Aula 00 - Prof. Eduardo Mocellin

SEFAZ-DF (Auditor - Tecnologia da Informação) Matemática e Raciocínio Lógico - 2021 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

11 de Outubro de 2021

Sumário

APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, guerreiro!

O principal assunto da aula de hoje é **equivalências lógicas.**

O entendimento da aula é muito importante, porém **igualmente importante** é que você **DECORE** as principais equivalências lógicas. Equivalências lógicas existem para serem usadas, e o uso delas requer que você tenha as principais fórmulas "**no sangue**".

Em seguida, será abordado **álgebra de proposições**. Nesse assunto, o mais importante é você conhecer as propriedades **comutativa**, **associativa** e **distributiva** e suas aplicações mais imediatas nas questões. Isso porque, via de regra, o conhecimento das demais propriedades não costuma ser cobrado e, além disso, é comum que as **questões mais complexas** de álgebra de proposições possam ser resolvidas por **tabela-verdade.**

Como de costume, vamos exibir um **resumo** logo no **início de cada tópico** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto. Ao **final da teoria**, será apresentado um **compilado geral dos resumos**.

Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.

@edu.mocellin

1 - Equivalências Lógicas

Equivalências lógicas

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Equivalências fundamentais

$p \to q \equiv \sim q \to \sim p$
Contrapositiva

$p \to q \equiv \sim p \vee q$
Transformação da condicional em disjunção inclusiva

$p \vee q \equiv \sim p \to q$
Transformação da disjunção inclusiva em condicional

$p \leftrightarrow q \equiv (p \to q) \wedge (q \to p)$
Transformação da bicondicional em condicional/conjunção

Equivalências provenientes da negação de proposições

Dupla negação da proposição simples

$\sim(\sim p) \equiv p$

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

Para negar "e": **negar ambas** as proposições e **trocar por "ou"**.

$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

Para negar "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar por "e"**.

$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

Negação da condicional

$\sim (p \to q) \equiv p \wedge \sim q$

Negação da disjunção exclusiva

$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv p \leftrightarrow q$

Negação da bicondicional

$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \underline{\vee} q$

$\boxed{\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q}$

$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$

$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$

Outras equivalências
Equivalência do conectivo bicondicional **p↔q ≡ (~p)↔(~q)** Negação da conjunção para a forma condicional **~(p∧q) ≡ p→~q** **~(p∧q) ≡ q →~p** Conjunção de condicionais Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**. **(p→r)∧(q→r) ≡ (p∨q)→r** Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**. **(p→q)∧(p→r) ≡ p→(q∧r)**

1.1 - O que é uma equivalência lógica

Quando duas proposições apresentam a mesma tabela-verdade dizemos que as **proposições são equivalentes.**

A representação da equivalência lógica é dada pelo o símbolo **⇔** ou **≡**. Se **A** é equivalente a **B**, podemos escrever de duas maneiras:

A ⇔ B

A ≡ B

Observação: o símbolo de equivalência ⇔ é diferente do conectivo bicondicional ↔

Informalmente, podemos dizer que duas proposições são equivalentes quando elas têm o mesmo significado. Exemplo:

a: "Eu moro em Taubaté."

b: "**Não é verdade** que eu **não** moro em Taubaté."

O conceito de **equivalência lógica** pode ser melhor detalhado assim:

TOME NOTA!

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Vejamos um exemplo:

Mostre que as proposições (p→q)∧(q→p) e p↔q são equivalentes.

Para resolver esse problema, basta construirmos a tabela-verdade de ambas proposições. A bicondicional já é conhecida por nós, então precisamos simplesmente confeccionar a tabela-verdade de **(p→q)∧(q→p)** e comparar com a bicondicional **p↔q**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Número de linhas = $2^n = 2^2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Devemos determinar:

(p→q)∧(q→p) ; **(p→q)** ; **(q→p)** ; **p** ; **q**

Podemos também incluir, de imediato, na nossa tabela a condicional **p↔q**, pois vamos compará-la com a expressão que estamos querendo obter.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Para os condicionais, temos que eles só serão falsos nos casos em que o precedente é verdadeiro e o consequente é falso.

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \land (q \to p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

A conjunção (**p→q**)∧(**q→p**) só será verdadeira quando (**p→q**) for verdadeiro e quando (**q→p**) for verdadeiro.

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \land (q \to p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	F	
F	F	V	V	V	

Para a bicondicional, já sabemos que ela será verdadeira quando **p** e **q** forem ambos verdadeiros ou ambos falsos.

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \land (q \to p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos perceber da análise da tabela-verdade acima que (**p→q**)∧(**q→p**) e **p↔q** assumem os exatos mesmos valores lógicos para todas as possibilidades de **p** e **q**. Logo, as proposições são equivalentes. Veja:

p	q	$p \to q$	$q \to p$	$(p \to q) \land (q \to p)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Podemos escrever:

$$\mathbf{p \leftrightarrow q} \Leftrightarrow (\mathbf{p \to q}) \land (\mathbf{q \to p})$$

ou

$$\mathbf{p \leftrightarrow q} \equiv (\mathbf{p \to q}) \land (\mathbf{q \to p})$$

1.2 - Equivalências fundamentais

Existem quatro equivalências fundamentais que devem ser entendidas e memorizadas. Dê especial atenção aos três primeiros casos que não só caem, mas **despencam** em provas de concurso público.

A primeira equivalência fundamental é conhecida como **contrapositiva da condicional:**

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
2. **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Como exemplo, sejam as proposições:

p: "Hoje choveu."

q: "João fez a barba."

A condicional dessas duas proposições pode ser escrita por:

p→q: "**Se** hoje choveu, **então** João fez a barba."

Observe que a frase seguinte é equivalente:

~q→~p: "**Se** João **não** fez a barba, **então** **não** choveu."

Um erro muito explorado pelas bancas é dizer que **p→q** seria equivalente a **~p→~q**. Isso porque é muito comum no dia-a-dia as pessoas cometerem esse erro.

Observe o exemplo acima: "se hoje choveu, então João fez a barba". Vamos supor que não choveu. O que podemos afirmar sobre barba de João? Absolutamente nada, ele pode tanto ter feito quanto não ter feito a barba.

Por outro lado, podemos afirmar sem dúvida que **~q→~p**, isto é, "se João não fez a barba, então hoje não choveu".

Em resumo: p→q não é equivalente a ~p→~q.

Mostre que são equivalentes p→q e ~q→~p.

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de **~q→~p** e compararemos com **p→q**.

<u>Passos 1, 2 e 3:</u> determinar o número de linhas, desenhar o esquema e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada. Vamos também incluir **p→q** para fins de comparação.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

<u>Passo 4:</u> obter o valor das demais proposições.

Para obter **~p** e **~q**, basta inverter o valor lógico de **p** e de **q**.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V	F	F		
V	F	F	V		
F	V	V	F		
F	F	V	V		

Para obter **~q→~p**, basta observar que ela só será falsa quando **~q** for verdadeiro **~p** for falso.

▪

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V	F	F	V	
V	F	F	V	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	V	V	

Por fim, podemos incluir na tabela a condicional **p→q** e comparar os valores lógicos assumidos por **~q→~p**.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \to \sim p$	$p \to q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Observe que os valores lógicos são exatamente iguais e, portanto, **p→q** e **~q→~p** são equivalentes.

p→q ≡ ~q→~p

Vamos resolver dois exercícios envolvendo essa equivalência que acabamos de aprender.

(Pref. Sananduva/2020) Uma proposição equivalente de “Se Pedro é alto, então os pais de Pedro são altos” é:

a) Se Pedro é baixo, então os pais de Pedro são baixos.

b) Se Pedro não é alto, então os pais de Pedro não são altos.

c) Se os pais de Pedro não são altos, então Pedro não é alto.

d) Não é possível determinar a altura de Pedro.

e) Não podemos afirmar algo sobre a altura de Pedro.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "Pedro é alto."

q: "Os pais de Pedro são altos."

A proposição original é descrita por **p→q**:

p→q: “**Se** Pedro é alto, **então** os pais de Pedro são altos.”

Uma das formas de se obter uma proposição equivalente à condicional é a seguinte: **p→q** ≡ **~q→~p**. Isto é, devemos seguir o seguinte procedimento:

1. Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e

2. Negam-se ambos os termos da condicional.

Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

~q→~p: "**Se** os pais de Pedro **não** são altos, **então** Pedro **não** é alto."

Gabarito: Letra C.

(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de “Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso” é:

a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.

b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.

c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.

e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio será aprovado."

A proposição original é descrita por **p→~a**:

p→~a: "**Se** a prova está difícil, **então** Antônio **não** será aprovado no concurso."

Uma das formas de se obter uma proposição equivalente à condicional é a seguinte: **p→q** ≡ **~q→~p**. Isto é, devemos seguir o seguinte procedimento:

1. **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
2. **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Aplicando a equivalência para o caso em questão, **p→~a** é equivalente a **~(~a)→~p**. Como a dupla negação de **a** corresponde à própria proposição **a**, a condicional equivalente pode também ser descrita por **a→~p**. Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

a→~p: "**Se** Antônio for aprovado no concurso, **então** a prova **não** está difícil."

Gabarito: Letra B.

Na questão anterior definimos originalmente a seguinte **sentença declarativa afirmativa**:

a: "Antônio será aprovado."

A sua negação corresponde a:

~a: "Antônio **não** será aprovado."

A proposição original, nesse caso, foi descrita por **p→~a**.

Poderíamos ter resolvido a questão definindo originalmente uma sentença declarativa negativa. **Isso em nada altera o gabarito**. Poderíamos, portanto, ter definido a proposição **a** como:

a: "Antônio **não** será aprovado."

Nesse caso, a sua negação seria:

~a: "Antônio será aprovado."

A proposição original, a partir dessas novas definições, seria descrita por **p→a**.

A seguir, vamos resolver a mesma questão de outro modo. **Compare com a resolução anterior**.

(Pref. Bagé/2020) Uma proposição equivalente de "Se a prova está difícil, então Antônio não será aprovado no concurso" é:

a) A prova está difícil e Antônio não será aprovado no concurso.

b) Se Antônio for aprovado no concurso, então a prova não está difícil.

c) A prova está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

d) A prova está fácil e Antônio não foi aprovado no concurso.

e) A prova não está fácil e Antônio foi aprovado no concurso.

Comentários:

Considere as proposições simples:

p: "A prova está difícil."

a: "Antônio **não** será aprovado."

A proposição original é descrita por p→a:

p→a: "**Se** a prova está difícil, **então** Antônio **não** será aprovado no concurso."

Uma das formas de se obter uma proposição equivalente à condicional é a seguinte: **p→q** ≡ **~q→~p**. Isto é, devemos seguir o seguinte procedimento:

1. **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
2. **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Aplicando a equivalência para o caso em questão, **p→a é equivalente a ~a→~p**. Logo, temos a seguinte proposição equivalente:

~a→~p: "**Se** Antônio for aprovado no concurso, **então** a prova **não** está difícil."

Gabarito: Letra B.

A segunda equivalência fundamental é a **transformação da condicional em disjunção inclusiva:**

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere novamente a seguinte condicional:

p→q: "**Se** hoje choveu, **então** João fez a barba."

Observe que a frase seguinte é equivalente:

~pVq: "Hoje **não** choveu **ou** João fez a barba."

Mostre que são equivalentes p→q e ~pVq

Para mostrar a equivalência, montaremos a tabela-verdade de **~pVq** e compararemos com **p→q**.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas, desenhar o esquema e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada. Vamos também incluir **p→q** para fins de comparação.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

Para obter **~p** basta inverter o valor lógico de **p**.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F		
V	F	F		
F	V	V		
F	F	V		

Para obter **~pVq**, basta observar que ela só será falsa quando **~p** e **q** forem ambos falsos.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F	V	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	F	V	V	

Por fim, podemos incluir na tabela a condicional **p→q** e comparar os valores lógicos assumidos por **~pVq**.

p	q	~p	~pVq	p→q
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Observe que os valores lógicos são exatamente iguais e, portanto, **p→q** e **~pVq** são equivalentes.

p→q ≡ ~pVq

Vamos resolver duas questões que utilizam essa equivalência.

(FITO/2020) Uma afirmação logicamente equivalente a "Se carros elétricos não poluem o ar, então eu não destruo a atmosfera" é:

a) Carros elétricos poluem o ar ou eu destruo a atmosfera.

b) Carros elétricos poluem o ar ou eu não destruo a atmosfera.

c) Carros elétricos não poluem o ar e eu não destruo a atmosfera.

d) Carros elétricos poluem o ar e eu destruo a atmosfera.

e) Carros elétricos não poluem o ar e eu destruo a atmosfera.

Comentários:

Considere as proposições simples:

c: "Carros elétricos poluem o ar."

d: "Eu destruo a atmosfera."

Observe que a condicional original é descrita por ~**c→~d**:

~c→~d: "**Se** carros elétricos **não** poluem o ar, **então** eu **não** destruo a atmosfera"

Sabemos que as principais equivalências do condicional são:

p→q ≡ ~q→~p

p→q ≡ ~pVq

Veja que **nas respostas não há nenhuma condicional**, de modo que a **equivalência pedida é a segunda**. Para aplicar a equivalência **p→q ≡ ~pVq** em ~**c→~d**, deve-se realizar o seguinte procedimento:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Logo, temos a seguinte equivalência:

$$\sim c \rightarrow \sim d \equiv \sim(\sim c) \lor \sim d$$

Como a dupla negação de **c** corresponde à proposição **c**, temos:

$$\sim c \rightarrow \sim d \equiv c \lor \sim d$$

Ficamos com a seguinte proposição composta:

c∨~d: "Carros elétricos poluem o ar **ou** eu **não** destruo a atmosfera."

Gabarito: Letra B

(CM POA/2012) Se p e q são proposições, e o símbolo ~ denota negação, o símbolo ∨ denota o conetivo ou, o símbolo ∧ denota o conetivo e, símbolo → denota o conetivo condicional, então a proposição **(p→~q)** é equivalente à seguinte fórmula

a) **(~p∧~q)**

b) **~(p∨q)**

c) **(~p∧q)**

d) **(~p∨q)**

e) **(~p∨~q)**

Comentários:

Note que a proposição original é uma condicional e, nas alternativas, as opções de equivalência são conjunção e disjunção inclusiva. Devemos, portanto, aplicar a seguinte equivalência fundamental:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \lor q$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para **(p→~q)**, temos:

$$p \rightarrow (\sim q) \equiv \sim p \lor (\sim q)$$

A equivalência obtida corresponde à alternativa E: **(~p∨~q)**.

Gabarito: Letra E.

A terceira equivalência fundamental para sua prova é a **transformação da disjunção em uma condicional**:

$$\mathbf{p \lor q \equiv \sim p \rightarrow q}$$

A equivalência é realizada do seguinte modo:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela condicional (→); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Como exemplo, a disjunção inclusiva "Pedro estuda **ou** trabalha" é equivalente a "**Se** Pedro **não** estuda, **então** trabalha".

Mostre que são equivalentes p∨q e ~p→q.

Para demonstrar a equivalência, poderíamos estruturar a tabela-verdade de **~p→q** e comparar com **p∨q**, como feito nos exemplos anteriores. Contudo, existe uma outra forma.

Já vimos que uma equivalência da condicional corresponde a negar o primeiro termo e realizar uma disjunção inclusiva com o segundo termo. A equivalência que conhecemos é:

$$\mathbf{p \rightarrow q \equiv \sim p \lor q}$$

Como as proposições **p** e **q** são arbitrárias (poderíamos ter chamado de **r** e **s**, por exemplo), podemos chamar a primeira proposição de (**~p**). Assim, continuamos com a mesma regra: negamos o primeiro termo e realizamos uma disjunção inclusiva com o segundo termo.

$$\mathbf{(\sim p) \rightarrow q \equiv \sim(\sim p) \lor q}$$

A dupla negação de uma proposição simples é equivalente à própria proposição simples, isto é, **~(~p)** ≡ **p**. Substituindo esse fato na equivalência acima, temos:

$$\mathbf{(\sim p) \rightarrow q \equiv p \lor q}$$

Agora basta alterar a ordem da equivalência acima para chegarmos ao resultado que queremos:

$$\mathbf{p \lor q \equiv \sim p \rightarrow q}$$

Vamos a um exercício.

(Pref. Campinas/2019) Uma afirmação equivalente a: “Os cantadores da madrugada saíram hoje ou eu não ouço bem”, é

a) Os cantadores da madrugada não saíram hoje ou eu ouço bem.

b) Os cantadores da madrugada saíram hoje e eu ouço bem.

c) Se os cantadores da madrugada saíram hoje, então eu não ouço bem.

d) Os cantadores da madrugada não saíram hoje e eu ouço bem.

e) Se os cantadores da madrugada não saíram hoje, então eu não ouço bem.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Os cantadores da madrugada saíram hoje."

o: "Eu ouço bem."

A afirmação original é dada pela disjunção inclusiva **mV~o**.

mV~o: "Os cantadores da madrugada saíram hoje **ou** eu **não** ouço bem."

Sabemos que a disjunção apresenta uma equivalência fundamental dada por **pVq ≡ ~p→q**. Isto é, deve-se realizar o seguinte procedimento:

1. **Nega-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
3. **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para proposição em questão, ficamos com:

mV~o ≡ ~m→~o

A equivalência obtida é descrita por:

~m→~o: "**Se** os cantadores da madrugada **não** saíram hoje, **então** eu **não** ouço bem."

Gabarito: Letra E.

p→q ≡ ~ q→~p
p→q ≡ ~pVq
pVq ≡~p→q

Apresentadas as três primeiras equivalências fundamentais, ressalto também que o resultado obtido com o exemplo do tópico 1.1 é importante e deve ser memorizado:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Para exemplificar a equivalência, podemos dizer que a bicondicional "Durmo **se e somente se** estou cansado" é equivalente a "**Se** estou cansado, **então** durmo **e** **se** durmo, **então** estou cansado".

Os alunos costumam decorar essa equivalência com do seguinte modo: "uma forma equivalente à bicondicional é **ir** **e** **voltar** com a condicional".

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Mnemônico: Uma forma equivalente à **bicondicional** é **ir** **e** **voltar** com a **condicional**

(ISS-RJ/2010) A proposição "um número inteiro é par se e somente se o seu quadrado for par" equivale logicamente à proposição:

a) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se um número inteiro não for par, então o seu quadrado não é par.

b) se um número inteiro for ímpar, então o seu quadrado é ímpar.

c) se o quadrado de um número inteiro for ímpar, então o número é ímpar.

d) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par, e se o quadrado de um número inteiro não for par, então o número não é par.

e) se um número inteiro for par, então o seu quadrado é par.

Comentários:

Sejam as proposições:

p: "Um número inteiro é par."

q: "O quadrado de um número inteiro é par."

A proposição composta pode ser assim representada:

p↔q: "Um número inteiro é par **se e somente se** o seu quadrado for par."

A bicondicional é equivalente a:

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Não temos alternativa que corresponda a essa última equivalência, porém, se realizarmos a **contrapositiva** de **(q→p)**, encontramos:

p↔q ≡ (p→q)∧ (~p→~q)

Esse resultado pode ser lido como:

(p→q)∧ (~p→~q): "**Se** um número inteiro for par, **então** o seu quadrado é par, **e se** um número inteiro **não** for par, **então** o seu quadrado **não** é par."

Gabarito: Letra A

1.3 - Equivalências provenientes da negação de proposições

Antes de adentrarmos no assunto, é importante esclarecer que **não se deve confundir equivalência com negação**.

Ao se construir **negação** de uma proposição, constrói-se uma nova proposição com **valores lógicos sempre opostos aos da proposição original**.

Veremos mais adiante, por exemplo, que a **negação** de **p∧q** é **~p∨~q**. Nesse caso:

- **Não podemos dizer que p∧q** é equivalente a **~p ∨~q,**
- **Podemos dizer que ~(p∧q)** é equivalente a **~p ∨~q**, isto é, **~(p∧q) ≡ ~p ∨~q**.

Feitas estas considerações iniciais, passemos ao estudo das equivalências provenientes da negação de proposições.

Existem muitas maneiras de se expressar uma negação. A seguir serão apresentadas as formas mais comuns.

1.3.1 - Dupla negação da proposição simples

Um resultado importante que pode ser obtido da tabela verdade é que a **negação da negação de p** sempre tem valor lógico igual a **proposição p**, ou seja, é equivalente a **p**.

~(~p) ≡ p

A prova dessa equivalência corresponde à tabela-verdade abaixo.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
V	F	V
F	V	F

Como exemplo, a dupla negação "**Não é verdade que** Joãozinho **não** comeu o chocolate" é equivalente a "Joãozinho comeu o chocolate".

A **negação da negação de p** é equivalente a **p.**

~ (~p) ≡ p

1.3.2 - Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

1.3.2.1 - Negação da conjunção

Para realizar a negação conjunção **p∧q**, deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
2. **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Como resultado, podemos escrever que a negação de **p∧q**, também conhecida por **~**(**p∧q**), é equivalente a **~p ∨~q:**

~(p∧q) ≡~p ∨~q

Como exemplo, sejam as proposições:

p: "Comi lasanha."

q: "Bebi Coca-Cola."

A conjunção dessas duas proposições pode ser escrita por:

p∧q: "Comi lasanha **e** bebi Coca-Cola."

A negação dessa frase é:

~ (p∧q) ≡ ~p ∨~q: "**Não** comi lasanha **ou** **não** bebi Coca-Cola."

Mostre que são equivalentes ~(p∧q) e ~p ∨~q.

Passos 1, 2 e 3: determinar o número de linhas, estruturar a tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Para fins de comparação, vamos incluir ambas as proposições em uma mesma tabela.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

~p e **~q** são obtidos com a negação de **p** e **q** respectivamente.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

A conjunção **p∧q** só é verdadeira quando **p** e **q** são verdadeiras. Nos demais casos, será sempre falsa.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	F		
F	V	V	F	F		
F	F	V	V	F		

A proposição **~ (p∧q)** é obtida pela negação de **p∧q.**

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	
V	F	F	V	F	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	F	V	

Finalmente, os valores lógicos da proposição **~pV~q** são obtidos pela disjunção inclusiva de **~p** e **~q**, sendo falsa apenas quando ambas as proposições simples negadas forem falsas.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V

Observe que os valores lógicos assumidos por **~(p∧q)** e **~pV~q** são iguais, portanto as proposições são equivalentes.

