Aula 00

TJ-MG (Analista Judiciário - Engenheiro Eletricista) Conhecimentos Específicos

Autor:

Edimar Natali Monteiro, Mariana Moronari

17 de Fevereiro de 2023

Sumário

INTRODUÇÃO

Querido(a) aluno(a),

Hoje daremos início ao estudo do magnetismo e transformadores.

A primeira parte da aula será iniciada por meio de uma abordagem sobre os fundamentos de eletromagnetismo que servirá de base para o estudo das máquinas elétricas em geral. Posteriormente, apresentarei os aspectos mais importantes sobre circuitos magnéticos que será fundamental para o entendimento e análise dos transformadores.

Por fim, estudaremos os transformadores de energia de maneira mais aprofundada. Mesmo não sendo uma máquina de conversão eletromecânica de energia, os transformadores são importantes componentes do processo global de conversão e transmissão de energia elétrica e, por isso, devem receber uma atenção especial.

1. FUNDAMENTOS DE ELETROMAGNETISMO

Nesta aula, assumiremos que você tenha um conhecimento básico sobre a teoria de campos magnéticos e elétricos. É possível que você tenha até um conhecimento aprofundado sobre as equações de Maxwell. No entanto, uma compreensão profunda sobre elas não é um pré-requisito para esta aula.

De qualquer forma, as principais leis do eletromagnetismo serão discutidas e aplicadas em exercícios para que você relembre e entenda como essa parte da matéria é cobrada nas provas de concurso e como elas serão fundamentais para a análise de máquinas elétricas.

Focaremos nossa atenção nos campos magnéticos e na sua relação com os campos elétricos. Ressalto que já estudamos a teoria geral da eletricidade. Então, volte nessa aula caso seja necessário relembrar algum conceito, equação ou lei.

Vamos começar entendendo a relação entre campos elétricos e magnéticos!

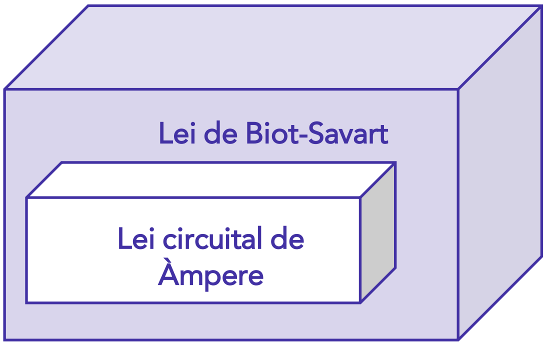
Hans Christian Oersted (1777-1851), professor holandês de física, descobriu que a eletricidade pode produzir magnetismo.

O desenvolvimento de motores, transformadores, geradores, e assim por diante, está baseado em fenômenos eletromagnéticos. Portanto, estamos lidando com esses fenômenos de maneira cotidiana.

Conforme já estudamos, um campo eletrostático é gerado por cargas estáticas ou estacionárias. No caso das cargas estarem se movendo a uma velocidade constante, então teremos também um campo magnetostático. Logo,

Um **campo magnetostático** é gerado por um **fluxo de corrente constante** ou, melhor dizendo, corrente contínua.

Evidencio que existem duas leis fundamentais para os campos magnetostáticos:



Assim como a lei de Coulomb, a **lei de Biot-Savart** é a **lei geral da magnetostática**. E da mesma forma que a lei de Gauss é um caso especial da lei de Coulomb, a **lei circuital de Ampère** é um caso especial **da lei de Biot-Savart**. Portanto, as seções a seguir apresentarão de forma mais aprofundada essas importantes leis da magnetostática.

1.1. Lei de Biot-Savart

Iniciaremos essa seção com uma conceituação da lei de Biot-Savart da magnetostática.

A **lei de Biot-Savart** estabelece que a intensidade do campo magnético dH gerada em um ponto qualquer P pelo elemento diferencial de corrente $I\ dl$ é proporcional ao produto de $I\ dl$ e o seno do ângulo α (ângulo entre o elemento diferencial e a linha que une este elemento ao ponto P) e inversamente proporcional ao quadrado de R (distância entre o ponto P e o elemento diferencial de corrente dl).

Traduzindo, temos que:

$$dH \propto \frac{I\ dl\ \sin\alpha}{R^2}$$

Por meio da Figura (1), note que o ângulo α é o ângulo formado entre o elemento diferencial de corrente Idl e a orientação do vetor R.

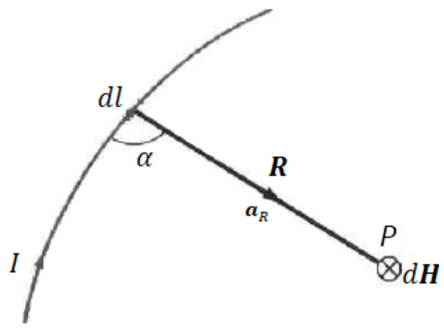


Figura 1-Campo magnético dH em P devido ao elemento de corrente I dl. Fonte: Sadiku (2012).

A constante de proporcionalidade *k* dada em unidades SI equivale a:

$$k = \frac{1}{4\pi}$$

Dessa forma, temos que:

$$dH = \frac{I\ dl\ \sin\alpha}{4\pi R^2}$$

Lembre-se que podemos reescrever a equação acima considerando a definição de produto vetorial. Portanto, a forma geral para a **lei de Biot-Savart** é dada como:

$$\boxed{d\boldsymbol{H} = \frac{I\ d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{a}_R}{4\pi R^2}}$$

Onde $\mathbf{a}_R$ é o vetor unitário na direção da distância *R* entre o elemento diferencial *I dl* e o ponto P.

Adianto que a intensidade do campo magnético **H** está relacionada com a densidade de fluxo magnético **B** por meio da constante μ_0 de acordo com:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$$

No entanto, analisaremos esta relação e o significado da constante μ_0 de forma aprofundada nas próximas seções deste livro. Por enquanto, vamos nos contentar em reescrever a lei de Biot-Savart também em função da densidade de fluxo magnético B, pois as questões também cobram a lei dessa forma. A equação se torna:

$$\boxed{d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{a}_R}$$

Dessa forma, a **lei de Biot-Savart** é usada para determinar o vetor **densidade de fluxo magnetico B** ou **intensidade de campo magnético H** por meio da soma das contribuições dos elementos diferenciais de corrente que constituem um determinado circuito.

A direção do vetor resultante deve ser determinada pela regra da mão direita!

Você pode estar se questionando:

Como podemos aplicar a Lei de Biot-Savart de forma prática para estudar o campo magnético gerado por uma corrente elétrica em um condutor?

O procedimento para determinar o campo magnético gerado por diferentes distribuições de corrente será apresentado a seguir. Basicamente, ele consiste em analisar a geometria do problema e aplicar as relações geométricas na lei de Biot-Savart.

Eu escolhi o **condutor filamentar retilíneo** e **o anel circular (espira)** como objetos de análise para demonstrar como podemos calcular a densidade de fluxo magnético (e consequentemente a intensidade de campo) considerando diferentes circuitos de corrente, pois são os **exemplos mais clássicos de aplicação** desta lei.

1.1.1. Condutor filamentar retilíneo

Considere a Figura (2) como o exemplo para a determinação do campo magnético devido a uma linha de corrente.

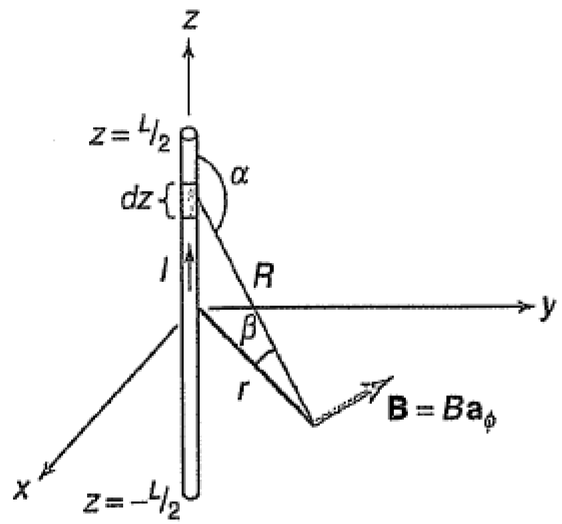


Figura 2-Condutor filamentar retilíneo. Fonte: Clayton Paul (2006).

Por meio da Fig.(2), perceba que colocamos o elemento de corrente ao longo do eixo z de forma centralizada (metade do elemento no eixo +z e a outra metade no eixo -z) para aproveitar a simetria da configuração. Determinaremos o campo magnético a partir do ponto médio até uma distância r do elemento de corrente. Considerando o sistema de coordenadas cilíndricas, veja também que o vetor **B** está na direção de ϕ em torno do eixo z pela regra da mão direita.

Aplicando a lei de Biot-Savart na forma diferencial temos:

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I dz}{4\pi R^2} sen(\alpha)\boldsymbol{a_\phi}$$

Por meio da Fig. (2), observe que a distância R do elemento ao ponto onde será determinado a densidade de fluxo magnético equivale a:

$R = \sqrt{r^2 + z^2}$

O sen α envolvido no produto vetorial é dado por:

$$sen(\alpha) = sen(\beta + 90°) = \cos(\beta) = \frac{r}{R}$$

Substituindo estas relações e aplicando a integral nos dois lados da equação para determinar a contribuição de cada elemento diferencial de fio condutor, temos:

$$\boldsymbol{B} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{r dz}{(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \boldsymbol{a_\phi}$$

Lembre-se que a integral nada mais é do que um somatório! Para a nossa análise, ela será responsável por contabilizar a parcela total de cada vetor d**B** gerado pelo elemento diferencial de corrente Id**l.** Resolvendo a integral e aplicando os limites de integração temos que a densidade de fluxo magnético total gerado equivale a:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{L/2}{\sqrt{\left(r^2+\frac{L^2}{4}\right)}} \boldsymbol{a_\phi}$$

Vamos agora analisar o vetor **B** para um caso especial!

- Para um **condutor de corrente de comprimento infinito**, temos que:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \boldsymbol{a_\phi} \qquad L \to \infty$$

Memorize essa fórmula, pois ela é um importante resultado frequentemente exigido em provas!

1.1.2. Anel circular de corrente (espira)

Agora vamos determinar a densidade de fluxo magnético devido a um anel circular de corrente de raio "a" a uma distância "d" a partir do ponto médio contado ao longo da linha perpendicular ao anel. Para tal, considere a Fig. (3).

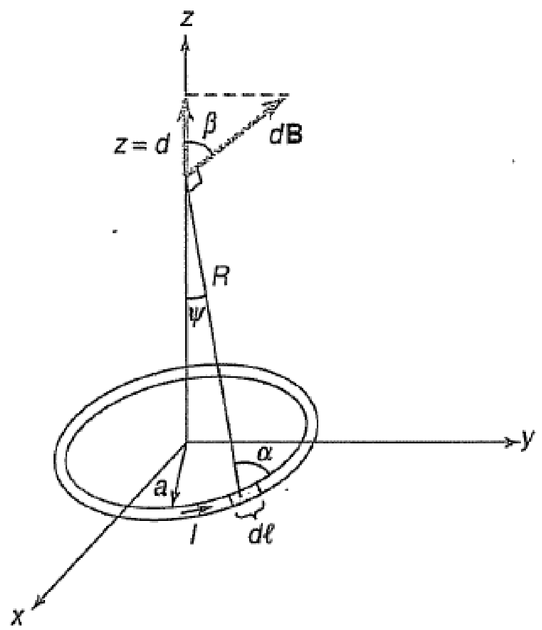


Figura 3-Anel circular de corrente. Fonte: Clayton Paul (2006).

Por meio da Fig.(3), a primeira simplificação que podemos considerar é que as componentes horizontais de d**B** se cancelam, enquanto as componentes verticais no eixo z são somadas. Portanto, a contribuição diferencial é dada por:

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{ad\phi}{R^2} sen(\alpha)\cos(\beta)\boldsymbol{a_z}$$

Perceba que o elemento *dl* é justamente o comprimento de arco *adϕ* para esta configuração. O ângulo α envolvido no produto vetorial é de 90° e , portanto, *sen(α)=1*.

Note também que agora temos o termo "cosβ" que corresponde a componente vertical (eixo z) do vetor d**B**. Assim,

$$\cos(\beta) = \cos(90° - \psi) = sen(\psi) = \frac{a}{R}$$

Pela Fig.(3), R equivale a:

$$R = \sqrt{a^2 + d^2}$$

Substituindo estas relações e aplicando a integral nos dois lados da equação, temos:

$$\boldsymbol{B} = \int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a^2}{(a^2+d^2)^{3/2}} d\phi\, \boldsymbol{a_z} \qquad z > 0$$

Resolvendo a integral e aplicando os limites de integração, temos que a densidade de fluxo magnético equivale a:

$$\boxed{\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{a^2}{(a^2+d^2)^{3/2}}\boldsymbol{a_z}}$$

Vejamos agora o caso mais específico em que desejamos determinar o vetor **B** exatamente no centro do anel onde *R=a e d=0.* Essas considerações nos levam a:

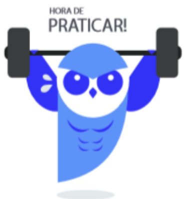
$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2a}\boldsymbol{a_z} \quad d = 0$$

No caso em que *d>>a (*distância muito grande do anel), temos

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2d^3}\boldsymbol{a_z} \quad d \gg a$$

As equações obtidas para esses dois tipos de distribuição de corrente são importantes resultados que serão utilizados em diversas ocasiões. As questões de concurso cobram frequentemente o cálculo da intensidade e da densidade de fluxo magnético. Portanto, tenha as equações para as principais geometrias sempre em mente. Assim, você ganhará tempo ao resolver as questões de maneira mais direta sem a necessidade de deduzir as fórmulas.

Agora vamos aplicar os conhecimentos adquiridos nessa seção e analisar um exemplo de como as provas exigem a aplicação da lei de Biot-Savart.



(Polícia Científica de Pernambuco-Cespe-2016) Um anel fino, circular e não condutor, com 30 cm de raio e carregado uniformemente com carga de 2 × 10-8 C, gira a 150 rotações por segundo em torno do eixo perpendicular ao plano do anel e passa pelo seu centro. Com base nessas informações, assinale a opção que apresenta corretamente a razão entre o valor do campo magnético B, gerado no centro do anel, e a permeabilidade magnética μ0 do vácuo.

A) 6 × 10^-6

B) 5 × 10^-6

C) 1,6 × 10^-6

D) 10 × 10^-6

E) 4 × 10^-6

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a razão entre o valor do campo magnético B, gerado no centro do anel, e a permeabilidade magnética μ_0 do vácuo. O procedimento resolver essa questão está baseada na aplicação da lei de Biot-Savart para a geometria em questão. Portanto, o passo a passo consistirá na dedução da fórmula para calcular a densidade de fluxo magnético que foi apresentada nesta seção do livro.

Nós deduzimos a fórmula para a densidade de fluxo magnético devido a um anel circular de corrente de raio "a" a uma distância "d" a partir do ponto médio contado ao longo da linha perpendicular ao anel, considerando a Fig. (3). Logo, deveríamos utilizar a seguinte relação:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2+d^2)^{3/2}} \boldsymbol{a_z}$$

No entanto, a questão solicita o valor de B gerado no centro do anel onde *R=a e d=0.* De acordo com o que foi estudado nesta seção, essas considerações nos levam a:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\text{a}} \boldsymbol{a_z}$$

Sabemos que a intensidade do campo magnético **H** está relacionada com a densidade de fluxo magnético **B** por meio da constante μ_0 de acordo com:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$$

Logo,

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}$$

Perceba que a razão entre o valor do campo magnético B, gerado no centro do anel, e a permeabilidade magnética μ_0 do vácuo é justamente a magnitude da intensidade de campo magnético H. Em termos de magnitude, temos que

$$\frac{B}{\mu_0} = H = \frac{I}{2\text{a}}$$

Segundo os dados fornecidos no enunciado, ainda precisamos determinar a corrente elétrica que circula no anel. A corrente é dada pela variação da quantidade de carga elétrica por um determinado período. Sabendo que a frequência é o inverso do período, temos:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = Q \cdot f$$

$$I = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 150 = 300 \cdot 10^{-8} A$$

Considerando que o raio do anel equivale a 0,3 m, a intensidade de campo magnético é

$$H = \frac{I}{2\text{a}} = \frac{300 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 0{,}3} = 5 \cdot 10^{-6}\ A/m$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

Você poderia deduzir a fórmula (que já realizamos previamente na seção deste capítulo) no momento de sua prova. No entanto, você perderia um tempo precioso que poderia ser utilizado em alguma outra questão. Então, veja o quanto é importante você memorizar as fórmulas para as principais e mais comuns geometrias. É claro que você deve entender todo o procedimento primeiramente.

1.2. Lei circuital de Ampère

Na seção anterior, aprendemos como calcular a densidade de fluxo magnético usando a lei de Biot-Savart. O uso dessa lei implicava na resolução de integrais que para alguns problemas podem se tornar extremamente complexas. A lei de Ampère surge como uma solução para este problema, já que é possível determinar a solução direta sem o cálculo de integrais!

A **lei circuital de Ampère** estabelece que a integral de linha da componente tangencial de **H** em torno de um caminho fechado é igual à corrente líquida $\mathbf{I}_{env}$ envolvida pelo caminho.

Assim, temos que a lei circuital de Ampère é formulada como:

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = I_{env}$$

Ou seja, ela estabelece que a soma dos produtos das componentes de **H** que são tangentes a um contorno fechado pelos comprimentos diferenciais do contorno irá fornecer a corrente resultante que passa através da superfície envolvida por esse contorno.

A lei de Ampère é similar a lei de Gauss para o campo elétrico e é de fácil aplicação para determinar **H**, quando a distribuição de corrente é simétrica. É claro que ela é sempre válida independentemente da simetria, mas se torna útil apenas neste caso.

Vamos agora falar um pouco sobre a corrente!

Simplificadamente, a **corrente elétrica** é o **fluxo de cargas livres**. Considerando um material condutor, os elétrons estão livres para se mover sob a influência de um campo elétrico. Podemos descrever a corrente com o vetor densidade de corrente J (A/m^2). Portanto, a corrente total que flui por uma superfície S pode ser obtida pela seguinte relação:

$I_{env} = \int_S \boldsymbol{J} \cdot ds$

Por meio do produto escalar entre o vetor densidade de corrente **J** e o diferencial de área dS, concluímos que a componente de **J** paralela à superfície não contribui em nada para o fluxo de corrente através dela. Apenas a componente perpendicular à superfície contribui para o fluxo de corrente.

Como possuímos o termo I_{env} na lei de Ampère, podemos reescrevê-la da seguinte maneira:

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{J} \cdot ds$$

Aplicando o teorema de Stokes no lado esquerdo da equação temos:

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot dS$$

Portanto,

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot dS = \int_S \boldsymbol{J} \cdot ds$$

Comparando as integrais de superfície, temos uma dedução de uma das equações de Maxwell dada por:

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$$

Por meio da **lei de Ampère na forma diferencial**, podemos observar que $\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} \neq 0$. Assim, o **campo magnético não é conservativo**!

Para entender como podemos aplicar a lei de Ampère, devemos compreender que:

A **versatilidade dessa lei** é que podemos **escolher o caminho que contornará o elemento condutor**!

Devemos escolher sempre o contorno de forma que **o campo H seja tangente (ou paralelo)** a qualquer ponto do contorno escolhido. Assim, **removeremos o produto escalar da integral** (cos 0°=1) e o integrando dependerá apenas dos módulos dos vetores. Teremos então a seguinte simplificação:

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \oint_C Hdl$$

Também devemos escolher o contorno de forma que a magnitude de **H** seja sempre constante (independentemente da posição) para que ela possa ser removida da integral. Dessa forma, teremos a seguinte relação:

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = H \oint_C dl$$

Note que o " pulo do gato" está justamente no fato da precisarmos apenas calcular o comprimento do contorno escolhido para determinar a magnitude de **H** e consequentemente de **B.**

A lei de ampère pode ser reescrita na forma abaixo, quando consideramos o vetor densidade de fluxo magnético B, ao invés do vetor intensidade de campo H, e bobinas (solenídes ou toroides) que possuem *N* número de espiras.

$$\oint_C \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 NI$$

Perceba que substituímos H por B/μ_0 e a corrente envolvida I_{env} por NI já que devemos considerar o número de espiras da bobina em questão.

O exemplo a seguir mostrará como podemos calcular H e B de maneira mais fácil e rápida utilizando a lei de Ampère chegando na mesma relação obtida na seção anterior.

Aplicaremos a lei de Ampère em um condutor filamentar retilíneo infinitamente longo.

1.2.1. Condutor filamentar retilíneo pela lei de Ampère

Considere a Fig. (4) como o exemplo para a determinação da intensidade de campo magnético devido a uma linha de corrente de comprimento infinito.

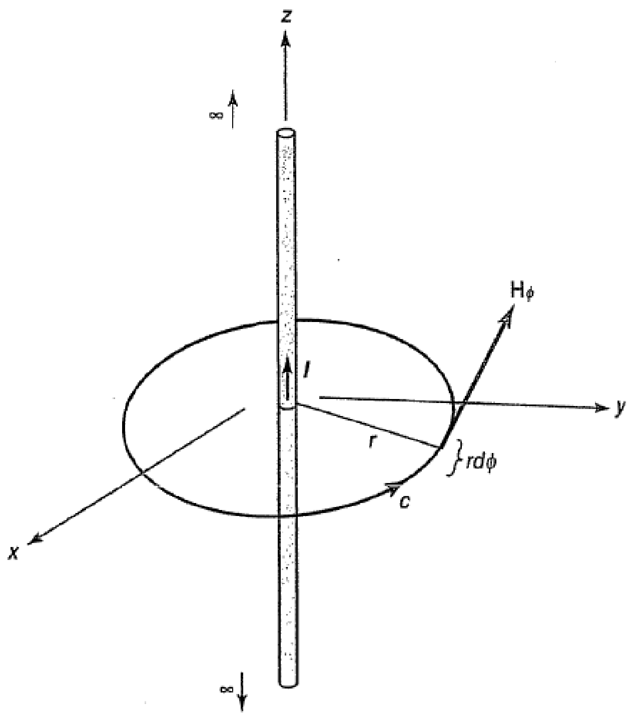


Figura 4-Linha infinita de corrente (lei de Ampère). Fonte: Clayton Paul (2006).

Continuamos a considerar que o elemento de corrente está localizado ao longo do eixo z. Por simetria, o campo magnético está na direção ϕ por toda parte e ele é constante ao longo de uma circunferência perpendicular à linha. Dessa forma, escolhemos propositalmente o contorno *c* como uma circunferência de raio r paralela ao plano xy. Considerando as propriedades descritas anteriormente da lei de Ampére, nós podemos remover o produto escalar e *H* da integral. Temos então:

$$H \oint_C dl = I$$

A integral de linha no contorno escolhido equivale justamente ao perímetro da circunferência que envolve o elemento de corrente. Portanto,

$$\oint_C dl = 2\pi r$$

O vetor intensidade de campo magnético equivale a:

$$\boldsymbol{H} = \frac{I}{2\pi r}\boldsymbol{a_\phi}$$

Sabendo que $\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$, então

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\boldsymbol{a_\phi}$$

Aplicando a lei de Ampère, perceba que conseguimos deduzir a mesma expressão do exemplo da seção anterior para a densidade de fluxo magnético de maneira muito mais fácil!

Da mesma forma, podemos deduzir as expressões de **B** para outras geometrias. A seguir, a questão comentada trata de uma geometria muito comum e frequentemente exigida nas provas. Dessa maneira, vamos analisá-la com carinho e atenção!

(Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Sckow-CESGRANRIO-2014) Um núcleo magnético toroidal tem raio médio de 20 cm, seção reta circular com rio de 2 cm e permeabilidade relativa μ_r=1000. Esse núcleo é enrolado com 2500 espiras de fio condutor através das quais circula uma corrente constante de I[A]. O valor da corrente I, em ampères, para produzir, no núcleo um fluxo magnético de $2\pi 10^{-6}$[Wb] é:

Considere $\mu_0=4\pi 10^{-7}$[H/m]

A) 1,5 × 10^-2

B) 2,0 × 10^-3

C) 5,0 × 10^-3

D) 8,0 × 10^-3

E) 9,0 × 10^-2

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a corrente elétrica que circula em um núcleo toroidal que produz um determinado fluxo magnético.

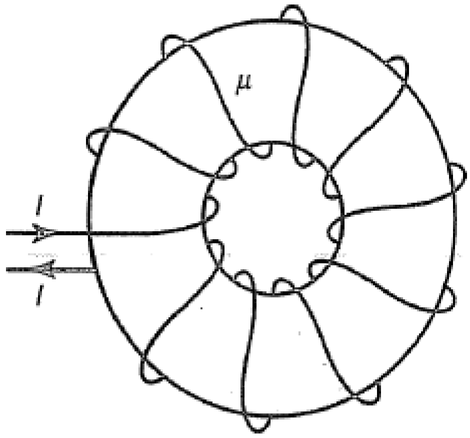
Perceba que ainda não estudamos sobre o fluxo magnético gerado por um campo magnético. No entanto, o procedimento para resolver essa questão é justamente a aplicação direta da lei circuital de Ampère que estudamos nessa seção do capítulo. Como ela é uma questão muito boa para demonstrar a você a aplicação dessa lei, eu resolvi colocá-la como exemplo.

Não se preocupe, pois o importante é que você compreenda como procederemos para aplicar a lei circuital de Ampère. Na próxima seção, eu introduzirei o fluxo magnético de maneira mais aprofundada.

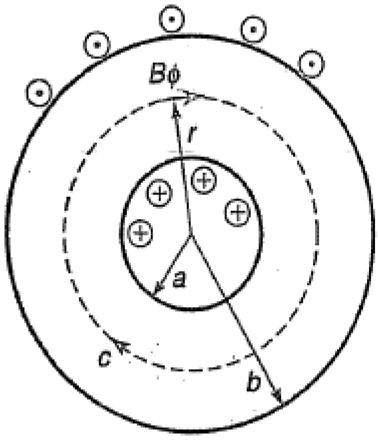
Conforme estudamos nessa seção do capítulo, devemos escolher sempre o contorno de forma que o campo **H** seja tangente (ou paralelo ao comprimento *dl*) a qualquer ponto dele. Assim, removeremos o produto escalar da integral (cos 0°=1) e o integrando dependerá apenas dos módulos dos vetores.

Devemos também escolher o contorno de forma que a magnitude de **H** seja sempre constante (independentemente da posição) para que ela possa ser removida da integral.

A figura abaixo representa um núcleo magnético toroidal que é a geometria especificada no enunciado da questão.



Observe que as espiras do fio estão enroladas compactadamente no núcleo e, portanto, a densidade de fluxo magnético está circunferencialmente orientada ao longo do núcleo conforme mostrado na figura a seguir.



Essa geometria sugere escolher o contorno *c* da lei de Ampère como uma circunferência de raio r. Dessa forma, o vetor campo magnético é tangente a esse contorno e é constante em todo os pontos ao logo dele. Assim, a lei de àmpere se resume a:

$$H \oint_C \, dl = I_{env}$$

Analisando a primeira parte da equação, verificamos que o comprimento do contorno *c* é dado pelo perímetro da circunferência. Dessa maneira, temos que

$$H \oint_C \, dl = H \cdot 2\pi r$$

Analisando a segunda, devemos considerar que a corrente envolvida percorre as N espiras que envolvem o núcleo toroidal. Dessa forma, temos que

$$I_{env} = NI$$

Reescrevendo a lei de Ampére,

$$H \cdot 2\pi r = NI$$

Agora vamos aplicar a relação entre a intensidade do campo magnético H e a densidade de fluxo magnético B. Conforme você pode notar no enunciado da questão, é fornecido o valor de μ_r (que é a permeabilidade relativa do material magnético do núcleo). Vamos comentar sobre a permeabilidade relativa na seção 2.5 da aula, de forma mais aprofundada. De qualquer forma, como essa é uma ótima questão para aplicar a lei circuital de Ampère, vamos trabalhar com esse termo.

Adianto que quando tratarmos de um material magnético, temos que nos referir à permeabilidade desse material e não apenas à permeabilidade magnética do vácuo. Essas propriedades podem ser relacionadas por meio da permeabilidade relativa (apenas, uma forma de comparação) e, por meio dela, podemos classificar os materiais magnéticos!

À priori, sabemos que a **densidade de fluxo magnético** se relaciona com a **intensidade do campo magnético** por meio da seguinte equação:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$$

No entanto, agora vamos considerar a permeabilidade magnética do material que constitui o núcleo! Temos então:

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$$

Onde μ representa a permeabilidade dos materiais magnéticos lineares. Ela pode ser expressa em termos de μ_r que é o seu valor relativo ao do vácuo μ_0 . Assim,

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

Considerando os valores fornecidos no enunciado da questão temos que:

$$B = \mu H$$

$$\frac{B}{\mu} \cdot 2\pi r = NI$$

Isolando B, chegamos a uma expressão para a densidade de campo magnético em um raio médio r para um núcleo toroidal de N espira. Dessa maneira,

$$B(r) = \frac{\mu NI}{2\pi r}$$

Fique atento para o seguinte:

Para um dado valor de *r*, o valor de *B* será constante no caminho delimitado por uma circunferência. No entanto, se *r* variar *B* também vai mudar de valor. Ou seja, o campo magnético B varia seu valor conforme variamos o raio r no núcleo.

O objetivo da questão é determinar a corrente *I.* No entanto, o valor de B não foi fornecido pelo enunciado! Como poderemos determiná-lo para posteriormente calcular o valor da corrente?

Considere de forma antecipada, que

$$\psi = \int_S \ \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

E como ***B*** é constante e perpendicular à área da seção transversal da toroide, temos

$$\psi = B \int_S \ dS = B\pi r_s^2$$

$$B = \frac{\psi}{\pi r_s^2}$$

Substituindo os valores fornecidos pelo enunciado,

$$B = \frac{2\pi 10^{-6}}{\pi(0{,}02)^2} = 5 \cdot 10^{-3} \ \ Wb/m^2$$

Isolando a corrente na equação do campo magnético para um raio médio *r*, temos

$$I = \frac{2\pi r B}{\mu N}$$

Para essa questão, lembre-se que:

$$\mu = \mu_r \mu_0 = 10^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}$$

Substituindo os valores,

$$I = \frac{2\pi \cdot 0{,}2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2500} = 2 \cdot 10^{-3} \quad A$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

Note que a vantagem de utilizar a lei de Ampère para resolver a questão está justamente no fato de precisarmos apenas calcular o comprimento do contorno escolhido para determinar a magnitude de *H* e consequentemente de *B*.

