Estratégia Concursos

Aula 00

CBM-SE (Oficial) Matemática

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

24 de Fevereiro de 2023

Índice

1) Aviso 3
2) Apresentação do Curso 4
3) Introdução à Teoria dos Conjuntos 5
4) União, Intersecção, Complementar e Diferença 16
5) Princípio da Inclusão-Exclusão 28
6) Questões Comentadas - Introdução à Teoria dos Conjuntos - Multibancas 41
7) Questões Comentadas - União, Intersecção, Complementar e Diferença - Multibancas 50
8) Questões Comentadas - Principio da Inclusão-Exclusão - Multibancas 74
9) Lista de Questões - Introdução à Teoria dos Conjuntos - Multibancas 127
10) Lista de Questões - União, Intersecção, Complementar e Diferença - Multibancas 131
11) Lista de Questões - Principio da Inclusão-Exclusão - Multibancas 137

AVISO IMPORTANTE!

Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças, Luana Brandão, Djefferson Maranhão** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

Eduardo Mocellin: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**

Francisco Rebouças: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

Luana Brandão: Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação? **@professoraluanabrandao**

Djefferson Maranhão: Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

Vinicius Veleda: Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sulamericano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

TEORIA DOS CONJUNTOS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática pela **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida,** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

O conjunto A é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto B é formado por **5 números pares**. O conjunto C é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?*

A resposta é não! Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto E lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $E = \{Francisco, Eduardo, Vinicius, Luana, Djefferson\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados **dentro de um par de chaves**. Por isso, sempre que for escrever algum conjunto, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro: { }. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário,** em algumas situações.

Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo $\in$.

- $b \in A$: **Lemos**: b **pertence** a A;
- $4 \in B$: **Lemos**: 4 **pertence** a B;
- $15 \in C$: **Lemos**: 15 **pertence** a C.

Atente-se à simbologia! Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence": $\notin$.

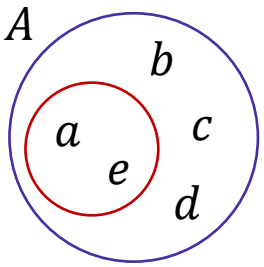
- $z \notin A$: z **não pertence** a A;
- $100 \notin B$: 100 **não pertence** a B;
- $Beltrano \notin E$: $Beltrano$ **não pertence** a E.

Relação de Inclusão

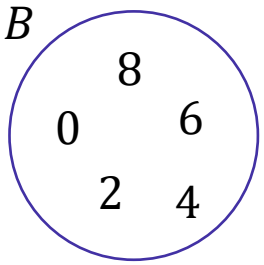
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar: $\subset, \not\subset, \supset$ $\boldsymbol{e}$ $\not\supset$. Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere: $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}\}$, $\boldsymbol{B} = \{\boldsymbol{0}, \boldsymbol{2}, \boldsymbol{4}, \boldsymbol{6}, \boldsymbol{8}\}$ e $\boldsymbol{C} = \{\boldsymbol{1}, \boldsymbol{3}, \boldsymbol{5}, \boldsymbol{7}, \boldsymbol{9}, \boldsymbol{11}, \boldsymbol{13}, \boldsymbol{15}, \boldsymbol{17}, \boldsymbol{19}\}$.

- $\{a, e\} \subset A$: **Lemos**: $\{a, e\}$ **está contido** em A;
- $\{0, 2, 8\} \subset B$: **Lemos**: $\{0, 2, 8\}$ **está contido** em B;

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto**. A relação de inclusão envolve 2 conjuntos!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ **está contido em** $\boldsymbol{A}$, estamos dizendo, com outras palavras, que $\{a, e\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$.



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ está inteiramente contido em $\boldsymbol{A}$**. Nessas condições, dizemos que $\{a, e\}$ está contido em A ou ainda que $\{a, e\}$ é um subconjunto de A. Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usado como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que $\{a, e\} \not\subset B$: **Lemos**: $\{a, e\}$ não está contido em B ou $\{a, e\}$ não é um subconjunto de B. Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

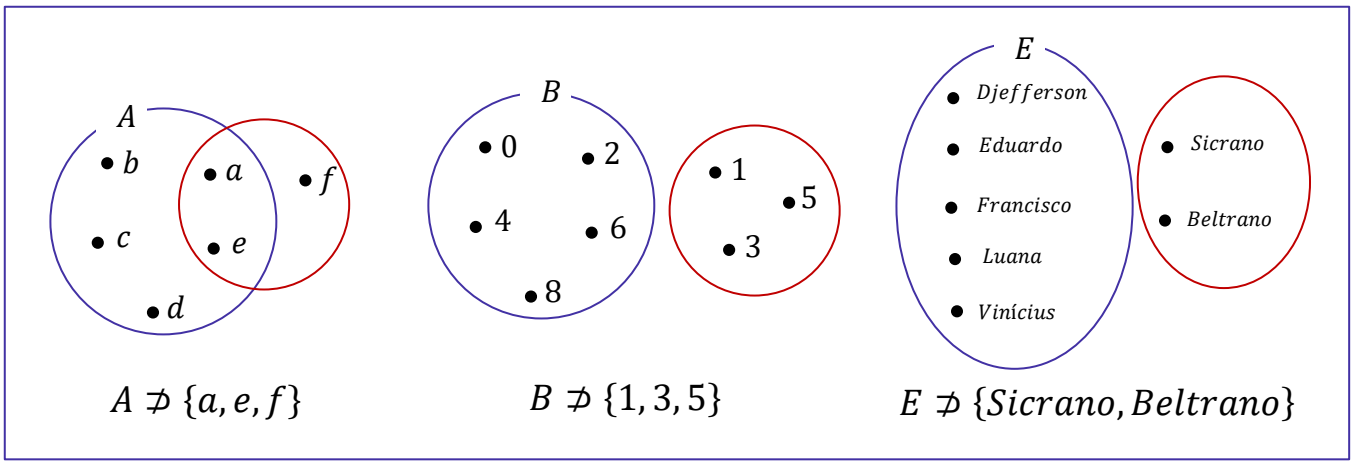
- $\{a, e, f\} \not\subset A$
- $\{1, 3, 5\} \not\subset B$
- $\{0, 1\} \not\subset C$
- $\{Sicrano, Beltrano\} \not\subset E$

Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, **se $\{a, e\}$ está contido em A,** então também podemos dizer que **A contém $\{a, e\}$**. Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo $\supset$.

- $A \supset \{a, e\}$: A **contém** $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$: B **contém** $\{0, 2, 8\}$
- $C \supset \{1, 3, 5, 19\}$: C **contém** $\{1, 3, 5, 19\}$
- $E \supset \{Francisco, Eduardo\}$: E **contém** $\{Francisco, Eduardo\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos $\not\supset$.

- $A \not\supset \{a, e, f\}$: A **não contém** $\{a, e, f\}$
- $C \not\supset \{0, 1\}$: C **não contém** $\{0, 1\}$
- $E \not\supset \{Sicrano, Beltrano\}$ -- E **não contém** $\{Sicrano, Beltrano\}$



HORA DE PRATICAR!

(PREF. DE PINHAIS/2019) Considerando os conjuntos $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ e $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, assinale a alternativa CORRETA:

A) O conjunto A está contido no conjunto B.

B) O conjunto B está contido no conjunto A.

C) O conjunto C está contido no conjunto B.

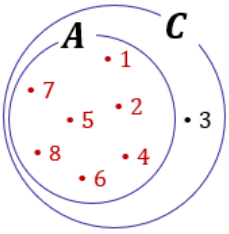
D) O conjunto C está contido no conjunto A.

E) O conjunto A está contido no conjunto C.

Comentários:

$$\boldsymbol{C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}}$$

Observe que os elementos destacados em vermelho **são exatamente todos os elementos do conjunto A**. Perceba, portanto, que **A está contido em C**. Para facilitar a visualização, veja o diagrama a seguir.



Gabarito: Letra E.

Igualdade entre Conjuntos

Pessoal, dois conjuntos são considerados iguais (ou idênticos) se eles possuem **exatamente os mesmos elementos!** Todo elemento que estiver em um deve necessariamente estar no outro. Por exemplo, considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 2, 1\}$. Nessa situação, podemos escrever que $A = B$.

Professor, mas a ordem está diferente!

Não importa! O importante é que todos elementos de A são os mesmos elementos de B.

HORA DE PRATICAR!

(MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:
A) $x = 0$ e $y = 8$
B) $x + y = 8$
C) $x < y$
D) $x + 2y = 8$

Comentários:
Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\}$$

$$\{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$

2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$
Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$
Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$
Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$
Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto $A = \{a, b\}$. *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto A. Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves { }. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

TOME NOTA!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

Seja X um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \quad ou \quad \{\,\} \subset X$$

Observe que $\{a, b\} \subset A$, indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo**! Seja $B = \{a, b, c\}$. Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos
$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de B é diferente do próprio B, chamamos ele de **subconjunto próprio de B**. Por exemplo, $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$ são subconjuntos próprios de B. Já o subconjunto $\{a, b, c\}$ é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio B! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de B, então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:

Passo 1: O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.

Passo 2: Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.

Passo 3: Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.

Passo 4: Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de $C = \{1, 2, 3\}$?

Passo 1: Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto**, portanto:

$$\emptyset$$

Passo 2: Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

Passo 3: Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}$$

Passo 4: Ir para os trios.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$$

Como o conjunto C só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto**?

É possível sim e **a fórmula é bem simples**. Seja $n(A)$ **o número de elementos de um conjunto** A. Então, **o número de subconjuntos de** A, n_{S_A}, é dado por:

$$\boxed{n_{S_A} = 2^{n(A)}}$$

Por exemplo, vamos voltar no conjunto $C = \{1, 2, 3\}$. Como ele tem **três elementos**, para encontrar o número de subconjuntos de C, fazemos assim:

$$n_{S_C} = 2^{n(C)} \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 2^3 \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 8$$

Logo, C tem **oito subconjuntos**.

(Polícia Federal/2021) Considere os seguintes conjuntos:

P = {todos os policiais federais em efetivo exercício no país}
P_1 = {policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 1 ano de experiência no exercício do cargo}
P_2 = {policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 2 anos de experiência no exercício do cargo}
P_3 = {policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 3 anos de experiência no exercício do cargo}

e, assim, sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o item que se seguem.

P_2 é subconjunto de P_1.

Comentários

Galera, para que P_2 seja um subconjunto de P_1, P_2 **precisa estar contido em** P_1. De acordo com o enunciado, P_2 representa os policiais federais em exercício no país com até 2 anos de experiência, enquanto P_1 são aqueles com até 1 ano de experiência.

Observe que um policial que possuísse **um ano e meio de experiência**, pertenceria a P_2, mas não a P_1. Logo, não podemos dizer que P_2 é um subconjunto de P_1, uma vez que podem existir elementos em P_2 que não estejam em P_1.

Gabarito: ERRADO.

(IDAF-AC/2020) Quantos subconjuntos possui o conjunto das vogais?
A) 10
B) 25
C) 32
D) 50

Comentários

Seja $\boldsymbol{V}$ o conjunto formado por **todas as vogais**, então temos que: $V = \{a, e, i, o, u\}$

O conjunto acima **possui 5 elementos**, sabemos que o número de subconjuntos de um conjunto depende da quantidade de elementos e é dado através de uma fórmula.

$$n_{S_V} = 2^{n(V)} \quad \rightarrow \quad n_{S_V} = 2^5 \quad \rightarrow \quad n_{S_V} = 32$$

Gabarito: Letra C.

Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo** $\wp$. Por exemplo, os **conjuntos das partes** de $A = \{a, b\}$ e de $B = \{a, b, c\}$ são:

$$\wp(A) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$\wp(B) = \{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Observe que $\wp(A)$ e $\wp(B)$ são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula $\boldsymbol{nS_A = 2^{n(A)}}$. Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio** $\{\ \}$ explicitamente com um dos seus elementos.

(PREF. PETROLINA/2019) Dado um conjunto A, representa-se por $\wp(A)$ o conjunto formado por todos os subconjuntos de A – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por 2^A. Se $A = \{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$, qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de $\wp(A)$?
A) ϕ
B) $\{\phi, 1\}$
C) $\{1, \{\phi, 1\}\}$
D) $\{\phi, \{\phi\}\}$

E) $\{1, \{1\}\}$

Comentários:

O jeito mais imediato de resolver a questão **é listar todos os subconjuntos de A**. Perceba que teremos $2^4 =$ **16 subconjuntos**. Para nos auxiliar, vamos usar uma tabela. Vale também destacar que **ϕ representa o conjunto vazio** e você deve lembrar que **o conjunto vazio é sempre subconjunto** de qualquer conjunto.

Conjunto	Subconjuntos	
$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$	ϕ	$\{\{\phi\}, 1\}$
	$\{\phi\}$	$\{\{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\{\phi\}\}$	$\{1, \{1\}\}$
	$\{1\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1\}$
	$\{\{1\}\}$	$\{\phi, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{\phi\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\phi, 1\}$	$\{\{\phi\}, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{1\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}$

Ao listar os subconjuntos do conjunto A, percebemos que apenas o conjunto $\{1, \{\phi, 1\}\}$ não é elemento de $\wp(A)$. Isso acontece, pois, o conjunto $\{\phi, 1\}$ **não é elemento de A**.

▪

Gabarito: Letra C.

Observe o conjunto F exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes, **F é um conjunto que possui como elemento outros conjuntos**. Note que o conjunto $\{a, b, c\}$ **é um elemento de F**. Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever $\{a, b, c\} \in F$. Galera, muita atenção aqui! **$\{a, b, c\}$ não é um subconjunto de F, é um elemento!** Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos!

- $1 \in F$
- $2 \in F$
- $3 \in F$
- $\{a, b, c\} \in F$
- $\{d, e, f\} \in F$
- $\{W\} \in F$

E nesses casos, *quando usaremos a relação de inclusão?* Veja alguns exemplos de subconjuntos de F:

- $\{1\} \subset F$
- $\{1, 2\} \subset F$
- $\{1, 2, 3\} \subset F$
- $\{\{a, b, c, \}\} \subset F$
- $\{\{W\}\} \subset F$
- $\{\{a, b, c, \}, \{d, e, f\}, \{W\}\} \subset F$

Observe que, para representar os subconjuntos que contém outros conjuntos, utilizamos, sem problema algum, dois pares de chaves. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática, pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.

(PREF. JEQUIÉ/2018) Considerando o conjunto $A = \{\Omega, \Delta, \{\Delta\}\}$ qual das afirmações abaixo não está correta?
A) $\Omega \in \mathrm{A}$
B) $\Omega \subset \mathrm{A}$
C) $\{\Delta\} \subset A$
D) $\{\Delta\} \in A$

Comentários:

Os elementos de A são: Δ, $\{\Delta\}$ e Ω. Logo: $\begin{cases} \Delta \in \mathrm{A}; \\ \{\Delta\} \in A; \\ \Omega \in \mathrm{A}. \end{cases}$

Essa pequena análise permite concluir que **as alternativas A e D estão corretas** e, portanto, não podem ser nosso gabarito, já que **ele procura a alternativa incorreta**. Observe que como **Δ é um elemento de A**, então podemos dizer que **$\{\Delta\}$ é um subconjunto de A**.

Dessa forma, é também correto escrever que $\{\Delta\} \subset \mathrm{A}$. *Opa, espere aí, professor! Então podemos dizer nessa situação que $\{\Delta\} \subset A$ e $\{\Delta\} \in A$?* Isso! **Essa conclusão somente é válida pois Δ e $\{\Delta\}$ são elementos de um mesmo conjunto**!

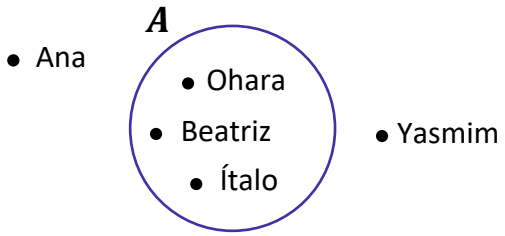
Ao escrever que $\{\Delta\} \subset \mathrm{A}$ estamos nos referindo ao subconjunto $\{\Delta\}$ que existe pois Δ é um elemento de A. Quando escrevemos $\{\Delta\} \in A$, estamos nos referindo ao elemento $\{\Delta\}$, que é explicitamente declarado. O subconjunto associado ao elemento $\{\Delta\}$ é representado com mais um par de chaves: $\{\{\Delta\}\}$. Nessa situação, dizemos que $\{\{\Delta\}\} \subset A$.

Com isso, a única alternativa que pode estar errada é a **letra B**, pois **Ω é um elemento de A e, portanto, o correto seria $\Omega \in \mathrm{A}$**.

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja $\boldsymbol{A}$ o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



Todos aqueles que estão dentro do conjunto $\boldsymbol{A}$ **representam funcionários da empresa**. **Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$;
- $Beatriz \in A$;
- $Italo \in A$;
- $Yasmim \notin A$;
- $Ana \notin A$.

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

Existem diferentes maneiras de representarmos os conjuntos. A primeira dela é como estamos fazendo desde o começo da aula, como por exemplo, em $V = \{a, e, i, o, u\}$. Chamamos esse tipo de representação de "**representação por enumeração**".

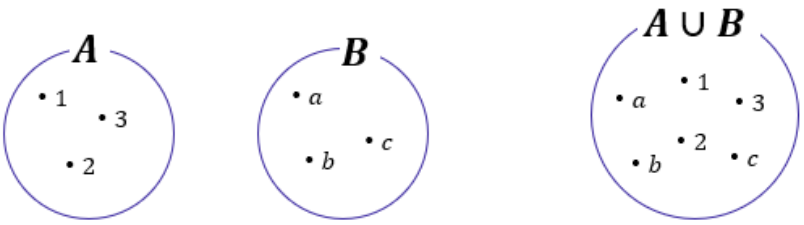
Ademais, temos a **representação por propriedade**. Para entender melhor, considere o mesmo conjunto V citado anteriormente. Ele também poderia ser escrito da seguinte forma: $\boldsymbol{V = \{x \mid x \text{ é vogal}\}}$.

Na prática, podemos ler tal conjunto da seguinte forma: **V é o conjunto dos elementos de x, tal que x é vogal**. Lemos essa barrinha vertical como **"tal que"**. **Não esqueça!**

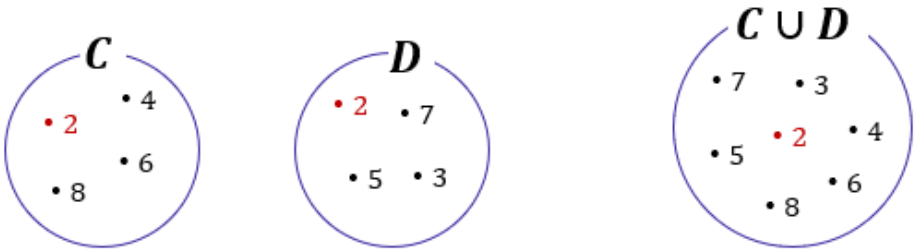
Por fim, temos a **representação por diagramas** que estudamos agora a pouco! Fechou?

União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja **a união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo** $\cup$ e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



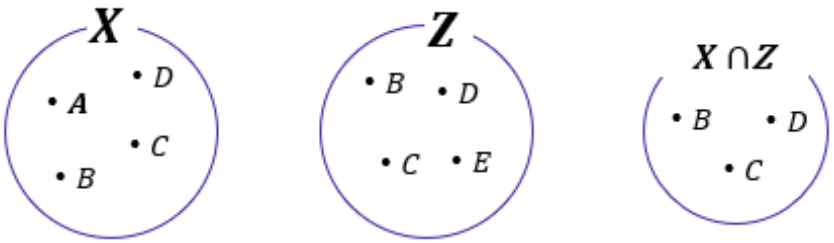
No diagrama acima, temos que $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}\}$ e $B = \{a, b, c\}$. Quando fazemos a união de A e B, criamos um conjunto que possui **todos os elementos dos dois conjuntos**, $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$. Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que **o 2 é um elemento comum aos dois conjuntos**: $C = \{2, 4, 8, 6\}$ e $D = \{2, 3, 5, 7\}$. Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união**! Confira que $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, **o 2 aparece apenas uma vez**.

Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns entre dois ou mais conjuntos é denominada intersecção e é representada por** $\cap$. Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre C e D. Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2: $\boldsymbol{C} \cap \boldsymbol{D} = \{\mathbf{2}\}$. Veja mais um exemplo abaixo.



Temos que $X = \{A, B, C, D\}$ e $Z = \{B, C, D, E\}$. São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos B, C e D aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção: $\boldsymbol{X \cap Z = \{B, C, D\}}$. Vamos treinar um pouco esses conceitos?

(PREF. ÂNGULO/2020) Sejam os conjuntos $A = \{0,1,3,5,7\}$, $B = \{0,2,4,6,8\}$ e $C = \{0,14,15\}$, assinale a alternativa correta.

A) $A \cap B \cap C = \{0\}$
B) $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$
C) $B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 14, 15\}$
D) $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$

Comentários:
Devemos verificar alternativa por alternativa.

A) $A \cap B \cap C = \{0\}$
Alternativa correta. Nessa alternativa, devemos buscar **a intersecção dos três conjuntos** dados no enunciado. A intersecção é formada pelos **elementos que são comuns aos três conjuntos**. Por exemplo, **observe que o número 0 pertence tanto ao conjunto A, B e C**. Logo, com certeza o 0 é elemento de $A \cap B \cap C$. Observe que **não há nenhum outro elemento que aparece nos três conjuntos**. Com isso, podemos dizer que, de fato, $A \cap B \cap C = \{0\}$.

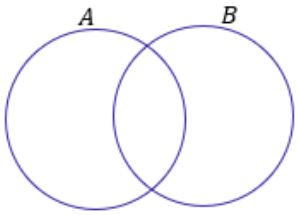
B) $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$
Alternativa incorreta. Para obter a união de dois conjuntos, **juntamos todos os elementos dos dois conjuntos** e se houver elementos repetidos, basta escrevê-los apenas uma vez, eles não vão contar duas vezes. Veja, no entanto, que **o 0 é elemento de A e de C, mas não aparece no conjunto união dos dois**.

C) $B \cap C = \{2,4,6,8,14,15\}$
Alternativa incorreta. A intersecção representa apenas os elementos em comum entre dois ou mais conjuntos. *Quais são os elementos em comum entre B e C?* O **número 0 é o único elemento comum aos dois**. Logo, $B \cap C = \{0\}$.

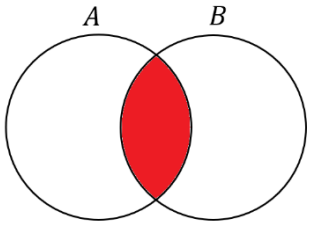
D) $A \cup B = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,15\}$
Alternativa incorreta. Note que o conjunto está quase correto, o único erro seria a presença desse elemento "15". **O "15" não faz parte de A nem B**, portanto, **não pode fazer parte do conjunto que é a união dos dois**. Esse é o erro da alternativa.

Gabarito: Letra A.

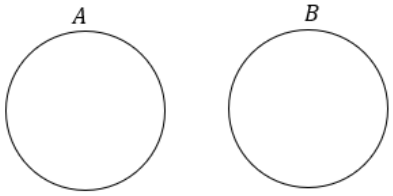
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



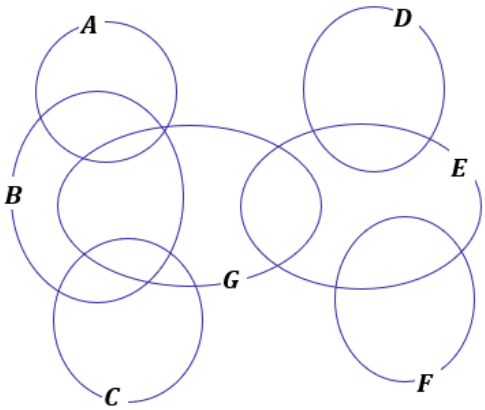
Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.



Caso os conjuntos não possuam elementos em comum, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.



(CM MONTE ALTO/2019) Observe o diagrama de conjuntos e considere que há elementos em todas as suas regiões.



A partir dessa disposição, é correto afirmar que
A) há elemento de G que é também elemento de A e C.
B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.
C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C
D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.
E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

Comentários:
Vamos verificar alternativa por alternativa

A) há elemento de G que é também elemento de A e C.

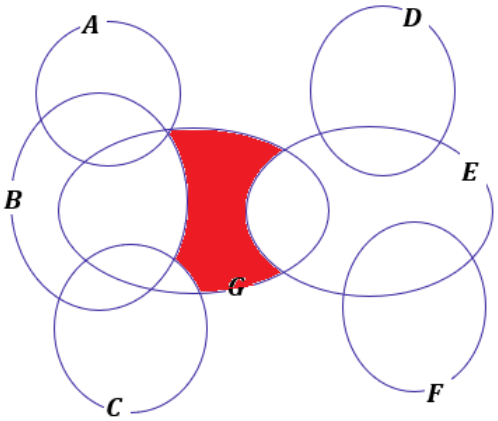
Alternativa incorreta. Observe que A e C **são conjuntos disjuntos**, isto é, **não possuem elementos em comum** e por isso **não há intersecção entre os dois**. Se A e C são conjuntos disjuntos, não pode existir um elemento em G que seja **ao mesmo tempo elemento de A e de C**, pois isso implicaria em um elemento comum aos três simultaneamente.

B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.

Alternativa correta. Todos os conjuntos fazem intersecção com pelo menos um outro conjunto! Dessa forma, **haverá sempre um elemento de qualquer conjunto que também pertencerá a outro**!

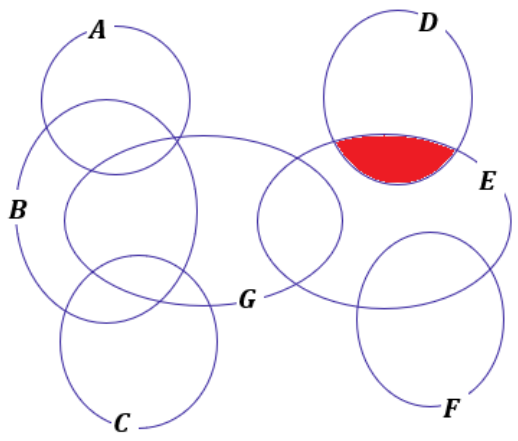
C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C

Alternativa incorreta. Mesmo não estando em E, **um elemento em G pode estar somente em G**.
Não podemos afirmar necessariamente que estará em A ou em B ou em C. Veja a região destacada abaixo.

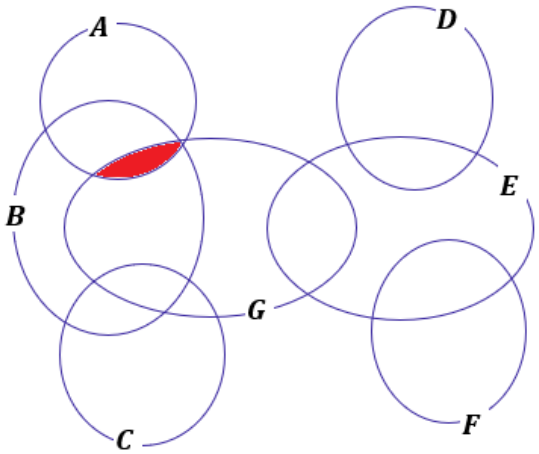


D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.

Alternativa incorreta. D **só faz** intersecção com E. Desse modo, um elemento de D só poder estar, **no máximo, em dois conjuntos**.



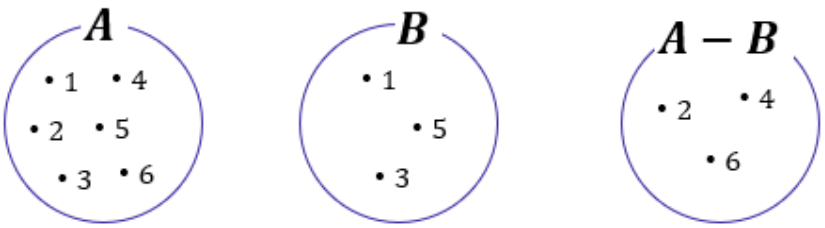
E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.
Alternativa incorreta. **Todo elemento de G que também é elemento de A também pertence a B**.



Gabarito: Letra B**.**

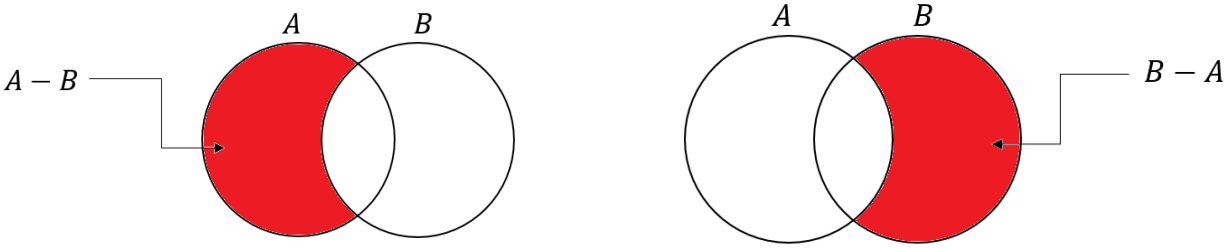
Diferença

Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos**! O conjunto diferença é representado por $A - B$ e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**! Por exemplo, considere os conjuntos:

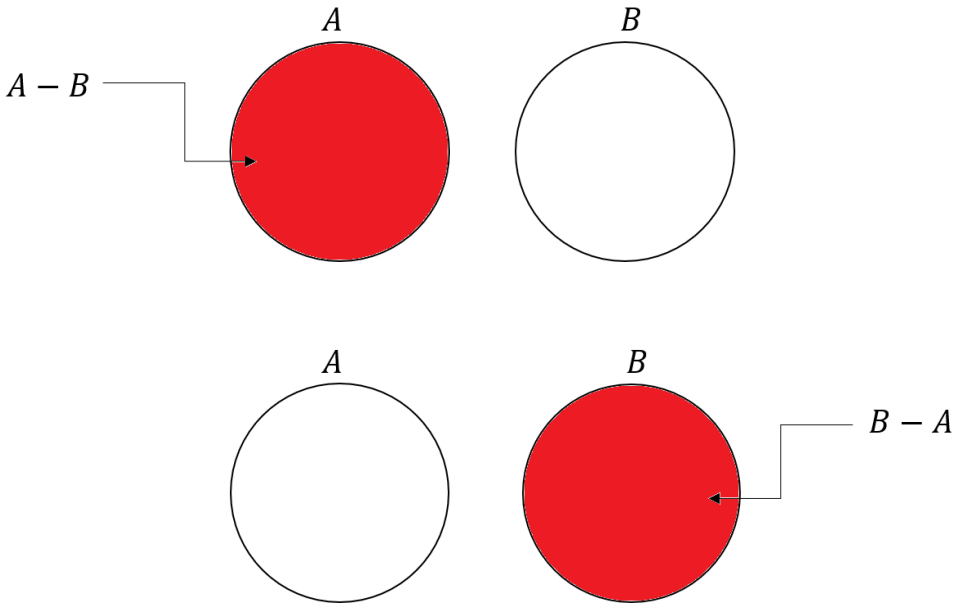


Observe que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. Para encontrar $A - B$, devemos selecionar **os elementos de A que não são elementos de B**! Ou seja, **aqueles elementos que são apenas elementos de A**! Observe

que A e B possuem em comum os seguintes elementos: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$. Logo, se $A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$, então o $A - B = \{2, 4, 6\}$. Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.