~ (p∧q) ≡~p V~q

1.3.2.2 - Negação da disjunção inclusiva

De modo semelhante à negação da conjunção, para negarmos a disjunção inclusiva **pVq,** devemos seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela conjunção (∧).**

Como resultado disso, podemos escrever que <u>a negação</u> de **pVq**, também conhecida por **~(pVq)**, é equivalente a **~p ∧~q:**

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Vejamos um exemplo:

pVq: "Comi lasanha **ou** bebi Coca-Cola."

A negação dessa frase seria:

~ (pVq) ≡~p ∧~q: "**Não** comi lasanha **e** **não** bebi Coca-Cola."

Essa equivalência pode ser facilmente constatada na tabela-verdade:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Para negar "**e**": **negar ambas** as proposições e **trocar por** "**ou**".

~ (p∧q) ≡~p V~q

Para negar "**ou**": **negar ambas** as proposições e **trocar por** "**e**".

~ (pVq) ≡~p ∧~q

(Pref. Formosa do Sul/2019) A negação da proposição composta "José é alto e Maria é baixa" é:

a) José é baixo e Maria é alta.

b) José não é alto e Maria é alta.

c) Maria é alta ou José é baixo.

d) José não é alto ou Maria não é baixa.

e) Maria não é alta e José não é baixo.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

j: "José é alto."

m: "Maria é baixa."

A proposição composta original é **j∧m:**

j∧m: "José é alto **e** Maria é baixa.

Sabemos que a negação de uma **conjunção** pode ser desenvolvida por De Morgan:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

Isto é, para realizar a negação de uma **conjunção**, deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
2. **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Aplicando a equivalência em questão para negar **j∧m**, ficamos com:

$\sim(j \wedge m) \equiv \sim j \vee \sim m$: "José **não** é alto **ou** Maria **não** é baixa."

Gabarito: Letra D.

(Pref. Paraí/2019) A negação da proposição "Paraí é quente ou estamos no verão" é:

a) Se Paraí é quente então estamos no verão.

b) Paraí não é quente se e somente se não estamos no verão.

c) Ou Paraí é quente ou estamos no verão.

d) Paraí não é quente ou não estamos no verão.

e) Paraí não é quente e não estamos no verão.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Paraí é quente."

v: "Estamos no verão."

A proposição composta original é **p∨v:**

p∨v: "Paraí é quente **ou** estamos no verão."

Sabemos que a negação de uma **disjunção inclusiva** pode ser desenvolvida por De Morgan:

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

Isto é, para realizar a negação de uma **disjunção inclusiva**, deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Aplicando a equivalência em questão para negar **p∨v**, ficamos com:

~(**p∨v**) ≡ **~p ∧~v:** "Paraí **não** é quente **e** **não** estamos no verão."

Gabarito: Letra E.

(SAAE/2018) Considere a afirmação:

Vou de tênis e visto um paletó, ou não faço sucesso.

Uma negação lógica dessa afirmação é:

a) Não vou de tênis ou não visto um paletó, e faço sucesso.

b) Vou de tênis e não visto um paletó, ou não faço sucesso.

c) Não vou de tênis ou visto um paletó, e faço sucesso.

d) Não vou de tênis e visto um paletó, ou não faço sucesso.

e) Vou de tênis ou visto um paletó ou faço sucesso

Comentário:

Sejam as proposições simples:

p: "Vou de tênis."

q: "Visto um paletó."

r: "Faço sucesso."

A afirmação do enunciado é dada por:

(p∧q) ∨~r: Vou de tênis **e** visto um paletó, **ou** **não** faço sucesso.

A negação dessa frase é a negação de uma disjunção (∨) composta por dois termos: o termo **(p∧q)** e o termo **~r**.

Sabemos que a negação de uma **disjunção inclusiva** pode ser desenvolvida por De Morgan:

~(p∨q) ≡ ~p ∧~q

Isto é, para realizar a negação de uma **disjunção inclusiva**, deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
2. **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Aplicando a equivalência em questão para negar **(p∧q)** ∨**~r**, ficamos com:

~ [(p∧q) ∨~r] ≡ ~(p∧q) ∧ ~(~r)

Agora temos a negação da conjunção **(p∧q)** e a dupla negação de **r**. Podemos novamente negar **p∧q** por De Morgan e, além disso, a dupla negação de **r** corresponde à proposição original **r**. Ficamos com:

(~p∨~q) ∧ r

(~p∨~q) ∧ r é a negação que estamos procurando e pode ser escrita assim:

(~p∨~q) ∧ r: "**Não** vou de tênis **ou não** visto um paletó, **e** faço sucesso".

Gabarito: Letra A.

1.3.3 - Negação da condicional

A negação de **p→q** é realizada por meio da seguinte equivalência:

~ (p→q) ≡ p∧~q

A negação da condicional é realizada do seguinte modo:

1. **Mantém-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
3. **Nega-se o segundo termo.**

Como exemplo, considere a condicional:

p→q: "Se eu beber, **então** dou gargalhadas."

A negação dessa expressão pode ser escrita como:

~ (p→q) ≡ p∧~q: "Eu bebo **e não** dou gargalhadas."

Mostre que ~(p→q) é equivalente a p∧~q.

Como não poderia deixar de ser, essa equivalência é obtida a partir da seguinte tabela-verdade:

p	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim(p \rightarrow q)$
V	V	F	F	V	F
V	F	V	V	F	V
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F

Podemos obter o mesmo resultado de um outro modo, pois sabemos das equivalências fundamentais que:

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Se negarmos ambos os lados da equivalência anterior, obteremos:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim((\sim p) \vee q)$$

O lado direito dessa equivalência é a negação de uma disjunção. Utilizando a equivalência de De Morgan, obtemos:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv \sim(\sim p) \wedge \sim q$$

A negação da negação de uma proposição é a própria proposição original. Portanto:

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Essa equivalência é muito importante e deve ser memorizada.

$$\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Não confunda as seguintes equivalências

p→q ≡ ~p∨q

~(p→q) ≡ p∧~q

(ALERO/2018) A negação lógica da sentença "Se como demais, então passo mal" é

a) "Se não como demais, então não passo mal".

b) "Se não como demais, então passo mal".

c) "Como demais e não passo mal".

d) "Não como demais ou passo mal".

e) "Não como demais e passo mal".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Como demais."

p: "Passo mal."

A sentença original da questão corresponde a:

c→p: "**Se** como demais, **então** passo mal."

A negação da condicional apresenta a seguinte equivalência:

~ (p→ q) ≡ p∧~q

Para realizar a negação, devemos proceder do seguinte modo:

1. **Mantém-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
3. **Nega-se o segundo termo.**

Aplicando para a condicional da questão, temos que a negação de **c→p** é dada por:

~ (c→ p) ≡ c∧~p

Temos, portanto, a seguinte negação:

c∧~p: "Como demais **e não** passo mal."

Gabarito: Letra C.

(Pref. Panambi/2020) A negação da seguinte proposição composta: “Se estudo atentamente então serei nomeado em concurso público” é:

a) Se não estudo atentamente, então não serei nomeado em concurso público.

b) Estudo atentamente e não serei nomeado em concurso público.

c) Se não serei nomeado em concurso público, então não estudo atentamente.

d) Estudo atentamente ou serei nomeado em concurso público.

e) Não estudo atentamente se, somente se não serei nomeado em concurso público.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estudo atentamente."

n: "Serei nomeado em concurso público."

A sentença original da questão corresponde a:

e→n: "**Se** estudo atentamente **então** serei nomeado em concurso público."

A negação da condicional apresenta a seguinte equivalência:

$$\sim (p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Para realizar a negação, devemos proceder do seguinte modo:

1. **Mantém-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
3. **Nega-se o segundo termo.**

Aplicando para a condicional da questão, temos que a negação de **e→n** é dada por:

$$\sim (e \rightarrow n) \equiv e \wedge \sim n$$

Temos, portanto, a seguinte negação:

e∧~n: " Estudo atentamente **e não** serei nomeado em concurso público."

Gabarito: Letra B.

1.3.4 - Negação da disjunção exclusiva

A **negação da disjunção exclusiva** mais comum é equivalente a própria **bicondicional**.

$$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Como exemplo, considere a disjunção exclusiva:

$p \underline{\vee} q$: "Ou jogo bola, ou jogo sinuca."

A negação dessa expressão é dada pelo bicondicional abaixo:

$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv p \leftrightarrow q$: "Jogo bola se e somente se jogo sinuca."

Mostre que são equivalentes $\sim(p \underline{\vee} q)$ e $p \leftrightarrow q$.

Vamos colocar lado a lado as tabelas-verdade de **$p \leftrightarrow q$** e **$p \underline{\vee} q$**.

p	q	$p \underline{\vee} q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Quando as proposições simples **p** e **q** têm o mesmo valor lógico, a disjunção exclusiva **$p \underline{\vee} q$** é falsa. Nos demais casos, é verdadeira.

Para a bicondicional **$p \leftrightarrow q$** ocorre exatamente o oposto: os casos em que ela é verdadeira são somente aqueles em que **p** e **q** são iguais.

Isso significa que, ao negarmos a disjunção exclusiva, chegaremos à bicondicional. Veja:

p	q	$p \underline{\vee} q$	$\sim(p \underline{\vee} q)$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

Assim, temos:

$$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv p \leftrightarrow q$$

ATENÇÃO DECORE!

A **negação da disjunção exclusiva** é equivalente a própria **bicondicional**.

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

1.3.5 - Negação da bicondicional

São quatro as maneiras mais comuns de se negar a bicondicional**.** A primeira que vamos apresentar é que a **negação da bicondicional é equivalente à disjunção exclusiva.**

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \veebar q$$

Mostre que $\sim(p \leftrightarrow q)$ e $p \veebar q$ são equivalentes.

Essa relação pode ser provada por tabela-verdade**:**

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$p \veebar q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F

Podemos também demonstrar a equivalência $\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \veebar q)$ utilizando outra equivalência já conhecida, a negação da disjunção exclusiva:

$$\sim(p \veebar q) \equiv p \leftrightarrow q$$

Podemos negar os dois lados desse resultado da seguinte forma:

$$\sim(\sim(p \veebar q)) \equiv \sim(p \leftrightarrow q)$$

A proposição composta $p \veebar q$ é uma proposição assim como qualquer proposição simples, com a diferença que ela é resultado de uma composição de proposições simples por meio de um conectivo. Assim, continua válido o entendimento de que ao negar duas vezes uma proposição retornamos à proposição original. Logo:

$$p \veebar q \equiv \sim(p \leftrightarrow q)$$

Esse resultado pode ser escrito da seguinte forma, trocando os lados direito e esquerdo da equivalência anterior:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \veebar q)$$

Podemos ainda negar a proposição bicondicional, negando **apenas uma** das suas proposições simples. Veja:

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv (\sim p)\leftrightarrow q$$

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv p\leftrightarrow(\sim q)$$

Lembre-se de que esses resultados também podem ser obtidos por tabela-verdade.

Cabe salientar que existe uma outra forma de **negação da bicondicional utilizando apenas operadores de conjunção e disjunção**:

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv (p\wedge\sim q) \vee (q\wedge\sim p)$$

INDO MAIS FUNDO!

Mostre que $\sim(p\leftrightarrow q)$ e $(p\wedge\sim q)\vee(q\wedge\sim p)$ são equivalentes.

A utilização da tabela-verdade é a forma tradicional de se provar a equivalência. Vejamos, porém, uma forma mais interessante de provar esta equivalência por meio de outras equivalências que já aprendemos.

Vamos utilizar uma equivalência fundamental já apresentada, que relaciona a bicondicional com duas condicionais:

$$p\leftrightarrow q \equiv (p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p)$$

Se negarmos ambos os lados da equivalência teremos o seguinte:

$$\sim(p\leftrightarrow q) \equiv \sim((p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p))$$

Veja-se que o lado direito da equivalência é a negação de uma conjunção, que pode ser reescrita utilizando De Morgan:

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv \sim(p\rightarrow q) \vee \sim(q\rightarrow p)$$

Agora devemos negar os dois condicionais, $(p\rightarrow q)$ e $(q\rightarrow p)$.

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv (p\wedge\sim q) \vee (q\wedge\sim p)$$

Finalmente chegamos à negação da bicondicional, utilizando apenas operadores de negação, conjunção e disjunção inclusiva.

As quatro formas mais comuns de **negação da bicondicional** são:

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \underline{\vee} q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

1.4 - Outras equivalências

Neste tópico, serão apresentadas outras equivalências que podem ser cobradas em prova, mas que apresentam menor incidência do que as ditas fundamentais.

1.4.1 - Equivalência do conectivo bicondicional

Uma forma equivalente de se escrever a bicondicional é negar ambos os termos:

$$p \leftrightarrow q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$$

Para fins de exemplo, se considerarmos:

p↔q: "Hoje é dia 01/09 se e somente se hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

Essa expressão é equivalente a:

~p↔~q: "Hoje **não** é dia 01/09 se e somente se hoje **não** é o primeiro dia do mês de setembro."

Verifiquemos na tabela-verdade:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \leftrightarrow q$	$\sim p \leftrightarrow \sim q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

ACORDE!

Equivalência do bicondicional $p \leftrightarrow q$: negam-se p e q.

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

Equivalência da negação do bicondicional $\sim(p \leftrightarrow q)$: nega-se apenas um dos termos.

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (\sim p) \leftrightarrow q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow (\sim q)$$

ATENÇÃO
DECORE!

Equivalência do bicondicional $p \leftrightarrow q$: nega-se tanto p quanto q.

$$p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$$

(Pref. Vila Lângaro/2019) A negação da proposição "João passa no concurso público se e somente se João estuda" é:

a) João não passa no concurso público se e somente se João não estudou.

b) João não passa no concurso público e João não estudou.

c) João passa no concurso público e João estuda.

d) Ou João passa no concurso público ou João estuda.

e) Se João passa no concurso público, então João estuda.

Comentários:

A proposição composta original é uma bicondicional **$p \leftrightarrow q$** cujos termos são:

p: " João passa no concurso público."

q: " João estuda."

As principais formas de se negar a bicondicional são:

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv p\underline{\vee}q$$

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv (\sim p)\leftrightarrow q$$

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv p\leftrightarrow(\sim q)$$

$$\sim (p\leftrightarrow q) \equiv (p\wedge\sim q) \vee (q\wedge\sim p)$$

A primeira forma apresentada corresponde à letra D:

$p\underline{\vee}q$: " **Ou** João passa no concurso público **ou** João estuda."

As demais formas apresentadas nas alternativas não correspondem à negação da bicondicional. Especial atenção deve ser dada à alternativa A, que apresenta uma equivalência do bicondicional, não uma negação:

$$p\leftrightarrow q \equiv (\sim p)\leftrightarrow(\sim q)$$

Gabarito: Letra D.

1.4.2 - Negações da conjunção para a forma condicional

Existem duas maneiras de se negar a conjunção de modo que ela adquira a forma condicional:

$$\sim(p\wedge q) \equiv p\rightarrow\sim q$$

$$\sim(p\wedge q) \equiv q\rightarrow\sim p$$

Mostre que $\sim(p\wedge q) \equiv p\rightarrow\sim q$ são equivalentes.

Utilizando a negação da conjunção por De Morgan:

$$\sim(p\wedge q) \equiv \sim p \vee\sim q$$

Chegamos a uma disjunção inclusiva, mas queremos encontrar uma condicional. Como proceder? Basta lembrar que existe uma equivalência fundamental que correlaciona a disjunção inclusiva com a condicional, que é dada por **$p \vee q \equiv \sim p\rightarrow q$.** Essa equivalência nos diz basicamente que, para levar uma disjunção inclusiva para a condicional, devemos negar o primeiro termo e manter o segundo termo. Desse modo, vamos negar o primeiro termo e manter o segundo termo de **$\sim p \vee\sim q$**.

$$\sim(p\wedge q) \equiv \sim p \vee\sim q \equiv \sim(\sim p)\rightarrow\sim q$$

$$\sim(p\wedge q) \equiv \sim(\sim p)\rightarrow\sim q$$

A dupla negação de uma proposição é a própria proposição original. Assim, chegamos ao resultado pretendido:

$$\sim(p\wedge q) \equiv p\rightarrow\sim q$$

Agora que sabemos que **$\sim(p\wedge q) \equiv p\rightarrow\sim q$**, a prova da outra equivalência fica mais simples. Veja:

Mostre que $\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$ são equivalentes.

Conhecemos a seguinte equivalência fundamental:

$$\textbf{(i).}\ p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$$

Essa equivalência nos mostra que uma condicional é equivalente à condicional resultante da negação das proposições originais, invertendo-se a posição do antecedente e do consequente.

Também conhecemos a seguinte equivalência:

$$\textbf{(ii).}\ \sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

Utilizando-se a conclusão da equivalência (i) combinada à equivalência (ii), teremos:

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q \equiv \sim(\sim q) \rightarrow \sim p$$

A dupla negação $\sim(\sim q)$ equivale à proposição original **q**. Logo:

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$$

(MRE/2016) Considere a sentença "Corro e não fico cansado". Uma sentença logicamente equivalente à negação da sentença dada é:

a) Se corro então fico cansado.

b) Se não corro então não fico cansado.

c) Não corro e fico cansado.

d) Corro e fico cansado.

e) Não corro ou não fico cansado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

c: "Corro."

f: "Fico cansado."

O enunciado apresenta a sentença **c∧~f** e pede a negação ~**(c∧~f)**.

Observe que o enunciado requer a negação de uma conjunção e as alternativas apresentam condicionais ("se...então"), conjunções ("e") e disjunção inclusiva ("ou"). Conhecemos três maneiras de se negar uma conjunção, sendo as duas últimas menos usuais:

(i). ~(p∧q) ≡ ~p∨~ q

(ii). ~(p∧ q) ≡ p→~ q

(iii). ~(p∧q) ≡ q→ ~ p

Aplicando essas equivalências para o caso em questão, ficamos com:

(i). ~**(c∧~f) ≡ ~c∨~(~f)**

(ii). ~**(c∧~f) ≡ c→~(~f)**

(iii). ~**(c∧~f) ≡ ~f→ ~c**

Como uma dupla negação corresponde à proposição original, nossas equivalências ficam:

(i). ~**(c∧~f) ≡ ~c∨f**

(ii). ~**(c∧~f) ≡ c→f**

(iii). ~**(c∧~f) ≡ ~f→ ~c**

Observe que a equivalência (i). **~c∨f**: "**Não** corro **ou** fico cansado" não corresponde a nenhuma alternativa. Já a equivalência (ii) corresponde à letra A.

c→f: "**Se** corro, **então** fico cansado."

O gabarito, portanto, é a alternativa A.

Atenção! Poderíamos ter resolvido essa questão de uma maneira mais simples, **sem precisar conhecer as** "**negações da conjunção para a forma condicional**".

Sejam as proposições simples:

c: "Corro."

f: "Fico cansado."

O enunciado apresenta a sentença **c∧~f** e pede a negação ~**(c∧~f)**. Por De Morgan, temos:

~**(c∧~f) ≡ ~c** ∨ ~**(~f)**

A dupla negação corresponde à proposição original. Logo, temos:

~(c∧~f) ≡ ~c ∨ f

Veja que não temos como resposta **~c ∨ f**. Podemos transformar a disjunção inclusiva **~c ∨ f** em uma condicional utilizando a seguinte equivalência:

$$p \lor q \equiv {\sim}p \to q$$

Aplicando essa equivalência em **~c ∨ f**, que é negação de **c∧~f**, ficamos com:

$${\sim}(c \land {\sim}f) \equiv {\sim}c \lor f \equiv {\sim}({\sim}c) \to f$$

A dupla negação de **c** corresponde à proposição simples **c**. Logo, ficamos com:

$${\sim}(c \land {\sim}f) \equiv {\sim}c \lor f \equiv c \to f$$

Veja, portanto, que chegamos novamente na alternativa A:

c→f: "**Se** corro, **então** fico cansado."

Gabarito: Letra A.

1.4.3 - Conjunção de condicionais

Existem duas equivalências que de vez em quando aparecem nas provas:

$$(p \to r) \land (q \to r) \equiv (p \lor q) \to r$$

$$(p \to q) \land (p \to r) \equiv p \to (q \land r)$$

Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**.

$$(p \to r) \land (q \to r) \equiv (p \lor q) \to r$$

Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**.

$$(p \to q) \land (p \to r) \equiv p \to (q \land r)$$

Podemos verificar as duas equivalências por tabela-verdade:

P	Q	R	P→R	Q→R	PvQ	(P→R)∧(Q→R)	(PvQ)→R
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	V

P	Q	R	P→Q	P→R	Q∧R	(P→Q)∧(P→R)	P→(Q∧R)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

(SEFAZ-AL/2020) Considere as proposições:

- P1: “Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado.”.
- P2: “Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.”.

A proposição P1∧P2 é equivalente à proposição “Se há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa, então o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos.”.

Comentários:

Considere as proposições simples:

c: "Há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa."

t: "O trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos."

A proposição **P1** pode ser descrita por **c→t** e a proposição **P2** pode ser descrita por **c→b**. Logo, a proposição **P1∧P2** pode ser descrita por:

(c→t)∧(c→b)

Devemos, portanto, avaliar se **(c→t)∧(c→b)** é equivalente a:

"**Se [**há carência de recursos tecnológicos no setor Alfa**]**, **então [(**o trabalho dos servidores públicos que atuam nesse setor pode ficar prejudicado**) e (**os beneficiários dos serviços prestados por esse setor podem ser mal atendidos**)]**."

Isto é, devemos avaliar se **(c→t)∧(c→b)** é equivalente a **c→(t∧b)**.

Sabemos que essas duas proposições compostas são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência estudada:

(p→q)∧(p→r) ≡ p→(q∧r)

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes. Isso porque, pela definição de equivalências, temos que duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Para o caso em questão, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

c	t	b	c→t	c→b	t∧b	(c→t)∧(c→b)	c→(t∧b)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	F
V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Veja que ambas as proposições apresentam a mesma tabela-verdade e, portanto, são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

(PF/2004) As proposições (P∨Q)→S e (P→S)∨(Q→S) possuem tabelas de valorações iguais.

Comentários:

A assertiva está ERRADA. A equivalência correta seria **(P→S)∧(Q→S) ≡ (P∨Q)→S**.

Lembre-se que as equivalências mostradas nesse tópico são conjunções (∧) de condicionais. Veja:

(p→r)∧(q→r) ≡ (p∨q)→r

(p→q)∧(p→r) ≡ p→(q∧r)

Para mostrar formalmente que **(PVQ)→S** e **(P→S)V(Q→S)** **não** possuem tabelas de valorações iguais, isto é, para mostrar que essas proposições **não** são equivalentes, podemos montar a seguinte tabela-verdade:

P	Q	S	P→S	Q→S	PvQ	(P→S)v(Q→S)	(PvQ)→S
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Gabarito: ERRADO.