1.3. Densidade de fluxo magnético

Conforme foi adiantado anteriormente, a densidade de fluxo magnético **B** está relacionada com a intensidade do campo magnético **H** por meio da seguinte relação:

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$$

A constante μ_0 é denominada como a constante de permeabilidade do espaço livre. Ela é dada em henry/metro (H/m) e equivale a:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$$

A densidade de fluxo magnético também pode ser relacionada com o fluxo magnético. Por definição, **o fluxo do campo magnético *B*** através de uma superfície orientada ***dS*** é calculado como a integral do produto escalar entre estes dois vetores. Dessa forma, temos que

$$\psi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

Onde o fluxo magnético ψ é dado Wb (webers) e a densidade de fluxo em Wb/m^2.

A unidade tesla T se refere a densidade de fluxo magnético, sendo que 1 Tesla equivale a 1×10^4 Gauss.

Querido(a) aluno(a),

Eu preciso que você fique atento a um ponto muito importante dessa definição!

O campo magnético que atravessa a superfície forma um ângulo θ com o elemento infinitesimal de área d**S** (**que é normal à superfície)**, conforme pode ser visualizado na Fig.(5).

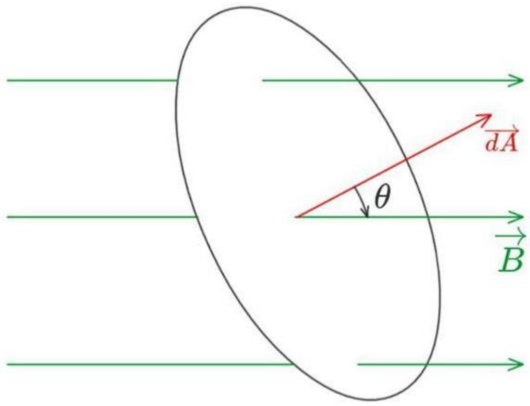


Figura 5- Ângulo formado entre o vetor campo magnético e o vetor normal à superfície.

Portanto, quando um campo magnético incide de forma perpendicular à superfície, o fluxo magnético atinge seu valor máximo, pois a área efetiva por onde ele atravessa é a maior possível. Perceba que, nessa situação, o vetor d**S** normal à superfície formará um ângulo de 0° com o vetor densidade de fluxo magnético d**B**. Assim, o cosseno de 0° será igual a um e, consequentemente, o produto escalar poderá ser removido da equação.

No outro extremo, existe a possibilidade do vetor ***dS*** formar um ângulo de 90° com o vetor **B**. Logo, a área efetiva por onde o fluxo magnético deveria atravessar será nula (cos 90°=0) com relação ao campo magnético que incide sobre a superfície.

Dessa forma, podemos concluir que, quando uma questão especificar que um vetor densidade de fluxo magnético incide sobre uma superfície de forma **perpendicular**, basta considerar o produto entre a magnitude de **B** e a área da superfície. Se o ângulo entre eles for fornecido, aí você deverá considerar o cosθ.

É importante ressaltar que cargas magnéticas isoladas não são conhecidas, o que se difere das cargas elétricas! Um imã, mesmo que seja dividido várias e várias vezes, sempre possuirá um pólo sul e um pólo norte.

A linha de fluxo magnético não tem início e nem fim e nunca se cruzam independentemente da distribuição de corrente.

A linha de fluxo magnético é o caminho em relação ao qual **B** é tangente em cada ponto na região do campo magnético. A orientação de **B** é tomada como a indicada pelo "norte" da agulha de uma bússola.

Em um campo eletrostático, o fluxo que passa através de uma superfície fechada é igual à carga pontual. Então é possível ter uma carga elétrica isolada! Assim, as linhas de fluxo elétrico não são necessariamente fechadas.

No entanto, com relação ao fluxo magnético podemos afirmar que:

As linhas de fluxo magnético sempre **são fechadas** e isto se deve ao fato de que **não é possível ter um pólo magnético isolado**. Consequentemente, uma carga magnética isolada não existe!

Portanto, o fluxo total através de uma superfície fechada em u campo magnético é nulo! A lei de Gauss para o campo magnético estabelece que:

$$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0$$

Atente-se para o fato de que as linhas de campo magnético devem sempre formar caminhos fechados, diferentemente das linhas de campo elétrico que começam em cargas positivas e terminam em cargas negativas.

Embora o campo magnetostático não seja conservativo, **o fluxo magnético se conserva**. Aplicando o teorema da divergência na lei de Gauss para campos magnéticos encontramos a quarta equação de Maxwell. Logo,

$$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \nabla \cdot \boldsymbol{B} \, dv = 0$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

(Pref. Manaus-JOVENS-2010) Uma superfície circular de diâmetro igual a $2/\sqrt{\pi}$ cm é submetida a um campo magnético B=10 T, que incide sobre uma superfície com um ângulo $\theta = \pi/3$ rad. Assinale opção que apresenta o fluxo magnético ϕ.

(A) 5 Wb

(B) 0,004 Wb

(C) 20 Wb

(D) 0,0005 Wb

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o fluxo magnético em uma superfície circular submetida a um campo magnético. O procedimento para resolver essa questão consiste em simplesmente aplicar a fórmula do fluxo magnético. Logo,

$$\psi = \int_S \ \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

No entanto, devemos observar que o enunciado da questão especifica que o campo magnético constante incide sobre a superfície com um ângulo $\theta = \pi/3$ rad. Ou seja, **B** forma um ângulo de $\pi/3$ rad com o vetor d**S** (normal à superfície). Dessa forma, o produto interno entre B e dS equivale a:

$$\psi = \int_S \ BdScos\theta$$

Como os termos B e dS são constantes, eles podem sair da integral, logo

$$\psi = Bcos\theta \int_S \ dS$$

A integral se resume à área da seção circular sob a qual o campo magnético incide com uma inclinação. Assim,

$$\psi = Bcos\theta A_S$$

Agora, apenas substituímos os valores fornecidos pelo enunciado para determinar o fluxo magnético.

$$\psi = 10 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot 10^{-4} = 5^{-4} \ Wb$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

Essa questão exigiu um detalhe muito importante ao especificar que o campo magnético não incidia sobre a superfície de forma perpendicular. Considerar o campo magnético perpendicular à superfície é muito comum. Nesse caso, consideramos que o *cos 0°* equivale a um, pois o vetor B e dS são paralelos. Consequentemente, o fluxo magnético atingiria seu valor máximo. Logo, mantenha-se atento ao ler o enunciado de cada questão.

Também se lembre de converter corretamente as unidades! As áreas e os comprimentos devem ser considerados em metro.

1.4. Equações de Maxwell (campos estáticos)

Nós apresentamos duas das quatro equações de Maxwell para campos magnetostáticos. Vamos relembrar nessa seção das outras duas (campos eletrostáticos) por meio de um esquema que mostra a relação entre elas na forma diferencial e integral.

É importante ressaltar que a escolha entre a forma diferencial e integra depende da formulação do problema e que as equações apresentadas foram modeladas apenas para campos estáticos!

EQUAÇÕES DE MAXWELL	FORMA INTEGRAL	FORMA DIFERENCIAL
Lei de Gauss da eletrostática	$\oint_S \boldsymbol{D} \cdot d\boldsymbol{S} = \int_V \rho_V dV$	$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_V$
Lei de Gauss da magnetostática	$\oint_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S} = 0$	$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$
Conservação de campo eletrostático	$\oint_L \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$	$\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$
Lei de Ampére	$\oint_L \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{J} \cdot d\boldsymbol{S}$	$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}$

1.5. Movimento da Carga no campo magnético

Existem algumas maneiras da força provocada por campos magnéticos se manifestarem:

- Movimento de partículas carregadas em um campo magnético **B**;
- Presença de um elemento de corrente em um campo externo **B;**
- Interação entre dois elementos de corrente;

Comentaremos de forma mais aprofundada sobre o primeiro caso.

Conforme foi estudado em fundamentos de eletricidade, um campo elétrico exerce uma força em uma carga pontual Q equivalente a:

$$\overrightarrow{F_e} = Q\vec{E}$$

De forma análoga, uma carga pontual movendo-se a uma velocidade *v* em um campo magnético **B** irá ter uma orça exercida sobre ela de:

$$\overrightarrow{F_m} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

Tenha em mente que um campo magnético somente pode exercer força sobre uma carga em movimento. Partícula em repouso no campo magnético, estando carregada ou não, vai permanecer em repouso. Newton já dizia: O corpo em repouso, enquanto a força resultante for nula, permanece em repouso.

Lembre-se que o produto vetorial entre dois vetores é uma quantidade vetorial cuja magnitude é dada pela área do paralelogramo formado pelos dois vetores:

$$\vec{A} \times \vec{B} = |A||B|sen\theta\ \hat{n}$$

Onde θ é o ângulo formado entre os vetores $\vec{A}\ e\ \vec{B}$ e n é o vetor unitário perpendicular tanto a vetores $\vec{A}$ quanto a vetores $\vec{B}$.

Dessa forma, a Força magnética $\overrightarrow{F_m}$ é perpendicular tanto a $\vec{v}$ quanto a $\vec{B}$ devido ao produto vetorial.

Essa força é a força magnética que atua perpendicularmente ao plano contendo o vetor velocidade v e o vetor fluo magnético B. Por isso temos o produto vetorial entre os dois vetores!

Para uma carga *Q* em movimento na presença de um campo elétrico e magnético, a combinação das foças elétrica e magnética fornece a força resultante em uma partícula carregada, conhecida como a equação da **força de Lorentz**. Ela pode ser expressa da seguinte forma:

$$\overrightarrow{F_R} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$$

Como a partícula está em movimento, esse movimento pode ser retilíneo uniforme ou acelerado, certo?

Pois, bem... Lembre-se que, quando temos um movimento retilíneo uniforme (MRU), temos um movimento em linha reta com o valor da velocidade constante. A primeira lei de Newton nos diz que quando a força resultante é nula temos duas possibilidades: ou o corpo está em repouso ou a velocidade desse movimento é constante (MRU) enquanto a força resultante permanecer nula.

Dessa forma, se considerarmos uma velocidade constante da partícula, a força F_R deve ser nula e teremos o seguinte:

$$Q\vec{E} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

Essa expressão pode ser muito útil para resolvermos as questões. Ok?

1.6. Lei de Faraday e Lei de Lenz

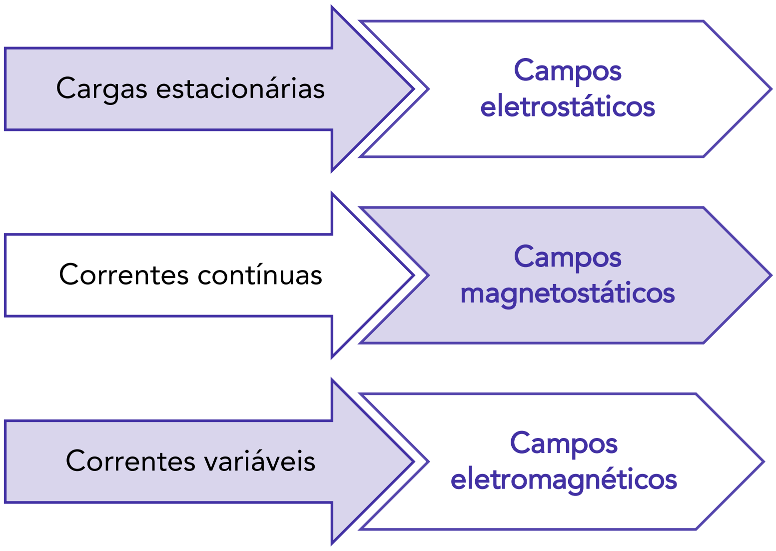
Para estudar a lei de Faraday, nós precisamos entrar na análise de campos eletromagnéticos variáveis no tempo. Nas seções anteriores, restringimos nossa análise aos campos estáticos, onde os campos elétricos e magnéticos eram independentes um do outro. No caso dos campos eletromagnéticos dinâmicos, os dois campos são interdependentes.

Um **campo elétrico variável no tempo** necessariamente produzirá um **campo magnético correspondente** também variável no tempo e vice e versa.

Os campos eletrostáticos são usualmente gerados por cargas elétricas estáticas, enquanto os campos magnetostáticos são gerados devido ao movimento das cargas elétricas com velocidade uniforme (corrente contínua) ou devido a cargas magnéticas estáticas (pólos magnéticos).

Entenda que agora o nosso estudo será estendido para o caso em que o movimento das cargas não é contínuo. Dessa forma, os campos magnéticos variáveis no tempo são gerados por cargas aceleradas ou por correntes variáveis, como por exemplo a corrente alternada.

Segue um esquema para que você tenha uma melhor compreensão entre campos estáticos e dinâmicos.



Raciocine comigo! Se uma corrente contínua produz um campo magnético, parece lógico que um campo magnético também produza corrente elétrica! Foi exatamente isso que Faraday pensou logo após a descoberta de Oersted. Assim,

Michael Faraday, em Londres, e Joseph Henry, em Nova York, descobriram que um campo magnético variável no tempo pode produzir eletricidade!

Evidencio que existe uma condição para que isso aconteça!

Apenas um campo magnético variável no tempo pode produzir uma tensão induzida (ou força eletromotriz) em um circuito. Logo, um campo magnetostático não produz fluxo de corrente. Foi assim que surgiu a famosa **lei de Faraday** que é definida como:

Em qualquer circuito fechado, a força eletromotriz (fem) induzida é igual a taxa de variação no tempo do fluxo magnético enlaçado pelo circuito.

Em termos algébricos, ela pode ser expressa como:

$$V_{fem} = -\frac{d\lambda}{dt} = -N\frac{d\psi}{dt}$$

Onde N é o número de espiras do circuito e ψ é o fluxo magnético em cada espira.

Note que o sinal negativo mostra que a tesão induzida age de tal forma que se opõe ao fluxo magnético. Dessa forma, podemos definir **a lei de Lenz** como:

> O **sentido do fluxo de corrente** no circuito é tal que **o campo magnético produzido pela corrente induzida se opõe ao campo magnético original**.

Frequentemente, a definição da lei de Faraday e da lei de Lenz caem em prova! Portanto, fique atento(a)!

Concluímos então que a lei de Faraday estabelece que qualquer fluxo magnético variante no tempo que atravessa uma superfície *S* limitada por um contorno *c* irá produzir uma fem no contorno de maneira similar a uma fonte de tensão.

Vamos agora relacionar lei de Faraday com os campos elétricos. Lembre-se que os campos elétricos estáticos são conservativos, logo

$$\oint_C \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = 0$$

Ou seja, a energia total despendida ao mover uma carga em torno de um caminho fechado é nula. No entanto, quando o movimento das cargas está variando com o tempo, uma tensão induzida é gerada em um caminho fechado *c*. Assim, temos uma força eletromotriz que se relaciona com o campo elétrico da seguinte forma:

$$fem = \oint_C \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

Considerando a relação entre a força eletromotriz e o campo elétrico, podemos reescrever a lei de Faraday associando o campo elétrico com o campo magnético, pois agora eles são interdependentes! Antes disso vale lembrar que definimos o fluxo magnético (seção 1.3) como:

$$\psi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

Dessa Maneira, a lei de Faraday se torna:

$$\boxed{\oint_C \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}}$$

O termo S representa a área superficial do circuito delimitado pelo caminho fechado L. Por essa equação, veja que tanto o campo elétrico quanto o magnético estão interrelacionados em uma situação de campos variáveis no tempo. Logo, a lei de Faraday é um resultado muito importante. A geração, transmissão e distribuição de energia não seriam possíveis sem ela.

A **variação do fluxo magnético** com o tempo pode ocorrer de três formas:

Variação do fluxo magnético

- Quando uma espira é estacionária em um campo magnético B variável no tempo.
- Quando a área de uma espira é variável no tempo em um campo magnético B estacionário.
- Quando a área d uma espira é variável no tempo em um campo magnético B também variável no tempo.

Vamos analisar de forma mais aprofundada o primeiro caso, que se refere à **força eletromotriz de um transformador**. Esse estudo terá importância, pois o terceiro capítulo deste livro se concentrará em estudar seu princípio de funcionamento bem como suas principais características e parâmetros.

1.6.1. Espira estacionária em um campo magnético B variável (fem do transformador)

Considere a Fig. (6), que representa a força eletromotriz induzida devido a uma espira estacionária imersa em um campo magnético **B** variável no tempo.

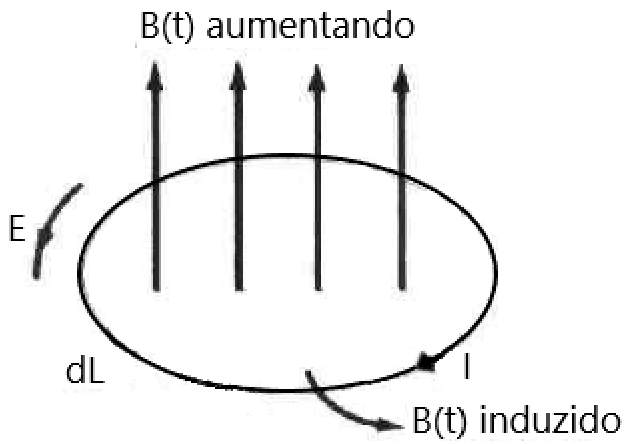


Figura 6-Fem induzida devido a uma espira estacionária em um campo magnético variável. Fonte: Sadiku (2012)

Devemos utilizar a lei de Faraday para relacionar os dois campos. Logo,

$$V_{fem} = \oint_C \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

A corrente variável no tempo é responsável por produzir o campo magnético **B** também variável no tempo! Aplicando o teorema de Stokes na integral do campo elétrico, temos:

$$\oint_S (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E}) \cdot d\boldsymbol{S} = \int_S -\frac{d\boldsymbol{B}}{dt} \cdot d\boldsymbol{S}$$

Para as duas integrais se igualarem, os integrandos devem ser iguais:

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{d\boldsymbol{B}}{dt}$$

Chegamos mais uma vez em uma das equações de Maxwell para campos variáveis no tempo!

Mas professora, o que quer dizer essa equação?!

Vamos então interpretá-la!

Essa equação estabelece que o campo elétrico variável no tempo não é conservativo! O que de forma alguma interfere na conservação da energia. Para esse sistema, o trabalho realizado para movimentar uma carga em um caminho fechado na presença de um campo elétrico variável no tempo é devido à energia do campo magnético variável.

Perceba que a corrente induzida I flui de forma a produzir um campo magnético que se opõe a **B**(t), assim a lei de Lenz ainda é obedecida.

(Centro Federal de Educação tecnológica Celso Suckow-CESGRANRIO-2014) Uma espira retangular com resistência elétrica de 5 Ω e área de 0,5 m² é colocada no interior de um campo magnético uniforme B[T]. Dado que o campo magnético é perpendicular ao plano da espira e que a intensidade

desse campo varia uniformemente à razão de 1 T/s, a corrente induzida nesse espira, em ampères é

A) 0,1

B) 0,2

C) 0,3

D) 0,4

E) 0,5

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a corrente induzida em uma espira retangular colocada no interior de um campo magnético uniforme.

Querido(a),

Pelo enunciado da questão, perceba que estamos lidando justamente como o caso de uma espira estacionária em um campo magnético variável no tempo, conforme estudamos nesta seção. Portanto, o procedimento para resolvermos essa questão consiste em aplicar a lei de Faraday considerando a geometria especificada pelo enunciado. Temos, então, que:

$$V_{fem} = \int_S -\frac{d\mathbf{B}}{dt} \cdot d\mathbf{S}$$

O campo magnético varia uniformemente a uma taxa de 1 T/s. Dessa forma,

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = 1\ T/s$$

Também segundo o enunciado, o campo magnético é perpendicular ao plano da espira, ou seja, o vetor **B** é paralelo ao vetor normal à superfície d**S**. O que resulta na remoção do produto escalar da integral, já que cos0°=1. Assim, o integrando dependerá apenas dos módulos dos vetores e, consequentemente, a magnitude da tensão induzida será igual a:

$$V_{fem} = \int_S 1dS = A_S = 0{,}5\ V$$

Considerando a lei de Ohm e a resistência elétrica da bobina, temos

$$I = \frac{V_{fem}}{R} = \frac{0{,}5}{5} = 0{,}1A$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

2. Circuitos Magnéticos

Este capítulo apresentará ferramentas fundamentais para a análise de sistemas que usam campos magnéticos e informações importantes sobre as propriedades dos materiais magnéticos utilizados em máquinas elétricas.

Vamos supor que, para os sistemas considerados neste livro, o termo da corrente de deslocamento das equações de Maxwell pode ser desconsiderado para as frequências e os tamanhos envolvidos.

Usando as leis de ampère e a lei de Gauss do magnetismo, as grandezas de um campo magnético podem ser determinadas usando apenas os valores instantâneos das correntes que lhe dão origem. As variações dos campos magnéticos no tempo resultam em variações das fontes no tempo conforme foi estudado no capítulo 1.

Outra simplificação importante é o conceito de circuito magnético, por meio do qual um problema de campo tridimensional pode ser reduzido resultando em soluções de exatidão aceitáveis na engenharia. Portanto, vamos estudar os circuitos magnéticos neste capítulo!

2.1. Introdução aos circuitos magnéticos

Começaremos com a conceituação de circuito magnético.

Um **circuito magnético** consiste em uma estrutura composta por um material de alta permeabilidade magnética, o qual **permite o confinamento do fluxo magnético em um caminho delimitado** pela sua estrutura.

A Fig.(7) apresenta um circuito magnético simples (como por exemplo o de um transformador) em que o núcleo do material possui uma permeabilidade magnética (μ) muito maior de que a do ar (μ_0).

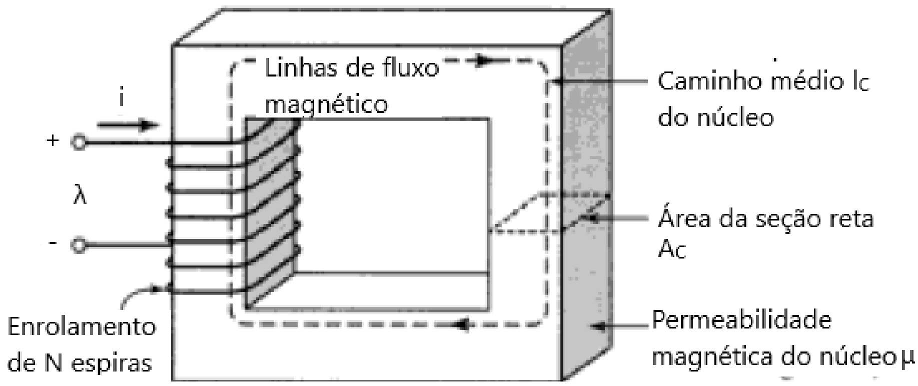


Figura 7-Circuito magnético. Fonte: Fitzgerald (2006).

O núcleo tem seção reta uniforme e é excitado por um enrolamento de N espiras e corrente elétrica i que produz um campo magnético no núcleo.

O fluxo magnético está confinado quase que inteiramente no núcleo devido à alta permeabilidade magnética do material. As linhas de campo seguem o caminho definido pelo núcleo e a densidade de fluxo é uniforme para uma seção reta também uniforme.

Agora, vamos explorar os termos mostrados na Fig.(7) com as lei fundamentais do eletromagnetismo estudadas no capítulo anterior.

Relembre (seção 1.3) que o fluxo magnético que atravessa uma superfície S é a integral de superfície da componente normal de **B**.

$$\psi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

A partir deste capítulo, vamos considerar uma nova terminologia para não haver confusão com o anterior. Dessa maneira, teremos que:

$$\phi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{da}$$

A densidade de fluxo magnético **B** é uniforme em uma seção reta de um circuito magnético, pois o fluxo magnético líquido que entra ou sai de uma superfície fechada é zero. Assim a equação acima se reduz a:

$$\boxed{\phi_c = B_c \cdot A_c}$$

Onde ϕ_c é o fluxo magnético, B_c é a densidade magnética de fluxo e A_c é a área da seção reta. Todos esses termos se referem ao núcleo magnético de permeabilidade μ.

Os transformadores e a maioria da máquinas rotativas tem no mínimo dois enrolamentos e *Ni* é dado pela soma algébrica de todos os enrolamentos.

Pela lei de ampère (seção 1.2), temos que:

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{J} \cdot ds = I_{env}$$

A **fonte do campo magnético do núcleo** é o produto de *Ni* (ampère-espiras) denominado de **força magnetomotriz** $\mathcal{F}$(Fmm) que atua no circuito magnético. Dessa maneira, a relação entre a Fmm que atua no circuito magnético e a intensidade de campo magnético é dado por:

$$\mathcal{F} = Ni = \oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l}$$

As dimensões do núcleo são tais que **o comprimento do caminho de uma linha de fluxo** qualquer é aproximadamente igual ao **comprimento médio do núcleo** l_c. Para simplificar, podemos considerar que a integral de linha também pode ser reduzida ao produto escalar entre o módulo de vetor intensidade de campo magnético e do comprimento médio total do núcleo. Logo,

$$\boxed{\mathcal{F} = Ni = H_c l_c}$$

Querido(a) aluno(a), ainda podemos reescrever essa equação considerando que a densidade de fluxo magnético **B** e a intensidade de campo magnético **H** se relacionam por meio da permeabilidade magnética de um determinado material que especificamente para nossa análise será a permeabilidade magnética do núcleo (seção 1.3). Temos então que:

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}$$

A permeabilidade dos materiais magnéticos lineares pode ser expressa em termos de μ_r que é o seu valor relativo ao do vácuo. Assim,

$$\mu = \mu_r\mu_0$$

Uma análise mais profunda sobre os materiais magnéticos ocorrerá na última seção deste capítulo, onde explanarei de forma mais detalhada (sem perder o nosso foco é claro!) as principais considerações sobre suas características. Dessa forma, vamos assumir que μ_r seja constante, embora a permeabilidade do material varie com a densidade de fluxo magnético. Essa simplificação é usual, pois o conceito de permeabilidade constante de um material gera resultados com uma exatidão aceitável na engenharia.

Tipicamente, os valores de μ_r variam entre 2000 a 80000 para os materiais usados em circuitos magnéticos, como por exemplo, em transformadores.

Agora, nós temos as principais relações (as três em destaque) para estudar o comportamento de um circuito magnético com ou sem entreferro conforme estudaremos na seção a seguir.

2.2. Análise de circuitos magnéticos

Considere as três equações que estão em destaque na seção. Vamos reescrever a força magnetomotriz primeiramente em função da densidade de fluxo magnético e posteriormente em função do fluxo magnético. O esquema a seguir apresenta o procedimento para chegar em uma equação que vai reger a análise de circuitos magnéticos.

$$\mathcal{F} = H_c l_c \Rightarrow H = \frac{B}{\mu}$$

$$\mathcal{F} = \frac{B}{\mu} l_c \Rightarrow B = \frac{\phi}{A_c}$$

$$\mathcal{F} = \frac{\phi}{\mu A_c} l_c$$

Dessa forma, a força magnetomotriz necessária para produzir um campo magnético em núcleo de permeabilidade magnética μ, área de seção reta A_c e comprimento médio l_c é dada por:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi \frac{l_c}{\mu A_c}$$

O termo que multiplica o fluxo magnético na equação é denominado relutância do núcleo formado pelo material magnético. Portanto, vamos definir a **relutância do núcleo $\mathcal{R}_c$** como:

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

Onde a relutância é dada em *Ae/Wb*.

Por mais que os transformadores sejam enrolados em núcleos fechados como o circuito da Fig.(7), outras máquinas elétricas, que contêm elementos móveis, incluem entreferros de ar em seus circuitos magnéticos. Um exemplo de circuito magnético com um entreferro de ar é apresentado na Fig. (8).

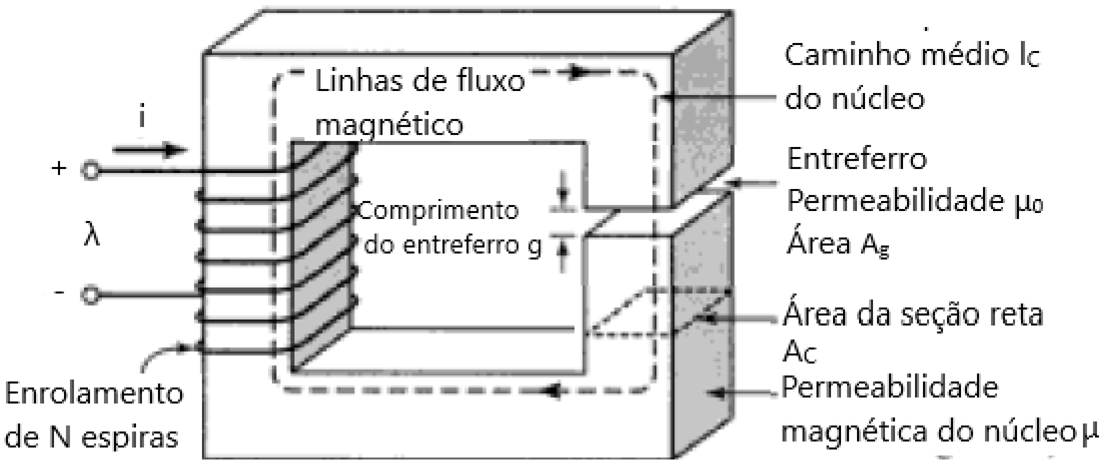


Figura 8- Circuito magnético com entreferro. Fonte: Fitzgerald (2006).

Quando o comprimento do entreferro (g) for muito menor do que as dimensões das faces adjacentes do núcleo, o fluxo magnético seguira o caminho definido pelo núcleo e pelo entreferro.

Dessa forma, a análise realizada anteriormente para o núcleo pode ser estendida ao entreferro. No entanto, quando o comprimento do entreferro é muito grande, o fluxo magnético é dispersado pelos lados e essa técnica de análise não poderá ser utilizada.

Desde que, o comprimento do entreferro *g* seja suficiente pequeno, o circuito magnético pode ser analisado como **componentes em série**, que se referem ao **núcleo magnético** do circuito e os **entreferros** existentes no circuito.

