarrow (m \leftrightarrow I)$, é uma **tautologia**. Podemos observar isso realizando a "prova por absurdo".

Vamos supor que $(m \wedge I) \rightarrow (m \leftrightarrow I)$ é falsa. Nesse caso, o antecedente $(m \wedge I)$ é verdadeiro e o consequente $(m \leftrightarrow I)$ é falso.

Se o antecedente $(m \wedge I)$ é verdadeiro, tanto m quando I devem ser verdadeiros. Ocorre que, nesse caso, $(m \leftrightarrow I)$ é verdadeiro! Absurdo! Logo, não é possível que $(m \wedge I) \rightarrow (m \leftrightarrow I)$ seja falsa, de modo que ela é sempre verdadeira.

Temos, portanto, que a **proposição I** é uma **contingência** e a **proposição II** é uma **tautologia**.

Gabarito: Letra D.

2.(VUNESP/PC SP/2014) Para a resolução da questão, considere a seguinte notação dos conectivos lógicos:
 $\wedge$ para conjunção, $\vee$ para disjunção e $\neg$ para negação.

Uma proposição composta é tautológica quando ela é verdadeira em todas as suas possíveis interpretações.

Considerando essa definição, assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.

- a) $p \vee \neg q$
- b) $p \wedge \neg p$
- c) $\neg p \wedge q$
- d) $p \vee \neg p$
- e) $p \wedge \neg q$

Comentários:

Com base na teoria da aula, sabemos que $p \vee \neg p$ é uma tautologia, de modo que a **letra D** é o **gabarito**. Caso não soubéssemos dessa informação, seria necessário analisar cada alternativa.



Para fins didáticos, vamos analisar cada alternativa para verificar qual delas se trata de uma tautologia.

Método 1: Tabela-verdade

A) $p \vee \sim q$ pode apresentar tanto o valor lógico V quanto o valor F. Logo, trata-se de uma **contingência**.

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

B) $p \wedge \sim p$ apresenta o valor lógico sempre F. Logo, trata-se de uma **contradição**.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

C) $\sim p \wedge q$ pode apresentar tanto o valor lógico V quanto o valor F. Logo, trata-se de uma **contingência**.

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

D) $p \vee \sim p$ apresenta sempre o valor lógico V. Logo, trata-se de uma **tautologia**. O gabarito é a letra D.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

E) $p \wedge \sim q$ pode apresentar tanto o valor lógico V quanto o valor F. Logo, trata-se de uma **contingência**.

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Já obtemos o gabarito realizando a tabela-verdade para cada alternativa. A seguir, veremos como proceder de outra forma.



Método 2: Prova por absurdo

Primeiramente vamos tentar aplicar o valor lógico falso à proposição. Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa e, portanto, é uma tautologia (sempre verdadeira). Se for possível que a proposição seja falsa, simplesmente não se trata de uma tautologia. Vejamos:

a) Vamos supor que a disjunção inclusiva $p \vee \sim q$ é falsa. Para tanto, ambos os termos devem ser falsos. Veja que, se p é F e q é V, os dois termos da disjunção falsos. Logo, é possível que a proposição seja falsa e, consequentemente, não se trata de uma tautologia.

b) Vamos supor que a conjunção $p \wedge \sim p$ seja falsa. Para tanto, ao menos um termo deve ser falso. Se fizermos p falso, temos que a conjunção é falsa. Logo, é possível que a proposição seja falsa e, consequentemente, não se trata de uma tautologia.

c) Vamos supor que a conjunção $\sim p \wedge q$ seja falsa. Para tanto, ao menos um termo deve ser falso. Se fizermos q falso, temos que a conjunção é falsa. Logo, é possível que a proposição seja falsa e, consequentemente, não se trata de uma tautologia.

d) Vamos supor que a disjunção inclusiva $p \vee \sim p$ seja falsa. Para tanto, ambos os termos devem ser falsos. Note, porém, que:

- Se o primeiro termo p for falso, temos o segundo termo $\sim p$ verdadeiro. Nesse caso, não conseguimos fazer com que a disjunção seja falsa.
- Se o segundo termo $\sim p$ for falso, temos o primeiro termo p verdadeiro. Nesse caso, também não conseguimos fazer com que a disjunção seja falsa.