Vamos agora praticar algumas questões gerais sobre o que aprendemos.

(Pref. Imbé/2020) Uma proposição equivalente de "Se Imbé está cheia, então o comércio lucra" é:

a) Imbé está cheia e o comércio lucra.

b) Imbé está cheia e o comércio não lucra.

c) Imbé não está cheia e o comércio lucra.

d) Se Imbé não está cheia, então o comércio não lucra.

e) Se o comércio não lucra, então Imbé não está cheia.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Imbé está cheia."

q: "O comércio lucra."

A proposição original pode ser descrita por **p→q**.

Sabemos que as principais equivalências do condicional são:

p→q ≡ ~q→~p

p→q ≡ ~pVq

Aplicando essas duas equivalências, ficamos com:

~q→~p: "Se o comércio **não** lucra, então Imbé **não** está cheia."

$\sim p \vee q$: "Imbé **não** está cheia **ou** o comércio lucra."

Veja que a primeira equivalência obtida corresponde à letra E.

Gabarito: Letra E.

(ISS Campinas/2019) Uma proposição logicamente equivalente à afirmação "Se Marcos é engenheiro, então Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga" é apresentada na alternativa:

a) Se Roberta não é enfermeira ou Ana não é psicóloga, então Marcos não é engenheiro.

b) Ana é psicóloga, Marcos é engenheiro e Roberta é enfermeira.

c) Se Marcos não é engenheiro, então Roberta não é enfermeira e Ana não é psicóloga.

d) Se Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga, então Marcos é engenheiro.

e) Roberta não é enfermeira, Ana não é psicóloga e Marcos não é engenheiro.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples que compõem a afirmação do enunciado:

m: "Marcos é engenheiro."

r : "Roberta é enfermeira."

a: "Ana é psicóloga."

A afirmação do enunciado pode ser modelada por: $m \rightarrow (r \wedge a)$. Existem duas equivalências clássicas para a condicional:

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p \text{ (contrapositiva)}$$

$$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

Observe que não há nas alternativas o conectivo "ou" sendo usado sem um condicional "se...então", de modo que devemos aplicar a equivalência **contrapositiva**. Isto é, devemos seguir o seguinte procedimento:

1. **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
2. **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Utilizando a equivalência para o caso em questão, temos:

$$m \rightarrow (r \wedge a) \equiv \sim(r \wedge a) \rightarrow \sim m$$

$\sim(r \wedge a)$ pode ainda ser desenvolvido por De Morgan com a equivalência $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$.

$$m \rightarrow (r \wedge a) \equiv (\sim r \vee \sim a) \rightarrow \sim m$$

Ficamos com: "**Se** Roberta **não** é enfermeira **ou** Ana **não** é psicóloga, **então** Marcos **não** é engenheiro".

Gabarito: Letra A.

(TJ SP/2019) Considere a seguinte afirmação:

Se Ana e Maria foram classificadas para a segunda fase do concurso, então elas têm chance de aprovação.

Assinale a alternativa que contém uma negação lógica para essa afirmação.

a) Se Ana ou se Maria, mas não ambas, não foi classificada para o concurso, então ela não tem chance de aprovação.

b) Se Ana ou Maria não têm chance de aprovação, então elas não foram classificadas para a segunda fase do concurso.

c) Ana ou Maria não têm chance de aprovação e não foram classificadas para a segunda fase do concurso.

d) Se Ana e Maria não foram classificadas para a segunda fase do concurso, então elas não têm chance de aprovação.

e) Ana e Maria foram classificadas para a segunda fase do concurso, mas elas não têm chance de aprovação.

Comentários:

Vamos dar nomes às proposições simples da afirmação original:

a: "Ana foi classificada para a segunda fase do concurso."

m: "Maria foi classificada para a segunda fase do concurso."

e: "Elas têm chance de aprovação."

A afirmação pode ser escrita como:

($a \wedge m$) → e: "Se [Ana **e** Maria foram classificadas para a segunda fase do concurso**]**, **então [**elas têm chance de aprovação**].**"

A negação da condicional apresenta a seguinte equivalência: **$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$**

Para realizar a negação, devemos proceder do seguinte modo:

1. **Mantém-se o primeiro termo;**
2. **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
3. **Nega-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência para o caso em questão, ficamos com:

$$\sim[(a \wedge m) \rightarrow e] \equiv (a \wedge m) \wedge \sim e$$

Devemos também lembrar que o conectivo "mas" é utilizado como sinônimo de "**e**". Com isso, temos a letra E como resposta:

($a \wedge m$) $\wedge \sim e$:"Ana **e** Maria foram classificadas para a segunda fase do concurso, mas elas **não** têm chance de aprovação".

Gabarito: Letra E.

2 - ÁLGEBRA DE PROPOSIÇÕES

Álgebra de proposições
Propriedade comutativa
Todos os conectivos, **exceto o condicional "se...então"**, apresentam propriedade comutativa. $p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$ $p \underline{\vee} q \equiv q \underline{\vee} p$ $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
Propriedade associativa
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
Propriedade distributiva
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Propriedade da identidade
$p \wedge t \equiv p$ $p \wedge c \equiv c$ $p \vee t \equiv t$ $p \vee c \equiv p$
Propriedade da absorção
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
Propriedade da idempotência
$p \wedge p \equiv p$ $p \vee p \equiv p$

A **álgebra de proposições** trata do uso sequencial de equivalências lógicas e de outras propriedades para simplificar expressões.

O uso dessa ferramenta é interessante para resolver questões de um modo mais rápido. Além disso, pode ser **muito útil em questões mais diretas de equivalências lógicas, quando a banca tenta "esconder" a equivalência nas alternativas**.

O mais importante é você conhecer as propriedades **comutativa**, **associativa** e **distributiva** e suas aplicações mais imediatas nas questões. Isso porque, via de regra, o conhecimento das demais propriedades não costuma ser cobrado e, além disso, é comum que as **questões mais complexas** de **álgebra de proposições** possam ser resolvidas por **tabela-verdade.**

FIQUE ATENTO!

As **três primeiras propriedades** que serão apresentadas são as mais importantes para sua prova: **comutativa**, **associativa** e **distributiva**.

Questões mais complexas via de regra podem ser resolvidas por **tabela-verdade**. Nesses casos, a desenvoltura com **álgebra de proposições** seria apenas um "**bônus**" para que você resolva alguns problemas mais rapidamente.

2.1 - Propriedade comutativa

Todos os conectivos, **exceto o condicional "se...então"**, gozam da propriedade comutativa. Isso quer dizer que é possível trocar a ordem dos componentes em uma proposição composta sem afetar o resultado da tabela-verdade:

$$\mathbf{p \wedge q \equiv q \wedge p}$$

$$\mathbf{p \vee q \equiv q \vee p}$$

$$\mathbf{p \veebar q \equiv q \veebar p}$$

$$\mathbf{p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p}$$

EXEMPLIFICANDO

Suponha que uma questão peça para você a negação da seguinte condicional:

p→q: "Se eu correr, então chego a tempo."

Sabemos que **essa condicional não goza da propriedade comutativa**. A negação dessa condicional, pedida pela questão, pode ser encontrada pela seguinte equivalência:

$\sim(p\rightarrow q) \equiv p\wedge\sim q$: "Corro e não chego a tempo."

Suponha agora que, dentre as alternativas da questão, você não encontre a proposição composta "Corro e não chego a tempo", porém encontre "Não chego a tempo e corro". Pode marcar essa alternativa sem medo! Isso porque, usando a **propriedade comutativa**, a conjunção obtida $p\wedge\sim q$ pode ser escrita como $\sim q\wedge p$:

$\sim(p\rightarrow q) \equiv p\wedge\sim q \equiv \sim q\wedge p$: "Não chego a tempo e corro."

TOME NOTA!

Todos os conectivos exceto o condicional comutam:

$$p\wedge q \equiv q\wedge p$$
$$p\vee q \equiv q\vee p$$
$$p\underline{\vee}q \equiv q\underline{\vee}p$$
$$p\leftrightarrow q \equiv q\leftrightarrow p$$

A condicional $p\rightarrow q$ não é comutativa. $p\rightarrow q$ e $q\rightarrow p$ não são equivalentes.

A equivalência correta para a condicional é a contrapositiva:

$$p\rightarrow q \equiv \sim q\rightarrow\sim p$$

Essa propriedade é especialmente importante para questões de concurso público, pois muitas vezes a banca altera a ordem das proposições nas alternativas justamente para tentar esconder a resposta. Vamos a um exemplo.

(TJ SP/2015) Uma afirmação equivalente à afirmação: 'Se Marcondes é físico ou Isabela não é economista, então Natália não é advogada e Rui é médico', é:

a) Se Rui é médico ou Natália não é advogada, então Isabela é economista e Marcondes não é físico.

b) Se Rui não é médico e Natália é advogada, então Isabela é economista ou Marcondes não é físico.

c) Se Marcondes não é físico e Isabela é economista, então Natália é advogada ou Rui não é médico.

d) Se Isabela é economista e Rui é médico, então Marcondes é físico e Natália não é advogada.

e) Se Rui não é médico ou Natália é advogada, então Isabela é economista e Marcondes não é físico.

Comentários:

Primeiramente, observe que a questão nos dá uma condicional e nos pede uma condicional equivalente. Isso significa que precisamos saber a **contrapositiva**:

$$p \to q \equiv \sim q \to \sim p$$

Vamos dar nomes às proposições simples:

m: "Marcondes é físico."

i: "Isabela é economista."

n: "Natália é advogada."

r: "Rui é médico."

A proposição original do enunciado é dada por:

$$(m \vee \sim i) \to (\sim n \wedge r)$$

A contrapositiva equivalente é dada por:

$$\sim(\sim n \wedge r) \to \sim(m \vee \sim i)$$

As duas parcelas dessa condicional ainda podem ser melhor desenvolvidas por De Morgan: para negar tanto a conjunção quanto a disjunção inclusiva, negam-se todas as parcelas e troca-se o operador ("e" para "ou" e vice-versa). Logo, podemos reescrever a expressão da seguinte forma:

$$(\sim(\sim n) \vee \sim r) \to (\sim m \wedge \sim(\sim i))$$

A dupla negação de uma proposição equivale à proposição original. Logo:

$$(n \vee \sim r) \to (\sim m \wedge i)$$

Devemos, então, procurar pela seguinte frase:

"Se [(Natália é advogada) ou (Rui não é médico)], então [(Marcondes não é físico) e (Isabela é economista)]"

Veja que a letra E apresenta uma frase muito parecida. Essa alternativa utilizou a **propriedade comutativa** para o conectivo "e" e para o "ou" da nossa frase:

$$(n \vee \sim r) \to (\sim m \wedge i) \equiv (\sim r \vee n) \to (i \wedge \sim m)$$

"Se [(Rui não é médico) ou (Natália é advogada)], então [(Isabela é economista) e (Marcondes não é físico)]."

Gabarito: Letra E.

2.2 - Propriedade associativa

Na **álgebra elementar**, quando realizamos uma multiplicação, é comum ouvirmos a frase "a ordem dos fatores não altera o produto". Essa frase resume a propriedade associativa para a multiplicação.

Vamos supor que queremos realizar a multiplicação $3 \times 5 \times 7$. Ela pode ser feita de duas formas:

- Multiplicamos 3×5 e depois multiplicamos esse resultado por 7, obtendo $(3 \times 5) \times 7$; ou
- Multiplicamos 3 pelo resultado da multiplicação de 5×7, obtendo $3 \times (5 \times 7)$.

Ou seja, na álgebra elementar, a propriedade associativa nos diz que em uma multiplicação de diversos termos, podemos realizar as operações de multiplicação na ordem que bem entendermos que o resultado será o mesmo:

$$(3 \times 5) \times 7 \;=\; 3 \times\; (5 \times 7)$$

O mesmo vale para a adição de termos:

$$(3 + 5) + 7 \;=\; 3 + (5 + 7)$$

Na **álgebra de proposições** temos algo muito semelhante. Dizemos que a **conjunção "e"** e a **disjunção inclusiva "ou"** gozam da propriedade associativa, sendo válidas as equivalências:

$$\mathbf{(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)}$$

$$\mathbf{(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)}$$

ACORDE!

Observe que a propriedade **associativa** **não mistura em uma mesma expressão** o conectivo "**e**" e o conectivo "**ou**"

Vamos a um exemplo que mostra uma utilidade para a propriedade associativa.

Mostre que p∨(q∨~p) é uma tautologia.

Lembre-se que uma tautologia ocorre quando a proposição em questão é sempre verdadeira.

Utilizando a propriedade comutativa em **(q∨~p),** temos:

$$\mathbf{p \vee (\sim p \vee q)}$$

Utilizando a propriedade associativa na expressão acima, temos:

$$\mathbf{(p \vee \sim p) \vee q}$$

(p∨~p) é sempre verdadeiro, portanto, é uma tautologia. Logo, ficamos com:

$$\mathbf{t \vee q}$$

Observe que a **t ∨ q** é a disjunção inclusiva de um termo que é sempre verdade com a proposição **q**. Logo, se ao menos um dos termos é sempre verdadeiro (**t**), essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira. Assim:

$$\mathbf{p \vee (q \vee \sim p) \equiv t}$$

Uma outra forma de se entender a propriedade associativa é perceber que, quando temos uma sequência de conjunções ou de disjunções inclusivas, podemos remover os parênteses.

(TRT 1/2008) Proposições compostas são denominadas equivalentes quando possuem os mesmos valores lógicos V ou F, para todas as possíveis valorações V ou F atribuídas às proposições simples que as compõem. Assinale a opção correspondente à proposição equivalente a "¬[[A∧(¬B)]→C]".

a) A∧(¬B)∧(¬C)

b) (¬A)∨(¬B)∨C

c) C→[A∧(¬B)]

d) (¬A)∨B∨C

e) [(¬A)∧B]→(¬C)

Comentários:

A proposição original trata da negação de um condicional em que o antecedente da condicional é uma conjunção dada por **[A∧(~B)].**

Para negar uma condicional, utilizamos a equivalência **~ (p→ q) ≡ p∧~ q.** Aplicando ao caso em questão, devemos manter **[A∧(~B)]**, trocar a condicional pela conjunção e negar **C:**

$$\mathbf{[A \wedge (\sim B)] \rightarrow C \equiv [A \wedge (\sim B)] \wedge (\sim C)}$$

Observe que, pela **propriedade associativa**, a ordem em que é executada a conjunção não importa. Logo, podemos escrever:

$$\mathbf{[A \wedge (\sim B)] \rightarrow C \equiv A \wedge (\sim B) \wedge (\sim C)}$$

Gabarito: Letra A.

2.3 - Propriedade distributiva

Na **álgebra elementar**, a propriedade distributiva da multiplicação com relação à adição consiste em realizar a seguinte operação:

$$3\times(5+7) = 3\times5 + 3\times7$$

Da mesma forma, podemos partir do lado direito da equação acima chegar ao lado esquerdo "colocando o número 3 em evidência":

$$3 \times 5 + 3 \times 7 = 3 \times (5 + 7)$$

Na **álgebra de proposições** temos as seguintes **propriedades distributivas:**

- Do conectivo "e" com relação ao conectivo "ou";
- Do conectivo "ou" com relação ao conectivo "e".

2.3.1 – Propriedade distributiva do "e" com relação ao "ou"

A propriedade distributiva do conectivo "e" em relação ao "ou" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela "**p∧**" é distribuído.

p∧(q∨r) ≡ (p∧q) ∨ (p∧r)

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo "**p∧**" em evidência.

(p∧q)∨(p∧r) ≡ p∧(q∨r)

2.3.2 – Propriedade distributiva do "ou" com relação ao "e"

A propriedade distributiva do conectivo "ou" em relação ao "e" é dada pela equivalência abaixo. Perceba que nela "**p∨**" é distribuído.

p∨(q∧r) ≡ (p∨q) ∧ (p∨r)

É importante também reconhecer a propriedade "de trás para frente". Isso significa que podemos colocar o termo "**p∨** " em evidência.

(p∨q) ∧ (p∨r) ≡ p∨(q∧ r)

(SEFAZ SC/2010) Na questão, considere a notação ¬X para a negação da proposição X.

Considere as proposições a e b e assinale a expressão que é logicamente equivalente a (a ∧ b) ∨ (a ∧ ¬b)

a) ¬a ∧ ¬b

b) ¬a ∨ ¬b

c) ¬a ∨ b

d) a ∨ ¬b

e) a

Comentários:

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos colocar "**a∧**" em evidência:

(a∧b)∨ (a∧~b) ≡ a∧ (b∨~b)

A expressão **(b∨~b)** é uma tautologia. Logo, **a∧ (b∨~b)** corresponde a:

$$a \land t$$

Perceba que o valor da conjunção é determinado exclusivamente por **a**, uma vez que a outra parcela da conjunção é sempre verdadeira. Portanto:

$$(a \land b) \lor (a \land \sim b) \equiv a$$

Gabarito: Letra E.

(Pref. Alumínio/2016) Considere a afirmação: Sueli é professora e, pratica ginástica ou pratica corrida. Uma afirmação equivalente é

A) Sueli é professora e pratica ginástica e pratica corrida.

B) Se Sueli é professora, então ela não pratica ginástica e não pratica corrida.

C) Sueli é professora e pratica ginástica, ou é professora e pratica corrida.

D) Se Sueli não pratica ginástica ou não pratica corrida, então ela é professora.

E) Sueli pratica ginástica e pratica corrida, ou é professora.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Sueli é professora."

g: "Sueli pratica ginástica."

k: "Sueli pratica corrida."

Na afirmação do enunciado, a vírgula após o "**e**" indica parênteses na proposição composta:

"[Sueli é professora] **e,** [(pratica ginástica) **ou** (pratica corrida)]."

Logo, temos a seguinte representação:

$$s \land (g \lor k)$$

Por meio da **propriedade distributiva**, podemos distribuir "**s∧**":

$$s \land (g \lor k) \equiv (s \land g) \lor (s \land k)$$

Temos, portanto, a seguinte equivalência:

$(s \land g) \lor (s \land k)$: "([Sueli é professora] **e** [pratica ginástica]), **ou** ([Sueli é professora] **e** [pratica corrida])"

Essa equivalência corresponde à alternativa C.

Gabarito: Letra C.

Quanto temos um **condicional** e queremos utilizar a **álgebra de proposições** para resolver alguma questão, é necessário **transformar a condicional em disjunção inclusiva** por meio da seguinte equivalência já conhecida:

$$\mathbf{p\rightarrow q \equiv \sim p \vee q}$$

Lembre-se, também, que temos como **transformar a negação da condicional em uma conjunção:**

$$\mathbf{\sim(p\rightarrow q) \equiv p\wedge \sim q}$$

Vejamos um exemplo.

(TCE-RO/2013) Com referência às proposições lógicas simples P, Q e R, julgue o próximo item.

Se $\neg R$ representa a negação de R, então as proposições $P\vee[\neg(Q\rightarrow R)]$ e $(P\vee Q)\wedge[P\vee(\neg R)]$ são equivalentes.

Comentários:

Note que **poderíamos resolver essa questão comparando as tabelas-verdade** das duas proposições. Nesse momento, vamos resolver o problema com **álgebra de proposições**.

A nossa estratégia será desenvolver $\mathbf{P\vee[\sim(Q\rightarrow R)]}$ para tentar chegar em $\mathbf{(P\vee Q)\wedge[P\vee(\sim R)]}$.

Veja que, para a negação da condicional $\mathbf{(Q\rightarrow R)}$, podemos utilizar a equivalência $\mathbf{\sim(p\rightarrow q) \equiv p\wedge\sim q}$. Logo, $\mathbf{P\vee[\sim(Q\rightarrow R)]}$ corresponde a:

$$\mathbf{P\vee[Q\wedge\sim R]}$$

Aplicando a **propriedade distributiva em** "**$P\vee$**", temos:

$$\mathbf{P\vee[Q\wedge\sim R] \equiv [P\vee Q] \wedge [P\vee\sim R]}$$

Note, portanto, que a partir de $\mathbf{P\vee[\sim(Q\rightarrow R)]}$ chegamos em $\mathbf{[P\vee Q]\wedge[P\vee\sim R]}$. Logo, as proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

2.4 - Propriedade da identidade, da absorção e da idempotência

Quanto à parte teórica da aula, **chegamos ao fim do que você realmente precisa saber**. Trate os itens 2.4 e 2.5 como um "**bônus**" que pode te ajudar em algumas questões.

Para melhor memorizar as propriedades da identidade e da absorção, podemos estabelecer uma analogia entre lógica de proposições e conjuntos.

Lógica de Proposições	Conjuntos
Tautologia (t)	Conjunto Universo (U)
Contradição (c)	Conjunto Vazio (∅)
Conjunção (∧)	Intersecção (∩)
Disjunção Inclusiva (∨)	União (∪)

Observada a analogia, vamos às propriedades.

2.4.1 - Propriedade da identidade

2.4.1.1 - Propriedade da identidade para a conjunção

Sendo **t** uma tautologia e **c** uma contradição, temos as seguintes equivalências:

$$\mathbf{p \land t \equiv p}$$

$$\mathbf{p \land c \equiv c}$$

Note que **p ∧ t** é equivalente a **p** porque se trata de uma conjunção em que um termo é sempre verdadeiro (**t**). Isso significa que o valor de **p ∧ t** é consequência somente do valor de **p:**

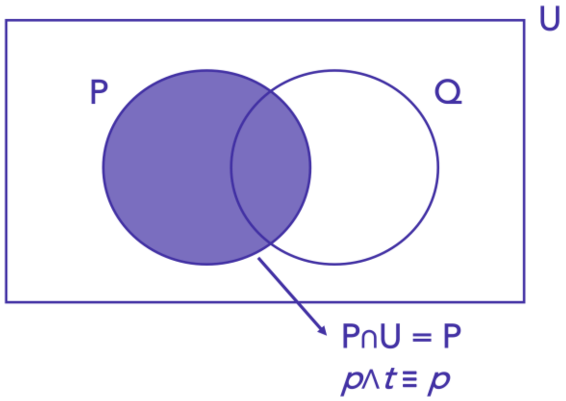
- Se **p** for verdadeiro, teremos **V ∧ V**, que é uma conjunção verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **F ∧ V**, que é uma conjunção falsa.