Logo, o circuito magnético da Fig.(8) pode ser analisado como dois componentes em série:

Um núcleo magnético de permeabilidade μ, área de seção reta A_c e comprimento médio l_c.

+

E um entreferro de permeabilidade magnética μ_0, área de seção reta A_g e comprimento g.

Por meio desta configuração, verificamos que parte da Fmm é necessária para produzir campo magnético no núcleo e a outra parte é destina a produzir campo magnético no entreferro. Assim, a força magnetomotriz necessária para produzir o campo magnético em um entreferro de permeabilidade magnética μ_0 , área de seção reta A_g e comprimento médio g é dada por:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi \frac{g}{\mu_0 A_g}$$

A **relutância do entreferro de ar $\mathcal{R}_g$** é definida como:

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g}$$

Agora podemos determinar uma única equação que considera a relutância do núcleo e a relutância do entreferro com a Fmm total aplicada ao circuito magnéticos. Portanto, **a equação geral de um circuito magnético que contém um entreferro de ar** é dada por:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi \left(\frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g} \right)$$

Em termos das relutâncias temos:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)$$

Perceba que a força magnetomotriz total do circuito magnético varia proporcionalmente com a sua relutância. Ainda podemos considerar que a relutância total seja dada pela soma das duas relutâncias. Dessa forma,

$$\mathcal{R}_T = (\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)$$

Logo,

$$\phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}_T}$$

Perceba que, apenas para a configuração do circuito magnético da Fig.(8), a relutância total será calculada por meio da soma entre as relutâncias do núcleo e do entreferro de ar. Para outros tipos de configuração, não necessariamente a relutância total resultante será calculada dessa maneira. Poderíamos também considerar relutâncias em paralelo!

A **permeância** de um circuito magnético é definida como o **inverso da relutância**!

Por meio da equação geral de um circuito magnético que considera um entreferro de ar, podemos verificar que **uma alta permeabilidade do material** ($\mu \to \infty$) resulta em **uma baixa relutância do núcleo**, que acaba se tonando muito inferior à relutância do entreferro.

Nesse caso, a relutância do núcleo pode ser desprezada e a relutância total do circuito pode ser aproximada como sendo equivalente à relutância do entreferro. O fluxo e a densidade de fluxo magnético podem ser obtidos apenas em termos das propriedades do entreferro. Logo,

$$\phi = Ni\frac{\mu_0 A_g}{\mathrm{g}}$$

Muitas questões de concurso exigem essa simplificação ao considerar que a permeabilidade do núcleo em questão seja muito alta. Portanto, lembre-se disso na hora de sua prova, pois essa consideração fará toda a diferença em sua análise.

(Tribunal Regional Federal da 3ª região-FCC-2007) Um circuito magnético de ferro com μr = 5 000, perímetro médio L = 40 cm e área da seção transversal A = 30 cm^2 tem relutância magnética aproximada, em A/Wb, de:

Considere μ_0=4π10^{-7}[H/m]

A) 4 700

B) 8 600

C) 12 000

D) 16 200

E) 21 200

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a relutância magnética de um circuito magnético com núcleo de ferro. O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a fórmula da relutância utilizando os dados fornecidos.

Perceba que o circuito magnético não possui entreferro e, assim, será necessário calcular apenas a relutância do núcleo que é dada por:

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

Lembre-se que:

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

Substituindo os valores fornecidos pelo enunciado da questão, temos

$$\mathcal{R}_c = \frac{40 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^3 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 30 \cdot 10^{-4}} = 21231 \approx 21200\ Ae/Wb$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

Fique atento com as unidades utilizadas. Geralmente, os comprimentos são fornecidos em centímetros e as áreas em centímetros ao quadrado. Dessa forma, elas devem ser convertidas para metro e metro quadrado. Um detalhe que pode fazer você errar a questão ou no mínimo perder tempo com ela.

2.3. Circuitos elétricos x Circuitos magnéticos

Observe que as equações definidas na seção anterior são análogas às relações entre corrente e tensão de um circuito elétrico. A comparação entre circuitos elétricos e magnéticos está ilustrada na Fig. (9).

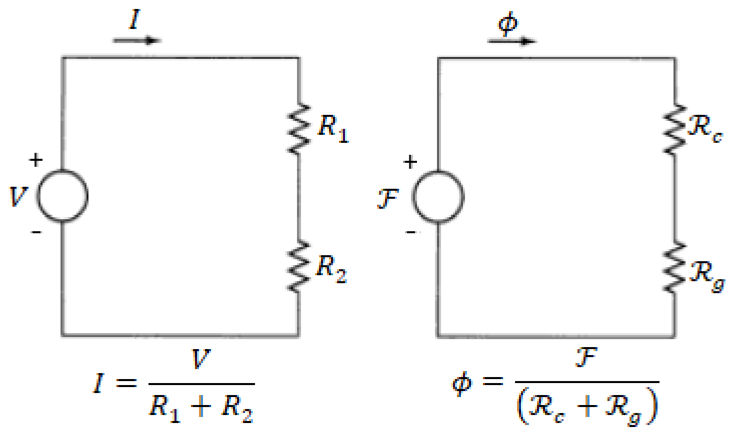


Figura 9-Analogia entre circuitos elétricos e magnéticos.

Perceba que a tensão V impulsiona a corrente i através dos resistores da mesma forma que a força magnetomotriz estabelece um fluxo ϕ através da combinação entre a relutância do núcleo ($\mathcal{R}_c$) e a relutância do entreferro ($\mathcal{R}_g$). De forma comparativa, a força magnetomotriz e o fluxo magnético do circuito magnético seriam representados respectivamente pela tensão e pela corrente do circuito elétrico correspondente.

Os **circuitos magnéticos** podem ser constituídos de múltiplos **elementos em série ou em paralelo**, analogamente aos circuitos elétricos.

Ainda estabelecendo uma comparação entre circuitos magnéticos e elétricos, podemos escrever a força magnetomotriz como:

$$\mathcal{F} = \oint \boldsymbol{Hdl}$$

$$\boxed{\mathcal{F} = \sum_k \mathcal{F}_k = \sum_k H_k l_k}$$

Onde $\mathcal{F}_k = H_k l_k$ é a queda da Fmm no k-ésimo elemento do laço. Isso pode ser comparado com a lei de Kirchhoff das tensões aplicada a um circuito elétrico.

$$V = \sum_k R_k i_k$$

Onde V é a tensão que impulsiona a corrente em uma malha e $R_k i_k$ é a queda de tensão no k-ésimo elemento resistivo do laço.

A lei de Kirchhoff das correntes afirma que a soma das correntes em um nó de um circuito elétrico é zero. Ela é dada por:

$$\sum_n i_n = 0$$

Similarmente, a soma dos fluxos em um nó de um circuito magnético também é zero. Logo,

$$\boxed{\sum_n \phi_n = 0}$$

O objetivo dessa comparação é a utilização de alguns conceitos já previamente utilizados na análise de circuitos elétricos. Dessa forma, podemos aplicar diretamente conceitos de circuitos elétrico para resolver circuitos magnéticos análogos.

A analogia entre circuitos elétricos e magnético está resumida no esquema abaixo!

ELÉTRICO	MAGNÉTICO
Condutividade σ	Permeabilidade μ
Intensidade de caampo E	Intensidade de campo H
Corrente $I = \int \boldsymbol{J} \cdot d\boldsymbol{S}$	Fluxo magnético $\boldsymbol{\psi} = \int \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$
Densidade de corrente $J = \frac{I}{S} = \sigma E$	Densidade de fluxo $B = \frac{\psi}{S} = \mu H$
Força eletromotriz (fem) V	Força magnetomotriz (fmm) $\mathcal{F}$
Resistência R	Relutância $\mathcal{R}$
Condutância $G = \frac{1}{R}$	Permeância $P = \frac{1}{\mathcal{R}}$
Lei de Ohm $R = \frac{V}{I} = \frac{l}{\sigma S}$	Lei de Ohm $\mathcal{R} = \frac{\mathcal{F}}{\psi} = \frac{l}{\mu S}$
Lei de Kirchhoff $\sum I = 0$ $\sum V - \sum RI = 0$	Lei de Kirchhoff $\sum \psi = 0$ $\mathcal{F} - \sum R\psi = 0$

É importante ressaltar algumas diferenças entre os circuitos magnéticos e os circuitos elétricos.

- Diferentemente de um circuito elétrico onde flui corrente, o fluxo magnético não flui.
- A condutividade elétrica de um material não é dependente da densidade corrente em um circuito elétrico, enquanto a permeabilidade magnética varia com a densidade de fluxo em um circuito magnético.

Em determinados casos, nós podemos ter a relutância do núcleo em série com a relutância do entreferro. Da mesma forma que ocorre nos circuitos elétricos, também pode acontecer de existir mais de um entreferro em um circuito magnético, o que resultará em relutâncias em paralelo. Um exemplo deste caso pode ser visualizado na Fig. (10).

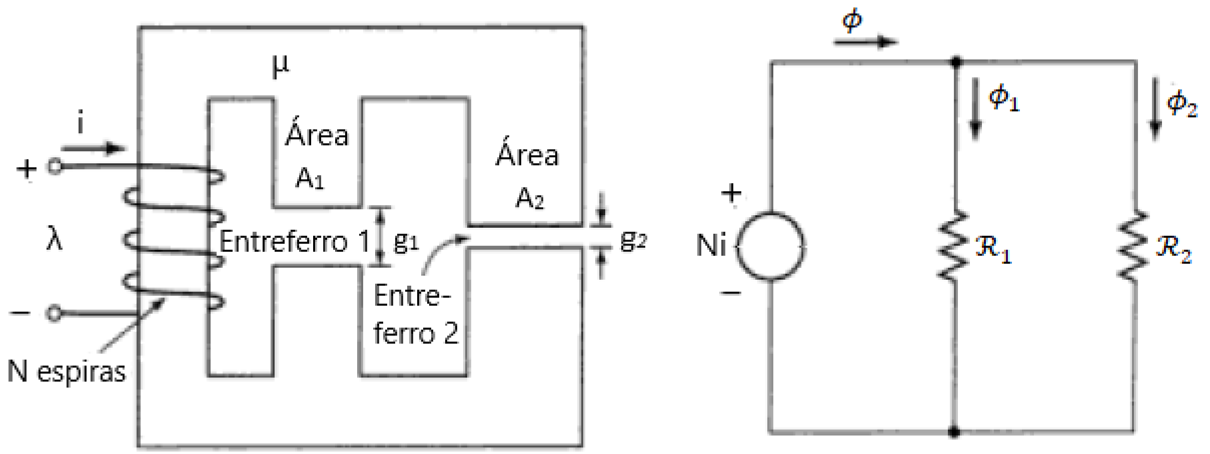


Figura 10-Circuito magnético e Circuito equivalente. Fonte: Fitzgerald (2006).

O circuito equivalente da Fig. (10) mostra que a relutância total é igual a combinação em paralelo das relutâncias dos dois entreferros. Portanto, devemos utilizar a regra do produto pela soma para resolver o circuito em questão da mesma forma que faríamos em um circuito elétrico.

A análise de um circuito magnético pode ser realizada seguindo os seguintes procedimentos:

Analise o circuito magnético, especificando a área, o comprimento médio e a permeabilidade reativa de cada parte do circuito. **1**

Desenhe o "circuito elétrico equivalente" para entender como o fluxo magnético está se comportando em cada ramo do circuito. **2**

Analise o circuito equivalente como um circuito elétrico, aplicando a lei de Kirchhoff das tensões ou dos nós. **3**

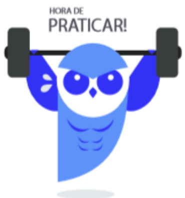
Calcule a relutância de cada braço do circuito com a finalidade de determinar a relutância total (elas estando em série ou em paralelo). **4**

Calcule o fluxo magnético ou a força magnetomotriz pela a equação geral do circuito magnético de acordo com o solicitado pela questão. **5**

Você deve ficar atento com relação ao comprimento médio a área da seção transversal que você vai considerar para calcular a relutância de uma determinada parte do circuito. Caso a relutância seja referenciada ao entreferro, então você utilizará apenas o comprimento g do entreferro.

Caso a relutância seja referenciada ao núcleo, então você deverá considerar o comprimento médio e a área transversal que o fluxo magnético percorre dentro do núcleo. Portanto, você deve tentar **visualizar** qual **caminho o fluxo magnético percorre dentro do material** para **determinar o comprimento médio** respectivo ao fluxo que você estará considerando.

A seguir, a questão comentada exemplificará o procedimento para analisar um circuito magnético e para determinar o comprimento médio percorrido pelo fluxo magnético em um circuito.



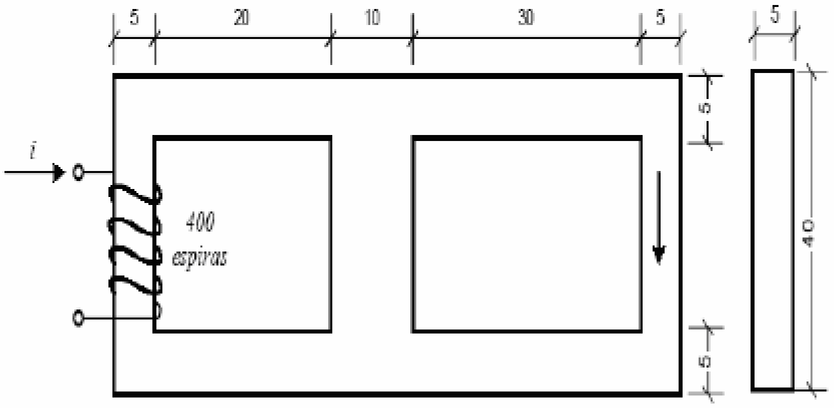
(Pref. Piracicaba-AOCP-2009) A estrutura magnética a seguir foi confeccionada com material magnético de permeabilidade relativa μ_r=4000. O número de espiras da bobina do enrolamento é de 400 espiras. Qual é a força magneto motriz (fmm) e a corrente da bobina para que haja uma densidade de fluxo magnético de 0,5 Wb/m_2 no braço direito da estrutura?

Dados:

As dimensões são expressas em centímetro;

Permeabilidade magnética no vácuo: $\mu_0=4\pi10^{-7}$ H/m

π=3,14



a) 400 Aesp e 1,7 A.

b) 255 Aesp e 1,3 A.

c) 762 Aesp e 1,9 A.

d) 400 Aesp e 0.5 A.

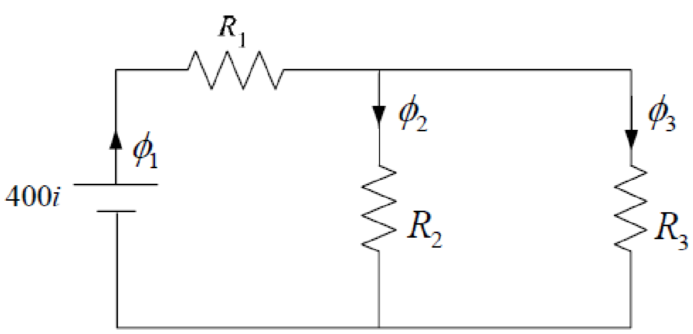
e) 762 Aesp e 0,5 A.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a força magnetomotriz (fmm) e a corrente na bobina para que haja uma determinada quantidade de densidade de fluxo magnético no braço direito da estrutura magnética apresentada.

O procedimento para resolver a questão consiste em construir um circuito elétrico análogo para analisar como o fluxo magnético se comporta em cada parte do circuito e, assim, determinar os termos exigidos na questão.

O circuito elétrico análogo ao circuito magnético da questão pode ser representado pela figura abaixo.



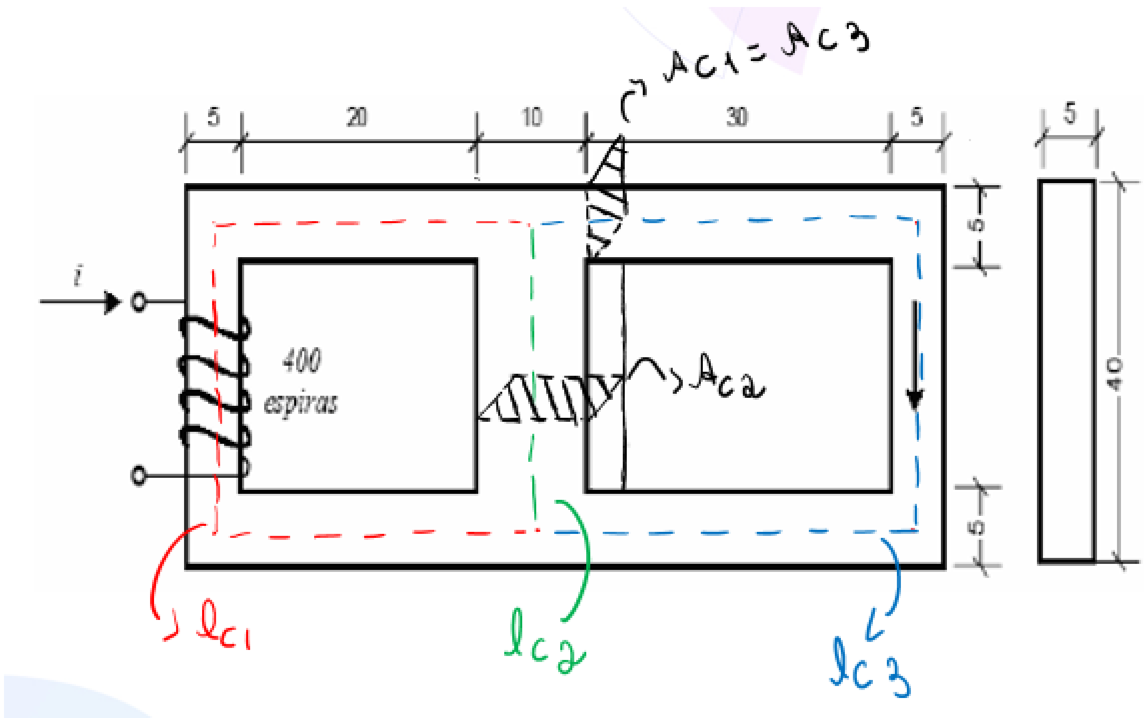
Perceba que não existe entreferro no circuito em questão, ou seja, apenas iremos considerar as relutâncias no núcleo magnético para cada parte específica do circuito. Observe também que , analogamente à corrente elétrica, o fluxo magnético se divide em cada braço do circuito de forma desigual devido ao fato de que as relutâncias em cada parte também são diferentes.

Conforme faríamos em um circuito elétrico, devemos primeiro determinar os valores da relutância em cada parte do circuito. A relutância do núcleo é dada por:

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu A_c}$$

Você deve ficar atento com relação ao comprimento médio e a área da seção transversal que você vai considerar para calcular a relutância. Com relação à relutância do núcleo, você deverá considerar o comprimento médio e a área que o fluxo magnético percorre dentro do núcleo. Portanto, você deve tentar visualizar qual caminho o fluxo magnético percorre dentro do material para determinar o comprimento médio respectivo ao fluxo que você estará considerando.

Mas você deve ficar atento que é um comprimento médio... Então, deve considerar uma linha tracejada no "meio do caminho"... Na figura abaixo, eu especifiquei qual caminho deve ser considerado para cada relutância, bem como a área da seção transversal. Perceba que o enunciado fornece tanto as cotas da vista frontal quanto as da lateral para que assim seja possível calcular os parâmetros requeridos.



Vamos determinar a relutância especificando o comprimento médio e a área da seção transversal em cada parte do circuito.

Relutância 1:

$$l_{c1} = 2(2{,}5 + 20 + 5) + 35 = 90\ cm = 90 \cdot 10^{-2} m$$

$A_{c1} = 5 \cdot 5 = 25\ cm^2 = 25 \cdot 10^{-4} m^2$

$\mathcal{R}_1 = \frac{l_{c1}}{\mu A_{c1}} = \frac{90 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^3 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 7{,}16 \cdot 10^4 Ae/Wb$

Relutância 2:

$l_{c2} = 40 - (2 \cdot 2{,}5) = 35\ cm = 35 \cdot 10^{-2} m$

$A_{c2} = 10 \cdot 5 = 50\ cm^2 = 50 \cdot 10^{-4} m^2$

$\mathcal{R}_2 = \frac{l_{c2}}{\mu A_{c2}} = \frac{35 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^3 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^{-4}} = 1{,}39 \cdot 10^4 Ae/Wb$

Relutância 3:

$l_{c3} = 2(5 + 30 + 2{,}5) + 35 = 90\ cm = 110 \cdot 10^{-2} m$

$A_{c3} = 5 \cdot 5 = 25\ cm^2 = 25 \cdot 10^{-4} m^2$

$\mathcal{R}_3 = \frac{l_{c1}}{\mu A_{c1}} = \frac{110 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^3 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 8{,}75 \cdot 10^4 Ae/Wb$

Com a relutância de cada parte já definida, podemos calcular o fluxo magnético no braço direito (ϕ_3) do circuito dado que o enunciado da questão informa o valor da densidade de fluxo magnético nessa parte.

$\phi_3 = B \cdot A_{c3} = 0{,}5 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 12{,}5 \cdot 10^{-4} Wb$

Considerado que a relutância $\mathcal{R}_2$ e a relutância $\mathcal{R}_3$ estão sob a mesma " tensão" (força magnetomotriz, no caso do circuito magnético), então podemos calcular o fluxo magnético ϕ_2 para determinar o fluxo ϕ_1. Logo,

$\mathcal{F}_{AB} = \phi_2 \mathcal{R}_2 = \phi_3 \mathcal{R}_3$

$\phi_2 = \frac{\phi_3 \mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_2} = \frac{12{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 8{,}75 \cdot 10^4}{1{,}39 \cdot 10^4} = 78{,}6 \cdot 10^{-4}\ Wb$

O fluxo magnético ϕ_1 é justamente a soma do fluxo ϕ_2 e ϕ_3. Assim,

$\phi_1 = \phi_2 + \phi_3$

$\phi_1 = 78{,}6 \cdot 10^{-4} + 12{,}5 \cdot 10^{-4} = 91{,}2 \cdot 10^{-4}\ Wb$

Com esses valores determinados podemos calcular a força magnetomotriz total do circuito magnético.

$\mathcal{F} = \phi_1 \mathcal{R}_1 + \phi_2 \mathcal{R}_2$

Note que consideraremos apenas "queda de tensão" na relutância $\mathcal{R}_1$ e na relutância $\mathcal{R}_2$ para calcular a força magnetomotriz total, pois a relutância $\mathcal{R}_2$ está sob a mesma "tensão" que a $\mathcal{R}_3$. Ou seja, estamos considerando a lei de Kirchhoff das tensões. Dessa forma temos que

$$\mathcal{F} = (91{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot 7{,}16 \cdot 10^{4}) + (78{,}6 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}39 \cdot 10^{4})$$

$$\mathcal{F} = 762{,}24\ Ae$$

Como,

$$\mathcal{F} = Ni$$

Então,

$$i = \frac{\mathcal{F}}{N} = \frac{762{,}24}{400} = 1{,}9\ A$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Observe que, para resolver essa questão, foi fundamental a analogia entre circuitos elétricos e magnéticos. Essa questão possui um nível de complexidade maior, que traz uma bagagem importante para que você compreenda o conteúdo e o procedimento para resolver questões desse tipo.

Perceba também que o circuito magnético poderia ter um entreferro. Neste caso, você apenas adicionaria mais uma relutância ao circuito elétrico análogo.

2.4. Fluxo concatenado, indutância e energia

Conforme estudamos na seção 1.5 deste livro, a lei de Faraday pode ser expressa como:

$$V_{fem} = -\frac{d\lambda}{dt} = -N\frac{d\psi}{dt}$$

Onde N é o número de espiras do circuito, ψ é o fluxo magnético em cada espira e λ é o fluxo concatenado do enrolamento.

O fluxo concatenado é medido em webers-espiras e é definido como:

$$\lambda = N\psi$$

Trocando a simbologia utilizada para o fluxo magnético de ψ para ϕ, temos igualmente que:

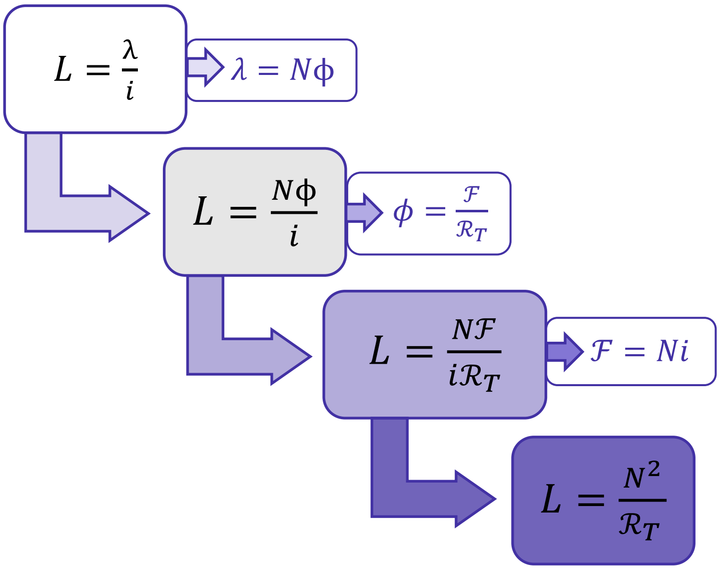
$$\lambda = N\phi$$

Em um circuito magnético composto de material de permeabilidade constante ou que possua um entreferro dominante, a relação entre φ e i será linear e assim poderemos definir a **indutância *L*** como:

$$L = \frac{\lambda}{i}$$

A indutância é medida em Henry (H) ou weber-espiras por ampère.

A equação para a indutância de um circuito magnético pode ser reescrita considerando-se a definição de fluxo concatenado, a definição de fluxo magnético e força magnetomotriz que foram apresentadas nas seções anteriores conforme o procedimento a seguir.



Logo, teremos que:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_T}$$

Uma fórmula de grande utilidade, dado que as questões de concursos exigem com frequência o cálculo da indutância de um enrolamento.

A indutância de um enrolamento em um circuito magnético é proporcional ao quadrado das espiras e inversamente proporcional à relutância do circuito magnético associado a esse enrolamento.

Vamos trabalhar com uma simplificação usual supondo que a relutância do núcleo seja mínima com relação à relutância do entreferro. Desprezando a relutância do núcleo e considerando apenas a relutância do entreferro, a indutância do enrolamento será dada por:

$$L = \frac{N^2}{g/\mu_0 A_g} = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{g}$$

É importante ressaltar que o conceito de indutância requer uma relação linear entre o fluxo e a força magnetomotriz. Portanto, ela não pode ser aplicada a materiais magnéticos que possuam características não-lineares.

Agora vamos comentar um pouco sobre a energia magnética armazenada em um circuito magnético, pois ela pode ser exigida em sua prova.

A potência nos terminais de um enrolamento é uma medida da taxa com que o fluxo de energia flui para dentro do circuito. Como a potência é determinada pelo produto da tensão pela corrente, temos:

$$p = iV_{fem} = i\frac{d\lambda}{dt}$$

A variação da energia magnética armazenada no circuito durante o intervalo de tempo t_1 a t_2, equivale a:

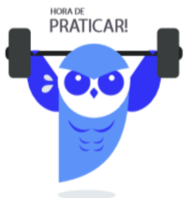
$$\Delta W = \int_{t_1}^{t_2} p\ dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i\ d\lambda$$

Considerando um sistema com um único enrolamento de indutância constante, a variação da energia magnética armazenada, quando o nível do fluxo varia de λ_1 a λ_2, é dada por:

$$\Delta W = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{\lambda}{L}\ d\lambda = \frac{1}{2L}(\lambda_2^2 - \lambda_1^2)$$

Perceba que **a energia magnética total armazenada** pode ser obtida para qualquer valor de λ considerando-se λ_1 igual a zero. Dessa forma, uma importante equação para você memorizar é:

$$\boxed{\Delta W = \frac{1}{2L}\lambda^2 = \frac{L}{2}i^2}$$



(Pref. Sobral-EUCE-2018) Supondo que a intensidade de campo magnético é constante através do interior da bobina e que a permeabilidade do espaço livre é igual a μ0=4π10^{-7}

N/m, é correto afirmar que a indutância de um solenoide com núcleo de ar, 200 espiras, comprimento de 0,05π^2 m, e uma camada simples de condutores de raio 0,02 m é

A) 64μH.

B) 503μH.

C) 128μH.

D) 251μH.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a indutância de um solenoide com núcleo de ar. Nós podemos resolver essa questão de duas formas.

Podemos aplicar a lei de ampère para achar a densidade de fluxo magnético e, consequente mente, o fluxo magnético na bobina para posteriormente aplicar o valor calculado na fórmula da indutância.

Ou podemos considerar a bobina como um circuito magnético, o qual possui um núcleo de ar. Acho interessante e relevante mostrar as duas formas de resolução para você. Então vamos considerar o primeiro caso.

Aplicação da lei de Ampère:

Conforme estudamos no capítulo 1, a lei de Ampère é dada por:

$$\oint_C \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 I_{env}$$

Considerando que temos *N* espiras percorridas por uma corrente *I,* então a I_{env} equivale a *NI*. Considerando ainda que a densidade de fluxo magnético ***B*** é constante e paralela ao caminho infinitesimal ***dl*** escolhido, podemos retirar o produto escalar da integral (cos 0°=1) e o integrando dependerá apenas dos módulos dos vetores. Teremos então que:

$$B \oint_C dl = \mu_0 NI$$

Não vou especificar todos os passos para a análise do campo magnético B em um solenoide. No entanto, saiba que o único caminho, no qual o campo magnético não é nulo, é justamente o comprimento L do próprio solenoide. Por fim, o campo magnético em um solenoide será dado por:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

Segundo o enunciado, ***B*** é constante. Logo,

$$\phi = B \int_S \ dS$$

A integral se resumirá à área A_c pelo qual o campo magnético atravessa. Assim,

$$\phi = BA_c = \frac{\mu_0 NI}{L} A_c$$

Como a indutância é dada por:

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N\Phi}{\mathrm{I}}$$

Então,

$$L = \frac{N}{I}\left(\frac{\mu_0 NIA_c}{L}\right) = \frac{\mu_0 N^2 A_c}{L}$$

Agora vamos determinar a fómula para a indutância por meio da análise de circuitos magnéticos.

Aplicação da análise de circuitos magnéticos:

Vamos considerar a bobina como um circuito magnético, o qual possui um núcleo de ar de permeabilidade μ_0 e comprimento L (comprimento da solenoide). Então, conforme estudamos nesta seção do livro

$$\mathcal{F} = NI = \phi \mathcal{R}_c$$

Considerenado que a relutância do núcleo é dada por:

$$\mathcal{R}_c = \frac{l_c}{\mu_0 A_c}$$

Então,

$$NI = \phi \frac{l_c}{\mu_0 A_c}$$

Isolando o fluxo magnético, temos

$$\phi = \frac{NI\mu_0 A_c}{l_c}$$

Substituindo na fórmula da indutância,

$$L = \frac{N}{I}\left(\frac{\mu_0 NIA_c}{L}\right) = \frac{\mu_0 N^2 A_c}{L}$$

Ou seja, chegamos à mesma equação por meio de caminhos diferentes!

Agora, vamos calcular a indutância com os dados fornecidos pelo enunciado. Dessa forma,

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A_C}{L} = \frac{4\pi 10^{-7}(200)^2(0{,}02)^2}{0{,}05} = 128\mu H$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Particularmente, a aplicação dos conceitos de circuitos magnéticos se torna mais prática e mais rápida para mim. Caso você não saiba a fórmula do campo magnético B e nem a fórmula da indutância na hora da prova, essa aplicação será mais conveniente.

Perceba novamente o quanto é importante você memorizar as fórmulas de densidade de fluxo magnético e indutância para as principais e mais comuns geometrias como solenoides e toroides.

2.4.1. Indutância própria e mútua

Nós não podemos finalizar essa seção sem antes comentarmos sobre os circuitos magnéticos que possuem mais de um enrolamento. A Fig.(11) apresenta um circuito magnético com dois enrolamentos e um entreferro.

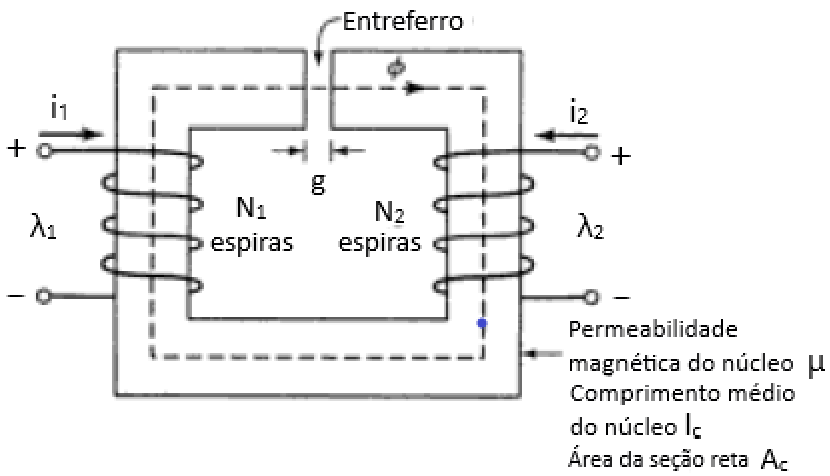


Figura 11-Circuito magnético com dois enrolamentos. Fonte: Fitzgerald (2006).

A força magnetomotriz será dada pela parcela de força de ambos os enrolamentos. A referência tomada para o exemplo da Fig.(11) é tal que os sentidos das corrente produzem fluxos no mesmo sentido. Portanto, a Fmm total do circuito será dada pela soma de força magnetomotriz dos enrolamentos 1 e 2.

$$\mathcal{F} = N_1 i_1 + N_2 i_2$$

Caso os sentidos das correntes produzissem fluxos opostos, a equação resultante teria o sinal de menos.

Desprezando a relutância do núcleo e assumindo que $A_c = A_g$, o fluxo magnético resultante no núcleo produzido pela Fmm total dos dois enrolamento é dado por:

$$\phi = (N_1 i_1 + N_2 i_2)\frac{\mu_0 A_g}{g}$$

Agora vamos decompor a equação do fluxo total para poder determinarmos o fluxo concatenado em cada bobina (ou enrolamento). O fluxo concatenado na bobina 1 é dado por:

$$\lambda_1 = N_1\phi = {N_1}^2\left(\frac{\mu_0 A_g}{g}\right)i_1 + N_1 N_2\left(\frac{\mu_0 A_g}{g}\right)i_2$$

E o fluxo concatenado na bobina 2 é dado por:

$$\lambda_2 = N_2\phi = N_1 N_2\left(\frac{\mu_0 A_g}{g}\right)i_1 + {N_2}^2\left(\frac{\mu_0 A_g}{g}\right)i_2$$

Podemos reescrever essas equações em termos da indutância cada enrolamento (L_1 e L_2) e da indutância mútua entre os dois enrolamentos ($L_{12}=L_{21}$). Logo,

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2$$

$$\lambda_2 = L_{21} i_1 + L_{22} i_2$$

Vamos interpretar as equações em destaque?! Perceba que:

O fluxo concatenado na bobina 1 (λ_1) depende do fluxo magnético gerado por sua própria corrente i_1 e do fluxo magnético gerado pela corrente i_2 que também circula no circuito magnético. Ou seja, o fluxo magnético gerado pela bobina 2 também contribui para fluxo concatenado da bobina 1 e vice e versa. A mesma análise deve ser estendida para o fluxo concatenado na bobina 2.

Entendeu?

A corrente adicional i_2, que agora circula no circuito magnético, também será responsável por uma parcela do fluxo concatenado na bobina 1.

De acordo com a equação "aberta" para o fluxo concatenado, temos que a **indutância própria** de cada enrolamento é representada por:

$$L_{11} = N_1^{\ 2}\left(\frac{\mu_0 A_g}{g}\right)$$

$$L_{22} = N_2^{\ 2}\left(\frac{\mu_0 A_g}{g}\right)$$

Perceba também que L_{12} será igual a L_{21} , visto que dependem das mesmas grandezas para serem calculadas.

A indutância mútua entre dois enrolamentos pode ser entendida como a indutância em comum devido à existência de duas bobinas em um circuito magnético.

Portanto, a **indutância mútua** entre os enrolamentos pode ser calculada como:

$$L_{12} = L_{21} = N_1 N_2\left(\frac{\mu_0 A_g}{g}\right)$$

Esses resultados são extremamente relevantes quando analisamos circuitos com dois enrolamentos, portanto tenha essas expressões bem memorizadas!

2.5. Materiais magnéticos

Agora chegou o momento de estudarmos as características e as propriedades dos materiais magnéticos de forma mais aprofundada.

O estudo dos materiais magnéticos é de grande importância para conversão eletromecânica de energia, pois com o seu uso é possível obter altas densidades de fluxo magnético a partir de uma baixa força magnetizante.

Conforme você notou no decorrer do livro, várias vezes nós nos referimos à permeabilidade magnética de um material (μ) e à permeabilidade do vácuo (μ_0). Sabemos que a **densidade de fluxo magnético** se relaciona com a **intensidade do campo magnético** por meio da seguinte equação:

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}$$

Onde μ representa a permeabilidade dos materiais magnéticos lineares. Ela pode ser expressa em termos de μ_r que é o seu valor relativo ao do vácuo μ_0 . Assim,

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

Ou,

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

A **permeabilidade magnética do vácuo μ_0** é uma constante dada em henrys/metro (H/m) e tem o valor de

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

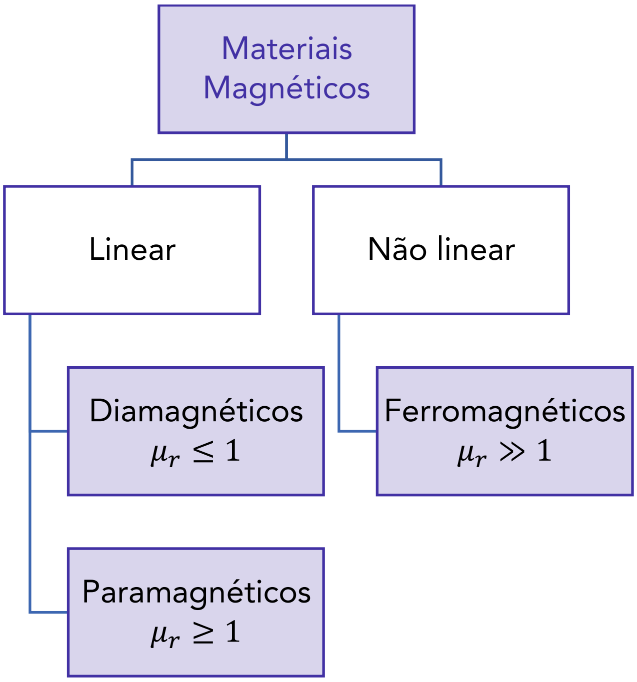
Dessa forma, μ_r é uma grandeza adimensional definida como a razão entre permeabilidade magnética de um determinado material e a do vácuo, denominada permeabilidade relativa.

Por meio da permeabilidade relativa, nós podemos classificar os materiais em termos de suas propriedades magnéticas. Um material não magnético é aquele caracterizado por possuir permeabilidade relativa igual a um ($\mu_r = 1$). Caso contrário, ele será caracterizado como magnético.

O vácuo, o ar e materiais com μ_r =1 são considerados não-magnéticos.

Existem **três categoriais principais** para os materiais magnéticos. Dessa forma, eles podem ser classificados em **materiais diamagnéticos, paramagnéticos e ferromagnéticos**.

O esquema abaixo representa as categorias em que os materiais magnéticos podem ser agrupados!



Os **materiais diamagnéticos** possuem valores de permeabilidade relativa menor ou igual a 1 ($\mu_r \leq 1$), logo verificamos que apenas sob a ação de um campo magnético externo o material pode ser magnetizado. Posso citar o ouro e o cobre como exemplos.

Já os **materiais paramagnéticos** estão em uma faixa intermediária, na qual a permeabilidade relativa é ligeiramente maior ou igual a 1 ($\mu_r \geq 1$).

O grupo dos **materiais ferromagnéticos** é caracterizado por uma magnetização espontânea, ou seja, independe da influência de campos magnéticos exteriores. Estes materiais apresentam valores de μ_r muito maiores do que a unidade ($\mu_r \gg 1$). Portanto, a densidade de fluxo magnético no interior do material é elevada!

Uma **alta permeabilidade magnética** permite o desenvolvimento de **circuitos magnéticos de baixa relutância** em que é possível obter um fluxo considerável por meio de uma baixa força eletromotriz.

Para a maior parte das aplicações práticas, podemos assumir $\mu_r \cong 1$ para **materiais diamagnéticos** e paramagnéticos. Dessa forma, podemos considerar que esses materiais são sempre **lineares e não magnéticos**. Já os materiais **ferromagnéticos** serão considerados sempre **não lineares e magnéticos**.

O **diamagnetismo** ocorre em materiais em que os **campos magnéticos se cancelam mutuamente** devido ao movimento dos elétrons em torno do núcleo. Desse modo, os materiais são fracamente afetados por um campo magnético. Exemplos de materiais diamagnéticos são: o bismuto, chumbo, cobre, silício e diamante.

Uma aplicação prática de materiais diamagnético são os materiais supercondutores. Nos materiais considerados supercondutores, deve ocorrer o diamagnetismo perfeito onde $\mu_r = 0$ (e consequentemente B=0). Dessa forma, os supercondutores não podem conter campos magnéticos.

O **paramagnetismo** ocorre em materiais para os quais os campos magnéticos produzidos pelo movimento dos elétrons **não se cancelam de forma completa**. É importante ressaltar que o paramagnetismo depende da temperatura diferentemente da independência dos materiais diamagnéticos com relação à temperatura. Exemplos de materiais paramagnéticos são: o ar, a platina, o tungstênio e o potássio.

O **ferromagnetismo** ocorre em materiais nos quais os átomos possuem um **elevado momento magnético permanente**. Exemplos de materiais ferromagnéticos são: o ferro, níquel, cromo e o cobalto. O ferro é um material ferromagnético de alta permeabilidade e essas propriedades fazem com que ele seja amplamente utilizado na montagem de circuitos magnéticos.

Os materiais ferromagnéticos podem ser encontrados com variedades de características. Um entendimento geral sobre sua natureza é importante devido a sua aplicação em dispositivos práticos. Dessa forma, é importante evidenciar algumas de suas características. Abaixo, segue um esquema com as principais propriedades desses materiais.

São capazes de serem magnetizados fortemente por um campo magnético.

↓

Retêm grau considerável de magnetização quando retirados do campo.

↓

Perdem suas propriedades ferromagnéticas e tornam-se paramagnéticas lineares quando a temperatura fica acima da temperatura de Curie.

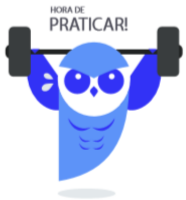
↓

São não-lineares, isto é, μ_r depende de **B** e não pode ser representado por um único valor.

Os materiais ferromagnéticos, como o ferro e o aço, são utilizados em isolamentos para proteger dispositivos elétricos sensíveis aos distúrbios causados por campos magnéticos intensos.

O estudo do magnetismo é de grande importância devido às aplicações destes materiais, por exemplo, na fabricação de transformadores. Em transformadores, eles são usados para maximizar o acoplamento entre os enrolamentos. Já em máquinas elétricas, os materiais magnéticos podem ser utilizados para dar forma aos campos e assim se obter as características elétricas específicas para determinado fim.

Os **imãs** são caracterizados por valores elevados de **magnetização remanescente** em um determinado material magnético.



(Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial-SP-VUNESP -2013) O comportamento do material magnético pode ser descrito por meio da permeabilidade magnética relativa μ_r. Um material que possui μ_r ligeiramente maior que é 1 é denominado:

A) diamagnético.

B) ferromagnético.

C) hipomagnético.

D) isomagnético.

E) paramagnético.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você classifique um material que possui a permeabilidade relativa μ_r igeiramente maior que um. Conforme estudamos nessa seção do livro, os materiais paramagnéticos estão em uma faixa intermediária, na qual a permeabilidade relativa é ligeiramente maior ou igual a 1 ($\mu_r \geq 1$).

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

Basicamente, as questões sobre os materiais magnéticos irão exigir você saiba as principais características e como classificar um material de acordo com sua permeabilidade relativa.

3. TRANSFORMADORES

Querido(a),

Após estudarmos sobre as leis fundamentais do eletromagnetismo e sobre os circuitos magnéticos, vamos iniciar a apresentação das máquinas elétrica com destaque no funcionamento do transformador.

3.1. Introdução aos transformadores

Professora, por qual razão é tão importante o estudo dos transformadores?

Eu separei para você os dois principais motivos:

1- Primeiro e principalmente, porque este é um tema extremamente cobrado nas provas de concursos em diversos níveis de dificuldade.
2- Segundo, porque os transformadores são componentes indispensáveis nos sistemas de energia elétrica.

Daí o motivo pelo qual ele é tão cobrado em provas!

Então tome um café e prepare-se para estudar uma das máquinas elétrica mais fundamentais e importantes! Sua análise envolve os princípios essenciais ao estudo de máquinas elétricas.

> Os **transformadores** permitem a **geração e transmissão da energia elétrica em tensões mais econômicas**, onde as perdas são minimizadas.

Por isso, as longas redes de transmissão de energia elétrica são caracterizadas pelas altas tensões! Justamente, para minimizar as perdas por dissipação de potência nas linhas de transmissão.

> Quanto maior a tensão no gerador elétrico menor será a corrente na linha de transmissão capaz de transmitir uma determinada potência ao consumidor.

O transformador permite esse “aumento e diminuição” da tensão em um determinado circuito. Com esse equipamento é possível também utilizar a energia elétrica na tensão mais adequada para um dispositivo em particular.

> Um **transformador** é constituído por dois ou mais **circuitos elétricos acoplados magneticamente**. Assim, dois ou mais enrolamentos são acoplados por meio de um fluxo magnético comum.

Professora, mas como a tensão pode ser elevada ou reduzida?

Isto ocorre, uma vez que o fluxo comum estabelece um acoplamento (ou concatenamento) entre os enrolamentos do primeiro circuito (enrolamento primário) com os enrolamentos do segundo (enrolamento secundário). Assim, uma tensão, cujo valor depende do número de espiras do secundário, é induzida.

Resumindo...

Ao se estabelecer uma relação entre o número de espiras, podemos alterar a tensão de saída de um transformador!

O **funcionamento de um transformador** requer apenas um **fluxo comum, variável no tempo**, enlaçando dois enrolamentos.

Dada essas informações, vamos estabelecer as relações entre estes enrolamentos?!

3.2. Transformador ideal

Conforme estudamos no capítulo 2, o acoplamento de circuitos magnéticos pode ocorrer por meio de um núcleo de ferro ou de algum material ferromagnético, no qual o fluxo magnético ficará confinado em um caminho delimitado.

Considere um transformador com um enrolamento primário de N_1 espiras e enrolamento secundário de N_2 espiras. Ou seja, ele é constituído pelo acoplamento magnético de dois circuitos conforme podemos visualizar na Fig.(12).

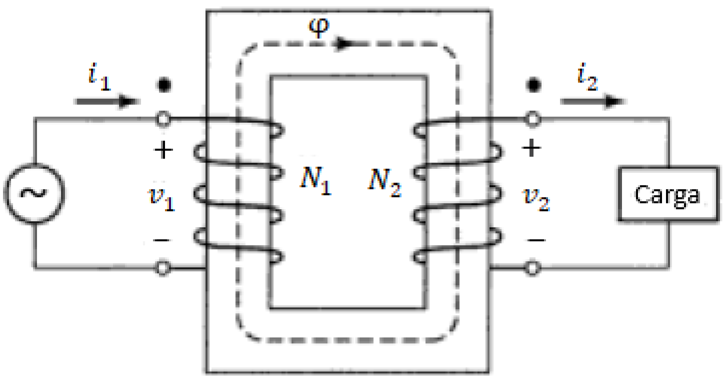


Figura 12-Transformador ideal. Fonte: Fitzgerald (2006).

Perceba que a corrente do enrolamento secundário é definida como positiva quando sai do enrolamento implicando na produção de uma força magnetomotriz (Fmm) de sentido oposto ao criado por uma corrente positiva no enrolamento primário.

Vamos trabalhar com um **transformador hipotético** (transformador ideal), o qual possui algumas propriedades e simplificações que facilitarão a nossa análise. Ele possui as seguintes características:

TRANSFORMADOR IDEAL

- As resistências dos enrolamentos são desprezíveis.
- Todo fluxo magnético está confinado no núcleo enlaçando os dois enrolamentos (fluxo disperço desprezível).
- Não existem perdas no núcleo.
- A permeabilidade do núcleo é muito elevada.

Na prática, os transformadores reais podem apresentar aproximações muito boas para essas propriedades.

Estabelecendo essas aproximações, podemos considerar que quando uma tensão v_1 for aplicada aos terminais do primário, então um fluxo φ deve ser estabelecido no núcleo de modo que a força eletromotriz (fem) e_1 seja igual a tensão aplicada. Logo,

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

O fluxo do núcleo também envolve o secundário, produzindo uma "fem" induzida e_2 e uma outra tensão igual a v_2 nos terminais do secundário, relação dada por:

$$v_2 = e_2 = N_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

Considerando que o termo da derivada permanece igual nos dois casos temos:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Esta configuração fica mais fácil de ser entendida analisando-se a Fig.(12).

Portanto,

Um transformador ideal **transforma tensões na razão direta** entre o número de espiras de seus enrolamentos.

A **relação de transformação *a*** é dada por:

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Observe que se "a" é a relação entre tensão do primário pela tensão do secundário,

Para $\boldsymbol{a > 1}$, temos um **transformador abaixador**, pois $v_1 > v_2$. Assim o trafo abaixa a tensão de saída.

Para $\boldsymbol{a < 1}$, temos um **transformador elevador**, pois $v_1 < v_2$. Assim o trafo eleva a tensão de saída.

Essa é informação valiosa que pode ser fornecida para resolver uma dada questão.

Quando conectamos uma carga no enrolamento secundário, uma corrente i_2 e uma Fmm N_2i_2 aparecerão no secundário. Observe que os valores da Fmm de i_1 e i_2 estão em sentido opostos sendo compensados. Portanto, a Fmm líquida que atua no núcleo é nula. O que faz todo sentido já que fizemos a suposição de que a corrente de excitação de um transformador ideal é zero. Logo, temos que

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0$$

A relação para a transformação de corrente entre o enrolamento primário e secundário de um transformador ideal:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Dessa forma,

O transformador ideal **transforma correntes na razão inversa** entre número de espiras de seus enrolamentos.

A condição de manter inalterada a força eletromotriz líquida é o meio pelo qual o circuito primário toma conhecimento da presença de uma corrente de carga do secundário! Pois, qualquer mudança na Fmm que flui no secundário devido à presença de uma carga implicará em uma mudança correspondente na Fmm do primário para que a Fmm líquida permaneça inalterada.

Note também que se quisermos aumentar a corrente que passa em um dado enrolamento, o número de espiras referidas ao mesmo lado do transformador deve diminuir!

Relacionando as duas equações acima em destaque, temos que:

$$v_1 i_1 = v_2 i_2$$

Ou seja, a **potência de entrada do primário** é igual a **potência de saída do secundário** (resultado da suposição de que todos os elementos dissipativos do circuito foram desconsiderados).

Considerando-se a tensão senoidal e uma impedância da carga, também podemos usar a **simbologia fasorial** para analisar o circuito de um transformador ideal conforme estudamos antes.

É de grande interesse que nós possamos explorar as relações de transformação das impedâncias do circuito referenciando-as com relação ao circuito primário ou secundário do transformador. Até onde seus efeitos precisam ser considerados, uma impedância Z_2 no circuito do secundário pode ser substituída por uma impedância Z_1 equivalente referida ao primário pela relação abaixo.

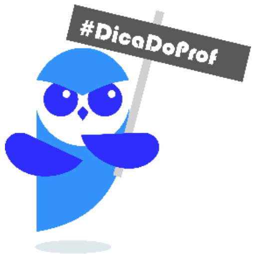
$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

Assim, os elementos do secundário do transformador podem ser referidos ao primário (e vice e versa) para que uma análise mais simplificada seja realizada. O modo de transferir a impedância de carga de um lado para o outro do transformador é conhecido por refletir a impedância de carga do circuito. Observe que:

A **impedâncias** são transformadas proporcionalmente ao **quadrado da relação de espiras** dos enrolamentos.

Esse procedimento é extremamente comum e usual na análise de transformadores sendo que tanto as tensões quanto as correntes também podem ser referidas para um lado do transformador por meios das equações apresentadas.

Agora pare e preste muita atenção nos esclarecimentos que apresentarei a seguir!



Saiba que existem autores que consideram a relação de transformação como o **inverso** do que apresentamos nessa seção. Ou seja, eles expressam a relação de transformação de um trafo como sendo tensão do secundário (v_2) pala tensão do primário (v_1):

$$a = \frac{v_2}{v_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Como essa relação agora é invertida, teremos outras condições para caracterizar um trafo como sendo abaixador ou elevador.

Observe que se "a" é a relação entre tensão do secundário pela tensão do primário:

-Para $\boldsymbol{a > 1}$, temos um **transformador elevador**, pois $v_2 > v_1$. Assim o trafo eleva a tensão de saída.

-Para $\boldsymbol{a < 1}$, temos um **transformador abaixador**, pois $v_2 < v_1$. Assim o trafo abaixa a tensão de saída.

Lembre-se que as **devidas alterações** devem ser consideradas nas expressões (que levam " a "em consideração) da transformação de impedâncias, caso essa outra relação seja considerada.

Ressalto ainda que a relação de transformação originalmente considerada em nossa aula, onde $a = v_1/v_2$, é a mais cobrada nas questões de concurso (que eu pelo menos andei percebendo).

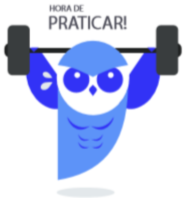
Inclusive é a expressão também considerada em **referências bibliográficas** clássicas para o estudo de transformadores máquinas elétricas , como por exemplo os livros do Chapman, Fitzgerald e Kosow. Por esses motivos, a utilizei na nossa aula!

No entanto, o livro de fundamentos de circuitos elétricos do Sadiku, por exemplo, já considera o contrário.

Concluindo, deixo a seguinte orientação...

De forma geral, se uma questão cobrar algo do tipo (conforme veremos em uma das questões comentadas da nossa aula) e você acabar ficando na dúvida de qual expressão utilizar, primeiro oriento a utilizar a expressão inicial que apresentei na nossa aula, pois é o considerado pela maioria das questões que encontrei especificamente cobrando o cálculo da relação de transformação de um transformador ideal. Caso não encontre alguma alternativa correspondente, considere a outra possibilidade.

Dessa forma, mesmo podendo entrar com recurso posteriormente, você **vai garantir a pontuação**!



(Pref. Cuiabá-UFMT-2017) Um transformador monofásico ideal tem tensão primária de 440 V, tensão secundária de 220 V e carga instalada no secundário de ZC = 10 Ω. Qual o valor dessa carga referida ao lado primário do transformador?

A) 40 Ω

B) 20 Ω

C) 5 Ω

D) 10 Ω

E) 2,5 Ω

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor da carga do instalada no secundário de um transformador referida ao lado primário.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a relação de transformação para impedância de carga.

Conforme estudamos nessa seção, uma impedância Z_2 no circuito do secundário pode ser substituída por uma impedância Z_1 equivalente referida ao primário pela relação abaixo.

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

Sabendo que,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

Podemos calcular a relação de transformação. Logo,

$$a = \frac{440}{220} = 2$$

Segundo os dados fornecidos pelo enunciado da questão, temos que:

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2 = (2)^2 10 = 40\Omega$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

Note que, utilizando as relações de transformação, os elementos do secundário do transformador podem ser refletidos ao primário (e vice e versa).

3.3. Transformadores trifásicos

Conforme já foi comentado, o uso da corrente alternada em circuitos polifásicos possui uma importante aplicação nos sistemas elétricos de potência. Neste contexto, é essencial analisarmos e estudarmos os sistemas trifásicos (que são os mais comuns) bem como as diferentes formas com que as fontes e as cargas de um sistema podem ser conectadas considerando-se a existência dos transformadores trifásicos.

Os **transformadores monofásicos** também podem ser conectados de modo a formar um **banco trifásico de transformadores**. Então, nós não podemos deixar de estudar como a corrente de linha e de fase se comportam em transformadores em circuitos trifásicos.

Com relação ao tipo de conexão dos transformadores,

A **conexão Y-Δ** é a mais usada **para abaixar** uma determinada tensão elevada para uma tensão média ou baixa. De forma contrária, a **ligação Δ-Y** é frequentemente a mais utilizada **para elevar** em altos valores uma tensão.

A ligação Δ- Δ e Y-Y são mais raras de serem utilizadas. A conexão Δ- Δ é geralmente utilizada na remoção de um transformador para manutenção, enquanto os outros continuam trabalhando.

A Figura (13) apresenta as quatro ligações que podem ser feitas entre os enrolamentos primários e secundários do banco de transformadores.

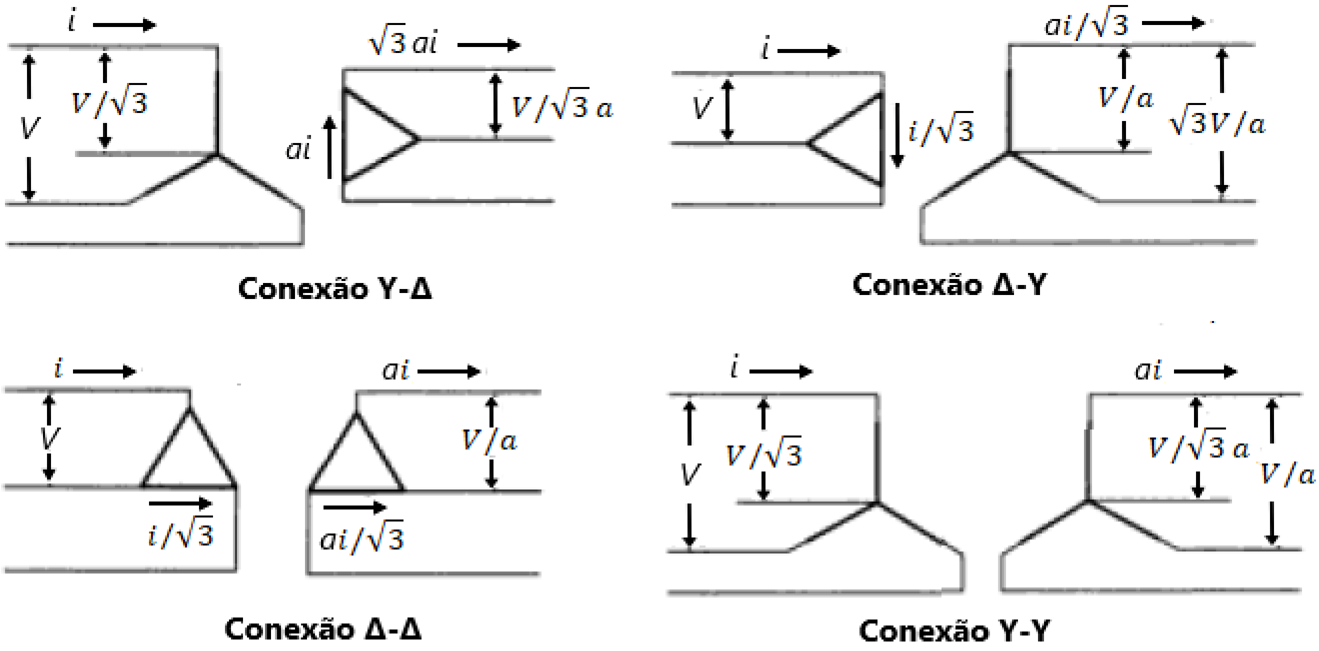


Figura 13-Relação de transformações para conexões de transformadores trifásicos. Adaptado de: Fitzgerald (2006).

Observe que os enrolamentos da esquerda são os primários e os enrolamentos da direita são os secundários. As tensões de linha *V* e a corrente *I* aplicadas ao banco são mostradas tanto no lado primário quanto no lado do secundário, considerando sempre a relação de transformação dada por *a* (N_1/N_2) em um transformador ideal.