Veja que é um absurdo supor que $p \vee \sim p$ é falsa, pois ao tornar qualquer um dos seus termos falso, o outro termo se torna verdadeiro. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**. **O gabarito é a letra D.**

e) Vamos supor que a conjunção $p \wedge \sim q$ seja falsa. Para tanto, ao menos um termo deve ser falso. Se fizermos p falso, temos que a conjunção é falsa. Logo, é possível que a proposição seja falsa e, consequentemente, não se trata de uma tautologia.

Gabarito: Letra D.

3.(VUNESP/PC SP/2013) Um enunciado é uma tautologia quando não puder ser falso.

Assinale a alternativa que contém um enunciado que é uma tautologia.

- a) Está chovendo e não está chovendo.
- b) Está chovendo.
- c) Se está chovendo, então não está chovendo.
- d) Está chovendo ou não está chovendo.
- e) Não está chovendo.



Comentários:

Vamos representar a proposição "Está chovendo" pela letra **p**.

a) Está chovendo e não está chovendo: $p \wedge \sim p$

$p \wedge \sim p$ é uma **contradição**, pois o resultado da tabela-verdade é sempre **falso**.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

b) Está chovendo: **p**

Trata-se de uma **contingência**, pois **p** pode ser tanto verdadeiro quanto falso.

c) Se está chovendo, então não está chovendo: $p \rightarrow \sim p$

Trata-se de uma **contingência**, pois $p \rightarrow \sim p$ pode ser tanto verdadeiro quanto falso.

p	$\sim p$	$p \rightarrow \sim p$
V	F	F
F	V	V

d) Está chovendo ou não está chovendo: $p \vee \sim p$

$p \vee \sim p$ é uma **tautologia**, pois o resultado da tabela-verdade é **sempre verdadeiro**. Este é o gabarito.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

e) Não está chovendo. $\sim p$

Trata-se de uma **contingência**, pois $\sim p$ pode ser tanto verdadeiro quanto falso.

Gabarito: Letra D.



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Introdução às proposições

1.(VUNESP/ISS GRU/2019) Dentre as sentenças a seguir, aquela que é uma sentença aberta é

- a) $3 \cdot x + 4 - x - 3 - 2 \cdot x = 0$
- b) $7 + 3 = 11$
- c) $0 \cdot x = 5$
- d) $13 \cdot x = 7$
- e) $43 - 1 = 42$

2. (VUNESP/PC SP/2014) A proposição pode ser caracterizada como sentença declarativa que admite um, e somente um, valor de verdade (verdadeiro ou falso). Considerando essa definição, assinale a alternativa correta.

- a) A sentença exclamativa “Quero comprar um bom carro!” é falsa.
- b) A sentença declarativa “Choveu no dia do jogo de basquete?” é falsa.
- c) A sentença exclamativa “Parabéns pelo seu aniversário” é verdadeira.
- d) A sentença interrogativa “Florianópolis é a capital do Pará?” é verdadeira.
- e) A sentença declarativa “Brasil é um Estado soberano” é verdadeira.

3. (VUNESP/PC SP/2014) Segundo a lógica aristotélica, as proposições têm como uma de suas propriedades básicas poderem ser verdadeiras ou falsas, isto é, terem um valor de verdade. Assim sendo, a oração “A Terra é um planeta do sistema solar”, por exemplo, é uma proposição verdadeira e a oração “O Sol gira em torno da Terra”, por sua vez, é uma proposição comprovadamente falsa. Mas nem todas as orações são proposições, pois algumas orações não podem ser consideradas nem verdadeiras e nem falsas, como é o caso da oração:

- a) O trigo é um cereal cultivável de cuja farinha se produz pão.
- b) Metais são elementos que não transmitem eletricidade.
- c) Rogai aos céus para que a humanidade seja mais compassiva.
- d) O continente euroasiático é o maior continente do planeta.
- e) Ursos polares são répteis ovíparos que vivem nos trópicos.