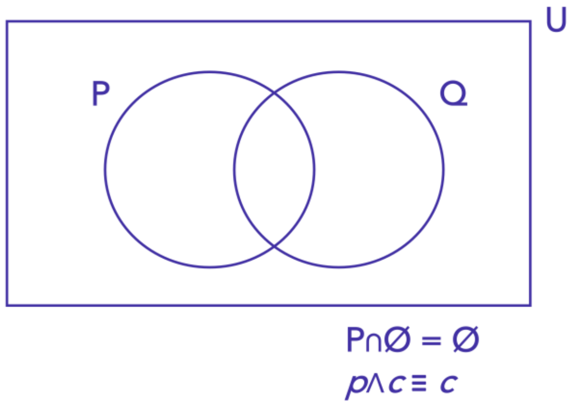
p	t	$p \land t$
V	V	V
F	V	F

Além disso, **p ∧ c** é equivalente a **c** porque se trata de uma conjunção em que temos um termo sempre falso **(c).**

p	c	$p \land c$
V	F	F
F	F	F

Para fins de memorização, observe o análogo da teoria dos conjuntos:





2.4.1.2 - Propriedade da identidade para a disjunção inclusiva

Sendo **t** uma tautologia e **c** uma contradição, temos as seguintes equivalências:

p V t ≡ t

p V c ≡ p

Note que **p V t** é equivalente a **t** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que temos um termo sempre verdadeiro **(t)**.

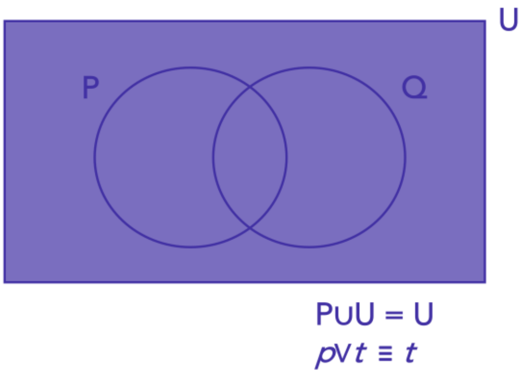
p	*t*	*p*V *t*
V	V	V
F	V	V

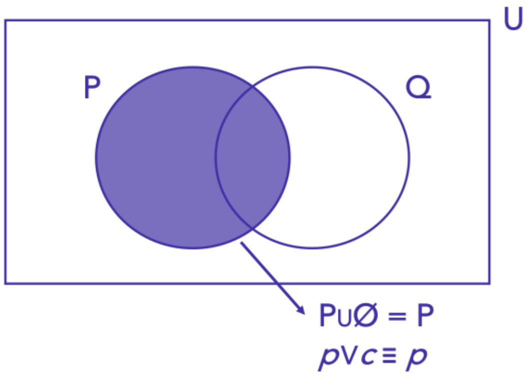
Além disso, **p V c** é sempre equivalente a **p** porque se trata de uma disjunção inclusiva em que um termo é sempre falso (**c**). Isso significa que o valor de **pVc** é consequência somente do valor de **p:**

- Se **p** for verdadeiro, teremos **V V F**, que é uma disjunção verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos **F V F**, que é uma disjunção falsa.

p	*c*	*p*V*c*
V	F	V
F	F	F

Para fins de memorização, observe o análogo da teoria dos conjuntos:





(ANPAD/2014) A proposição composta **p∧(q∨(~p))** é logicamente equivalente à proposição

A) q

B) p∧q

C) p∨q

D) p∧(~q)

E) p∨(~q)

Comentários:

Aplicado a **propriedade distributiva** em "**p∧**", temos:

p∧(q∨~p) ≡ (p∧q) ∨ (p∧~p)

(p∧~p) é uma contradição. Logo, ficamos com:

(p∧q) ∨ c

A disjunção inclusiva de um termo com uma contradição corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, temos:

(p∧q)

Gabarito: Letra B.

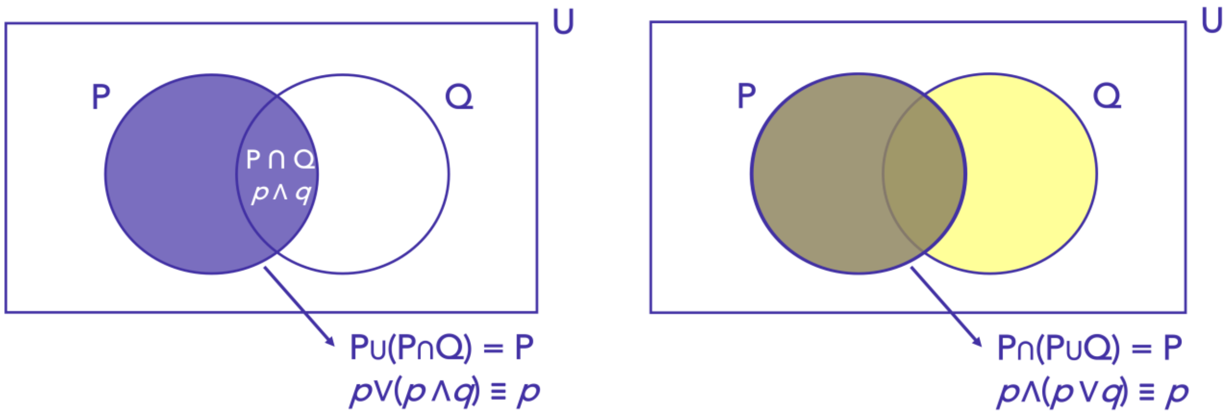
2.4.2 - Propriedade da absorção

A propriedade da absorção é representada por duas equivalências:

p ∨ (p ∧ q) ≡ p

p ∧ (p ∨ q) ≡ p

Para fins de memorização, observe o análogo da teoria dos conjuntos:



Essas equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	q	$p\wedge q$	$p\vee(p\wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

p	q	$p\vee q$	$p\wedge(p\vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	F

(SEFAZ-MS/2006) Representando por ~r a negação de uma proposição r, a negação de p ∧ (p ∨ q) é equivalente a:

a) ~p.

b) ~q.

c) ~(p ∨ q).

d) ~(p ∧ q).

e) uma contradição.

Comentários:

Pela **propriedade da absorção**, sabemos que **p ∧ (p ∨ q) ≡ p**. Logo, a negação pedida é ~**p**.

Gabarito: Letra A.

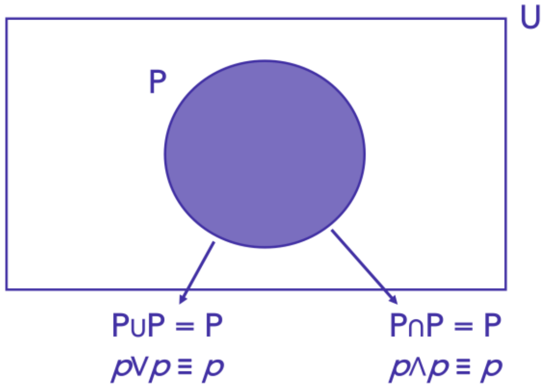
2.4.3 - Propriedade da idempotência

A propriedade da idempotência é representada por duas equivalências:

$$\mathbf{p \wedge p \equiv p}$$

$$\mathbf{p \vee p \equiv p}$$

O análogo à teoria dos corresponderia à intersecção de um conjunto com ele mesmo e à união de um conjunto com ele mesmo.



Essas equivalências são demonstráveis por tabela-verdade:

p	p	$p \vee p$
V	V	V
F	F	F

p	p	$p \wedge p$
V	V	V
F	F	F

(DPEN/2013) Considerando que, P, Q e R são proposições conhecidas, julgue o próximo item.

A Proposição ¬[(P → Q) ∨ Q] é equivalente à proposição P ∧ (¬Q), em que ¬P é a negação de P.

Comentários:

Primeiramente, vale perceber que essa questão pode ser resolvida por **tabela-verdade**, pois para duas proposições serem equivalentes basta que elas apresentem a mesma tabela-verdade.

Dito isso, vamos resolver a questão por **álgebra de proposições**. A nossa estratégia será partir de **~[(P→Q)VQ]** para chegar em **P∧(~Q).**

Vamos desenvolver **~[(P→Q)VQ]** por De Morgan, negando cada parcela da disjunção inclusiva e trocando "ou" por "e":

$$\sim(P\rightarrow Q)\wedge\sim Q$$

Para negar uma condicional, utilizamos a seguinte equivalência: **~(p→ q) ≡ p∧~ q.** Ficamos com:

$$[P\wedge(\sim Q)]\wedge(\sim Q)$$

Pela **propriedade associativa**, podemos escrever:

$$P\wedge[(\sim Q)\wedge(\sim Q)]$$

Observe que, pela **propriedade idempotente**, **[(~Q)∧(~Q)]** apresenta sempre o valor lógico de **(~Q).** Isso porque Quando **(~Q)** é V, **[(~Q)∧(~Q)]** é V, e quando **(~Q)** é F, **[(~Q)∧(~Q)]** é F. Logo, nossa conjunção fica:

$$P\wedge(\sim Q)$$

Gabarito: CERTO.

2.5 - Equivalências lógicas x tautologia, contradição e contingência

Você se lembra que um dos métodos para descobrirmos se uma proposição composta é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência** é utilizar **equivalências lógicas** e **álgebra de proposições**?

Esse método costuma ser o mais rápido, porém requer o domínio das equivalências lógicas e das propriedades da álgebra de proposições.

Voltemos ao exemplo da aula de tautologia, contradição e contingência: queremos verificar se a proposição abaixo é uma tautologia:

((p∧q) → r) ↔ (p→(q→ r)) *é uma tautologia?*

Agora conhecemos a seguinte equivalência: **(p→q) ≡ (~p∨q)**. Aplicando essa equivalência **a cada um dos lados da expressão bicondicional** do nosso exemplo, tem-se que:

Lado esquerdo: **((p∧q) → r) ≡ ~(p∧q) ∨ r**

Lado direito: **(p→ (q→ r)) ≡ ~p∨ (q→ r)**

Portanto, **reescrevendo a bicondicional original** **((p∧q) → r) ↔ (p→(q→ r))**, temos:

~(p∧q) ∨ r ↔ ~p∨ (q→ r)

Prosseguindo, por De Morgan, a proposição composta **~(p∧q),** ao lado esquerdo da expressão, pode ser reescrita como **(~p∨~q).** Já a condicional **q→r,** ao lado direito, pode ser reescrita como seu equivalente **~q∨r**. Fazendo as devidas substituições na expressão obtida no passo anterior, **~(p∧q) ∨ r ↔ ~p∨(q→ r),** teremos:

(~p∨~q) ∨ r ↔ ~p∨(~q ∨ r)

Observe os dois lados da bicondicional. Eles são muito parecidos, exceto pelo uso dos parênteses que indicam uma ordem diferente de se executar o operador "ou". Utilizando a **propriedade associativa** do lado direito da bicondicional, podemos reescrever:

(~p∨~q) ∨ r ↔ (~p∨ ~q) ∨ r

Podemos concluir, portanto, que ambos os lados da expressão bicondicional são idênticos, e, por conseguinte, sempre assumirão o mesmo valor lógico. Isso significa que o nosso bicondicional sempre será verdadeiro e, portanto, é uma tautologia.

Pessoal, uma vez que se tem a prática com álgebra de proposições, a resolução de algumas questões de **tautologia**, **contradição** e **contingência** ficam mais rápidas. Observe, porém, que **sempre é possível resolver esse tipo de questão por tabela-verdade** ou pelo **método da conclusão falsa**.

Vamos resolver alguns exercícios do assunto utilizando equivalências lógicas.

HORA DE PRATICAR!

(STJ/2018) Considere as proposições P e Q a seguir.

P: Todo processo que tramita no tribunal A ou é enviado para tramitar no tribunal B ou no tribunal C.

Q: Todo processo que tramita no tribunal C é enviado para tramitar no tribunal B.

A partir dessas proposições, julgue o item seguinte.

A proposição ¬P→(P→Q), em que ¬P denota a negação da proposição P, é uma tautologia, isto é, todos os elementos de sua tabela-verdade são V (verdadeiro).

Comentários:

Temos a proposição:

$$\sim P \rightarrow (P \rightarrow Q)$$

Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~pVq**, temos:

$$\sim(\sim P) \lor (P \rightarrow Q)$$

$$P \lor (P \rightarrow Q)$$

Novamente, utilizando a mesma equivalência para **(P→Q)**:

$$P \lor (\sim P \lor Q)$$

Utilizando a **propriedade associativa**:

$$(P \lor \sim P) \lor Q$$

PV~P é uma tautologia, logo:

$$t \lor Q$$

Observe que **t V Q** é a disjunção inclusiva de um termo que é sempre verdade com a proposição **Q**. Portanto, como ao menos um dos termos é sempre verdadeiro (**t**), essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

(CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição composta QV(Q→P) é uma tautologia.

Comentários:

Temos a seguinte proposição composta:

$$Q \vee (Q \rightarrow P)$$

Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~pVq** para **(Q → P)**, temos:

$$Q \vee (\sim Q \vee P)$$

Pela **propriedade associativa**, podemos escrever:

$$(Q \vee \sim Q) \vee P$$

QV~Q é uma tautologia. Portanto, ficamos com:

$$t \vee P$$

Observe que a **t V P** é a disjunção inclusiva de um termo que é sempre verdade com a proposição **P**. Portanto, como ao menos um dos termos é sempre verdadeiro (**t**), essa disjunção inclusiva é sempre verdadeira (**propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**). Logo, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

RESUMO

Equivalências lógicas

Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Equivalências fundamentais

p→q ≡ ~q→~p
Contrapositiva

p→q ≡ ~p∨q
Transformação da condicional em disjunção inclusiva

p∨q ≡~p→q
Transformação da disjunção inclusiva em condicional

p↔q ≡ (p→q)∧(q→p)
Transformação da bicondicional em condicional/conjunção

Equivalências provenientes da negação de proposições

Dupla negação da proposição simples

~(~p) ≡ p

Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (leis de De Morgan)

Para negar "e": **negar ambas** as proposições e **trocar o conectivo por "ou"**.

~ (p∧ q) ≡~p ∨~q

Para negar "ou": **negar ambas** as proposições e **trocar o conectivo por "e"**.

~ (p∨q) ≡~p ∧~q

Negação da condicional

~ (p→q) ≡ p∧~q

Negação da disjunção exclusiva

~(p⊻q) ≡ p↔q

Negação da bicondicional

~(p↔q) ≡ p⊻q

~(p↔q) ≡ (~ p)↔q

~(p↔q) ≡ p↔(~ q)

~(p↔q) ≡ (p∧~q) ∨ (q∧~p)

Outras equivalências
Equivalência do conectivo bicondicional $p \leftrightarrow q \equiv (\sim p) \leftrightarrow (\sim q)$ Negação da conjunção para a forma condicional $\sim(p \wedge q) \equiv p \rightarrow \sim q$ $\sim(p \wedge q) \equiv q \rightarrow \sim p$ Conjunção de condicionais Quando o **termo comum** é o **consequente**, a equivalência apresenta uma **disjunção inclusiva** no **antecedente**. $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$ Quanto o **termo comum** é o **antecedente**, a equivalência apresenta uma **conjunção** no **consequente**. $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$

Álgebra de proposições
Propriedade comutativa
Todos os conectivos, **exceto o condicional "se...então"**, apresentam propriedade comutativa. $p \wedge q \equiv q \wedge p$ $p \vee q \equiv q \vee p$ $p \underline{\vee} q \equiv q \underline{\vee} p$ $p \leftrightarrow q \equiv q \leftrightarrow p$
Propriedade associativa
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
Propriedade distributiva
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
Propriedade da identidade
$p \wedge t \equiv p$ $p \wedge c \equiv c$ $p \vee t \equiv t$ $p \vee c \equiv p$
Propriedade da absorção
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$
Propriedade da idempotência
$p \wedge p \equiv p$ $p \vee p \equiv p$

QUESTÕES COMENTADAS

Imediatamente depois das questões do **CESPE**, incluímos mais quatro questões de **bancas diversas** sobre o tópico de **álgebra de proposições**. **Considero esses dois blocos suficientes para a sua preparação**, pois essas questões são as que apresentam um **nível de dificuldade mais elevado**.

Como forma de complementar o estudo, incluímos, após esses dois blocos, algumas questões da **FCC**, da **FGV**, e da **VUNESP**. **A depender da sua estratégia de estudos, pode ser conveniente pular essas questões**.

Questões CESPE

1 - Equivalências fundamentais

1.(CESPE/SEFAZ AL/2020) P: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".

A proposição P é equivalente à proposição "Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado."

p: "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem."

A proposição **P** pode ser descrita por **a→p**:

a→p: "**Se** **[**o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado**]**, **então** **[**os servidores públicos que atuam nesse setor padecem**]**.

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

a→p ≡ ~p→~a

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~ p→ ~a: "**Se [**os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem**]**, **então [**o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa **não** fica prejudicado**]**."

Gabarito: CERTO.

2.(CESPE/TJ-SE/2014) Considerando que P seja a proposição "Se os seres humanos soubessem se comportar, haveria menos conflitos entre os povos", julgue o item seguinte.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Se houvesse menos conflitos entre os povos, os seres humanos saberiam se comportar".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Os seres humanos sabem se comportar."

k: "Há menos conflitos entre os povos."

A proposição original pode ser descrita por uma condicional **h→k** na forma **"Se p, q"**, em que se omite o "então".

h→k: "**Se [**os seres humanos soubessem se comportar**], [**haveria menos conflitos entre os povos**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

h→k ≡ ~k→~h

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~k→~h: "**Se [**<u>**não**</u> houvesse menos conflitos entre os povos**], [**os seres humanos <u>**não**</u> saberiam se comportar**]**."

Note que a questão nos trouxe o condicional **k→h**, isto é, inverteu a ordem do antecedente e do consequente sem negá-los. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

3.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

A proposição “Se Sônia é baixa, então Sônia pratica ginástica olímpica.” é logicamente equivalente à sentença “Se Sônia é alta, então Sônia não pratica ginástica olímpica.”

Comentários:

Considere as proposições simples:

b: "Sônia é baixa."

g: "Sônia pratica ginástica olímpica."

A proposição original pode ser descrita por **b→g**.

b→g: “**Se** **[**Sônia é baixa**]**, **então** **[**Sônia pratica ginástica olímpica**]**.”

Para essa questão, vamos considerar correta a negação **b** utilizando o antônimo "alta". Nesse caso, temos:

~**b:** "Sônia é alta."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

b→g ≡ ~g →~b

~g →~b: "**Se** **[**Sônia **não** pratica ginástica olímpica**]**, **então** **[**Sônia é alta**]**."

Note que a questão nos trouxe o condicional ~**b→~g**, isto é, realizou as negações das proposições simples sem inverter a ordem do antecedente e do consequente. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Observação: A negação utilizando antônimos não é recomendada, pois muitas vezes esse tipo de negação não abarca todas as possibilidades. No exemplo da questão, Sônia poderia ter estatura mediana e, desse modo, não seria baixa. Ocorre que o CESPE não costuma entrar nesse nível de detalhe, especialmente em questões envolvendo **equivalências lógicas** ou **lógica de argumentação**. Portanto, nesse tipo de questão, via de regra você pode negar usando antônimos, pois **a banca CESPE não costuma invalidar uma questão por causa disso**.

Gabarito: ERRADO.

4.(CESPE/MDIC/2014) A proposição "Se o interessado der três passos, alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo" é equivalente à proposição "Se o interessado não der três passos, não alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "O interessado dá três passos."

a: "O interessado aluga a pouca distância uma loja por um valor baixo."

A proposição P é uma condicional da forma **"Se p, q",** em que se omite o "então". Trata-se da condicional **i→a**:

i→a: "**Se** [o interessado der três passos], [alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

i→a ≡ ~a→~i

A condicional equivalente pode ser escrita dessa forma:

~a→~i: "**Se** [o interessado **não** alugar a pouca distância uma loja por um valor baixo], [o interessado **não** deu três passos]."

O enunciado apresentou como equivalente a proposição **~i→~a**, ou seja, negou as parcelas da condicional sem trocar de lugar o antecedente e o consequente. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO

5.(CESPE/ANVISA/2016) Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue os itens seguintes, relativos a lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.

A sentença "Alberto é advogado, pois Bruno não é arquiteto" é logicamente equivalente à sentença "Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Alberto é advogado."

b: "Bruno é arquiteto."

A questão apresenta um condicional da forma **"q, pois p"**, em que se **inverte o antecedente e o consequente**. A condicional original pode ser descrita por **~b→a**:

~b→a: "[Alberto é advogado], **pois** [Bruno **não** é arquiteto]."

Essa condicional **~b→a** pode ser descrita por meio do conectivo tradicional "**Se p**, **então q**":

~b→a: "**Se** [Bruno **não** é arquiteto]**, então** [Alberto é advogado]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

~b→a ≡ ~a→~(~b)

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, temos:

~b→a ≡ ~a→b

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~a→b: "**Se** [Alberto **não** é advogado], **então** [Bruno é arquiteto]."

Podemos passar **~a→b** da forma "**Se p, então q**" para a forma **"q, pois p"**:

~a→b: "[Bruno é arquiteto], **pois** [Alberto **não** é advogado]."

Note, portanto, que a equivalência apresentada pela questão está correta.

Gabarito: CERTO.

6.(CESPE/TRT17/2013) Considerando a proposição P: "Se estiver sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido, aquele funcionário público será leniente com a fraude ou dela participará", julgue o item seguinte relativo à lógica sentencial.

A proposição P é equivalente a "Se aquele funcionário público foi leniente com a fraude ou dela participou, então esteve sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O funcionário público esteve sob pressão dos corruptores."

b: " O funcionário público esteve diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido."

c: "O funcionário público será leniente com a fraude."

d: "O funcionário público participará da fraude."

A proposição **P** original pode ser descrita por **(a∨b)→(c∨d)**:

(a∨b)→(c∨d): "**Se [**(estiver sob pressão dos corruptores) **ou** (diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido)**], [**(aquele funcionário público será leniente com a fraude) **ou** (dela participará)**]**."

Observe que a proposição a ser avaliada pode ser descrita por **(c∨d)→(a∨b)**:

(c∨d)→(a∨b): "**Se [**(aquele funcionário público foi leniente com a fraude) **ou** (dela participou)**]**, **então [**(esteve sob pressão dos corruptores) **ou** (diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido)**]**".

Nota-se que a assertiva simplesmente inverteu a ordem da condicional sem negar as proposições, como deveria ser feito no caso da equivalência contrapositiva, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Como a troca de posição ocorreu sem se negar as parcelas, as proposições não são equivalentes.