Um detalhe importante é que se A e B são **conjuntos disjuntos**, então $\boldsymbol{A - B = A}$ ***e*** $\boldsymbol{B - A = B}$. Veja como essa informação pode ser representada:



Vamos fazer alguns **exemplos numéricos** para visualizar ainda melhor essa última situação.

Considere os conjuntos $A = \{10, 20, 30\}$ e $B = \{40, 50\}$. Primeiramente, note que os conjuntos são disjuntos. *Mas qual é o motivo mesmo para eles serem disjuntos, professor?*

A e B são disjuntos pois não possuem elementos em comum! Nenhum sequer!! São totalmente diferentes um outro. *Tudo bem?!* Agora, lembre-se que $\boldsymbol{A - B}$ **é o conjunto de elementos formados por todos os elementos de A que não são elementos de B**.

Ora, nesse nosso exemplo, **<u>todos</u> os elementos de A não são elementos de B**!! Sendo assim, podemos escrever que:

$$A - B = \{10, 20, 30\} = A$$

(PREF. LINHARES/2020) Dados os três conjuntos numéricos:

$A = \{1,2,3,4,5,6\}$,
$B = \{0,2,4,6\}$,
$C = \{1,3,5,7,9\}$.

O resultado de $(A - B) \cap C$ é igual a:
A) $\{1,3,5\}$
B) $\{1,3,5,7,9\}$
C) $\{0,1,3,5,7,9\}$
D) $\{2,4,6\}$
E) $\{0\}$

Comentários:
Primeiramente, devemos **fazer a diferença entre o conjunto A e B**. Lembre-se, quando tivermos a diferença entre dois conjuntos, por exemplo, $A - B$, estamos procurando **o conjunto dos elementos de A que não são elementos de B**. Na nossa questão, temos que:

$$A = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$B = \{0,2,4,6\}$$

Primeira pergunta: **quais elementos estão ao mesmo tempo em A e em B**? Observe que **2, 4 e 6** são os três **elementos comuns** aos dois conjuntos. ***Segunda pergunta:*** que conjunto é formado quando eu removo esses elementos em comum do conjunto A? **É exatamente o conjunto diferença**!

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}\}$$
$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

A questão não termina aqui. Ainda devemos fazer a intersecção desse conjunto com o C. **Note que C possui todos os três elementos do nosso conjunto diferença**. Portanto, **coincidentemente**, vamos ter que:

$$(A - B) \cap C = \{1, 3, 5\}$$

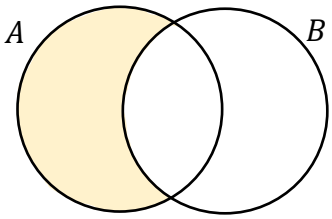
Gabarito: Letra A.

(PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

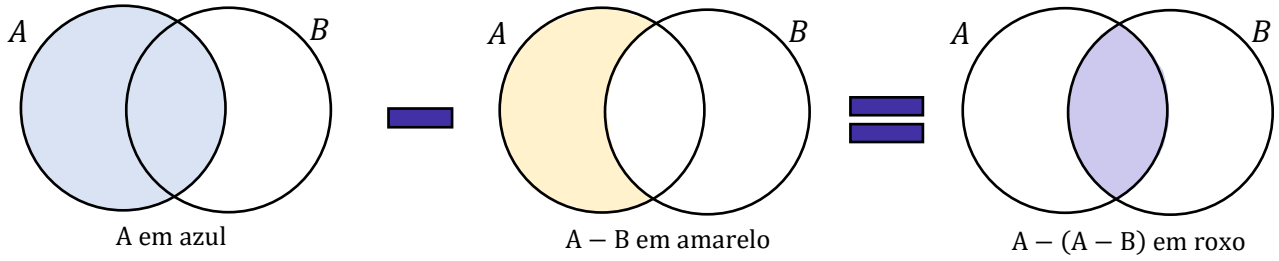
A = {pessoas que moram em São Gonçalo}
B= {pessoas que trabalham em Niterói}

O conjunto A – (A – B) representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:
A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói
B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo
C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói
D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

Comentários:
Você lembra que $A - B$ é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**. Por meio de diagramas, podemos representar esse conjunto como a seguinte região:



A questão pede o conjunto $A - (A - B)$. Vamos encontrá-lo por meio de diagramas.



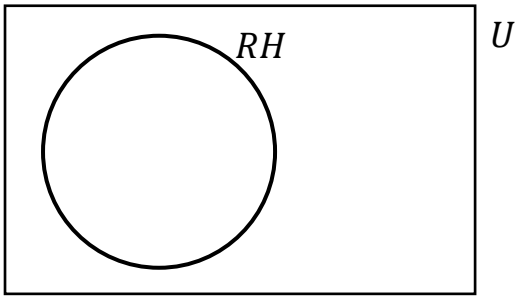
Com isso, observe que o conjunto $\boldsymbol{A - (A - B)}$ **corresponde <u>exatamente</u> à intersecção dos dois conjuntos**. Se A é composto pelas pessoas que **moram em São Gonçalo** e B é composto pelas pessoas que **trabalham em Niterói**, então $A - (A - B)$ é o conjunto formado pelas pessoas que moram em São Gonçalo **<u>e</u>** trabalham em Niterói.

Gabarito: LETRA A.

Complementar

Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados

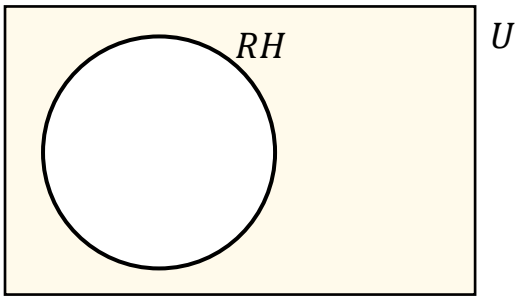
em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto U. **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.

Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais: $V = \{a, e, i, o, u\}$. Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto: $U = \{a, b, c, d, e, f, \dots, x, y, z\}$.

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. *Qual o complementar desse conjunto?* Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em amarelo**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes**! Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto X é $\boldsymbol{X^C}$ **ou** $\boldsymbol{\overline{X}}$. Representamos o conjunto complementar com esse "expoente" C ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

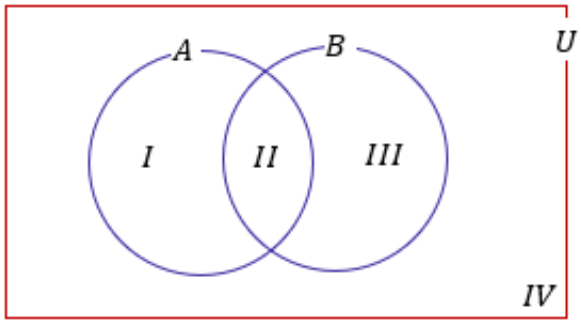
TOME NOTA!

$$\boxed{\overline{X} = X^C = U - X}$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar X^C é formado por **tudo que está no conjunto universo, mas não está em X**. Vamos fazer algumas questões para aplicar o que acabamos de ver?

HORA DE PRATICAR!

(PREF. NOVO HAMBURGO/2020) A é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol e B é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, conforme representado no diagrama:



Com base nessas informações, é correto afirmar que

A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.

B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.

C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.

D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.

E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.

Comentários:

Vamos analisar cada uma das alternativas tendo em mente que:

• A é o conjunto das pessoas que **dominam ESPANHOL**;

• B é o conjunto das pessoas que **dominam INGLÊS**.

A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.
Alternativa incorreta. A região I representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma ESPANHOL**, mas **não dominam o idioma INGLÊS**.

B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
Alternativa correta. A região comum aos 2 conjuntos representa **as pessoas que dominam os dois idiomas**.

C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.
Alternativa incorreta. A região III representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma INGLÊS**, mas **não dominam o idioma ESPANHOL**.

D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
Alternativa incorreta. A região IV é **toda área fora dos dois conjuntos**. Isso significa que ela representa aqueles **não dominam nenhum dos dois idiomas**.

E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.
Alternativa incorreta. U é o **conjunto universo** e representa todos aqueles que **dominam ou não os idiomas**.

Gabarito: Letra B.

Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes.

Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

➢ 2 Conjuntos

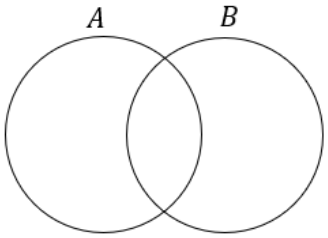
Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se $n(A)$ é o número de elementos de A e $n(B)$ é o número de elementos de B, quanto vale $n(A \cup B)$?

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}}$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \quad \Longrightarrow \quad n(A \cap B) = 1$



Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

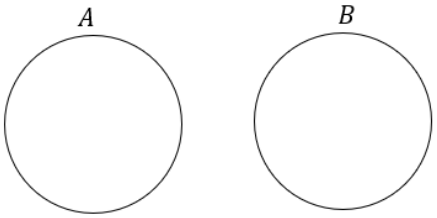
Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção. Já para **conjuntos disjuntos** temos que:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}}$$

pois:

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = 0}.$$



HORA DE PRATICAR!

(PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:
A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

Comentários:
Vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolver esse problema. Inicialmente, considere "**M**" como o conjunto formado por todos aqueles que têm o ensino médio. Além disso, considere "**X**" como o conjunto formado por todos aqueles que sabem usar o EXCEL. Com as informações do enunciado, temos que:

$$n(M) = 72 \qquad n(X) = 64 \qquad n(M \cap X) = 35$$

Do princípio da inclusão-exclusão, sabemos que:

$$n(M \cup X) = n(M) + n(X) - n(M \cap X)$$

Substituindo as informações que temos,

$$n(M \cup X) = 72 + 64 - 35 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n(M \cup X) = 101}}$$

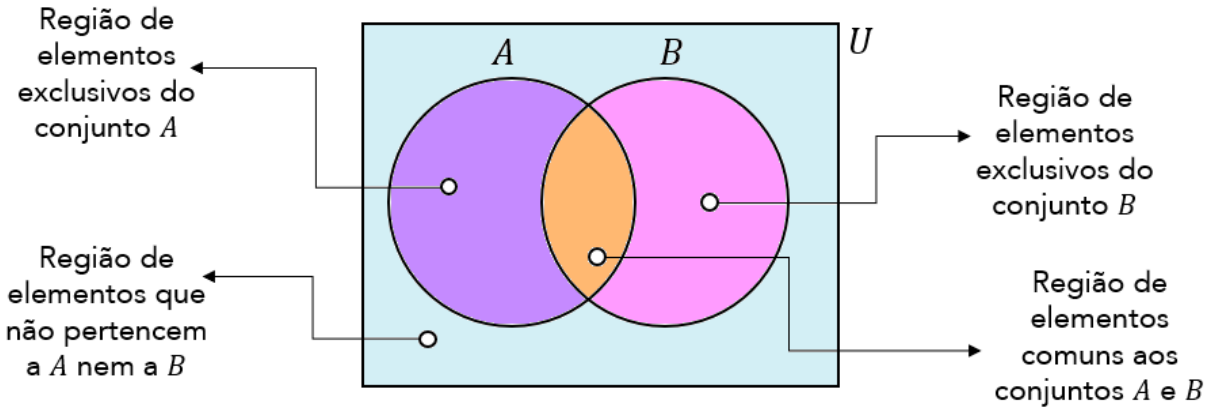
Note que a união desses dois conjuntos tem 101 pessoas. Por sua vez, o enunciado disse que **o número total de funcionários dessa empresa é 116.** Com isso, a quantidade de funcionários que não possuem ensino médio e não sabem usar o EXCEL é exatamente **a diferença entre o total de funcionário e $\boldsymbol{n(M \cup X)}$**. Assim,

$$116 - 101 = 15$$

Gabarito: LETRA C.

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada

conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:

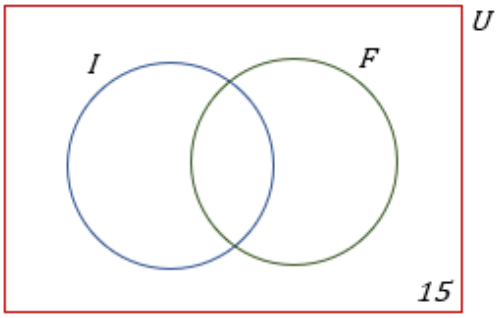


(CLDF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

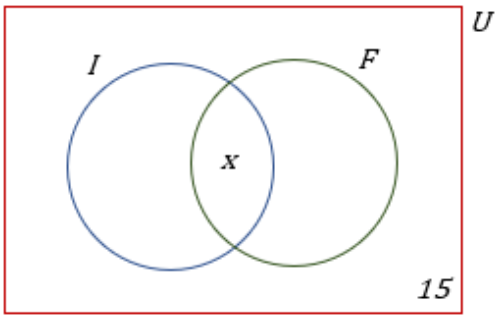
A) 144.
B) 138.
C) 132.
D) 108.
E) 126.

Comentários:

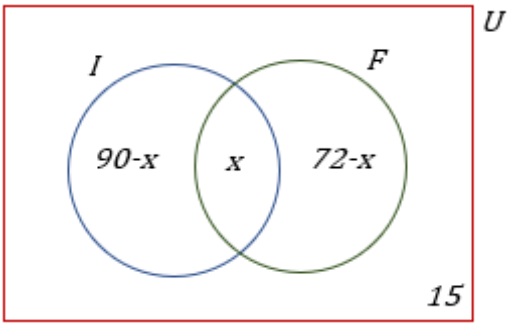
O **conjunto universo** da nossa questão é formado pelos **150 alunos da escola**. Esses 150 alunos **podem fazer 2 cursos ou não fazer nenhum**. A primeira informação que temos é que **15 alunos não frequentam nenhum dos cursos**. Em diagramas, podemos representar essa informação da seguinte maneira:



Observe que a **questão não informou** **a quantidade de alunos que fazem os dois cursos simultaneamente**. Portanto, vamos chamá-la de x e colocá-la no diagrama.



Se 90 frequentam o curso de inglês, então $90 - x$ frequentam **APENAS o curso de inglês**. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então $72 - x$ frequentam **APENAS o curso de Francês**.



Nosso diagrama **está completamente preenchido**. Você concorda que **ao somar individualmente as quantidades acima**, deveremos obter o total de alunos dessa escola, isto é, 150?

$$(90 - x) + (72 - x) + x + 15 = 150 \quad \rightarrow \quad 177 - x = 150 \quad \rightarrow \quad x = 27$$

A questão não quer saber quantos alunos fazem os dois cursos simultaneamente**. Ela pede a quantidade de alunos que fazem APENAS um único curso**. Logo,

$$(90 - x) + (72 - x) = 63 + 45 = 108$$

Gabarito: Letra D.

E usando a fórmula? Como ficaria? **Seja I o conjunto daqueles que fazem o curso de inglês e F o conjunto formado por aqueles que fazem o curso de francês**. Se a escola tem 150 alunos e foi dito que **15 alunos não fazem nenhum dos cursos**, então:

$$n(I \cup F) = 150 - 15 = 135$$

São 135 alunos que fazem **pelo menos um dos cursos**. A questão diz ainda que: $\boldsymbol{n(I) = 90}$ **e** $\boldsymbol{n(F) = 72}$.

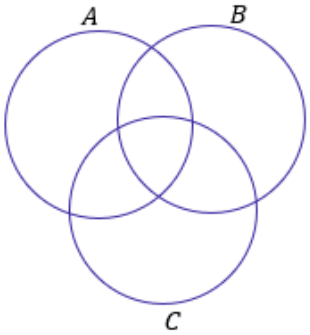
$$n(I \cup F) = n(I) + n(F) - n(I \cap F) \quad \rightarrow \quad 135 = 90 + 72 - n(I \cap F) \quad \rightarrow \quad n(I \cap F) = 27$$

Com isso, descobrimos que **27 pessoas fazem simultaneamente o curso de inglês e de francês**. A questão pede a quantidade de alunos que fazem **apenas um dos cursos**. Se 27 dos que fazem inglês também fazem francês, então $\boldsymbol{90 - 27 = 63}$ **fazem apenas inglês**. Analogamente, $\boldsymbol{72 - 27 = 45}$ **fazem apenas francês**.

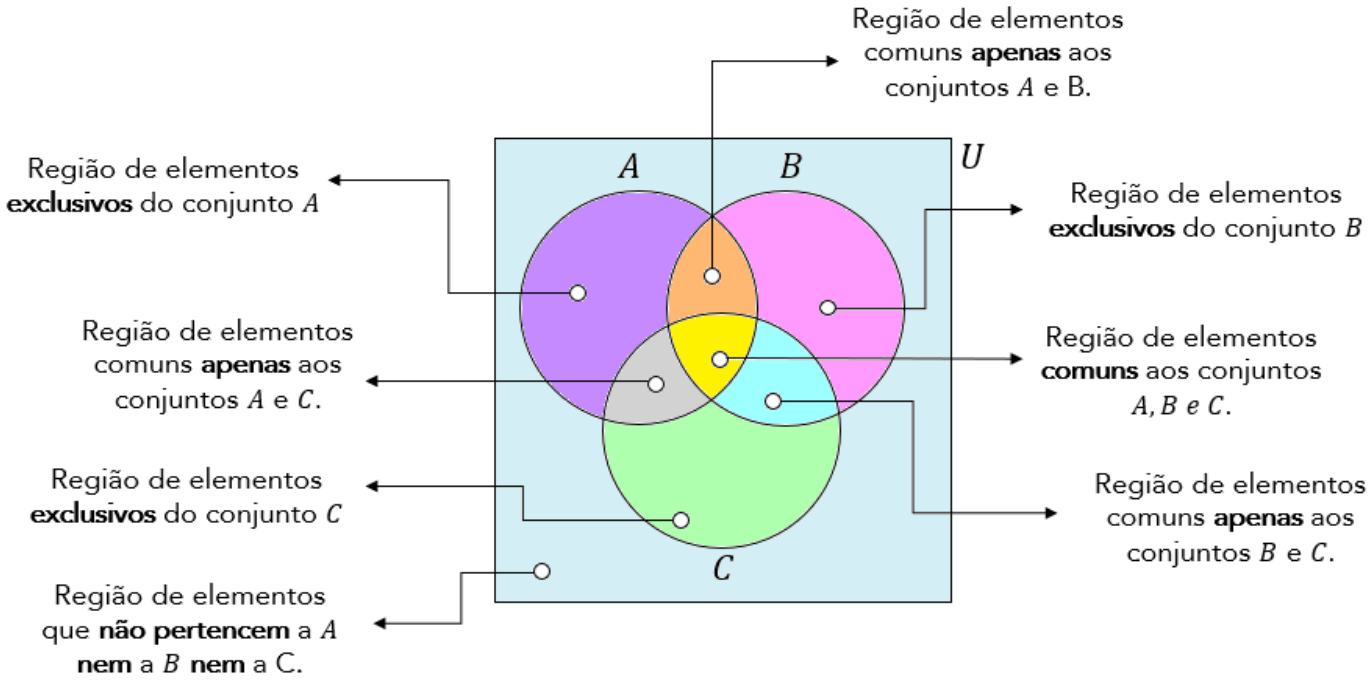
$$63 + 45 = 108 \; alunos$$

➢ 3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é, $\boldsymbol{n(A)}$, $\boldsymbol{n(B)}$ **e** $\boldsymbol{n(C)}$.

Como você faria para encontrar $\boldsymbol{n(A \cup B \cup C)}$ *? Será que é só somar as três quantidades?* **A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.

Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Vamos tentar entender com ela surge? Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C)}$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* **É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)}$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a $A \cap B \cap C$. Esse elemento pertence tanto a A, quanto a B e a C. Quando fizemos a soma $n(A) + n(B) + n(C)$, **contamos ele três vezes**!

Quando fizemos a subtração $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ estamos **tirando ele três vezes**! **Resultado: não estamos contando os elementos de** $\boldsymbol{A \cap B \cap C}$. Por esse motivo, **adicionamos** $\boldsymbol{n(A \cap B \cap C)}$**.** Logo,

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva**! Além disso, também ensinarei

um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.

(IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$
$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$
$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a
A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
E) 140.

Comentários:
Percebam que essa questão exige apenas **a aplicação direta da fórmula** que acabamos de ver.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0$$

$$n(A \cup B \cup C) = 120$$

Gabarito: Letra C.

(ISS-BH/2022) Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.
A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
B) 50 candidatos falam somente inglês.

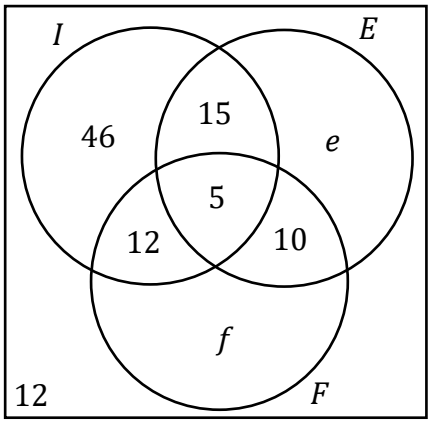
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
D) 49 candidatos falam francês.
E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

Comentários:

Primeiramente, vamos convencionar algumas coisas. Chamemos de "I" o conjunto formado por aqueles que falam inglês, de "F" o conjunto formado por aqueles que falam francês e de "E" o conjunto formado por aqueles que falam espanhol. Dito isso, vamos extrair algumas informações do enunciado.

- **78 falam inglês:** $n(I) = 78$
- **20 falam inglês e espanhol:** $n(I \cap E) = 20$
- **17 falam inglês e francês:** $n(I \cap F) = 17$
- **15 falam francês e espanhol**: $n(F \cap E) = 15$
- **5 falam os três idiomas**: $n(F \cap E \cap I) = 5$
- **12 não falam um segundo idioma.**

Agora, vamos passar essas informações para um diagrama.



Observe que existem **algumas quantidades que não conseguimos determinar** pois o enunciado não nos forneceu essas informações de forma direta. "e" representa quantas pessoas falam **apenas espanhol** (como segundo idioma) e "f", quantas falam **apenas francês** (como segundo idioma). Ademais, sabemos que quando somamos todas essas regiões, devemos ter o total de candidatos (180).

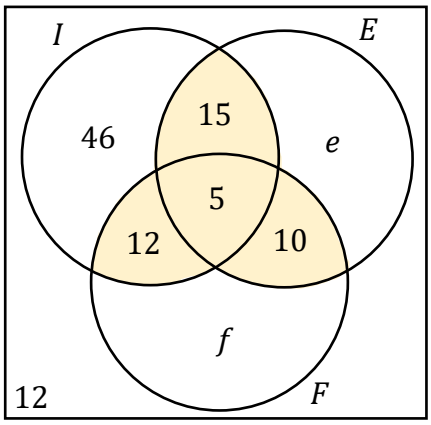
$$46 + 5 + 15 + 12 + 10 + e + f + 12 = 180 \quad \rightarrow \quad e + f = 80$$

Com essas informações, vamos analisar as alternativas.
A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
Errado. Não temos informações suficientes que nos permitam concluir isso.

B) 50 candidatos falam somente inglês.

Errado. Pelo diagrama que desenhamos, vemos que 46 candidatos falam apenas inglês.

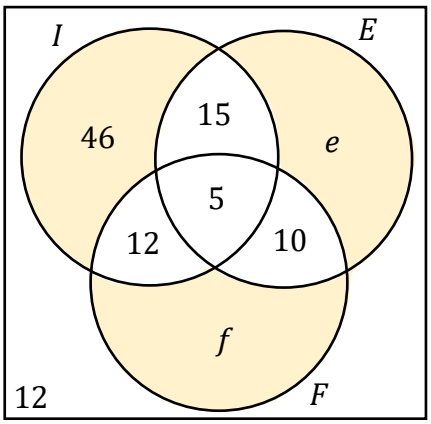
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
Errado. Vamos destacar no diagrama as regiões de interesse.



Assim, a quantidade de candidatos que falam pelo menos dois idiomas é: 5+15+12+10=42.

D) 49 candidatos falam francês.
Errado. Pessoal, não temos informações suficientes para "cravar" quantos candidatos falam francês.

E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.
Certo. Essa aqui é nossa resposta, pessoal. Vamos destacar no diagrama as regiões que retratam a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma.



Ora, sendo assim, a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma é dada pela soma: $46 + e + f$.

Note que, apesar de não termos os valores de "e" e "f" individualmente, sabemos o valor da soma "$e + f$", pois já a calculamos anteriormente. Assim, $46 + 80 = 126$. Logo, são **126 candidatos que falam apenas 1 idioma**.

Gabarito: LETRA E.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado.

Para contar elementos em um diagrama de Venn, o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos! Depois, partimos para as intersecções duplas e, por fim, analisamos a quantidade de elementos exclusivos de cada conjunto. Vamos ver na prática como fazemos isso?

▪

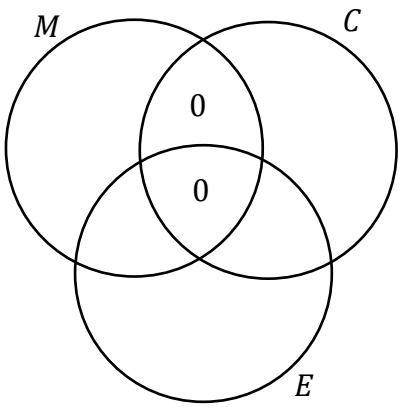
(TRF-3/2019) O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é

A) 12.
B) 47.
C) 7.
D) 28.
E) 23.

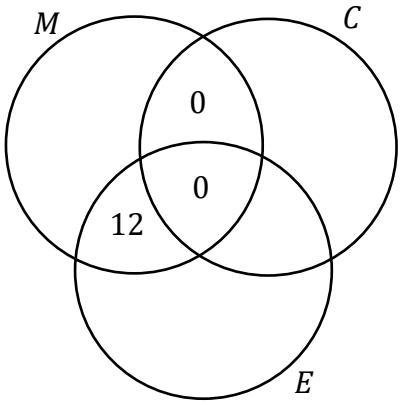
Comentários:

Nosso **conjunto universo é formado por 150 alunos** que estão matriculados em três disciplinas: Cálculo (C), Estatística (E) e Microeconomia (M). Lembre-se de que nesse tipo de questão, nossa abordagem sempre **é começar pela intersecção dos três conjuntos**, depois, partimos para **as intersecções dois a dois** e por fim, para as regiões isoladas. Comece se perguntando: *qual a quantidade de alunos que cursam as 3 disciplinas?*

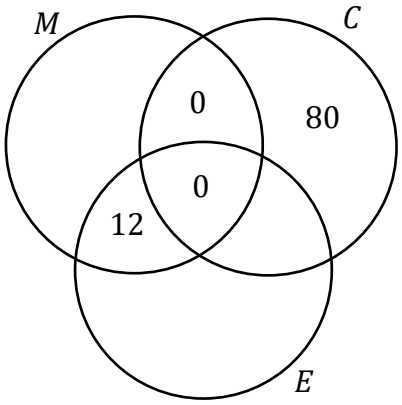
A resposta será zero! Veja que, de acordo com o enunciado, **não existem alunos que são matriculados em Microeconomia e Cálculo ao mesmo tempo**. Sendo assim, se não existe aluno matriculado nas duas, **não pode ter aluno matriculado nas 3**.



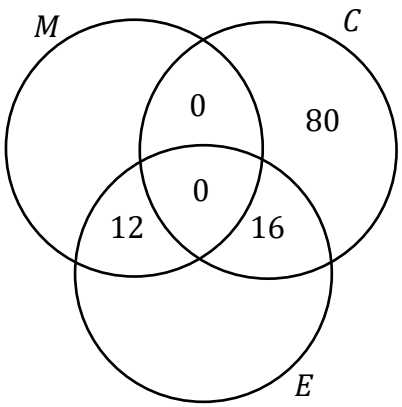
Sabemos ainda que **12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística**.



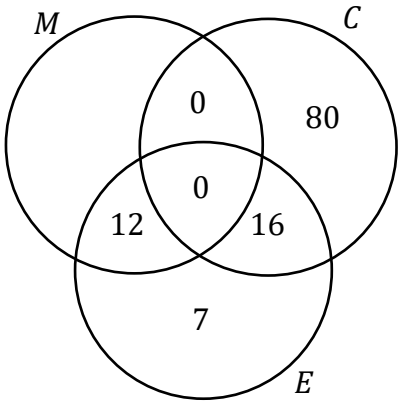
80 deles cursam SOMENTE cálculo.



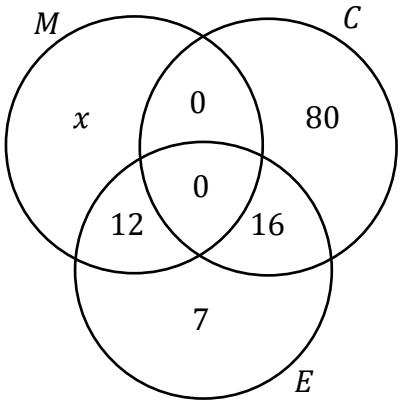
Como temos 80 alunos que fazem somente Cálculo, então **devemos ter 16 alunos que fazem Cálculo e Estatística para poder completar os 96 alunos da turma.**



São **35 alunos de Estatística** e no diagrama temos $12 + 16 = 28$. Logo, **7 alunos cursam somente Estatística**.



Seja x a quantidade de alunos que fazem **apenas Microeconomia**.



A quantidade de alunos elencadas nos diagramas acima deve **totalizar os 150 alunos dos 3 cursos**.

$$x + 12 + 0 + 0 + 7 + 16 + 80 = 150$$
$$x + 115 = 150$$
$$x = 35$$

Cuidado aqui! **35 é a quantidade de alunos que fazem APENAS Microeconomia**. Para descobrir o total de alunos de Microeconomia devemos somar com aqueles que também fazem Estatística (12). Logo,

$$\boldsymbol{n(M) = 35 + 12 \quad \rightarrow \quad n(M) = 47}$$

Gabarito: Letra B**.**

Questões Comentadas

Introdução à Teoria dos Conjuntos

FGV

1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

a) nenhuma menina gosta de Matemática.
b) todas as meninas gostam de Matemática.
c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

Comentários:

Temos 20 estudantes e 12 são meninas. **Consequentemente, 8 serão meninos**. Depois, o enunciado afirma que 15 estudantes gostam de matemática. Vamos fazer uma análise item a item.

a) nenhuma menina gosta de Matemática.
ERRADO. Galera, temos 15 estudantes que gostam de matemática e apenas 8 meninos. Com isso, certamente há meninas que gostam de matemática.

b) todas as meninas gostam de Matemática.
ERRADO. Não conseguimos concluir isso com as informações do enunciado. Veja que temos 15 estudantes de que gostam de matemática e 12 meninas. Logo, poderíamos ter as 12 meninas gostando de matemática mais 3 meninos. Acontece que, **isso não é necessariamente verdade**. Note que não há problema algum serem também 10 meninas e 5 meninos, por exemplo.

c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
ERRADO. Podemos inclusive ter as 12 meninas gostando de matemática. **Não há essa restrição superior**.

d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
CERTO. Imagine que apenas 6 meninas gostem de matemática. Com isso, **precisaríamos de 9 meninos (para fechar os 15 que gostam).** Sabemos, no entanto, que **só temos 8 meninos**. Logo, a quantidade mínima de meninas que gostam de matemática **deve ser 7**. Assim, ficamos na condição limite em que todos os meninos gostam de matemática. Tudo certo?!

e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

ERRADO. Há um limite mínimo de meninas, mas **não temos informação suficiente** para falar exatamente quantas meninas gostam de matemática.