4.(VUNESP/PC SP/2014) A lógica clássica possui princípios fundamentais que servem de base para a produção de raciocínios válidos. Esses princípios foram inicialmente postulados por Aristóteles (384 a 322 a.C.) e até hoje dão suporte a sistemas lógicos. Tais princípios são os

- a) da inferência, da não contradição e do terceiro incluído.
- b) da diversidade, da dedução e do terceiro incluído.
- c) da identidade, da inferência e da não contradição.
- d) da identidade, da não contradição e do terceiro excluído.
- e) da diversidade, da indução e da não contradição.



GABARITO – VUNESP

Introdução às proposições

1. LETRA D
2. LETRA E
3. LETRA C
4. LETRA D



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Proposições Compostas

1.(VUNESP/TJ SP/2022) Considere falsa a proposição “Se João é engenheiro, então José é juiz e Pedro é advogado”. Do ponto de vista do raciocínio lógico, é necessariamente verdadeiro:

- a) José não é juiz.
- b) João é engenheiro.
- c) João não é engenheiro.
- d) José é juiz.
- e) Pedro não é advogado.

2.(VUNESP/Pref Sorocaba/2022) Considere falsidade a seguinte proposição: “Se eu dormi bem na noite passada, então estou descansado e feliz”.

Com base na informação apresentada, é necessariamente verdade que eu

- a) não estou feliz.
- b) estou descansado.
- c) não estou descansado.
- d) dormi bem na noite passada.
- e) não dormi bem na noite passada.

3.(VUNESP/PRUDENCO/2022) Considere as afirmações:

- I. Se o algoritmo funciona, então o resultado está correto.
- II. O algoritmo funciona ou os dados iniciais não são falsos.
- III. Os dados iniciais não são falsos e o algoritmo não funciona.
- IV. Se os dados iniciais são falsos ou o algoritmo não funciona, então o resultado está correto.
- V. Se o resultado está correto, então os dados iniciais são falsos.

De fato, é verdadeiro que o resultado não está correto. É verdadeiro que os dados iniciais não são falsos. É verdadeiro que o algoritmo não funciona.

Desse modo, a sequência dos valores lógicos (V: verdadeiro; F: falso) das afirmações I, II, III, IV e V é, respectivamente:

- a) V, V, V, V, F.
- b) V, F, V, V, F.
- c) F, V, V, F, F.



- d) V, V, F, V, V.
- e) V, V, V, F, V.

4.(VUNESP/PC SP/2022) Considere N, P, Q, R e T afirmações simples para as afirmações compostas apresentadas a seguir.

Considere também o valor lógico atribuído a cada uma das afirmações compostas.

- I. Se N, então P. Esta é uma afirmação FALSA.
- II. Se Q, então R. Esta é uma afirmação FALSA.
- III. Se P, então T. Esta é uma afirmação VERDADEIRA.

A partir dessas informações, é correto concluir que

- a) Se Q, então T é uma afirmação FALSA.
- b) N e R é uma afirmação VERDADEIRA.
- c) Q ou T é uma afirmação VERDADEIRA.
- d) P e Q é uma afirmação VERDADEIRA.
- e) Se R, então N é uma afirmação FALSA.

5.(VUNESP/ALESP/2022) Considere a afirmação: “Se Francisco é o diretor ou Ivete é a secretária, então Helena é a presidente.”

Essa afirmação é necessariamente FALSA se, de fato:

- a) Francisco não é o diretor e Ivete não é a secretária e Helena é a presidente.
- b) Ivete não é a secretária e Helena é a presidente.
- c) Francisco é o diretor e Ivete é a secretária e Helena é a presidente.
- d) Francisco é o diretor.
- e) Ivete é a secretária e Helena não é a presidente.

6.(VUNESP/Pres. Prudente/2022) Considere as proposições p, q e r sobre os funcionários de uma empresa:

p: Se uma pessoa usa terno e gravata, então ela é gerente;

q: André usa terno e Bruno é gerente;

r: Bruno usa terno ou André não usa gravata.

Sabendo que o valor lógico da proposição $(p \wedge q) \rightarrow r$ é falso, então é verdade que

- a) André não é gerente e usa gravata.
- b) Bruno é gerente e não usa terno.
- c) ou Bruno é gerente ou André é gerente.



- d) André é gerente e Bruno usa terno.
- e) André não usa gravata ou Bruno não é gerente.

7.(VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Considere verdadeira a afirmação I e falsa a afirmação II:

I. Carlos é técnico em análises clínicas.

II. Ana é técnica em análises clínicas.

Com base nas informações apresentadas, assinale a alternativa que contém uma afirmação verdadeira.

- a) Se Carlos é técnico em análises clínicas, então Ana é técnica em análises clínicas.
- b) Carlos não é técnico em análises clínicas e Ana não é técnica em análises clínicas.
- c) Se Ana não é técnica em análises clínicas, então Carlos não é técnico em análises clínicas.
- d) Carlos e Ana são técnicos em análises clínicas.
- e) Se Ana é técnica em análises clínicas, então Carlos é técnico em análises clínicas.

8. (VUNESP/EBSERH HC-UFU/2020) Considere falsidade a seguinte afirmação:

Se Carlos é advogado, então Amanda é juíza.

Com base nas informações apresentadas, é verdade que

- a) Carlos é advogado.
- b) se Amanda não é juíza, então Carlos não é advogado.
- c) Amanda é juíza.
- d) Amanda é juíza se, e somente se, Carlos é advogado.
- e) Carlos não é advogado.

9.(VUNESP/ISS GRU/2019) Considere as afirmações e seus respectivos valores lógicos.

I. Maria é uma excelente enfermeira. FALSA.

II. Joel não é um carpinteiro. VERDADEIRA.

III. Paulo é um cantor de pagode. VERDADEIRA.

IV. Sandra não é uma analista competente. FALSA.

A alternativa que apresenta uma proposição composta verdadeira é

- a) Se Paulo é um cantor de pagode, então Maria é uma excelente enfermeira.
- b) Joel não é um carpinteiro e Sandra não é uma analista competente.
- c) Paulo não é um cantor de pagode ou Sandra é uma analista competente.
- d) Se Maria não é uma excelente enfermeira, então Sandra não é uma analista competente.
- e) Joel é um carpinteiro ou Paulo não é cantor de pagode.



10. (VUNESP/Pref. Itapevi/2019) Ana tem alguns cartões e disse a seus amigos: “cada um dos meus cartões tem uma letra em uma das faces e um número em outra”. Ana complementou: “se na face de um cartão tem uma vogal, então no verso há um número ímpar”.

Em seguida, Ana mostrou frente e verso de três cartões.

	Primeiro cartão	Segundo cartão	Terceiro cartão
Frente	C	B	A
Verso	2	3	5

Pela análise desses cartões, é correto concluir que

- a) apenas o cartão I contradiz as informações de Ana.
- b) apenas o cartão II contradiz as informações de Ana.
- c) apenas os cartões I e II contradizem as informações de Ana.
- d) todos os três cartões contradizem as informações de Ana.
- e) nenhum dos três cartões contradizem as informações de Ana.

11.(VUNESP/PC SP/2018) Considere verdadeiras as afirmações a seguir:

Luiza possui um gato.

Henrique gosta de observar patos.

Rafael não tem bicicleta.

Tiago não gosta de comer macarrão.

A partir dessas afirmações, é logicamente verdadeiro que:

- a) Se Luiza possui um gato, então Rafael tem bicicleta.
- b) Tiago não gosta de comer macarrão e Henrique não gosta de observar patos.
- c) Ou Luiza possui um gato ou Tiago não gosta de comer macarrão.
- d) Se Henrique gosta de observar patos, então Luiza possui um gato e Tiago gosta de comer macarrão.
- e) Rafael tem bicicleta ou Henrique gosta de observar patos.

12.(VUNESP/PC SP/2018) Seja M a afirmação: “Marília gosta de dançar”. Seja J a afirmação “Jean gosta de estudar”. Considere a composição dessas duas afirmações: “Ou Marília gosta de dançar ou Jean gosta de estudar”. A tabela-verdade que representa corretamente os valores lógicos envolvidos nessa situação é:



TABELA-VERDADE		
M	J	Ou M ou J
V	V	1
V	F	2
F	V	3
F	F	4

Os valores 1, 2, 3 e 4 da coluna "Ou M ou J" devem ser preenchidos, correta e respectivamente, por:

- a) F, V, V e F.
- b) V, F, F e V.
- c) V, F, V e F.
- d) V, V, V e F.
- e) F, F, V e V.

13.(VUNESP/TJ SP/2017) Considerando falsa a afirmação "Se Ana é gerente, então Carlos é diretor", a afirmação necessariamente verdadeira é:

- a) Carlos é diretor.
- b) Ana não é gerente, ou Carlos é diretor.
- c) Ana é gerente, e Carlos é diretor.
- d) Ana não é gerente, e Carlos não é diretor.
- e) Ana é gerente.

14.(VUNESP/Pref. Arujá/2015) Atribua o valor lógico V (verdadeira) ou F (falsa) a cada uma das afirmações a seguir.

I. Se dois mais dois é igual a seis, então sete menos quatro é igual a quatro.

II. Dois mais dois é igual a seis ou sete menos quatro é igual a quatro.

III. Oito mais oito é igual a dezesseis ou sete menos quatro é igual a quatro.

A sequência correta dos valores lógicos, respectivamente atribuídos, é

- a) FFV.
- b) VFV.
- c) FFF.
- d) VVF.
- e) FVV.



15.(VUNESP/PM SP/2015) A afirmação “se fulano não estudou, então ele será promovido” é falsa. Sendo assim, é verdade que fulano

- a) não estudou.
- b) será promovido.
- c) estudou e será promovido.
- d) estudou e não será promovido.

16. (VUNESP/TJ SP/2015) Marta confeccionou três cartões em papel cartolina e carimbou figuras em somente uma das faces de cada cartão. Ao encontrar um de seus amigos, Marta informou-lhe que todo cartão de cor amarela tinha carimbada, em uma das faces, uma figura em tinta na cor azul. Após dizer isso, ela mostrou a esse amigo três cartões: o primeiro cartão, de cor amarela, continha uma figura carimbada em tinta na cor azul; o segundo cartão, de cor vermelha, continha uma figura carimbada em tinta na cor preta; o terceiro cartão, na cor branca, continha uma figura carimbada em tinta na cor azul.

Com base no que foi apresentado, pode-se afirmar corretamente que

- a) apenas o terceiro cartão mostrado contradiz a afirmação de Marta.
- b) apenas o segundo cartão mostrado contradiz a afirmação de Marta.
- c) todos os cartões mostrados contradizem a afirmação de Marta.
- d) nenhum dos cartões mostrados contradiz a afirmação de Marta.
- e) apenas o segundo e o terceiro cartões mostrados contradizem a afirmação de Marta.

17. (VUNESP/CM Itatiba/2015) Considere falsidade a seguinte afirmação: Se Maria é casada com João, então Maria é minha tia.

Dessa forma, é verdade que

- a) Maria não é casada com João.
- b) Maria é minha tia.
- c) Maria não é minha tia e não é casada com João.
- d) Maria é casada com João ou é minha tia.
- e) Maria não é casada com João ou é minha tia.

18.(VUNESP/PM SP/2015) Sobre a coleção de relógios que tem, André sempre afirmou que se o relógio é de ouro, então ele é importado. Samir, um dos amigos de André, ao escolher aleatoriamente 3 relógios dessa coleção, observou que o primeiro era de ouro e importado; que o segundo relógio não era de ouro, mas também era importado; e que o terceiro também não era de ouro e era nacional. Da observação de Samir, pode-se concluir corretamente que



- a) nenhum dos três relógios contraria a afirmação de André.
- b) apenas o 2º relógio contraria a afirmação de André.
- c) apenas o 3º relógio contraria a afirmação de André.
- d) todos os três relógios contrariam a afirmação de André.

19. (VUNESP/FUNDUNESP/2014) Considere falsa a afirmação “Se Débora é feliz, então ela não é analista de redes”. Dessa forma, pode-se concluir corretamente que

- a) Débora não é feliz ou não é analista de redes.
- b) Débora não é feliz e não é analista de redes.
- c) Débora não é feliz e é analista de redes.
- d) Débora é feliz e não é analista de redes.
- e) Débora é feliz e é analista de redes.

20. (VUNESP/FUNDACENTRO/2014) Bruno tem dois irmãos e afirmou que: “se seu irmão é presidente de uma empresa, então sua irmã não possui curso superior”. Sua mãe, no entanto, confirmou que essa afirmação não é verdadeira, o que permite concluir que, em relação a Bruno,

- a) sua irmã é presidente de uma empresa.
- b) seu irmão não é presidente de uma empresa.
- c) sua irmã possui curso superior.
- d) seu irmão possui curso superior.
- e) seu irmão não possui curso superior.

**21. (VUNESP/FUNDUNESP/2014) Considere falsidade o valor lógico da seguinte afirmação:
“Se Pedro é alto, então Camila é baixa”.**

Dessa forma, é verdade o valor lógico da afirmação

- a) Camila é baixa ou Pedro não é alto.
- b) Pedro é alto.
- c) Camila não é baixa e Pedro não é alto.
- d) Camila é baixa.
- e) Camila é baixa e Pedro é alto.

22. (VUNESP/PC SP/2013) Sobre as tabelas de verdade dos conectivos de disjunção (inclusiva), conjunção e implicação (material), assinale a alternativa correta.

- a) As conjunções só são falsas quando ambos os conjuntos são falsos.



- b) Não existe implicação falsa com antecedente verdadeiro.
- c) As disjunções são falsas quando algum dos disjuntos é falso.
- d) Só há um caso em que as implicações são verdadeiras.
- e) As implicações são verdadeiras quando o antecedente é falso.

23. (VUNESP/PC SP/2013) Para a questão, considere a seguinte notação para os conectivos lógicos: $\sim$ (para a negação), $\vee$ (para a disjunção inclusiva), $\&$ (para a conjunção) e $\supset$ (para a implicação material).

Considerando que A e B representam enunciados verdadeiros e M e N representam enunciados falsos, assinale a alternativa que corresponde ao valor de verdade da seguinte forma sentencial:

$$(A \& \sim M) \supset (\sim B \vee N)$$

- a) O mesmo valor de $A \vee B$.
- b) O valor de verdade não pode ser determinado.
- c) Verdadeiro.
- d) Falso.
- e) O mesmo valor de $\sim M \& \sim N$.

24. (VUNESP/CM Barretos/2010) Dadas as proposições:

I. $3(11 - 7) \neq 5$

II. $5.7 - 2 \leq 5.6$

III. $(-2)^5 \geq (-2)^3$

As negações lógicas de cada proposição são verdadeiras apenas para

- a) I
- b) II
- c) I e II
- d) I e III
- e) II e III



GABARITO – VUNESP

Proposições Compostas

1. LETRA B
2. LETRA D
3. LETRA E
4. LETRA C
5. LETRA E
6. LETRA B
7. LETRA E
8. LETRA A
9. LETRA C
10. LETRA E
11. LETRA E
12. LETRA A
13. LETRA E
14. LETRA B
15. LETRA A
16. LETRA D
17. LETRA D
18. LETRA A
19. LETRA E
20. LETRA C
21. LETRA B
22. LETRA E
23. LETRA D
24. LETRA E



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Tabela-verdade

1.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Pretende-se analisar se uma proposição P , composta por quatro proposições simples, implica uma proposição Q , composta pelas mesmas quatro proposições simples, combinadas com conectivos distintos. Como são desconhecidos os valores lógicos das proposições simples envolvidas, pretende-se utilizar uma tabela verdade, estudando-se todas as possíveis combinações entre os valores lógicos dessas proposições, a fim de ser utilizada a definição de implicação lógica. Dessa forma, o referido número total de combinações possíveis é

- a) 64.
- b) 8.
- c) 4.
- d) 32.
- e) 16.

2.(VUNESP/TJ SP/2012) Na tabela a seguir, P e Q são duas sentenças, e as letras V e F representando, respectivamente, os significados Verdadeiro e Falso.

P	Q	(1)	(2)	(3)
V	V	V	V	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

Considerando os símbolos $\neg$ (negação), $\wedge$ (conjunção) e $\vee$ (disjunção), as expressões condizentes com (1), (2) e (3) são, respectivamente,

- a) $P \vee Q$, $P \wedge Q$ e $\neg P$.
- b) $P \wedge Q$, $P \vee Q$ e $\neg Q$.
- c) $\neg P$, $P \vee Q$ e $P \wedge Q$.
- d) $\neg Q$, $\neg P$ e $P \wedge Q$.
- e) $\neg Q$, $P \wedge Q$ e $P \vee Q$.



GABARITO – VUNESP

Tabela-verdade

1. LETRA E
2. LETRA A



LISTA DE QUESTÕES – VUNESP

Tautologia, contradição e contingência

1.(VUNESP/ISS Campinas/2019) Considere as seguintes proposições:

I. Se Marcos é auditor fiscal ou Luana é administradora, então Marcos é auditor fiscal e Luana é administradora.

II. Se Marcos é auditor fiscal e Luana é administradora, então Marcos é auditor fiscal se, e somente se, Luana é administradora.

As proposições I e II, nessa ordem, são classificadas como

- a) contingência e contradição.
- b) contingência e contingência.
- c) contradição e tautologia.
- d) contingência e tautologia.
- e) tautologia e tautologia.

2.(VUNESP/PC SP/2014) Para a resolução da questão, considere a seguinte notação dos conectivos lógicos: $\wedge$ para conjunção, $\vee$ para disjunção e $\neg$ para negação.

Uma proposição composta é tautológica quando ela é verdadeira em todas as suas possíveis interpretações.

Considerando essa definição, assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.

- a) $p \vee \neg q$
- b) $p \wedge \neg p$
- c) $\neg p \wedge q$
- d) $p \vee \neg p$
- e) $p \wedge \neg q$

3.(VUNESP/PC SP/2013) Um enunciado é uma tautologia quando não puder ser falso.

Assinale a alternativa que contém um enunciado que é uma tautologia.

- a) Está chovendo e não está chovendo.
- b) Está chovendo.
- c) Se está chovendo, então não está chovendo.
- d) Está chovendo ou não está chovendo.
- e) Não está chovendo.



GABARITO – VUNESP

Tautologia, contradição e contingência

1. LETRA D
2. LETRA D
3. LETRA D



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.