Gabarito: ERRADO.

7.(CESPE/CEF/2014) Considerando a proposição "Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro", julgue o item seguinte.

A proposição em apreço equivale à proposição "Paulo foi ao banco e está sem dinheiro".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Paulo foi ao banco."

d: "Paulo está sem dinheiro."

A proposição original pode ser descrita por uma condicional **~b → d** na forma **"Se p, q"**, em que se omite o "então".

~b → d: "**Se [**Paulo **não** foi ao banco**]**, **[**ele está sem dinheiro**]**"

Veja que **a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~b → d ≡ ~(~b)Vd

A dupla negação de **b** corresponde à proposição original. Logo, ficamos com:

~b → d ≡ bVd

Essa proposição equivalente pode ser descrita por:

bVd: "**[**Paulo foi ao banco**]** **ou** **[**ele está sem dinheiro**]**."

A assertiva erra ao inserir o conectivo "**e**" no lugar do conectivo "**ou**". O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

8.(CESPE/TRE-GO/2015) P: Se L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b, então $c^2 = a^2 + b^2$.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

A proposição P será equivalente à proposição (¬R) ∨ S, desde que R e S sejam proposições convenientemente escolhidas.

Comentários:

Pessoal, a proposição **P** é uma condicional, e toda a condicional pode ser transformada em uma disjunção inclusiva por meio da equivalência **p→q ≡ ~pVq**. Esse conhecimento já basta para marcarmos o gabarito como CERTO, pois bastaria escolher as proposições **R** e **S** de modo conveniente.

Para melhor explicar o raciocínio, vamos definir as proposições:

R: "L é um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b."

S: "$c^2 = a^2 + b^2$"

A proposição **P** é dada por **R→S:**

R→S: "**Se** [L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b], **então** [$c^2 = a^2 + b^2$]."

Veja que **a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

P ≡ R→S ≡ ~RV S

Gabarito: CERTO.

9.(CESPE/PF/2018) P: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial, ou o candidato aprovado não será nomeado".

A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Se não for para reposição de vacância em área essencial, então o candidato aprovado não será nomeado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

n: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial."

a: "O candidato aprovado será nomeado."

A proposição original **P** pode ser escrita por **nV~a**:

nV~a: "[A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial], **ou** [o candidato aprovado não será nomeado]."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

nV~a ≡ ~n→~a

A condicional equivalente obtida pode ser escrita como:

~n→~a: "Se [não for para reposição de vacância em área essencial**]**, **então [**o candidato aprovado **não** será nomeado**]**.”

Gabarito: CERTO.

10.(CESPE/CAM DEP/2014) C: O candidato X me dará um agrado antes da eleição ou serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito.

A proposição C é equivalente à seguinte proposição: “Se o candidato X não me der um agrado antes da eleição, serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "O candidato X me dará um agrado antes da eleição."

b: "Serei atingido por uma benfeitoria que o candidato X fizer depois de eleito."

A proposição original **C** é descrita por **aVb:**

aVb: "**[**O candidato X me dará um agrado antes da eleição**] ou [**serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito**]**."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

aVb ≡ ~a→b

Observe que a equivalência obtida pode ser descrita por:

~a→b: “**Se [**o candidato X **não** me der um agrado antes da eleição**]**, **então [**serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito**]**.”

A questão apresentou esse condicional na forma em que se omite o "**então**". O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

2 – Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)

11.(CESPE/MDIC/2014) A negação da proposição "A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade e lá o preço dos aluguéis é alto" está corretamente expressa por "A Brasil Central não é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade ou lá o preço dos aluguéis não é alto".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade."

p: "Lá (na Brasil Central) o preço dos aluguéis é alto."

A proposição original pode ser descrita por **m∧p**:

m∧p:"[A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade] **e** [lá o preço dos aluguéis é alto]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(m \wedge p) \equiv \sim m \vee \sim p$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~m∨~p: "[A Brasil Central **não** é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade] **ou** [lá o preço dos aluguéis **não** é alto]".

Gabarito: CERTO.

12. (CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem." é corretamente expressa por "Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem."

b: "Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **s∧b**:

s∧b:"**[**Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem**]** **e** **[**os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(s \land b) \equiv \sim s \lor \sim b$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~s∨~b: "**[**Os servidores públicos que atuam nesse setor **não** padecem**]** **ou** **[**os beneficiários dos serviços prestados por esse setor **não** padecem**]**."

Perceba que a negação correta apresenta o conectivo "ou", não o conectivo "e", como presente na assertiva. O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

13.(CESPE/TRE MS/2013) A negação da proposição "Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo" é equivalente a

a) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários ou não é um mau negócio para o mundo.

b) Não crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

c) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

d) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

e) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

Comentário:

Sejam as proposições simples:

e: "Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários."

m: "Crescer além de certo porte é um mau negócio para o mundo."

Observe que na proposição original o conectivo "**mas**" corresponde a uma conjunção "**e**". Isso significa que a proposição original pode ser descrita por **e∧m**:

e∧m: "**[**Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários**]**, **mas** **[**um mau negócio para o mundo**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(e∧m) ≡ ~e∨~m

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~e∨~m: "[Crescer além de certo porte **não** é um ótimo negócio para empresário**]** **ou** **[não** é um mau negócio para o mundo**]**."

Gabarito: Letra A.

14.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) A negação da proposição "O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única" pode ser escrita como

a) "Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado".

b) "Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única".

c) "Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado".

d) "Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única".

e) "Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

u: "O IPTU, eu pago parcelado."

a: "O IPVA, eu pago em parcela única."

A proposição original da questão se trata da conjunção **u∧a**, pois significa o seguinte:

u∧a: "**[**O IPTU, eu pago parcelado**]** **e** **[**o IPVA, eu pago em parcela única**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(u∧a) ≡ ~u∨~a

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

"**[**O IPTU eu **não** pago parcelado**]** **ou** **[**o IPVA eu **não** pago em parcela única**]**."

Esse resultado corresponde a **alternativa D**, que apresenta uma reescrita das proposições simples sem alteração de sentido.

Gabarito: Letra D.

15.(CESPE/SERPRO/2013) A negação da proposição "O síndico troca de carro ou reforma seu apartamento" pode ser corretamente expressa por "O síndico não troca de carro nem reforma seu apartamento".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

k: "O síndico troca de carro"

a: "O síndico reforma seu apartamento"

A proposição original pode ser descrita por **k∨a**:

k∨a: "**[**O síndico troca de carro**]** **ou** **[**reforma seu apartamento**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **nega-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(k \vee a) \equiv \sim k \wedge \sim a$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~k∧~a: "[O síndico **não** troca de carro] **e** [**não** reforma seu apartamento]."

A equivalência sugerida pelo enunciado expressa a mesma frase anterior substituindo o conectivo "**e**" e a negação "**não**" pela palavra "**nem**".

~k∧~a: "[O síndico **não** troca de carro] [**nem** reforma seu apartamento]."

Gabarito: CERTO.

16.(CESPE/PC MA/2018) A qualidade da educação dos jovens sobe ou a sensação de segurança da sociedade diminui.

Assinale a opção que apresenta uma proposição que constitui uma negação da proposição.

a) A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui.

b) A qualidade da educação dos jovens desce ou a sensação de segurança da sociedade aumenta.

c) A qualidade da educação dos jovens não sobe ou a sensação de segurança da sociedade não diminui.

d) A qualidade da educação dos jovens sobe e a sensação de segurança da sociedade diminui.

e) A qualidade da educação dos jovens diminui ou a sensação de segurança da sociedade sobe.

Comentário:

Sejam as proposições simples:

q: "A qualidade da educação dos jovens sobe."

s: "A sensação de segurança da sociedade diminui."

A proposição composta do enunciado é dada por:

qVs: "[A qualidade da educação dos jovens sobe] **ou** [a sensação de segurança da sociedade diminui]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(pVq) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **nega-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~q∧~s: "[A qualidade da educação dos jovens **não** sobe] **e** [a sensação de segurança da sociedade **não** diminui]."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa A**.

Observação: a palavra "desce" não é a negação de "sobe", bem como a palavra "aumenta" não é a negação de "diminui".

Gabarito: Letra A.

17. (CESPE/MEC/2014) A negação da proposição "O candidato é pós-graduado ou sabe falar inglês" pode ser corretamente expressa por "O candidato não é pós-graduado nem sabe falar inglês".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: " O candidato é pós-graduado."

i: "O candidato sabe falar inglês."

A proposição composta original pode ser descrita por **p∨i**:

p∨i: "[O candidato é pós-graduado] **ou** [sabe falar inglês]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **nega-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

~(p∨i) ≡ ~p ∧ ~i

Logo, a negação pode ser descrita por:

~p ∧ ~i: "[O candidato **não** é pós-graduado] **e** [o candidato **não** sabe falar inglês]**."**

A equivalência sugerida pelo enunciado expressa a mesma frase anterior substituindo o conectivo "**e**" e a negação "**não**" pela palavra "**nem".**

~p ∧ ~i: "[O candidato **não** é pós-graduado] [**nem** sabe falar inglês]**."**

Gabarito: CERTO.

18.(CESPE/DETRAN-DF/2009) Considerando que A, B e C sejam proposições, que os símbolos ∨ e ∧ representam os conectivos "ou" e "e", respectivamente, e que o símbolo ¬ denota o modificador negação, julgue o item a seguir.

A proposição (A∨B)∧[(¬A)∧(¬B)] é sempre falsa.

Comentários:

Veja que, para resolver a questão, poderíamos montar a **tabela-verdade** e verificar que a proposição em questão é sempre falsa.

A	B	~A	~B	AvB	~A∧~B	(AvB)∧(~A∧~B)
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	F

Vamos agora resolver problema de um outro modo.

Devemos avaliar se **(A∨B)∧[(~A)∧(~B)]** é sempre falsa.

Aplicando De Morgan "ao contrário" em **[(~A)∧(~B)]**, temos:

[(~A)∧(~B)] ≡ [~ (A∨B)]

A proposição original fica:

(A∨B)∧[~ (A∨B)]

Note que se trata da conjunção de um termo **(A∨B)** com a sua negação. Essa conjunção apresenta, então, dois termos com valores lógicos sempre opostos. Temos, portanto, que o valor lógico da conjunção sempre será falso, ou seja, trata-se de uma contradição.

Gabarito: CERTO.

19.(CESPE/BNB/2018) Julgue o item que se segue, a respeito de lógica proposicional.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição ¬[P∨(¬Q)]↔[(¬P)∧Q] é uma tautologia.

Comentários:

Veja que, para resolver a questão, poderíamos montar a **tabela-verdade** e verificar que a proposição em questão é sempre verdadeira.

P	Q	~P	~Q	P v~Q	~[P v~Q]	~P∧Q	~[P v~Q]↔[~P∧Q]
V	V	F	F	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	V

Note, porém, que existe uma outra forma de se resolver o problema.

Considere a proposição do enunciado:

$$\sim[P \vee (\sim Q)] \leftrightarrow [(\sim P) \wedge Q]$$

Vamos aplicar De Morgan no lado esquerdo da bicondicional:

$$[(\sim P) \wedge \sim(\sim Q)] \leftrightarrow [(\sim P) \wedge Q]$$

A dupla negação de **Q** corresponde à própria proposição **Q.** Nossa bicondicional fica:

$$[(\sim P) \wedge Q] \leftrightarrow [(\sim P) \wedge Q]$$

Temos uma bicondicional com os dois termos que sempre assumem os mesmos valores lógicos. Isso significa que a bicondicional é sempre verdadeira e, portanto, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

3 – Negação da condicional

20. (CESPE/ANVISA/2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.

A sentença "Se João tem problemas cardíacos, então ele toma remédios que controlam a pressão." pode ser corretamente negada pela sentença "João tem problemas cardíacos e ele não toma remédios que controlam a pressão".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "João tem problemas cardíacos."

r: "João toma remédios que controlam a pressão."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **p→r**:

p→r: "**Se** [João tem problemas cardíacos], **então** [ele toma remédios que controlam a pressão]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(**p→r**) ≡ **p∧~r**

Logo, a negação pode ser descrita por:

p∧~r: "**[**João tem problemas cardíacos**]** **e** **[não** toma remédios que controlam a pressão**]**."

Gabarito: CERTO.

21.(CESPE/EBSERH/2018) A respeito de lógica proposicional, julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Se o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico, será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma." é equivalente à proposição "O fogo foi desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico e não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "O fogo é desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico."

r: "Será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

A proposição original cuja negação se quer obter pode ser descrita por **f→r**:

f→r: "**Se** **[**o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico**]**, **[**será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma**]**."

A questão quer uma **equivalência da negação** da proposição original, ou seja, **quer uma expressão equivalente a ~(f→r).**

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(f\rightarrow r) \equiv f\wedge\sim r$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

f∧~r: "[O fogo é desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico] **e** [**não** será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma].

Gabarito: CERTO.

22.(CESPE/MPOG/2015) Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue o item a seguir.

A negação da proposição P pode ser corretamente expressa por "João não se esforçou o bastante, mas, mesmo assim, conseguiu o que desejava".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "João se esforçou bastante."

d: "João conseguiu o que desejava."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **e→d**:

e→d: "**Se** [João se esforçar o bastante], **então** [João conseguirá o que desejar]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência ~(**p→q**) **≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(e\rightarrow d) \equiv e\wedge\sim d$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

e∧~d: "[João se esforçou o bastante] **e** [**não** conseguiu o que desejava]".

A negação apresentada está errada, pois corresponde a ~**e∧d.** Observe que a expressão "mas, mesmo assim" corresponde à conjunção "e".

~e∧d: "[João **não** se esforçou o bastante], **mas, mesmo assim,** [conseguiu o que desejava]."

Gabarito: ERRADO.

23. (CESPE/COGE-CE/2019) P1: Se os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou se a obra foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada.

Assinale a opção correspondente à proposição equivalente à negação da proposição P1.

a) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

b) "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

c) "Os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

d) "Se os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura foi aprovada".

e) "Se a prestação de contas da prefeitura foi aprovada, então os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista."

s: "A obra foi superfaturada."

p: "A prestação de contas da prefeitura não foi aprovada."

A proposição **P1** pode ser descrita por **(a∨s)→p**:

(a∨s)→p: "Se [(os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista**) ou (**se a obra foi superfaturada**)]**, **então [**a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~[(a∨s)→p] ≡ (a∨s) ∧ ~p

Utilizando o conectivo "**mas**" para representar a conjunção, temos:

(a∨s) ∧ ~p: "[(Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista) **ou** (a obra foi superfaturada)], **mas** [a prestação de contas da prefeitura foi aprovada]".

Gabarito: Letra A.

24.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) Se P, Q e R são proposições simples, então a proposição ¬[P→(Q→R)] é equivalente a

a) (R→Q)→P

b) (~P)→[(~Q)→(~R)].

c) (~P)∧Q∧R

d) P∧Q∧(~R).

e) (~P)→(Q→R)

Comentários:

Podemos desenvolver a proposição **~[P→(Q→R)]** realizando a negação da condicional formada pelo antecedente **P** e pelo consequente **(Q→R)**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Aplicando essa equivalência em **~[P→(Q→R)]**, devemos manter **P,** tocar a primeira condicional por uma conjunção e negar **(Q→R)**:

~[P→ (Q→R)] ≡ P∧[~(Q→R)]

A segunda parcela da conjunção obtida, **~(Q→R)**, também é a negação de uma condicional. Portanto, podemos aplicar a mesma equivalência nessa parcela:

~[P→(Q→R)] ≡ P∧[Q∧(~R)]

A equivalência obtida corresponde à alternativa D, que não apresenta os colchetes. Isso porque, pela **propriedade associativa**, podemos executar as conjunções em qualquer ordem.

Gabarito: Letra D.

4 – Outras equivalências e negações

25. (CESPE/TCE-RS/2013) Com base na proposição P: "Quando o cliente vai ao banco solicitar um empréstimo, ou ele aceita as regras ditadas pelo banco, ou ele não obtém o dinheiro", julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro" é logicamente equivalente a "O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro"

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "O cliente aceita as regras ditadas pelo banco."

q: "O cliente não obtém o dinheiro."

A proposição a ser negada é **p$\underline{\vee}$q.** Sabemos que a negação da disjunção exclusiva é a bicondicional:

$$\sim(p \underline{\vee} q) \equiv p \leftrightarrow q$$

A bicondicional pode ser descrita por:

"[O cliente aceita as regras ditadas pelo banco] **se, e somente se**, [o cliente não obtém o dinheiro]."

Gabarito: CERTO.

26.(CESPE/PC-CE/2012) Considere as proposições:

P1: Se se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

P2: Se não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

A proposição formada pela conjunção de P1 e P2 é logicamente equivalente à proposição "Se se deixa dominar pela emoção ou não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "O policial se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões."

t: "O policial toma decisões ruins."

i: "O policial **não** tem informações precisas ao tomar decisões."

Definidas as proposições, **P1** pode ser definida como **d→t** e **P2** pode ser definida por **i→t.** Logo, a conjunção de **P1 e P2** pode ser descrita por:

(d→t)∧(i→t)

Devemos, portanto, avaliar se **(d→t)∧(i→t)** é equivalente a:

"**Se [(**se deixa dominar pela emoção**) ou (não** tem informações precisas ao tomar decisões**)]**, **então [**o policial toma decisões ruins**]**".

Isto é, devemos avaliar se **(d→t)∧(i→t)** é equivalente a **(d∨i)→t**. Sabemos que ambas as proposições são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência:

(p→r)∧(q→r) ≡ (p∨q)→r

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes.

d	i	t	d→t	i→t	d∨i	(d→t)∧(i→t)	(d∨i)→t
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	V

Veja que ambas as proposições apresentam a mesma tabela-verdade e, portanto, são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

27.(CESPE/PRF/2012) Um jovem, visando ganhar um novo smartphone no dia das crianças, apresentou à sua mãe a seguinte argumentação: "Mãe, se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade. Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade. Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança. Se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança. Logo, se sou tratado como criança, mereço ganhar um novo smartphone no dia das crianças".

Com base nessa argumentação, julgue o item a seguir.

A proposição "Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança, e se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança" é equivalente a "Se não ajo como um homem da minha idade ou não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança"

Comentários:

Primeiro vamos definir as proposições:

a: "Não ajo como um homem da minha idade."

k: "Sou tratado como criança."

m: "Não tenho um mínimo de maturidade."

Note que a questão pergunta se **(a→k)∧(m→k)** é equivalente a **(a∨m)→k**. Sabemos que ambas as proposições são equivalentes, pois correspondem à seguinte equivalência:

$$(p\rightarrow r)\wedge(q\rightarrow r) \equiv (p\vee q)\rightarrow r$$

Caso você não se lembre dessa equivalência na hora da prova, não se esqueça que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

5 - Questões com mais de um item

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue os itens a seguir.

28.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz".

29.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição "O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito" é uma maneira correta de negar a proposição P.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "O servidor gosta do que faz."

s: " O cidadão-cliente fica satisfeito."

A proposição composta **P** pode ser definida pela condicional **g→s**:

g→s:"**Se** [o servidor gosta do que faz], **então** [o cidadão-cliente fica satisfeito]."

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 28

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

g→s ≡ ~s→~g

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~s→~g: " **Se** [o cidadão-cliente **não** fica satisfeito], **então** [o servidor **não** gosta do que faz]."

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 29

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(**g→s**) ≡ **g∧~s**

Logo, a negação pode ser descrita por:

g∧~s: "[O servidor gosta do que faz] **e** [o cidadão-cliente **não** fica satisfeito]."

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 28 - CERTO. 29 - ERRADO.

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue os itens a seguir.

30.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "João não se esforça o bastante ou João conseguirá o que desejar" é logicamente equivalente à proposição P.

31.(CESPE/MPOG/2015) A proposição “Se João não conseguiu o que desejava, então João não se esforçou o bastante” é logicamente equivalente à proposição P.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "João se esforça o bastante."

d: "João consegue o que deseja."

A proposição composta **P** pode ser definida pela condicional **e→d**:

e→d:"**Se** [João se esforçar o bastante], **então** [João conseguirá o que desejar].”

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 30

Veja que **a assertiva não apresenta uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

e→d ≡ ~eVd

Essa proposição equivalente pode ser descrita por:

~eVd: “[João **não** se esforça o bastante] **ou** [João conseguirá o que desejar].”

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 31

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$e \rightarrow d \equiv {\sim}d \rightarrow {\sim}e$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~d →~e: " **Se** [João **não** conseguiu o que desejava], **então** [João **não** se esforçou o bastante]."

Gabarito: 30 - CERTO. 31 - CERTO.

Texto para as próximas questões

Julgue os itens, considerando a proposição P a seguir.

P: “O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio nem deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses”.

32.(CESPE/PF/2018) A proposição P é logicamente equivalente à proposição: “Não é verdade que o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio ou que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses”.

33.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: “O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio e deixa de fazer aquela que não prejudique seus interesses”.

34.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: “Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

r: "O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio."

p: "O bom jornalista deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses."

Observe que "**nem**" corresponde a "**e não**". A proposição original **P** pode ser descrita por **~r∧~p:**

~r∧~p: “[O bom jornalista **não** faz reportagem em benefício próprio] **e** [**não** deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses]”.

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 32

Veja que nova proposição apresentada pode ser descrita por $\sim(r \lor p)$, uma vez que o termo "**não é verdade que**" nega a proposição composta como um todo:

$\sim(r \lor p)$: "**Não é verdade que [(**o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio**) ou (**que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses**)]**."

Por De Morgan, conhecemos a equivalência $\sim(p \lor q) \equiv \sim p \land \sim q$**.** Aplicando essa equivalência ao caso, observe que as duas proposições compostas são equivalentes:

$$\sim(r \lor p) \equiv \sim r \land \sim p$$

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 33

A assertiva pede a negação de $\sim r \land \sim p$.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência $\sim(p \land q) \equiv \sim p \lor \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim r \land \sim p \equiv \sim(\sim r) \lor \sim(\sim p)$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim r \land \sim p \equiv r \lor p$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$r \lor p$: "**[**O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio**] ou [**deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses**]**."

Perceba que a questão apresenta a negação de $\sim r \land \sim p$ como $r \land \sim p$ ao invés de $r \lor p$.

$r \land \sim p$: "**[**O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio**] e [**deixa de fazer aquela que **não** prejudique seus interesses**]**."

