

## **Aula 00**

*CBM-MG (Soldado) Passo Estratégico de  
Matemática - 2022 (Pré-Edital)*

Autor:

**Allan Maux Santana**

21 de Novembro de 2021

## RAZÃO / PROPORÇÃO / REGRA DE TRÊS

### Sumário

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| Apresentação .....                                                | 2  |
| O que é o Passo Estratégico? .....                                | 3  |
| Análise Estatística .....                                         | 4  |
| O que é mais cobrado dentro do assunto:.....                      | 4  |
| Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque ..... | 5  |
| Razão e Proporção.....                                            | 5  |
| Escala .....                                                      | 9  |
| Regra de Três Simples e Composta .....                            | 10 |
| Dízimas Periódicas .....                                          | 13 |
| Questões estratégicas.....                                        | 14 |
| Lista de Questões Estratégicas .....                              | 24 |
| Gabarito .....                                                    | 27 |



## APRESENTAÇÃO

Olá!

Sou o professor **Allan Maux** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de **exatas**.

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

*Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, **aprovado em 2º lugar** no concurso de 2011.*

*Sou formado em matemática e tenho **pós-graduação em direito tributário municipal**.*

*Fui, por 05 anos, **Secretário de Fazenda do Município de Petrolina**, período no qual participei da comissão que elaborou o **novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento**, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

*Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.*

*Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.*

*Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 12k.*

*Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.*

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do “Passo”, porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!



**Prof. Allan Maux**



## O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

- a) orientar revisões eficientes;
- b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

- a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;
- b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

### Seu cantinho de estudos famoso!

Poste uma foto do seu cantinho de estudos nos stories do Instagram e nos marque:



[@passoestrategico](https://www.instagram.com/passoestrategico)

Vamos repostar sua foto no nosso perfil para que ele fique famoso entre milhares de concurseiros!



## ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos no nosso curso – quanto maior o percentual de cobrança de um dado assunto, maior sua importância:

| ASSUNTO                                                                  | Incidência |
|--------------------------------------------------------------------------|------------|
| OPERAÇÕES C/ NÚMEROS REAIS / MÚLTIPLOS / DIVISORES / MMC E MDC           | 27,6%      |
| RAZÃO / PROPORÇÃO / REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA                     | 17,2%      |
| PROGRESSÃO ARITMÉTICA / PROGRESSÃO GEOMÉTRICA                            | 12,9%      |
| TEORIA DOS CONJUNTOS / PERTINÊNCIA / INCLUSÃO / IGUALDADE                | 10,3%      |
| ANÁLISE COMBINATÓRIA                                                     | 9,5%       |
| SISTEMAS E EQUAÇÕES DO 1º E 2º GRAUS / RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES - PROBLEMA | 7,8%       |
| PROBABILIDADE                                                            | 4,3%       |
| ESTUDO DAS FUNÇÕES                                                       | 4,3%       |
| PORCENTAGEM                                                              | 3,4%       |
| NOCÕES DE GEOMETRIA / SISTEMA DE MEDIDAS / TRIGONOMETRIA                 | 1,8%       |
| MATRIZES / DETERMINANTES / SISTEMAS LINEARES                             | 0,9%       |
| TOTAL                                                                    | 100,0%     |

A nossa vantagem, no curso de EXATAS, é de termos um perfil muito semelhante nas questões das mais diversas bancas analisadas, ou seja, não importa de onde vem a questão, faça e você estará preparado para a guerra, independentemente de quem elaborou sua prova, ok?

Na realidade, os assuntos **Razão** e **Proporção** estão dentro das questões de **Regra de Três Simples e Composta**.

### O que é mais cobrado dentro do assunto:

| RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES / RAZÃO / PROPORÇÃO | GRAU DE INCIDÊNCIA |
|---------------------------------------------------------------|--------------------|
| RAZÃO / PROPORÇÃO / DÍZIMAS                                   | 70,0%              |
| PROPORCIONALIDADE / REGRA DE TRÊS                             | 30,0%              |
| TOTAL                                                         | 100,0%             |



## ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

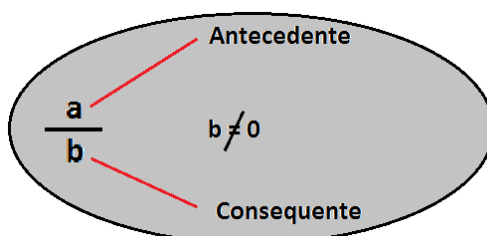
Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

### Razão e Proporção

#### RAZÃO

É o quociente (divisão) de dois valores (números racionais) de uma mesma grandeza, que são chamados de antecedentes e consequentes.

A ideia da “razão” entre duas grandezas é a de poder **compará-las entre si**, ou seja, o quanto uma é da outra.



O numerador é o termo antecedente;

O denominador é o termo consequente.

Vejamos um exemplo:

Em determinado concurso, dos 40 aprovados apenas 8 foram nomeados.