Gabarito: LETRA D.

2. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Na matemática, as coleções são chamadas de conjuntos. Se uma coleção tem apenas um elemento, ela é dita um conjunto unitário. Um exemplo de conjunto unitário é a coleção formada pelos números que são:

a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;
b) divisores de 4;
c) divisores de 9;
d) maiores que 4 e menores que 9;
e) formados pelos algarismos 4 e 9.

Comentários:

Queremos um conjunto que possua apenas um elemento. Vamos analisar cada uma das alternativas.

a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;

CERTO. O único número que é divisor, ao mesmo tempo de 4 e 9, **é o número 1**. Portanto, esse conjunto tem apenas um elemento e é considerado unitário.

b) divisores de 4;

ERRADO. São divisores de 4: $D(4) = \{1, 2, 4\}$. Note que **temos 3 elementos**, portanto, não é o conjunto unitário que estamos procurando.

c) divisores de 9;

ERRADO. São divisores de 9: $D(9) = \{1, 3, 9\}$. Note que **temos 3 elementos**, portanto, não é o conjunto unitário que estamos procurando.

d) maiores que 4 e menores que 9;

ERRADO. Se considerarmos apenas **os números inteiros entre 4 e 9**, vamos ter: $\{5, 6, 7, 8\}$. Portanto, está longe de ser o conjunto unitário que estamos procurando.

e) formados pelos algarismos 4 e 9.

ERRADO. Pessoal, **podemos formar infinitos números com os algarismos 4 e 9**. Entre eles, posso citar 49, 94, 449, 494, etc.

Gabarito: LETRA A.

3. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Conjunto é o nome dado, na Matemática, a qualquer coleção. Entretanto, uma coleção pode não ter elementos. Nesse caso, diz-se que esse é um conjunto vazio. Um exemplo de conjunto vazio é a coleção:

a) de meses do ano que começam pela letra J;
b) de dias da semana que começam pela letra T;
c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;
d) dos números menores que 10 e maiores que 6;
e) das pessoas brasileiras que são casadas.

Comentários:

Vamos procurar uma coleção que não possua elementos. Devemos analisar alternativa por alternativa.

a) de meses do ano que começam pela letra J;
ERRADO. Temos vários meses que começam pela letra J: **Janeiro, Junho e Julho**.

b) de dias da semana que começam pela letra T;
ERRADO. Terça-feira é um dia da semana que começa pela letra T. Portanto, uma coleção formada por esses dias **não é vazia**.

c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;
CERTO. Não existe nenhum número que seja ao mesmo tempo par ou ímpar. **Ou é ímpar, ou é par**. Portanto, um conjunto formado por esses números seria vazio.

d) dos números menores que 10 e maiores que 6;
ERRADO. Considerando apenas o conjunto dos inteiros, os números que são menores que 10 e maiores que 6 são: **7, 8 e 9**. Portanto, **não é um conjunto vazio**.

e) das pessoas brasileiras que são casadas.
ERRADO. Muitos brasileiros são casados. Portanto, **não seria um conjunto vazio**.

Gabarito: LETRA C.

4. (FGV/CODEBA/2010) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 2, 4\}$ dois conjuntos. Com relação aos conjuntos A e B, analise as afirmativas a seguir:

I. $B \subset A$
II. $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
III. $A \cap B = \{0, 2\}$

Está(ão) correta(s) somente

a) I.

b) II.
c) III.
d) I e II.
e) II e III.

Comentários:
Devemos analisar cada afirmativa.

I. $B \subset A$
ERRADO. Para que B estivesse contido em A, **todos os seus elementos também devem ser elementos de A**. Note que **B possui o elemento 4, enquanto A não possui**. Logo, B **não** pode estar contido em A.

II. $A \cup B = \{0,1,2,3,4\}$
CERTO. A união dos dois conjuntos é a **reunião de seus elementos**. Assim, quando juntamos "todo mundo", realmente ficamos com $A \cup B = \{0,1,2,3,4\}$.

III. $A \cap B = \{0,2\}$
CERTO. A intersecção é formada pelos **elementos em comum dos dois conjuntos**. Perceba que o 0 e o 2 são os elementos que estão nos dois conjuntos, ao mesmo tempo. Portanto, é correto dizer que $A \cap B = \{0,2\}$.

Gabarito: LETRA E.

5. (FGV/BADESC/2010) Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

Comentários:
Estudamos que o número de subconjuntos é dado por uma relação bem conhecida:

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^n$$

Aqui, n representa a quantidade de elementos de A. Por exemplo! Considere que $\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, 4, 5\}}$. Nessa situação, **o conjunto A tem 5 elementos**, portanto, o número de subconjuntos seria:

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^n$$
$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 2^5$$
$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ B = 32$$

Logo, A tem 32 subconjuntos. Agora, vamos entender a questão em si. O enunciado fala de subconjunto próprio. Esse subconjunto obedece duas propriedades.

- algum elemento de A seja escolhido;
Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode estar vazio, é preciso ter pelo menos um elemento.

- não sejam escolhidos todos os elementos de A.
Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode coincidir com o A.

Logo, se temos 14 subconjuntos próprios **devemos somar mais 2 subconjuntos, para obter a quantidade total, calculada pela fórmula**. Se A tem 14 subconjuntos próprios, então ele tem $14 + 2 = \mathbf{16}$ **subconjuntos ao total**. Assim,

$$Número\ de\ Subconjuntos\ de\ A = 2^n$$
$$16 = 2^n$$
$$n = 4.$$

Assim, A tem 4 elementos.

Gabarito: LETRA A.

6. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D ∩ M e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:
a) 64
b) 16
c) 32
d) 8

Comentários:
Vamos listar os divisores de 24:

$$D(24) = \{1, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{6}, 8, \mathbf{12}, \mathbf{24}\}$$

Agora, vamos começar a listar os múltiplos positivos de 3.

$$M(3) = \{\mathbf{3}, \mathbf{6}, 9, \mathbf{12}, 15, 18, 21, \mathbf{24}, 27, 30, \dots\}$$

Note que já deixei marcado os **elementos em comum aos dois conjuntos**. Assim,

$$S = D \cap M = \{3, 6, 12, 24\}$$

Portanto, S tem 4 elementos. Na teoria, vimos que **o número de subconjuntos** de um conjunto é dado por:

$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 2^{n(S)}$$
$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 2^4$$
$$Número\ de\ subconjuntos\ de\ S = 16$$

Gabarito: LETRA B.

Outras Bancas

7. (MPE-GO/MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:

A) $x = 0$ e $y = 8$
B) $x + y = 8$
C) $x < y$
D) $x + 2y = 8$

Comentários:

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos <u>devem</u> ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\}$$
$$\{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter <u>duas</u> situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$
2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$

Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$

Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$

Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$

Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

8. (FUNDATEC/PREF. TRAMANDAÍ/2021) Considerando dois conjuntos, A e B, sendo: A = {2,4,6,8,10,12} e B = {2,4,6,8,10,12,14,16}, assinale a alternativa correta.

A) O conjunto A contém o conjunto B.

B) O conjunto A está contido no conjunto B.

C) O conjunto B está contido no conjunto A.

D) O conjunto B pertence ao conjunto A.

Comentários:

Vamos escrever os dois conjuntos para visualizar quais são os elementos comuns aos dois.

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}, \mathbf{10}, \mathbf{12}\}$$
$$\mathbf{B} = \{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}, \mathbf{10}, \mathbf{12}, \mathbf{14}, \mathbf{16}\}$$

Note que todos os elementos de A estão em B. Sendo assim, podemos dizer que **A está contido em B**, conforme aponta a letra B.

Gabarito: LETRA B.

9. (ANPEC/2021) Seja R o conjunto dos números reais. Dado um subconjunto finito $A \subseteq R$, denote por $card(A)$ a sua cardinalidade (ou seja, o número de elementos em A). Classifique a seguinte item como certo ou errado:

Dados dois subconjuntos finitos A, $B \subseteq \mathbb{R}$, se $B \subseteq A$, então $card(B) \leq card(A)$.

Comentários:

Se B está contido em A, então todos os elementos de B também estarão em A.

Portanto, nessas condições, **é impossível** que B tenha mais elementos do que A.

Sendo assim, é correto afirmarmos que a cardinalidade de B (ou número de elementos de B) sempre será **menor ou igual** a cardinalidade de A (ou número de elementos de A).

Gabarito: CERTO.

10. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

$$M \subset F$$

Comentários:
O enunciado trouxe que:

F = conjunto das frutas;
D = conjunto dos doces;
M = conjunto dos tipos de mangas.

Como **manga é uma fruta**, então o conjunto dos tipos de mangas **está contido** no conjunto das frutas. Na simbologia da teoria dos conjuntos, escrevemos:

$$\boxed{M \subset F}$$

Gabarito: CERTO.

11. (FUNDATEC/PREF. VIAMÃO/2022) Considerando como universo da variável "x" o conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, analise as seguintes afirmações e assinale a alternativa correta.

I. $\forall x \in U, x + 1$ é $primo$.
II. $\exists x \in U, 2x + 4 = 5$.
III. $\forall x \in U, x^3 < 40$.

A) Apenas I e II estão corretas.
B) Apenas I e III estão corretas.
C) Apenas II e III estão corretas.
D) Todas estão corretas.
E) Todas estão incorretas.

Comentários:
A questão trouxe que $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Com base nisso, vamos analisar as afirmações.

I. $\forall x \in U, x + 1$ é $primo$.
Em "português", essa afirmação diz que **para todo x** pertencente a U, temos que $x + 1$ é um número primo. Essa afirmação não procede. Para mostrar isso, basta visualizarmos um **contraexemplo**. Quando $x = 3$, temos que $x + 1 = 4$. Observe que 4 não é um número primo. **Logo, afirmativa incorreta.**

II. $\exists x \in U, 2x + 4 = 5$.
Em "português", a afirmação nos diz que **existe um x** pertencente a U tal que $2x + 4 = 5$. Para essa equação ser verdadeira, devemos ter $\boldsymbol{x = 1/2}$. Observe que $x = 1/2$ não pertence a U. **Logo, afirmativa incorreta.**

III. $\forall x \in U, x^3 < 40$.
Em "português", a afirmação nos diz que **para todo x** pertencente a U, temos que x ao cubo é menor que 40. Nesse tipo de afirmação, se encontrarmos um contraexemplo, temos que ela é falsa. Quando $x = 4$, temos que $4^3 = 64 > 40$. **Logo, afirmativa incorreta.**

Gabarito: LETRA E.

12. (AVANÇA-SP/PREF. AMERICANA/2023) Das alternativas abaixo, qual apresenta um conjunto vazio:
A) P = {4}.
B) Q = {5,2,9}.
C) R = {0,1;0,6}.
D) S = {0,34; - 0,2}.
E) T = { }.

Comentários:
Vamos relembrar um pouco o que foi visto na teoria!

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves { }. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Outras Bancas

1. (IDIB/GOINFRA/2022) Seja o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ e $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Determine a quantidade de subconjuntos do conjunto $C = (A \cap B) \cup \{1\}$.

A) 32
B) 26
C) 30
D) 64
E) 2

Comentários:

Primeiramente, vamos determinar a intersecção entre A e B. Lembre-se que A ∩ B é o conjunto formado por **todos os elementos de A que <u>também</u> são elementos de B**, ou seja, elementos que pertencem aos dois conjuntos simultaneamente.

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}, 7, \mathbf{8}\}$$
$$B = \{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}\}$$

Note que todos os elementos de B estão também em A. Sendo assim, **<u>a intersecção</u>** entre os dois conjuntos será igual ao B.

$$A \cap B = \{2, 4, 6, 8\}$$

O enunciado fala no conjunto $C = (A \cap B) \cup \{1\}$. Com isso, vamos fazer **a união** do conjunto acima com o conjunto {1}.

$$C = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

O resultado é um conjunto C com **5 (cinco) elementos**. Na teoria, vimos que **o número de <u>subconjuntos</u>** que conseguimos formar a partir de um conjunto com $\boldsymbol{n}$ **elementos é igual a $\mathbf{2^n}$.** Logo,

$$\text{Número de subconjuntos de C} = 2^5$$
$$\boxed{\textbf{Número de subconjuntos de C} = \mathbf{32}}$$

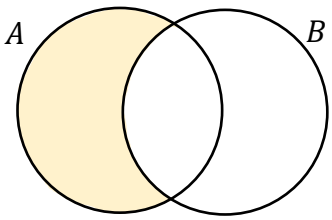
Gabarito: LETRA A.

2. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

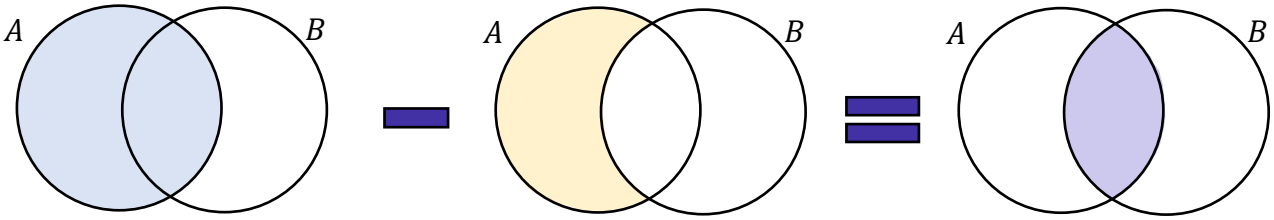
A = {pessoas que moram em São Gonçalo}
B= {pessoas que trabalham em Niterói}

O conjunto A – (A – B) representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:
A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói
B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo
C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói
D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

Comentários:
Você lembra que $A - B$ é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**. Por meio de diagramas, podemos representar esse conjunto como a seguinte região:



A questão pede o conjunto $A - (A - B)$. Vamos encontrá-lo por meio de diagramas.

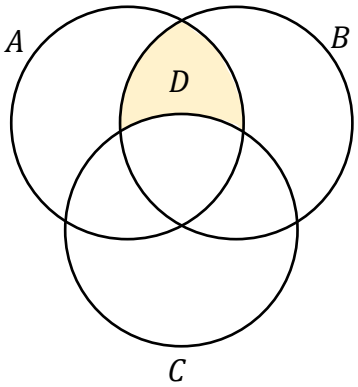


A em azul — A − B em amarelo — A − (A − B) em roxo

Com isso, observe que o conjunto $\boldsymbol{A - (A - B)}$ **corresponde <u>exatamente</u> à intersecção dos dois conjuntos**. Se A é composto pelas pessoas que **moram em São Gonçalo** e B é composto pelas pessoas que **trabalham em Niterói**, então $A - (A - B)$ é o conjunto formado pelas pessoas que moram em São Gonçalo **<u>e</u>** trabalham em Niterói.

Gabarito: LETRA A.

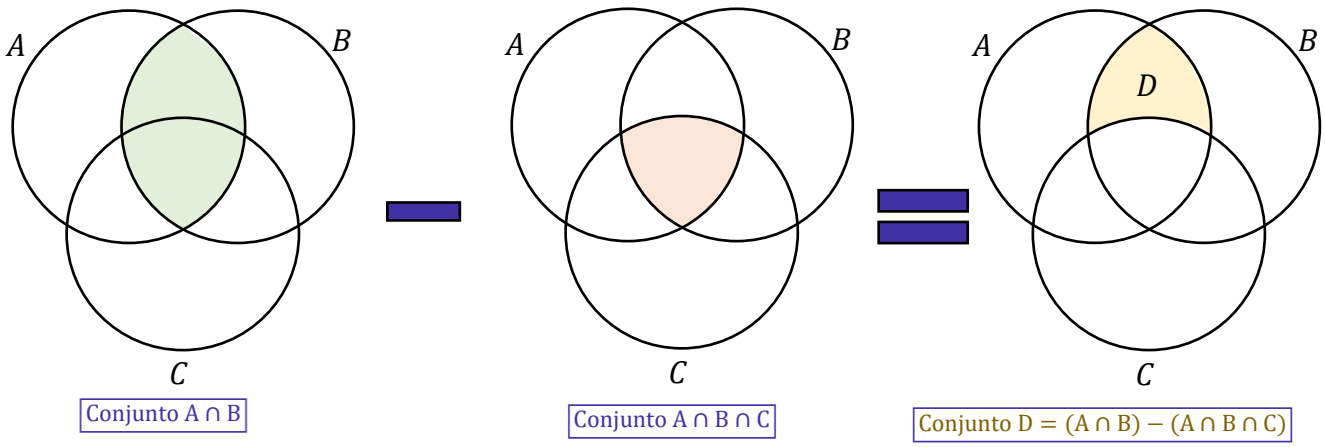
3. (IDIB/GOINFRA/2022) Sejam A, B e C conjuntos dados na figura a seguir. É correto o que se afirma na alternativa que corresponde ao conjunto D hachurado na figura.



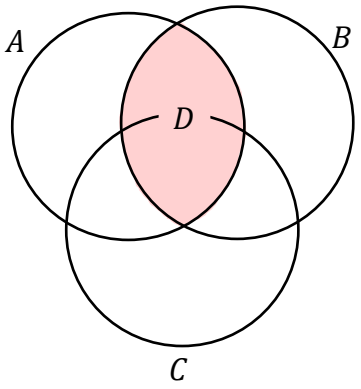
A) $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$
B) $D = A \cap B$
C) $D = A \cap B \cap C$
D) $D = (A \cap B) - B$
E) $D = (A \cap C) - B$

Comentários:
Vamos desenhar as regiões de todas as alternativas!

A) $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$
Correto. Já é o nosso gabarito, pessoal.

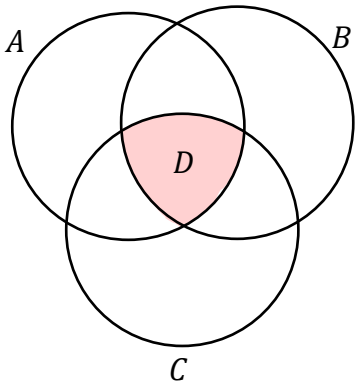


B) $D = A \cap B$
Errado.



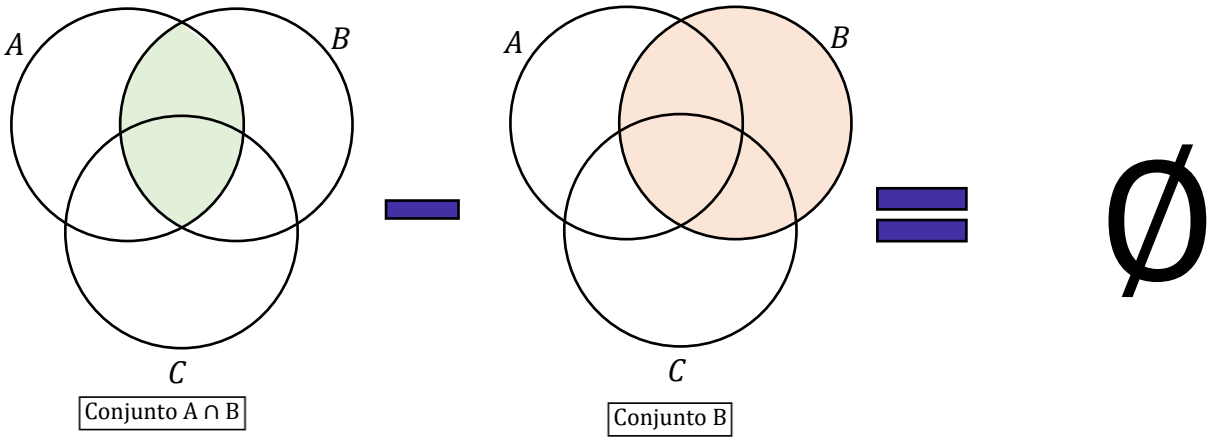
C) $D = A \cap B \cap C$

Errado.



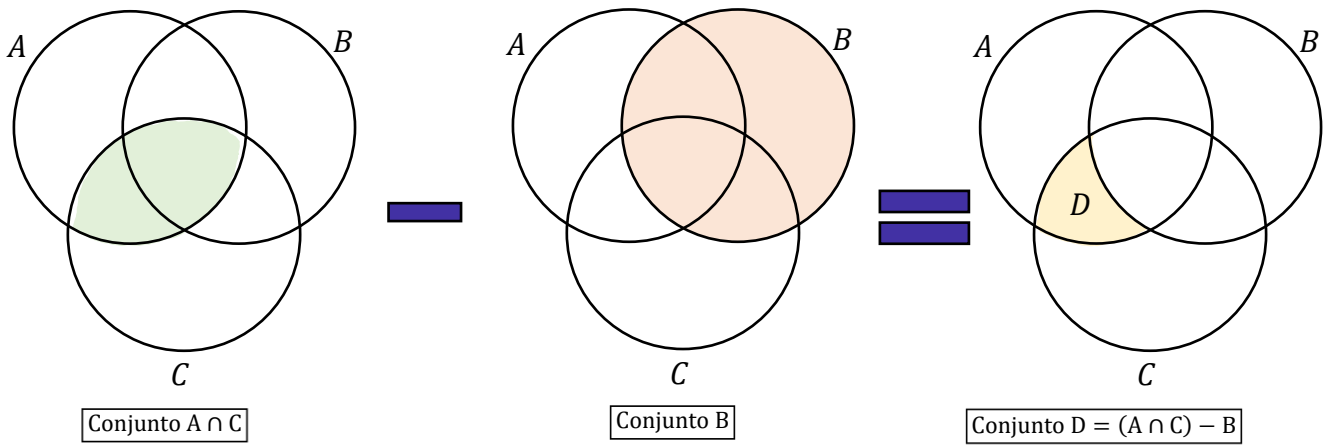
D) $D = (A \cap B) - B$

Errado.



E) $D = (A \cap C) - B$

Errado.



Gabarito: LETRA A.

4. (FUNDATEC/BM-RS/2022) Considere os conjuntos:

$$\boldsymbol{A = \{1, 2, 3, 18\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, \ldots, 18\} = \{x \in N \,/\, 0 < x < 19\}}$$

É possível afirmar que $\boldsymbol{A \cap B}$ é dado por:

A) A
B) B
C) $A \cup B$
D) $A \backslash B$
E) $B \backslash A$

Comentários:

Lembrem-se que o conjunto $\boldsymbol{A \cap B}$ **é o conjunto da intersecção entre A e B**. Na prática, significa o conjunto formado por todos os elementos que são, **simultaneamente**, elementos de A e de B. Do enunciado, temos:

$$\boldsymbol{A = \{1, 2, 3, 18\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, \ldots, 18\} = \{x \in N \,/\, 0 < x < 19\}}$$

Note que B está abreviado, mas basicamente é formado por **todos os números naturais entre 0 e 19**, **não** incluindo esses extremos.

$$\mathrm{A} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{18}\}$$
$$\mathrm{B} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, 4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17, \mathbf{18}\}$$

Sendo assim, podemos escrever que:

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 18\}$$

Observe que **o conjunto encontrado é igual ao próprio A**. Logo, podemos marcar a letra A.

Gabarito: LETRA A.

5. (INST. CONSULPLAN/PREF. GONÇALVES/2022) Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6\}$ e $C = \{2, 5, 7, 9\}$. O conjunto $(A \cup B) - (B \cap C)$ é:

A) $\{0, 1, 3, 4, 6\}$
B) $\{0, 1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
C) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

Comentários:

A questão nos forneceu os seguintes conjuntos:

$$A = \{0, 1, 2, 3\} \qquad B = \{2, 4, 5, 6\} \qquad C = \{2, 5, 7, 9\}$$

Vamos fazer cada uma das operações. Primeiro, $A \cup B$.

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Observe que na união dos dois conjuntos, listamos todos os elementos que pertencem aos dois. É importante lembrar que **não é preciso repetir** um elemento comum. Por exemplo, o elemento "2" pertence tanto a A quanto a B. Quando fazemos a união de A com B, o **"2" aparece só uma vez e não duas**. *Tudo certo?*

Agora, vamos $B \cap C$.

$$B \cap C = \{2, 5\}$$

Na intersecção, estamos interessados naqueles elementos que pertencem simultaneamente a B e a C. Note que apenas **o 2 e o 5 estão nos dois conjuntos**. Por fim, queremos encontrar $(A \cup B) - (B \cap C)$. Nesse caso, queremos tudo que está em $A \cup B$ **mas não** está $B \cap C$.

$$A \cup B = \{0, 1, \mathbf{2}, 3, 4, \mathbf{5}, 6\}$$
$$B \cap C = \{\mathbf{2}, \mathbf{5}\}$$

Com isso:

$$\boxed{(A \cup B) - (B \cap C) = \{0, 1, 3, 4, 6\}}$$

Gabarito: LETRA A.

6. (IBADE/CRC-RO/2022) Considere os conjuntos A, B e C.

$$\boldsymbol{A = \{1, 3, 5, 7, 10\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{0, 3, 4, 5, 7, 9\}}$$
$$\boldsymbol{C = \{2, 3, 4, 8, 7, 12\}}$$

Calcule $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) \cap \boldsymbol{C}$:
A) $\{3,4,7\}$
B) $\{1,2,4,5,10\}$
C) $\{2,4,7,9,12\}$
D) $\{0,1,3,4,5,7,10\}$
E) $\{0,1,5,10\}$

Comentários:
Mais uma vez, vamos por passos.

1) Encontrar $A \cup B$:

$$A \cup B = \{0, 1, 3, 4, 5, 7, 9, 10\}$$

Na união, listamos **todos os elementos** dos dois conjuntos em um conjunto só!

2) Encontrar $(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) \cap \boldsymbol{C}$:

$$A \cup B = \{0, 1, \mathbf{3}, \mathbf{4}, 5, \mathbf{7}, 9, 10\}$$
$$C = \{2, \mathbf{3}, \mathbf{4}, 8, \mathbf{7}, 12\}$$

Na intersecção, listamos apenas **os elementos em comum**!

$$\boxed{(A \cup B) \cap C = \{3, 4, 7\}}$$

Gabarito: LETRA A.

7. (IBFC/MGS/2022) Diz-se que dois conjuntos A e B não-vazios são disjuntos se:
A) a união entre A e B for um conjunto vazio
B) se a intersecção entre A e B for um conjunto não vazio
C) se a diferença entre A e B for um conjunto unitário
D) se o conjunto A não tiver elemento comum ao conjunto B

Comentários:

Galera, questão teórica para treinar o que vimos na teoria. Dois conjuntos são disjuntos quando não possuem elementos em comum. Logo, a intersecção desses dois conjuntos é o vazio. Vamos comentar as alternativas.

A) a ~~união~~ entre A e B for um conjunto vazio
Errado. O correto seria a intersecção.

B) se a intersecção entre A e B for um conjunto ~~não~~ vazio
Errado. O correto seria um conjunto vazio.

C) se a diferença entre A e B for um ~~conjunto unitário~~.
Errado. Se A e B são disjuntos, então a diferença entre A e B é **o próprio A**.

D) se o conjunto A não tiver elemento comum ao conjunto B
Correto. É exatamente essa a condição para que dois conjuntos sejam disjuntos.

Gabarito: LETRA D.

8. (AVANÇASP/PREF. R. CLARO/2021) Qual é a união dos conjuntos $A = \{6, 9, 21\}$ e $B = \{6, 15, 24\}$?
A) $\{6\}$
B) $\{9, 21\}$
C) $\{9, 15, 21, 24\}$
D) $\{6, 9, 15, 21, 24\}$
E) $\{6, 6, 9, 15, 21, 24\}$

Comentários:
Na união entre A e B, listamos em um único conjunto todos os elementos de A e B. Lembre-se que **não devemos repetir os elementos em comum**. Por exemplo, observe que o "6" aparente tanto em A como em B. Na união, o "6" aparece apenas uma vez. Nada de repeti-lo!

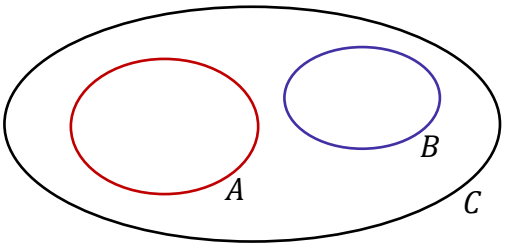
$$\boxed{A \cup B = \{6, 9, 15, 21, 24\}}$$

Gabarito: LETRA D.

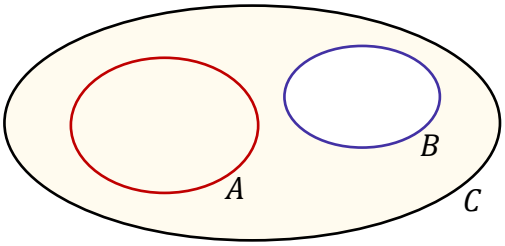
9. (OMNI/PREF. S. J. BATISTA/2021) Considere os subconjuntos A e B do conjunto C. Podemos afirmar que o complementar de B em relação a C com interseção com B é:
A) o complementar de C, pois é tudo que tem em C, mas não tem em A e B.
B) o conjunto A.
C) um conjunto vazio.
D) Nenhuma das alternativas.

Comentários:

Vamos desenhar essa situação? **A e B são subconjuntos de C**. Logo, uma situação **possível** seria:



O complementar de B em relação a C é:



Note que **o complementar de B não tem elementos em comum com o próprio B** (pela própria definição!).

Logo, a intersecção entre os dois conjuntos será **o conjunto vazio**, como aponta a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

10. (Legalle/Pref. XV de Novembro/2021) Considere os conjuntos $H = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $K = \{2, a, b, s, 6\}$. A diferença entre H e K é:

A) $H - K = \{3, 4, 5\}$
B) $H + K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
C) $H \cup K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
D) $H \cap K = \{2, 6\}$
E) $H + K = \{3, 4, 5\}$

Comentários:

Pessoal, nessa questão bastava saber o símbolo da operação "diferença". Vimos na teoria que é o "$-$". Dessa forma, a única alternativa possível seria a letra A (que é nosso gabarito). No entanto, vamos imaginar que existissem outras alternativas possíveis. Sendo assim, precisaríamos efetivamente encontrar $H - K$. A diferença entre H e K é formada por aqueles elementos de H que não são elementos de K.

$$\boldsymbol{H = \{2, 3, 4, 5, 6\}}$$
$$\boldsymbol{K = \{2, a, b, s, 6\}}$$

Assim,

$$\boxed{H - K = \{3, 4, 5\}}$$

Gabarito: LETRA A.

FGV

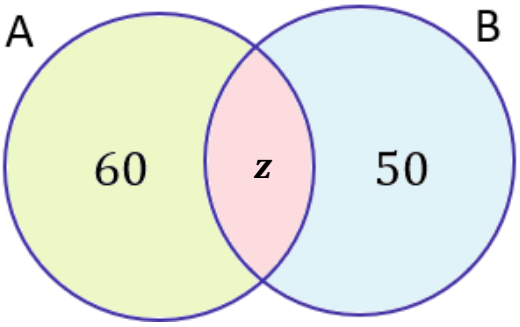
11. (FGV/SSP-AM/2022) Sobre dois conjuntos A e B sabe-se que:

- A união de A e B tem 130 elementos.
- A diferença B – A tem 50 elementos.
- A diferença A – B tem 60 elementos.

Sendo x o número de elementos de A e y o número de elementos de B, o valor de x + y é igual a
A) 110.
B) 120.
C) 130.
D) 140.
E) 150.

Comentários:
Primeiramente, vamos relembrar o que significa os conjuntos diferenças apontados no enunciado.

1) $B - A$ é o conjunto formado por **todos os elementos de B que não são elementos de A**.
2) Analogamente, $A - B$ é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**.



O conjunto $A - B$ está representado pela região verde. Note que é **tudo de A menos a parte vermelha**. Essa parte vermelha **representa os elementos de A que também são elementos de B**, ou seja, a intersecção dos dois conjuntos. Por sua vez, a região azul representa o conjunto $B - A$. Observe que já colocamos as quantidades de cada desses conjuntos. Como não sabemos quantos elementos pertencem a A e a B

simultaneamente, então vamos chamar essa quantidade de "z". O enunciado nos diz que a união desses dois conjuntos possui **130 elementos**. Na prática, isso significa que se **somamos todas as regiões** destacadas no diagrama de Venn acima, então **devemos** obter esses 130 elementos. *Vamos fazer isso?*

$$60 + z + 50 = 130 \quad \rightarrow \quad z = 130 - 110 \quad \rightarrow \quad \boxed{z = 20}$$

Pronto, temos "z". Com ele, podemos determinar quantos elementos possui cada um dos conjuntos.

$$n(A) = 60 + z \quad \rightarrow \quad n(A) = 60 + 20 \quad \rightarrow \quad \boxed{n(A) = 80}$$

$$n(B) = 50 + z \quad \rightarrow \quad n(B) = 50 + 20 \quad \rightarrow \quad \boxed{n(B) = 70}$$

A questão quer a soma desses dois valores. Logo,

$$n(A) + n(B) = x + y = 80 + 70 = 150$$

Gabarito: LETRA E.

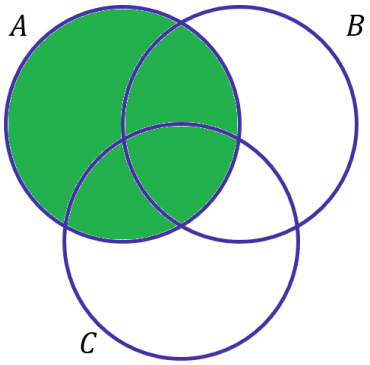
12. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$:

a) nunca.
b) se e somente se A = B = C.
c) se e somente se B = C.
d) se e somente se B ∩ C = ∅.
e) sempre.

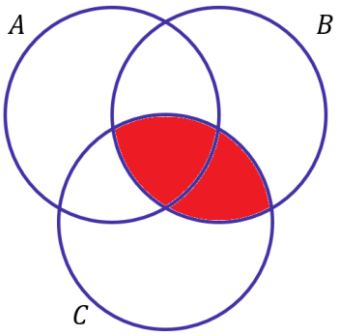
Comentários:

Na minha opinião, o melhor jeito de resolver essas questões é desenhando o diagrama. Vamos primeiros identificar o que significa cada lado da equação:

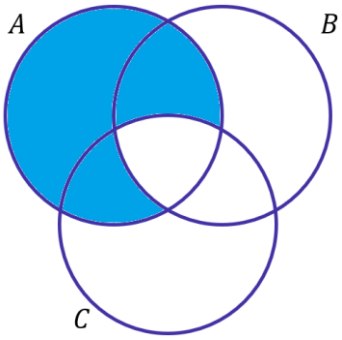
- $A - (B \cap C)$: Elementos de A que não são elementos da intersecção de B com C.



Conjunto A

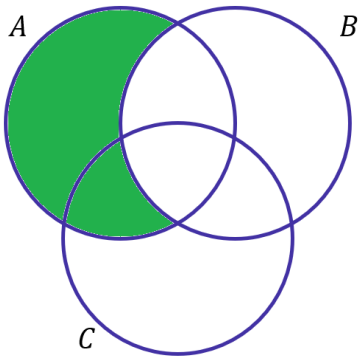


Conjunto $B \cap C$

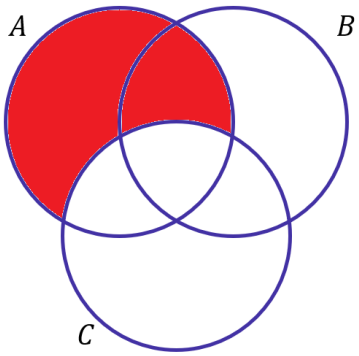


Conjunto $A - (B \cap C)$

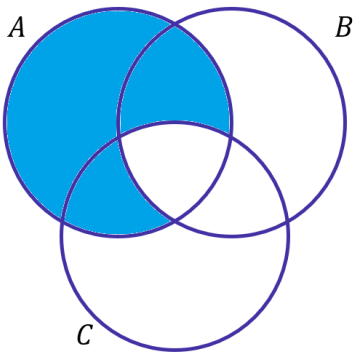
- $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}) \cup (\boldsymbol{A}-\boldsymbol{C})$: Elementos de A que não são elementos de B ou Elementos de A que não elementos de C.



Conjunto $A-B$



Conjunto $A-C$



Conjunto $(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}) \cup (\boldsymbol{A}-\boldsymbol{C})$

Observe que quando desenhamos as duas regiões, percebemos que elas são iguais. Logo, a igualdade é sempre verdade.

Gabarito: LETRA E.

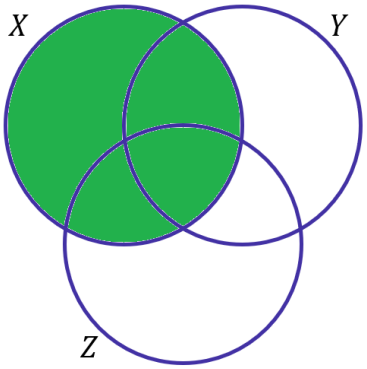
13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos, $\boldsymbol{X} \cap (\boldsymbol{Y} \cup \boldsymbol{Z}) = (\boldsymbol{X} \cap \boldsymbol{Y}) \cup \boldsymbol{Z}$:

a) nunca.
b) se e somente se X = Y = Z.
c) se e somente se $Z \subset X$
d) se e somente se $Z \subset Y$
e) sempre.

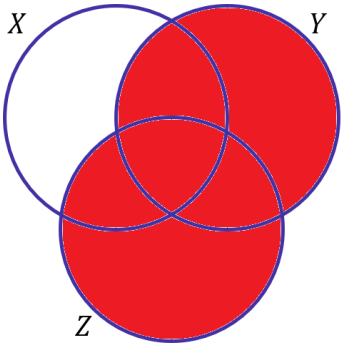
Comentários:

Novamente, vamos recorrer aos diagramas. Primeiro devemos entender cada uma das regiões.

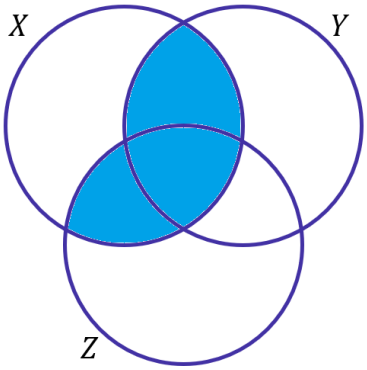
- $\boldsymbol{X} \cap (\boldsymbol{Y} \cup \boldsymbol{Z})$: Elementos que X tem em comum com a união de Y e Z.



Conjunto X

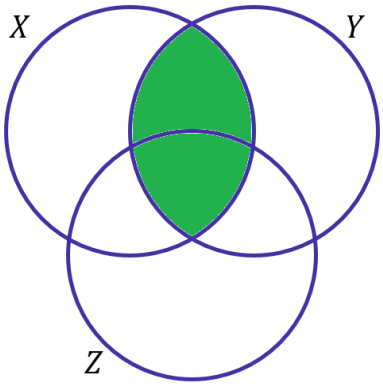


Conjunto $Y \cup Z$

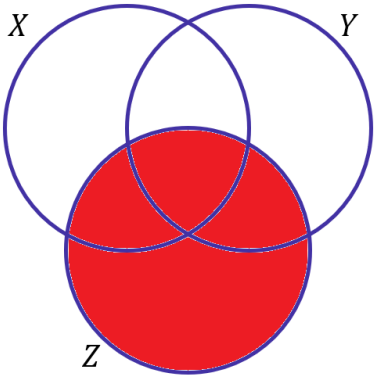


Conjunto $\boldsymbol{X} \cap (\boldsymbol{Y} \cup \boldsymbol{Z})$

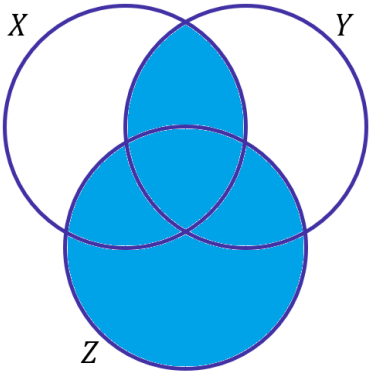
- $(\boldsymbol{X} \cap \boldsymbol{Y}) \cup \boldsymbol{Z}$: Elementos de $X \cap Y$ reunidos com os elementos de Z.



Conjunto $X \cap Y$

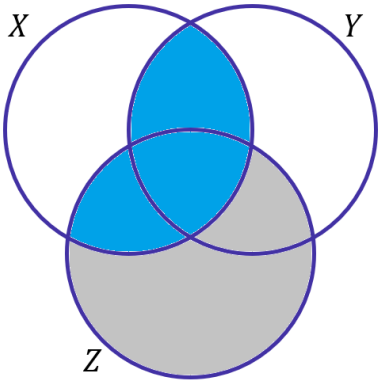


Conjunto Z



Conjunto $(\boldsymbol{X} \cap \boldsymbol{Y}) \cup \boldsymbol{Z}$

Dessa vez, as regiões que desenhamos não ficaram iguais. Mas, o que devemos fazer para que elas fiquem? Ora devemos retirar toda a região diferente:



Nessa situação, percebemos que **não pode haver elementos de Z que não sejam elementos de X**. O que implica que Z deve ser um subconjunto de X.

Gabarito: LETRA C.

CEBRASPE

14. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

Comentários:
Se M_j representa o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, j convênios, **M_0 é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios"**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**.

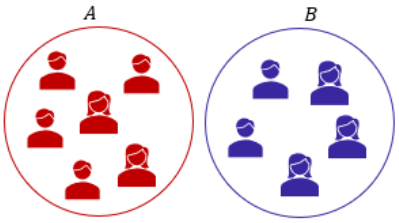
Para obter o conjunto dos munícipios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto M_0 todos os munícipios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por $M_0 - M_1$.

Gabarito: LETRA D.

15. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

Comentários:
É possível representar os conjuntos A e B conforme o diagrama abaixo.



Observe que **não há intersecção entre A e B**, pois, **uma mesma pessoa não pode pertencer aos dois conjuntos**. Isso ocorre devido a **<u>impossibilidade de se votar a favor e contra simultaneamente</u>**. Portanto, sabemos que quando **A e B são disjuntos, então temos que $A \backslash B = A$**. Como A tem seis elementos, então A\B terá também seis elementos e **não apenas um**, como indica o item.

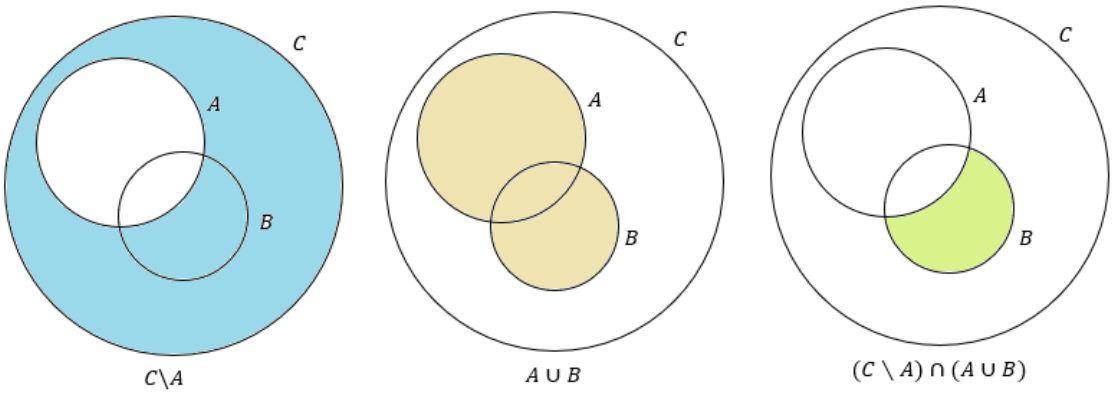
Gabarito: ERRADO.

16. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

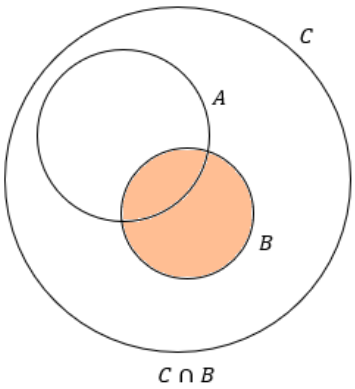
Comentários:

Na minha opinião, a melhor forma de resolver esse tipo de exercício é por meio de desenhos. No entanto, antes de trazer qualquer imagem, gostaria de lembrar que **$C \backslash A$ é a mesma coisa que $C - A$**. Logo, **são os elementos de C que não são elementos de A**.



Olhem a figura acima. Veja que **A e B estão dentro de C pois o enunciado informa que $A, B \subset C$**. Como o enunciado não fala se A e B são disjuntos, podemos considerar que eles possuem uma intersecção entre si, conforme a imagem. **A região pintada corresponde exatamente ao resultado da operação**.

Por exemplo, **$C \backslash A$ está representada por toda região de azul**. $A \cup B$ por toda a região marrom. Por fim, quando tiramos a intersecção desses dois conjuntos, ficamos com a área verde. Esse é o lado esquerdo da equação do enunciado. Para que a equação seja verdadeira, **o lado direito deve representar exatamente a mesma região**. No entanto, note que:



Veja que **as regiões são diferentes** e, portanto, **a equação não bate**. Logo, o item está incorreto.

Obs.: Para a equação ser verdadeira **A e B devem ser disjuntos**. Como exercício, mostre esse fato! Basta observar as áreas, considerando que A e B não possuem intersecção.

Gabarito: ERRADO.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões
Para o conjunto $\boldsymbol{\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $\boldsymbol{S(A)}$ a soma dos elementos de A e considere e $\boldsymbol{S(\emptyset) = 0}$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

17. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $\boldsymbol{A \subset B}$, então $\boldsymbol{0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55}$.

Comentários:
$S(A)$ representa **a soma dos elementos de A**. Por exemplo, se $\boldsymbol{\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}}$, então:

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Você concorda que qualquer subconjunto de Ω vai apresentar uma soma menor ou igual a 55? Por exemplo, considere que $B = \{1,3,5,7,9\}$. Note que B é um subconjunto de Ω. Assim,

$$S(B) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Não tem como escolher um subconjunto de Ω e a soma dos elementos dele **fornecer um resultado maior** que a soma dos elementos de Ω. Concorda? Da mesma forma, se pegarmos um subconjunto de B, digamos A, **a soma dos elementos de A vai ser menor ou igual a soma dos elementos de B**. Por exemplo, se $A = \{1,3\}$, então:

$$S(A) = 1 + 3 = 4$$

Veja que é bem menor que 25. Com esse raciocínio, é possível ver que o enunciado trouxe um desigualdade verdadeira. Note que **se houvessem números negativos em $\boldsymbol{\Omega}$**, não poderíamos ter feito as conclusões que fizemos aqui. Logo, item correto.

Gabarito: CERTO.

18. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se $\boldsymbol{A \subset \Omega}$, e se $\boldsymbol{\Omega \backslash A}$ é o complementar de A em Ω, então $\boldsymbol{S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)}$.

Comentários:

Gostaria de chamar atenção ao fato de que **A é um subconjunto de $\boldsymbol{\Omega}$**. Se $\boldsymbol{\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$, então o conjunto A poderá ser $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Assim, **o complementar de A em Ω será os elementos de Ω que não estão em A**, isto é:

$$\Omega \backslash A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Se **S(A) é a soma dos elementos de A**, ficamos com

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

$$S(A) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$$S(\Omega \backslash A) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Logo, veja que:

$$S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$$

Conforme o item trouxe.

Gabarito: CERTO.

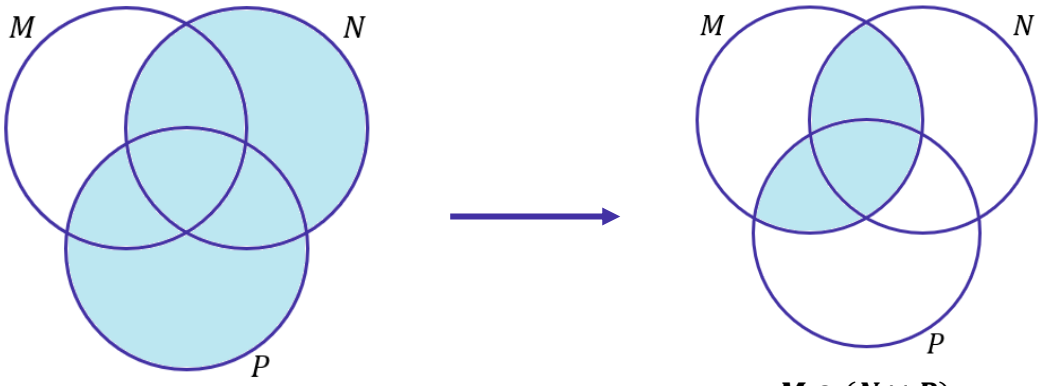
CESGRANRIO

19. (CESGRANRIO/BR/2015) Dados três conjuntos M, N e P, tem-se que o conjunto $\boldsymbol{M \cap (N \cup P)}$ é igual ao conjunto

a) $M \cap (N \cap P)$
b) $M \cap (N \cup P)$
c) $M \cup (N \cap P)$
d) $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
e) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

Comentários:

Vamos resolver o problema desenhando diagramas. Para começar, desenhe a região que o conjunto do enunciado representa. Depois, compare ela com cada um dos conjuntos do enunciado.

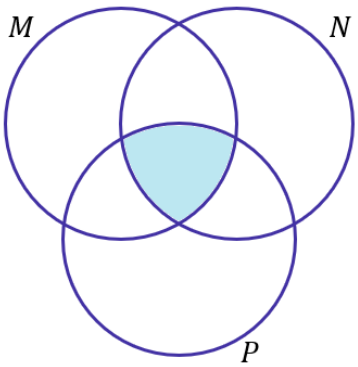


$\boldsymbol{N \cup P}$ $\boldsymbol{M \cap (N \cup P)}$

A região da direita é a que vamos buscar nas alternativas. Observe que primeiro desenhamos N∪P, para depois desenhar M∩(N∪P). Fomos por partes, e, sempre que possível, procederemos assim.

a) $M \cap N \cap P$

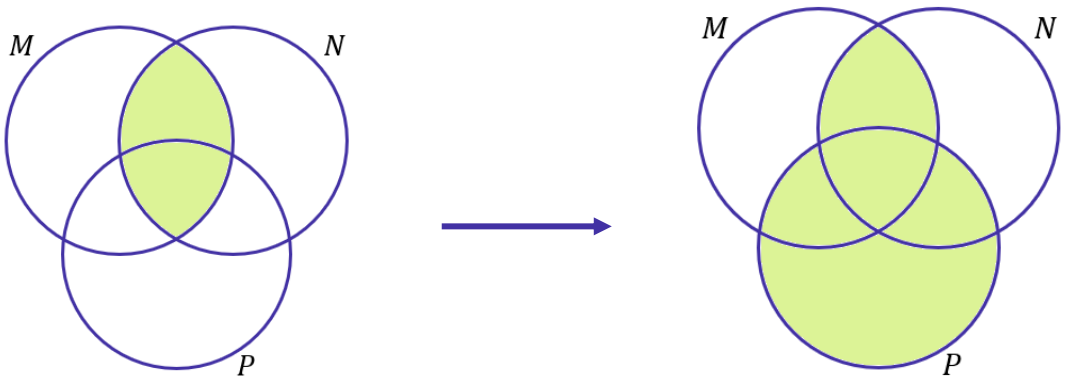
Alternativa incorreta. Note que $M \cap N \cap P$ é exatamente a intersecção dos três conjuntos.



$M \cap (N \cap P)$

b) $(M \cap N) \cup P$

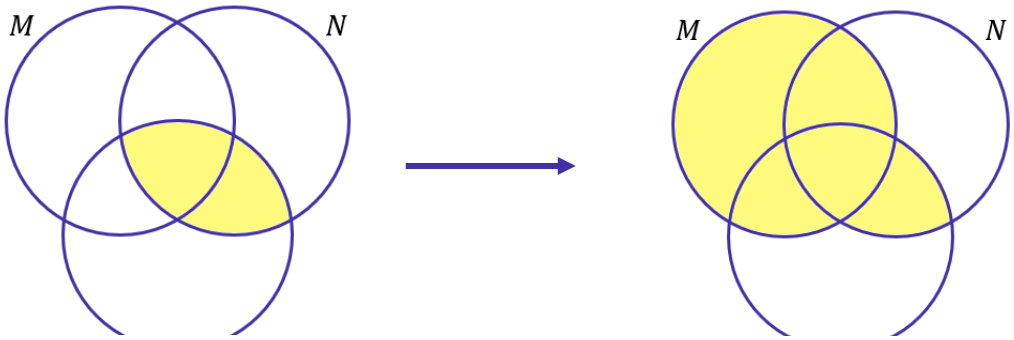
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{M \cap N}$ $\boldsymbol{(M \cap N) \cup P}$

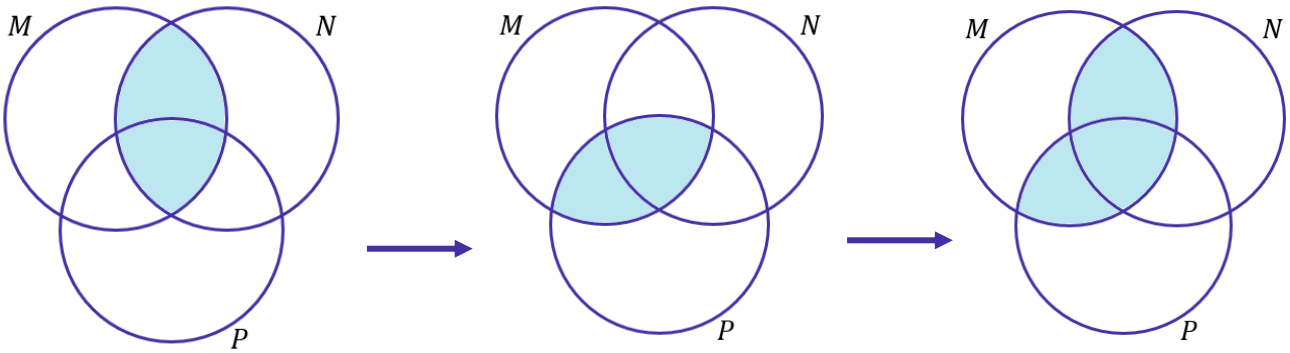
c) $M \cup (N \cap P)$

Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{N \cap P}$ $\boldsymbol{M \cup (N \cap P)}$

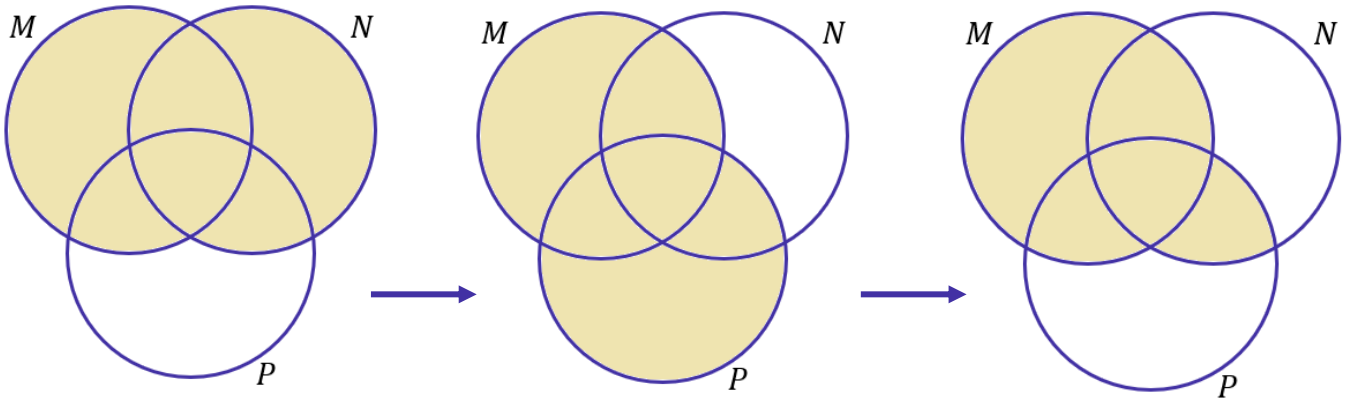
d) $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
Alternativa correta.



$\boldsymbol{M \cap N}$ $\boldsymbol{M \cap P}$ $\boldsymbol{(M \cap N) \cup (M \cap P)}$

Veja que após os desenhos, a região obtida é igual ao conjunto proposto do enunciado. Desse modo, podemos escrever sem receio que: $M \cap (N \cup P) = (M \cap N) \cup (M \cap P)$

e) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{M \cup N}$ $\boldsymbol{M \cup P}$ $\boldsymbol{(M \cup N) \cap (M \cup P)}$

Gabarito: LETRA D.

20. (CESGRANRIO/BASA/2014) O conjunto diferença X - Y, entre dois subconjuntos X e Y de um mesmo conjunto universo U, é definido por:

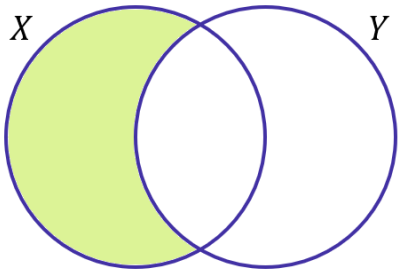
$$\boldsymbol{X - Y = \{u \in U / u \in X \; e \; u \notin Y\}}$$

Considere três subconjuntos, A, B e C, do mesmo conjunto Universo U. O conjunto $\boldsymbol{A - (B \cap C)}$ é igual ao conjunto

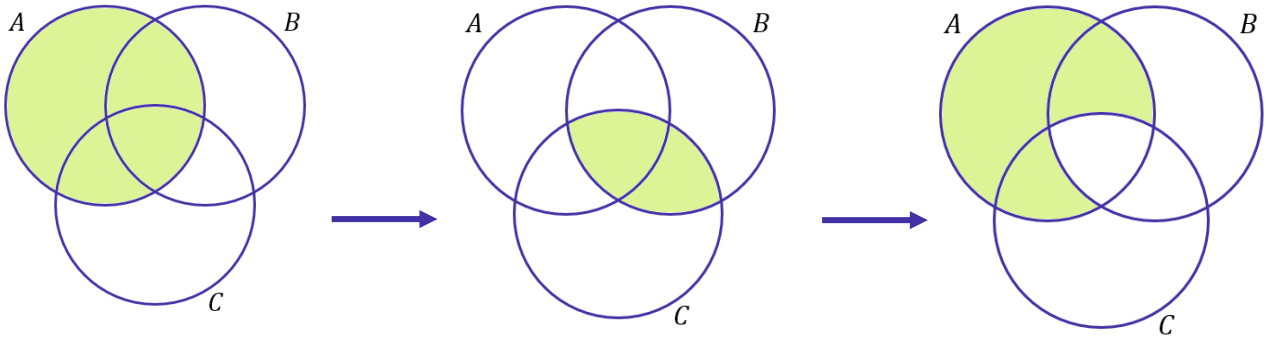
a) $(A - B) \cap (A - C)$.
b) $(A - B) \cup (A - C)$.
c) $(A - B) \cap C$.
d) $(A - B) \cup C$.
e) $(A - B) - C$.

Comentários:

Essa é uma questão parecida com a anterior, mas que envolve o conjunto diferença. O conjunto $X - Y$ vai trazer todos aqueles elementos que são de X mas não são de Y. Em diagramas, ele é representado por:



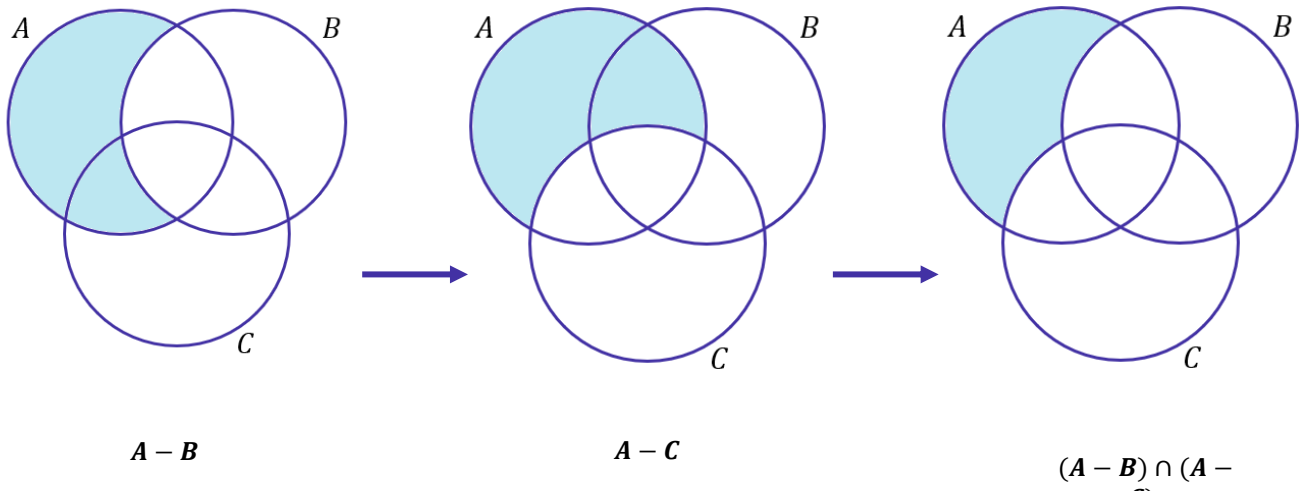
Vamos proceder de forma muito semelhante à questão anterior. Primeiro, identificando a região representativa do conjunto do enunciado, depois vamos analisar as alternativas em busca de uma igual. O enunciado trouxe o conjunto $\boldsymbol{A - (B \cap C)}$.



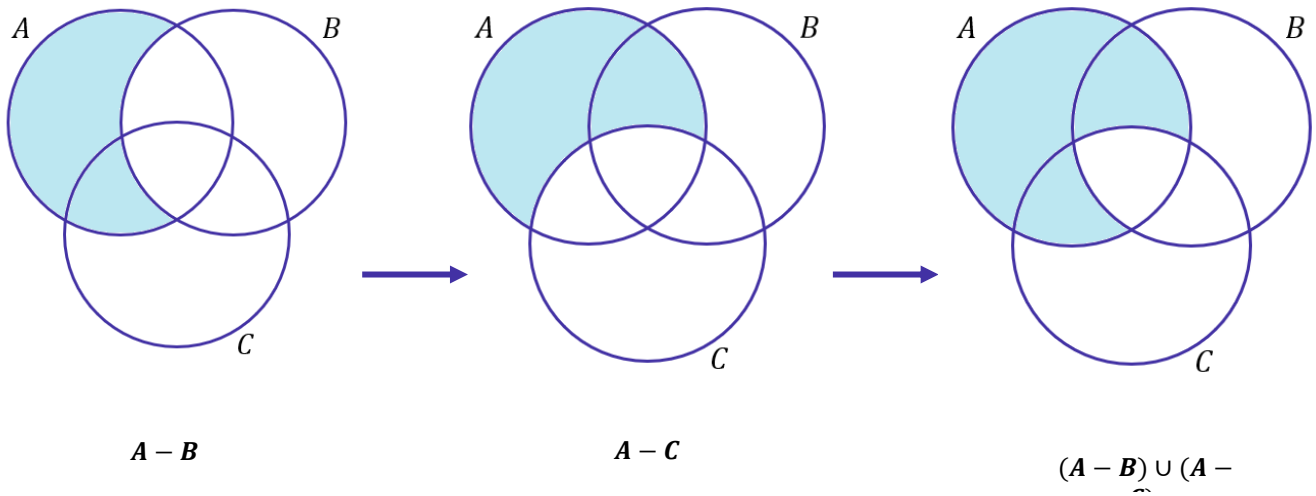
$\boldsymbol{A}$ $\qquad$ $\boldsymbol{B \cap C}$ $\qquad$ $\boldsymbol{A - (B \cap C)}$

Agora vamos analisar as alternativas.

a) $(A - B) \cap (A - C)$.
Alternativa incorreta.



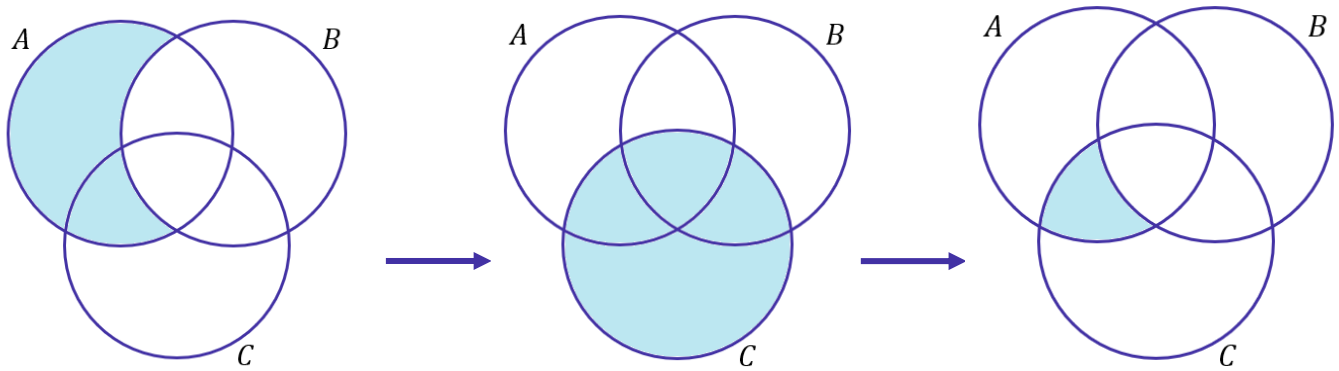
b) $(A - B) \cup (A - C)$.
Alternativa correta.



Veja que é exatamente a mesma região do enunciado e, por esse motivo, podemos escrever que:

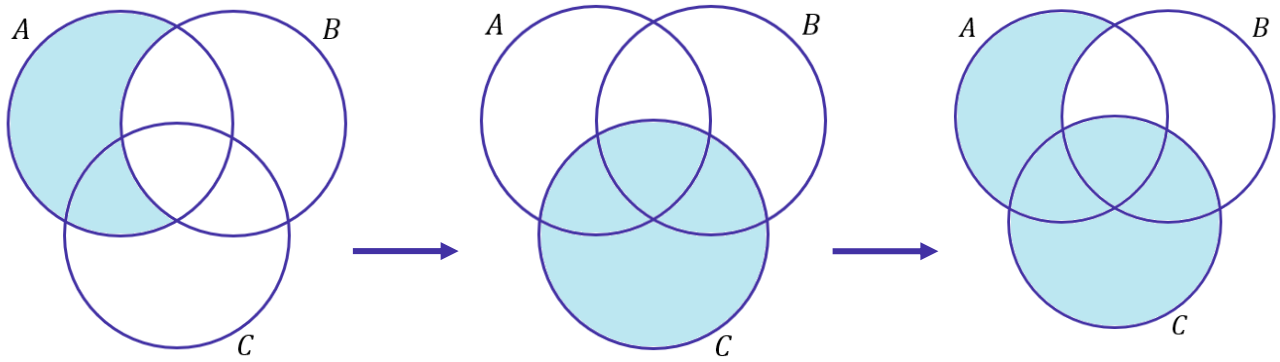
$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C).$$

c) $(A - B) \cap C$.
Alternativa incorreta.



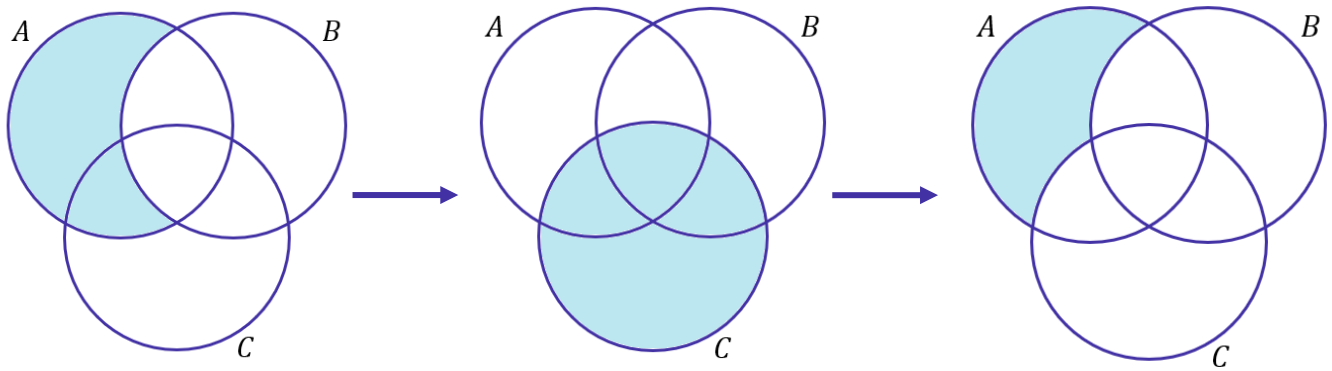
$\boldsymbol{A - B}$ C $(\boldsymbol{A - B})$

d) $(A - B) \cup C$.
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{A - B}$ C $(\boldsymbol{A - B})$

e) $(A - B) - C$.
Alternativa incorreta.



$\boldsymbol{A - B}$ C $(\boldsymbol{A - B})$

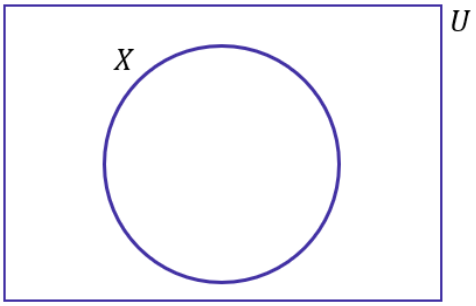
Gabarito: LETRA B.

21. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2011) Considere um conjunto U, do qual X é um subconjunto não vazio e próprio. Seja Y o complemento do complemento de X (os complementos sendo considerados em relação a U). Então, a

a) união de X e Y é igual a U.
b) diferença de X e Y é igual a U.
c) intercessão de X e Y é vazia.
d) intercessão de X e Y é igual a U.
e) intercessão de X e Y é igual a X.

Comentários:

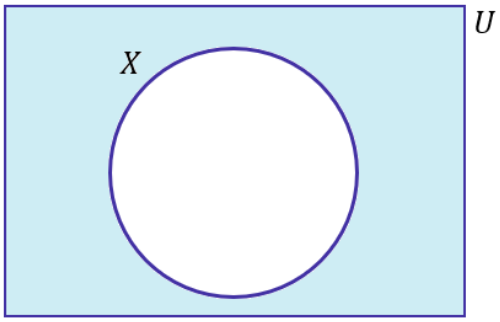
Essa é uma questão bem estilo pegadinha. O aluno com certeza ficaria com uma pulga atrás da orelha (rsrs). Nós **temos o conjunto universo U e um subconjunto X**. Em diagramas, seria algo como a situação a seguir:



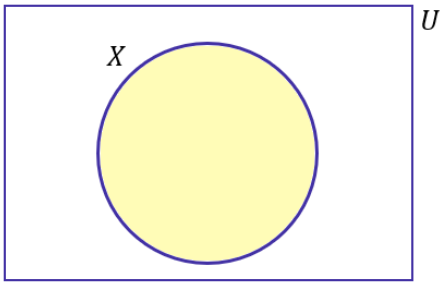
Quem é o complemento de X? Ora, **o complemento de X é o conjunto formado por todos aqueles elementos que pertencem ao conjunto U, mas não pertencem a X**. Em termos matemáticos,

$$X^C = U - X$$

No diagrama, seria a região representada abaixo:



Agora, quem seria o complemento do complemento de X? Ora, seria o conjunto formado por todos aqueles elementos que pertencem ao conjunto U mas não pertencem ao complemento de X. Em diagramas,



Veja que é o próprio conjunto X! A conclusão que chegamos é que o complementar do complementar de um conjunto é o próprio conjunto! Matematicamente,

$$(X^C)^C = X$$

Portanto, **se Y é o complementar do complementar de X, então Y é o próprio X**. Tudo bem, pessoal?! Vamos analisar as alternativas.

a) união de X e Y é igual a U.
Alternativa incorreta. A união de X e Y é o próprio X, afinal X=Y.

b) diferença de X e Y é igual a U.
Alternativa incorreta. Se X=Y, então a diferença de X e Y não pode ser igual a U. Na verdade, é o conjunto ∅.

c) intercessão de X e Y é vazia.
Alternativa incorreta. Se X=Y, então a intercessão de X e Y é o próprio X.

d) intercessão de X e Y é igual a U.
Alternativa incorreta. Se X=Y, então a intercessão de X e Y é o próprio X.

e) intercessão de X e Y é igual a X.
Alternativa correta. É exatamente isso moçada, afinal, X=Y. Assim, a intercessão de X com ele mesmo fornece o próprio conjunto X.

Gabarito: LETRA E.

QUESTÕES COMENTADAS

Princípio da Inclusão-Exclusão

Outras Bancas

1. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:

A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

Comentários:

Vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolver esse problema. Inicialmente, considere "**M**" como o conjunto formado por todos aqueles que têm o ensino médio. Além disso, considere "**X**" como o conjunto formado por todos aqueles que sabem usar o EXCEL. Com as informações do enunciado, temos que:

$$n(M) = 72 \qquad n(X) = 64 \qquad n(M \cap X) = 35$$

Do princípio da inclusão-exclusão, sabemos que:

$$n(M \cup X) = n(M) + n(X) - n(M \cap X)$$

Substituindo as informações que temos,

$$n(M \cup X) = 72 + 64 - 35 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n(M \cup X) = 101}}$$

Note que a união desses dois conjuntos tem 101 pessoas. Por sua vez, o enunciado disse que **o número total de funcionários dessa empresa é 116.** Com isso, a quantidade de funcionários que não possuem ensino médio e não sabem usar o EXCEL é exatamente **a diferença entre o total de funcionário e $n(M \cup X)$**. Assim,

$$116 - 101 = 15$$

Gabarito: LETRA C.

2. (AOCP/IP PREV/2022) Para conhecer a opinião em relação à possível aplicação de dois fundos de Previdência em um plano aberto de Previdência, identificados por A e B, uma Instituição Financeira aplicou um questionário entre seus conveniados e verificou que:

- 48% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos;
- 35% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos;
- 12% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A e o Fundo de Previdência B fossem aplicados em seus planos.

Dessa forma, é correto afirmar que

A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.
E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.

Comentários:

Mais uma vez, vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**. Primeiramente, considere o conjunto "**A**" como o conjunto dos conveniados que gostariam do Fundo de Previdência **A**. Por sua vez, "**B**" é o conjunto daqueles que gostariam do Fundo de Previdência **B**. Com as informações do enunciado, podemos escrever que:

$$n(A) = 48\% \qquad n(B) = 35\% \qquad n(A \cap B) = 12\%$$

Por meio do PIE, podemos encontrar, em termos de porcentagem, quantos conveniados preferem **o fundo A ou o fundo B**.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Substituindo as informações que retiramos do enunciado,

$$n(A \cup B) = 48\% + 35\% - 12\% \quad \rightarrow \quad n(A \cup B) = 71\%$$

Ou seja, **71% dos conveniados preferem o fundo A ou o fundo B**. Sendo assim, os **29%** dos conveniados **restantes** **não** **respondeu** a pesquisa ou **não** **prefere nenhum dos fundos**. Com essas informações, vamos avaliar as alternativas.

A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
Errado. Pessoal, vimos que a porcentagem de conveniados que não responderam ao questionário ou que não tem interesse em nenhum dos fundos é igual a **29%**, ou seja, **inferior a 30%.**

B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
Errado. Tem-se que 48% dos conveniados gostariam do fundo A. No entanto, sabemos que 12% deles também preferem o fundo B. Para encontrar os conveniados que gostariam **apenas** do fundo A, basta fazer a diferença:

$$48\% - 12\% = \mathbf{36\%}$$

C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
Errado. Galera, cuidado aqui. A alternativa trouxe "71 conveniados", não é isso. O correto seria "71% dos conveniados". Estamos trabalhando com **porcentagens**, não **valores absolutos**.

D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.
Errado. É a mesma coisa aqui, moçada. A alternativa trouxe "mais de 14 dos conveniados", não é isso. Lembre-se que estamos trabalhando com **porcentagens**, não **valores absolutos**.

E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.
Certo. Encontramos que **71%** dos conveniados gostariam de aplicar o fundo A ou o fundo B em seus planos de previdência.

Gabarito: LETRA E.

3. (FUNDATEC/SEPOG-RS/2022) Em uma escola de informática, foram entrevistados 200 alunos. Com a entrevista, pode-se concluir que 61 alunos estudam Matemática, 55 estudam Programação e 50 estudam Raciocínio Lógico. Ainda, 20 alunos estudam Matemática e Programação, 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação e 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico. E 12 alunos estudam as três disciplinas, Matemática, Raciocínio Lógico e Programação. Com base nessas informações, é possível concluir que:

A) 86 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
B) 60 alunos estudam apenas uma das três disciplinas.
C) 34 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
D) 30 alunos estudam apenas duas disciplinas.
E) 23 alunos estudam apenas matemática.

Comentários:
Vamos usar o princípio da inclusão-exclusão, dessa vez para **três conjuntos**. Considere "M" o conjunto daqueles que estudam matemática, "P" o conjunto daqueles que estudam programação e "R", daqueles que estudam raciocínio lógico. Com as informações do enunciado, podemos escrever:

- 61 alunos estudam Matemática: $n(M) = 61$
- 55 estudam Programação: $n(P) = 55$
- 50 estudam Raciocínio Lógico: $n(R) = 50$
- 20 alunos estudam Matemática e Programação: $n(M \cap P) = 20$
- 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação: $n(P \cap R) = 23$
- 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico: $n(M \cap R) = 21$
- 12 alunos estudam as três disciplinas: $n(M \cap P \cap R) = 12$

Por meio do PIE, vamos conseguir encontrar $n(M \cup P \cup R)$. O número de elementos da união dos três conjuntos nos informa **quantos alunos gostam de pelo menos uma das matérias**. Vamos lá!

$$n(M \cup P \cup R) = n(M) + n(P) + n(R) - n(M \cap P) - n(M \cap R) - n(P \cap R) + n(M \cap P \cap R)$$

Substituindo os valores extraídos do enunciado,

$$n(M \cup P \cup R) = 61 + 55 + 50 - 20 - 23 - 21 + 12$$

$$\boxed{\boldsymbol{n(M \cup P \cup R) = 114}}$$

Assim, podemos concluir que **114 alunos estudam pelo menos uma matéria** dentre as três em referência: matemática, programação ou raciocínio lógico. Como **200 alunos foram entrevistados**, temos uma diferença de $200 - 114 = 86$ alunos que **não estudam nenhuma das três matérias**.

Gabarito: LETRA A.

4. (RBO/ISS-BH/2022) Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam

inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.

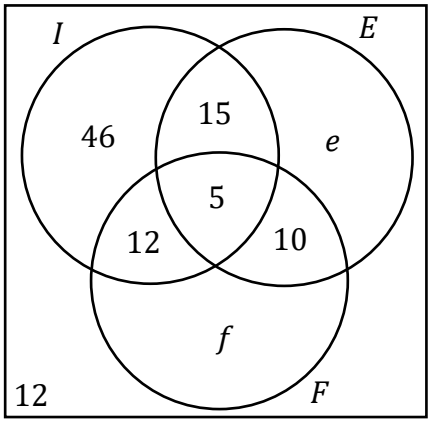
A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
B) 50 candidatos falam somente inglês.
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
D) 49 candidatos falam francês.
E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

Comentários:

Primeiramente, vamos convencionar algumas coisas. Chamemos de "I" o conjunto formado por aqueles que falam inglês, de "F" o conjunto formado por aqueles que falam francês e de "E" o conjunto formado por aqueles que falam espanhol. Dito isso, vamos extrair algumas informações do enunciado.

- **78 falam inglês:** $n(I) = 78$
- **20 falam inglês e espanhol:** $n(I \cap E) = 20$
- **17 falam inglês e francês:** $n(I \cap F) = 17$
- **15 falam francês e espanhol:** $n(F \cap E) = 15$
- **5 falam os três idiomas:** $n(F \cap E \cap I) = 5$
- **12 não falam um segundo idioma.**

Agora, vamos passar essas informações para um diagrama.



Observe que existem **algumas quantidades que <u>não</u> conseguimos determinar** pois o enunciado não nos forneceu essas informações de forma direta. "e" representa quantas pessoas falam **<u>apenas</u> espanhol** (como segundo idioma) e "f", quantas falam **<u>apenas</u> francês** (como segundo idioma). Ademais, sabemos que quando somamos todas essas regiões, devemos ter o **total de candidatos** (180).

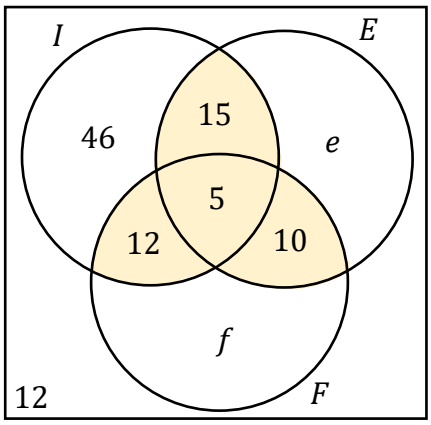
$$46 + 5 + 15 + 12 + 10 + e + f + 12 = 180 \quad \rightarrow \quad e + f = 80$$

Com essas informações, vamos analisar as alternativas.

A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
Errado. Não temos informações suficientes que nos permitam concluir isso.

B) 50 candidatos falam somente inglês.
Errado. Pelo diagrama que desenhamos, vemos que **46 candidatos falam apenas inglês**.

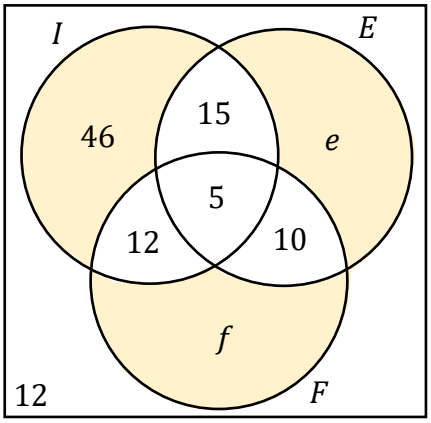
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
Errado. Vamos destacar no diagrama as regiões de interesse.



Assim, a quantidade de candidatos que falam **pelo menos dois idiomas** é: $5 + 15 + 12 + 10 = 42$.

D) 49 candidatos falam francês.
Errado. Pessoal, não temos informações suficientes para "cravar" quantos candidatos falam francês.

E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.
Certo. Essa aqui é nossa resposta, pessoal. Vamos destacar no diagrama as regiões que retratam a quantidade de candidatos que **falam apenas um idioma**.



Ora, sendo assim, a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma é dada pela soma: $46 + e + f$.

Note que, apesar de não termos os valores de "e" e "f" individualmente, **sabemos o valor da soma "$e + f$"**, pois já calculamos anteriormente. Assim, $46 + 80 = 126$.

Logo, **são 126 candidatos que falam apenas 1 idioma**.

Gabarito: LETRA E.

5. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Para implantar o ensino a distância, uma escola fez uma pesquisa com todos os seus alunos e foram obtidas as seguintes informações sobre 2 tipos de equipamentos:

- 50% têm notebook;
- 65% têm tablet;
- 20% têm tablet e também notebook.

Sabendo que nessa escola há exatamente 32 alunos que não têm nenhum desses 2 equipamentos, o número total de alunos dessa escola é igual a:
A) 500
B) 540
C) 640
D) 680

Comentários:
Nessa questão, vamos usar o princípio da inclusão-exclusão. Para isso, considere que "N" representa o conjunto formado por aqueles alunos que possuem notebook. Por sua vez, "T" representa o conjunto formado por aqueles alunos que tem tablet. Com as informações do enunciado, podemos escrever que:

$$n(N) = 50\% \qquad n(T) = 65\% \qquad n(N \cap T) = 20\%$$

Do **princípio da inclusão-exclusão**:

$$n(N \cup T) = n(N) + n(T) - n(N \cap T)$$

Assim,

$$n(N \cup T) = 50\% + 65\% - 20\% \quad \rightarrow \quad n(N \cup T) = 95\%$$

Observe que 95% dos alunos possuem um notebook ou um tablet. Os **5% restantes representam os alunos que não possuem nenhum dos dois aparelhos**. O enunciado disse que essa quantidade corresponde a **32 alunos**. Considere que T seja o total de alunos dessa escola. Com isso:

$$0{,}05 \cdot T = 32 \quad \rightarrow \quad T = \frac{32}{0{,}05} \quad \rightarrow \quad T = 640$$

Logo, essa escola possui **640 alunos**.

Gabarito: LETRA C.

6. (UFMT/CBM-MT/2022) De um grupo de 21 policiais, 9 participaram da operação Delta, 11 da operação Águia, 8 da operação Brasa, 4 das operações Delta e Águia, 3 das operações Águia e Brasa, 2 das operações Delta e Brasa e 1 não participou de qualquer das três operações. A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta o número de policiais que participaram apenas da operação Brasa.

A) 1
B) 3
C) 2
D) 4
E) 0

Comentários:

Seja "D" o conjunto formado pelos policiais que participaram da operação Delta. Por sua vez, "A" é o conjunto com os policiais que participaram da operação Água e "B" é conjunto com os policiais que participaram da operação Brasa. Ademais, sabemos que dos **21 policiais do grupo**, apenas **1 ficou de fora dessas três operações**. Sendo assim,

$$n(A \cup B \cup D) = 20$$

Dito isso, vamos extrair mais algumas informações do enunciado.

- 9 participaram da operação Delta: $n(D) = 9$
- 11 da operação Águia: $n(A) = 11$
- 8 da operação Brasa: $n(B) = 8$
- 4 das operações Delta e Águia: $n(A \cap D) = 4$
- 3 das operações Águia e Brasa: $n(A \cap B) = 3$
- 2 das operações Delta e Brasa: $n(D \cap B) = 2$

Com essas informações, conseguimos encontrar o número de policiais que participaram das três operações. Para isso, vamos usar o princípio da inclusão-exclusão.

$$n(A \cup B \cup D) = n(A) + n(B) + n(D) - n(A \cap D) - n(A \cap B) - n(D \cap B) + n(A \cap B \cap D)$$

$$20 = 11 + 8 + 9 - 4 - 3 - 2 + n(A \cap B \cap D)$$

$$20 = 19 + n(A \cap B \cap D) \quad \rightarrow \quad n(A \cap B \cap D) = 1$$

Ou seja, **apenas 1 policial do grupo participou das três operações**. Para encontrar a quantidade de policial que participou **apenas da operação Brasa**, vamos pensar assim:

1) Temos que $n(B) = 8$. Essa é a quantidade de policiais que participaram da operação Brasa.
2) Agora, vamos **descontar** os policiais que participaram da **operação Brasa e da Águia**. Assim,

$$8 - 3 = 5$$

3) Dessa vez, falta **descontar** os policiais que participaram da **operação Brasa e da Delta**. Logo,

$$5 - 2 = 3$$

4) *Terminamos?* Não! Isso, pois, quando fizemos os dois descontos acima, **descontamos aquele policial que participou das três operações duas vezes**! Por isso, vamos somá-lo uma vez, para reverter esse desconto a mais:

$$3 + 1 = 4$$

Pronto, agora sim! **Temos 4 policiais que participaram apenas da operação Brasa**.

Gabarito: LETRA D.

7. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

O número de elementos do conjunto $F \cup D$ é igual à soma do número de elementos de F com o número de elementos de D.

Comentários:
Do enunciado, temos os seguintes conjuntos:

F = conjunto das frutas
D = conjunto das comidas doces
M = conjunto dos tipos de mangas

Observe que existem **frutas doces** (banana, melão, manga, ...). Logo, F e D possuem elementos em comum. Nesse caso, o número de elementos do conjunto $F \cup D$ é dado pelo **Princípio da inclusão-Exclusão**:

$$n(F \cup D) = n(F) + n(D) - n(F \cap D)$$

Logo, **não basta apenas somar** o número de elementos de cada um dos conjuntos, **devemos subtrair** o número de elementos da intersecção entre os dois. **Item errado**.

Gabarito: ERRADO.

8. (IBFC/PC-BA/2022) Numa assembleia havia 50 escrivães, sendo que 32 eram destros e 16 eram ambidestros. Nessas condições, e sabendo que todos sabiam escrever, o total de canhotos na assembleia era igual a:

A) 2
B) 34
C) 18
D) 22
E) 16

Comentários:

Vamos chamar o conjunto dos destros de "D" e o conjunto dos canhotos de "C". Quando o enunciado afirma que **32 eram destros**, podemos escrever:

- $$n(D) = 32$$

Por sua vez, como **16 são ambidestros** (escrevem com as duas mãos), temos:

$$n(D \cap C) = 16$$

Como no total são **50 escrivães**:

$$n(D \cup C) = 50$$

Para determinarmos **o total de canhotos** na assembleia, basta usarmos o **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(D \cup C) = n(D) + n(C) - n(D \cap C)$$

$$50 = 32 + n(C) - 16$$

$$\boxed{n(C) = 34}$$

Gabarito: LETRA B.

9. (Inst. AOCP/PM-ES/2022) Para uma pequena apresentação, x músicos foram selecionados. Sobre esses músicos, sabe-se que:

- 48 tocam instrumentos de percussão;
- 72 tocam instrumentos de sopro;
- 39 tocam instrumentos de percussão e sopro.

Sabendo que todos os músicos selecionados tocam instrumentos de percussão ou sopro, é correto afirmar que o valor de x será
A) 159.
B) 132.
C) 120.
D) 98.
E) 81.

Comentários:
Seja **"P"** o conjunto formado por aqueles que tocam instrumentos de percussão e **"S"** o conjunto formado por aqueles que tocam instrumentos de sopro. Como **48 tocam instrumentos de percussão**:

$$n(P) = 48$$

Como **72 tocam instrumentos de sopro**:

$$n(S) = 72$$

Como **39 tocam os dois** tipos de instrumento:

$$n(P \cap S) = 39$$

Observe que temos tudo para aplicarmos o **Princípio da Inclusão-Exclusão** e determinarmos $n(P \cup S)$ que é justamente o "x" procurado.

$$n(P \cup S) = n(P) + n(S) - n(P \cap S)$$

$$x = 48 + 72 - 39$$

$$\boxed{x = 81}$$

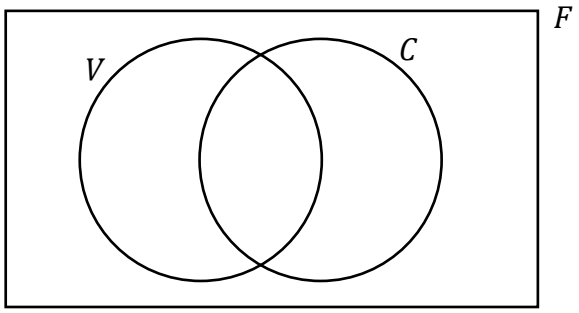
Gabarito: LETRA E.

10. (FEPESE/CINCATARINA/2022) Numa empresa com 720 funcionários, 300 gostam de vinho, 500 gostam de cerveja e 210 gostam de vinho e cerveja. Quantos funcionários não gostam nem de vinho nem de cerveja?

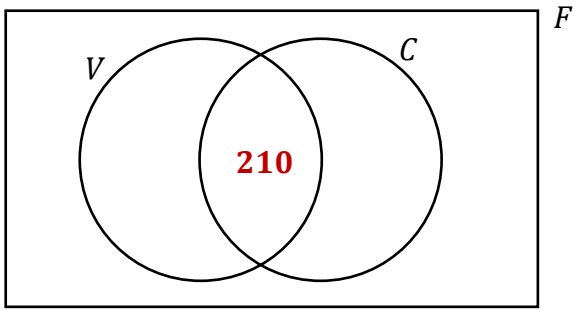
A) Mais de 175
B) Mais de 150 e menos de 175
C) Mais de 125 e menos de 150
D) Mais de 100 e menos de 125

Comentários:

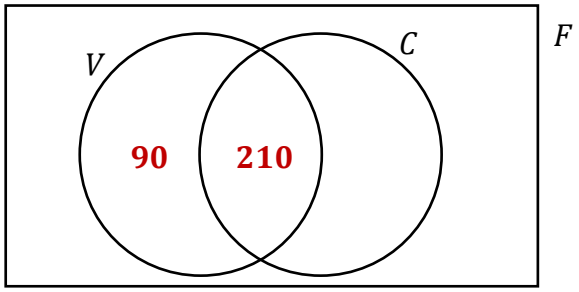
Vamos resolver esse exercício por meio de **diagramas**. Seja "V" o conjunto daqueles que gostam de vinho e "C" o conjunto daqueles que gostam de cerveja.



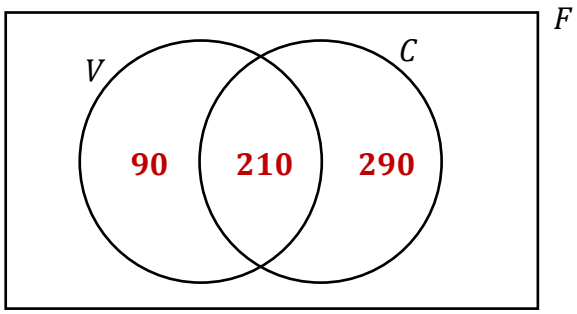
Quando estamos resolvendo com diagramas, o primeiro passo é colocarmos o valor da intersecção. No caso dessa questão, foi informado que **210 gostam de vinho e de cerveja**.



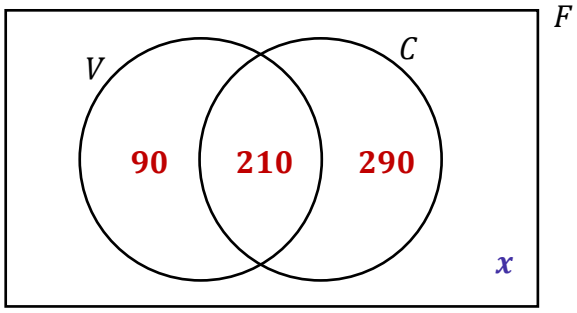
Sabemos ainda que 300 gostam de vinho. Como já usamos 210 na intersecção, podemos concluir que **90 gostam <u>apenas</u> de vinho**.



Sabemos ainda que 500 gostam de cerveja, como já colocamos 210 na intersecção, então **290 gostam apenas de cerveja**.



Queremos determinar o número de funcionários que **não gostam de vinho nem de cerveja**, vamos chamar essa quantia de "x" e destacá-la no diagrama:



No total temos **720 funcionários**. Com isso, **a soma de todas as regiões** desse diagrama deve ser 720. Assim:

$$90 + 210 + 290 + x = 720$$

$$590 + x = 720$$

$$\boxed{x = 130}$$

Logo, é um número **maior do que 125 e menor do que 150**, como aponta a alternativa C.

Gabarito: LETRA C.

11. (IBFC/PM-RN/2022) Numa academia de oficiais o tenente verificou que 126 aspirantes gostam de fazer flexões, 87 gostam de agachamento, 46 gostam dos dois. Nessas condições, o total de aspirantes que gostam de somente um dos dois exercícios é representado por um número entre:

A) 100 e 110

B) 112 e 122

C) 123 e 134
D) 135 e 156
E) 158 e 180

Comentários:

Considere que F é o conjunto daqueles que gostam de fazer flexões e A é o conjunto daqueles que gostam de agachamento. Como 126 aspirantes gostam de fazer flexões, temos:

$$n(F) = 126$$

Como 87 gostam de agachamento:

$$n(A) = 87$$

Como 46 gostam dos dois:

$$n(F \cap A) = 46$$

Para determinar quantos aspirantes gostam de **somente um** dos exercícios, basta subtrairmos a intersecção do número de elementos de cada um dos conjuntos.

- Quantidade de aspirantes que gostam **somente de agachamento**:

$$a = n(A) - n(F \cap A)$$

$$a = 126 - 46$$

$$a = 80$$

- Quantidade de aspirantes que gostam **somente de flexão**:

$$f = n(F) - n(F \cap A)$$

$$f = 87 - 46$$

$$f = 41$$

No total, temos:

$$a + f = 80 + 41 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{a + f = 121}}$$

Como **121 está entre 112 e 122**, podemos marcar a letra B.

Gabarito: LETRA B.

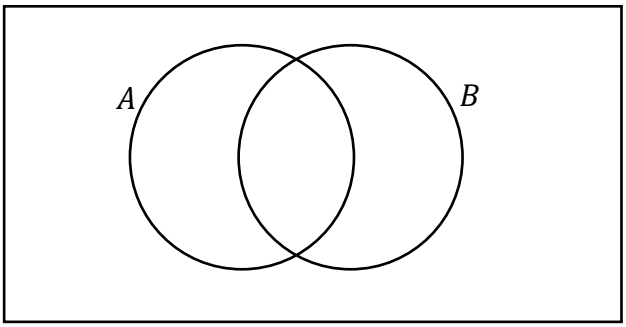
FGV

12. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Em uma assembleia com 172 votantes, duas propostas independentes, A e B, foram colocadas em votação. Cada votante votou a favor ou contra cada uma das duas propostas. Sabe-se que 138 votaram a favor da proposta A, 74 votaram a favor da proposta B e 32 votaram contra as duas propostas. O número de votantes que votaram a favor da proposta A e contra a proposta B é

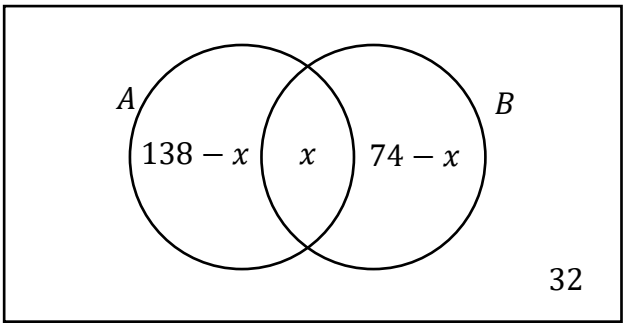
a) 66.
b) 69.
c) 72.
d) 74.
e) 140.

Comentários:

Vamos resolver essa questão usando **Diagramas de Venn**. Como temos duas propostas:



Com o **diagrama pré-esquematizado**, vamos inserir as informações do enunciado.

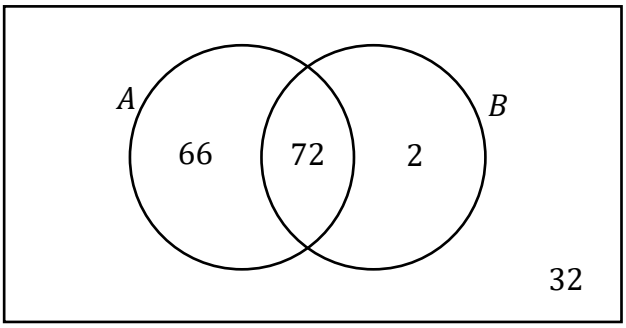


Vou explicar melhor o diagrama acima! Observe que o enunciado não falou quantos votaram a favor das duas propostas. Sendo assim, coloquei **o "x" na intersecção dos conjuntos**. Ademais, como sabemos que 32

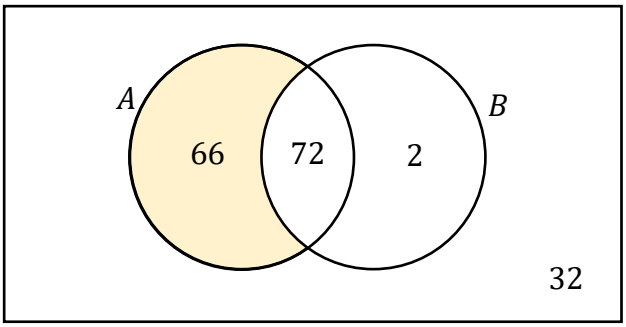
votou contra as duas propostas, deixei essa quantidade fora de A e B, mas ainda dentro do universo dos votantes. Por fim, devemos saber que, após organizar essas regiões, a soma de todas as quantidades deve **resultar nos <u>172 votantes</u>** da assembleia.

$$(138 - x) + x + (74 - x) + 32 = 172 \quad \rightarrow \quad 244 - x = 172 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 72}$$

Pronto, com o valor de "x", vamos complementar o diagrama.



Como o enunciado quer **o número de votantes a favor de A e contra B**, então queremos a seguinte região:



Gabarito: Letra A

13. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) A prefeitura de certo município formou com seus funcionários 3 comissões para examinar assuntos diferentes. Sabe-se que:

- há funcionários que participam de mais de uma comissão.
- cada comissão é formada por 15 funcionários.
- em cada comissão há 5 funcionários que não participam de mais nenhuma outra comissão.
- há 2 funcionários que participam das três comissões.

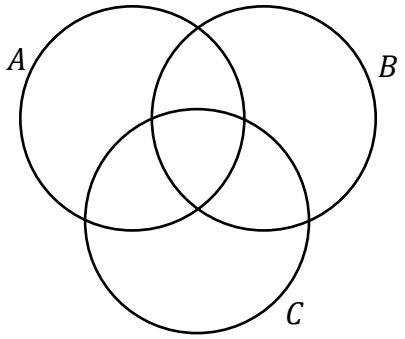
O número de funcionários que participam de, pelo menos, uma comissão é igual a

a) 29.
b) 31.
c) 36.

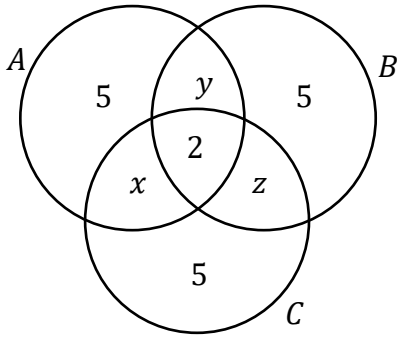
d) 39.
e) 43.

Comentários:
Para resolver essa questão, usaremos diagramas de Venn.

Como são três comissões, vamos chamá-las de “A”, “B” e “C”.



Agora, vamos inserir no diagrama algumas informações que a questão passou.



As informações que usamos foram: (i) **em cada comissão há 5 funcionários que não participam de mais nenhuma outra comissão;** e (ii) **há 2 funcionários que participam das três comissões.**

Nas intersecções duplas, colocamos as incógnitas “x”, “y” e “z” pois nada conseguimos afirmar no momento sobre elas.

Agora, vamos usar a seguinte informação: **cada comissão é composta por 15 funcionários**. Com isso, podemos equacionar:

$$5 + x + y + 2 = 15 \quad \rightarrow \quad x + y = 8$$

$$5 + x + z + 2 = 15 \quad \rightarrow \quad x + z = 8$$

$$5 + z + y + 2 = 15 \qquad \rightarrow \qquad z + y = 8$$

Agora, vamos somar as três equações acima, membro a membro.

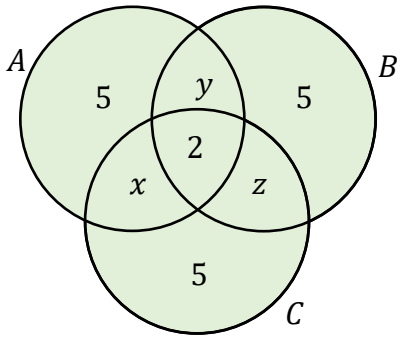
$$(x + y) + (x + z) + (z + y) = 24$$

$$2 \cdot (x + y + z) = 24$$

$$x + y + z = 12$$

Professor, o que vamos fazer com essa soma?

Galera, vamos lá! Observe que o enunciado pede o número de funcionários **que participam de <u>pelo menos uma</u> comissão**. Isso compreende tudo que está dentro dos diagramas.



Sendo assim, o que estamos procurando é:

$$T = 5 + 5 + 5 + 2 + x + y + z \qquad \rightarrow \qquad T = 17 + x + y + z$$

Podemos usar a soma "$x + y + z$" que determinamos anteriormente.

$$T = 17 + 12 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{T = 29}}$$

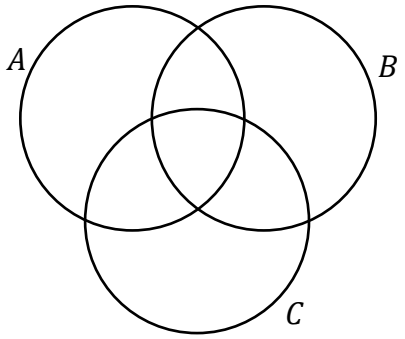
Gabarito: Letra A

14. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Uma empresa disponibilizou 3 cursos de aperfeiçoamento para seus funcionários: o Curso A, o Curso B e o Curso C. Como o horário permitia, cada funcionário poderia se matricular em mais de um curso. Terminado o prazo de matrículas, verificou-se que 8 funcionários se matricularam no curso A, 10 no curso B e 12 no curso C. Havia 4 funcionários matriculados nos cursos A e B, 4 funcionários nos cursos B e C e, também, 4 nos cursos A e C. Sabe-se ainda que há 1 único funcionário matriculado apenas no curso A. O número de funcionários que estão matriculados em ao menos 1 curso é
a) 19.

b) 21.
c) 23.
d) 27.
e) 30.

Comentários:

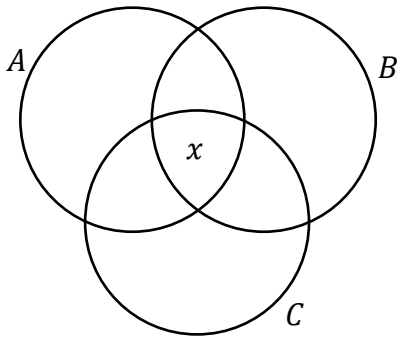
Vamos resolver esse exercício usando apenas **os Diagramas de Venn**! O primeiro passo é desenhá-los.



Nesse momento, devemos inserir as informações que possuímos. Ressalto que **essas informações <u>não</u> podem ser colocadas de qualquer forma no diagrama**. Existe uma ordem que deve ser observada! Começamos inserindo a quantidade referente à intersecção tripla, depois colocamos aquelas referentes às intersecções duplas e, por fim, aquelas referentes aos conjuntos isoladamente.

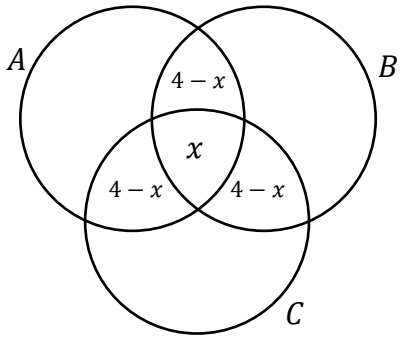
Professor, o enunciado não falou quantos alunos se matricularam nos três cursos!

Então vamos chamar essa quantidade de "x".

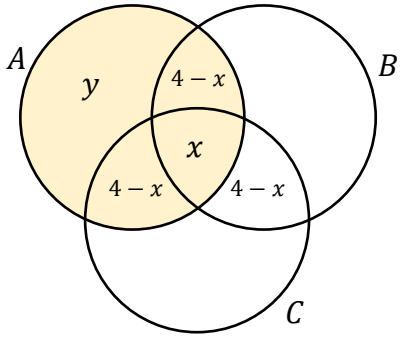


Agora, vamos para as **intersecções <u>duplas</u>**. O enunciado nos disse que:
- 4 funcionários matriculados nos cursos A e B;
- 4 funcionários nos cursos B e C;
- 4 funcionários nos cursos A e C.

No diagrama, ficamos:



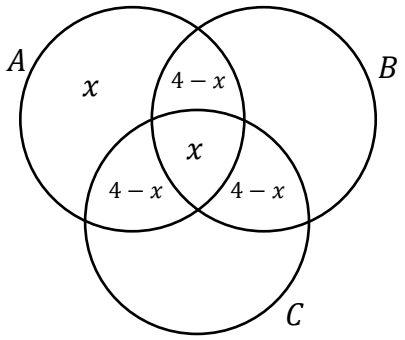
Por fim, vamos analisar as informações sobre cada conjunto. Esse momento é mais delicado! Note que devemos ter 8 funcionários em A. No nosso desenho até agora, temos:



Queremos determinar o "y" para preencher o diagrama. Devemos somar tudo dentro de A e igualar a 8, pois **A deve ter 8 funcionários matriculados** (conforme informado na questão).

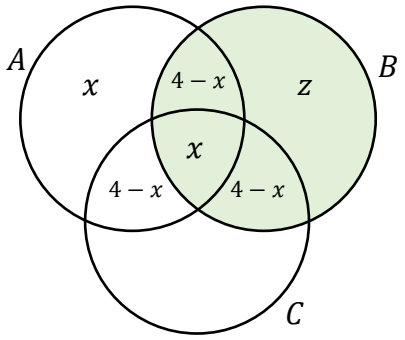
$$(4-x)+x+(4-x)+y=8 \quad \rightarrow \quad y=x$$

Com isso:



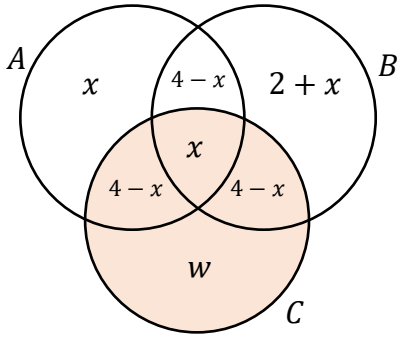
Vamos seguir esse mesmo raciocínio para as demais regiões que ainda faltam.

- 10 funcionários no curso B:



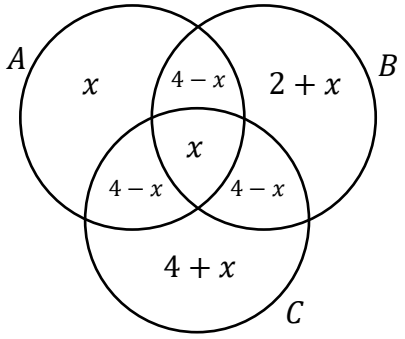
$$(4-x)+x+(4-x)+z=10 \quad \rightarrow \quad z=2+x$$

- 12 funcionários no curso C:



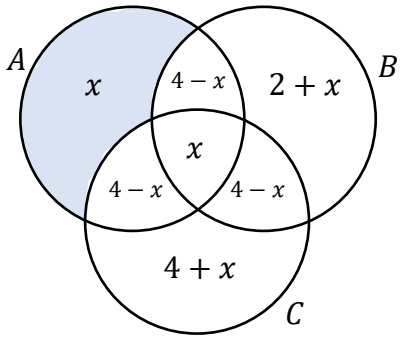
$$(4-x)+x+(4-x)+w=12 \quad \rightarrow \quad w=4+x$$

Pronto! Temos nosso diagrama esquematizado e preenchido!



Agora vem uma informação superimportante: **há 1 único funcionário matriculado apenas no curso A.**

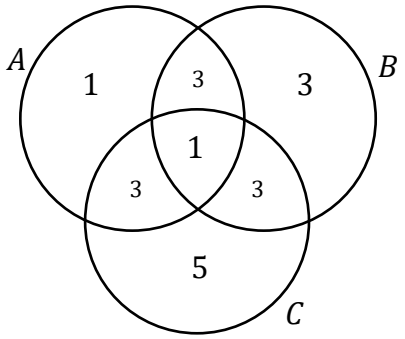
Qual região do diagrama representa exatamente esse grupo?



Logo,

$$x = 1$$

Com o valor de "x", podemos usá-lo em todo diagrama.



Como a questão pede o número de funcionários matriculados **em pelo menos um curso**, basicamente queremos a soma dos valores em todas as regiões.

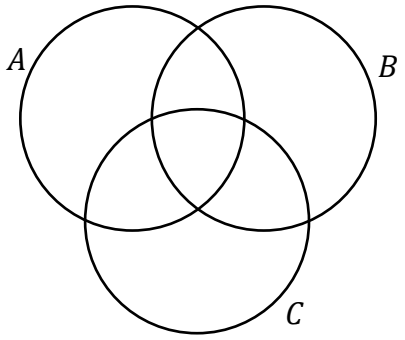
$$T = 1 + 3 + 1 + 3 + 3 + 3 + 5 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\boldsymbol{T = 19}}$$

Gabarito: Letra A

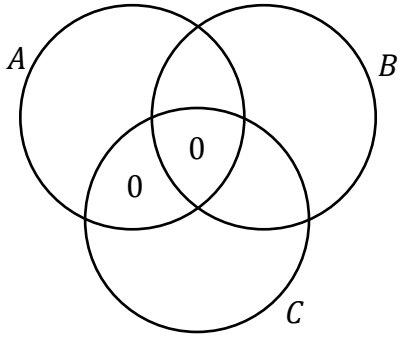
15. (FGV/SEJUSP-MG/2022) Os conjuntos A, B e C possuem, cada um, 10 elementos e são tais que: A e B possuem elementos em comum, B e C possuem elementos em comum, mas A e C não possuem elementos comuns. Entre os elementos da união dos três conjuntos sabe-se que 8 elementos pertencem apenas ao conjunto A e 5 elementos pertencem apenas ao conjunto C.
O número de elementos que pertencem apenas ao conjunto B é
a) 1.
b) 2.
c) 3.

d) 4.
e) 5.

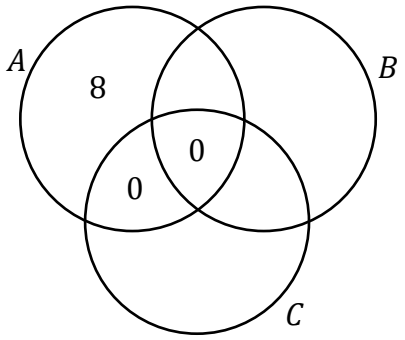
Comentários:
Questão boa, vamos resolvê-la utilizando diagramas. Para começar, temos:



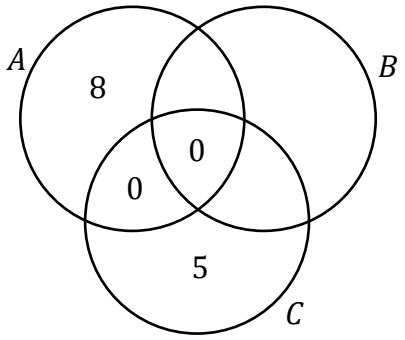
Ora, **se A e C não possuem elementos em comum**, já podemos escrever:



Como **8 elementos pertencem apenas ao conjunto A**:

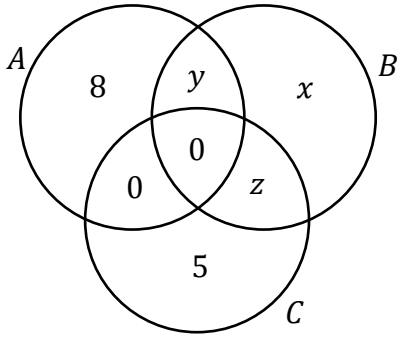


Ainda, sabemos que **5 elementos pertencem apenas ao conjunto C**:



Pronto, esse é o diagrama inicial que conseguimos desenhar com as informações que o enunciado passou.

Agora, nas regiões que não temos informações, vamos colocar algumas **incógnitas**.



Observe que a questão pede o número de elementos que pertencem **apenas ao conjunto B**. No nosso diagrama, esse número corresponde a "x". Para encontrá-lo, vamos usar a informação que **cada conjunto possui 10 elementos**. Sendo assim, podemos escrever que:

$$8 + y + 0 + 0 = 10 \quad \rightarrow \quad 8 + y = 10 \quad \rightarrow \quad y = 2$$

$$5 + z + 0 + 0 = 10 \quad \rightarrow \quad 5 + z = 10 \quad \rightarrow \quad z = 5$$

$$x + y + z + 0 = 10 \quad \rightarrow \quad x + 2 + 5 = 10 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 3}$$

Gabarito: Letra C

16. (FGV/SENADO FEDERAL/2022) Um clube tem 180 associados que participam de suas duas atividades sociais. Há 130 frequentadores da cinemateca, enquanto 92 sócios participam das aulas de dança de salão. Sendo assim, é correto afirmar que

a) mais de 40 sócios participam das duas atividades.
b) menos de 30 sócios participam das duas atividades.
c) mais de 55 sócios só vão às aulas de dança.

d) menos de 80 sócios só vão à cinemateca.
e) menos de 45 sócios só vão às aulas de dança.

Comentários:
Para responder essa questão, vamos usar o Princípio da Inclusão-Exclusão. Seja "C" o conjunto formado por aqueles que frequentam a cinemateca e "D" o conjunto formado por aqueles que participam da dança de salão. Como **180 associados participam de alguma dessas duas atividades**, podemos escrever:

$$n(C \cup D) = 180$$

Por sua vez, como **130 frequentam a cinemateca**:

$$n(C) = 130$$

Sabemos ainda que **92 frequentam a dança de salão**:

$$n(D) = 92$$

Do **Princípio da Inclusão-Exclusão**, podemos escrever que:

$$n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$$

Substituindo o que temos:

$$180 = 130 + 92 - n(C \cap D)$$

$$n(C \cap D) = 222 - 180$$

$$n(C \cap D) = 42$$

Logo, podemos concluir que **42 sócios participam das duas atividades**.

A alternativa que está de acordo com o nosso resultado é a A.

Gabarito: LETRA A.

FCC

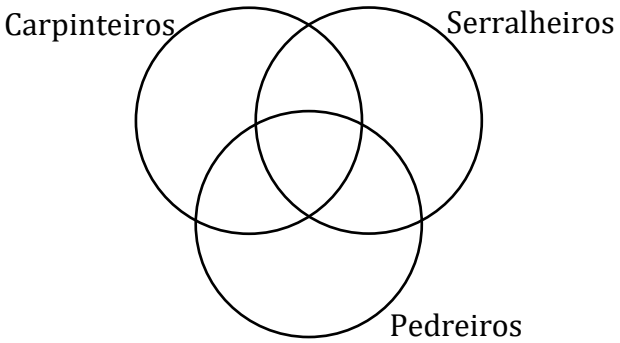
17. (FCC/TCE-SP/2015) Em um grupo de 33 operários da construção civil há serralheiros, carpinteiros e pedreiros. Alguns deles exercem mais de uma dessas funções quando necessário. Nesse grupo não há

serralheiro que também não seja pedreiro, e 5 dos serralheiros também são carpinteiros. Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros. São 12 os serralheiros que não são carpinteiros. Os demais operários exercem apenas uma dessas funções. Com essas informações é possível determinar que o número de operários que exercem mais de uma função supera o número daqueles que exercem apenas uma função em

A) 3.
B) 4.
C) 1.
D) 2.
E) 5.

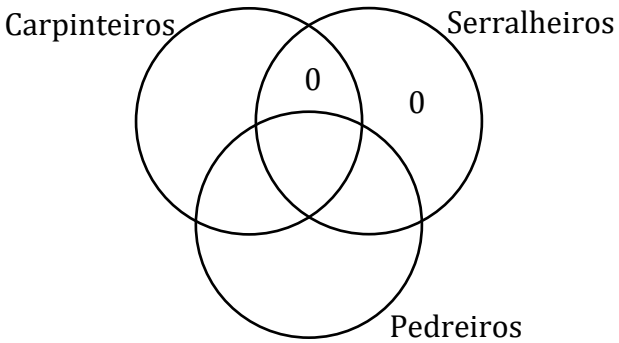
Comentários:

Eita! Quanta informação! Para nos ajudar, vamos esquematizar esses três conjuntos.



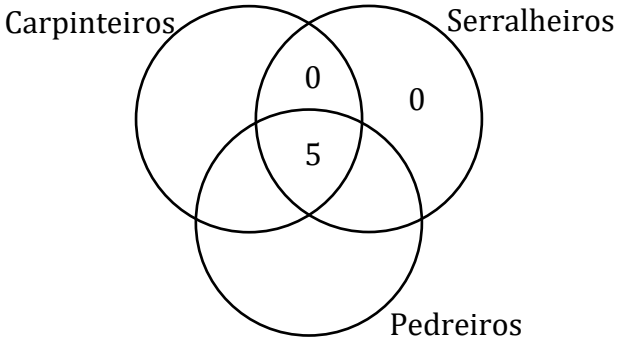
Agora, vamos inserir as informações que o enunciado passou.

- Nesse grupo não há serralheiro que também não seja pedreiro.



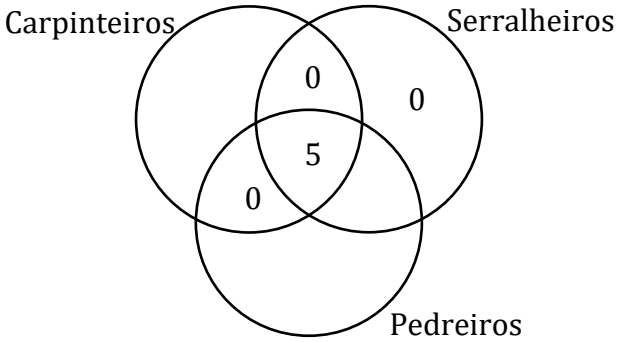
Ora, veja que com essa informação podemos garantir que **não há operários que seja apenas serralheiro ou que seja serralheiro e carpinteiro**. Por isso, colocamos os "0" nas duas regiões.

- 5 dos serralheiros também são carpinteiros.



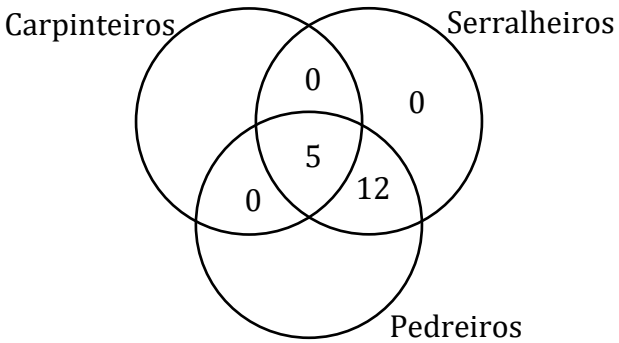
Como serralheiro também é pedreiro (da informação anterior), então **esses "5" estão justamente na intersecção dos três conjuntos**.

- Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros.

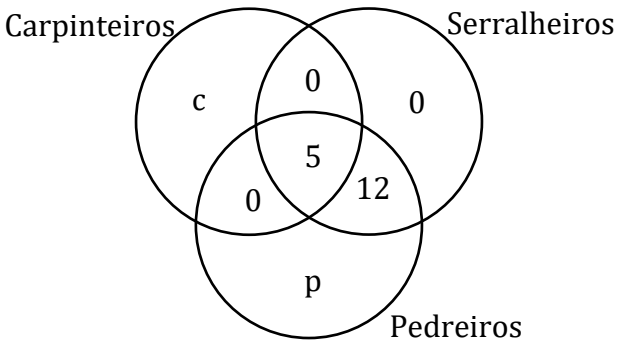


Essa informação nos permite concluir que **não existe carpinteiro e pedreiro, apenas**. Com isso, colocamos um "0" na região que representa esses operários.

- São 12 os serralheiros que não são carpinteiros.



- Os demais operários exercem apenas uma dessas funções.



Como **temos um total de 33 operários**, podemos escrever:

$$c + p + 0 + 0 + 0 + 5 + 12 = 33 \qquad \rightarrow \qquad c + p = 16$$

Logo, **o número de operários que exercem apenas uma função é 16**. Como **17 (5+12) exercem mais de uma**, então a diferença procurada é: $dif = 17 - 16 \quad \rightarrow \quad dif = 1$

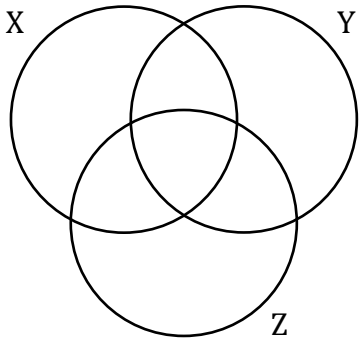
Gabarito: LETRA C.

18. (FCC/SEFAZ-RJ/2014) Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista X, 40% são assinantes da revista Y e 60% são assinantes da revista Z. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas X e Y, 30% assinam as revistas X e Z, 20% assinam as revistas Y e Z e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas X, Y e Z, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

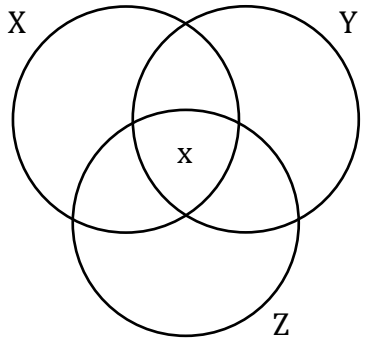
A) 40%
B) 60%
C) 50%
D) 70%
E) 80%

Comentários:

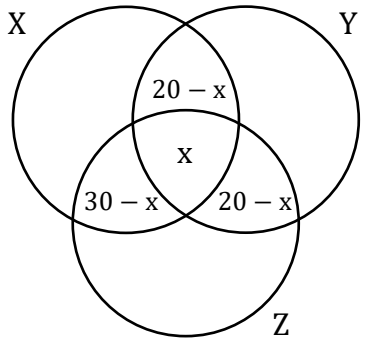
Vamos esquematizar esses conjuntos.



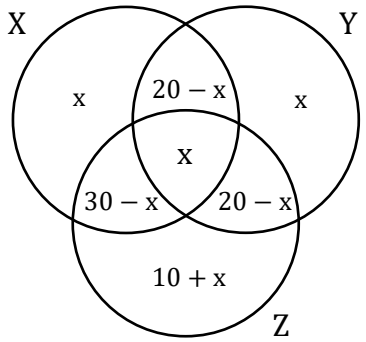
Em situações assim, devemos começar sempre pela **intersecção dos *três* conjuntos**. Como o enunciado não falou nada a esse respeito, vamos chamar essa quantidade de "x".



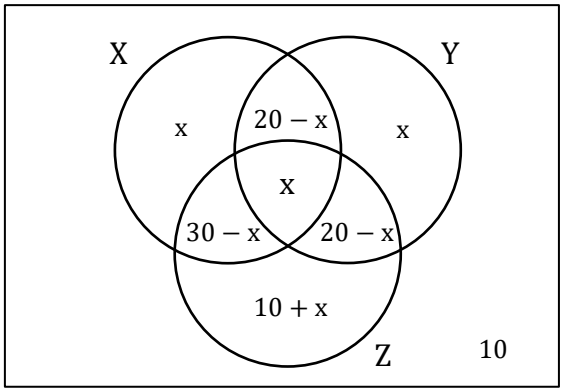
- 20% dos empregados assinam as revistas **X e Y**, 30% assinam as revistas **X e Z**, 20% assinam as revistas **Y e Z**. Colocando essas informações nos conjuntos, ficamos com:



- Além disso, **50% dos empregados são assinantes da revista X**, **40% são assinantes da revista Y** e **60% são assinantes da revista Z**.



- Por fim, **10% não assinam <u>nenhuma</u> das revistas**.

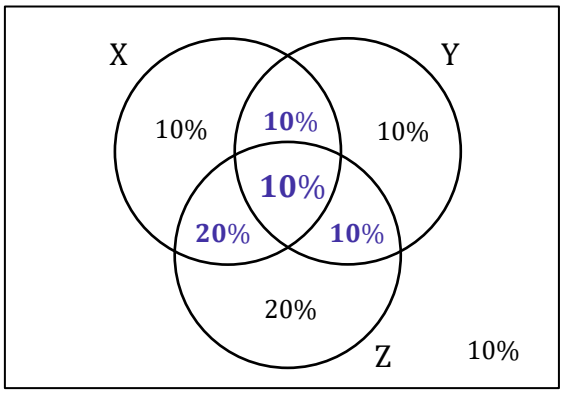


A soma de todas as regiões **deve totalizar os 100% dos funcionários**. Sendo assim,

$$x + x + (10 + x) + (20 - x) + (20 - x) + (30 - x) + x + 10 = 100$$

$$x + 90 = 100 \quad \rightarrow \quad x = 10\%$$

Vamos substituir o "x" no esquema e destacar a região formada por aqueles que leem mais de uma revista.



Assim, $10\% + 10\% + 10\% + 20\% =$ **50% dos funcionários leem mais de uma revista**.

Gabarito: LETRA C.

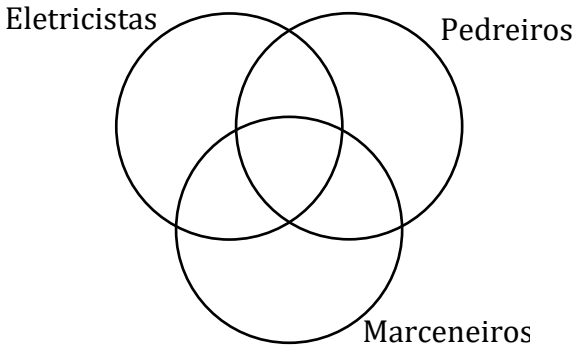
19. (FCC/TRF-3/2014) Em uma construtora, há pelo menos um eletricista que também é marceneiro e há pelo menos um eletricista que também é pedreiro. Nessa construtora, qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, mas não ambos. Ao todo são 9 eletricistas na empresa e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros. Há outros 24 funcionários que não são eletricistas. Desses, 15 são marceneiros e 13 são pedreiros. Nessa situação, o maior número de funcionários que podem atuar como marceneiros é igual a

A) 33.
B) 19.
C) 24.
D) 15.

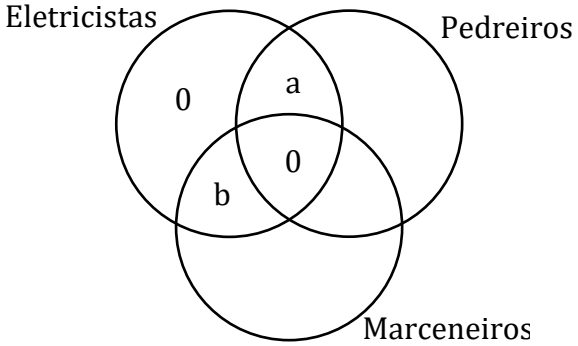
E) 23.

Comentários:

Questão para treinarmos os diagramas de Venn.

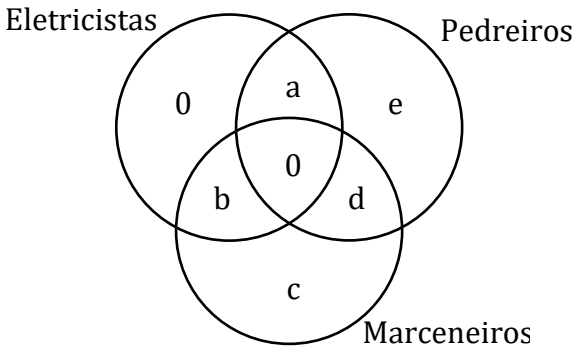


- Qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, **mas não ambos**.



- Ao todo são **9 eletricistas na empresa** e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros: $a + b = 9$ $b > a$ (1)

- Há outros **24 funcionários que <u>não</u> são eletricistas**.



$$\mathrm{c} + \mathrm{d} + \mathrm{e} = 24 \quad (2)$$

- Desses (dos 24 que não são eletricistas), **15 são marceneiros** e **13 são pedreiros**.

$$c + d = 15 \quad (3)$$

$$d + e = 13 \quad (4)$$

Usando a equação (3) em (2):

$$15 + e = 24 \quad \rightarrow \quad e = 9$$

Usando a equação (4) em (2):

$$13 + c = 24 \quad \rightarrow \quad c = 11$$

Com os valores de "e" e "c" determinados, podemos encontrar "d".

$$11 + d + 9 = 24 \quad \rightarrow \quad d = 4$$

Queremos **o número máximo de marceneiros**. Quando olhamos para o diagrama, vemos que:

$$\mathrm{Marceneiros} = \mathrm{b} + \mathrm{d} + \mathrm{c}$$

Substituindo "d" e "c".

$$\mathrm{Marceneiros} = \mathrm{b} + 4 + 11 \quad \rightarrow \quad \mathrm{Marceneiros} = \mathrm{b} + 15$$

Note que para o número de marceneiros ser máximo, **"b" deve assumir o maior valor possível**. Lembre-se:

$$\mathrm{a} + \mathrm{b} = 9$$

Com "a" deve ser pelo menos um (já que existe **pelo menos um eletricista que é pedreiro**), então o valor máximo para "b" é 8. Sendo assim,

$$\mathrm{Marceneiros} = 8 + 15 \quad \rightarrow \quad \mathrm{Marceneiros} = 23$$

Gabarito: LETRA E.

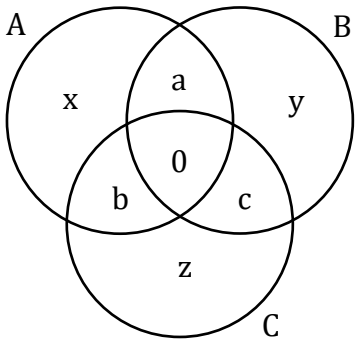
20. (FCC/TRT-19/2014) Mapeando 21 funcionários quanto ao domínio das habilidades A, B e C, descobriu-se que nenhum deles dominava, simultaneamente, as três habilidades. Já com domínio de duas habilidades simultâneas há, pelo menos, uma pessoa em todas as possibilidades. Também há quem domine apenas uma dessas habilidades seja qual habilidade for. O intrigante no mapeamento é que em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas. Sabendo-se que o total daqueles que dominam a habilidade A são 12 pessoas e que o total daqueles que dominam a

habilidade B também são 12 pessoas, o maior número possível daqueles que só dominam a habilidade C é igual a

A) 3.
B) 1.
C) 2.
D) 4.
E) 5.

Comentários:

Vamos desenhar esses conjuntos!



Agora, vamos escrever algumas equações com o que foi dito no enunciado.

- Foram mapeados **21 funcionários**.

$$(x + y + z) + (a + b + c) = 21 \quad (1)$$

- O total daqueles que **dominam a habilidade A são 12 pessoas**.

$$a + b + x = 12 \qquad (2)$$

- O total daqueles que **dominam a habilidade B também são 12 pessoas**.

$$a + c + y = 12 \qquad (3)$$

Usando (2) em (1):

$$12 + y + z + c = 21 \qquad \rightarrow \qquad y + z + c = 9 \quad (4)$$

Agora, de (3) veja que:

$$c + y = 12 - a$$

Substituindo em (4):

$$z + (12 - a) = 9 \quad \rightarrow \quad z = a - 3$$

Queremos o número máximo de pessoas que só dominam a habilidade C, ou seja, "z". Para que "z" seja máximo, **devemos ter que "a" também seja máximo**.

Uma informação importante é: o intrigante no mapeamento é que **em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas**. Com a equação (1), temos:

$$(x + y + z) + (a + b + c) = 21 \quad (1)$$

Agora, note que:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

Logo, para que a soma desses números resulte em 21, **seus valores devem ser os inteiros entre 1 e 6**. Com isso, **o maior valor possível para "a" será o 6**.

$$z_{máx} = 6 - 3 \quad \rightarrow \quad z_{máx} = 3$$

Sendo assim, **a maior quantidade possível** de funcionários que possuem apenas a habilidade C é 3.

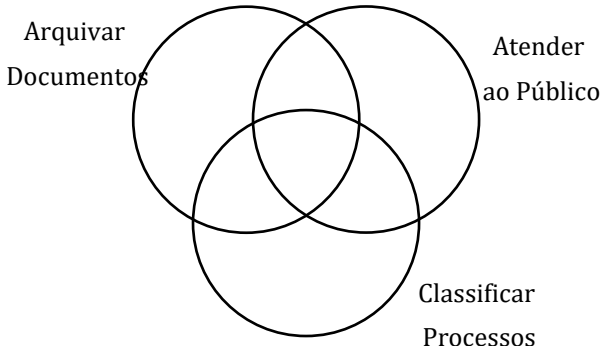
Gabarito: LETRA A.

21. (FCC/TCE-SP/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

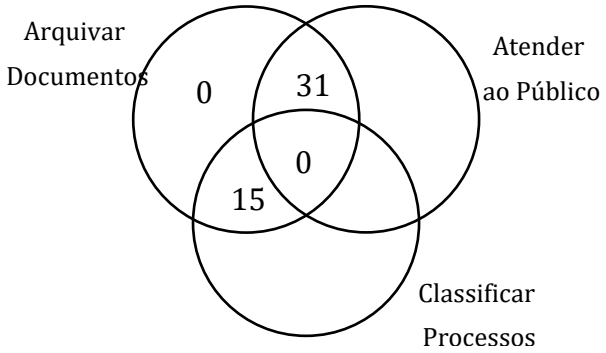
A) 58
B) 65
C) 76
D) 53
E) 95

Comentários:

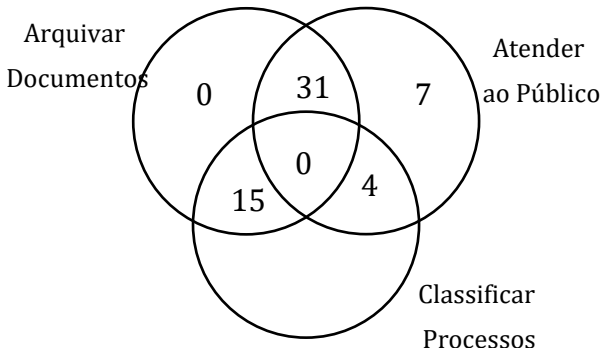
Primeiramente, vamos desenhar o diagrama.



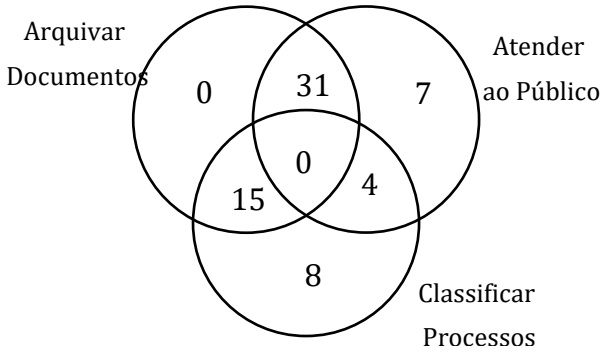
- Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos **15 deles também estão aptos para classificar processos** e os demais estão aptos para atender ao público.



- Há outros **11 técnicos** que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, **4 deles também são capazes de classificar processos**.



- Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, **27 técnicos**.



Pronto. Para determinarmos **<u>o total de técnicos</u>**, basta somarmos as regiões.

$$\text{Total} = 0 + 31 + 0 + 15 + 7 + 4 + 8$$

$$\text{Total} = 65$$

Gabarito: LETRA B.

CEBRASPE

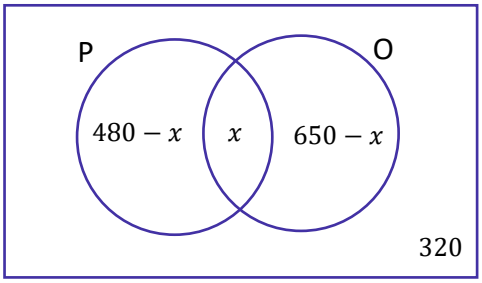
22. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

Comentários:
Vamos desenhar os diagramas, moçada!



Para a compreensão do diagrama, considere "P" o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem plano de **previdência privado**. Por sua vez, "O" é o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem aplicação em **outros** tipos de produtos financeiros. Além disso, observe que:

1) "x" representa a quantidade de pessoas que possuem **tanto a previdência privada quanto outros tipos de produto financeiro**.

2) Se **480** é o total de elementos do conjunto "P", então podemos concluir que "$480 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas a previdência privada**.

3) Da mesma forma, se 650 é o total de elementos do conjunto "O", então podemos concluir que "$650 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas outros tipos de produtos financeiros**.

4) Por fim, temos 320 "fora" dos dois conjuntos, indicando quantas pessoas **não possuem nenhuma das aplicações financeiras**.

A pesquisa foi realizada com **1.000 pessoas**. Sendo assim, quando somamos cada uma das regiões do diagrama que desenhamos, devemos obter **exatamente** esse número. Logo,

$$(480 - x) + x + (650 - x) + 320 = 1000$$

$$1450 - x = 1000$$

$$\boxed{x = 450}$$

Pronto, 450 é o número de pessoas que aplicam **tanto na previdência privada quanto em outros produtos financeiros**.

O item diz que a quantidade de pessoas que **não** possuem aplicações em **nenhum** produto (320) **é maior** que a quantidade de pessoas que possuem **simultaneamente** os dois produtos (450).

Com isso, podemos concluir que **tal afirmação está equivocada**, uma vez que se tem 450 pessoas que possuem os dois produtos, enquanto apenas 320 **não usam nenhum dos dois**.

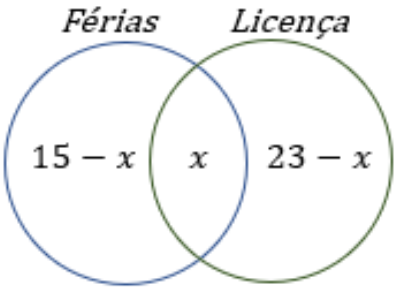
Gabarito: ERRADO.

23. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com

base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

Comentários:

É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja x. O diagrama, portanto, é o seguinte:



$15 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**. $23 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram 30**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30 \quad \rightarrow \quad 38 - x = 30 \quad \rightarrow \quad x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes **apenas a pedido de férias**, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ\ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.

Gabarito: ERRADO.

24. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**

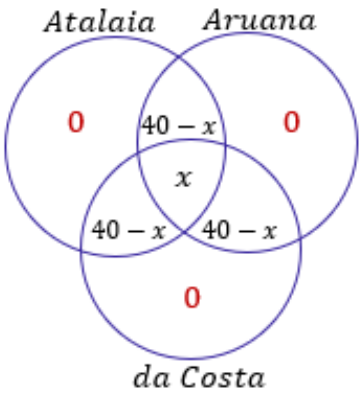
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

Comentários:
Não esqueça que, nesse tipo de questão, **a primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na **intersecção dos três conjuntos em questão**?* Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de x. Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos $40 - x$ nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C**.

Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS as praias A e B**, devemos **subtrai**r a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C**. Ficou claro, pessoal?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias**. Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia**.

Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40 - x) + (40 - x) + (40 - x) + x = 100$$
$$120 - 2x = 100 \quad \rightarrow \quad 2x = 20 \quad \rightarrow \quad x = 10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias**! Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana**, **30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa** e **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
ERRADO. Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso, $30 + 30 + 10 =$ **70 pessoas visitaram a praia de Atalaia**.

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
CORRETO. Essa informação está no próprio enunciado, quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias.**

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.
ERRADO. De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias**.

Gabarito: LETRA A.

25. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

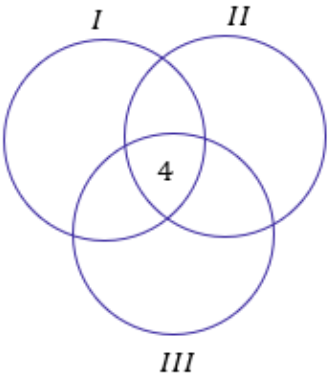
Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a
A) 26.
B) 36.
C) 50.

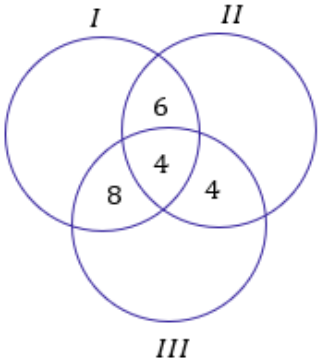
D) 58.
E) 84.

Comentários:

Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.



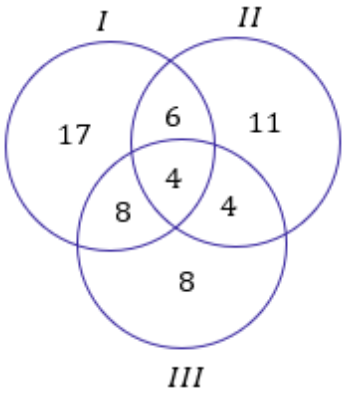
Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que 10 conselheiros atuam nos conselhos I e II. Como já contamos 4 deles na intersecção, temos que $10 - 4 = 6$ conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que 35 conselheiros atuam no conselho I, nosso diagrama mostra que $6 + 4 + 8 = 18$ estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer $35 - 18 = 17$ para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos $6 + 4 + 4 = 14$,

então sobra que **11 conselheiros que atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, já temos contabilizados $8 + 4 + 4 = 16$ no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em <u>apenas um</u> dos conselhos**.

$$N = 17 + 11 + 8 \quad \rightarrow \quad N = 36$$

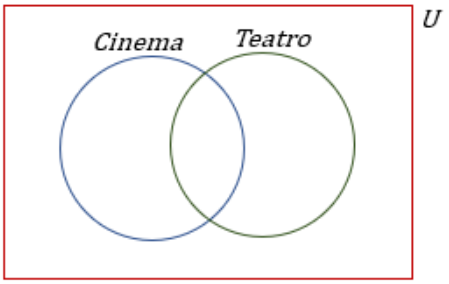
Gabarito: LETRA B.

26. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

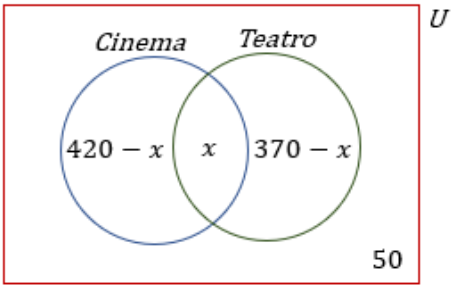
Comentários:

O **conjunto universo é representado pelos 600 estudantes dessa escola.** O diagrama que é interessante desenhar para a resolução do exercício é o seguinte:



Devemos inserir no desenho acima as informações que foram passadas pelo enunciado. O primeiro ponto a ser levado em consideração é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**. No nosso caso, é exatamente **a quantidade de estudantes que gostam tanto de teatro e de cinema**.

No entanto, esse valor é exatamente o que é pedido no enunciado e **ainda não sabemos quanto vale**. Vamos chamá-lo de x. Como 370 alunos gostam de teatro, então $370 - x$ **gostam APENAS de teatro**. Além disso, se 420 gostam de cinema, $420 - x$ **gostam APENAS de cinema**. Note **que 50 não gosta de nenhum dos dois**.



Veja que foi possível completarmos nosso diagrama com as informações analisadas. Como nosso conjunto universo é formado por 600 estudantes, a soma das quantidades de cada uma das partes do diagrama deve totalizar esse mesmo número.

$$(420 - x) + x + (370 - x) + 50 = 600$$

$$840 - x = 600$$

$$x = 240$$

Gabarito: LETRA D.

CESGRANRIO

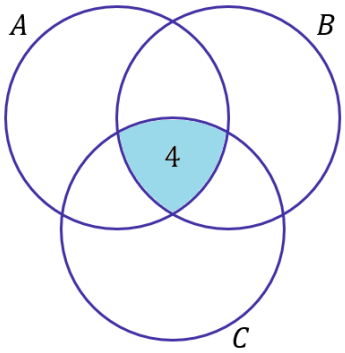
27. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou-se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B. Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é, $n(AUBUC)$, é igual a

a) 21
b) 25
c) 27
d) 29
e) 31

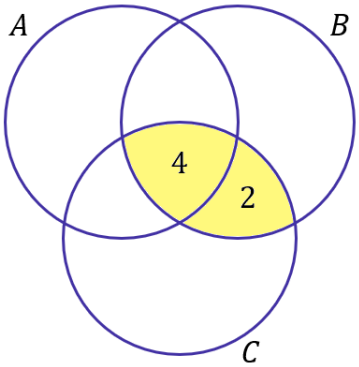
Comentários:

Galera, um jeito legal de resolver esse exercício é **por meio dos diagramas** que vimos ao longo da aula. Pegamos cada uma das informações passadas no enunciado e tentamos encaixá-las no desenho. Veja.

- **quatro empresas** atendem aos três critérios.

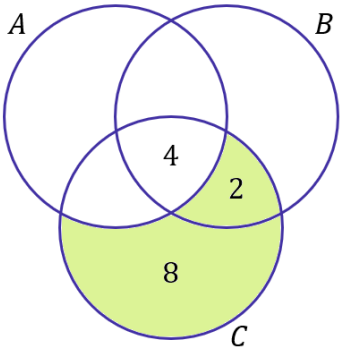


- **seis empresas** atendem aos critérios B e C.



Devemos perceber que a informação não nos diz que as empresas atendem APENAS aos critérios B e C. Dessa forma, **uma empresa que atende aos três critérios está inserida nessa conta**. Por isso, para completar os seis, adicionamos apenas mais duas empresas na região de intersecção dos dois critérios.

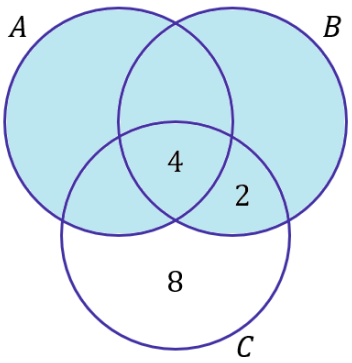
- dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem a A.



A região verde representa as empresas que atendem ao critério C, mas não atendem ao A. Nessa parte do diagrama, **já tínhamos contabilizado duas empresas** no item anterior. Portanto, faltou apenas oito empresas que contabilizamos na região das empresas que atendem apenas ao critério C.

- vinte e três empresas atendem a, **pelo menos**, um dos critérios A ou B.

Essa informação é, talvez, a mais importante. Na prática, o enunciado está nos dizendo que toda a região marcada abaixo contabiliza **23 pessoas**:



Como sabemos que todas as empresas **cumprem ao menos um dos critérios**, então o total de empresas é a soma dessas 23 com as 8 que ficaram de fora (aquelas empresas que **apenas** atenderam ao critério C).

$$n(A \cup B \cup C) = 23 + 8 \quad \rightarrow \quad n(A \cup B \cup C) = 31$$

Gabarito: LETRA E.

28. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) Os conjuntos P e Q têm p e q elementos, respectivamente, com $p + q = 13$. Sabendo-se que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32, quanto vale o produto pq?

a) 16
b) 32
c) 36
d) 42
e) 46

Comentários:

Na teoria, vimos que o número de subconjuntos depende da quantidade de elementos do conjunto principal. Por exemplo, **se um conjunto tem 3 elementos, então ele terá $2^3 = 8$ subconjuntos**. Lembre-se da fórmula:

$$nS_A = 2^{n(A)}$$

$\boldsymbol{nS_A}$ **representa o número de subconjuntos de A** e $\boldsymbol{n(A)}$ **é o número de elementos de A**. Como o conjunto P tem p elementos e o conjunto Q tem q, podemos escrever:

$$nS_P = 2^{n(P)} \quad \rightarrow \quad nS_P = 2^p$$

$$nS_Q = 2^{n(Q)} \quad \rightarrow \quad nS_Q = 2^q$$

O enunciado diz que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32. Assim,

$$\frac{nS_P}{nS_Q} = \frac{2^p}{2^q} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{p-q} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{p-q} = 2^5 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{p - q = 5}$$

Veja que o enunciado também informou que $\boldsymbol{p + q = 13}$. Temos duas equações e duas incógnitas. Podemos montar um sistema de equações.

$$\begin{cases} p + q = 13 & (1) \\ p - q = 5 & (2) \end{cases}$$

Podemos **isolar "p"** na equação (2):

$$p = q + 5$$

Agora, devemos substituir p na equação (1).

$$(q + 5) + q = 13 \quad \rightarrow \quad 2q + 5 = 13 \quad \rightarrow \quad 2q = 8 \quad \rightarrow \quad q = 4$$

Encontramos o valor de q. Agora, podemos substituir em $p = q + 5$.

$$p = 4 + 5 \quad \rightarrow \quad p = 9$$

Com os valores de p e q determinados, podemos encontrar o produto.

$$pq = 4 \cdot 9 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{pq = 36}$$

Gabarito: LETRA C.

29. (CESGRANRIO/IBGE/2014) Em uma central de telemarketing com 42 funcionários, todos são atenciosos ou pacientes. Sabe-se que apenas 10% dos funcionários atenciosos são pacientes e que apenas 20% dos funcionários pacientes são atenciosos. Quantos funcionários são atenciosos e pacientes?

a) 1

b) 3

c) 9
d) 12
e) 27

Comentários:
Seja A um conjunto que formado pelos funcionários que são atenciosos. Seja P um conjunto formado pelos funcionários que são pacientes. De acordo com o enunciado, **42 funcionários são atenciosos ou pacientes**. Na prática, ele está nos informando que $n(A \cup P) = 42$. Antes de prosseguir, observe que a questão pede quantos funcionários são atenciosos e pacientes, $n(A \cap P)$. Beleza?! Vamos lá!

O enunciado afirma que **10% dos funcionários atenciosos são pacientes**. Em outras palavras:

$$n(A \cap P) = 10\% \cdot n(A) = 0{,}1 \cdot n(A) \qquad (1)$$

Por fim, ele também afirma que **20% dos funcionários pacientes são atenciosos**.

$$n(A \cap P) = 20\% \cdot n(P) = 0{,}2 \cdot n(P) \qquad (2)$$

Lembre-se do **Princípio da Inclusão-Exclusão**:

$$n(A \cup P) = n(A) + n(P) - n(A \cap P) \qquad (3)$$

Vamos escrever tanto $n(A)$ como $n(P)$ em função de $n(A \cap P)$. Da equação (1):

$$n(A \cap P) = 0{,}1 \cdot n(A) \quad \rightarrow \quad n(A) = \frac{n(A \cap P)}{0{,}1} \quad \rightarrow \quad n(A) = 10 \cdot n(A \cap P)$$

Da equação (2):

$$n(A \cap P) = 0{,}2 \cdot n(B) \quad \rightarrow \quad n(B) = \frac{n(A \cap P)}{0{,}2} \quad \rightarrow \quad n(B) = 5 \cdot n(A \cap P)$$

Substituindo esses resultados na equação (3) e usando que $\boldsymbol{n(A \cup P) = 42}$.:

$$42 = 10 \cdot n(A \cap P) + 5 \cdot n(A \cap P) - n(A \cap P)$$

$$42 = 14 \cdot n(A \cap P)$$

$$n(A \cap P) = \frac{42}{14} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{n(A \cap P) = 3}$$

Gabarito: LETRA B.

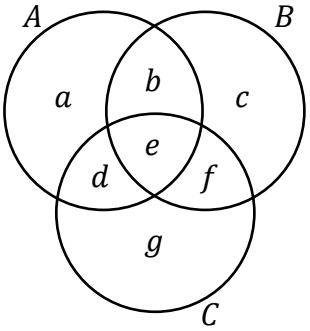
Vunesp

30. (VUNESP/TJ-SP/2019) São três os conjuntos. A totalidade de elementos que estão nesses três conjuntos é 42. A totalidade de elementos que estão em dois, e apenas dois desses conjuntos, é 42. A totalidade de elementos que estão em um, e apenas um desses conjuntos é 42. Sabendo que em todas as seções e interseções desses três conjuntos há pelo menos um elemento, e que não há seção e nem mesmo interseção com um mesmo número de elementos, então o maior número possível para o total de elementos de um desses três conjuntos é

A) 132.
B) 120.
C) 110.
D) 124.
E) 118.

Comentários:

Primeiro vamos esquematizar esses conjuntos.



Chamamos as quantidades em cada uma das regiões do diagrama de uma letra do alfabeto. Agora, vamos analisar as informações do enunciado.

- **A totalidade de elementos que estão nesses três conjuntos é 42.**

$$e = 42 \quad (1)$$

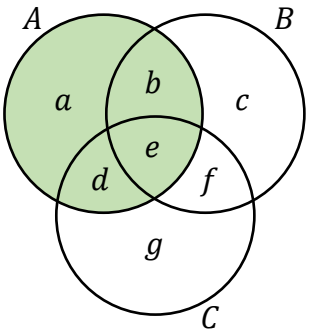
- **A totalidade de elementos que estão em dois, e apenas dois desses conjuntos, é 42.**

$$b + d + f = 42 \quad (2)$$

- **A totalidade de elementos que estão em um, e apenas um desses conjuntos é 42.**

$$a + c + g = 42 \quad (3)$$

Queremos saber **a maior quantidade possível de elementos de um desses três conjuntos**. Note que o problema é bem simétrico, logo não importa qual deles vamos pegar para realizar essa conta.



Escolhendo o conjunto destacado acima, podemos escrever:

$$n(A) = a + b + d + e$$

Sabemos que $e = 42$, podemos substituir.

$$n(A) = a + b + d + 42$$

Da equação (2),

$$b + d = 42 - f$$

Substituindo em $n(A)$,

$$n(A) = a + (42 - f) + 42 \quad \rightarrow \quad n(A) = 84 + a - f$$

Da equação (3),

$$a = 42 - c - g$$

Substituindo em $n(A)$,

$$n(A) = 84 + (42 - c - g) - f \quad \rightarrow \quad n(A) = 126 - c - g - f$$

Observe que para **n(A) ser máximo**, **"c", "g" e "f" devem ser <u>os menores possíveis</u>**. Para chegar nos valores desses parâmetros, devemos ter em mente duas informações:

- em todas as seções e interseções desses três conjuntos **há pelo menos um elemento**;
- não há seção e nem mesmo interseção **com um mesmo número de elementos.**

Assim, os menores valores possíveis que "c", "g" e "f" podem assumir são:

$$c = 1, g = 2 \text{ e } f = 3$$

Substituindo,

$$n(A) = 126 - 1 - 2 - 3 \quad \rightarrow \quad n(A) = 120$$

Professor, não poderíamos ter $g = 1, c = 3$ e $f = 2$?

Podemos sim, moçada! No entanto, como o problema é simétrico, não faz diferença a letra que vamos chamar cada um dos valores. Precisamos apenas perceber que **"1", "2" e "3" são os menores valores possíveis que "c", "g" e "f" podem assumir.** Agora saber qual deles é qual é indiferente, pois o resultado será sempre o mesmo. Faça o teste!

Gabarito: LETRA B.

31. (VUNESP/TJ-SP/2018) Em um grupo de 100 esportistas que praticam apenas os esportes A, B ou C, sabe-se que apenas 12 deles praticam os três esportes. Em se tratando dos esportistas que praticam somente dois desses esportes, sabe-se que o número dos que praticam os esportes A e B é 2 unidades menor que o número dos que praticam os esportes A e C, e o número dos esportistas que praticam B e C excede em 2 unidades o número de esportistas que praticam os esportes A e C. Sabe-se, ainda, que exatamente 26, 14 e 12 esportistas praticam, respectivamente, apenas os esportes A, B e C. Dessa forma, o número total de esportistas que praticam o esporte A é

A) 56.
B) 54.
C) 62.
D) 58.
E) 60.

Comentários:

Temos os esportes A, B ou C. Vamos analisar as informações do enunciado.

- 12 deles praticam os três esportes,

$$n(A \cap B \cap C) = 12 \qquad (1)$$

- o número dos que praticam os esportes A e B é 2 unidades menor que o número dos que praticam os esportes A e C,

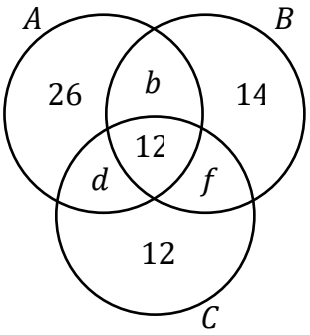
$$n(A \cap B) = n(A \cap C) - 2 \quad (2)$$

- o número dos esportistas que praticam B e C excede em 2 unidades o número de esportistas que praticam os esportes A e C,

$$n(B \cap C) = n(A \cap C) + 2 \quad (3)$$

- Sabe-se, ainda, que exatamente 26, 14 e 12 esportistas praticam, respectivamente, apenas os esportes A, B e C,

Com essa informação, é interessante desenharmos os diagramas.



Como temos 100 esportistas, **a soma das quantidades em todas as regiões acima deve totalizar esses 100**.

$$26 + b + 12 + d + 12 + f + 14 = 100$$

$$64 + b + d + f = 100$$

$$b + d + f = 36 \quad (4)$$

Note que:

$$n(A \cap B) = b + 12$$

$$n(A \cap C) = d + 12$$

$$n(B \cap C) = f + 12$$

Substituindo em (2) e em (3):

$$b + 12 = d + 12 - 2 \quad \rightarrow \quad b = d - 2 \quad (5)$$

$$f + 12 = d + 12 + 2 \quad \rightarrow \quad f = d + 2 \quad (6)$$

Podemos usar (5) e (6) em (4),

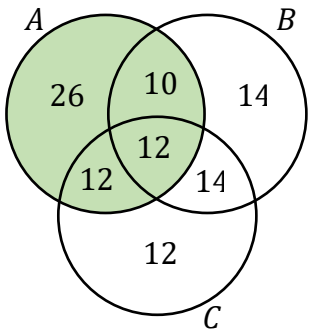
$$(d - 2) + d + (d + 2) = 36 \quad \rightarrow \quad 3d = 36 \quad \rightarrow \quad d = 12$$

Vamos usar o resultado que encontramos em (5) e em (4),

$$b = 12 - 2 \quad \rightarrow \quad b = 10$$

$$f = 12 + 2 \quad \rightarrow \quad f = 14$$

Preenchendo o diagrama com esses valores, ficamos com



Como queremos **a quantidade de elementos de A**, basta somarmos os valores na região destacada acima.

$$n(A) = 26 + 10 + 12 + 12 \quad \rightarrow \quad n(A) = 60$$

Gabarito: LETRA E.

32. (VUNESP/TJM-SP/2021) Em um grupo de 109 atletas, 48 são homens. Cada um desses atletas pratica handebol ou natação, mas somente um esporte por atleta. Entre os homens, 22 jogam handebol e, no total, 50 atletas praticam natação. O número de mulheres que jogam handebol é

A) 34.
B) 37.
C) 40.
D) 43.
E) 46.

Comentários:

Temos um grupo de 109 atletas. Se 48 são homens, então o número de mulheres é:

$$Mulheres = 109 - 48 \quad \rightarrow \quad Mulheres = 61$$

Dos 48 homens, 22 jogam handebol. Como **cada atleta só pratica um esporte**, a diferença desses números fornece a quantidade de homens que praticam natação.

$$Homens\ (Natação) = 48 - 22 \quad \rightarrow \quad Homens\ (Natação) = 26$$

Depois, o enunciado falou que 50 atletas praticam natação. Como **26 desses 50 são homens**, a diferença será a quantidade de mulheres que praticam natação.

$$Mulheres\ (Natação) = 50 - 26 \quad \rightarrow \quad Mulheres\ (Natação) = 24$$

Das **61 mulheres, 24 praticam natação**. Logo, a diferença entre esses dois números é a quantidade de mulheres que jogam handebol.

$$Mulheres\ (Handebol) = 61 - 24 \quad \rightarrow \quad Mulheres\ (Handebol) = 37$$

Gabarito: LETRA B.

LISTA DE QUESTÕES

Introdução à Teoria dos Conjuntos

FGV

1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019) Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

a) nenhuma menina gosta de Matemática.
b) todas as meninas gostam de Matemática.
c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

2. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Na matemática, as coleções são chamadas de conjuntos. Se uma coleção tem apenas um elemento, ela é dita um conjunto unitário. Um exemplo de conjunto unitário é a coleção formada pelos números que são:

a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;
b) divisores de 4;
c) divisores de 9;
d) maiores que 4 e menores que 9;
e) formados pelos algarismos 4 e 9.

3. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Conjunto é o nome dado, na Matemática, a qualquer coleção. Entretanto, uma coleção pode não ter elementos. Nesse caso, diz-se que esse é um conjunto vazio. Um exemplo de conjunto vazio é a coleção:

a) de meses do ano que começam pela letra J;
b) de dias da semana que começam pela letra T;
c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;
d) dos números menores que 10 e maiores que 6;
e) das pessoas brasileiras que são casadas.

4. (FGV/CODEBA/2010) Sejam $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{0, 2, 4\}$ dois conjuntos. Com relação aos conjuntos A e B, analise as afirmativas a seguir:

I. $B \subset A$
II. $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
III. $A \cap B = \{0, 2\}$

Está(ão) correta(s) somente

a) I.
b) II.
c) III.
d) I e II.
e) II e III.

5. (FGV/BADESC/2010) Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:
a) 4
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

6. (FGV/ALESP/2002) São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D ∩ M e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:
a) 64
b) 16
c) 32
d) 8

Outras Bancas

7. (MPE-GO/MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:
A) $x = 0$ e $y = 8$
B) $x + y = 8$
C) $x < y$
D) $x + 2y = 8$

8. (FUNDATEC/PREF. TRAMANDAÍ/2021) Considerando dois conjuntos, A e B, sendo: A = {2,4,6,8,10,12} e B = {2,4,6,8,10,12,14,16}, assinale a alternativa correta.
A) O conjunto A contém o conjunto B.
B) O conjunto A está contido no conjunto B.

C) O conjunto B está contido no conjunto A.
D) O conjunto B pertence ao conjunto A.

9. (ANPEC/2021) Seja R o conjunto dos números reais. Dado um subconjunto finito $A \subseteq R$, denote por $card(A)$ a sua cardinalidade (ou seja, o número de elementos em A). Classifique a seguinte item como certo ou errado:

Dados dois subconjuntos finitos A, $B \subseteq \mathbb{R}$, se $B \subseteq A$, então $card(B) \leq card(A)$.

10. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

$$M \subset F$$

11. (FUNDATEC/PREF. VIAMÃO/2022) Considerando como universo da variável "x" o conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, analise as seguintes afirmações e assinale a alternativa correta.

I. $\forall x \in U, x + 1$ é $primo$.
II. $\exists x \in U, 2x + 4 = 5$.
III. $\forall x \in U, x^3 < 40$.

A) Apenas I e II estão corretas.
B) Apenas I e III estão corretas.
C) Apenas II e III estão corretas.
D) Todas estão corretas.
E) Todas estão incorretas.

12. (AVANÇA-SP/PREF. AMERICANA/2023) Das alternativas abaixo, qual apresenta um conjunto vazio:
A) P = {4}.
B) Q = {5,2,9}.
C) R = {0,1;0,6}.
D) S = {0,34; - 0,2}.
E) T = { }.

GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA C
4. LETRA E
5. LETRA A
6. LETRA B
7. LETRA B
8. LETRA B
9. CERTO
10. CERTO
11. LETRA E
12. LETRA E

LISTA DE QUESTÕES

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Outras Bancas

1. (IDIB/GOINFRA/2022) Seja o conjunto A= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} e B = {2, 4, 6, 8}. Determine a quantidade de subconjuntos do conjunto C= (A ∩ B) ∪ {1}.

A) 32
B) 26
C) 30
D) 64
E) 2

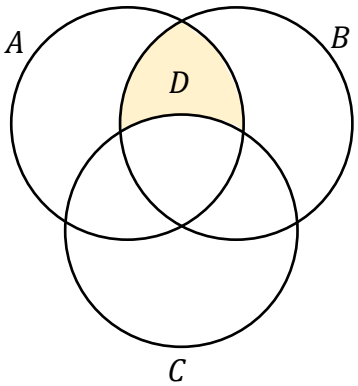
2. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

A = {pessoas que moram em São Gonçalo}
B= {pessoas que trabalham em Niterói}

O conjunto A – (A – B) representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:

A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói
B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo
C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói
D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

3. (IDIB/GOINFRA/2022) Sejam A, B e C conjuntos dados na figura a seguir. É correto o que se afirma na alternativa que corresponde ao conjunto D hachurado na figura.



A) $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$
B) $D = A \cap B$
C) $D = A \cap B \cap C$

D) $D = (A \cap B) - B$
E) $D = (A \cap C) - B$

4. (FUNDATEC/BM-RS/2022) Considere os conjuntos:

$$\boldsymbol{A = \{1, 2, 3, 18\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, \ldots, 18\} = \{x \in N \,/\, 0 < x < 19\}}$$

É possível afirmar que $A \cap B$ é dado por:
A) A
B) B
C) $A \cup B$
D) $A \backslash B$
E) $B \backslash A$

5. (INST. CONSULPLAN/PREF. GONÇALVES/2022) Dados os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6\}$ e $C = \{2, 5, 7, 9\}$. O conjunto $(A \cup B) - (B \cap C)$ é:
A) $\{0, 1, 3, 4, 6\}$
B) $\{0, 1, 2, 3, 5, 7, 9\}$
C) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
D) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

6. (IBADE/CRC-RO/2022) Considere os conjuntos A, B e C.

$\boldsymbol{A = \{1, 3, 5, 7, 10\}}$
$\boldsymbol{B = \{0, 3, 4, 5, 7, 9\}}$
$\boldsymbol{C = \{2, 3, 4, 8, 7, 12\}}$

Calcule $(A \cup B) \cap C$:
A) $\{3,4,7\}$
B) $\{1,2,4,5,10\}$
C) $\{2,4,7,9,12\}$
D) $\{0,1,3,4,5,7,10\}$
E) $\{0,1,5,10\}$

7. (IBFC/MGS/2022) Diz-se que dois conjuntos A e B não-vazios são disjuntos se:
A) a união entre A e B for um conjunto vazio
B) se a intersecção entre A e B for um conjunto não vazio
C) se a diferença entre A e B for um conjunto unitário
D) se o conjunto A não tiver elemento comum ao conjunto B

8. (AVANÇASP/PREF. R. CLARO/2021) Qual é a união dos conjuntos $A = \{6, 9, 21\}$ e $B = \{6, 15, 24\}$?

A) $\{6\}$
B) $\{9, 21\}$
C) $\{9, 15, 21, 24\}$
D) $\{6, 9, 15, 21, 24\}$
E) $\{6, 6, 9, 15, 21, 24\}$

9. (OMNI/PREF. S. J. BATISTA/2021) Considere os subconjuntos A e B do conjunto C. Podemos afirmar que o complementar de B em relação a C com interseção com B é:

A) o complementar de C, pois é tudo que tem em C, mas não tem em A e B.
B) o conjunto A.
C) um conjunto vazio.
D) Nenhuma das alternativas.

10. (Legalle/Pref. XV de Novembro/2021) Considere os conjuntos $H = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ e $K = \{2, a, b, s, 6\}$. A diferença entre H e K é:

A) $H - K = \{3, 4, 5\}$
B) $H + K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
C) $H \cup K = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
D) $H \cap K = \{2, 6\}$
E) $H + K = \{3, 4, 5\}$

FGV

11. (FGV/SSP-AM/2022) Sobre dois conjuntos A e B sabe-se que:

- A união de A e B tem 130 elementos.
- A diferença B – A tem 50 elementos.
- A diferença A – B tem 60 elementos.

Sendo x o número de elementos de A e y o número de elementos de B, o valor de x + y é igual a

A) 110.
B) 120.
C) 130.
D) 140.
E) 150.

12. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$:

a) nunca.
b) se e somente se A = B = C.
c) se e somente se B = C.

d) se e somente se B ∩ C = ∅.
e) sempre.

13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos, $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$:
a) nunca.
b) se e somente se X = Y = Z.
c) se e somente se $Z \subset X$
d) se e somente se $Z \subset Y$
e) sempre.

CEBRASPE

14. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots$, M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto
A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

15. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

16. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões
Para o conjunto $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, se A for um subconjunto de Ω, indique por $S(A)$ a soma dos elementos de A e considere e $S(\emptyset) = 0$. Nesse sentido, julgue o item a seguir.

17. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de Ω, tais que $A \subset B$, então $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$.

18. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se $A \subset \Omega$, e se $\Omega \backslash A$ é o complementar de A em Ω, então $S(\Omega \backslash A) = S(\Omega) - S(A)$.

CESGRANRIO

19. (CESGRANRIO/BR/2015) Dados três conjuntos M, N e P, tem-se que o conjunto $M \cap (N \cup P)$ é igual ao conjunto

a) $M \cap (N \cap P)$
b) $M \cap (N \cup P)$
c) $M \cup (N \cap P)$
d) $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
e) $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

20. (CESGRANRIO/BASA/2014) O conjunto diferença X - Y, entre dois subconjuntos X e Y de um mesmo conjunto universo U, é definido por:

$$X - Y = \{u \in U / u \in X \text{ e } u \notin Y\}$$

Considere três subconjuntos, A, B e C, do mesmo conjunto Universo U. O conjunto $A - (B \cap C)$ é igual ao conjunto

a) $(A - B) \cap (A - C)$.
b) $(A - B) \cup (A - C)$.
c) $(A - B) \cap C$.
d) $(A - B) \cup C$.
e) $(A - B) - C$.

21. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2011) Considere um conjunto U, do qual X é um subconjunto não vazio e próprio. Seja Y o complemento do complemento de X (os complementos sendo considerados em relação a U). Então, a

a) união de X e Y é igual a U.
b) diferença de X e Y é igual a U.
c) intercessão de X e Y é vazia.
d) intercessão de X e Y é igual a U.
e) intercessão de X e Y é igual a X.

GABARITO

1. LETRA A
2. LETRA A
3. LETRA A
4. LETRA A
5. LETRA A
6. LETRA A
7. LETRA D
8. LETRA D
9. LETRA C
10. LETRA A
11. LETRA E
12. LETRA E
13. LETRA C
14. LETRA D
15. ERRADO
16. ERRADO
17. CERTO
18. CERTO
19. LETRA D
20. LETRA B
21. LETRA E

LISTA DE QUESTÕES

Princípio da Inclusão-Exclusão

Outras Bancas

1. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:
A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

2. (AOCP/IP PREV/2022) Para conhecer a opinião em relação à possível aplicação de dois fundos de Previdência em um plano aberto de Previdência, identificados por A e B, uma Instituição Financeira aplicou um questionário entre seus conveniados e verificou que:

- 48% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos;
- 35% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos;
- 12% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A e o Fundo de Previdência B fossem aplicados em seus planos.

Dessa forma, é correto afirmar que
A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.

E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.

3. (FUNDATEC/SEPOG-RS/2022) Em uma escola de informática, foram entrevistados 200 alunos. Com a entrevista, pode-se concluir que 61 alunos estudam Matemática, 55 estudam Programação e 50 estudam Raciocínio Lógico. Ainda, 20 alunos estudam Matemática e Programação, 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação e 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico. E 12 alunos estudam as três disciplinas, Matemática, Raciocínio Lógico e Programação. Com base nessas informações, é possível concluir que:

A) 86 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
B) 60 alunos estudam apenas uma das três disciplinas.
C) 34 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
D) 30 alunos estudam apenas duas disciplinas.
E) 23 alunos estudam apenas matemática.

4. (RBO/ISS-BH/2022) Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.

A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
B) 50 candidatos falam somente inglês.
C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
D) 49 candidatos falam francês.
E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

5. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Para implantar o ensino a distância, uma escola fez uma pesquisa com todos os seus alunos e foram obtidas as seguintes informações sobre 2 tipos de equipamentos:

- 50% têm notebook;
- 65% têm tablet;
- 20% têm tablet e também notebook.

Sabendo que nessa escola há exatamente 32 alunos que não têm nenhum desses 2 equipamentos, o número total de alunos dessa escola é igual a:

A) 500
B) 540
C) 640
D) 680

6. (UFMT/CBM-MT/2022) De um grupo de 21 policiais, 9 participaram da operação Delta, 11 da operação Águia, 8 da operação Brasa, 4 das operações Delta e Águia, 3 das operações Águia e Brasa, 2 das operações Delta e Brasa e 1 não participou de qualquer das três operações. A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta o número de policiais que participaram apenas da operação Brasa.

A) 1
B) 3
C) 2
D) 4
E) 0

7. (QUADRIX/CRA-PR/2022) Considerando o conjunto da frutas F, o conjunto das comidas doces D e o conjunto dos tipos de manga M, julgue o item.

O número de elementos do conjunto $F \cup D$ é igual à soma do número de elementos de F com o número de elementos de D.

8. (IBFC/PC-BA/2022) Numa assembleia havia 50 escrivães, sendo que 32 eram destros e 16 eram ambidestros. Nessas condições, e sabendo que todos sabiam escrever, o total de canhotos na assembleia era igual a:

A) 2
B) 34
C) 18
D) 22
E) 16

9. (Inst. AOCP/PM-ES/2022) Para uma pequena apresentação, x músicos foram selecionados. Sobre esses músicos, sabe-se que:

- 48 tocam instrumentos de percussão;
- 72 tocam instrumentos de sopro;
- 39 tocam instrumentos de percussão e sopro.

Sabendo que todos os músicos selecionados tocam instrumentos de percussão ou sopro, é correto afirmar que o valor de x será

A) 159.
B) 132.
C) 120.
D) 98.
E) 81.

10. (FEPESE/CINCATARINA/2022) Numa empresa com 720 funcionários, 300 gostam de vinho, 500 gostam de cerveja e 210 gostam de vinho e cerveja. Quantos funcionários não gostam nem de vinho nem de cerveja?

A) Mais de 175
B) Mais de 150 e menos de 175
C) Mais de 125 e menos de 150
D) Mais de 100 e menos de 125
E) Menos de 100

11. (IBFC/PM-RN/2022) Numa academia de oficiais o tenente verificou que 126 aspirantes gostam de fazer flexões, 87 gostam de agachamento, 46 gostam dos dois. Nessas condições, o total de aspirantes que gostam de somente um dos dois exercícios é representado por um número entre:

A) 100 e 110
B) 112 e 122
C) 123 e 134
D) 135 e 156
E) 158 e 180

FGV

12. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Em uma assembleia com 172 votantes, duas propostas independentes, A e B, foram colocadas em votação. Cada votante votou a favor ou contra cada uma das duas propostas. Sabe-se que 138 votaram a favor da proposta A, 74 votaram a favor da proposta B e 32 votaram contra as duas propostas. O número de votantes que votaram a favor da proposta A e contra a proposta B é

a) 66.
b) 69.
c) 72.
d) 74.
e) 140.

13. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) A prefeitura de certo município formou com seus funcionários 3 comissões para examinar assuntos diferentes. Sabe-se que:

- há funcionários que participam de mais de uma comissão.
- cada comissão é formada por 15 funcionários.
- em cada comissão há 5 funcionários que não participam de mais nenhuma outra comissão.
- há 2 funcionários que participam das três comissões.

O número de funcionários que participam de, pelo menos, uma comissão é igual a

a) 29.
b) 31.
c) 36.
d) 39.
e) 43.

14. (FGV/CM TAUBATÉ/2022) Uma empresa disponibilizou 3 cursos de aperfeiçoamento para seus funcionários: o Curso A, o Curso B e o Curso C. Como o horário permitia, cada funcionário poderia se matricular em mais de um curso. Terminado o prazo de matrículas, verificou-se que 8 funcionários se matricularam no curso A, 10 no curso B e 12 no curso C. Havia 4 funcionários matriculados nos cursos A e B, 4 funcionários nos cursos B e C e, também, 4 nos cursos A e C. Sabe-se ainda que há 1 único funcionário matriculado apenas no curso A. O número de funcionários que estão matriculados em ao menos 1 curso é
a) 19.
b) 21.
c) 23.
d) 27.
e) 30.

15. (FGV/SEJUSP-MG/2022) Os conjuntos A, B e C possuem, cada um, 10 elementos e são tais que: A e B possuem elementos em comum, B e C possuem elementos em comum, mas A e C não possuem elementos comuns. Entre os elementos da união dos três conjuntos sabe-se que 8 elementos pertencem apenas ao conjunto A e 5 elementos pertencem apenas ao conjunto C.
O número de elementos que pertencem apenas ao conjunto B é
a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.
e) 5.

16. (FGV/SENADO FEDERAL/2022) Um clube tem 180 associados que participam de suas duas atividades sociais. Há 130 frequentadores da cinemateca, enquanto 92 sócios participam das aulas de dança de salão. Sendo assim, é correto afirmar que
a) mais de 40 sócios participam das duas atividades.
b) menos de 30 sócios participam das duas atividades.
c) mais de 55 sócios só vão às aulas de dança.
d) menos de 80 sócios só vão à cinemateca.
e) menos de 45 sócios só vão às aulas de dança.

FCC

17. (FCC/TCE-SP/2015) Em um grupo de 33 operários da construção civil há serralheiros, carpinteiros e pedreiros. Alguns deles exercem mais de uma dessas funções quando necessário. Nesse grupo não há serralheiro que também não seja pedreiro, e 5 dos serralheiros também são carpinteiros. Os carpinteiros que são pedreiros, também são serralheiros. São 12 os serralheiros que não são carpinteiros. Os demais operários exercem apenas uma dessas funções. Com essas informações é possível determinar que o número de operários que exercem mais de uma função supera o número daqueles que exercem apenas uma função em

A) 3.
B) 4.
C) 1.
D) 2.
E) 5.

18. (FCC/SEFAZ-RJ/2014) Em uma grande empresa, 50% dos empregados são assinantes da revista X, 40% são assinantes da revista Y e 60% são assinantes da revista Z. Sabe-se que 20% dos empregados assinam as revistas X e Y, 30% assinam as revistas X e Z, 20% assinam as revistas Y e Z e 10% não assinam nenhuma das revistas. Considerando que existam somente as revistas X, Y e Z, obtém-se que a porcentagem dos empregados que assinam mais que uma revista é igual a

A) 40%
B) 60%
C) 50%
D) 70%
E) 80%

19. (FCC/TRF-3/2014) Em uma construtora, há pelo menos um eletricista que também é marceneiro e há pelo menos um eletricista que também é pedreiro. Nessa construtora, qualquer eletricista é também marceneiro ou pedreiro, mas não ambos. Ao todo são 9 eletricistas na empresa e, dentre esses, são em maior número aqueles eletricistas que são também marceneiros. Há outros 24 funcionários que não são eletricistas. Desses, 15 são marceneiros e 13 são pedreiros. Nessa situação, o maior número de funcionários que podem atuar como marceneiros é igual a

A) 33.
B) 19.
C) 24.
D) 15.
E) 23.

20. (FCC/TRT-19/2014) Mapeando 21 funcionários quanto ao domínio das habilidades A, B e C, descobriu-se que nenhum deles dominava, simultaneamente, as três habilidades. Já com domínio de duas

habilidades simultâneas há, pelo menos, uma pessoa em todas as possibilidades. Também há quem domine apenas uma dessas habilidades seja qual habilidade for. O intrigante no mapeamento é que em nenhum grupo, seja de domínio de uma ou de duas habilidades, há número igual de pessoas. Sabendo-se que o total daqueles que dominam a habilidade A são 12 pessoas e que o total daqueles que dominam a habilidade B também são 12 pessoas, o maior número possível daqueles que só dominam a habilidade C é igual a

A) 3.
B) 1.
C) 2.
D) 4.
E) 5.

21. (FCC/TCE-SP/2014) Dos 46 técnicos que estão aptos para arquivar documentos 15 deles também estão aptos para classificar processos e os demais estão aptos para atender ao público. Há outros 11 técnicos que estão aptos para atender ao público, mas não são capazes de arquivar documentos. Dentre esses últimos técnicos mencionados, 4 deles também são capazes de classificar processos. Sabe-se que aqueles que classificam processos são, ao todo, 27 técnicos. Considerando que todos os técnicos que executam essas três tarefas foram citados anteriormente, eles somam um total de

A) 58
B) 65
C) 76
D) 53
E) 95

CEBRASPE

22. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

23. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia,

30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

24. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

25. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

A) 26.
B) 36.
C) 50.
D) 58.
E) 84.

26. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.
B) 130.
C) 180.
D) 240.
E) 370.

CESGRANRIO

27. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou-se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B. Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é, $n(AUBUC)$, é igual a

a) 21
b) 25
c) 27
d) 29
e) 31

28. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) Os conjuntos P e Q têm p e q elementos, respectivamente, com $p + q = 13$. Sabendo-se que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32, quanto vale o produto pq?

a) 16
b) 32
c) 36
d) 42

e) 46

29. (CESGRANRIO/IBGE/2014) Em uma central de telemarketing com 42 funcionários, todos são atenciosos ou pacientes. Sabe-se que apenas 10% dos funcionários atenciosos são pacientes e que apenas 20% dos funcionários pacientes são atenciosos. Quantos funcionários são atenciosos e pacientes?

a) 1
b) 3
c) 9
d) 12
e) 27

Vunesp

30. (VUNESP/TJ-SP/2019) São três os conjuntos. A totalidade de elementos que estão nesses três conjuntos é 42. A totalidade de elementos que estão em dois, e apenas dois desses conjuntos, é 42. A totalidade de elementos que estão em um, e apenas um desses conjuntos é 42. Sabendo que em todas as seções e interseções desses três conjuntos há pelo menos um elemento, e que não há seção e nem mesmo interseção com um mesmo número de elementos, então o maior número possível para o total de elementos de um desses três conjuntos é

A) 132.
B) 120.
C) 110.
D) 124.
E) 118.

31. (VUNESP/TJ-SP/2018) Em um grupo de 100 esportistas que praticam apenas os esportes A, B ou C, sabe-se que apenas 12 deles praticam os três esportes. Em se tratando dos esportistas que praticam somente dois desses esportes, sabe-se que o número dos que praticam os esportes A e B é 2 unidades menor que o número dos que praticam os esportes A e C, e o número dos esportistas que praticam B e C excede em 2 unidades o número de esportistas que praticam os esportes A e C. Sabe-se, ainda, que exatamente 26, 14 e 12 esportistas praticam, respectivamente, apenas os esportes A, B e C. Dessa forma, o número total de esportistas que praticam o esporte A é

A) 56.
B) 54.
C) 62.
D) 58.
E) 60.

32. (VUNESP/TJM-SP/2021) Em um grupo de 109 atletas, 48 são homens. Cada um desses atletas pratica handebol ou natação, mas somente um esporte por atleta. Entre os homens, 22 jogam handebol e, no total, 50 atletas praticam natação. O número de mulheres que jogam handebol é

A) 34.

B) 37.

C) 40.

D) 43.

E) 46.

GABARITO

1. LETRA C
2. LETRA E
3. LETRA A
4. LETRA E
5. LETRA C
6. LETRA D
7. ERRADO
8. LETRA B
9. LETRA E
10. LETRA C
11. LETRA B
12. LETRA A
13. LETRA A
14. LETRA A
15. LETRA C
16. LETRA A
17. LETRA C
18. LETRA C
19. LETRA E
20. LETRA A
21. LETRA B
22. ERRADO
23. ERRADO
24. LETRA A
25. LETRA B
26. LETRA D
27. LETRA E
28. LETRA C
29. LETRA B
30. LETRA B
31. LETRA E
32. LETRA B

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.