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Questão 34

A questão pede a negação de **~r∧~p** e pergunta se essa negação é uma determinada condicional. Para tanto, podemos utilizar a seguinte equivalência: ~**(p∧q) ≡ p→~q**. Para o caso em questão, temos:

~((~r)∧(~p)) ≡ (~r) → ~(~q)

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, a negação de **(~r) ∧ (~p)** é:

(~r) → q

Em português, **(~r) → q** corresponde à negação apresentada:

(~r) → q: "**Se** [o bom jornalista **não** faz reportagem em benefício próprio], **então** [ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses]."

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: 32 - CERTO. 33 - ERRADO. 34 - CERTO.

Texto para as próximas questões

Considere a proposição P a seguir.

P: Se não condenarmos a corrupção por ser imoral ou não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia, a condenaremos por motivos econômicos.

Tendo como referência a proposição apresentada, julgue os itens seguintes.

35.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Se não condenarmos a corrupção por motivos econômicos, a condenaremos por ser imoral e por corroer a legitimidade da democracia".

36.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Condenaremos a corrupção por ser imoral ou por corroer a legitimidade da democracia ou por motivos econômicos".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

i: "Condenamos a corrupção por ser imoral"

d: "Condenamos a corrupção por corroer a legitimidade da democracia."

e: "Condenaremos a corrupção por motivos econômicos."

A proposição composta **P** é uma condicional escrita na forma na forma **"Se p, q"**, em que se omite o "então". Em linguagem proposicional, podemos descrever **P** por **(~i ∨ ~d) →e**.

(~i ∨ ~d) →e: "**Se [(não** condenarmos a corrupção por ser imoral**) ou (**não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia**)], [**a condenaremos por motivos econômicos**]**."

Vamos agora verificar as assertivas.

Questão 35

Observe que a questão pede uma proposição equivalente à condicional **(~i ∨ ~d) →e** e nos apresenta uma nova condicional para avaliarmos. Devemos, então, utilizar a equivalência **contrapositiva p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv \sim e \rightarrow \sim(\sim i \vee \sim d)$$

Podemos aplicar De Morgan no consequente da nova condicional obtida. Ficamos com:

$$\sim e \rightarrow \sim(\sim i) \wedge \sim(\sim d)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde a proposição original. Logo:

$$\sim e \rightarrow i \wedge d$$

Essa proposição equivalente obtida pode ser escrita como:

~e → i ∧ d: "**Se [não** condenarmos a corrupção por motivos econômicos**], [(**a condenaremos por ser imoral**) e (**por corroer a legitimidade da democracia**)]**."

O gabarito, portanto, é **CERTO**.

Questão 36

Observe que a questão pede uma proposição equivalente à condicional **(~i ∨ ~d) →e** e nos apresenta uma disjunção inclusiva para avaliarmos. Nesse caso, vamos utilizar a equivalência **p→q ≡ ~p∨q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv \sim(\sim i \vee \sim d) \vee e$$

Podemos ainda desenvolver **~(~i V~d)** por De Morgan:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv [\sim(\sim i) \wedge \sim(\sim d)] \vee e$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$(\sim i \vee \sim d) \rightarrow e \equiv [i \wedge d] \vee e$$

Observe que a equivalência sugerida pelo enunciado é **i V d V e,** apresentando o conectivo "**ou**" no lugar do conectivo "**e**".

O gabarito, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: 35 - CERTO. 36 - ERRADO.

6 – Questões com mais de uma equivalência

37. (CESPE/CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Considere que P e Q sejam as seguintes proposições:

P: Se a humanidade não diminuir a produção de material plástico ou não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material, então o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta.

Q: A humanidade diminui a produção de material plástico e encontra uma solução para o problema do lixo desse material ou o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta.

Nesse caso, é correto afirmar que as proposições P e Q são equivalentes.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "A humanidade diminui a produção de material plástico."

s: "A humanidade encontra solução para o problema do lixo desse material."

a: "O acúmulo de plástico no meio ambiente degrada a vida no planeta."

A proposição **P** pode ser descrita por **(~d V~s)→a:**

(~d V~s)→a: "**Se** [(a humanidade **não** diminuir a produção de material plástico) **ou** (**não** encontrar uma solução para o problema do lixo desse material)], **então** [o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta].

A segunda proposição pode ser descrita por **(d ∧ s) ∨ a:**

(d ∧ s) ∨ **a: "[**A humanidade diminui a produção de material plástico**] e [**encontra uma solução para o problema do lixo desse material**] ou [**o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta**]**."

Devemos verificar se (**~d** ∨**~s**)**→a** é equivalente a (**d ∧ s**) ∨ **a**.

Perceba que a primeira proposição é uma condicional e a segunda é uma disjunção inclusiva de (**d ∧ s**) com **a**. Logo, **não** devemos usar a equivalência **contrapositiva** para a primeira proposição.

Uma equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~p∨q**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\sim d \lor \sim s) \rightarrow a \equiv \sim(\sim d \lor \sim s) \lor a$$

Aplicando De Morgan para o termo **~(~d ∨~s)**, temos:

$$(\sim d \lor \sim s) \rightarrow a \equiv (\sim(\sim d) \land \sim(\sim s)) \lor a$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição não negada. Logo:

$$(\sim d \lor \sim s) \rightarrow a \equiv (d \land s) \lor a$$

Veja, portanto, que as proposições P e Q são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

38.(CESPE/BACEN/2013) P1: O governo quer que a ferrovia seja construída, há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção e não haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação.

A negação da proposição P1 estará corretamente expressa por "O governo não quer que a ferrovia seja construída, não há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção ou haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: " O governo quer que a ferrovia seja construída."

i: "Há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção."

d: "Haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação."

Note que a proposição **P1** pode ser descrita por **g ∧ i ∧ ~d.** Observe, também, que a primeira conjunção tem o conectivo "e" omitido:

g ∧ i ∧ ~d: "**[**O governo quer que a ferrovia seja construída**]**, **[**há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção**]** **e** **[não** haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação**]**."

A negação de **P1** pode ser pode ser desenvolvida por De Morgan, pois temos conjunções nessa proposição composta. Pela **propriedade associativa**, podemos separar a proposição **P1** em duas parcelas, sendo essa separação indiferente. Vamos então separar **P1** como **(g ∧ i) ∧ ~d.**

Para negar essa conjunção composta pelas parcelas **(g ∧ i)** e ~**d**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$\sim[(g \land i) \land \sim d] \equiv \sim(g \land i) \lor \sim(\sim d)$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Logo, ficamos com:

$$\sim[(g \land i) \land \sim d] \equiv \sim(g \land i) \lor d$$

A parcela **~(g∧i)** pode ser desenvolvida novamente por De Morgan: **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Temos:

$$\sim[(g \land i) \land \sim d] \equiv (\sim g \lor \sim i) \lor d$$

Pela propriedade associativa, podemos remover os parênteses de **[(g ∧ i) ∧ ~d]** e de **(~g∨~i) ∨ d**. Ficamos com:

$$\sim[g \land i \land \sim d] \equiv \sim g \lor \sim i \lor d$$

Podemos descrever a **negação** de **P1** proposição como:

~g ∨ ~i ∨ d: "[O governo **não** quer que a ferrovia seja construída**]** **ou** **[não** há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção**]** **ou** **[**haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação**]."**

A proposição que obtivemos difere da apresentada na assertiva somente pelo primeiro **ou**, que não é apresentado no item a ser julgado como certo errado. **No lugar desse conectivo é apresentada uma vírgula**. Veja:

"[O governo **não** quer que a ferrovia seja construída], [**não** há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção] **ou** [haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação]."

Nesse caso, a banca quis que a vírgula fosse interpretada como um "ou". Na proposição original **P1**, a vírgula funcionou como um conectivo "e" porque havia um conectivo "e" ao final da proposição composta. Já na negação, a banca entendeu que vírgula funcionou como um conectivo "ou" porque havia um conectivo "ou" ao final da proposição composta. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Gabarito: CERTO.

39.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta S = [P→Q] ↔ [QV(~P)] é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

Comentários:

Poderíamos resolver essa questão por **tabela-verdade** ou **provando por absurdo**. Observe, porém, que o lado direito da bicondicional **[Qv(~P)]**, pela propriedade comutativa, pode ser reescrito por:

[(~P)vQ]

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Aplicando-se para o caso em questão, temos:

[~(~P)→Q]

A dupla negação corresponde à proposição original. Ficamos com:

[P→Q]

Observe então que o lado direito da bicondicional é a condicional acima, de modo que podemos reescrever a nossa bicondicional como:

[P→Q] ↔ [P→Q]

Como os dois lados da bicondicional sempre vão apresentar o mesmo valor, essa bicondicional é sempre verdadeira e, portanto, trata-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

40.(CESPE/PGE-PE/2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que se segue.

Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições P∨R→Q∧S e (~Q)∨(~S)→(~P)∧(~R) serão equivalentes

Comentários:

A questão pede a equivalência entre **duas condicionais**. Podemos então utilizar a equivalência contrapositiva em **P∨R→Q∧S.** Para tanto, devemos negar ambas as parcelas e trocar de posição o antecedente com o consequente.

P∨R→Q∧S ≡ ~(Q∧S)→~(P∨R)

Aplicando De Morgan para ambos os lados da nova condicional obtida, obtemos:

P∨R→Q∧S ≡ (~Q)∨(~S)→ (~P)∧(~R)

Veja que, a partir de **P∨R→Q∧S**, obtemos **(~Q)∨(~S)→(~P)∧(~R)**. Logo, essas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

41. (CESPE/SERPRO/2013) Considerando que o símbolo lógico ∧ corresponda à conjunção "e"; ∨, à disjunção "ou"; →, à condicional "se..., então"; ↔, à bicondicional "se, e somente se"; ~ corresponda à negação "não"; P, Q e R sejam proposições simples; e S seja a seguinte proposição composta: [P∧~(Q∨R)]→ [R∧(P↔Q)], julgue o próximo item.

A negação de S – ~S – pode ser corretamente expressa por [~P∨(Q∨R)]∧[(~R)∨~(P↔Q)].

Comentários:

A proposição **S** é dada por **[P∧~(Q∨R)]→[R∧(P↔Q)].** A pergunta pede a negação de **S**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

[P∧~(Q∨R)] ∧ ~[R∧(P↔Q)]

O segundo termo é a negação de uma conjunção. Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**

- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Ficamos com:

[P∧~(Q∨R)] ∧ [(~R) ∨ ~(P↔Q)]

Acabamos de obter a negação de S. Observe a negação sugerida pela assertiva:

[~P∨(Q∨R)] ∧ [(~R)∨~(P↔Q)]

Podemos observar que a **negação sugerida está errada**, pois o primeiro termo, dado por **[~P∨(Q∨R)]**, é a negação de **[P∧~(Q∨R)]**.

Gabarito: ERRADO.

42. (CESPE/TCE-ES/2012) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V — ou falsas — F —, de forma que um julgamento exclui o outro, e são simbolizadas por letras maiúsculas, como P, Q, R e S. A partir de proposições conhecidas, novas proposições podem ser construídas usando-se símbolos especiais. Alguns desses símbolos são apresentados na tabela abaixo.

símbolo	nome	notação	leitura	valor
~	negação	~P	não P	contrário ao de P: V, se P for F; ou F, se P for V
∧	conjunção	P∧Q	P e Q	V, se P e Q forem V; caso contrário, será F
∨	disjunção	P∨Q	P ou Q	F, se P e Q forem F; caso contrário, será V
→	condicional	P→Q	se P, então Q	F, se P for V e Q for F; caso contrário, será V
↔	bicondicional	P↔Q	P se, e somente se, Q	V, se P e Q tiverem os mesmos valores; caso contrário, será F

Considerando as definições acima e a proposição {(P∨Q)→[R∧(~S)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)], julgue o item a seguir.

Essa proposição é logicamente equivalente à proposição {[(~R)∨S]→[(~P)∧(~Q)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)].

Comentários:

Em um primeiro momento a questão parece ser mais difícil do que realmente é por conta do excesso do uso de parênteses, colchetes e chaves. Uma vez que conhecemos a ordem de precedência dos conectivos, podemos reescrever a primeira e a segunda proposição da seguinte maneira:

Primeira: **(P∨Q → R∧~S)**∨**(P∧S ↔ Q∧R)**

Segunda: **(~R∨S →~P∧~Q)**∨**(P∧S↔Q∧R)**

Observe que o termo da direita da disjunção inclusiva "ou", dado por **(P∧S↔Q∧R)**, é o mesmo para ambas as proposições.

Desse modo, para demonstrar a equivalência, **vamos desenvolver o termo da esquerda (P∨Q → R∧~S)** da **primeira proposição** e **chegar no termo (~R∨S →~P∧~Q).**

A equivalência clássica que envolve duas condicionais é a contrapositiva: **p→q ≡ ~q→~p**. Aplicando em **(P∨Q → R∧~S),** temos:

~ (R∧~S) → ~ (P∨Q)

Utilizando as equivalências de De Morgan para os dois termos da condicional acima, temos:

~ R ∨~(~S) → ~ P∧~Q

A dupla negação **~(~S)** é equivalente a **S**. Ficamos com:

~ R ∨ S → ~ P∧~Q

Finalmente, podemos constatar que os termos da esquerda de ambas as proposições são equivalentes e os termos da direita são iguais. Logo, as proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

43. (CESPE/SEFAZ-ES/2010) Considerando os símbolos lógicos ¬ (negação), ∧ (conjunção), ∨ (disjunção), → (condicional) e as proposições

S:(p∧¬q)∨(¬p∧r)→q∨r

e

T:((p∧¬q)∨(¬p∧r))∧(¬q∧¬r)

julgue o item que se segue.

As proposições compostas ¬S e T são equivalentes, ou seja, têm a mesma tabela-verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições simples p, q, e r que as constituem.

Comentários:

Em um primeiro momento a questão parece ser complicada. Porém, se observarmos mais atentamente, podemos ver que parte das proposições **S** e **T** são iguais:

S:(p∧~q)∨(~p∧r)→q∨r

T:((p∧~q)∨(~p∧r))∧(~q∧~r)

Note que **S** é uma condicional em que o antecedente é **(p∧~q)∨(~p∧r)**. Vamos negar **S,** como pede o enunciado, por meio da equivalência **~(p→ q) ≡ p∧~ q:**

((p∧~q)∨(~p∧r))∧(~(q∨r))

Podemos desenvolver **~(q∨r)** por De Morgan. A expressão de **~ S** fica:

((p∧~q)∨(~p∧r))∧(~q∧~r)

Observe que, ao desenvolver **~ S**, chegamos à proposição **T**. Logo, essas proposições são equivalentes.

Gabarito: CERTO.

7 – Álgebra de proposições

44.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição {P→(¬Q)}→{Q∨[(¬Q)∨R]} será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Veja que, de fato, a proposição em questão será sempre verdadeira, isto é, uma tautologia.

P	Q	R	~Q	P →~Q	~Q v R	Q v [~Q v R]	{P →~Q}→{Q v [~Q v R]}
V	V	V	F	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

Vamos agora resolver de uma outra forma. Observe a proposição composta sugerida pelo enunciado:

{P→(~Q)}→{Q∨[(~Q)∨R]}

Podemos aplicar a **propriedade associativa** no consequente **{Q∨[(~Q)∨R]}**, obtendo:

(Q∨~Q)∨R

Observe que **(Q∨~Q)** é uma tautologia, pois se trata de uma disjunção inclusiva em que necessariamente uma das duas parcelas é verdadeira. Isso significa que o nosso consequente fica:

$$\mathbf{t} \lor \mathbf{R}$$

Observe que **t** ∨ **R** é uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro **t**. Trata-se de uma tautologia. O nosso consequente fica:

$$\mathbf{t}$$

Finalmente, a condicional fica:

$$\{P \rightarrow (\sim Q)\} \rightarrow t$$

O fato do consequente da condicional ser sempre verdadeiro garante que tal condicional é sempre verdadeira, pois o único caso em que uma condicional é falsa é quando o antecedente é V e o consequente é F. Temos, então, uma **tautologia**.

Caso não tivéssemos percebido isso, poderíamos continuar desenvolvendo a expressão. Utilizando a equivalência entre condicional e disjunção inclusiva, dada por **p→q ≡ ~pVq**, teríamos:

$$\sim\{P \rightarrow (\sim Q)\} \lor t$$

Novamente, observe que temos uma disjunção inclusiva com um dos termos sempre verdadeiro (**t**). Trata-se de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

45.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

As proposições P∧(~Q)→(~R) e R→[Q∧(~P)] são equivalentes.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Veja que, ao colocar as duas proposições compostas em uma mesma tabela, percebe-se que elas não são equivalentes, pois seus valores são diferentes na primeira e na sétima linha.

P	Q	R	~P	~Q	~R	P∧~Q	Q∧~P	[P∧~Q]→~R	R→[Q∧~P]
V	V	V	F	F	F	F	F	V	F
V	V	F	F	F	V	F	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	F	F	F
V	F	F	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F	V	F
F	F	F	V	V	V	F	F	V	V

Vamos agora resolver de outra forma.

A questão pergunta sobre a equivalência entre duas condicionais. Isso nos faz lembrar da contrapositiva **p→q ≡ ~q→~p.** Vamos aplicar essa equivalência na primeira proposição:

P∧(~Q)→(~R) ≡ ~(~R) → ~[P∧(~Q)]

A dupla negação **~(~R)** corresponde à proposição original **R**, logo:

P∧(~Q)→(~R) ≡ R → ~[P∧(~Q)]

Aplicando De Morgan em **~[P∧(~Q)]**, ficamos com:

P∧(~Q)→(~R) ≡ R → [(~P)VQ]

Para melhor visualização, aplicaremos a **propriedade comutativa** em **~PVQ**:

P∧(~Q)→(~R) ≡ R → [QV(~P)]

Perceba que a questão apresentou **R → [Q∧(~P)]** como equivalente a **P∧(~Q)→(~R)**, tornando a assertiva errada.

Gabarito: ERRADO.

46.(CESPE/TRE-GO/2015)

Q: Se L for um número natural divisível por 3 e por 5, então L será divisível por 15.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

Se L for um número natural e se U, V e W forem as seguintes proposições:

U: " é divisível por 3";

V: "é divisível por 5";

W: "é divisível por 15";

então a proposição ¬Q, a negação de Q, poderá ser corretamente expressa por U∧V∧(¬W).

Comentários:

Q é uma condicional que pode ser escrita do seguinte modo:

(U∧ V) → W

Para resolver a questão, podemos construir a tabela-verdade da **negação** de **(U∧ V) → W** e comparar com **U∧V∧(¬W).**

Veja, na tabela abaixo, que de fato a **negação** da proposição sugerida pode ser expressa por **U∧V∧(¬W)**, pois elas apresentam a mesma tabela-verdade. O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

U	V	W	~W	U∧V	U∧V→W	~[U∧V→W]	[U∧V]∧~W
V	V	V	F	V	V	F	F
V	V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	F	F	V	F	F
F	F	F	V	F	V	F	F

Uma outra forma de resolver é utilizando equivalências lógicas. Para negar **Q,** devemos negar a condicional acima. Assim, utilizaremos a equivalência **~(p→ q) ≡ p∧~ q.**

~ [(U∧ V) → W] ≡ (U∧ V) ∧ (~W)

Sabemos que, pela **propriedade associativa**, a ordem de execução das três conjunções do lado direito é indiferente. Logo, podemos representar:

~ [(U∧ V) → W] ≡ U∧ V ∧ (~W)

Logo, **~Q** pode ser expressa por **U∧ V ∧ (~W).**

Gabarito: CERTO.

47.(CESPE/TJ SE/2014) Julgue o próximo item, considerando os conectivos lógicos usuais ¬, ∧, ∨, →, ↔ e que P, Q e R representam proposições lógicas simples.

A proposição [P→(Q∧R)]↔{[(¬P)∨Q]∧[(¬P)∨R]} é uma tautologia.

Comentários:

Primeiramente, vale notar que a construção da **tabela-verdade** é uma solução possível. Ocorre que essa não é a melhor forma de se resolver a questão, pois levaria mais tempo.

Vamos resolver o problema por **álgebra de proposições**.

Utilizando a equivalência **p→q ≡ ~pVq**, o lado direito da bicondicional, **[P→(Q∧R)]**, pode ser descrito por **~PV(Q∧R)**.

Já no lado esquerdo da bicondicional, dado por **(~PVQ)∧(~PVR)**, podemos colocar "**~PV**" em evidência (**propriedade distributiva**):

(~PVQ)∧(~PVR) ≡ ~PV(Q∧R)

Veja, portanto, que tanto o lado direito quanto o lado esquerdo da bicondicional correspondem a **~PV(Q∧R)**. Temos uma bicondicional em que ambos os lados terão sempre o mesmo valor lógico. Como essa bicondicional será sempre verdadeira, temos uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

48.(CESPE/AFT/2013)

P	Q	R	S
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

A tabela acima corresponde ao início da construção da tabela-verdade da proposição S, composta das proposições simples P, Q e R. Julgue o item seguinte a respeito da tabela-verdade de S.

Se S = (P∧Q)V(P∧R), então a última coluna da tabela-verdade de S conterá, de cima para baixo e na ordem em que aparecem, os seguintes elementos: V, F, V, V, F, V, F e F.

Comentários:

Pessoal, é claro que uma das formas de resolver a questão é construindo a **tabela-verdade**. Ocorre que, ao "bater o olho" em **(P∧Q)V(P∧R)**, é importante que você já perceba que podemos colocar "**P∧**" em evidência:

(P∧Q)V(P∧R) ≡ P∧(QVR)

Note, portanto, que temos uma conjunção entre **P** e **(QVR)**. Para a conjunção ser verdadeira, tanto **P** quanto **(QVR)** devem ser verdadeiras.

Analisando a assertiva, veja que ela sugere que a sexta linha é verdadeira: **V, F, V, V, F, V, F e F**. Note que na sexta linha temos **P** falso, logo, a conjunção de **P** com **(QVR)** é falsa, não verdadeira. O gabarito, portanto, é ERRADO.

Gabarito: ERRADO.

49.(CESPE/CADE/2014) Considerando os conectivos lógicos usuais e que as letras maiúsculas representem proposições lógicas simples, julgue o item seguinte acerca da lógica proposicional.

A proposição [(P∨Q)∧(R∨S)] ↔ [Q∧(R∨S)]∨[(P∧R)∨(P∧S)] é uma tautologia.

Comentários:

Observe que temos quatro proposições simples nessa questão. Realizar a **tabela-verdade** resultaria em **16 linhas e muitas colunas**, sendo inviável gastar esse tempo com uma única questão em uma prova de certo e errado. A melhor solução para esse problema é utilizar álgebra de proposições.

Propriedade **distributiva** "colocando P∧ em evidência":

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [Q \land (R \lor S)] \lor [(P \land R) \lor (P \land S)]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [Q \land (R \lor S)] \lor [P \land (R \lor S)]$$

Aplicação da propriedade **comutativa** duas vezes:

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [Q \land (R \lor S)] \lor [P \land (R \lor S)]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land Q] \lor [(R \lor S) \land P]$$

Propriedade **distributiva** colocando "(R∨S)∧" em evidência:

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land Q] \lor [(R \lor S) \land P]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land (Q \lor P)]$$

Já podemos perceber que ambos os lados da bicondicional tem as mesmas proposições simples, bastando realizar a propriedade **comutativa** em alguns termos.

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land (Q \lor P)]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(R \lor S) \land (P \lor Q)]$$

$$[(P \lor Q) \land (R \lor S)] \leftrightarrow [(P \lor Q) \land (R \lor S)]$$

Como a bicondicional apresentada apresenta dois termos iguais, eles sempre apresentarão o mesmo valor lógico. Sendo assim, a bicondicional sempre será verdadeira, tratando-se de uma tautologia.

Gabarito: CERTO.

Bancas diversas – Álgebra de proposições

50.(IADES/Hemocentro DF/2017) Assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.

A) p∨(q∨~p)

B) (q→p)→(p→q)

C) p→(p→q∧¬q)

D) p∨~q→(p→~q)

E) p∨q→p∧q

Comentários:

Vamos resolver essa questão por **álgebra de proposições**.

Veja que na alternativa A temos **p∨(q∨~p)**. Aplicando a **propriedade comutativa** dentro dos parênteses, ficamos com:

p∨(~p∨q)

A expressão acima, por meio da **propriedade associativa**, pode ser descrita por:

(p∨~p)∨q

p∨~p é uma disjunção sempre verdadeira (tautologia). Logo, podemos escrever:

t ∨ q

q ∨ t

Temos agora uma disjunção da proposição **q** com um termo sempre verdadeiro (tautologia). Sabemos, pela **propriedade da identidade para a disjunção inclusiva**, que:

q ∨ t ≡ t

Logo, a alternativa A nos traz uma tautologia. Este é o gabarito.

Gabarito: Letra A.

51.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) A proposição p∧¬(q∧r) é equivalente a:

A) (p∧¬q)∧(p∧¬r)

B) (p∨¬q)∧(p∨¬r)

C) (p∧¬q)∨(p∧¬r)

D) (¬p∨q)∧(¬p∨r)

E) (¬p∧q)∨(¬p∧r)

Comentários:

Veja que, para essa questão, é muito importante resolvermos por **álgebra de proposições**. Isso porque, caso resolvêssemos por tabela-verdade, teríamos que realizar várias tabelas para testar as alternativas.

Inicialmente, temos:

p∧~(q∧r)

Utilizando a equivalência de De Morgan em **~(q∧r)**, temos:

p∧(~q∨~r)

Aplicando a **propriedade distributiva** em "**p∧**", ficamos com:

p∧(~q∨~r) ≡ (p∧~q)∨(p∧~r)

Veja que **(p∧~q)∨(p∧~r)** corresponde à alternativa C.

Gabarito: Letra C.

52. (IBFC/TJ PE/2017) As expressões E1: (p∧r) ∨ (~p∧r) e E2 : (q ∨ s) ∧ (~q ∨ s) são compostas pelas quatro proposições lógicas p, q, r e s.

Os valores lógicos assumidos pela expressão E1 ∧ E2 são os mesmos valores lógicos da expressão:

A) r v s

B) ~r ∧ ~s

C) ~r ∨ s

D) r v ~s

E) r ∧ s

Comentários:

Vamos resolver essa questão por **álgebra de proposições**.

Simplificação de E1

Note que em E1 temos a proposição **r** aparecendo duas vezes. Podemos colocá-la em evidência. Considere E1:

(p∧r) ∨ (~p∧r)

Podemos aplicar a **propriedade comutativa** em ambas as parcelas da disjunção inclusiva.

$$(r \wedge p) \vee (r \wedge \sim p)$$

Colocando "**r∧**" em evidência, ficamos com:

$$r \wedge (p \vee \sim p)$$

(p∨~p) é uma tautologia. Logo, temos:

$$r \wedge t$$

Sabemos que a conjunção de um termo com uma tautologia corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade**). Logo, E1 corresponde a proposição **r**.

$$r$$

Simplificação de E2

Note que em E1 temos a proposição **s** aparecendo duas vezes. Podemos colocá-la em evidência. Considere E2:

$$(q \wedge s) \vee (\sim q \wedge s)$$

Podemos aplicar a **propriedade comutativa** em ambas as parcelas da disjunção inclusiva.

$$(s \wedge q) \vee (s \wedge \sim q)$$

Colocando "**s∧**" em evidência, ficamos com:

$$s \wedge (q \vee \sim q)$$

(q∨~q) é uma tautologia. Logo, temos:

$$s \wedge t$$

Sabemos que a conjunção de um termo com uma tautologia corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade**). Logo, E2 corresponde a proposição **s**.

$$s$$

Resposta da questão

Como **E1** é equivalente a **r** e **E2** é equivalente a **s**, **E1∧E2** é equivalente a **r∧s**. Logo, os valores lógicos assumidos pela expressão **E1∧E2** são os mesmos valores lógicos da expressão **r∧s**.

Gabarito: Letra E.

53.(ANPAD/2018) Considere E(p,q) uma proposição lógica composta a partir de p e q tal que E(p,q)↔p∧q é uma contradição.

A proposição E(p,q)∧p é logicamente equivalente à proposição:

A) p∧~q

B) p∨~q

C) ~p∧q

D) ~p∨~q

E) ~p∧~q

Comentários:

Como a bicondicional **E(p,q)↔p∧q** é uma contradição, temos que quando um lado da bicondicional é verdadeiro, o outro é falso, e vice-versa. Isso significa que **E(p,q)** é a negação de **p∧q**.

E(p,q) ≡ ~(p∧q)

Por De Morgan, temos:

E(p,q) ≡ ~p∨~q

Devemos determinar uma proposição equivalente a **E(p,q)∧p**, isto é, equivalente a **(~p∨~q)∧p**. Pela **propriedade comutativa**, temos:

p∧(~p∨~q)

Aplicado a **propriedade distributiva** em "**p∧**", temos:

p∧(~p∨~q) ≡ (p∧~p)∨(p∧~q)

(p∧~p) é uma contradição. Logo, temos:

c ∨ (p∧~q)

A disjunção inclusiva de um termo com uma contradição corresponde ao próprio termo (**propriedade da identidade para a conjunção**). Logo, temos:

p∧~q

Gabarito: Letra A.

Questões Complementares

54. (FCC/TCE-CE/2015) A afirmação que é logicamente equivalente à afirmação: "Se faço karatê, então sei me defender" é

a) Se não faço karatê, então não sei me defender.

b) Se sei me defender, então faço karatê.

c) Se não sei me defender, então não faço karatê.

d) Se não sei me defender, então faço karatê.

e) Se faço karatê, então não sei me defender.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

k: "Faço karatê."

d: "Sei me defender."

A afirmação do enunciado é a condicional **k→d:**

k→d: "**Se** [faço karatê], **então** [sei me defender]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

k→d ≡ ~d→~k

A proposição equivalente pode ser escrita por:

~d→~k: "**Se** [**não** sei me defender], **então** [**não** faço karatê]."

Gabarito: Letra C.

55.(FCC/SEFAZ BA/2019) Suponha que a negação da proposição "Você é a favor da ideologia X" seja "Você é contra a ideologia X". A proposição condicional "Se você é contra a ideologia A, então você é a favor da ideologia C" é equivalente a

a) Você é a favor da ideologia A e você é a favor da ideologia C.

b) Ou você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C, mas não de ambas.

c) Você é a favor da ideologia A ou você é contra a ideologia C.

d) Você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C.

e) Você é contra a ideologia A e você é contra a ideologia C.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

A: "Você é a favor da ideologia A."

C: "Você é a favor da ideologia C."

Segundo o enunciado, "você é contra a ideologia A" é a negação da nossa proposição **A**. Logo, a frase original pode ser representada pelo seguinte condicional:

~A→ C: "**Se** [você é contra a ideologia A], **então** [você é a favor da ideologia C]."

Veja que **as alternativas não apresentam uma condicional como equivalente**. Logo, **não** se deve utilizar a equivalência **contrapositiva**, dada por **p→q ≡ ~q→~p**.

Uma outra equivalência fundamental que se pode utilizar com o conectivo condicional é a seguinte: **p→q ≡ ~pVq**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~A→ C ≡ ~(~A) V C

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, a equivalência é dada por **AVC**:

AVC: "Você é a favor da ideologia A **ou** você é a favor da ideologia C."

Gabarito: Letra D.

56. (FCC/METRO SP/2016) Se a proposição "Laura estuda de dia e trabalha de noite" é falsa, do ponto de vista da lógica é verdade que Laura

a) estuda de noite e trabalha de dia.

b) não estuda de dia nem trabalha de noite.

c) não estuda de dia ou trabalha de noite.

d) não estuda de dia ou não trabalha de noite.

e) estuda de noite ou trabalha de dia.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Laura estuda de dia."

n: "Laura trabalha de noite."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **d∧n**:

d∧n:"**[**Laura estuda de dia**]** **e** **[**trabalha de noite**]**."

A questão afirma que a **proposição original é falsa.** Isso significa que **a negação da proposição original é verdadeira**. Devemos, portanto, negar **d∧n**.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência ~(**p∧q**) ≡ ~**p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(d∧n) ≡ ~d∨~n

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~d∨~n: "**[**Laura **não** estuda de dia**]** **ou** **[não** trabalha de noite**]**."

Gabarito: Letra D.

57.(FCC/DPE RS/2017) Considere a afirmação:

Ontem trovejou e não choveu.

Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta afirmação é

a) se ontem não trovejou, então não choveu.

b) ontem trovejou e choveu.

c) ontem não trovejou ou não choveu.

d) ontem não trovejou ou choveu.

e) se ontem choveu, então trovejou.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

j: "Trovejou."

e: "Choveu."

Removendo o termo acessório "ontem", a proposição original pode ser escrita pela conjunção **j∧~e**:

j∧~e:"**[**Trovejou**] e [não** choveu**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~**(**p∧q**) **≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~ (j∧~e) ≡ ~j∨~(~e)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

~ (j∧~e) ≡ ~j∨e

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~j∨e: "**[Não** trovejou**] ou [**choveu**]**."

A alternativa D apresenta essa negação acrescentando o termo acessório "ontem".

Gabarito: Letra D.

58.(FCC/FCRIA/2018) A negação da afirmação " Chove e faz frio " é:

a) Não chove ou faz frio.

b) Não chove ou faz calor.

c) Não chove e não faz frio.

d) Faz frio e não chove.

e) Faz calor e chove.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Chove."

f: "Faz frio."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **e∧f**:

e∧f:"**[**Chove**]** **e** **[**faz frio**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência ~(**p∧q**) ≡ **~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(e∧f) ≡ ~e∨~f

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~e∨~f: "**[Não** chove**]** **ou** **[não** faz frio**]**."

Para chegarmos ao gabarito, devemos considerar que "faz calor" é a negação de "faz frio". Trata-se de uma negação utilizando um antônimo. Esse tipo de negação deve ser evitado, pois "faz calor" não necessariamente é a negação de "faz frio". Isso porque a temperatura pode ser amena, por exemplo. O correto seria negar com "**não** faz frio", pois essa forma abarca todas as possibilidades de se negar "faz frio".

Utilizando o entendimento da banca para essa questão, a negação requerida é:

~e∨~f: "**[Não** chove**]** **ou** **[**faz calor**]**."

Gabarito: Letra B.

59. (FCC/SEFAZ-SC/2018) A negação da proposição "se eu estudo, eu cresço" pode ser escrita como:

a) "se eu não estudo, eu não cresço".

b) "se eu não cresço, eu não estudo".

c) “cresço e não estudo”.

d) “estudo e não cresço”.

e) “se eu cresço, eu não estudo”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Eu estudo."

k: Eu cresço."

A proposição apresentada é a condicional **e→k** na forma em que se omite o "**então**":

e→k: "Se [eu estudo], [eu cresço]**."**

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(e→k) ≡ e∧~k

Logo, a negação pode ser descrita por:

e∧~k: "[Eu estudo] **e** [eu **não** cresço]."

A alternativa D apresenta essa negação omitindo a palavra "eu".

Gabarito: Letra D.

60.(FCC/TRT11/2017) A frase que corresponde à negação lógica da afirmação: Se o número de docinhos encomendados não foi o suficiente, então a festa não acabou bem, é

a) Se o número de docinhos encomendados foi o suficiente, então a festa acabou bem.

b) O número de docinhos encomendados não foi o suficiente e a festa acabou bem.

c) Se a festa não acabou bem, então o número de docinhos encomendados não foi o suficiente.

d) Se a festa acabou bem, então o número de docinhos encomendados foi o suficiente.

e) O número de docinhos encomendados foi o suficiente e a festa não acabou bem.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

n: "O número de docinhos encomendados foi o suficiente."

f: "A festa acabou bem."

A frase original pode ser descrita pelo condicional **~n → ~f**:

"**Se** [o número de docinhos encomendados **não** foi o suficiente], **então** [a festa **não** acabou bem]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência ~(**p→q**) **≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(\sim n \rightarrow \sim f) \equiv \sim n \wedge \sim(\sim f)$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original:

$$\sim(\sim n \rightarrow \sim f) \equiv \sim n \wedge f$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

~n ∧f : "[O número de docinhos encomendados **não** foi o suficiente] **e** [a festa acabou bem]."

Gabarito: Letra B.

61.(FCC/SEFAZ SP/2006) Se p e q são proposições, então a proposição p∧(~q) é equivalente a

a) **~(p→~q)**

b) **~(p→q)**

c) **~q→~p**

d) **~(q→~p)**

e) **~(p∨q)**

Comentários:

A questão trata da aplicação imediata da equivalência da negação da condicional ~(**p→q**) ≡ **p∧~q. O gabarito é letra B.**

Vamos comentar as demais alternativas e mostrar que elas não se referem a **p∧~q**.

Alternativa A) Podemos transformar a negação da condicional em uma conjunção:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, ficamos com:

~(p→~q) ≡ p∧~(~q)

A dupla negação corresponde à proposição original. Logo:

~(p→~q) ≡ p∧q

Alternativa C) Utilizando a equivalência **contrapositiva**, temos que **~q→~p** é equivalente à condicional **p→q**.

Alternativa D) Utilizando a equivalência **contrapositiva** na condicional dentro dos parênteses, temos:

~(q→~p) ≡ ~(p→~q)

Note que **~(p→~q)** é a mesma expressão da letra A, que corresponde a **p∧q**.

Alternativa E) ~(**p∧q**) pode ser desenvolvida por De Morgan: ~(**p∧q**) ≡ **~p∨~q.**

Gabarito: Letra B.

62. (FCC/Pref. SJRP/2019) Considere a proposição: "Se Alberto está estudando, então é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro". Uma proposição equivalente a essa é

a) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova ou não é dia 29 de fevereiro.

b) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro.

c) Se é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro, então Alberto está estudando.

d) Se Alberto está estudando, então é véspera de prova e é dia 29 de fevereiro.

e) Se não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro, então Alberto não está estudando.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Alberto está estudando."

v: "É véspera de prova."

f: "É dia 29 de fevereiro."

A proposição do enunciado pode ser descrita por **a→ v ∨ f**.

a→ v ∨ f : "**Se** [Alberto está estudando], **então** [(é véspera de prova) **ou** (é dia 29 de fevereiro)]."

Observe que a proposição do enunciado é uma condicional e as alternativas apresentam condicionais. Isso significa que devemos utilizar a **contrapositiva** **p→q ≡ ~q→~p**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

a→ v ∨ f ≡ ~ (v ∨ f) → ~a

O antecedente obtido, **~(v∨f)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

a→(v ∨ f) ≡ ~v ∧~f → ~a

A condicional acima pode ser expressa por:

~v ∧~f → ~a: "**Se** [(**não** é véspera de prova) **e** (**não** é dia 29 de fevereiro)], **então** [Alberto **não** está estudando]."

Gabarito: Letra E.

63.(FCC/MANAUSPREV/2015) Considere a afirmação: Se os impostos sobem, então o consumo cai e a inadimplência aumenta. Uma afirmação que corresponde à negação lógica dessa afirmação é

a) Se o consumo não cai ou a inadimplência não aumenta, então os impostos não sobem.

b) Os impostos sobem e o consumo não cai ou a inadimplência não aumenta.

c) Se os impostos não sobem, então o consumo aumenta e a inadimplência cai.

d) Os impostos não sobem e o consumo não cai e a inadimplência não aumenta.

e) Se os impostos não sobem, então o consumo não cai e a inadimplência não aumenta.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

s: Os impostos sobem

k: O consumo cai

i: A inadimplência aumenta

A proposição do enunciado pode ser descrita por **s→ (k∧ i)**.

s→ (**k∧ i**): "**Se** [os impostos sobem], **então** [(o consumo cai) **e** (a inadimplência aumenta)]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~ [**s→ (k∧ i)**] **≡ s ∧ ~(k∧ i)**

O segundo termo obtido, **~(k∧i)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

s ∧ (**~ k ∨~i**)

A proposição acima pode ser expressa por:

s ∧ (**~ k ∨~i**): "[Os impostos sobem] **e** [o consumo **não** cai] **ou** [a inadimplência **não** aumenta]."

Gabarito: Letra B.

64.(FCC/SEFAZ PE/2015) Observe a afirmação a seguir, feita pelo prefeito de uma grande capital.

Se a inflação não cair ou o preço do óleo diesel aumentar, então o preço das passagens de ônibus será reajustado.

Uma maneira logicamente equivalente de fazer esta afirmação é:

a) Se a inflação cair e o preço do óleo diesel não aumentar, então o preço das passagens de ônibus não será reajustado.

b) Se a inflação cair ou o preço do óleo diesel aumentar, então o preço das passagens de ônibus não será reajustado.

c) Se o preço das passagens de ônibus for reajustado, então a inflação não terá caído ou o preço do óleo diesel terá aumentado.

d) Se o preço das passagens de ônibus não for reajustado, então a inflação terá caído ou o preço do óleo diesel terá aumentado.

e) Se o preço das passagens de ônibus não for reajustado, então a inflação terá caído e o preço do óleo diesel não terá aumentado.

Comentários:

Vamos dar nome às proposições simples que compõem a afirmação feita pelo prefeito:

i: "A inflação cairá."

d: "O preço do óleo diesel aumentará."

o: "O preço das passagens de ônibus será reajustado."

A afirmação do prefeito pode ser descrita por (**~i** V **d**)→ **o.**

(**~i** V **d**)→ **o:** "**Se [(**a inflação **não** cair**) ou (**o preço do óleo diesel aumentar**)**, **então [**o preço das passagens de ônibus será reajustado**]**."

Perceba que a questão pede uma equivalente à condicional e nas alternativas são apresentadas apenas condicionais. Isso quer dizer que está sendo pedido a **contrapositiva** **p→q ≡ ~q→~p**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

(**~i** V **d**)→ **o ≡ ~o → ~**(~i**V**d)

O consequente obtido, **~(**~i**V**d**)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

(**~i** V **d**)→ **o ≡ ~o → ~**(**~i**) ∧ **~d**

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original:

(**~i** V **d**)→ **o ≡ ~o → i** ∧**~d**

Ficamos com:

~o → i ∧**~d :** "**Se [**o preço das passagens de ônibus **não** for reajustado**]**, **então [(**a inflação terá caído**) e (**o preço do óleo diesel **não** terá aumentado**)]**."

Gabarito: Letra E.

65.(FCC/ALMS/2016) Se João canta ou Maria sorri, então Josefa chora e Luiza não grita. Do ponto de vista lógico, uma afirmação equivalente a afirmação anterior é

a) Se Luiza grita ou Josefa não chora, então João não canta e Maria não sorri.

b) Se João não canta ou Maria não sorri, então Josefa não chora e Luiza grita.

c) João canta ou Maria sorri, e Josefa não chora e Luiza grita.

d) Se João canta, então Josefa chora e se Maria sorri, então Luiza grita.

e) Se Luiza não grita e Josefa chora, então João canta ou Maria sorri.

Comentários:

Vamos dar nome às proposições:

j: "João canta."

m: "Maria sorri."

f: "Josefa chora."

l: "Luiza grita."

A proposição do enunciado é descrita por $(j \lor m) \rightarrow (f \land \sim l)$.

$(j \lor m) \rightarrow (f \land \sim l)$: "**Se** **[(**João canta**)** **ou** **(**Maria sorri**)]**, **então** **[(**Josefa chora**)** **e** **(**Luiza **não** grita**)]**."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto uma disjunção inclusiva como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- $p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p$ (contrapositiva)
- $p \rightarrow q \equiv \sim p \lor q$ (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Contrapositiva

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$(j \lor m) \rightarrow (f \land \sim l) \equiv \sim (f \land \sim l) \rightarrow \sim (j \lor m)$$

Aplicando as equivalências de De Morgan em ambos os lados da condicional, temos:

$$(j \lor m) \rightarrow (f \land \sim l) \equiv \sim f \lor \sim(\sim l) \rightarrow \sim j \land \sim m$$

A dupla negação corresponde à proposição original. Logo:

$$(j \lor m) \rightarrow (f \land \sim l) \equiv \sim f \lor l \rightarrow \sim j \land \sim m$$

A expressão acima é muito parecida com a alternativa A, porém falta aplicar a **propriedade comutativa** no antecedente $\sim f \lor l$. Ficamos com:

$$(j \lor m) \rightarrow (f \land \sim l) \equiv l \lor \sim f \rightarrow \sim j \land \sim m$$

Agora sim a expressão acima corresponde à **alternativa A**, pois pode ser descrita por:

l ∨ ~f → ~ j∧~m: "**Se [(**Luiza grita**) ou (**Josefa **não** chora**)]**, **então [(**João **não** canta**) e (**Maria **não** sorri**)]**."

Para fins didáticos, podemos verificar a outra equivalência possível.

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(\mathbf{j} \vee \mathbf{m}) \rightarrow (\mathbf{f} \wedge {\sim}\mathbf{l}) \equiv {\sim} (\mathbf{j} \vee \mathbf{m}) \vee (\mathbf{f} \wedge {\sim}\mathbf{l})$$

Aplicando De Morgan para o primeiro termo, temos:

$$(\mathbf{j} \vee \mathbf{m}) \rightarrow (\mathbf{f} \wedge {\sim}\mathbf{l}) \equiv ({\sim}\mathbf{j} \wedge {\sim}\mathbf{m}) \vee (\mathbf{f} \wedge {\sim}\mathbf{l})$$

Ficamos com:

(~j∧~m) ∨ (f ∧~l): "**[(**João **não** canta**) e (**Maria **não** sorri**)]**, **ou [(**Josefa chora**) e (**Luiza **não** grita**)]**."

Observe que essa expressão não aparece em nenhuma alternativa.

Gabarito: Letra A.

66. (FCC/SEFAZ PE/2015) Antes da rodada final do campeonato inglês de futebol, um comentarista esportivo apresentou a situação das duas únicas equipes com chances de serem campeãs, por meio da seguinte afirmação:

"Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele vença sua partida e que o Chelsea perca ou empate a sua."

Uma maneira equivalente, do ponto de vista lógico, de apresentar esta informação é: "Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele

A) vença sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua."

B) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua."

C) empate sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea não vença a sua."

D) vença sua partida e o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua."

E) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

v: **"**O Arsenal vence a sua partida."

p: "O Chelsea perde a sua partida."

e: "O Chelsea empata a sua partida."

Devemos encontrar nas alternativas uma expressão equivalente a "*que **[**ele (Arsenal) vença sua partida**]** **e** que **[(**o Chelsea perca**)** **ou** **(**empate a sua**)]***", isto é, devemos encontrar algo equivalente a:

$$\mathbf{v \land (p \lor e)}$$

Da **propriedade distributiva**, sabemos que:

$$\mathbf{v \land (p \lor e) \equiv (v \land p) \lor (v \land e)}$$

Note que a alternativa A corresponde a **(v∧p) ∨ (v∧e)**. Este é o gabarito.

Gabarito: Letra A.

67.(FCC/SEFAZ SP/2006) Dentre as alternativas abaixo, assinale a correta.

a) As proposições **~(p∧q)** e **(~p∨~q)** não são logicamente equivalentes.

b) A negação da proposição "Ele faz caminhada se, e somente se, o tempo está bom", é a proposição "Ele não faz caminhada se, e somente se, o tempo não está bom".

c) A proposição **~[p∨~(p∧q)]** é logicamente falsa.

d) A proposição "Se está quente, ele usa camiseta", é logicamente equivalente à proposição "Não está quente e ele usa camiseta".

e) A proposição "Se a Terra é quadrada, então a Lua é triangular" é falsa.

Comentários:

Vamos comentar cada alternativa:

Alternativa A

Sabemos por De Morgan que a negação de uma conjunção é dada por ~(**p∨q**) **≡ ~p∧~q. Alternativa errada**.

Alternativa B

Sabemos que, em uma bicondicional, se negarmos as duas parcelas obtemos uma proposição equivalente, não uma negação. Isto é, **p ↔ q ≡ ~p ↔ ~q. Alternativa errada**.

Alternativa C

Podemos desenvolver a proposição com equivalências lógicas.

$$\sim[p \vee \sim(p \wedge q)]$$

Aplicando De Morgan em **~(p∨q),** temos:

$$\sim[p \vee (\sim p \vee \sim q)]$$

Aplicando a **propriedade associativa**:

$$\sim[(p \vee \sim p) \vee \sim q]$$

(**p∨~p**) é uma **tautologia**. Logo:

$$\sim[t \vee \sim q]$$

Em uma disjunção inclusiva, se um dos termos é sempre verdadeiro, a disjunção inclusiva também deve ser sempre verdadeira, pois para ser falsa ambos os termos precisariam ser falsos. Logo, **t ∨~q** é uma tautologia. Portanto, ficamos com:

$$\sim[t]$$

A negação da tautologia é uma contradição, logo:

$$c$$

Isso significa que a proposição em questão é logicamente falsa, isto é, trata-se de uma contradição. **Alternativa correta**.

Alternativa D

Uma das equivalências da condicional é **p→q ≡ ~p∨q**. A alternativa trocou o conectivo "ou" pelo conectivo "e". **Alternativa errada**.

Alternativa E

Contextualizando a condicional, a proposição "a Terra é quadrada" é falsa e a proposição "a Lua é triangular" também é falsa. Isso significa que o condicional é verdadeiro, pois o condicional só é falso quando o antecedente e o consequente são ambos falsos.

Gabarito: Letra C.

68. (FGV/CGM Niterói/2018) Considere a sentença:

"Se Arlindo é baixo, então Arlindo não é atleta."

Assinale a opção que apresenta a sentença logicamente equivalente à sentença dada.

a) "Se Arlindo não é atleta, então Arlindo é baixo."

b) "Se Arlindo não é baixo, então Arlindo é atleta."

c) "Se Arlindo é atleta, então Arlindo não é baixo."

d) "Arlindo é baixo e atleta."

e) "Arlindo não é baixo e não é atleta."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

b: "Arlindo é baixo."

a: "Arlindo é atleta.**"**

A proposição original pode ser descrita por **b→~a**:

b→~a: "**Se** [Arlindo é baixo], **então** [Arlindo **não** é atleta].

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

b→~a ≡ ~(~a)→~b

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

b→~a ≡ a→~b

A proposição equivalente pode ser descrita por:

a→~b:"**Se** [Arlindo é atleta], **então** [Arlindo **não** é baixo]."

Gabarito: Letra C.

69.(FGV/Pref. Salvador/2017) Considere a sentença:

“Se Juvenal foi trabalhar, então Rosalva não saiu de casa”.

É correto concluir que

a) “Juvenal foi trabalhar ou Rosalva não saiu de casa”.

b) “Juvenal foi trabalhar e Rosalva não saiu de casa”.

c) “se Juvenal não foi trabalhar, então Rosalva saiu de casa”.

d) “se Rosalva não saiu de casa, então Juvenal foi trabalhar”.

e) “se Rosalva saiu de casa, então Juvenal não foi trabalhar”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

j: "Juvenal foi trabalhar."

r: "Rosalva saiu de casa.**"**

A proposição original pode ser descrita por **j→~r**:

j→~r: "**Se** [Juvenal foi trabalhar], **então** [Rosalva **não** saiu de casa]."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto uma disjunção inclusiva como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p V q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

j→~r ≡ ~(~r)→~j

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

j→~r ≡ r→~j

A proposição equivalente pode ser escrita por:

r→~j:"**Se** [Rosalva saiu de casa], **então** [Juvenal **não** foi trabalhar]."

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa E**.

Para fins didáticos, vamos utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

j→~r ≡ ~jVr

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~jVr: "**[**Juvenal **não** foi trabalhar**]** **ou** **[**Rosalva saiu de casa**]**."

Veja que essa equivalência não aparece nas alternativas.

Gabarito: Letra E.

70.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Se Marta gosta de pescar, então ela gosta de siri". Uma sentença equivalente à sentença dada é:

a) Se Marta não gosta de pescar, então ela não gosta de siri;

b) Se Marta gosta de siri, então ela gosta de pescar;

c) Se Marta gosta de siri, então ela não gosta de pescar;

d) Se Marta não gosta de siri, então ela não gosta de pescar;

e) Se Marta não gosta de pescar, então ela gosta de siri.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Marta gosta de pescar."

s: "Marta gosta de siri.**"**

A proposição original pode ser descrita por **p→s**:

p→s: "**Se** **[**Marta gosta de pescar**]**, **então** **[**ela gosta de siri**]**."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p→s ≡ ~s→~p

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~s→~p: "**Se [**Marta **não** gosta de siri**]**, **então [**ela **não** gosta de pescar**]**."

Gabarito: Letra D.

71.(FGV/BANESTES/2018) Considere a afirmação:

Se um carro não tem gasolina então não anda.

Considere, agora, as afirmações seguintes:

I. Se um carro tem gasolina então anda.

II. Se um carro não anda então não tem gasolina.

III. Se um carro anda então tem gasolina.

É/são logicamente equivalente(s) à afirmação dada:

a) somente I;

b) somente II;

c) somente III;

d) somente I e II;

e) I, II e III.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "Um carro tem gasolina."

a: "Um carro anda.**"**

A proposição original pode ser descrita por ~**g→~a**:

~g→~a: "**Se [**um carro **não** tem gasolina**]**, **então [não** anda**]**."

Veja que estamos partindo de uma condicional e a questão pergunta quais das três condicionais são equivalentes. Para avaliá-las, devemos utilizar **somente** a **equivalência contrapositiva**, pois **ela é a única que transforma uma condicional em outra condicional**.

A equivalência **contrapositiva** é dada por **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim g \rightarrow \sim a \equiv \sim(\sim a) \rightarrow \sim(\sim g)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Ficamos com:

$$\sim g \rightarrow \sim a \equiv a \rightarrow g$$

A proposição equivalente pode ser descrita por:

a→g:"**Se** [um carro anda], **então** [tem gasolina]."

Somente a afirmação III apresenta uma condicional equivalente. As demais condicionais não são equivalentes, pois não decorrem da equivalência contrapositiva.

Gabarito: Letra C.

72.(FGV/TJ SC/2018) Uma sentença logicamente equivalente à sentença "Se Pedro é torcedor da Chapecoense, então ele nasceu em Chapecó" é:

a) Se Pedro não é torcedor da Chapecoense, então ele não nasceu em Chapecó;

b) Se Pedro nasceu em Chapecó, então ele é torcedor da Chapecoense;

c) Pedro é torcedor da Chapecoense e não nasceu em Chapecó;

d) Pedro não é torcedor da Chapecoense ou nasceu em Chapecó;

e) Pedro é torcedor da Chapecoense ou não nasceu em Chapecó.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Pedro é torcedor da Chapecoense."

n: "Pedro nasceu em Chapecó."

A proposição composta original pode ser descrita por **p→n**:

p→n: "**Se** [Pedro é torcedor da Chapecoense], **então** [ele nasceu em Chapecó]."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto disjunções inclusivas como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$p \rightarrow n \equiv \sim n \rightarrow \sim p$$

Ficamos com:

~n→~p: "**Se [**Pedro **não** nasceu em Chapecó**]**, **então [**ele **não** é torcedor da Chapecoense**]**."

Note que não temos resposta para esse caso.

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$p \rightarrow n \equiv \sim p \vee n$$

Ficamos com:

~pVn: "**[**Pedro **não** é torcedor da Chapecoense**]** **ou** **[**nasceu em Chapecó**]**."

Note que a alternativa D apresenta essa segunda equivalência.

Gabarito: Letra D.

73.(FGV/ALERO/2018) Considere a afirmação:

"Se um animal não tem dentes então não morde".

Uma afirmação logicamente equivalente é

a) "Se um animal tem dentes então morde."

b) "Se um animal não morde então não tem dentes."

c) "Se um animal morde então tem dentes."

d) "Existe um animal que não tem dentes e morde."

e) "Um animal não tem dentes ou morde."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Um animal tem dentes."

m: "Um animal morde."

A proposição composta original pode ser descrita por **~d→~m**:

~d→~m: "**Se** [um animal **não** tem dentes], **então** [**não** morde]."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto uma disjunção inclusiva como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p V q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

~d→~m ≡ ~(~m)→~(~d)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

~d→~m ≡ m→d

Ficamos com:

m→d: "**Se** [um animal morde], **então** [tem dentes]."

O **gabarito**, portanto, é a **letra C**.

Para fins didáticos, vamos utilizar a segunda equivalência. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~d→~m ≡ ~(~d)V~m

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

~d→~m ≡ dV~m

Ficamos com:

dV~m: "[Um animal tem dentes] **ou** [**não** morde]."

Veja que essa equivalência não aparece nas alternativas.

Gabarito: Letra C.

74.(FGV/TRT 12/2017) O salão principal do tribunal está preparado para um evento comemorativo e diversas pessoas foram convidadas a comparecer. Na porta do salão está um funcionário que recebeu instruções sobre as pessoas que podem entrar e uma delas foi:

"Se tiver carteira de advogado pode entrar."

É correto concluir que:

a) se João entrou então tem carteira de advogado;

b) quem não tem carteira de advogado não pode entrar;

c) se Pedro não pode entrar então não tem carteira de advogado;

d) quem é advogado, mas não tem carteira, pode entrar;

e) todos os que entraram são advogados.

Comentários:

Considere as proposições simples:

k: "Um indivíduo tem carteira de advogado."

e: "Um indivíduo pode entrar."

A condicional do enunciado, "*se tiver carteira de advogado pode entrar*" pode ser entendida como **k→e**:

k→e: "**Se** [um indivíduo tem carteira de advogado], **então** [esse indivíduo pode entrar]."

Uma equivalência fundamental envolvendo o conectivo condicional é a **contrapositiva**: **p→q ≡ ~q→~p.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

k→e ≡ ~e→~k

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~e→~k: "**Se** **[**um indivíduo **não** pode entrar**]**, **então** **[**esse indivíduo **não** tem carteira de advogado**]**."

A alternativa C traz essa conclusão para o caso particular de um indivíduo chamado Pedro. A partir da regra geral obtida, é correto concluir que "***se*** *Pedro* ***não*** *pode entrar,* ***então*** *(Pedro)* ***não*** *tem carteira de advogado*".

Gabarito: Letra C.

75.(FGV/CGE MA/2014) Considere a sentença: "Se Geraldo foi à academia então Jovelina foi ao cinema."

É correto concluir que

a) se Geraldo não foi à academia então Jovelina não foi ao cinema.

b) se Jovelina foi ao cinema então Geraldo foi à academia.

c) Geraldo foi à academia ou Jovelina foi ao cinema.

d) Geraldo foi à academia e Jovelina foi ao cinema.

e) Geraldo não foi à academia ou Jovelina foi ao cinema.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

g: "Geraldo foi à academia."

j: "Jovelina foi ao cinema.**"**

A proposição original pode ser descrita por **g→j**:

g→j: "**Se** **[**Geraldo foi à academia**]**, **então** **[**Jovelina foi ao cinema**]**."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto disjunções inclusivas como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p V q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

g→j ≡ ~j→~g

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~j→~g: "**Se** [Jovelina **não** foi ao cinema], **então** [Geraldo **não** foi à academia]."

Note que não temos resposta para esse caso.

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

g→j ≡ ~gVj

A proposição equivalente pode ser descrita por:

~gVj: "**[**Geraldo **não** foi à academia**]** **ou** **[**Jovelina foi ao cinema**].**"

O **gabarito**, portanto, é a **alternativa E**.

Gabarito: Letra E.

76.(FGV/IBGE/2019) Considere a sentença: "Rubens tem mais de 18 anos e sabe dirigir".

A negação lógica dessa sentença é:

a) Rubens não tem mais de 18 anos e não sabe dirigir;

b) Rubens não tem mais de 18 anos ou não sabe dirigir;

c) Rubens tem mais de 18 anos e não sabe dirigir;

d) Rubens não tem mais de 18 anos e sabe dirigir;

e) Rubens tem mais de 18 anos ou sabe dirigir.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Rubens tem mais de 18 anos."

s: "Rubens sabe dirigir."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **aΛs**:

aΛs: "**[**Rubens tem mais de 18 anos**]** **e** **[**sabe dirigir**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(pΛq) ≡ ~pV~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \land s) \equiv \sim a \lor \sim s$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~a∨~s: "[Rubens **não** tem mais de 18 anos] **ou** [**não** sabe dirigir]."

Gabarito: Letra B.

77.(FGV/BANESTES/2018) A secretária disse ao advogado:

"Fechei a janela e não mexi nos papéis".

Algum tempo depois, o advogado descobriu que o que disse a secretária não era verdade.

É correto concluir que a secretária:

a) fechou a janela e mexeu nos papéis;

b) não fechou a janela e não mexeu nos papéis;

c) não fechou a janela e mexeu nos papéis;

d) fechou a janela ou não mexeu nos papéis;

e) não fechou a janela ou mexeu nos papéis.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "Fechei a janela."

m: "Mexi nos papéis."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **f∧~m**:

f∧~m: "[Fechei a janela] **e** [**não** mexi nos papéis]."

O fato de que a **secretária não disse a verdade** significa que a **negação do que ela disse**, isto é, a negação de **f∧~m**, **é verdadeira**. Devemos, portanto, negar **f∧~m** para obter uma conclusão correta.

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**

- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(f \land \sim m) \equiv \sim f \lor \sim(\sim m)$$

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original:

$$\sim(f \land \sim m) \equiv \sim f \lor m$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~f ∨m: "[**Não** fechei a janela] **ou** [mexi nos papéis]."

Portanto, é correto concluir que a secretária "***não** fechou a janela **ou** mexeu nos papéis*".

Gabarito: Letra E.

78.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Alda gosta de maçã e não gosta de banana". A negação da sentença dada é:

a) Alda não gosta de maçã e gosta de banana;

b) Alda não gosta de maçã e não gosta de banana;

c) Alda não gosta de maçã ou gosta de banana;

d) Alda não gosta de maçã ou não gosta de banana;

e) Alda gosta de maçã e gosta de banana.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Alda gosta de maçã."

b: "Alda gosta de banana."

A sentença original pode ser descrita por **m∧~b:**

m∧~b: "[Alda gosta de maçã] **e** [**não** gosta de banana]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(m \wedge \sim b) \equiv \sim m \vee \sim(\sim b)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

$$\sim(m \wedge \sim b) \equiv \sim m \vee b$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

$\sim m \vee b$: "[Alda **não** gosta de maçã**] ou [**gosta de banana**]."**

Gabarito: Letra C.

79. (FGV/CODEMIG/2015) Em uma empresa, o diretor de um departamento percebeu que Pedro, um dos funcionários, tinha cometido alguns erros em seu trabalho e comentou:

"Pedro está cansado ou desatento."

A negação lógica dessa afirmação é:

a) Pedro está descansado ou desatento.

b) Pedro está descansado ou atento.

c) Pedro está cansado e desatento.

d) Pedro está descansado e atento.

e) Se Pedro está descansado então está desatento.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

k: "Pedro está cansado."

d: "Pedro está desatento."

A sentença original pode ser descrita por **$k \vee d$:**

$k \vee d$: "**[**Pedro está cansado**] ou [**desatento**]**."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva ($\vee$) pela conjunção ($\wedge$).**

Em outras palavras, **nega-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(k \lor d) \equiv \sim k \land \sim d$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~k∧~d: "[Pedro **não** está cansado] **e** [**não** está desatento]**."**

Para chegarmos ao gabarito, devemos considerar que a negação de "cansado" é "descansado" e que a negação de "desatento" é "atento". **Essas duas negações utilizando antônimos não consistem na melhor forma de se negar uma proposição**, **porém temos que realizar esse raciocínio para marcarmos o gabarito**.

Nesse caso, ficamos com:

~k∧~d: "[Pedro está **descansado**] **e** [**atento**]**."**

Gabarito: Letra D.

80.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Pedro gosta de moqueca ou não é capixaba". Um cenário no qual a sentença dada é FALSA é:

a) Pedro gosta de moqueca e nasceu no Rio de Janeiro;

b) Pedro gosta de moqueca e nasceu em São Paulo;

c) Pedro não gosta de moqueca e nasceu no Rio de Janeiro;

d) Pedro não gosta de moqueca e nasceu em Minas Gerais;

e) Pedro não gosta de moqueca e nasceu no Espírito Santo.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Pedro gosta de moqueca."

x: "Pedro é capixaba."

A sentença original pode ser descrita por **m∨~x:**

m∨~x: "[Pedro gosta de moqueca] **ou** [**não** é capixaba]."

Se considerarmos a sentença **m∨~x** verdadeira, a **sentença é falsa quando temos a negação dela**, isto é, quando temos o caso **~(m∨~x)**.

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela conjunção (V).**

Em outras palavras, **nega-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(m \lor \sim x) \equiv \sim m \land \sim(\sim x)$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

$$\sim(m \lor \sim x) \equiv \sim m \land x$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~m∧x: "[Paulo **não** gosta de moqueca] **e** [é capixaba]**."**

Essa negação corresponde à **alternativa E**: "*Pedro **não** gosta de moqueca **e** nasceu no Espírito Santo*".

Gabarito: Letra E.

81. (FGV/SEFIN-RO/2018) Considere a sentença

"Se Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates é torcedor do Rondoniense".

A negação lógica dessa sentença é:

a) "Se Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

b) "Se Arquimedes não é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates é torcedor do Rondoniense".

c) "Se Arquimedes não é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

d) "Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná e Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

e) "Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná ou Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná."

s: "Sócrates é torcedor do Rondoniense."

A sentença original pode ser descrita por **a→s**:

a→s: "**Se** [Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná], **então** [Sócrates é torcedor do Rondoniense]".

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(a \rightarrow s) \equiv a \wedge \sim s$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

a∧~s: "[Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná] **e** [Sócrates **não** é torcedor do Rondoniense]."

Gabarito: Letra D.

82.(FGV/Pref. Angra/2019) Considere a sentença:

"Se pratico esportes, então fico feliz".

A negação lógica dessa sentença é

a) "Se não pratico esportes, então não fico feliz."

b) "Se não pratico esportes, então fico feliz."

c) "Se pratico esportes, então não fico feliz."

d) "Pratico esportes e não fico feliz."

e) "Não pratico esportes e fico feliz."

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Pratico esportes."

f: "Fico feliz."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **p→f**:

p→f: "**Se** [pratico esportes], **então** [fico feliz]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(p \rightarrow f) \equiv p \wedge \sim f$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

p∧~f: "**[**Pratico esportes**]** **e** **[não** fico feliz**]**."

Gabarito: Letra D.

83.(FGV/BANESTES/2018) Considere a afirmação:

"Quem rouba é preso. "

A negação dessa afirmação é:

a) Alguém rouba e não é preso;

b) Quem não é preso não roubou;

c) Quem não rouba não é preso;

d) Quem rouba não é preso;

e) Alguém não rouba ou não é preso.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

r: "Alguém rouba."

p: "Alguém é preso."

Devemos entender a afirmação original "quem rouba é preso" como a condicional **r→p**:

r→p: "**Se** **[**alguém rouba**]**, **então** **[**é preso**]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(r \rightarrow p) \equiv r \wedge \sim p$$

Logo, podemos descrever a negação como:

r∧~p: "**[**Alguém rouba**]** **e** **[não** é preso**]**."

Gabarito: Letra A.

84.(FGV/TCE-SE/2015) Considere a afirmação: “Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei.”

A negação dessa afirmação é:

a) