

## **Aula 00**

*Caixa Econômica Federal (CEF) (Técnico Bancário) Passo Estratégico de Matemática Financeira*

Autor:

**Allan Maux Santana**

08 de Dezembro de 2022

# Índice

1) O que é o Passo Estratégico .....	3
2) Apresentação .....	4
3) Matemática Financeira 2023 .....	5
4) Raciocínio Sequencial .....	6



## O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

- a) orientar revisões eficientes;
- b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

- a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;
- b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

### Seu cantinho de estudos famoso!

Poste uma foto do seu cantinho de estudos nos stories do Instagram e nos marque:



[@passoestrategico](https://www.instagram.com/passoestrategico)

Vamos repostar sua foto no nosso perfil para que ele fique famoso entre milhares de concurseiros!



## APRESENTAÇÃO

Olá! Sou o professor **Allan Maux** e serei o seu analista do **Passo Estratégico** nas matérias de **EXATAS**.

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha **experiência profissional**, acadêmica e como concursado:



*Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, aprovado em 2º lugar no concurso de 2011.*

*Sou formado em **matemática** e pós-graduado em direito tributário municipal.*

*Fui, por 05 anos, **Secretário de Fazenda do Município de Petrolina**, período no qual participei da comissão que elaborou o **novo Código Tributário da Cidade**, vigente até o momento, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

*Lecionei, também, em cursos preparatórios para o ITA, em Recife-PE.*

*Fui aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.*

*Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.*

*Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 18k e, final de carreira, passa dos 35k, basicamente, esse salário me fez refletir por aposentar as chuteiras como concursado e permanecer no meu Pernambuco.*

*Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares, presencialmente e com aulas em vídeo.*

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do “Passo”, porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!

**Prof. Allan Maux**



## ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

Nossa análise será executada em concursos realizados na matéria de **Matemática Financeira**, no **período** de **2018** a **2022**.

ASSUNTO	% Incidência
JUROS SIMPLES E COMPOSTO / TAXAS DE JUROS	36,71%
ANÁLISE DE INVESTIMENTOS	22,78%
EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS	17,72%
DESCONTO SIMPLES E COMPOSTO	12,66%
SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO	10,13%
TOTAL	100,00

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo.

No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também.

Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

**A PEDIDO DOS ALUNOS, ESTOU COMEÇANDO, AGORA EM 2023, UM NOVO PROJETO DE AULAS EM VÍDEO, SIGAM:**



## RACIOCÍNIO SEQUENCIAL - SEQUÊNCIAS

### Sumário

Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque .....	2
Sequências – Raciocínio Sequencial .....	2
Progressão Aritmética X Progressão Geométrica .....	4
Progressão Aritmética .....	5
Fórmula do Termo Geral .....	5
Somadas dos Termos de P.A. ....	6
Progressão Geométrica .....	7
Fórmula do Termo Geral .....	7
Soma dos Termos de uma PG Finita: .....	8
Soma dos Termos de uma PG Infinita .....	9
Fórmulas P.A. / P.G. ....	9
Aposta Estratégica .....	10
Questões estratégicas .....	10
Lista de Questões Estratégicas .....	26
Gabarito .....	31



## ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

### Sequências – Raciocínio Sequencial

Meus caros, basicamente, sobre esse assunto não há conteúdo. No entanto, quando se fala em sequências ou raciocínio sequencial, engloba-se tanto sequências numéricas quanto geométricas, ok?

Vejam essa questão do **INSTITUTO SELECON / 2020**:

Observe as sequências abaixo formadas por números reais:

1;1

1; 1; 2

1; 1; 2; 4

1; 1; 2; 4; 8

1; 1; 2; 4; 8; 16

1; 1; 2; 4; 8; 16; 32

1; 1; 2; 4; 8; 16; 32; ...;n

Verifique que há um mesmo padrão utilizado para a construção das sequências e que as 6 primeiras possuem, respectivamente, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 elementos. Se a última sequência escrita é a vigésima, o valor de n e a quantidade de elementos dessa sequência são, respectivamente, iguais a:

**Comentários:**



$$1;1 = 2^0 \text{ (linha 1)}$$

$$1;1; 2 = 2^1 \text{ (linha 2)}$$

$$1; 1; 2; 4 = 2^2 \text{ (linha 3)}$$

$$1;1; 2; 4; 8 = 2^3 \text{ (linha 4)}$$

$$1; 1; 2; 4; 8; 16 = 2^4 \text{ (linha 5)}$$

$$1; 1; 2; 4; 8; 16; 32 = 2^5 \text{ (linha 6)}$$

$$1; 1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots; n \text{ (linha 20)}$$

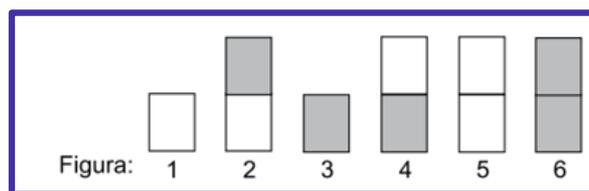
Vejam que os últimos elementos formam uma potência de base 2.

O enunciado nos pede o último elemento da vigésima sequência e a quantidade de elementos. Vemos que o expoente da base 2 de cada sequência é a posição da sequência menos uma unidade, logo, o último elemento será  $2^{19}$ .

E a quantidade de elementos e a posição da linha mais 1 unidade, logo a vigésima sequência terá **21 elementos**.

Vejam essa questão da **VUNESP/2019**:

Considere a seguinte sequência de figuras:



Sabendo-se que a figura 7 é igual à figura 1, a figura 8 é igual à figura 2, e assim sucessivamente, mantendo-se a regularidade dessa sequência, a figura 1257 é igual à figura:

#### **Comentários:**

Numa questão de raciocínio sequencial, precisamos identificar o padrão existente na sequência.



Nesse caso, o próprio examinador disse no enunciado que o padrão da sequência acontece a cada 06 blocos.

Portanto, precisamos verificar quantos blocos de 6 cabem em 1257, ok? E, para isso, basta dividir 1257 por 6. Vamos encontrar o seguinte:

$$1257 = 6 \cdot 209 + 3$$

A interpretação da expressão acima é que o padrão do bloco se repete 209 vezes e termina na **terceira forma geométrica**.

Não há teoria para as sequências geométricas, mas, em relação às numéricas, existem duas sequências que são bastante conhecidas nossas, são:

## **Progressão Aritmética e Progressão Geométrica**

Numa questão qualquer, ao observar uma sequência de números, tente, antes de quebrar a cuca, verificar se ela se refere ou a uma P.A. ou P.G. ok?

Vamos dar uma breve lembrada nessas duas importantíssimas sequências.

### **Progressão Aritmética X Progressão Geométrica**

Sabemos que os assuntos P.A. e P.G. são cobrados de forma muitas vezes simples e até com possíveis soluções sem fórmulas, certo?

Então, se você chegou até aqui e percebeu que não vai encarar as questões nas provas, simplesmente, por ter aversão em decorar fórmulas, atenção:

**SAIBAM, pelo menos, DIFERENCIAR UMA P.A. de uma P.G.**



***Na hora da prova, vale tudo, inclusive uma questão a mais... rrsrs. Quem já deixou de ser nomeado por conta de uma questão? Eu já...rrsrs... Então, se você, por acaso, se esqueceu da fórmula da soma dos termos de uma P.A. ou P.G. e tiver que somar 20 termos, jogue duro e some na munheca mesmo...na força bruta.***

Sabemos que uma **Progressão Aritmética** recebe esse nome pelo simples fato de a **média aritmética** de **termos equidistantes** ser igual ao **termo central**, ou seja, na sequência:



(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21)

$$\text{Veja que } \frac{3+7}{2} = 5$$

Observemos agora a **sequência**:

(1, 2, 4, 8, ...)

Vemos, tranquilamente, que a sucessão de números se dá de uma maneira diferente em relação à progressão aritmética, ok? Os números estão sempre dobrando em relação ao seu sucessor imediato.

Já nessa sequência numérica, a **média geométrica** de **termos equidistantes** é igual a **termo central**, veja que:

$$\sqrt{2 \cdot 8} = 4$$

Bem, já sabemos diferenciar uma P.A. de uma P.G.

Agora, vamos entrar nas especificidades da **Progressão Aritmética**

## Progressão Aritmética

### Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Para encontrarmos determinado termo numa P.A., basta apenas utilizarmos a fórmula do **Termo Geral** acima.

$a_n$  : Termo Geral (o termo que você quer encontrar)

$a_1$  : Primeiro Termo da P.A

$r$  : Razão da P.A.

Por exemplo:



$a_n = a_1 + (n - 1)r$	
$a_5$	$a_1 + 4r$
$a_8$	$a_1 + 7r$
$a_{16}$	$a_1 + 15r$

Mas, nem sempre, o enunciado da questão nos fornecerá o primeiro termo da P.A., e se ele pedir o 21º termo e tiver fornecido o 15º? E agora????

Ahhh, Allan, muito simples: basta resolver um "sisteminha" de equações e pronto...

Tem um caminho mais fácil, vejam:

Termo Geral P.A.				
$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$				
$a_5$	$a_1 + 4R$	$a_2 + 3R$	$a_3 + 2R$	$a_4 + 1R$
$a_8$	$a_1 + 7R$	$a_2 + 6R$	$a_3 + 5R$	$a_4 + 4R$
$a_{16}$	$a_1 + 15R$	$a_2 + 14R$	$a_3 + 13R$	$a_4 + 12R$

Vejam os índices que destaquei em vermelho, meus amigos.

*Perceberam algum padrão?*



Se eu quero o **5º termo**, eu posso encontrar de todas as maneiras acima. O importante é a soma dos índices em destaque ser justamente **5 (o termo a ser encontrado)**. Sacaram?

Nessa lógica, nem precisamos decorar a Fórmula do Termo Geral, concordam?

### Somas dos Termos de P.A.

Se você tivesse que somar de 1 a 100, qual seria o método mais simples e rápido?

**(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 95, 96, 97, 98, 99, 100)**

Com certeza não seria somando um a um.

Vejam que a soma dos extremos sempre nos dá o mesmo valor, ok?



$$(1 + 100) = (2 + 99) = (3 + 98) = \dots = 101$$

ESCLARECENDO!



Como são 100 números de 1 a 100 e estamos somando aos **pares**, logo, nossa conta rápida será:  $50 \cdot 101 = 5050$ .

Esse método funciona para qualquer P.A. Basta (somar o primeiro termo com o último) multiplicar o resultado pelo (total de termos) e (dividir o resultado por 2).

Portanto, nossa fórmula será:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

## Progressão Geométrica

### Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Para encontrarmos determinado termo numa P.G., basta apenas utilizarmos a fórmula do **Termo Geral** acima.

$a_n$  : Termo Geral (o termo que você quer encontrar)

$a_1$  : Primeiro Termo da P.G

$q$  : Razão da P.G.

Por exemplo:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
$a_5 = a_1 \cdot q^4$



$a_8$	$a_1 \cdot q^7$
$a_{16}$	$a_1 \cdot q^{15}$

Mas, nem sempre, o enunciado da questão nos fornecerá o primeiro termo da P.G., e se ele pedir o 21º termo e tiver fornecido o 15º? E agora????

Ahhh, Allan, muito simples: basta resolver um "sisteminha" de equações e pronto...

Tem um caminho mais fácil, vejam:

Termo Geral				
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$				
$a_5$	$a_1 \cdot q^4$	$a_2 \cdot q^3$	$a_3 \cdot q^2$	$a_4 \cdot q^1$
$a_8$	$a_1 \cdot q^7$	$a_2 \cdot q^6$	$a_3 \cdot q^5$	$a_4 \cdot q^4$
$a_{16}$	$a_1 \cdot q^{15}$	$a_2 \cdot q^{14}$	$a_3 \cdot q^{13}$	$a_4 \cdot q^{12}$

Vejam os índices que destaquei em vermelho, meus amigos.

*Perceberam algum padrão?*



Se eu quero o **5º termo**, eu posso encontrar de todas as maneiras acima. O importante é a soma dos índices em destaque ser justamente **5 (o termo a ser encontrado)**. Sacaram?

Nessa lógica, nem precisamos decorar a Fórmula do Termo Geral, concordam?

### Soma dos Termos de uma PG Finita:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Pessoal, vamos, já já, aplicar a fórmula nas questões, beleza?

Os elementos da fórmula nós já conhecemos.



## Soma dos Termos de uma PG Infinita

Como calcular algo infinito?

Bem, pessoal, esse é um caso específico de uma Progressão Geométrica Infinita e DECRESCENTE.

$$(1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, \dots)$$

O denominador vai crescendo de forma exponencial tornando a fração cada vez menor, dizemos (a grosso modo) que o limite tende a zero.

A principal característica de uma P.G. decrescente é ter uma razão no intervalo entre 0 e 1.

$$0 < \text{Razão } (q) < 1$$

Nesses casos, podemos determinar a Soma dos Termos dessa P.G., através da fórmula:

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

## Fórmulas P.A. / P.G.

ATENÇÃO  
DECORE!



	P. Aritmética	P. Geométrica
Termo Geral	$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
Soma dos Termos Finita/Limitada	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$	$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$



Soma dos Termos Infinita

Não Existe

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

## APOSTA ESTRATÉGICA

Pessoal, veremos com as resoluções a seguir que muitas questões de **Progressão Geométrica** poderão ser resolvidas sem o uso de fórmulas, exceto da **Soma dos Termos de uma P.G. Infinita**.

$$0 < \text{Razão } (q) < 1$$

Sendo assim, minha **Aposta Estratégica** nesse assunto será a **memorização** da fórmula que solucionará essas questões.

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

## QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.



Q.01 (VUNESP / Marília – SP / 2019)



Considere a sequência que foi criada com um padrão: (640, 320, 960, 240, 1200, 200, ...).

A diferença entre o 9º e o 8º termos é igual a

- a) 1200.
- b) 1300.
- c) 1400.
- d) 1500.
- e) 1600.

### Comentários:

Precisamos, muitas vezes, separar valores altos dos pequenos, assim vamos segmentar e entender melhor onde acontece o padrão.

(640, 320, 960, 240, 1200, 200, ...).

Percebemos que os valores em vermelhos estão sendo adicionados aos seus antecessores para achar o sucessor imediatamente subsequente. Já, os valores em azuis estão sempre diminuindo pela metade. Vejam:

(640, 320, 960, 240, 1200, 200, 1400, 180, 1580 ...).

Reduziu 80      Reduziu 40      Reduziu 20

Logo, o 9º termo (1580) menos o 8º termo (180) é igual a 1400.

Ou ainda, poderíamos analisar da seguinte forma:

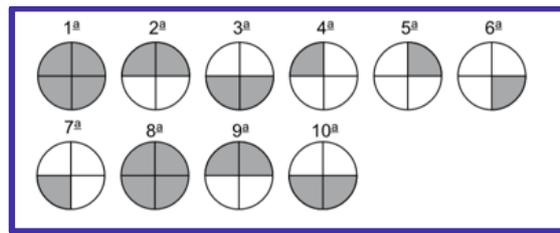
Subtraindo-se dois termos, temos o imediatamente anterior. O 9º termo menos o 8º será o 7º termo, e o 7º termo é a soma do 5º termo com o 6º, logo será 1400.

### Gabarito: C

### Q.02 (VUNESP / Pref. Campinas / 2019)

Analise a sequência de figuras a seguir.





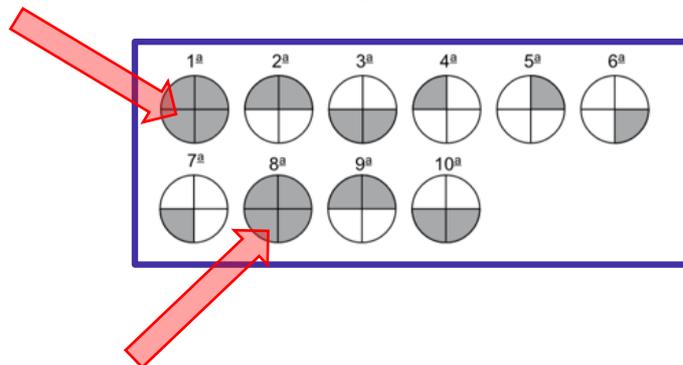
Admitindo que a regularidade dessa sequência permaneça para as figuras seguintes, é correto afirmar que a figura que ocupará a posição 108 é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

**Comentários:**

Precisamos identificar o padrão de repetição, a dica é:

Sempre procurem ver onde está a primeira figura da sequência:



Sacaram? A cada bloco de 7 figuras, temos um padrão.



Como a questão nos pede a figura de posição 108, vamos dividir 108 por 7, teremos:

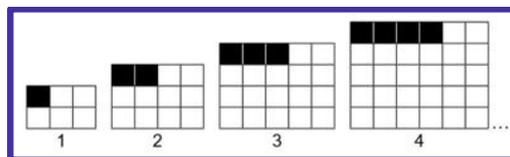
$$108 = 15 \cdot 7 + 3$$

Portanto, será a figura da 3ª posição que corresponde justamente ao resto da divisão inteira por 7.

**Gabarito: E**

**Q.03 (VUNESP / Pref. Estância Balneária – SP / 2019)**

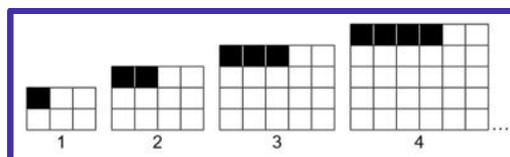
*Cada uma das quatro figuras da sequência a seguir é composta por quadrinhos brancos e pretos.*



*Se o padrão observado na formação dessa sequência se mantiver para as figuras seguintes, é correto afirmar que a quantidade de quadradinhos brancos na figura de número 31 deverá ser igual a:*

- a) 960.
- b) 961.
- c) 1 025.
- d) 1 026.
- e) 1 260.

**Comentários:**



O enunciado nos pede a quantidade de quadradinhos brancos da figura 31.

Uma coisa está clara:

*A quantidade de quadradinhos preto é igual a posição da figura, certo?*



Portanto, para achar os brancos vamos calcular o total de quadradinhos de cada figura e subtrair por sua posição. Vamos ao padrão isolado de cada figura:

Figura 01:  $3 \times 2 = 6$  quadradinhos, logo:  $6 - 1 = 5$  brancos

Figura 02:  $4 \times 3 = 12$  quadradinhos, logo:  $12 - 2 = 10$  brancos

Figura 03:  $5 \times 4 = 20$  quadradinhos, logo:  $20 - 3 = 17$  brancos

Vejam que a quantidade de quadradinhos nas linhas é igual a posição da figura +2, ok? E nas colunas sempre temos 1 quadradinho a menos, logo:

Figura 31:  $33 \times 32 = 1056 - 31 = 1025$  quadradinho brancos

**Gabarito: C**

**Q.04 (FGV / Pref. Municipal de Salvador / 2019)**

Certo arquiteto planejou colocar no aeroporto da cidade uma faixa muito comprida com as seguintes letras em sequência, mantendo sempre o mesmo padrão:

**SALVADORBAHIASALVADORBAHIASALVADORBA...**

A 500ª letra dessa sequência é

- a) A.
- b) L.
- c) D.
- d) S.
- e) V.

**Comentários:**

Já sabemos que nosso padrão acontece assim:

**SALVADORBAHIA**

Ou seja, a cada bloco de 13 letras.

Vamos ver quantos blocos de 13 cabem em 500, para isso, basta dividir 500 por 13:

$$500 = 38 \cdot 13 + 6$$

Ou seja: será nossa 6ª letra da sequência **SALVAD**D**ORBAHIA**



**Gabarito: D**

**Q.05 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) /2018)**

Uma sequência numérica tem seu termo geral representado por  $a_n$ , para  $n \geq 1$ . Sabe-se que  $a_1 = 0$  e que a sequência cujo termo geral é  $b_n = a_{n+1} - a_n$ ,  $n \geq 1$ , é uma progressão aritmética cujo primeiro termo é  $b_1 = 9$  e cuja razão é igual a 4.

O termo  $a_{1000}$  é igual a

a) 2.002.991.

b) 2.002.995.

c) 4.000.009.

d) 4.009.000.

e) 2.003.000.

**Comentários:**

Pessoal, essa é uma questão progressão aritmética.

Temos os seguintes dados:

$$b_n = a_{n+1} - a_n$$

$$b_1 = 9$$

$$\text{razão } b = r = 4$$

$$a_1 = 0$$

A questão pede  $a_{1000}$ . Vejam que **a** tem uma relação com **b**. Logo, a primeira coisa a ser feita é descobrir o padrão dessa relação.

$$b_n = a_{n+1} - a_n$$

$$b_1 = a_2 - a_1$$

$$a_2 = b_1 + a_1$$

$$a_2 = 9 + 0$$

$$a_2 = 9$$

Utilizando a fórmula do termo geral de uma progressão aritmética podemos achar  $b_2$ .



$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$b_2 = b_1 + (2 - 1) \cdot r$$

$$b_2 = 9 + (2 - 1) \cdot 4$$

$$b_2 = 13$$

De posse dos valores de  $b_2$  e  $a_2$ , podemos achar  $a_3$ .

$$a_3 = b_2 + a_2$$

$$a_3 = 13 + 9$$

$$a_3 = 22$$

Utilizando novamente a fórmula do termo geral da progressão aritmética podemos achar o valor de  $b_3$ .

$$b_3 = b_1 + (3 - 1) \cdot 4$$

$$b_3 = 9 + 2 \cdot 4$$

$$b_3 = 17$$

De posse dos valores de  $b_3$  e  $a_3$ , podemos achar  $a_4$ .

$$a_4 = b_3 + a_3$$

$$a_4 = 17 + 22$$

$$a_4 = 39$$

O valor de  $b_4$  será

$$b_4 = b_1 + (4 - 1) \cdot 4$$

$$b_4 = 9 + 3 \cdot 4$$

$$b_4 = 21$$

Portanto, as duas sequências são as seguintes:

$$b_n = (9, 13, 17, 21, \dots)$$

$$a_n = (0, 9, 22, 39, \dots)$$



Vejam que os valores de **a** são obtidos pela soma dos valores anteriores de **b**. Logo, o valor de  $a_{1000}$  será a soma dos 999 primeiros termos de **b**. Desta forma, temos que calcular a  $S_{999}$  de **b**.

A fórmula da soma de termos de uma progressão aritmética é a seguinte:

$$S_n = \frac{(b_1 + b_n) \cdot n}{2}$$

$$S_{999} = \frac{(b_1 + b_{999}) \cdot 999}{2}$$

Temos que descobrir o valor de  $b_{999}$ .

$$b_{999} = b_1 + (999 - 1) \cdot 4$$

$$b_{999} = 9 + 998 \cdot 4$$

$$b_{999} = 9 + 3.992$$

$$b_{999} = 4.001$$

Agora é só achar a  $S_{999}$  que já teremos o valor de  $a_{1000}$ .

$$S_{999} = \frac{(9 + 4.001) \cdot 999}{2}$$

$$S_{999} = \frac{4.010 \cdot 999}{2}$$

$$S_{999} = 2.005 \cdot 999$$

$$S_{999} = 2.002.995 = a_{1000}$$

**Gabarito: B**

#### **Q.06 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / "Sem Área" / 2018)**

**Para obter uma amostra de tamanho 1.000 dentre uma população de tamanho 20.000, organizada em um cadastro em que cada elemento está numerado sequencialmente de 1 a 20.000, um pesquisador utilizou o seguinte procedimento:**

**I - calculou um intervalo de seleção da amostra, dividindo o total da população pelo tamanho da amostra:  $20.000/1.000 = 20$ ;**

**II - sorteou aleatoriamente um número inteiro, do intervalo [1, 20]. O número sorteado foi 15; desse modo, o primeiro elemento selecionado é o 15º;**



III - a partir desse ponto, aplica-se o intervalo de seleção da amostra: o segundo elemento selecionado é o 35° (15+20), o terceiro é o 55° (15+40), o quarto é o 75° (15+60), e assim sucessivamente.

O último elemento selecionado nessa amostra é o

a) 19.997°.

b) 19.995°.

c) 19.965°.

d) 19.975°.

e) 19.980°.

### Comentários:

Essa é uma questão de Progressão Aritmética (PA). Temos que obter uma amostra de 1.000 elementos em uma população de tamanho 20.000. Essa população está enumerada de 1 a 20.000. os procedimentos foram os seguintes:

I) dividiu a população por 1.000

$$\frac{20.000}{1.000} = 20$$

II) em um intervalo [1, 20] foi escolhido o 15° elemento. Esse será o primeiro elemento da sequência de 1.000 que iremos escolher para compor a amostra.

III) depois de achar o primeiro elemento, os demais foram encontrados da seguinte forma:

Segundo = 35° (15+20)

Terceiro = 55° (15+40)

Quarto = 75° (15+60)

....

Agora temos que descobrir qual será o último termo a ser selecionada para amostra. Para isso, temos que descobrir qual a razão da PA.

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_2 = a_1 + (2 - 1).r$$



Sendo,

$$a_1 = 15$$

$$a_2 = 35$$

$$35 = 15 + r$$

$$r = 20$$

Sabendo o valor da razão, iremos descobrir  $a_{1000}$ .

$$a_{1000} = a_1 + (1000 - 1) \cdot 20$$

$$a_{1000} = 15 + 999 \cdot 20$$

$$a_{1000} = 15 + 19.980$$

$$a_{1000} = 19.995$$

**Gabarito: B**

**Q.07 (CESGRANRIO / TRANSPETRO/Comercialização e Logística Júnior /2018)**

*O número de passageiros que uma empresa de transporte aéreo tem transportado para uma petroleira vem diminuindo, segundo o padrão apresentado na Tabela a seguir:*

Ano	Número de passageiros transportados por ano
2014	10.000
2015	9.600
2016	9.200
2017	8.800

*Supondo-se que esse padrão se mantenha, a previsão para a quantidade total de passageiros transportados por essa empresa, no período de 2014 a 2025, contando-se com os anos 2014 e 2025, será igual a*

- a) 86.400.
- b) 93.600.
- c) 103.800.
- d) 172.800.
- e) 187.200.

**Comentários:**



Pessoal, essa é uma questão de PA e como podemos perceber na tabela fornecida que razão da PA é negativa, pois o número passageiro diminui -400 a cada ano. A banca quer saber o total de passageiro entre os anos de 2014 a 2025. Nesse período temos 12 anos  $((2025 - 2014) + 1 = 12)$ .

Primeiro temos que descobrir qual é o  $a_{12}$ .

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_{12} = a_1 + (12 - 1).r$$

Onde,

$$a_1 = 10.000$$

$$r = - 400$$

$$a_{12} = 10.000 + 11.(-400)$$

$$a_{12} = 10.000 - 4400$$

$$a_{12} = 5.600$$

De posse do valor de  $a_{12}$  utilizamos a equação da soma dos termos de uma PA para descobrir o número de passageiros.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}).12}{2}$$

$$S_{12} = \frac{(10.000 + 5.600).12}{2}$$

$$S_{12} = 15.600 . 6$$

$$S_{12} = 93.600$$

**Gabarito: B**

#### **Q.08 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / Comércio e Suprimento/2018)**

**O número de equipamentos vendidos por uma empresa vem aumentando a uma taxa de crescimento constante nos últimos anos, conforme mostra a Tabela a seguir.**



Ano	Número de equipamentos vendidos por ano
2014	10.000
2015	12.000
2016	14.400
2017	17.280

A empresa precisa programar-se para que sua produção possa atender às demandas futuras, caso essa tendência se mantenha.

Assim, considerando-se 2,5 como aproximação para  $1,2^5$ , e mantida a taxa de crescimento observada, o número mais próximo para a previsão de vendas de todo o período de 2014 a 2023, em milhares de equipamentos, contando, inclusive, com as vendas de 2014 e 2023, é igual a

- a) 156,2.
- b) 162,5.
- c) 190,0.
- d) 262,5.
- e) 285,2.

#### Comentários:

Essa é uma questão de Progressão Geométrica (PG). A banca quer saber o número de vendas do período **de** 2014 **a** 2023. Ele ainda deu a dica para o candidato **incluir os extremos**. Ok?

Nesse caso, são 10 anos (2023 – 2014) + 1 = **10 anos**.

Para encontrar a razão utilizamos a equação do termo geral da PG.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_2 = a_1 \cdot q^{2-1}$$

Sendo:

$$a_1 = 10.000$$

$$a_2 = 12.000$$

$$12.000 = 10.000 \cdot q$$

$$q = \frac{12.000}{10.000} = 1,2$$



Sabendo essa razão utilizamos a **equação da soma de termos** de uma PG e com isso encontrar o número de vendas no período.

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Onde:

$$a_1 = 10.000$$

$$q = \text{razão da PG} = 1,2$$

$$n = 10$$

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot (1,2^{10} - 1)}{1,2 - 1}$$

Na questão temos que  $2,5 = 1,2^5$ .

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot ((1,2^5)^2 - 1)}{0,2}$$

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot (2,5^2 - 1)}{0,2}$$

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot (6,25 - 1)}{0,2}$$

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot 5,25}{0,2}$$

$$S_{10} = 262.500$$

Pelo fato de a pergunta ter sido feita em milhares, então, na resposta a banca colocou os valores divididos por 1.000. Portanto, **262,5**.

**Gabarito: D**

#### **Q.09 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / Transporte Marítimo/2018**

**Sabe-se que, em uma determinada progressão geométrica, a razão é 0,8. Se o quinto termo é 4.096; então, o Limite da Soma dos "n" primeiros dessa P.G., quando n tende a infinito, é igual a**



- a) 10.000.
- b) 20.000.
- c) 30.000.
- d) 40.000.
- e) 50.000.

**Comentários:**

Pessoal, a banca quer saber a soma dos termos da PG quando "n" tende ao infinito. Foram dadas as seguintes informações:

$$q = 0,8$$

$$a_5 = 4.096$$

Como temos que descobrir a soma dos termos da PG e foi dado o quinto termo, teremos que encontrar o primeiro termo. Para isso, utilizaremos a equação do termo geral de uma PG é dada por:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1}$$

$$4.096 = a_1 \cdot 0,8^4$$

Podemos rescrever essa equação da seguinte forma:

$$4.096 = a_1 \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^4$$

$$4.096 = a_1 \cdot \frac{4.096}{10.000}$$

$$a_1 = 10.000$$

A soma dos infinitos termos de uma PG com razão entre 0 e 1 é dada por:

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$



$$S = \frac{10.000}{1 - 0,8}$$

$$S = \frac{10.000}{0,2}$$

$$S = 50.000$$

**Gabarito: E**

**Q.10 (CEBRASPE / TJ – PA / 2020)**

No dia 1.º de janeiro de 2019, uma nova secretaria foi criada em certo tribunal, a fim de receber todos os processos a serem protocolados nessa instituição. Durante o mês de janeiro de 2019, 10 processos foram protocolados nessa secretaria; a partir de então, a quantidade mensal de processos protocolados na secretaria durante esse ano formou uma progressão geométrica de razão igual a 2.

Nessa situação hipotética, a quantidade de processos protocolados nessa secretaria durante os meses de junho e julho de 2019 foi igual a

- a) 320.
- b) 480.
- c) 640.
- d) 960.
- e) 1.270.

**Comentários:**

Vamos fazer a questão sem o uso de fórmulas, ok? Será bem mais fácil. Mas, de toda forma, pratiquem usando a [Fórmula do Termo Geral](#), também.

**Sem Fórmulas:**

Você precisa saber o que fazer com essa **razão 2**, ok? Foi por isso que eu falei na aula da importância de saber diferenciar a PA da PG. Sabemos que a razão 2 serve para dobrar um termo para determinar o seu sucessor imediato, então lá vá:

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO
10	20	40	80	160	320	640	1280

Como o enunciado pede a soma dos meses de **Junho (320)** e **Julho (640)**, temos: **960**

**Gabarito: D**

**Q.11 (FCC / TRF 3ª Região / 2019)**



Um carro percorreu 3.000 km. A cada dia de viagem, a partir do primeiro, ele dobrou a distância percorrida no dia anterior. Se ele finalizou a viagem em quatro dias, a distância percorrida, em quilômetros, no primeiro dia foi de

- a) 100
- b) 200
- c) 150
- d) 250
- e) 300

**Comentários:**

Meus caros, percebam que ele nos forneceu a soma das distâncias percorridas nos 4 dias, 3000km ok? A outra informação dada foi em relação da distância percorrida a cada dia com o dia anterior. O dobro. Sendo assim, vamos sugerir que no 1º dia ele tenha percorrido "k" quilômetros, logo:

DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	TOTAL 3000km
k	2k	4k	8k	15k

A soma de todas as distâncias percorridas em função de "k" é 15k e em quilômetros é de 3000km. Agora, basta igualarmos:

$$15 k = 3000$$
$$k = 200$$

Sendo "k" a distância percorrida no 1º dia, nossa resposta é 200km.

**Gabarito: B**

**Q.12 (FCC / TRT 6ª Região / 2018)**

Murilo planeja percorrer 90 km em 4 dias de caminhada. Ele vai percorrer, em cada um dos últimos três dias, o dobro da distância que percorreu no dia anterior. A diferença entre o total da distância que Murilo percorrerá no primeiro e quarto dias com o total da distância que percorrerá no segundo e terceiro dias será igual a

- a) 18 km
- b) 21 km
- c) 28 km.
- d) 14 km
- e) 24 km.

**Comentários:**

Ops!!! Leia não. Tente fazer sem o uso das fórmulas. Essa questão é bem parecida com a anterior.

DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	TOTAL
-------	-------	-------	-------	-------



				90km
k	2k	4k	8k	15k

$$15k = 90$$
$$k = 6, \text{ logo:}$$

DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	TOTAL
6	12	24	48	90

A diferença entre o total da distância que Murilo percorrerá no primeiro (6) e quarto (48) dias com o total da distância que percorrerá no segundo (12) e terceiro (24) dias será igual a:

$$= 6 + 48 - (12 + 24) =$$
$$= 54 - 36 =$$
$$= 18 =$$

**Gabarito: A**

## LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

**Q.01 (VUNESP / Marília – SP / 2019)**

Considere a sequência que foi criada com um padrão: (640, 320, 960, 240, 1200, 200, ...).

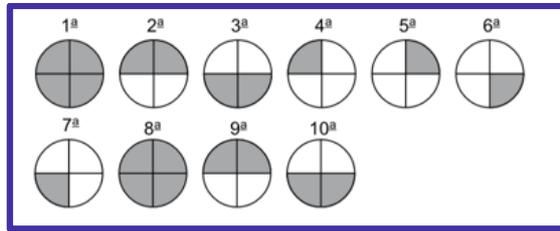
A diferença entre o 9º e o 8º termos é igual a

- a) 1200.
- b) 1300.
- c) 1400.
- d) 1500.
- e) 1600.

**Q.02 (VUNESP / Pref. Campinas / 2019)**



Analise a sequência de figuras a seguir.

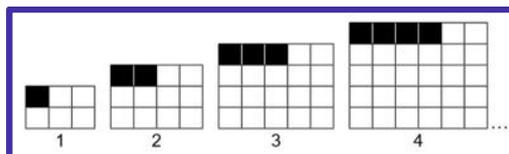


Admitindo que a regularidade dessa sequência permaneça para as figuras seguintes, é correto afirmar que a figura que ocupará a posição 108 é:

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Q.03 (VUNESP / Pref. Estância Balneária – SP / 2019)

Cada uma das quatro figuras da sequência a seguir é composta por quadrinhos brancos e pretos.



Se o padrão observado na formação dessa sequência se mantiver para as figuras seguintes, é correto afirmar que a quantidade de quadrinhos brancos na figura de número 31 deverá ser igual

- a) 960.



- b) 961.
- c) 1 025.
- d) 1 026.
- e) 1 260.

**Q.04 (FGV / Pref. Municipal de Salvador / 2019)**

Certo arquiteto planejou colocar no aeroporto da cidade uma faixa muito comprida com as seguintes letras em sequência, mantendo sempre o mesmo padrão:

SALVADORBAHIASALVADORBAHIASALVADORBA...

A 500ª letra dessa sequência é

- a) A.
- b) L.
- c) D.
- d) S.
- e) V.

**Q.05 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) /2018)**

Uma sequência numérica tem seu termo geral representado por  $a_n$ , para  $n \geq 1$ . Sabe-se que  $a_1 = 0$  e que a sequência cujo termo geral é  $b_n = a_{n+1} - a_n$ ,  $n \geq 1$ , é uma progressão aritmética cujo primeiro termo é  $b_1 = 9$  e cuja razão é igual a 4.

O termo  $a_{1000}$  é igual a

- a) 2.002.991.
- b) 2.002.995.
- c) 4.000.009.
- d) 4.009.000.
- e) 2.003.000.

**Q.06 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) /"Sem Área"/2018)**

Para obter uma amostra de tamanho 1.000 dentre uma população de tamanho 20.000, organizada em um cadastro em que cada elemento está numerado sequencialmente de 1 a 20.000, um pesquisador utilizou o seguinte procedimento:

I - calculou um intervalo de seleção da amostra, dividindo o total da população pelo tamanho da amostra:  $20.000/1.000 = 20$ ;

II - sorteou aleatoriamente um número inteiro, do intervalo  $[1, 20]$ . O número sorteado foi 15; desse modo, o primeiro elemento selecionado é o 15º;



III - a partir desse ponto, aplica-se o intervalo de seleção da amostra: o segundo elemento selecionado é o  $35^\circ$  ( $15+20$ ), o terceiro é o  $55^\circ$  ( $15+40$ ), o quarto é o  $75^\circ$  ( $15+60$ ), e assim sucessivamente.

O último elemento selecionado nessa amostra é o

- a) 19.997°.
- b) 19.995°.
- c) 19.965°.
- d) 19.975°.
- e) 19.980°.

#### Q.07 (CESGRANRIO / TRANSPETRO/Comercialização e Logística Júnior /2018)

O número de passageiros que uma empresa de transporte aéreo tem transportado para uma petroleira vem diminuindo, segundo o padrão apresentado na Tabela a seguir:

Ano	Número de passageiros transportados por ano
2014	10.000
2015	9.600
2016	9.200
2017	8.800

Supondo-se que esse padrão se mantenha, a previsão para a quantidade total de passageiros transportados por essa empresa, no período de 2014 a 2025, contando-se com os anos 2014 e 2025, será igual a

- a) 86.400.
- b) 93.600.
- c) 103.800.
- d) 172.800.
- e) 187.200.

#### Q.08 (CESGRANRIO / TRANSPETRO) /Comércio e Suprimento/2018

O número de equipamentos vendidos por uma empresa vem aumentando a uma taxa de crescimento constante nos últimos anos, conforme mostra a Tabela a seguir.



Ano	Número de equipamentos vendidos por ano
2014	10.000
2015	12.000
2016	14.400
2017	17.280

A empresa precisa programar-se para que sua produção possa atender às demandas futuras, caso essa tendência se mantenha.

Assim, considerando-se 2,5 como aproximação para  $1,2^5$ , e mantida a taxa de crescimento observada, o número mais próximo para a previsão de vendas de todo o período de 2014 a 2023, em milhares de equipamentos, contando, inclusive, com as vendas de 2014 e 2023, é igual a

- a) 156,2.
- b) 162,5.
- c) 190,0.
- d) 262,5.
- e) 285,2.

#### Q.09 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / Transporte Marítimo/2018)

Sabe-se que, em uma determinada progressão geométrica, a razão é 0,8. Se o quinto termo é 4.096; então, o Limite da Soma dos "n" primeiros dessa P.G., quando n tende a infinito, é igual a

- a) 10.000.
- b) 20.000.
- c) 30.000.
- d) 40.000.
- e) 50.000.

#### Q.10 (CEBRASPE / TJ – PA / 2020)

No dia 1.º de janeiro de 2019, uma nova secretaria foi criada em certo tribunal, a fim de receber todos os processos a serem protocolados nessa instituição. Durante o mês de janeiro de 2019, 10 processos foram protocolados nessa secretaria; a partir de então, a quantidade mensal de processos protocolados na secretaria durante esse ano formou uma progressão geométrica de razão igual a 2.

Nessa situação hipotética, a quantidade de processos protocolados nessa secretaria durante os meses de junho e julho de 2019 foi igual a



- a) 320.
- b) 480.
- c) 640.
- d) 960.
- e) 1.270.

**Q.11 (FCC / TRF 3ª Região / 2019)**

Um carro percorreu 3.000 km. A cada dia de viagem, a partir do primeiro, ele dobrou a distância percorrida no dia anterior. Se ele finalizou a viagem em quatro dias, a distância percorrida, em quilômetros, no primeiro dia foi de

- a) 100
- b) 200
- c) 150
- d) 250
- e) 300

**Q.12 (FCC / TRT 6ª Região / 2018)**

Murilo planeja percorrer 90 km em 4 dias de caminhada. Ele vai percorrer, em cada um dos últimos três dias, o dobro da distância que percorreu no dia anterior. A diferença entre o total da distância que Murilo percorrerá no primeiro e quarto dias com o total da distância que percorrerá no segundo e terceiro dias será igual a

- a) 18 km
- b) 21 km
- c) 28 km.
- d) 14 km
- e) 24 km.

**Gabarito**



<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>8</u>	<u>9</u>	<u>10</u>
C	E	C	D	B	B	B	D	E	D
<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>	<u>20</u>
B	A	*	*	*	*	*	*	*	*





# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



**1** Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



**2** Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



**3** Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



**4** Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



**5** Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



**6** Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



**7** Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



**8** O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.