Basicamente, a Fig.(13) representa a relação de transformação entre os enrolamentos do lado primário e secundário considerando concomitantemente a relação entre as tensões e correntes de fase e de linha.

Um ponto crucial para entender essas relações é considerar sempre a tensão sob qual um enrolamento do transformador está submetido e "espelhar" esse valor para o outro lado do transformador considerando a relação de espiras de cada enrolamento.

Perceba também que as tensões e as correntes do primário e do secundário depende do tipo de ligação em que se encontram.

Analisando a Fig.(12) e considerando apenas um transformador monofásico, podemos analisar a tensão aplicada ao primário. Dessa forma, podemos concluir que:

- Na ligação em estrela (Y), a tensão de linha (V) está sendo aplicada no lado primário do transformador, cujo valor é diferente da tensão de fase ($V/\sqrt{3}$) que está sendo aplicada nos terminais de apenas um enrolamento. Portanto, além de aplicar a transformação entre as tensões de linha e de fase, é necessário também aplicar a relação do número de espiras entre os enrolamentos do transformador para determinar a tensão no secundário.
- Na ligação em estrela (Δ), a tensão de linha (V) está sendo aplicada no lado primário do transformador, cujo valor é exatamente o mesmo da tensão de fase (V) que está sendo aplicado nos

terminais de apenas um enrolamento. Assim, não há o que se falar em transformar a tensão de linha em tensão de fase e consequentemente as tensões do lado primário e do lado secundário serão relacionadas apenas com relação ao número de espiras de cada transformador.

O mesmo raciocínio pode ser aplicado para a análise das correntes considerando que o transformador ideal transforma correntes na razão inversa do número de espiras de seus enrolamentos.

A **potência trifásica** do banco é **três vezes a potência dos transformadores monofásicos** independentemente do tipo de conexão, pois o sistema é balanceado.

(Pref. Salvador-FGV-2019) Um dado transformador trifásico abaixador é formado a partir de três transformadores monofásicos com relação entre os enrolamentos de $\sqrt{3}$. Sabendo-se que o transformador trifásico formado está na configuração estrela-delta (primário e secundário, respectivamente), a sua relação de transformação entre as tensões de linha do primário e secundário é de

(A) 1/3.

(B) $1/\sqrt{3}$.

(C) $\sqrt{3}$.

(D) 3.

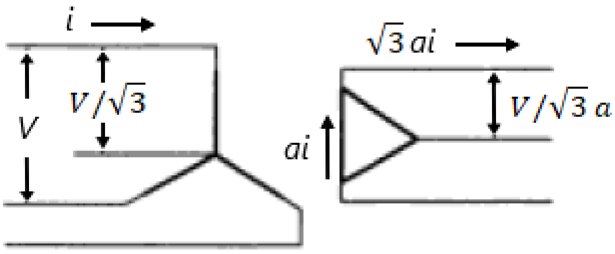
(E) 1.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a relação de transformação entre as tensões de linha do primário e secundário de um transformador, considerando que a relação entre os enrolamentos "a" é $\sqrt{3}$ para um transformador abaixado. O procedimento para resolver essa questão consiste em utilizar a relação entre as tensões de linha em uma conexão estrela-delta.

Primeiramente, vamos analisar a relação de transformação para o transformador abaixador.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = a = \sqrt{3}$$



Conexão Y-Δ

Em uma conexão Y-Δ (Conforme a Fig. 14), a tensão de linha para os enrolamentos primários conectados em Y é dada por:

$$V_{L1} = V$$

A tensão de linha (que é igual à tensão de linha na conexão Δ) para os enrolamentos secundários equivale a:

$$V_{L2} = V_{F2} = \frac{V}{\sqrt{3}a}$$

O enunciado da questão pede para calcular a relação entre as tensões de linha do transformador trifásico. Como a relação de transformação é definida pela relação do primário com relação ao secundário, logo

$$\frac{V_{L1}}{V_{L2}} = \frac{V}{\frac{V}{\sqrt{3}a}} = \sqrt{3}a$$

Substituindo o valor de "a",

$$\frac{V_{L1}}{V_{L2}} = \sqrt{3}\sqrt{3} = 3$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

Segundo o gabarito oficial da questão, a resposta correta seria a resposta de letra A que corresponde a 1/3. No entanto, essa resposta só seria possível se considerássemos que a relação de transformação entre as tensões de linha fosse V_{L2}/V_{L1} (e não V_{L2}/V_{L1} como consideramos inicialmente). Assim teríamos 1/3 como resposta. Ou seja, essa questão seria passível de anulação.

3.4. Ensaios

Você pode se perguntar:

Professora, agora já entendendo os aspectos fundamentais sobre transformadores, como vamos analisar os circuitos elétricos considerando a existência do transformador?

Quando analisamos circuitos que possuem o transformador como elemento, é comum **adotar o circuito equivalente T** da Fig.(14) ao invés do circuito completo.

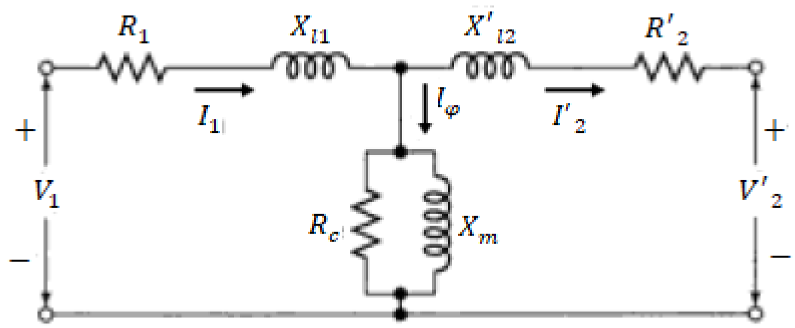


Figura 14-Circuito equivalente T de um transformador. Fonte: Fitzgerald (2006).

Observe (Fig.14) que todas as quantidades são referidas ao primário, considerando as relações de transformação apresentadas na seção 3.2. Os valores referidos ao primário estão indicados com os sinais de (') para diferenciá-los dos valores reais do seu lado original.

Dois simples ensaios servem para determinar os parâmetros do circuito equivalente da Fig. (13). Basicamente, fundamentam-se em medir tensão, corrente e potência de entrada do primário quando o secundário está em curto-circuito ou em circuito aberto.

A partir dos ensaios que estudaremos conseguimos determinar o circuito elétrico de um transformador operando em regime permanente. Perceba (Fig. 14) que esse circuito é formado por duas impedâncias em série, sendo uma do lado do primário e a outra do lado do secundário (referida ao primário, identificada pelo '). Essas impedâncias se referem às resistências dos enrolamentos e às reatâncias de **dispersão**. Entre elas, há uma **impedância de magnetização** (também denominada impedância shunt), referente às perdas no ferro (R_c) e à reatância de magnetização X_m .

Então vamos entender estes ensaios de maneira mais aprofundada, pois eles são frequentemente exigidos em prova tanto com relação aos aspectos conceituais quanto com relação aos cálculos dos parâmetros envolvidos!

3.4.1. Ensaio de curto-circuito

De forma bem objetiva, o **ensaio de curto-circuito** é realizado para encontrar **a impedância equivalente em série *Req +jXeq***. Vamos considerar nesta análise que:

O curto-circuito será aplicado ao secundário do transformador e a tensão ao primário. Neste ensaio, é tomado como padrão considerar o lado de alta tensão como sendo o primário.

Considere a Fig. (15) como o circuito equivalente para o ensaio de curto-circuito.

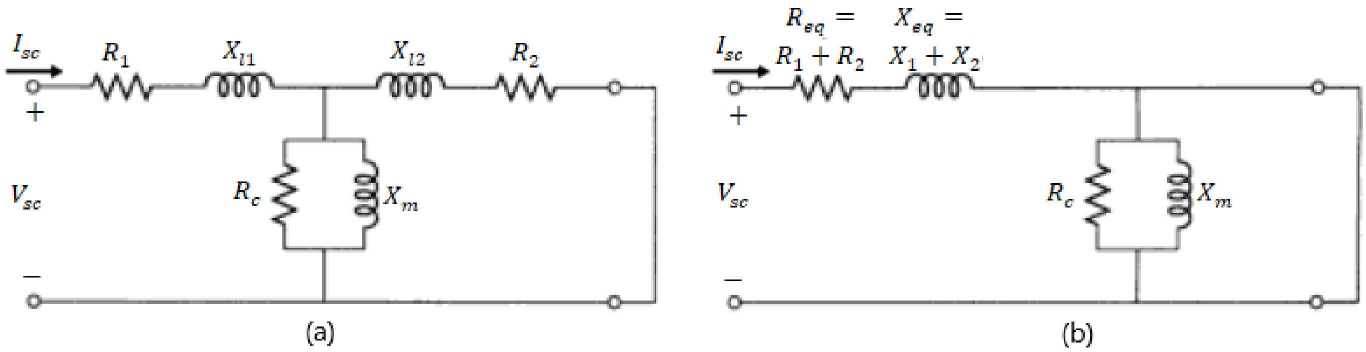


Figura 15-Circuito equivalente para ensaio de curto-circuito. (a) Circuito equivalente T (b) Circuito equivalente L. Adaptado de: Fitzgerald (2006).

A Figura (15a) mostra que a impedância do secundário do transformador está referida ao lado primário e que um curto-circuito está sendo aplicado ao secundário.

Note que a impedância de curto circuito Z_{cc} vista na entrada deste circuito equivalente é:

$$Z_{cc} = R_1 + jX_{l1} + \frac{Z_\varphi(R_2+jX_{l2})}{Z_\varphi+R_2+jX_{l2}}$$

Como a impedância do ramo de excitação (Z_φ, denominada **impedância de magnetização**) é muito maior do que a impedância de dispersão do secundário, a impedância de curto-circuito pode ser aproximada por:

$$Z_{cc} \approx Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = R_1 + jX_{l1} + R_2 + jX_{l2}$$

O resultado dessa aproximação consiste justamente em transformar o circuito equivalente T no circuito equivalente L da Fig. (15b).

A **impedância equivalente em série** é formada pela combinação das **impedâncias de dispersão** do primário e do secundário do transformador. Portanto, não estranhe caso o termo impedância de dispersão apareça em sua prova.

Neste ensaio, a instrumentação utilizada mede os valores eficazes da tensão aplicada V_{cc}, da corrente de curto-circuito I_{cc} e da potência P_{cc}. Considerando essas medições, **a magnitude da impedância, a resistência e a reatância equivalentes** referidas ao primário, podem ser calculadas por meio das seguintes equações:

$$|Z_{eq}| = |Z_{cc}| = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}$$

$$R_{eq} = R_{cc} = \frac{P_{cc}}{{I_{cc}}^2}$$

$$X_{eq} = X_{cc} = \sqrt{|Z_{cc}|^2 - {R_{cc}}^2}$$

A impedância equivalente pode ser referida a um lado ou a outro. Com essas equações podemos achar os parâmetros que caracterizam o circuito de um transformador.

Fique tranquilo(a), pois aplicaremos estes conceitos e equações em uma questão no final dessa seção, bem como na lista final de questões comentadas.

3.4.2. Ensaio de circuito aberto

Objetivamente, o **ensaio de circuito aberto** é realizado para encontrar **a impedância de magnetização Z_φ**. Esse ensaio é realizado com o secundário em aberto e a tensão nominal aplicada ao primário, da mesma forma que no ensaio de curto circuito. Logo,

> A abertura do circuito será aplicada ao secundário do transformador e a tensão ao primário. Neste ensaio, o lado de baixa tensão é tomado como sendo o primário.

Isso mesmo! O que vai mudar é que em um ensaio usamos os procedimentos de curto-circuito e no outro os procedimentos para ensaio a vazio (ou aberto).

Considere a Fig. (16a) como o circuito equivalente para ensaio de circuito aberto.

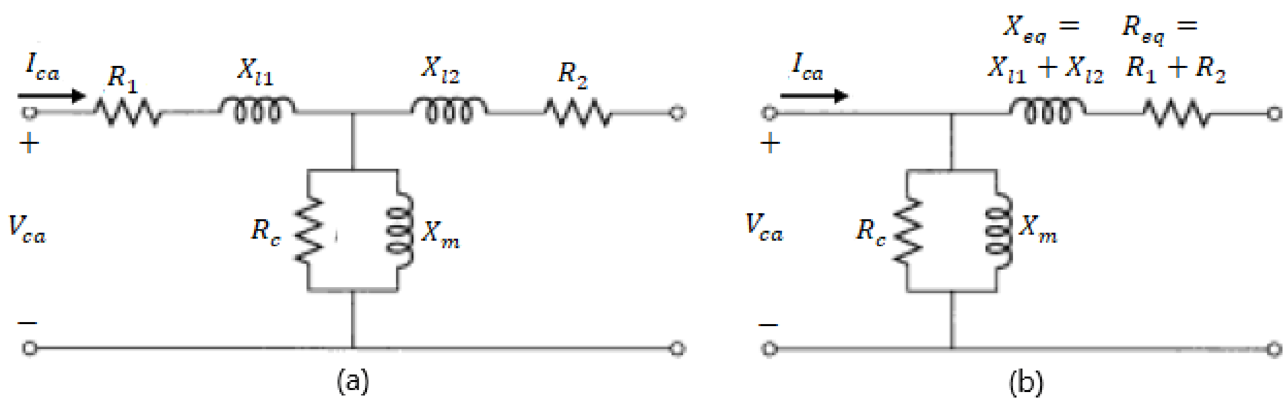


Figura 16-Circuito equivalente para ensaio a vazio. (a) Circuito equivalente T (b) Circuito equivalente L. Adaptado de: Fitzgerald (2006).

Neste ensaio, os esforços estão concentrados em determinar a impedância de magnetização Z_φ, que é dada pelo paralelo entre a resistência de perdas R_c e a reatância de magnetização X_m conforme podemos visualizar na figura.

A Fig.(16) mostra que o circuito equivalente com a impedância do secundário referida ao primário e o circuito aberto aplicado ao secundário. A impedância de circuito aberto (Z_{ca}) vista no primário equivale a:

$$Z_{ca} = R_1 + jX_{l1} + Z_\varphi = R_1 + jX_{l1} + \frac{R_c(jX_m)}{R_c + jX_m}$$

Conforme foi considerado no ensaio de curto-circuito, a impedância no ramo de excitação (Z_φ) é muito alta. Consequentemente, a queda de tensão na impedância de dispersão do primário é desprezível. Então, podemos aproximar a impedância de circuito aberto como sendo igual à impedância de magnetização. Logo,

$$Z_{ca} \approx Z_\varphi = \frac{R_c(jX_m)}{R_c + jX_m}$$

Observe que essa aproximação consiste justamente em transformar o circuito equivalente T no circuito equivalente L da Fig. (15b).

Fique atento(a), pois a **impedância de dispersão**, no ramo de excitação do transformador, também é conhecida como **impedância Shunt**.

Como no ensaio de curto-circuito, a instrumentação medirá os valores eficazes da tensão aplicada V_{ca}, da corrente I_{ca} e da potência P_{ca}. Considerando essas três medidas, **a magnitude da impedância, a resistência e a reatância de magnetização** podem ser determinadas por meio das equações abaixo.

$$|Z_\varphi| = \frac{V_{ca}}{I_{ca}}$$

$$R_c = \frac{{v_{ca}}^2}{P_{ca}}$$

$$X_m = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{|Z_\varphi|}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_c}\right)^2}}$$

Ainda podemos calcular estes parâmetros considerando o fator de potência. O que vai nos ajudar muito na hora de resolver esse tipo de questão na prova! Assim, podemos usar as equações abaixo desde que tenhamos os dados necessários para tal.

$$cos\theta = \frac{P_{ca}}{V_{ca}I_{ca}}$$

$$R_c = \frac{V_{ca}}{I_{ca}cos\theta}$$

$$X_m = \frac{V_{ca}}{I_{ca}sen\theta}$$

(Pref. São José dos Campos-VUNESP-2015) Um transformador monofásico foi submetido aos ensaios em vazio e em curto-circuito e os dados estão apresentados nas tabelas.

Ensaio em vazio – lado de baixa tensão		
P [W]	Tensão [V]	Corrente [A]
300	1000	0,5

Ensaio em curto-circuito – lado de alta tensão		
P [W]	Tensão [V]	Corrente [A]
400	100	5

Assinale a alternativa que apresenta, correta e respectivamente, o valor da resistência de perdas, o valor da reatância de magnetização e o valor da impedância de curto-circuito.

(A) 5000; 500; e 4,0 + j3,0 [Ω]

(B) 4000; 3333; e 10,0 + j1,5 [Ω]

(C) 10000; 1500; e 4,0 + j3,0 [Ω]

(D) 3333; 2500; e 16,0 + j12,0 [Ω]

(E) 16000; 12000; e 3,3 + j2,5 [Ω]

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor da resistência de perdas, o valor da reatância de magnetização e o valor da impedância de curto-circuito.

Conforme foi estudado nessa seção, é possível calcular a impedância de magnetização e consequentemente a resistência de perdas e a reatância de magnetização com a realização do ensaio a vazio.

O procedimento para resolver essa questão consistirá em analisar primeiramente o ensaio a vazio e posteriormente o ensaio de curto-circuito.

Ensaio a vazio:

A instrumentação utilizada no ensaio a vazio medirá os valores eficazes da tensão aplicada V_{ca}, da corrente I_{ca} e da potência P_{ca}. Considerando essas três medidas, a magnitude da impedância, a resistência e a reatância de magnetização podem ser calculadas.

Segundo os dados fornecidos pelo enunciado da questão, temos que a magnitude da impedância de magnetização equivale a:

$$|Z_\varphi| = \frac{V_{ca}}{I_{ca}} = \frac{1000}{0,5} = 2000\ \Omega$$

A resistência de magnetização equivale a:

$$R_c = \frac{{v_{ca}}^2}{P_{ca}} = \frac{1000^2}{300} = 3333\ \Omega$$

Com esses valores determinados, podemos calcular a reatância de magnetização. Logo,

$$X_m = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{|Z_\varphi|}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{|2000|}\right)^2 - \left(\frac{1}{3333}\right)^2}} = 2500\ \Omega$$

Ensaio de curto-circuito:

Para calcular a impedância de curto-circuito, utilizamos os dados deste referidos a este ensaio. A instrumentação utilizada mede os valores eficazes da tensão aplicada V_{cc}, da corrente de curto-circuito I_{cc} e da potência P_{cc}. Considerando essas medições, a magnitude da impedância, a resistência e a reatância de curto circuito referidas ao primário, podem ser calculadas. Assim, a magnitude da impedância equivale a:

$$|Z_{eq}| = |Z_{cc}| = \frac{V_{cc}}{I_{cc}} = \frac{100}{5} = 20\ \Omega$$

A resistência de curto-circuito equivale a:

$$R_{eq} = R_{cc} = \frac{P_{cc}}{{I_{cc}}^2} = \frac{400}{5^2} = 16\ \Omega$$

A reatância de curto circuito é dada por:

$$X_{eq} = X_{cc} = \sqrt{|Z_{cc}|^2 - {R_{cc}}^2} = \sqrt{|20|^2 - 16^2} = 12\ \Omega$$

Logo, a impedância de curto-circuito é igual a:

$$Z_{cc} = 16 + j12\ \Omega$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

Note que o valor encontrado para Z_{cc} é seu valor em módulo. Assim, tivemos que calcular a resistência e reatância para determinar seu valor na forma retangular com parte real e imaginária.

3.5. Autotransformador

Os princípios discutidos até essa seção do capítulo foram desenvolvidos com referência a transformadores de dois enrolamentos. No entanto, eles também podem ser aplicados aos transformadores com outras configurações.

Nessa seção, vamos examinar os principais aspectos sobre os autotransformadores. A Fig.(17b) apresenta um exemplo de autotransformador, no qual seus enrolamentos estão conectados de forma diferente de um transformador "convencional".

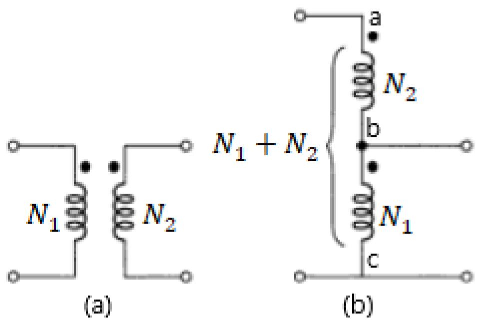


Figura 17-(a) Transformador convencional de dois enrolamentos. (b) Autotransformador. Fonte: Fitzgerald (2006).

Na Fig. (17a), um transformador de dois enrolamentos é apresentado com N_1 espiras no enrolamento primário e N_2 espiras no enrolamento secundário.

O mesmo efeito de transformação sobre as tensões, corrente e impedâncias podem ser obtidos no autotransformador, quando esses enrolamentos estão conectados da forma que é apresentado na Fig.(16b). Perceba que o **enrolamento *bc*** é **comum ao circuito primário e ao circuito secundário**.

O **autotransformador** é um transformador normal **conectado de modo especial**!

É importante evidenciar que os enrolamentos do **transformador convencional** são eletricamente **isolados**. Enquanto os enrolamentos do **autotransformador** estão **conectados diretamente** entre si.

Devido à sua configuração, as tensões nominais do autotransformador podem ser expressas em função das tensões do transformador convencional de dois enrolamentos. No lado de baixa tensão (na entrada), temos que

$$V_e = V_1$$

Assim, a tensão do lado de baixa do autotransformador é igual a tensão do primário (que pode ser o lado de alta ou não) do transformador convencional. Ou seja, é igual à tensão associada ao número de espiras do enrolamento comum do autotrafo.

No lado de alta tensão (na saída),

$$V_s = V_1 + V_2$$

Ou seja, a tensão total no lado é alta é justamente a soma das tensões de cada enrolamento.

Vamos agora analisar a relação de transformação para o autotransformador que de fato será o aspecto mais exigidos nas provas.

A **relação de espiras** do autotransformador (a_{aut}), que neste caso é abaixador, será:

$$\frac{V_e}{V_s} = \frac{N_t}{N_1} = \frac{N_1+N_2}{N_1} = a_{aut,abaixador}$$

Dessa forma,

A **relação de transformação** em um autotransformador vai considerar, na estrada ou na saída, o **número total de espiras (N_1+N_2)** para o lado de alta tensão.

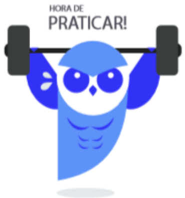
Se o autotransformador fosse **elevador**, teríamos:

$$\frac{V_e}{V_s} = \frac{N_1}{N_T} = \frac{N_1}{N_1+N_2} = \frac{1}{\frac{1}{a}+1} = a_{aut,elevador}$$

Considerando a configuração da Fig.(17), a **potência do autotransformador** (Fig. 17-b) se relaciona com a do transformador (Fig.17-a) da seguinte forma,

$$S_{aut} = (a+1)S_t = \left(\frac{N_1+N_2}{N_2}\right)S_t$$

A potência nominal do autotransformador é igual a $(N_1+N_2)/N_2$ vezes a do transformador de dois enrolamentos.



(Pref. São Luís-FSADU-2008) Um autotransformador contendo 200 espiras é ligado a uma tensão de 120V. Qual o valor do número de espiras do secundário para se ter uma tensão de 24V?

a) 30 espiras.

b) 60 espiras.

c) 40 espiras.

d) 50 espiras.

e) 70 espiras.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o número de espiras do secundário para se ter uma tensão de 24 V.

Conforme estudamos nessa seção do livro, as tensões nominais do autotransformador podem ser expressas em função das tensões de um transformador convencional de dois enrolamentos. No lado de baixa tensão, temos que

$$V_B = V_2 = 24\ V$$

No lado de alta tensão,

$$V_A = V_1 + V_2 = 120$$

Assim, a tensão total do lado no alta é justamente a soma das tensões de cada enrolamento. A relação de espiras do autotransformador será:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{N_t}{N_1} = \frac{N_1+N_2}{N_1}$$

Logo,

$$\frac{120}{24} = \frac{200}{N_1}$$

Isolando o número de espiras do secundário N_1,

$$N_1 = \frac{200}{5} = 40\ V$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

3.6. Análise por unidade

Por fim, vamos comentar sobre o sistema por unidade.

Os cálculos relativos a máquinas, transformadores e linhas de transmissão são frequentemente executados utilizando o método "por unidade".

Além de cair muito em provas devido à grande aplicação, a utilização do sistema p.u facilita muito as análises envolvidas.

O **sistema p.u** é uma forma de representar as grandezas elétricas em um circuito elétrico de **forma normalizada** com referência a valores pré-determinados. Dessa forma, as quantidades são expressas como frações dos chamados valores de base adequadamente escolhidos.

Com relação aos transformadores, uma das vantagens é que a relação de espiras do transformador ideal torna-se 1:1 quando seus parâmetros são expressos no sistema por unidade. O que elimina a necessidade de referir as impedâncias de um lado para outro nos transformadores.

A utilização do sistema p.u permite a normalização de grandezas, tornando-as adimensionais. Vou esquematizar para vocês as principais características e vantagens do sistema p.u.

CARACTERÍTICAS	VANTAGENS
Grandeza admensional.	Normaliza as grandezas.
O valor real pode ser complexo.	Comparação de desempenho entre equipamentos.
Valor de base é um número real.	Circuito trifásico analisado como monofásico.

A normalização é feita considerando a seguinte relação:

$$Grandeza\ por\ unidade = \frac{Grandeza\ real}{Valor\ de\ base\ da\ grandeza}$$

Os valores de base podem ser escolhidos de modo aleatório, mas é fundamental que apenas duas grandezas de base independentes sejam escolhidas como por exemplo: V_{base} e I_{base}.

Apenas **duas grandezas de base independentes** podem ser **escolhidas arbitrariamente**. As restantes serão determinadas por suas relações de interdependência. O mais frequente é que a tensão nominal e a potência aparte sejam escolhidas como valores de base, pois os fabricantes dos equipamentos geralmente fornecem estes valores.

Não importa se para valores de base serão escolhidas tensão, corrente ou potência. O que importa é que dois valores de base sejam escolhidos para que os demais sejam determinados em função destes!

Considerando V_b como tensão de base e S_b como potência de base, a **corrente e impedância de base** podem ser calculadas por meio das seguintes equações:

$$I_b = \frac{S_b}{V_b}$$

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{{V_b}^2}{S_b}$$

Assim, a **impedância em p.u** pode ser calculada como:

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_b} = \frac{R \pm jX}{Z_b} = \frac{R}{Z_b} \pm j\frac{X}{Z_b}$$

Dessa forma, podemos visualizar que a resistência em p.u é a razão entre a resistência “real” e a impedância de base. E a reatância em p.u é a razão entre a reatância “real” e a impedância de base.

A **corrente elétrica em p.u** é dada por:

$$I_{pu} = \frac{I}{I_b}$$

Podemos definir a **potência complexa em p.u** como:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{P \pm jQ}{S_b} = \frac{P}{S_b} \pm j\frac{Q}{S_b}$$

É de grande conveniência e interesse também expressarmos as grandezas elétricas em p.u nos lados primários e secundários de um transformador em uma linha de transmissão.

No transformador, cada lado terá uma tensão de base, V_{1b} com referência ao primário e V_{2b} ao secundário.

Como a potência aparente de base é a mesma para os dois lados, a relação entre as tensões de base permanece igual à relação de transformação no transformador. Como a **relação de transformação** é dada por *a*, a tensão em p.u pode ser calculada como:

$$V_{1pu} = \frac{V_1}{V_{1b}}$$

Mantendo as relações de transformação, a equação pode ser reescrita como:

$$\frac{V_1}{V_{1b}} = \frac{aV_2}{aV_{2b}}$$

Logo,

$$V_{1pu} = V_{2pu}$$

Assim, podemos concluir que a relação de transformação em p.u é igual a 1!

O procedimento para realizar análises no sistema por unidade pode ser resumido como se segue:

1

Escolha uma potência aparente (VA) de base e uma tensão de base em allgum ponto do sistema.

2

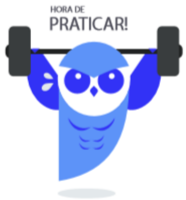
Converta todas as grandezas para o sistem por unidade na potência aparente e tensão de base escolhidas.

3

Realize uma análise elétrica normal com todas as grandezas no sistema por unidade.

4

Converta as grandezas de volta aos seus valores reais, multiplicando os valores em p.u pelos seus valores de base correspondentes .



(Pref.Sobral-UECE-2019) Considerando-se um transformador de 500 kVA – 1000 V/100 V, cuja impedância do secundário é de 0,5 Ω, é correto afirmar que a impedância do secundário em valores por unidade (pu) e a impedância refletida ao primário, em Ω, são, respectivamente, iguais a

A) 0,02 pu e 2 Ω.

B) 0,5 pu e 25 Ω.

C) 10 pu e 100 Ω.

D) 25 pu e 50 Ω.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a impedância do secundário do transformador em valores p.u e a mesma impedância refletida ao primário do transformador em Ω.

O procedimento para resolver essa questão consiste em transformar o valor da impedância para o valor em p.u e , posteriormente, refletir o seu valor ao lado primário do transformador.

Considerando a potência aparente como potência de base, temos que:

$$S_b = 500 \cdot 10^3 \, VA$$

Como a questão especifica que a impedância está referida ao secundário do transformador, escolhemos a tensão também referida ao secundário como tensão de base. Assim, temos que:

$$V_b = 100 \, V$$

Considerando V_b como tensão de base e S_b como potência de base, podemos calcular a impedância de base. Logo,

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{{V_b}^2}{S_b} = \frac{100^2}{500 \cdot 10^3} = 0{,}02 \, \Omega$$

Assim, a impedância em p.u pode ser calculada como:

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_b} = \frac{0.5}{0{,}02} = 25 \, pu$$

Para calcularmos a impedância refletida ao primário, podemos apenas refletir diretamente seu valor original para o lado primário do transformador. Conforme estudamos nessa seção 3.2, uma impedância Z_2 no circuito do secundário pode ser substituída por uma impedância Z_1 equivalente referida ao primário pela relação abaixo.

$$Z_1 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_2$$

Substituindo os termos pelos valores fornecidos no enunciado da questão, temos que:

$$Z_1 = \left(\frac{1000}{100}\right)^2 0{,}5 = 50 \, \Omega$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

3.6.1. Mudança de base

Falta falar um pouquinho sobre um aspecto muito importante do sistema p.u que é a mudança de base.

Frequentemente nos deparamos com a situação em que, por exemplo, a impedância em p.u de um componente do sistema elétrico é especificada com relação a valores nominais do próprio componente. No entanto, os valores nominais podem ser diferentes dos valores de base selecionados para outra parte do sistema que se deseja analisar.

A **mudança de base** é utilizada para que todos os elementos de um sistema sejam referidos a uma mesma base. Ou seja, ela serve para **converter os valores por unidade de uma base para outra**.

Por meio de algumas manipulações algébricas, é possível obter as relações de conversão entre diferentes bases.

Como seu tempo é precioso e não nos interessa as deduções das fórmulas, por enquanto apenas acredite nelas! Posteriormente quando você passar na prova e estiver de férias, separe um tempo para relaxar e se divertir desenvolvendo as equações passo a passo ... Combinado? As relações de mudança de base estão resumidas logo em seguida.

MUDANÇA DE BASE

$$\frac{V_{pu1}}{V_{pu2}} = \frac{V_{base2}}{V_{base1}}$$

$$\frac{S_{pu1}}{S_{pu2}} = \frac{S_{base2}}{S_{base1}}$$

$$\frac{I_{pu1}}{I_{pu2}} = \frac{V_{base1}}{V_{base2}} \frac{S_{base2}}{S_{base1}}$$

$$\frac{Z_{pu1}}{Z_{pu2}} = \frac{S_{base1}}{S_{base2}} \left(\frac{V_{base2}}{V_{base1}}\right)^2$$

(Pref. São Gonçalo-UFF-2011) Uma impedância tem o valor de 6% quando as bases são 7,5 MVA e 13,2 KV. Esta mesma impedância, expressa numa base 10 MVA e 66 KV, terá valor em % de:

A) 0,32.

B) 0,64.

C) 1,28.

D) 2,56.

E) 5,12.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor em p.u de uma impedância quando uma mudança de base é aplicada.

Segundo o enunciado da questão, as bases do sistema são:

Base 1:

$$S_{b1} = 7{,}5 \cdot 10^6\ VA$$

$$V_{b1} = 13{,}2 \cdot 10^3\ V$$

Base 2:

$$S_{b2} = 10 \cdot 10^6\ VA$$

$$V_{b2} = 66 \cdot 10^3\ V$$

Aplicando a mudança de base para a impedância, temos que:

$$\frac{Z_{pu1}}{Z_{pu2}} = \frac{S_{base1}}{S_{base2}}\left(\frac{V_{base2}}{V_{base1}}\right)^2$$

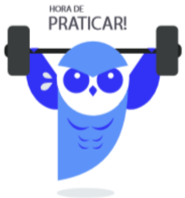
Isolando Z_{pu2},

$$Z_{pu2} = \frac{Z_{pu1}}{\frac{S_{base1}}{S_{base2}}\left(\frac{V_{base2}}{V_{base1}}\right)^2} = \frac{6}{\frac{7{,}5}{10}\left(\frac{66}{13{,}2}\right)^2} = 0{,}32\ p.u$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

4. LISTA DE QUESTÕES



1. (Tribunal Regional 3ª região-FCC-2016) Considere um material ferromagnético com secção (área) transversal de 1 [cm^2], no qual existe um fluxo magnético perpendicular de 20×10^{-3} [Wb]. Nessa situação, a densidade de fluxo magnético é, em [Gauss],

A) $2 . 10^2$.

B) $5 . 10^{-2}$.

C) $2 . 10^4$.

D) $5 . 10^2$.

E) $2 . 10^6$.

2. (Instituto Técnico Científico de Perícia-RN-AOCP-2018) Dada a seguinte equação, no que se refere aos campos magnetostáticos, é correto afirmar que a questão abaixo se trata da lei

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{J} \cdot ds = I$$

A) de Coulomb das correntes.

B) de Maxwell-Faraday.

C) da superposição de campos magnetostáticos.

D) das correntes de Biot-Savart-Ampère, de 1831.

E) circuital de Ampère.

3. (Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial-SP-VUNESP-2013) Com relação às Equações de Maxwell em meios materiais, assinale a alternativa correta.

A) Descrevem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Ampère e Faraday. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Ampère em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Energia e Potência.

B) Descrevem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Ampère e Faraday. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Ampère em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Carga e Corrente.

C) Descrevem fenômenos eletromagnéticos microscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Gauss Elétrica e Magnética. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Ampère em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Carga e Corrente.

D) Descrevem fenômenos eletromagnéticos microscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Gauss Elétrica e Magnética. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Faraday em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Carga e Potência.

E) Descrevem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Ampère e Faraday. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Faraday em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Energia e Corrente.

4. (TRT-1 Região-RJ-AOCP-Engenharia Elétrica-2018-Adaptada) Dadas as equações a seguir, assinale a alternativa correta.

I. $$\oint \vec{B}.d\vec{s} = \oint B\cos\theta\, ds = \mu_0 i_{env}$$

II. $$\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

III. $$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\right) r$$

A) As equações I, II e III representam, respectivamente: Equação de Maxwell, Lei de Graetz e Lei de Ampère.

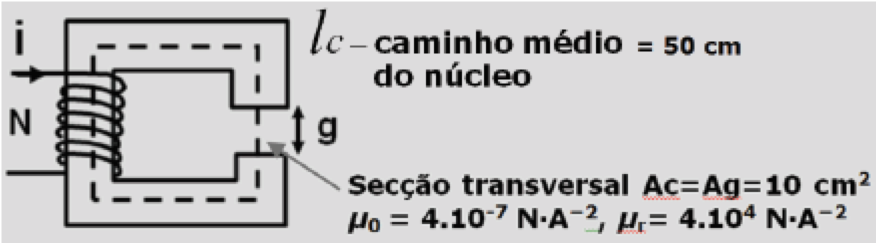
B) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei de Lenz, Lei de Ampère e Equação de Maxwell.

C) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei do eletromagnetismo de Newton, Lei de Ampère e Lei de Faraday.

D) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei de Ampère, Lei de Faraday e módulo de campo magnético no interior de um fio.

E) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei de Maxwell, Lei de Faraday e módulo de campo magnético no exterior de um fio.

5. (Pref. Manaus-Jovens-2010) De acordo com o circuito magnético abaixo, onde N=1000 espiras e g=0,1cm, é correto afirmar que a relutância do entreferro Rg é igual a



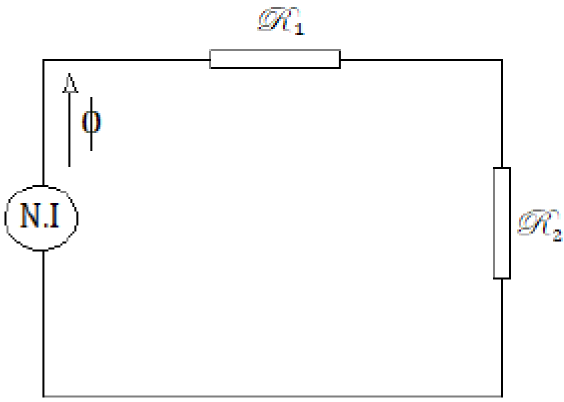
A) $31{,}25.10^3$ *Ae/Wb*

B) $32{,}35.10^3$ *Ae/Wb*

C) $2{,}5.10^6$ *Ae/Wb*

D) 5,0 *Ae/Wb*

6. (Pref. Salvador-FGV-2019) A figura a seguir mostra um circuito magnético composto por duas relutâncias ligadas em série (R_1 = 2x10^5 A/Wb e R_2 = 3x10^5 A/Wb) e por um enrolamento que contém 1000 espiras. Para que o fluxo no circuito magnético seja de 2x10^{-4} Wb, a corrente, em A, no enrolamento deverá ser de



(A) 0,1.

(B) 0,2.

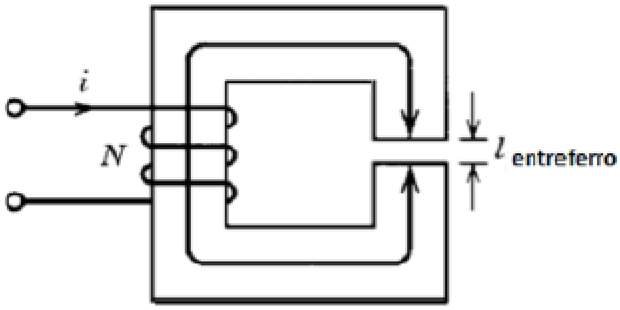
(C) 0,3.

(D) 0,4.

(E) 0,5.

7. (Tribunal Regional do Trabalho 1ª Região-AOCP-2018) Considerando-se uma densidade de campo magnético de 0,8 T, a corrente elétrica que flui através das espiras de um circuito magnético, em A, com as seguintes características, será igual a

Número de espiras	480	
Permeabilidade relativa do núcleo	4000	
	Para o núcleo	Para o entreferro
Comprimento médio	40 cm	0,02 cm
Área da seção transversal	2,5 cm^2	2,5 cm^2



A) 106/π

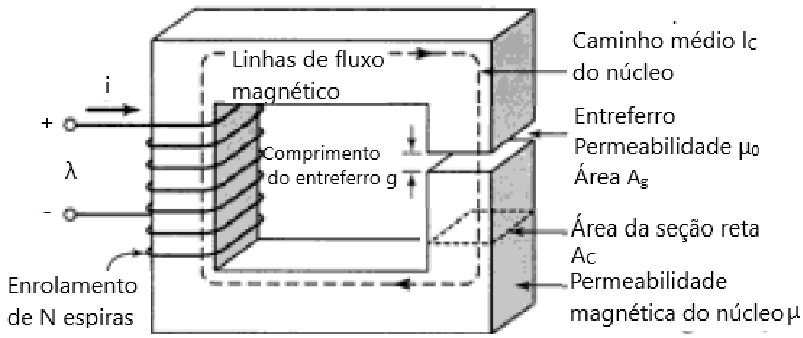
B) 1/0,8π

C) 106

D) π /106

E) π /2,25

8. (Tribunal de justiça do Maranhão-IESES-2009) O circuito magnético abaixo, tem as seguintes dimensões Ac=Ag=9cm², g=0,050cm, Ic=30cm e N=500 espiras. Supondo que o valor μr=70.000 para o material do núcleo, e que o circuito magnético esteja operando com Bc=1,0T, a corrente i será de:



A) 0,80 A

B) 0,50 A

C) 0,40 A

D) 0,70 A

9. (Senado Federal-FGV-2008) Um material ferromagnético de forma toroidal e seção circular possui um núcleo de permeabilidade μ de uma bobina de *N* espiras percorridas por uma corrente *i*. O núcleo toroidal tem comprimento médio *l* e seção reta *s*. Nessa situação, o fluxo gerado é de:

$$\text{Dados: } \mu = 2{,}0 \times 10^{-3} \text{ H/m; N = 100 espiras;}$$
$$i = 3{,}0\text{A; } l = 24\text{cm; } S = 12{,}0 \text{ cm}^2.$$

A) $1{,}0 \times 10^{-3}$ Wb.

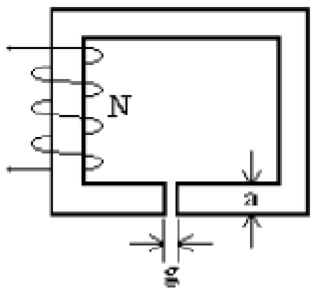
B) $2{,}0 \times 10^{-3}$ Wb.

C) $3{,}0 \times 10^{-3}$ Wb.

D) $4{,}0 \times 10^{-3}$ Wb.

E) $5{,}0 \times 10^{-3}$ Wb.

10. (Centrais Elétricas Brasileiras- NCE-2007) A figura abaixo representa um circuito magnético de permeabilidade magnética infinita. Sua seção reta é constante e igual ao produto "ab" ("b" é a profundidade em relação ao plano do papel). A largura do entreferro é "g" e o enrolamento possui N espiras. Sendo μ_0 a permeabilidade do ar, a expressão da indutância do enrolamento, desprezando-se o espraiamento, é:



A) $N\mu_0 ab/g$

B) $N\mu_0 ab/g^2$

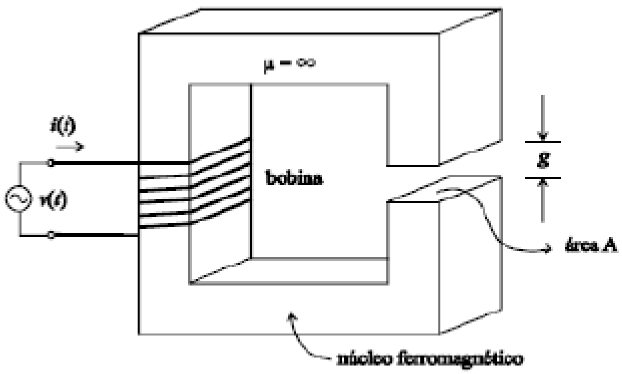
C) $N\mu_0 abg^2$

D) $N^2\mu_0 ab/g^2$

E) $N^2\mu_0 ab/g$

11. (Tribunal Superior Eleitoral-CESPE-2007) A figura abaixo mostra uma estrutura eletromagnética que é alimentada por uma fonte de tensão CA. A bobina tem N espiras e envolve um material ferromagnético que apresenta permeabilidade magnética μ supostamente infinita. No núcleo magnético, cuja seção transversal tem área igual a *A*, foi aberto um entreferro de comprimento g, que é atravessado por um fluxo magnético produzido a partir da corrente i que circula pela bobina. Com relação à estrutura

eletromagnética apresentada e considerando que a permeabilidade magnética do ar é μ_0, assinale a opção incorreta.



A) A indutância da bobina da estrutura é igual a $N^2\mu_0 A/g$.

B) A relutância originada somente pela contribuição do material ferromagnético é nula.

C) A energia do campo magnético, por unidade de volume, fica armazenada totalmente no material ferromagnético da estrutura.

D) A permeância do circuito magnético independe do número de espiras da bobina.

12. (Tribunal Regional Federal da 2ª Região-FCC-2007) Assinale a alternativa que associa corretamente as colunas relativas às grandezas eletromagnéticas.

Grandeza	Símbolo	Unidade no S.I
1. Fluxo magnético	1. μ	1. Ae/m
2. Relutância	2. H	2. T
3. Campo magnético	3. ϕ	3. Wb
4. Permeabilidade magnética	4. B	4. A/Wb
5. Densidade de fluxo magnético	5. $\mathcal{R}$	5. T.m/A

A) (1 - 1 - 5); (2 - 4 - 1); (3 - 2 - 2); (4 - 5 - 3); (5 - 3 - 4)

B) (1 - 2 - 3); (2 - 4 - 4); (3 - 1 - 1); (4 - 5 - 5); (5 - 3 - 2)

C) (1 - 3 - 3); (2 - 5 - 4); (3 - 2 - 1); (4 - 1 - 5); (5 - 4 - 2)

D) (1 - 4 - 1); (2 - 3 - 5); (3 - 5 - 4); (4 - 1 - 2); (5 - 2 - 3)

E) (1 - 4 - 4); (2 - 1 - 1); (3 - 3 - 2); (4 - 2 - 5); (5 - 5 - 3)

13. (Tribunal Regional Federal da 3ª Região-FCC-2016) Com o objetivo de desenvolver um galvanômetro foi construída uma bobina indutora com 100 espiras, 5 [mm] de comprimento, área transversal da espira de 0,4 [cm^2] e núcleo de ar. Considerando a permeabilidade magnética do ar $\mu_0=4\pi10^{-7}$, a indutância da bobina é, em [μH], aproximadamente,

A) 25.

B) 230.

C) 100.

D) 360.

E) 68.

14. (Polícia Científica de Pernambuco-CESPE-2016) Assinale a opção correta no que se refere à magnetização de materiais.

A) As propriedades dos materiais ferromagnéticos independem da temperatura.

B) Ferro, chumbo e cobre são materiais ferromagnéticos.

C) Materiais ferromagnéticos são fortemente magnetizados sob a ação de um campo magnético.

D) O ar é um meio diamagnético.

E) Nos materiais supercondutores, a permeabilidade magnética relativa é maior que um.

15. (Pref. Manaus-Jovens-2010) Considere um transformador hipotético ideal que possui em um de seus terminais 17 espiras. Sabendo-se que, ao utilizar esse transformador com uma tensão de entrada de 1000 V em um de seus terminais, é obtida uma tensão de saída de 17 kV. É correto afirmar que a quantidade de espiras no outro terminal é igual a

(A) 289

(B) 4913

(C) 1700

(D) 578

16. (Pref. São Luís-FSADU-2008) Um transformador de potência tem uma razão do número de espiras do lado primário em relação ao lado secundário de 1:5. O secundário possui 1.000 espiras, a tensão medida no secundário de 30 V. A tensão no lado primário e o número de espiras são, respectivamente,

a) 6 V e 1.000 espiras.

b) 150 V e 5.000 espiras.

c) 6 V e 5.000 espiras.

d) 150 V e 200 espiras.

e) 6 V e 200 espiras.

17. (Pref. Caxias-Inst. Machado de Assis-2018) Os transformadores trifásicos têm as mesmas funções que os monofásicos, ou seja, abaixar e elevar a tensão. No entanto, trabalham com três fases, ao invés de apenas uma como os monofásicos. Sobre as particularidades do transformador trifásico, assinale a alternativa incorreta:

(A) O transformador trifásico difere do transformador monofásico na construção do núcleo e na disposição das bobinas das fases.

(B) Cada fase funciona independentemente das outras duas fases. É exatamente como se fossem três transformadores monofásicos em um só. Tanto que, em uma instalação, três transformadores monofásicos, exatamente iguais, podem substituir um transformador trifásico.

(C) O transformador trifásico pode alimentar apenas cargas trifásicas.

(D) Os primários e secundários são isolados entre si, como nos transformadores monofásicos.

18. (Instituto Técnico Científico de Perícia-RN-AOCP-2018) Um transformador de 6 kVA com tensões de 13.800 V / 220 V e frequência de 60 Hz apresenta a relação de 2,5 volts/ espira. Considerando o transformador em questão como sendo ideal, assinale a alternativa que apresenta o valor da relação de transformação operando como elevador.

A) 100,3.

B) 521.

C) 62,72.

D) 0,56.

E) 11,2.

19. (Pref. São José dos Campos-VUNESP-2012) Um transformador monofásico (2,0/34,5 [kV] – 1 [MVA]) foi submetido ao ensaio em vazio e os resultados estão apresentados na tabela. Com base nessa tabela, assinale a alternativa que apresenta, correta e respectivamente, o valor da reatância de magnetização e da resistência de perdas, que são responsáveis pela modelagem dos efeitos do núcleo desse transformador.

Ensaio em vazio		
Tensão de alimentação	Corrente de alimentação	Potência ativa
2000 [V]	2,5 [A]	4000 [W]

(A) 167 [Ω] e 125 [Ω]

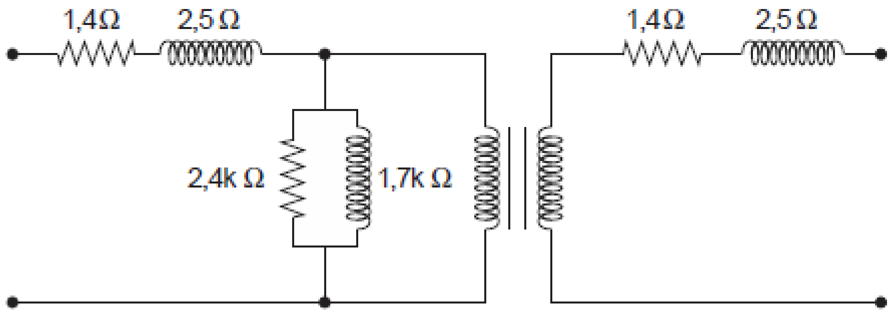
(B) 333 [Ω] e 250 [Ω]

(C) 667 [Ω] e 500 [Ω]

(D) 1333 [Ω] e 1000 [Ω]

(E) 2666 [Ω] e 2000 [Ω]

20. (Pref. São Luís- FCC-2015) A figura abaixo representa o circuito equivalente de um transformador monofásico, cujos parâmetros foram obtidos por medidas realizadas por um multímetro e por ensaios em vazio e em curto-circuito.



Está correto o que se afirma em:

(A) O transformador tem uma relação de espiras de 2:1.

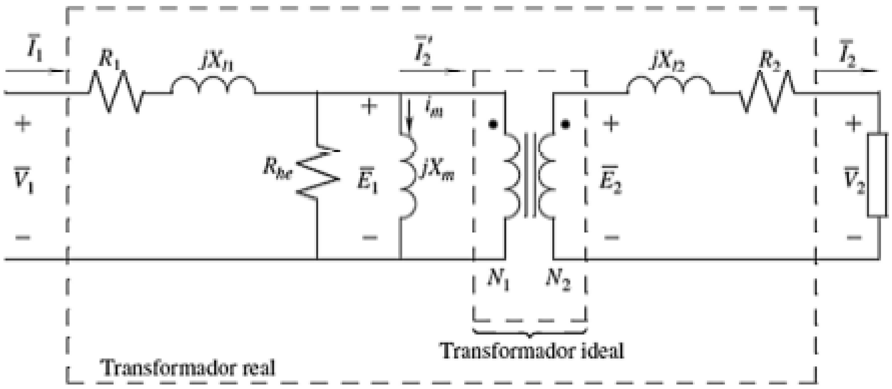
(B) Trata-se de um transformador elevador de tensão.

(C) Os dois parâmetros de 2,5 Ω foram obtidos pelo ensaio em vazio.

(D) O parâmetro de 2,4 kΩ, que representa a resistência de magnetização do ferro, foi obtido pelo ensaio em curto-circuito.

(E) O parâmetro de 1,7 kΩ refere-se à reatância de magnetização do ferro.

21. (Pref. Várzea Grande- UFMT-2017) Com o intuito de utilizar o circuito equivalente do transformador da figura a seguir, necessita-se dos valores dos diferentes parâmetros. Essas especificações são geralmente fornecidas pelos fabricantes dos transformadores de potência. Tais dados podem também ser obtidos utilizando os ensaios de circuito aberto e curto-circuito.



Considerando os conceitos sobre ensaios de transformadores, assinale a assertiva correta.

A) No ensaio de curto-circuito, o enrolamento de alta tensão está em curto-circuito e uma tensão reduzida é aplicada ao enrolamento de baixa tensão, o que resulta na corrente nominal. Isto permite estimar as impedâncias de dispersão no circuito equivalente do transformador.

B) No ensaio de circuito aberto aplica-se ao enrolamento de baixa tensão a tensão nominal, mantendo o lado de alta em circuito aberto. Isso permite estimar as impedâncias de dispersão no circuito equivalente do transformador.

C) No ensaio de curto-circuito, o enrolamento de baixa tensão está em curto-circuito e uma tensão reduzida é aplicada ao enrolamento de alta tensão, o que resulta na corrente nominal. Isto permite estimar a reatância de magnetização e a resistência equivalente do núcleo.

D) No ensaio de circuito aberto, aplica-se ao enrolamento de baixa tensão a tensão nominal, mantendo o lado de alta em circuito aberto. Isto permite estimar a reatância de magnetização e a resistência equivalente do núcleo.

22. (Pref. Itapevi-VUNESP-2019) Um transformador monofásico 13,8/0,22 [kV] possui impedância de curto-circuito de (0,02 + j · 0,04) [Ω], vista pelo lado de baixa tensão. Dado que esse transformador é alimentado por uma fonte ideal de 13,8 [kV] e que uma carga de (3,98 – j · 0,04) [Ω] é conectada ao seu secundário, o valor do seu rendimento, em [%], é:

(A) 97,5.

(B) 98,0.

(C) 98,5.

(D) 99,0.

(E) 99,5.

23. (Departamento Estadual de Trânsito-CE-EUCE-2018) Um transformador isolado monofásico, com valores nominais 10 kVA, 60 Hz e 250/110 V é ligado como autotransformador com tensão de secundário de 127 V. O acréscimo de potência, em kVA, quando o transformador isolado é ligado como autotransformador, é de

A) 2,3.

B) 4,4.

C) 10.

D) 14,4.

24. (Pref. Aracati-ACEP-2019) Um autotransformador trifásico $\sqrt{3} \cdot 100$ kV / $\sqrt{3} \cdot 220$ kV com ligação estrela-estrela é formado por três transformadores monofásicos com as seguintes especificações individuais: 100 kV / 120 kV e 150 MVA. A potência nominal do autotransformador trifásico é:

A) 450 MVA.

B) 825 MVA.

C) 990 MVA.

D) 1165 MVA.

25. (Pref. Salvador-FGV-2017) Um transformador trifásico de 500 kVA e impedância de 0,1 p.u. tem, como tensão de linha no primário, 10 kV, e, no secundário, 1,0 kV. A impedância no lado de alta desse transformador é de

(A) 2 Ω.

(B) 10 Ω.

(C) 20 Ω.

(D) 50 Ω.

(E) 100 Ω.

26. (Pref. Manaus-CETRO-2012) Foram realizados ensaios de curto circuito e em vazio num transformador monofásico de 220kV/ 22kV. No ensaio em vazio, alimentou-se o lado de baixa tensão com tensão nominal, situação está em que a corrente absorvida foi de 4A e a potência de 30kW. Considerando que este transformador pode fornecer uma potência total de 1.000kVA, pode-se afirmar que os valores de tensão, corrente e potência medidos no ensaio em vazio, em p.u., valem, respectivamente,

(A) 1p.u., 0,088p.u. e 0,03p.u.

(B) 1p.u., 0,30p.u. e 0,088p.u.

(C) 1p.u., 0,088p.u. e 0,30p.u.

(D) 1p.u., 0,030p.u. e 0,088p.u.

(E) 1p.u., 0,88p.u. e 0,30p.u.

27. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Determinada partícula carregada se desloca com velocidade uniforme de 16 a_x m/s em uma região onde E=320 a_y V/m. Sabendo-se que B=$B_0 a_z$ Wb/m², assinale a alternativa que apresenta o valor correto de B_0.

A) 1700.

B) 200.

C) 32.

D) 336.

E) 20.

28. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Sobre as propriedades de magnetização em materiais, assinale a alternativa correta.

A) O diamagnetismo é a propriedade que se manifesta em maior intensidade em todos os materiais, sendo mais pronunciada do que o paramagnetismo e o ferromagnetismo.

B) O paramagnetismo ocorre em materiais cujos átomos possuem momentos dipolares totais iguais a zero, pois seus momentos estão alinhados em ordem ortogonal uni forme não aleatória.

C) O ferromagnetismo é característica de todos os materiais metálicos, porém se manifesta mais pronunciadamente nos metais que contêm átomos de ferro, pois assim mantém seus momentos de dipolo magnético orientados devido à birrefringência mútua.

D) O fenômeno da indução magnética em materiais é descrito pela lei de Faraday que descobriu seus efeitos no ano de 1232.

E) O ferromagnetismo é observado apenas no ferro, níquel, cobalto, gadolínio e disprósio ou em compostos de ligas dos referidos elementos.

29. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) De acordo com a representação de sistemas em "pu", assinale a a lternativa correta.

A) O valor pu de uma tensão de fase, cuja base é uma tensão de linha, é igual ao valor pu da tensão de fase correspondente cuja base é a tensão de linha correspondente à base ortogonal.

B) O valor pu da potência aparente trifásica, cuja base é uma potência aparente trifásica, é igual ao valor pu da potência aparente por fase correspondente cuja base é a potência aparente por fase correspondente à base anterior.

C) O valor pu de uma tensão de fase, cuja base é uma tensão de fase, é igual ao valor pu da tensão de fase correspondente cuja base é a tensão de linha correspondente à base exponencial.

D) A potência aparente trifásica é igual ao dobro da potência aparente por fase.

E) Para um sistema trifásico equilibrado, a relação entre a tensão de linha (U_L) e a tensão de fase (U_F) é dada por: $U_F = \frac{1}{\sqrt{2}} . U_L .$

30. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Uma corrente de 12 A percorre o enrolamento de 200 espiras de fio de cobre enroladas no núcleo com comprimento médio de 0,4 m. Com base nesses dados, assinale a alternativa que apresenta o valor da força magnetizante.

A) 200 A/m.

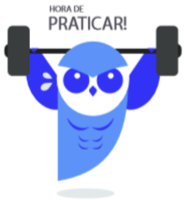
B) 1.5000 A/m.

C) 12.000 A/m.

D) 6.000 A/m.

E) 7.000 A/m.

5. QUESTÕES COMENTADAS



1. (Tribunal Regional 3ª região-FCC-2016) Considere um material ferromagnético com secção (área) transversal de 1 [cm^2], no qual existe um fluxo magnético perpendicular de 20 × 10^{-3} [Wb]. Nessa situação, a densidade de fluxo magnético é, em [Gauss],

A) 2 . 10^2.

B) 5 . 10^{-2}.

C) 2 . 10^4.

D) 5 . 10^2.

E) 2 . 10^6.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a densidade de fluxo magnético em um material ferromagnético, no qual existe um fluxo magnético perpendicular a ele.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a fórmula do fluxo magnético, dada por:

$$\psi = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

No entanto, devemos observar que o enunciado da questão especifica que o fluxo magnético constante é perpendicular à superfície. Dessa forma, o produto interno entre *B* e *dS* pode ser removido do produto escalar da integral (cos 90°=1) e o integrando dependerá apenas dos módulos dos vetores. Considerando *B* constante para uma determinada área de seção transversal,

$$\psi = B \int_S dS = BA_S$$

$$B = \frac{\psi}{A_S} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{10^{-4}} = 2 \cdot 10^2 \; Wb/m^2$$

Note que ainda não chegamos à resposta final, pois a questão exige a resposta em Gauss.

Sabemos que 1 Wb/m^2 equivale a 1 Tesla (T) e que 1 Gauss equivale a 10^{-4} T. Logo,

$$2 \cdot 10^2 \ \frac{Wb}{m^2} = 2 \cdot 10^6 \ G$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

2. (Instituto Técnico Científico de Perícia-RN-AOCP-2018) Dada a seguinte equação, no que se refere aos campos magnetostáticos, é correto afirmar que a questão abaixo se trata da lei

$$\oint_C \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = \int_S \boldsymbol{J} \cdot ds = I$$

A) de Coulomb das correntes.

B) de Maxwell-Faraday.

C) da superposição de campos magnetostáticos.

D) das correntes de Biot-Savart-Ampère, de 1831.