***Dessa forma, qual é a razão entre os candidatos nomeados e os aprovados?***

**Resposta:**

Para saber qual é a razão entre esses valores, basta dividir a quantidade **total de nomeados** pelo **total de aprovados**:



$$\frac{8}{40} = 0,2$$
$$= 20\% =$$

Ou seja, para cada 40 aprovados, apenas 8 serão nomeados (ou para cada 1 aprovado, apenas 0,2 será nomeado).



*Interessante é que você fique atento à ordem na qual a questão te pedirá o cálculo da razão. Você deverá seguir a ordem escrita, percebam que, no exemplo acima, a razão foi entre a quantidade de nomeados e o total de aprovados e não o inverso, que também poderia ser pedido.*

## PROPORÇÃO

Quando comparamos várias **razões** e elas determinam entre si um mesmo quociente, dizemos, portanto que elas são **proporcionais** ou que obedecem a **mesma proporção**.



Uma proporção nada mais é do que uma igualdade entre mais de duas razões.

### ***Vejamos um exemplo:***

Em dois concursos distintos, João acertou 80 questões de 120 e Mário acertou 60 de 90 questões. É possível dizer que essas razões são proporcionais, ou seja, que elas representam um mesmo quociente (ou que representam a mesma parte de um todo)?

### **Será que os dois candidatos possuem o mesmo percentual de acertos?**

Há algumas formas de viabilizarmos esse entendimento, meus caros!! Então vejamos:

### ***Resposta:***

Primeiramente, vamos verificar se os quocientes das duas razões são iguais, requisito para termos uma proporcionalidade.



João acertou a razão de:  $\frac{80}{120}$ . Se, simplificarmos tanto o numerador quanto o denominador por 40, teremos  $\frac{2}{3}$ .

Por seu turno, Mário acertou a razão de:  $\frac{60}{90}$ . Se, simplificarmos tanto o numerador quanto o denominador por 30, teremos  $\frac{2}{3}$ . Portanto, podemos afirmar que existe proporcionalidade entre as razões. Elas representam uma mesma parte de todos diferentes, ok?

Uma outra forma de verificarmos se existe proporcionalidade entre as razões é calculando o **produto dos meios pelos extremos**. Vejam: primeiramente, precisamos igualar as duas razões:

$$\begin{aligned}\frac{80}{120} &= \frac{60}{90} \\ &= 80 \cdot 90 = 60 \cdot 120 = \mathbf{720}\end{aligned}$$

Como o produto dos meios (120 e 60) é igual ao produto dos extremos (80 e 90), temos que existe a proporcionalidade entre as razões.

Vejam como a banca **FGV** já cobrou esse tema:

**(FGV / Pref. Municipal de Angra dos Reis-RJ / 2019)**

Três impressoras iguais, trabalhando juntas, imprimiram todas as provas de um concurso em 12 horas.

Quatro dessas impressoras, trabalhando juntas, realizariam o mesmo trabalho em:

**Comentários:**

Os assuntos Razão e Proporção são bastante cobrados com Regra de Três. Estamos diante, na questão, do assunto Regra de Três Simples, que iremos estudar já já, ok? Mas, de toda forma, vamos dar uma solução para a questão:

| <b>IMPRESSORAS</b> | <b>TEMPO (h)</b> |
|--------------------|------------------|
| <b>3</b>           | <b>12</b>        |
| <b>4</b>           | <b>X</b>         |



Precisamos agora identificar a relação entre as grandezas, certinho?

Ao aumentarmos o número de impressoras, o tempo para conclusão do mesmo serviço, obviamente, diminuirá, com isso, dizemos que as duas grandezas são inversamente proporcionais. Logo, a solução será encontrada invertendo a razão entre a quantidade de impressoras da seguinte forma:

$$\frac{4}{3} = \frac{12}{x}$$

Fazendo produto dos meios igual ao dos extremos, temos:

$$4X = 36$$

$$X = 09 \text{ horas}$$

**Gabarito: 9 horas**

Vamos ver como a VUNESP cobrou o assunto numa prova realizada para o certame da Prefeitura Municipal de Ilhabela-SP, em 2020.

*Um grupo de 612 recenseadores serão divididos em duas equipes, rural e urbana, de maneira que a razão entre o número de recenseadores da equipe rural para o número de recenseadores da equipe urbana seja 7/11. O número de recenseadores que estarão na equipe urbana é:*

**Comentários:**

A forma mais prática de resolver essa questão sem precisar montar equações é o candidato entender que a cada grupo 18 recenseadores (7 + 11), **7 são rurais e 11 são urbanos**.

Portanto, como temos 612 recenseadores, logo teremos 34 (612 dividido por 18) grupos de 18 recenseadores. Assim:

$$34 \times 11 = 374 \text{ recenseadores urbanos; e}$$

$$34 \times 7 = 238 \text{ recenseadores rurais.}$$



**Gabarito: 374**

Coloquei questões de bancas diferentes para que o candidato perceba que a abordagem do assunto não muda de uma para outra, no entanto, o que será alterado entre concursos diferentes será a incidência de cada assunto. Ok?

Sendo assim, ao estudar o assunto de cada aula, não se preocupe se a questão é da banca A, B ou C, mas sim em entender o tema.

## Escala

Escala, meu povo, nada mais é do que uma **comparação entre duas medidas**; basicamente, entre a **distância no mapa** e a **distância real**.

Não precisamos decorar fórmulas para irmos à prova.

Ao vermos a escala, por exemplo de **1 : 15**, temos que a medida real deverá ser dividida **por 15** para ser representada no papel, **simples e intuitivo**.

### Exemplo:

*Em uma de suas viagens, um turista comprou uma lembrança de um dos monumentos que visitou. Na base do objeto há informações dizendo que se trata de uma peça em escala*

*1 : 400, e que seu volume é de 25 cm<sup>3</sup>.*

O volume do monumento original, em metro cúbico, é de:

Percebam que a questão nos forneceu a escala de **1:400** e o **volume da peça**.

E é aqui onde os erros acontecem, a **escala**, quando utilizada em **volume**, deverá ser **aplicada 3 vezes**, ou para **ampliar** ou **reduzir**, por ser tridimensional.

Você poderia e deveria usar a **escala apenas uma vez** se o cálculo fosse relativo a **unidade linear**. Se o cálculo fosse relativo à unidade de **área** você deve utilizar a escala **duas** vezes. Tenham muita atenção nisso!! POR FAVOR, **NÃO ERREM!!!!!!**

*A Solução Correta seria:  $25 \times 400 \times 400 \times 400 = 1.600.000.000 \text{ cm}^3$ . Vejam que eu multipliquei o valor 25 por 400 três vezes. E eu multipliquei, e não dividi, porque a questão pede o tamanho real e nos foi dado o tamanho da réplica.*



## Regra de Três Simples e Composta

A Regra de Três é muito usada por nós, frequentemente, em nosso dia a dia, principalmente quando se trata de dinheiro. A Regra de Três nada mais é do que comparações que fazemos entre as Grandezas, que é tudo aquilo que pode ser mensurado, comparado ou contado. Quando você faz uma viagem, a regra de três que mais usamos envolvem três grandezas:

### Velocidade, Tempo e Distância.

A depender das grandezas que são comparadas, elas podem ser classificadas como **diretamente** ou **inversamente proporcionais**.

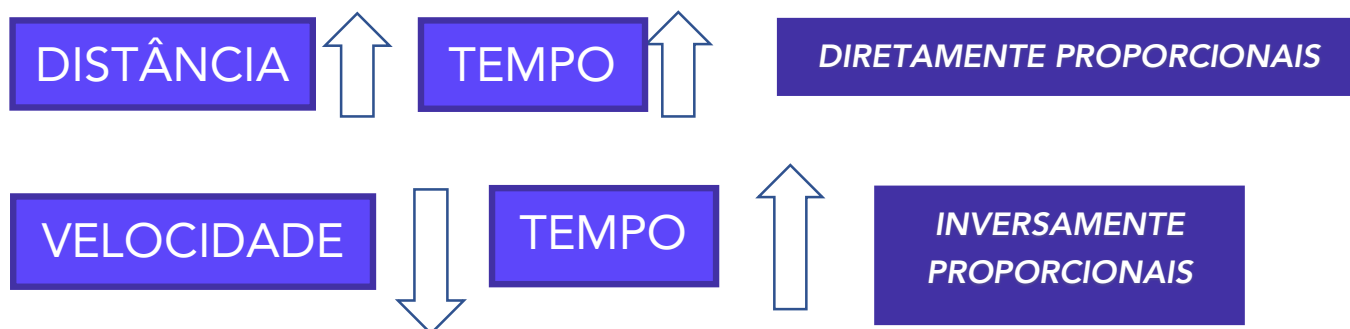
Por exemplo, gente:

Se aumentarmos a **velocidade** do veículo, o tempo para **chegarmos** ao nosso destino diminuirá, de maneira **proporcional**, só que de forma **inversa**.

▪

Fica claro para você que se eu **dobrar** a **velocidade**, o **tempo** para chegar ao destino será reduzido à **metade**? Sim, professor, mas é claro! Pronto, então você entendeu.

Então, Professor, quer dizer que se eu aumentar a **distância** a ser percorrida, o **tempo** para chegar ao meu destino irá **aumentar**, e aí como as duas grandezas aumentam na mesma proporção, eles serão chamadas de grandezas **diretamente proporcionais**? Isso mesmo, meu amigo, agora está claro perfeitamente que você entendeu tudo...;)



A **Regra de Três Composta**, assim como a simples, é um processo matemático para resolução de problemas que envolvem três grandezas ou mais, portanto a única diferença entre elas é essa.

O método de resolução das questões é o mesmo, então vamos dar uma olhada num exemplo. Ok?

**Exemplo:**

*Vamos nós! Suponha que você, neste exato momento, esteja estudando matemática (rsrs) e que você consegue resolver 4 questões a cada 1 hora. Agora, eu te pergunto: se eu aumentasse o nível de dificuldade das questões para o dobro, quantas questões você iria resolver em 5 horas?*

Gente, é o seguinte:

O raciocínio empregado nessa resolução servirá para qualquer uma outra. Você deverá, apenas, ter o cuidado em classificar as grandezas em diretamente ou inversamente proporcionais. Sim, antes que eu me esqueça, vou logo dizendo a vocês que não uso aquele método com setas para cima e para baixo, portanto esqueça isso aí, complica demais, irei usá-las apenas para indicação gráfica do problema. É o seguinte:

**1º passo:** você deve identificar as grandezas que foram citadas na questão:



**2º passo:** vamos, agora, comparar as grandezas e descobrir se elas são diretamente ou inversamente proporcionais. Detalhe, pessoal, a comparação deverá, necessariamente, ser feita sempre com aquela grandeza que você quer achar, em nosso caso essa grandeza é a quantidade de questões. Ok?

Se a quantidade de questões aumentar, então o tempo para resolvê-las também aumentará, logo essas duas grandezas entre si são diretamente proporcionais. Ok?



Se o nível de dificuldade aumentar, logicamente que a quantidade de questões que você conseguirá fazer será reduzida, logo essas duas grandezas entre si são inversamente proporcionais. Ok?



*Vamos concluir a resolução, espero que vocês estejam compreendendo os detalhes.*

|                        |           |                      |
|------------------------|-----------|----------------------|
| D.P                    | D.P       | I.P                  |
| Quantidade de questões | Tempo (h) | Nível de Dificuldade |
| 4                      | 1         | 1                    |
| X                      | 5         | 2                    |

Pessoal, é o seguinte:

*Coloquei D.P. para as grandezas diretamente proporcionais e I.P. para as inversamente proporcionais em relação à grandeza quantidade de questões.* Tão ligados, não é? Vejam, as diretamente irei escrevê-las da forma que estão e a inversamente irei invertê-la, quando for escrever a fração. Vamos lá!

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{5} = \frac{2}{1}$$

$$X = \frac{4 \cdot 5 \cdot 1}{1 \cdot 2} = 10 \text{ questões}$$



Os números que estão multiplicando o "X" vão para o denominador da fração (lembra?) e todos os demais números irão para o numerador.



Outra coisa: vejam que coloquei D.P. na grandeza que tem o "X", façam sempre isso, pois é sua grandeza referencial.

## Dízimas Periódicas

As dízimas periódicas são classificadas em Simples ou Compostas.

Uma Dízima é Simples, quando em sua parte decimal, só existirem algarismos periódicos.

Exemplos:

$$0,32\textcolor{red}{3}232... = \frac{32}{99}$$

$$0,2\textcolor{red}{2}2222... = \frac{2}{9}$$

$$0,786\textcolor{red}{786}786... = \frac{786}{999} = \frac{262}{333}$$

Parte periódica

A fração irredutível que gera a dízima é chamada de **geratriz**.

Frações irredutíveis são aquelas que não podem mais ser simplificadas.

No caso das dízimas periódicas simples, a fração geratriz é encontrada da seguinte forma:

1º repetimos a parte periódica no numerador da fração;

2º o denominador será composto apenas por algarismos nove cuja quantidade será igual a quantidade de algarismo do numerador;

3º simplificamos a fração no máximo possível.

Uma Dízima é Composta, quando em sua parte decimal, existirem algarismos periódicos e não periódicos.

Exemplos:

$$0,23\textcolor{red}{45}4545... = \frac{2345 - 23}{9900} = \frac{2345 - 23}{9900} = \frac{2322}{9900} = \frac{129}{550}$$

Junta a parte não periódica c/ a periódica

Subtrai a parte não periódica

Parte periódica

Parte NÃO periódica

Acrescenta 1 algarismo 9 para cada algarismo periódico e o 0 (zero) para cada algarismo não periódico.



Vejam essa questão do INSTITUTO SELECOM:

**(SELECOM / ETAM – Eletrônica / 2017)**

Seja  $m/n$  a fração irredutível que representa a dízima periódica  $0,012121212...$

A soma  $(m + n)$  equivale a:

- a) 167
- b) 165
- c) 164
- d) 160

**Comentários:**

Estamos diante de uma dízima periódica composta cuja parte não periódica é o zero e o período é o 12, ok?

$$0,012\mathbf{12}12... = \frac{012 - 0}{990} = \frac{12}{990} = \frac{2}{165}$$

*Junta a parte não periódica c/ a periódica*  
*Subtrai a parte não periódica*

Logo,  $m = 2$  e  $n = 165$

$m + n = 167$

*Acrescenta 1 algarismo 9 para cada algarismo periódico e o 0 (zero) para cada algarismo não periódico.*

**Gabarito: A**

## QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.





### Q.01 (VUNESP / Diretor (CM 2 Córregos) / 2018)

Em uma indústria, 20 máquinas iguais, de mesmo rendimento, produzem juntos 5000 parafusos iguais, em meia hora de funcionamento simultâneo e ininterrupto. Desse modo, para produzir 1000 unidades dos mesmos parafusos em uma hora, seria necessário o funcionamento, nas mesmas condições operacionais, de apenas:

- a) 2 máquinas.
- b) 3 máquinas.
- c) 5 máquinas.
- d) 6 máquinas.
- e) 8 máquinas.

#### Comentários:

Primeiro passo:

Identificar as grandezas: Máquinas, parafusos e o tempo.

Segundo passo:

Organizá-las quantitativamente e qualitativamente:

| Máquinas | Parafusos | Tempo (h) |
|----------|-----------|-----------|
| 20       | 5000      | 0,5       |
| X        | 1000      | 1         |

**Parafusos X Máquinas** → Se a produção diminuir, serão necessárias menos máquinas, ou seja temos grandezas **diretamente proporcionais** (DP), pois as duas grandezas ou aumentam ou diminuem simultaneamente.



**Tempo x Máquinas** → Se meu tempo de produção aumentar, serão necessárias menos máquinas, portanto, enquanto uma grandeza aumenta a outra diminui, logo elas são **inversamente proporcionais** (IP). Observem, abaixo, na resolução, que a razão da grandeza tempo foi colocada na ordem inversa, justamente por ele ser inversamente proporcional.

$$\frac{20}{x} = \frac{5000}{1000} = \frac{1}{0,5}$$

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{20 \cdot 1000 \cdot 0,5}{5000 \cdot 1} = 2 \text{ máquinas}$$

**Gabarito: A**

#### Q.02 (VUNESP / Contador/2018)

*Uma determinada máquina fabrica 24 unidades de um determinado produto em uma hora e meia de funcionamento ininterrupto. Três máquinas idênticas à anterior, trabalhando juntas, nas mesmas condições de funcionamento, fabricarão 100 unidades desse mesmo produto em:*

- a) 1 hora e 12 minutos.
- b) 1 hora e 34 minutos.
- c) 1 hora e 50 minutos.
- d) 2 horas e 05 minutos.
- e) 2 horas e 17 minutos.

**Comentários:**

**Produtos X Tempo** são grandezas D.P. (mais produtos precisam de mais máquinas).

**Máquinas X Tempo** são grandezas I.P. (mais máquinas farão o serviço em menos tempo).

Percebam que a comparação é sempre com aquela grandeza que você quer encontrar.

| Máquinas (IP) | Produtos | Tempo (h) |
|---------------|----------|-----------|
| 1             | 24       | 1,5       |



3

100

X

$$\frac{3}{1} = \frac{24}{100} = \frac{1,5}{x}$$

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{1 \cdot 100 \cdot 1,5}{3 \cdot 24} =$$

$$= \frac{25}{12} \text{ hora} = (\text{multiplicando por } 60, \text{ equivale a } 02\text{h}05\text{min})$$

**Gabarito: D**

#### **Q.03 (FGV / Assembleia Legislativa / Analista / 2018)**

**Suponha que uma fábrica tenha 10 funcionários que trabalham 8 horas por dia, por 5 dias seguidos, produzindo 12 unidades de um produto.**

**Suponha que houve um corte de 50% do total de funcionários, e os que permaneceram passaram a trabalhar por 10 dias seguidos, tendo que alcançar a meta de produzir 50% a mais do que antes do corte de funcionários.**

**Assinale a opção que indica o número de horas/dia que os trabalhadores que sobraram terão que trabalhar para atingir a meta.**

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 16
- e) 18

**Comentários:**

Fala, pessoal, e aí, beleza?

Existem diversas formas de resolver uma questão de regra de três, mas, independentemente, da maneira que você irá resolver, o principal é que o candidato saiba diferenciar quando uma grandeza é inversamente ou diretamente proporcional, ok?

A questão nos pede o número de **horas/dia**, certo?



Então, vamos tomar o valor inicial de **8 h/dia** como base.

Vamos sempre comparar as demais grandezas com aquela que nós queremos encontrar o seu resultado.

Alterações:

- De 10 p/ 05 **funcionários**.

Inversamente proporcional, menos funcionários implicam em mais h/dia trabalhadas para os que ficaram.

- De 05 p/ 10 **dias**.

Inversamente proporcional, se há mais dias para concluir determinada atividade, precisaremos de menos horas/dia trabalhadas.

- De 12 p/ 18 **unidades**.

Diretamente proporcional, mais unidades, logo mais horas trabalhadas, ok?

**Funcionários** → vai aumentar as horas diárias.

**Dias** → vai reduzir as horas diárias.

**Unidades** → vai aumentar as horas diárias.

Vamos montar nossa expressão:

$$8 \cdot \frac{10}{5} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{18}{12}$$

**12 h/dia**

Quando a gente afirma, na multiplicação, que uma grandeza vai aumentar o resultado da outra, então precisamos que ela tenha o numerador maior do que o denominador, ok?

Por isso, usei a fração 10/5 para multiplicar o 8, pois houve redução no número de funcionários e com isso aumento na quantidade de horas diárias trabalhadas.

A lógica da Regra de Três é essa. Muitas vezes a gente decorou apenas um método, sem entender o que estávamos fazendo.

**Gabarito: B**

**Q.04 (FGV / Prefeitura do Recife / Auditor do Tesouro / 2014)**

**Suponha que uma herança de R\$ 1 milhão deva ser repartida entre três filhas em partes proporcionais a suas idades, que são de 70, 85 e 95 anos. Da mais nova para a mais velha, as heranças recebidas serão, respectivamente (em milhares de R\$):**

**a) 270, 350 e 380.**

**b) 280, 320 e 400.**



c) 280, 340 e 380.

d) 290, 350 e 380.

e) 290, 340 e 370.

#### Comentários:

Pessoal, na hora da prova, precisamos de agilidade e precisão, ao mesmo tempo, ok?

Quando a divisão for em partes diretamente proporcionais, vamos fazer com um macete, certo?

Vejam que a divisão será em partes diretamente proporcionais a: 70, 85 e 95 anos.

Então, o que temos a ser feito é, simplesmente, somarmos todas as idades para dividirmos o 1 milhão pelo resultado da soma. Sendo assim, o resultado será R\$/IDADE.

$$\frac{R\$1.000.000,00}{(70 + 85 + 95)} = \frac{1000000}{250} = 4000R\$/ANO$$

Eu deixei as unidades para que vocês percebam que a distribuição da grana será na razão de R\$4000,00 para cada ano de vida, ok?

Logo:

$$70 \cdot 4000 = 280 \text{ mil}$$

$$85 \cdot 4000 = 340 \text{ mil}$$

$$95 \cdot 4000 = 380 \text{ mil (nessa conta fica mais fácil calcular quanto falta para 1 milhão)}$$

Vejam que é muito importante que o aluno entenda a unidade, assim terá facilidade na solução do problema. A herança será dividida para cada ano de vida, ok?

#### Gabarito: C

#### Q.05 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)

*Há cinco anos, João, Paulo e Miguel se associaram para montar uma lanchonete. João entrou com R\$ 80.000; Paulo, com R\$ 120.000; e Miguel, com R\$ 200.000. A lanchonete foi vendida, hoje, por R\$ 3.200.000 e essa quantia foi dividida entre os três de forma diretamente proporcional aos valores que cada um investiu*

*A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.*

*Considerando o lucro obtido com a venda, é correto inferir que, enquanto na propriedade dos três, a lanchonete teve uma valorização média anual inferior a R\$ 600.000.*

CC – CERTO

EE – ERRADO

#### Comentários:

Vamos lá:



Pessoal, a questão afirma que a valorização média anual foi inferior a R\$ 600.000,00, ok?

**Valorização Total** = Valor de Venda – Custo

**Valorização Total** = 3.200.000,00 – (80.000,00 + 120.000,00 + 200.000,00)

**Valorização Total** = 3.200.000,00 – 400.000,00 = **R\$ 2.800.000,00**

**Valorização Média**

$$= \frac{2.800.000,00}{5} =$$

**R\$ 560.000,00**

Dividimos por 05, pois o tempo de investimento, conforme o enunciado, foi de 05 anos.

Afirmação da Questão:

**Considerando o lucro obtido com a venda, é correto inferir que, enquanto na propriedade dos três, a lanchonete teve uma valorização média anual inferior a R\$ 600.000.**

**Item Correto.**

Vamos um pouco mais além?

Se o enunciado nos pedisse o quanto coube a cada um com a venda da lanchonete, faríamos da seguinte forma:

Primeiramente, conforme destaque que fiz no enunciado, temos uma questão de **divisão em partes diretamente proporcionais** a 80.000 / 120.000 e 200.000, ok?

Pessoal, nesse tipo de questão na qual é pedida a divisão em partes diretamente proporcionais, nós não precisamos algebrizar, ok?

**Pensem comigo:**

Vamos dividir em partes, certo?

Se fosse em partes iguais, bastaria apenas dividir pela quantidade de partes, certo?

Por exemplo: dividir em partes de 03, significa dividir algo em 03 partes, obviamente.

*Tou colocando você para pensar juntar comigo...*

Mas, no nosso enunciado, temos uma divisão nas seguintes partes:

**(80.000 / 120.000 / 200.000)**

Nossa divisão também é em 03 partes, mas em partes diferentes.

Então, meus caros, basta somarmos as partes acima, logo:

$$\begin{aligned} &= 80.000 + 120.000 + 200.000 = \\ &= 400.000 = \end{aligned}$$



Ou seja: nossa divisão será feita em 400.000 partes, cabendo a cada um o montante em relação à parte que ele investiu, ok?

**Valor de Venda da Lanchonete:** R\$ 3.200.000,00

**Tempo do Investimento:** 05 anos

$$= \frac{3.200.000,00}{400.000,00} = \\ = 8 =$$

Logo:

**1º receberá** = 80.000 x 8 = 640.000,00

**2º receberá** = 120.000 x 8 = 960.000,00

**3º receberá** = 200.000 x 8 = 1.600.000,00

**Gabarito: Correto**

**Q.06 (VUNESP / (IPSMI) / 2016)**

*Para cada 3 relatórios que um estagiário faz, ele também tem que fazer 5 planilhas.*

*Se em um mês o número de relatórios e planilhas feitos pelo estagiário, juntos, totalizaram 96, então o número de relatórios feitos por ele nesse mês foi igual a:*

- a) 28.
- b) 32.
- c) 36.
- d) 42.
- e) 60.

**Comentários:**

Há um **método prático** de resolver esse problema:

***Para cada 3 relatórios que um estagiário faz, ele também tem que fazer 5 planilhas.***

Somando relatórios e planilhas, nessa proporção, temos 8. Como o total dado na questão foi de 96, basta dividir 96 por 8, encontrando 12. Isso me dá 12 conjuntos de 3 relatórios e 5 planilhas, logo: 12 vezes 3 = 36 relatórios.

**Método tradicional:**

A razão entre o número de relatórios (R) e o número de planilhas (P) é igual a  $\frac{3}{5}$ .



Logo, temos que:

$$\frac{R}{P} = \frac{3}{5}$$

Sabemos que:

$$R + P = 96.$$

Vamos escrever P em função de R, assim teremos que:

$$P = 96 - R$$

Iremos substituir "P" na equação  $\frac{R}{P} = \frac{3}{5}$  por "96 - R", logo teremos que:

$$\frac{R}{96 - R} = \frac{3}{5}$$

$$5 \cdot R = 3 \cdot (96 - R)$$

$$5R = 288 - 3R$$

$$5R + 3R = 288$$

$$R = 36$$

**Gabarito: C**

#### **Q.07 (VUNESP / CRO SP / 2015)**

*Na semana que disputaria a final de um campeonato de futebol, Renato treinou muitos pênaltis. Na segunda-feira, de cada 5 pênaltis batidos, Renato acertou 4. Considerando os dias em que treinou nessa semana, de cada 9 pênaltis batidos, Renato acertou 7. Se na segunda-feira Renato bateu 50 pênaltis e nos outros dias da semana em que ele treinou, no total, ele acertou 471, o número total de pênaltis cobrados por Renato em seu treinamento foi*

- a) 603.
- b) 619.
- c) 635.
- d) 657.
- e) 671.

**Comentários:**

Vamos lá com calma e atenção para resolvermos essa questão, vejamos:



Na segunda-feira houve um total de 50 pênaltis batidos, como ele acertou 4 a cada 5. Teremos que ele acertou 80% dos chutes, logo acertou 40 pênaltis e errou 10. Ok?

Pessoal, aqui dá pra fazer direto sem precisar armar a continha, ok? Na hora da prova precisamos correr para não faltar tempo.

Como ele acertou no restante da semana 471 pênaltis, logo temos que  $471 + 40 = 511$  pênaltis acertados no total.

Considerando os dias que ele treinou, temos que a cada 9 pênaltis, ele acertou 7, logo  $\frac{7}{511} = \frac{9}{x}$

$$7 \cdot x = 9 \cdot 511$$

$$x = 657 \text{ dias}$$

**Gabarito: D**

#### Q.08 (VUNESP / Diretor de Escola (Rio Claro) / 2016)

**12 homens trabalharam 6 horas por dia para a reforma do ginásio da escola, e, em 4 dias de trabalho, foi concluído um terço do serviço. Para finalizar a reforma, mais 6 homens foram contratados e todos os 18 passarão a trabalhar 8 horas por dia. Considerando que todos os homens têm a mesma força de trabalho, o número de dias que ainda faltam para o ginásio ficar pronto é**

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 8.

**Comentários:**

Se há mais homens serão necessários menos dias; da mesma maneira que se há mais horas diárias trabalhadas, serão necessários menos dias.

| Homens (I.P) | Horas/dia(I.P) | Dias | Fração do Trab. (D.P.) |
|--------------|----------------|------|------------------------|
| 12           | 6              | 4    | 1/3                    |
| 18           | 8              | X    | 2/3                    |



$$\frac{18}{12} = \frac{8}{6} = \frac{4}{x} = \frac{1/3}{2/3}$$

Não se esqueçam de inverter a fração da grandeza que é Inversamente Proporcional.

Quem "X" multiplica irá para o denominador da fração, vejam:

$$x = \frac{12 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{18 \cdot 8 \cdot 1} = 4 \text{ dias}$$

**Gabarito: B**

## LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

### Q.01 (VUNESP / Diretor (CM 2 Córregos) / 2018)

*Em uma indústria, 20 máquinas iguais, de mesmo rendimento, produzem juntos 5000 parafusos iguais, em meia hora de funcionamento simultâneo e ininterrupto. Desse modo, para produzir 1000 unidades dos mesmos parafusos em uma hora, seria necessário o funcionamento, nas mesmas condições operacionais, de apenas:*

- a) 2 máquinas.
- b) 3 máquinas.
- c) 5 máquinas.
- d) 6 máquinas.
- e) 8 máquinas.

### Q.02 (VUNESP / Contador/2018)

*Uma determinada máquina fabrica 24 unidades de um determinado produto em uma hora e meia de funcionamento ininterrupto. Três máquinas idênticas à anterior, trabalhando juntas, nas mesmas condições de funcionamento, fabricarão 100 unidades desse mesmo produto em:*

- a) 1 hora e 12 minutos.
- b) 1 hora e 34 minutos.
- c) 1 hora e 50 minutos.
- d) 2 horas e 05 minutos.
- e) 2 horas e 17 minutos.

### Q.03 (FGV / Assembleia Legislativa / Analista / 2018)



Suponha que uma fábrica tenha 10 funcionários que trabalham 8 horas por dia, por 5 dias seguidos, produzindo 12 unidades de um produto.

Suponha que houve um corte de 50% do total de funcionários, e os que permaneceram passaram a trabalhar por 10 dias seguidos, tendo que alcançar a meta de produzir 50% a mais do que antes do corte de funcionários.

Assinale a opção que indica o número de horas/dia que os trabalhadores que sobraram terão que trabalhar para atingir a meta.

- a) 10
- b) 12
- c) 14
- d) 16
- e) 18

**Q.04 (FGV / Prefeitura do Recife / Auditor do Tesouro / 2014)**

Suponha que uma herança de R\$ 1 milhão deva ser repartida entre três filhas em partes proporcionais a suas idades, que são de 70, 85 e 95 anos. Da mais nova para a mais velha, as heranças recebidas serão, respectivamente (em milhares de R\$):

- a) 270, 350 e 380.
- b) 280, 320 e 400.
- c) 280, 340 e 380.
- d) 290, 350 e 380.
- e) 290, 340 e 370.

**Q.05 (CEBRASPE / Prefeitura de São Cristóvão (SE) / Professor / 2019)**

Há cinco anos, João, Paulo e Miguel se associaram para montar uma lanchonete. João entrou com R\$ 80.000; Paulo, com R\$ 120.000; e Miguel, com R\$ 200.000. A lanchonete foi vendida, hoje, por R\$ 3.200.000 e *essa quantia foi dividida entre os três de forma diretamente proporcional* aos valores que cada um investiu

A partir dessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Considerando o lucro obtido com a venda, é correto inferir que, enquanto na propriedade dos três, a lanchonete teve uma valorização média anual inferior a R\$ 600.000.

CC – CERTO

EE – ERRADO

**Q.06 (VUNESP / (IPSMI) / 2016)**



*Para cada 3 relatórios que um estagiário faz, ele também tem que fazer 5 planilhas.*

*Se em um mês o número de relatórios e planilhas feitos pelo estagiário, juntos, totalizaram 96, então o número de relatórios feitos por ele nesse mês foi igual a:*

- a) 28.
- b) 32.
- c) 36.
- d) 42.
- e) 60.

**Q.07 (VUNESP / CRO SP / 2015)**

*Na semana que disputaria a final de um campeonato de futebol, Renato treinou muitos pênaltis. Na segunda-feira, de cada 5 pênaltis batidos, Renato acertou 4. Considerando os dias em que treinou nessa semana, de cada 9 pênaltis batidos, Renato acertou 7. Se na segunda-feira Renato bateu 50 pênaltis e nos outros dias da semana em que ele treinou, no total, ele acertou 471, o número total de pênaltis cobrados por Renato em seu treinamento foi*

- a) 603.
- b) 619.
- c) 635.
- d) 657.
- e) 671.

**Q.08 (VUNESP / Diretor de Escola (Rio Claro) / 2016)**

*12 homens trabalharam 6 horas por dia para a reforma do ginásio da escola, e, em 4 dias de trabalho, foi concluído um terço do serviço. Para finalizar a reforma, mais 6 homens foram contratados e todos os 18 passarão a trabalhar 8 horas por dia. Considerando que todos os homens têm a mesma força de trabalho, o número de dias que ainda faltam para o ginásio ficar pronto é*

- a) 3.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 6.
- e) 8.



## Gabarito

GABARITO



|          |          |          |          |          |          |          |          |          |           |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| <u>1</u> | <u>2</u> | <u>3</u> | <u>4</u> | <u>5</u> | <u>6</u> | <u>7</u> | <u>8</u> | <u>9</u> | <u>10</u> |
| A        | D        | B        | C        | CC       | C        | D        | B        | *        | *         |

**CC – CERTO**

**EE - ERRADO**



# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.