E) circuital de Ampère.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você identifique como é denominada a lei descrita pelas equações apresentadas.

Conforme estudamos no capítulo 1 deste livro, essas equações se referem à lei circuital de Ampére.

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão

Uma questão simples, direta e conceitual que exige apenas o conhecimento sobre as leis que regem os campos magnéticos estáticos.

3. (Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial-SP-VUNESP-2013) Com relação às Equações de Maxwell em meios materiais, assinale a alternativa correta.

A) Descrevem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Ampère e Faraday. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Ampère em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Energia e Potência.

B) Descrevem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Ampère e Faraday. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Ampère em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Carga e Corrente.

C) Descrevem fenômenos eletromagnéticos microscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Gauss Elétrica e Magnética. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Ampère em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Carga e Corrente.

D) Descrevem fenômenos eletromagnéticos microscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Gauss Elétrica e Magnética. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Faraday em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Carga e Potência.

E) Descrevem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos. Para calcular os campos eletromagnéticos basta conhecer as fontes, as relações constitutivas, e resolver as Leis de Ampère e Faraday. A Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Faraday em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Energia e Corrente.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você assinale a alternativa correta que corresponda às características das equações de Maxwell.

(a) A **alternativa está incorreta** pois a Lei de Gauss Elétrica pode ser obtida a partir da Lei de Ampère em conjunto com a Equação da Continuidade, a qual relaciona Carga e Corrente e não energia e potência.

(b) A **alternativa está correta**, conforme estudamos nesta aula.

(c) A **alternativa está incorreta**, pois as Equações de Maxwell descrevem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos e não microscópicos.

(d) A **alternativa está incorreta**, pois, além das Equações de Maxwell descreverem fenômenos eletromagnéticos macroscópicos e não microscópicos, a Lei de Gauss elétrica relaciona carga e corrente e não carga e potência.

(E) A **alternativa está incorreta**, pois a Lei de Gauss elétrica relaciona carga e corrente e não energia e corrente.

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

4. (TRT-1 Região-RJ-AOCP-Engenharia Elétrica-2018-Adaptada) Dadas as equações a seguir, assinale a alternativa correta.

I. $$\oint \vec{B}.d\vec{s} = \oint B\cos\theta\, ds = \mu_0 i_{env}$$

II. $$\oint \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

III. $$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\right) r$$

A) As equações I, II e III representam, respectivamente: Equação de Maxwell, Lei de Graetz e Lei de Ampère.

B) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei de Lenz, Lei de Ampère e Equação de Maxwell.

C) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei do eletromagnetismo de Newton, Lei de Ampère e Lei de Faraday.

D) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei de Ampère, Lei de Faraday e módulo de campo magnético no interior de um fio.

E) As equações I, II e III representam, respectivamente: Lei de Maxwell, Lei de Faraday e módulo de campo magnético no exterior de um fio.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as alternativas acerca da representação correta das equações apresentadas.

Vamos comentar sobre cada uma separadamente.

I. Essa equação representa a lei circuital de Ampère.

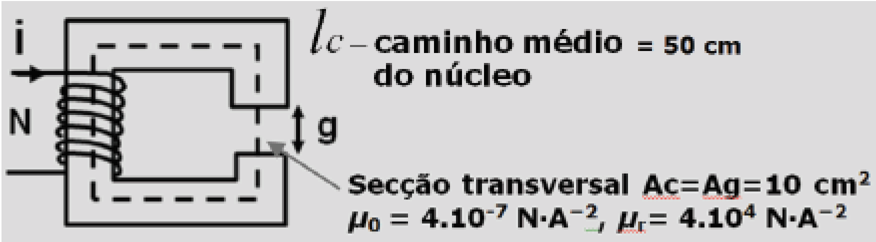
II. Essa equação representa a lei de Faraday.

III. Essa equação representa o módulo de campo magnético no exterior de um fio.

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

5. (Pref. Manaus-Jovens-2010) De acordo com o circuito magnético abaixo, onde N=1000 espiras e g=0,1cm, é correto afirmar que a relutância do entreferro Rg é igual a



A) 31,25.10³ Ae/Wb

B) 32,35.10³ Ae/Wb

C) 2,5.10⁶ Ae/Wb

D) 5,0 Ae/Wb

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a relutância no entreferro do circuito magnético da figura. O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a fórmula para a relutância do entreferro que determinamos no capítulo 2 do livro.

A relutância do entreferro pode ser calculada por meio da equação abaixo:

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g}$$

Segundo os dados fornecidos pelo enunciado a questão, temos que:

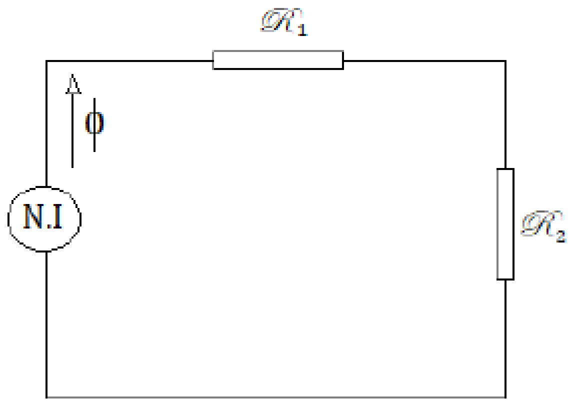
$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 A_g} = \frac{0{,}1 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-4}} = 2{,}5 \cdot 10^6 Ae/Wb$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Note que a questão fornece a permeabilidade relativa do material μ_r. No entanto, não é necessário utilizar esse valor, já que a relutância do entreferro depende da permeabilidade magnética do vácuo μ_0.

6. (Pref. Salvador-FGV-2019) A figura a seguir mostra um circuito magnético composto por duas relutâncias ligadas em série (R_1 = 2x10⁵ A/Wb e R_2 = 3x10⁵ A/Wb) e por um enrolamento que contém 1000 espiras. Para que o fluxo no circuito magnético seja de 2x10⁻⁴ Wb, a corrente, em A, no enrolamento deverá ser de



(A) 0,1.

(B) 0,2.

(C) 0,3.

(D) 0,4.

(E) 0,5.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a corrente para que seja gerado um fluxo magnético de 2x10^4 Wb no circuito da figura.

O procedimento para resolver a questão consiste em construir um circuito elétrico análogo para analisar como o fluxo magnético se comporta em cada parte do circuito. Perceba que a figura da questão é justamente o circuito elétrico análogo que possui duas relutâncias em série. Dessa forma, temos que:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2)$$

Os valores das relutâncias e do fluxo magnético são fornecidos pelo enunciado da questão. Logo,

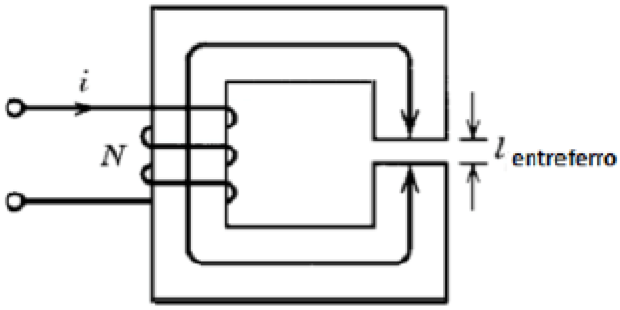
$$i = \frac{\phi(\mathcal{R}_1+\mathcal{R}_2)}{N} = \frac{2\cdot 10^{-4}(2\cdot 10^5+3\cdot 10^5)}{1000} = 0{,}1A$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

7. (Tribunal Regional do Trabalho 1ª Região-AOCP-2018) Considerando-se uma densidade de campo magnético de 0,8 T, a corrente elétrica que flui através das espiras de um circuito magnético, em A, com as seguintes características, será igual a

Número de espiras	480	
Permeabilidade relativa do núcleo	4000	
	Para o núcleo	Para o entreferro
Comprimento médio	40 cm	0,02 cm
Área da seção transversal	2,5 cm^2	2,5 cm^2



A) 106/π

B) 1/0,8π

C) 106

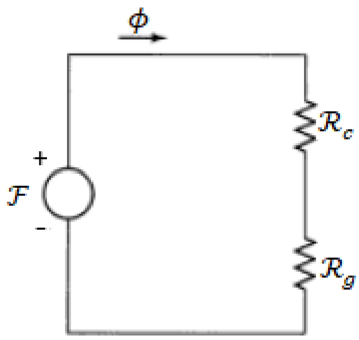
D) π /106

E) π /2,25

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a corrente elétrica que flui através das espiras do circuito magnético da figura, considerando-se uma densidade de campo magnético de 0,8 T.

O procedimento para resolver a questão consiste em construir um circuito elétrico análogo para analisar como o fluxo magnético se comporta em cada parte do circuito. Perceba que este circuito possui um entreferro. Dessa forma, o circuito elétrico análogo possui a relutância do núcleo em série com a relutância do entreferro, conforme a figura abaixo.



Dessa forma, temos que:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)$$

Com os dados fornecidos pelo enunciado da questão, podemos calcular o fluxo magnético ϕ e as relutâncias do circuito.

O fluxo magnético é dado por:

$$\phi_c = B_c \cdot A_c = 0{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-4}\ Wb$$

A relutância total do circuito corresponde à relutância do núcleo em série com a relutância do entreferro. Logo,

$$\mathcal{R}_T = \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g = \frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g}$$

$$\mathcal{R}_T = \frac{40 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{3} \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4}} + \frac{0{,}02 \cdot 10^{-2}}{4\pi 10^{-7} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4}} = \frac{3 \cdot 10^{6}}{\pi}\ Ae/Wb$$

Dessa forma,

$$i = \frac{\phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}{N}$$

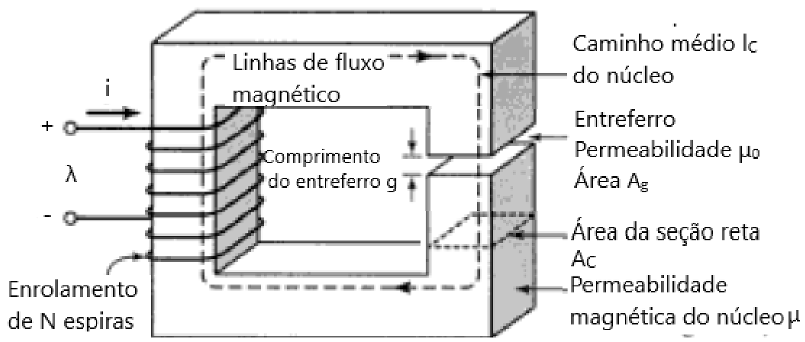
$$i = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{6}}{480\pi} = \frac{1}{0{,}8\pi} A$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

Fique sempre atento com relação às unidades que você irá utilizar para resolver a questão!

8. (Tribunal de justiça do Maranhão-IESES-2009) O circuito magnético abaixo, tem as seguintes dimensões Ac=Ag=9cm², g=0,050cm, lc=30cm e N=500 espiras. Supondo que o valor μr=70.000 para o material do núcleo, e que o circuito magnético esteja operando com Bc=1,0T, a corrente i será de:



A) 0,80 A

B) 0,50 A

C) 0,40 A

D) 0,70 A

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a corrente elétrica que flui através das espiras do circuito magnético da figura, considerando-se uma densidade de campo magnético de 1 T.

O procedimento para resolver a essa questão é o mesmo da questão anterior. Dessa forma, o circuito elétrico análogo (o mesmo da questão anterior) possui a relutância do núcleo em série com a relutância do entreferro. Dessa forma, temos que:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)$$

Com os dados fornecidos pelo enunciado da questão, podemos calcular o fluxo magnético ϕ e as relutâncias do circuito.

O fluxo magnético é dado por:

$$\phi_c = B_c \cdot A_c = 1 \cdot 9 \cdot 10^{-4} = 9 \cdot 10^{-4}\ Wb$$

A relutância total do circuito corresponde à relutância do núcleo em série com a relutância do entreferro. Logo,

$$\mathcal{R}_T = \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g = \frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{g}{\mu_0 A_g}$$

$$\mathcal{R}_T = \frac{30 \cdot 10^{-2}}{7 \cdot 10^4 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{-4}} + \frac{0{,}05 \cdot 10^{-2}}{4\pi 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{-4}} = 4{,}46 \cdot 10^5\ Ae/Wb$$

Dessa forma,

$$i = \frac{\phi(\mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g)}{N}$$

$$i = \frac{9 \cdot 10^4 \cdot 4{,}46 \cdot 10^5}{500} = 0{,}8A$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão

9. (Senado Federal-FGV-2008) Um material ferromagnético de forma toroidal e seção circular possui um núcleo de permeabilidade μ de uma bobina de *N* espiras percorridas por uma corrente *i*. O núcleo toroidal tem comprimento médio *l* e seção reta *s*. Nessa situação, o fluxo gerado é de:

Dados: $\mu = 2{,}0 \times 10^{-3}$ H/m; N = 100 espiras;
i = 3,0A; l = 24cm; S = 12,0 cm^2.

A) 1,0 x 10^{-3} Wb.

B) 2,0 x 10^{-3} Wb.

C) 3,0 x 10^{-3} Wb.

D) 4,0 x 10^{-3} Wb.

E) 5,0 x 10^{-3} Wb.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o fluxo magnético gerado em um núcleo magnético toroidal de seção circular.

O procedimento para resolver a questão consiste em analisar o circuito magnético que possua apenas relutância referente ao núcleo do circuito. Dessa forma, a força magnetomotriz necessária para produzir um campo magnético em núcleo de permeabilidade magnética μ, área de seção reta A_c e comprimento médio l_c é dada por:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi \frac{l_c}{\mu A_c}$$

Isolando o fluxo magnético ϕ, temos que:

$$\phi = \frac{Ni\mu A_c}{l_c}$$

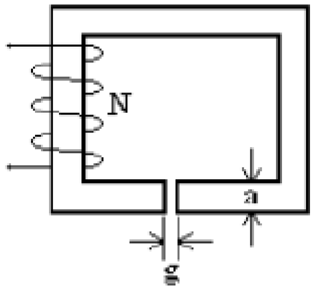
Utilizando os dados fornecidos no enunciado da questão, o fluxo magnético equivale a:

$$\phi = \frac{100 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cdot 10^{-4}}{24 \cdot 10^{-2}} = 3 \cdot 10^{-3} Wb$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

10. (Centrais Elétricas Brasileiras- NCE-2007) A figura abaixo representa um circuito magnético de permeabilidade magnética infinita. Sua seção reta é constante e igual ao produto "ab" ("b" é a profundidade em relação ao plano do papel). A largura do entreferro é "g" e o enrolamento possui N espiras. Sendo μ_0 a permeabilidade do ar, a expressão da indutância do enrolamento, desprezando-se o espraiamento, é:



A) $N\mu_0 ab/g$

B) $N\mu_0 ab/g^2$

C) $N\mu_0 abg^2$

D) $N^2\mu_0 ab/g^2$

E) $N^2\mu_0 ab/g$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine a expressão da indutância do enrolamento para o circuito da figura. O procedimento para resolver essa questão consiste em calcular inicialmente o fluxo magnético no circuito para posteriormente substituí-lo na fórmula da indutância. Observe que o circuito possui um núcleo magnético e um entreferro. Dessa forma a equação geral de um circuito magnético que contém um entreferro de ar é dada por:

$$\mathcal{F} = Ni = \phi\mathcal{R}_T$$

Onde a relutância magnética total do circuito corresponde à relutância do núcleo magnético em série com a relutância do entreferro. Logo,

$$\mathcal{R}_T = \mathcal{R}_c + \mathcal{R}_g = \frac{l_c}{\mu A_c} + \frac{\mathrm{g}}{\mu_0 A_g}$$

Segundo o enunciado da questão, o núcleo do circuito magnético possui permeabilidade magnética infinita ($\mu \to \infty$). Dessa forma, a relutância do núcleo é desprezível com relação ao do entreferro e tende a ser nula. Então podemos considerar que:

$$\mathcal{R}_T = \mathcal{R}_g = \frac{\mathrm{g}}{\mu_0 A_g}$$

Substituindo esse resultado e isolando o fluxo magnético ϕ, temos

$$\phi = \frac{Ni\mu_0 A_g}{\mathrm{g}}$$

Sabemos que a indutância é dada por:

$$L = \frac{N\phi}{i}$$

Substituindo o valor do fluxo magnético na equação acima, temos

$$L = \frac{N(\frac{Ni\mu_0 A_g}{g})}{i} = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{g}$$

Segundo os dados fornecidos pelo enunciado da questão, a área da seção transversal é o produto "ab". Assim,

$$L = \frac{N^2 \mu_0 ab}{g}$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

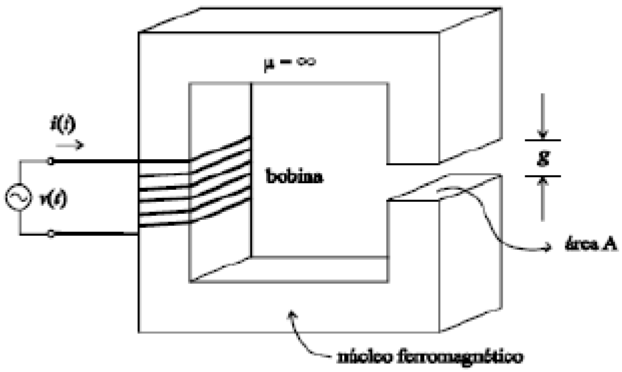
Basicamente, esta questão exigiu a dedução da fórmula para indutância de uma bobina quando a permeabilidade magnética do núcleo é infinita. Dessa maneira, perceba que o ponto chave para resolver a questão é justamente considerar que a permeabilidade do núcleo é infinita, resultando em uma relutância nula.

Ao final da seção 2.4, eu apresentei uma simplificação comum, supondo que a relutância do núcleo seja mínima com relação à do entreferro. Desprezando a relutância do núcleo e considerando apenas a relutância do entreferro, a equação da indutância do enrolamento apresentada foi:

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{g}$$

Ou seja, justamente a equação que deduzimos nessa questão!

11. (Tribunal Superior Eleitoral-CESPE-2007) A figura abaixo mostra uma estrutura eletromagnética que é alimentada por uma fonte de tensão CA. A bobina tem N espiras e envolve um material ferromagnético que apresenta permeabilidade magnética μ supostamente infinita. No núcleo magnético, cuja seção transversal tem área igual a *A*, foi aberto um entreferro de comprimento g, que é atravessado por um fluxo magnético produzido a partir da corrente i que circula pela bobina. Com relação à estrutura eletromagnética apresentada e considerando que a permeabilidade magnética do ar é μ_0, assinale a opção incorreta.



A) A indutância da bobina da estrutura é igual a $N^2\mu_0 A/g$.

B) A relutância originada somente pela contribuição do material ferromagnético é nula.

C) A energia do campo magnético, por unidade de volume, fica armazenada totalmente no material ferromagnético da estrutura.

D) A permeância do circuito magnético independe do número de espiras da bobina.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine a opção incorreta entre as alternativas listadas com relação à estrutura magnética apresentada na figura. Portanto, vamos julgar cada alternativa separadamente.

(a) A **alternativa está correta**, pois a expressão para a indutância que acabamos de deduzir na questão anterior é justamente a apresentada na alternativa quando consideramos a permeabilidade magnética do núcleo infinita.

(b) A **alternativa está correta**, pois a relutância do núcleo é nula quando consideramos a permeabilidade relativa do núcleo infinita. Então, a relutância total do circuito equivale a relutância do entreferro.

(c) A **alternativa está incorreta**, pois a energia magnética também deve ser considerada no entreferro do circuito e não apenas na estrutura ferromagnética. Quando o comprimento do entreferro (g) for muito menor do que as dimensões das faces adjacentes do núcleo, o fluxo magnético seguira o caminho definido pelo núcleo e pelo entreferro. Dessa forma, a análise realizada anteriormente para o núcleo pode ser estendida ao entreferro.

(d) A **alternativa está correta**, pois, como a permeância é o inverso da relutância, ela também não depende do número de espiras da bobina.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

12. (Tribunal Regional Federal da 2ª Região-FCC-2007) Assinale a alternativa que associa corretamente as colunas relativas às grandezas eletromagnéticas.

Grandeza	Símbolo	Unidade no S.I
1. Fluxo magnético	1. µ	1. Ae/m
2. Relutância	2. H	2. T
3. Campo magnético	3. ϕ	3. Wb
4. Permeabilidade magnética	4. B	4. A/Wb
5. Densidade de fluxo magnético	5. $\mathcal{R}$	5. T.m/A

A) (1 - 1 - 5); (2 - 4 - 1); (3 - 2 - 2); (4 - 5 - 3); (5 - 3 - 4)

B) (1 - 2 - 3); (2 - 4 - 4); (3 - 1 - 1); (4 - 5 - 5); (5 - 3 - 2)

C) (1 - 3 - 3); (2 - 5 - 4); (3 - 2 - 1); (4 - 1 - 5); (5 - 4 - 2)

D) (1 - 4 - 1); (2 - 3 - 5); (3 - 5 - 4); (4 - 1 - 2); (5 - 2 - 3)

E) (1 - 4 - 4); (2 - 1 - 1); (3 - 3 - 2); (4 - 2 - 5); (5 - 5 - 3)

Resolução e comentários:

A questão solicita que você associe corretamente as colunas relativas às grandezas eletromagnéticas.

Conforme estudamos no decorrer do livro e considerando as grandezas como ponto de partida, temos que:

1- O fluxo magnético é representado por ϕ e possui o weber (Wb) como unidade. Logo,

(1-3-3)

2- A relutância é representada por $\mathcal{R}$ e possui A/Wb ou Ae/Wb como unidade. Logo,

(2-5-4)

3- O campo magnético (ou intensidade de campo magnético) é representado por H e possui Ae/m como unidade. Logo,

(3-2-1)

4- A permeabilidade magnética é representada por µ e possui T.m/A como unidade. Logo,

(4-1-5)

5- A densidade de fluxo magnético é representado por B e possui como unidade o Tesla (T). Logo,

(5-4-2)

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Mesmo sendo um conhecimento fundamental, note que algumas questões podem cobrar as unidades relativas a cada grandeza estudada. Dessa forma, fique sempre atento se você está considerando a unidade correta!

13. (Tribunal Regional Federal da 3ª Região-FCC-2016) Com o objetivo de desenvolver um galvanômetro foi construída uma bobina indutora com 100 espiras, 5 [mm] de comprimento, área transversal da espira de 0,4 [cm^2] e núcleo de ar. Considerando a permeabilidade magnética do ar μ_0=4π10^{-7} , a indutância da bobina é, em [µH], aproximadamente,

A) 25.

B) 230.

C) 100.

D) 360.

E) 68.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a indutância em uma bobina que possui um núcleo de ar. O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a equação da indutância. Conforme estudamos no capítulo 2, a indutância de uma bobina é dada por:

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}_T}$$

Considerando que a bobina possui um núcleo de ar, então a relutância dependerá apenas da permeabilidade magnética do vácuo μ_0 e das características geométricas da bobina. Logo

$$L = \frac{N^2}{g/\mu_0 A_g} = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{g}$$

Segundo os dados fornecidos pelo enunciado da questão, temos que

$$L = \frac{100^2 \cdot 4\pi 10^{-7} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-3}} = 1{,}0048 \cdot 10^{-4} H = 100\ \mu H$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

14. (Polícia Científica de Pernambuco-CESPE-2016) Assinale a opção correta no que se refere à magnetização de materiais.

A) As propriedades dos materiais ferromagnéticos independem da temperatura.

B) Ferro, chumbo e cobre são materiais ferromagnéticos.

C) Materiais ferromagnéticos são fortemente magnetizados sob a ação de um campo magnético.

D) O ar é um meio diamagnético.

E) Nos materiais supercondutores, a permeabilidade magnética relativa é maior que um.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine a opção correta no que se refere à magnetização de materiais. Portanto, vamos julgar cada item separadamente.

(a) A **alternativa está incorreta**. Conforme estudamos na seção 2.5 do livro, os materiais ferromagnéticos perdem suas propriedades ferromagnéticas e tornam-se paramagnéticas lineares quando a temperatura fica acima da temperatura de Curie. Ou seja, suas propriedades dependem da temperatura.

(b) A **alternativa está incorreta**, pois o chumbo e o cobre são materiais diamagnético, os quais possuem permeabilidade relativa menor ou igual a 1 ($\mu_r \leq 1$).

(c) A **alternativa está correta**, pois os materiais ferromagnéticos são capazes de serem magnetizados fortemente por um campo magnético.

(d) A **alternativa está incorreta**, pois o ar é um meio paramagnético. Os materiais paramagnéticos possuem permeabilidade relativa ligeiramente maior ou igual a 1 ($\mu_r \geq 1$)..

(e) A **alternativa está incorreta**. Nos materiais considerados supercondutores, deve ocorrer o diamagnetismo perfeito onde $\mu_r = 0$ (e consequentemente B=0). Assim, os materiais supercondutores são formados por materiais diamagnéticos.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

15. (Pref. Manaus-Jovens-2010) Considere um transformador hipotético ideal que possui em um de seus terminais 17 espiras. Sabendo-se que, ao utilizar esse transformador com uma tensão de entrada de 1000 V em um de seus terminais, é obtida uma tensão de saída de 17 kV. É correto afirmar que a quantidade de espiras no outro terminal é igual a

(A) 289

(B) 4913

(C) 1700

(D) 578

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a quantidade de espiras no terminal de um transformador hipotético ideal.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar as relações de transformação de um transformador.

A relação de transformação *a* é dada por:

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Segundo os dados fornecidos pelo enunciado,

$$\frac{1000}{17000} = \frac{17}{N_2}$$

Isolando N_2,

$$N_2 = 289\ espiras$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

16. (Pref. São Luís-FSADU-2008) Um transformador de potência tem uma razão do número de espiras do lado primário em relação ao lado secundário de 1:5. O secundário possui 1.000 espiras, a tensão medida no secundário de 30 V. A tensão no lado primário e o número de espiras são, respectivamente,

a) 6 V e 1.000 espiras.

b) 150 V e 5.000 espiras.

c) 6 V e 5.000 espiras.

d) 150 V e 200 espiras.

e) 6 V e 200 espiras.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a tensão e o número de espiras no lado primário de um transformador de potência.

Ou seja, a relação de transformação é dada por:

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Segundo o enunciado, a razão do número de espiras do primário em relação ao secundário é de 1:5.

$$a = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{5}$$

Logo,

$$\frac{1}{5} = \frac{N_1}{1000}$$

$$N_1 = 200\ espiras$$

Considerando que a tensão no secundário equivale a 30 V, temos

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{30}$$

Dessa forma,

$$v_1 = 30a = 30 \cdot \frac{1}{5} = 6\ V$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

17. (Pref. Caxias-Inst. Machado de Assis-2018) Os transformadores trifásicos têm as mesmas funções que os monofásicos, ou seja, abaixar e elevar a tensão. No entanto, trabalham com três fases, ao invés de apenas uma como os monofásicos. Sobre as particularidades do transformador trifásico, assinale a alternativa incorreta:

(A) O transformador trifásico difere do transformador monofásico na construção do núcleo e na disposição das bobinas das fases.

(B) Cada fase funciona independentemente das outras duas fases. É exatamente como se fossem três transformadores monofásicos em um só. Tanto que, em uma instalação, três transformadores monofásicos, exatamente iguais, podem substituir um transformador trifásico.

(C) O transformador trifásico pode alimentar apenas cargas trifásicas.

(D) Os primários e secundários são isolados entre si, como nos transformadores monofásicos.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue os itens apresentados sobre transformadores trifásicos para assinalar a alternativa incorreta. Segundo as informações apresentadas,

(C) A **alternativa está incorreta**, pois o transformador trifásico também pode alimentar cargas monofásicas. Conforme estudamos, o transformador trifásico funciona como se fosse três transformadores monofásico em um só. Dessa forma, cada fase do transformador pode alimentar um determinado conjunto de cargas. Dentre essas cargas podemos ter cargas monofásicas (como um chuveiro ligado entre fase e neutro) e cargas trifásicas (como um motor elétrico trifásico). De qualquer forma é importante ressaltar, que o ideal é que para cada fase seja realizado um balanceamento adequado.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

18. (Instituto Técnico Científico de Perícia-RN-AOCP-2018) Um transformador de 6 kVA com tensões de 13.800 V / 220 V e frequência de 60 Hz apresenta a relação de 2,5 volts/ espira. Considerando o transformador em questão como sendo ideal, assinale a alternativa que apresenta o valor da relação de transformação operando como elevador.

A) 100,3.

B) 521.

C) 62,72.

D) 0,56.

E) 11,2.

Resolução e comentários:

A questão solicita que calcule o valor da relação de transformação de um transformador operando como elevador.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar as relações de transformação de um transformador de acordo com o que foi estudado na seção 3.2.

Conforme consideramos originalmente em nossa aula, o transformador em questão é um transformador abaixador, dado que a tensão de saída é menor do que a tensão de entrada ($V_2<V_1$).

Segundo os dados do enunciado, temos que a relação de transformação *a* é dada por:

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{13800}{220} = 62{,}72$$

Quando ele opera como elevador, então a tensão de saída é maior do que a tensão de entrada ($V_2>V_1$).

Assim, a tensão de entrada V_1 será o enrolamento com menos espiras (220 V) que será elevada para a tensão V_2 (13800 V) por meio de um maior número de espiras do enrolamento secundário. Para este caso, temos que a relação de transformação será:

$$a = \frac{v_1}{v_2} = \frac{200}{13800} = 0{,}016$$

Como não temos alternativa correspondente, a questão poderia ser anulada.

Perceba que se considerássemos a relação de transformação inversa (onde $a = v_2/v_1$, como outros autores podem considerar), aí sim chegaríamos ao valor de 62,72, que foi a resposta considerada pela banca se o trafo operasse como elevador.

Para essa questão, o interessante seria verificar justamente as duas possibilidades da expressão para garantir a pontuação, caso a banca não a anulasse.

Esse ponto da matéria foi discutido e esclarecido no finalzinho da seção 3.2. Caso tenha restado alguma dúvida, oriento que volte nessa seção. Certo?

Portanto,

À meu ver, a questão deveria ser anulada, mas a **alternativa (C)** foi considerada como gabarito da questão.

De qualquer forma, essa questão é importante para que você entenda como a relação de transformação se comporta quando o transformador opera como abaixador e elevador.

19. (Pref. São José dos Campos-VUNESP-2012) Um transformador monofásico (2,0/34,5 [kV] – 1 [MVA]) foi submetido ao ensaio em vazio e os resultados estão apresentados na tabela. Com base nessa tabela, assinale a alternativa que apresenta, correta e respectivamente, o valor da reatância de magnetização e da resistência de perdas, que são responsáveis pela modelagem dos efeitos do núcleo desse transformador.

ENSAIO EM VAZIO		
Tensão de alimentação	Corrente de alimentação	Potência ativa
2000 [V]	2,5 [A]	4000 [W]

(A) 167 [Ω] e 125 [Ω]

(B) 333 [Ω] e 250 [Ω]

(C) 667 [Ω] e 500 [Ω]

(D) 1333 [Ω] e 1000 [Ω]

(E) 2666 [Ω] e 2000 [Ω]

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o valor d reatância de magnetização e da resistência de perdas responsáveis pela modelagem dos efeitos do núcleo de um transformador.

O procedimento para resolver essa questão consiste em utilizar os dados fornecidos pelo ensaio a vazio para calcular os termos solicitados. Conforme estudados na seção 3.4.2 do livro, a instrumentação utilizada no ensaio a vazio mede os valores eficazes da tensão aplicada V_{ca}, da corrente I_{ca} e da potência P_{ca}.

Considerando essas três medidas, a magnitude da impedância, a resistência e a reatância de magnetização podem ser calculadas.

Segundo os dados fornecidos pelo enunciado da questão, temos que a magnitude da impedância de magnetização equivale a:

$$|Z_\varphi| = \frac{V_{ca}}{I_{ca}} = \frac{2000}{2,5} = 800\ \Omega$$

A resistência de magnetização equivale a:

$$R_c = \frac{v_{ca}^2}{P_{ca}} = \frac{2000^2}{4000} = 1000\ \Omega$$

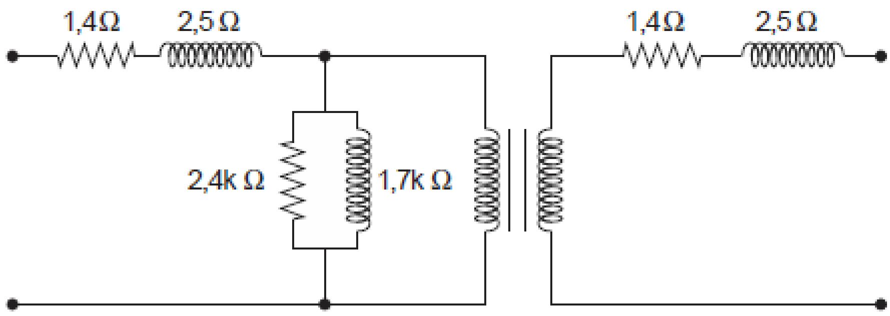
Com esses valores determinados, podemos calcular a reatância de magnetização. Logo,

$$X_m = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{|Z_\varphi|}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{|800|}\right)^2 - \left(\frac{1}{1000}\right)^2}} = 1333,3\ \Omega$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

20. **(Pref. São Luís- FCC-2015) A figura abaixo representa o circuito equivalente de um transformador monofásico, cujos parâmetros foram obtidos por medidas realizadas por um multímetro e por ensaios em vazio e em curto-circuito.**



Está correto o que se afirma em:

(A) O transformador tem uma relação de espiras de 2:1.

(B) Trata-se de um transformador elevador de tensão.

(C) Os dois parâmetros de 2,5 Ω foram obtidos pelo ensaio em vazio.

(D) O parâmetro de 2,4 kΩ, que representa a resistência de magnetização do ferro, foi obtido pelo ensaio em curto-circuito.

(E) O parâmetro de 1,7 kΩ refere-se à reatância de magnetização do ferro.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue os itens para determina a alternativa correta sobre o circuito equivalente de um transformador monofásico dado na figura.

Vamos analisar cada item separadamente!

(a) A **alternativa está incorreta**, pois não é possível determinar a relação de transformação do transformador em questão apenas por meio dos dados fornecido.

(b) A **alternativa está incorreta**. Como não sabemos a relação de tensão entre os enrolamentos do transformador, não é possível saber se ele é elevador ou abaixador de tensão.

(c) A **alternativa está incorreta**, pois os parâmetro de 2,5 Ω quando referidos ao primário formam a resistência equivalente (resistência de dispersão) que pode ser obtida pelo ensaio de curto-circuito. Lembre-se que a impedância equivalente em série (referida ao primário do transformador) é obtida pelo ensaio de curto-circuito e não pelo ensaio a vazio.

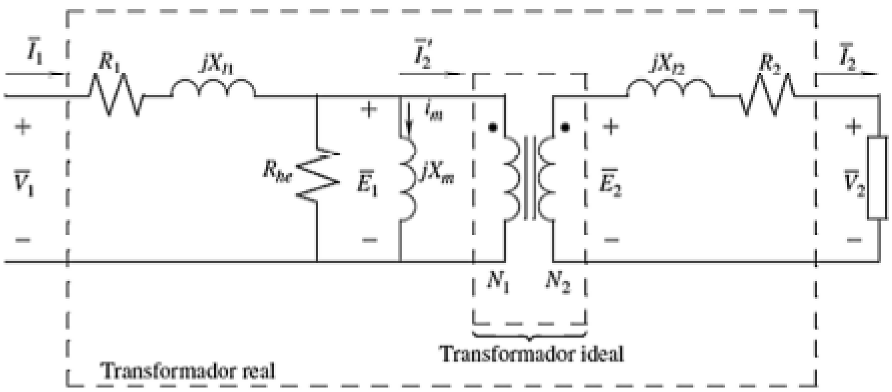
(d) A **alternativa está incorreta**, pois o parâmetro de 2,4 kΩ corresponde à resistência de magnetização que pode ser obtida pelo ensaio a vazio e não pelo ensaio de curto-circuito.

(e) A **alternativa está correta**, pois a reatância (que está representada pelo valor de 1,7 kΩ na figura) e a resistência de magnetização podem ser obtidas pelo ensaio a vazio.

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

21. **(Pref. Várzea Grande- UFMT-2017) Com o intuito de utilizar o circuito equivalente do transformador da figura a seguir, necessita-se dos valores dos diferentes parâmetros. Essas especificações são geralmente fornecidas pelos fabricantes dos transformadores de potência. Tais dados podem também ser obtidos utilizando os ensaios de circuito aberto e curto-circuito.**



Considerando os conceitos sobre ensaios de transformadores, assinale a assertiva correta.

A) No ensaio de curto-circuito, o enrolamento de alta tensão está em curto-circuito e uma tensão reduzida é aplicada ao enrolamento de baixa tensão, o que resulta na corrente nominal. Isto permite estimar as impedâncias de dispersão no circuito equivalente do transformador.

B) No ensaio de circuito aberto aplica-se ao enrolamento de baixa tensão a tensão nominal, mantendo o lado de alta em circuito aberto. Isso permite estimar as impedâncias de dispersão no circuito equivalente do transformador.

C) No ensaio de curto-circuito, o enrolamento de baixa tensão está em curto-circuito e uma tensão reduzida é aplicada ao enrolamento de alta tensão, o que resulta na corrente nominal. Isto permite estimar a reatância de magnetização e a resistência equivalente do núcleo.

D) No ensaio de circuito aberto, aplica-se ao enrolamento de baixa tensão a tensão nominal, mantendo o lado de alta em circuito aberto. Isto permite estimar a reatância de magnetização e a resistência equivalente do núcleo.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue os itens para determinar a alternativa correta sobre os ensaios realizados em transformadores.

Conforme estudamos na seção 3.4 do livro, o ensaio de curto-circuito é realiado para encontrar a impedância equivalente em série Req +jXeq. Para este ensaio, o curto-circuito será aplicado ao secundário do transformador e a tensão ao primário. Como padrão, o lado de alta tensão é considerado como sendo o primário.

O ensaio de circuito aberto é realizado para encontrar a impedância de magnetização Zφ do núcleo do transformador. Esse ensaio é realizado com o secundário em aberto e a tensão nominal aplicada ao primário, da mesma forma que no ensaio de curto circuito. Neste ensaio, o lado de baixa tensão é tomado como sendo o primário.

Agora, vamos julgar cada item isoladamente.

(a) A **alternativa está incorreta**. No ensaio de curto-circuito, a tensão é aplicada ao enrolamento primário que, por conveniência, adota o lado de alta como padrão. Assim, o curto-circuito é aplicado ao lado de baixa (secundário).

(b) A **alternativa está incorreta**. No ensaio de circuito aberto, a resistência e reatância de magnetização são estimadas e não as impedâncias de dispersão do circuito.

(c) A **alternativa está incorreta**. Por meio do ensaio de curto-circuito, as impedâncias de dispersão do circuito podem ser determinadas e não a impedância de magnetização conforme a questão afirma.

(d) A **alternativa está correta**. No ensaio de circuito aberto, a tensão é aplicada ao circuito de baixa tensão que, por conveniência, considera o lado de baixa como o primário do transformador, enquanto o lado de alta é mantido em circuito aberto. Por meio deste ensaio, é possível estimar a reatância e a resistência de magnetização conforme a alternativa afirma.

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

22. (Pref. Itapevi-VUNESP-2019) Um transformador monofásico 13,8/0,22 [kV] possui impedância de curto-circuito de (0,02 + j · 0,04) [Ω], vista pelo lado de baixa tensão. Dado que esse transformador é alimentado por uma fonte ideal de 13,8 [kV] e que uma carga de (3,98 – j · 0,04) [Ω] é conectada ao seu secundário, o valor do seu rendimento, em [%], é:

(A) 97,5.

(B) 98,0.

(C) 98,5.

(D) 99,0.

(E) 99,5.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o rendimento do transformador.

O procedimento para resolver essa questão consiste em determinar a potência de saída e a potência de entrada do transformador para que seja possível, assim, calcular o seu rendimento. O rendimento do transformador será dado por:

$$n_T = \frac{P_S}{P_e}$$

Dessa forma, vamos analisar cada potência separadamente.

A potência de saída do transformador pode ser calculada com os dados fornecidos pelo enunciado da questão. A impedância de carga equivale a:

$$Z_{carga} = 3{,}98 - j0{,}004\ \Omega$$

Considerando o lado de baixa como referência, temos que a tensão V sob a qual a carga Z está conectada é de

$$V = 220\ V$$

Sabendo que a potência de saída equivale à potência ativa (dissipada) pela parte resistiva da carga, temos que:

$$P_S = \frac{V^2}{R} = \frac{220^2}{3{,}98} = 12160{,}8\ W$$

A operação em plena carga corresponde a uma corrente de

$$I = \frac{P_S}{V} = \frac{12160{,}8}{220} = 55{,}27\ A$$

A potência de entrada pode ser escrita como a potência de saída mais a potência "perdida" devido aos elementos resistivos do transformador (resistências de dispersão).

Sendo mais específica, a potência perdida é igual à potência dissipada no enrolamento. Dessa forma, a resistência de dispersão obtida por meio do ensaio de curto-circuito será utilizada para calcular a potência perdida. Segundo os dados fornecidos pelo enunciado,

$$P_{enr} = I^2 R_{eq} = 55{,}27^2 \cdot 0{,}02 = 61{,}10\ W$$

Logo, a potência de entrada equivale a

$$P_e = P_S + P_{enr} = 12160{,}8 + 61{,}10 = 12221{,}9\ W$$

Substituindo os valores encontrados na equação do rendimento, temos que

$$n_T = \frac{P_S}{P_e} = \frac{12160{,}8}{12221{,}9} = 0{,}995 = 99{,}5\%$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

23. (Departamento Estadual de Trânsito-CE-EUCE-2018) Um transformador isolado monofásico, com valores nominais 10 kVA, 60 Hz e 250/110 V é ligado como autotransformador com tensão de secundário de 127 V. O acréscimo de potência, em kVA, quando o transformador isolado é ligado como autotransformador, é de

A) 2,3.

B) 4,4.

C) 10.

D) 14,4.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o acréscimo de potência em um transformador, quando o mesmo é ligado como um autotransformador.

O procedimento para resolver essa questão consiste em determinar o acréscimo de tensão gerado no enrolamento primário do transformador, dado que a potência também aumentará na mesma proporção.

Segundo o enunciado da questão, o transformador possui uma relação de transformação equivalente a:

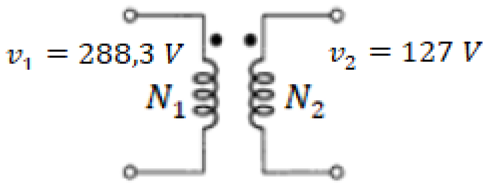
$a = \frac{250}{110} = 2{,}27$

Se considerarmos que a tensão de saída do transformador seja de 127 V conforme o enunciado informa, então a tensão de entrada será:

$a = \frac{v_1}{v_2}$

$v_1 = av_2 = 2{,}27 \cdot 127 = 288{,}3\ V$

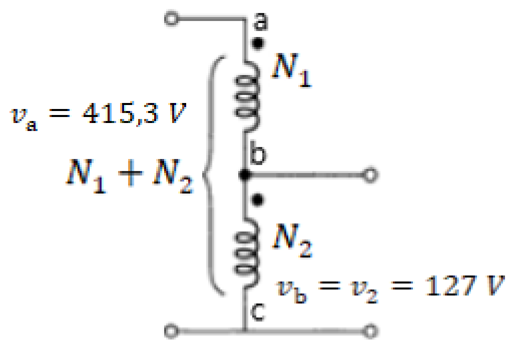
O transformador pode ser visualizado na figura abaixo.



Este mesmo transformador ligado como autotransformador continuará tendo uma tensão de 127 V saída (lado de baixa), de acordo com o especificado no enunciado da questão. Logo, a tensão do lado de alta será equivalente à:

$V_A = V_1 + V_2 = 288{,}3 + 127 = 415{,}3\ V$

Dessa forma, o autotransformador pode ser representado por:



Segundo os dados fornecidos pelo enunciado, a corrente que passa pelo enrolamento de 288,3 V do transformador equivale a:

$I = \frac{S}{V_1} = \frac{10000}{288{,}3} = 34{,}68\ A$

Logo, a potência total no lado de alta do autotransformador é dada por,

$S_a = V_a I = 415{,}3 \cdot 34{,}68 = 14406{,}75\ VA$

O acréscimo de potência foi de

$S_a - S = 14406{,}75 - 10000 = 4406{,}75 = 4{,}4\ kVA$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

Perceba que a potência aparente do transformador permanece igual a 10 kVA conforme o enunciado especifica. No entanto, quando o transformador é ligado como autotrafo, a potência do lado de alta é acrescida em 4,4 kVA, pois a tensão total correspondente a esse lado também aumentou proporcionalmente a soma do número de espiras do enrolamento primário e secundário do transformador (N1+N2).

24. (Pref. Aracati-ACEP-2019) Um autotransformador trifásico $\sqrt{3}\cdot 100$ kV / $\sqrt{3}\cdot 220$ kV com ligação estrela-estrela é formado por três transformadores monofásicos com as seguintes especificações individuais: 100 kV / 120 kV e 150 MVA. A potência nominal do autotransformador trifásico é:

A) 450 MVA.

B) 825 MVA.

C) 990 MVA.

D) 1165 MVA.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a potência nominal de um autotransformador trifásico formado por três transformadores monofásicos.

O procedimento para resolver essa questão consiste em analisar o transformador monofásico para poder determinar a potência de uma faze do autotransformador.

Considerando os dados do transformador monofásico, temos que

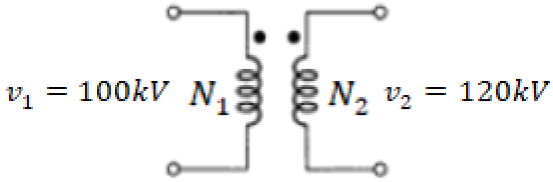
$v_1 = 100kV$

$v_2 = 120kV$

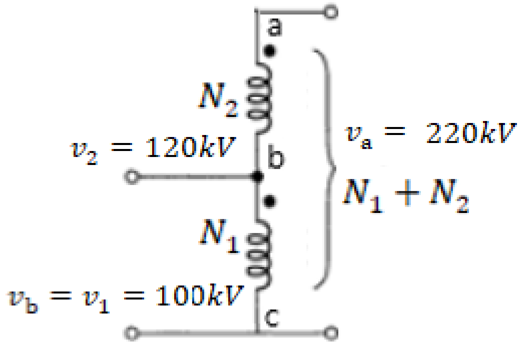
Esse transformador ligado como autotransformador possuirá o lado de alta V_a e o de baixa V_b, respectivamente, igual a

$v_a = v_1 + v_2 = 220kV$

$v_b = v_1 = 100kV$



Pelo enunciado da questão, sabemos que se trata de um autotransformador elevador que pode ser representado pela figura abaixo.



Para calcular a potência aparente do lado de alta do autotransformador, é necessário conhecer a corrente que passa pelo enrolamento de 120 kV, já que a tensão no lado de baixa Vb é a tensão de entrada que equivale 100 V. Dessa forma,

$$I = \frac{S}{V_1} = \frac{15000kVA}{120kV} = 1250A$$

Considerando que a tensão do lado de alta do autotransformador equivale a 220 kV, temos

$$S_a = V_a I = 220 \cdot 1250 = 275000\ kVA = 275\ MVA$$

No entanto, precisamos calcular a potência trifásica do sistema. De acordo com o estudo de sistemas trifásicos, a potência trifásica equivale a soma das potências de cada fase. Assim,

$$S_{3\phi} = 3S_a = 3 \cdot 275 = 825\ MVA$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

25. (Pref. Salvador-FGV-2017) Um transformador trifásico de 500 kVA e impedância de 0,1 p.u. tem, como tensão de linha no primário, 10 kV, e, no secundário, 1,0 kV. A impedância no lado de alta desse transformador é de

(A) 2 Ω.

(B) 10 Ω.

(C) 20 Ω.

(D) 50 Ω.

(E) 100 Ω.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a impedância do lado de alta de um transformador. O procedimento para resolver essa questão consiste em determinar a impedância de base com relação ao lado de alta do transformador para poder calcular o seu valor em Ω.

Considerando a potência aparente como potência de base, temos que:

$$S_b = 500 \cdot 10^3\ VA$$

Segundo o enunciado da questão, o transformador opera com um transformador abaixador. Como a questão solicita a impedância no lado de alta, vamos considerar a tesão de base igual a:

$$V_b = 10000\ V$$

Considerando V_b como tensão de base e S_b como potência de base, podemos calcular a impedância de base. Logo,

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{{V_b}^2}{S_b} = \frac{10000^2}{500 \cdot 10^3} = 200\ \Omega$$

Conforme os dados fornecidos no enunciado, a impedância em Ω pode ser calculada como:

$$Z = Z_{pu} Z_b = 0{,}1 \cdot 200 = 20\ \Omega$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão

26. (Pref. Manaus-CETRO-2012) Foram realizados ensaios de curto circuito e em vazio num transformador monofásico de 220kV/ 22kV. No ensaio em vazio, alimentou-se o lado de baixa tensão com tensão nominal, situação esta em que a corrente absorvida foi de 4A e a potência de 30kW. Considerando que este transformador pode fornecer uma potência total de 1.000kVA, pode-se afirmar que os valores de tensão, corrente e potência medidos no ensaio em vazio, em p.u., valem, respectivamente,

(A) 1p.u., 0,088p.u. e 0,03p.u.

(B) 1p.u., 0,30p.u. e 0,088p.u.

(C) 1p.u., 0,088p.u. e 0,30p.u.

(D) 1p.u., 0,030p.u. e 0,088p.u.

(E) 1p.u., 0,88p.u. e 0,30p.u.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule os valores de tensão, corrente e potência medidos em um ensaio a vazio de um transformador.

O procedimento para resolver essa questão consiste em determinar inicialmente as grandezas de base dos termos solicitados para que seja possível calcular seus valores em p.u.

Considerando a potência aparente total do transformador como potência de base, temos que:

$$S_b = 1000 \cdot 10^3 \; VA$$

Conforme o enunciado, o lado de baixa foi alimentado com a tensão nominal. Naturalmente, os valores obtidos são referidos ao lado usado como primário neste ensaio, que por conveniência é o lado de baixa do transformador. Assim, vamos considerar a tensão do lado de baixa como tensão de base.

$$V_b = 22 \cdot 10^3 \; V$$

Considerando V_b como tensão de base e S_b como potência de base, podemos calcular a corrente de base. Logo,

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} = \frac{1000 \cdot 10^3}{22 \cdot 10^3} = 45{,}45 \; A$$

De acordo com o estudado na seção 3.6 do livro, podemos determinar os valores em p.u por meio da razão entre a grandeza "real" e a grandeza de base. Assim,

$$V_{1pu} = \frac{V_1}{V_{1b}} = \frac{22 \cdot 10^3}{22 \cdot 10^3} = 1 \; p.u$$

$$I_{pu} = \frac{I}{I_b} = \frac{4}{45{,}45} = 0{,}088 \; p.u$$

$$P_{pu} = \frac{P}{S_b} = \frac{30 \cdot 10^3}{1000 \cdot 10^3} = 0{,}03 \; p.u$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

27. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Determinada partícula carregada se desloca com velocidade uniforme de 16 a_x m/s em uma região onde E=320 a_y V/m. Sabendo-se que B=$B_0 a_z$ Wb/m², assinale a alternativa que apresenta o valor correto de B_0.

A) 1700.

B) 200.

C) 32.

D) 336.

E) 20.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine a magnitude do vetor densidade de fluxo magnético B_0. O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a fórmula de Lorentz estudada na seção 1.5.

De acordo com o enunciado, uma partícula carregada está sob a ação de um campo elétrico e um capo de magnético movimentando-se com uma velocidade constante. Ou seja, está sob o movimento retilíneo uniforme (sem aceleração com a força resultante sob a partícula nula). Assim, podemos aplicar a seguinte expressão:

$$Q\vec{E} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

Simplificando e abrindo os termos, temos o seguinte:

$$\vec{E} = |v||B|sen\theta\ \hat{n}$$

Em módulo,

$$|E| = |v||B|sen\theta$$

Como o vetor $\vec{v}$ está na direção do eixo x e o vetor $\vec{B}$ está na direção do eixo z, eles possuem um ângulo de 90 graus entre si. Logo,

$$|E| = |v||B|sen90° = |v||B|$$

Isolando B,

$$|B| = \frac{|E|}{|v|} = \frac{320}{16}$$

$$|B| = 20\ Wb/m^2$$

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

Fazendo um comentário adicional, perceba que como o produto vetorial gera um vetor perpendicular a ambos os vetores, o vetor campo elétrico está na direção do eixo Y (a_Y) conforme o próprio enunciado apresenta.

28. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Sobre as propriedades de magnetização em materiais, assinale a alternativa correta.

A) O diamagnetismo é a propriedade que se manifesta em maior intensidade em todos os materiais, sendo mais pronunciada do que o paramagnetismo e o ferromagnetismo.

B) O paramagnetismo ocorre em materiais cujos átomos possuem momentos dipolares totais iguais a zero, pois seus momentos estão alinhados em ordem ortogonal uni forme não aleatória.

C) O ferromagnetismo é característica de todos os materiais metálicos, porém se manifesta mais pronunciadamente nos metais que contêm átomos de ferro, pois assim mantém seus momentos de dipolo magnético orientados devido à birrefringência mútua.

D) O fenômeno da indução magnética em materiais é descrito pela lei de Faraday que descobriu seus efeitos no ano de 1232.

E) O ferromagnetismo é observado apenas no ferro, níquel, cobalto, gadolínio e disprósio ou em compostos de ligas dos referidos elementos.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você assinale a alternativa correta com relação às características dos materiais magnéticos. O procedimento para resolver essa questão consiste em julga cada alternativa separadamente, conforme foi estudado na seção 2.5 da aula.

A) A alternativa está **incorreta**. Conforme estudamos, o diamagnetismo ocorre em materiais em que os campos magnéticos se cancelam mutuamente devido ao movimento dos elétrons em torno do núcleo. Desse modo, os materiais são fracamente afetados por um campo magnético.

B) A alternativa está **incorreta.** O paramagnetismo ocorre em materiais para os quais os campos magnéticos produzidos pelo movimento dos elétrons não se cancelam de forma completa.

C) A alternativa está **incorreta**. O ferromagnetismo ocorre em materiais nos quais os átomos possuem um elevado momento magnético permanente. Exemplos de materiais ferromagnéticos são: o ferro, níquel, cromo e o cobalto. Assim, não podemos generalizar que o ferromagnetismo é característica de todos os materiais metálicos.

D) A alternativa está **incorreta**. O fenômeno da indução magnética em materiais é descrito pela lei de Faraday que descobriu seus efeitos no ano de 1831. Isso mesmo! O erro está no ano!

E) A alternativa está **correta**. Uma alternativa bem mais específica que não deixa de estar correta. Tirando os compostos, os metais elementares ferro (Fe), níquel (Ni) e cobalto e os metais de terras raras gadolínio (Gd), e disprósio (Dy) são elementos ferromagnéticos apresentando magnetização espontânea.

Portanto,

A **alternativa (E)** é o gabarito da questão.

29. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) De acordo com a representação de sistemas em "pu", assinale a a lternativa correta.

A) O valor pu de uma tensão de fase, cuja base é uma tensão de linha, é igual ao valor pu da tensão de fase correspondente cuja base é a tensão de linha correspondente à base ortogonal.

B) O valor pu da potência aparente trifásica, cuja base é uma potência aparente trifásica, é igual ao valor pu da potência aparente por fase correspondente cuja base é a potência aparente por fase correspondente à base anterior.

C) O valor pu de uma tensão de fase, cuja base é uma tensão de fase, é igual ao valor pu da tensão de fase correspondente cuja base é a tensão de linha correspondente à base exponencial.

D) A potência aparente trifásica é igual ao dobro da potência aparente por fase.

E) Para um sistema trifásico equilibrado, a relação entre a tensão de linha (U_L) e a tensão de fase (U_F) é dada por: $U_F = \frac{1}{\sqrt{2}} . U_L$.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine a alternativa correta, com relação aos sistema por unidade. O procedimento para resolver essa questão consiste em analisar cada alternativa separadamente, conforme o assunto estudado na seção 3.6 da aula.

A) A alternativa está **incorreta**, pois as relações estabelecidas nada tem a ver com base ortogonal.

B) A) A alternativa está **correta**. Se considerarmos as duas bases descritas pela alternativa, ou seja, uma base com potência aparente trifásica e outra com potência aparente monofásica, o valor em pu para a potência aparente seria a mesma. Isso acontece, pois a potência aparente trifásica é dada pela soma das potencias aparentes de cada fase individual. No caso de um sistema equilibrado, as potências de cada fase são iguais, portanto, apenas podemos multiplicar o valor da potência aparente monofásica por 3 para determinar a trifásica. Neste caso, o cálculo do valor em pu iria cancelar o fator 3 na base trifásica (que estaria no numerador e no denominador). Dessa forma, o resultado seria equivalente ao cálculo considerando a base monofásica individual. Ressalto que a questão deveria ter especificado que o sistema deve ser equilibrado para que isso ocorra.

C) A alternativa está **incorreta**, pois as relações estabelecidas nada tem a ver com base exponencial.

D) A alternativa está **incorreta.** Conforme foi explanado na justificativa da alternativa B, a potência aparente trifásica é igual ao triplo da potência aparente por fase do sistema.

E) A alternativa está **incorreta.** Em um sistema trifásico equilibrado, a relação entre tensão de linha (V_L) e tensão de fase (V_p) é dada por:

$$V_L = \sqrt{3}V_p$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

Note que essa questão relaciona diferentes assuntos no que tange o conteúdo de circuitos trifásicos bem como com o conteúdo sobre o sistema por unidade.

30. (Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Uma corrente de 12 A percorre o enrolamento de 200 espiras de fio de cobre enroladas no núcleo com comprimento médio de 0,4 m. Com base nesses dados, assinale a alternativa que apresenta o valor da força magnetizante.

A) 200 A/m.

B) 1.5000 A/m.

C) 12.000 A/m.

D) 6.000 A/m.

E) 7.000 A/m.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine o valor da força magnetromotriz de um circuito magnético. O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a expressão para o cálculo da força magnetomotriz, conforme estudamos na seção 2.1 da aula.

Antes de começarmos a resolução fique atento que o enunciado fornece o comprimento médio do núcleo e que as alternativas são apresentadas em Ampère por metro. Conforme estudamos:

$$\mathcal{F} = Ni$$

Substituindo os dados do enunciado,

$\mathcal{F} = 200 \cdot 12 = 2400\ [Ae\ ou\ apenas\ A]$

Como o enunciado forneceu o comprimento médio do núcleo e as alternativas estão em A/m, temos o seguinte:

$$\frac{\mathcal{F}}{l_c} = \frac{2400}{0{,}4} = 6000\ A/m$$

Portanto,

A **alternativa (D)** é o gabarito da questão.

Lembre-se de ficar sempre atento com as unidades!

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

EDMININSTER, J.A. Circuitos elétricos. 5ª Edição. São Paulo: Pearson Educatin,1991.

FITZGERALD, A. E; UMANS, S. D. Máquinas elétricas: Com introdução à eletrônica de potência. 6ª Edição. São Paulo: Bookman, 2006.

JOHNSON, D; HILBURN, J; JOHNSON, J. Fundamentos de análise de circuitos elétricos. 4ª Edição. Rio de Janeiro: Prentice-hall do Brasil,2000.

PAUL, C,R. Eletromagnetismo para engenheiros: com aplicações. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

SADIKU, M.O; ALEXANDER, C. K. Fundamentos de circuitos elétricos. 3ª Edição. México: McGraw-Hill, 2006.

SADIKU, M.O. Elementos de Eletromagnetismo. 5ª Edição. Porto Alegre: Bookman, 2012.

7. GABARITO

1. Letra E
2. Letra E
3. Letra B
4. Letra D
5. Letra C
6. Letra A
7. Letra B
8. Letra A
9. Letra C
10. Letra E
11. Letra C
12. Letra C
13. Letra C
14. Letra C
15. Letra A
16. Letra E
17. Letra C
18. Anulada
19. Letra D
20. Letra E
21. Letra D
22. Letra E
23. Letra B
24. Letra B
25. Letra C
26. Letra A
27. Letra E
28. Letra E
29. Letra B
30. Letra D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.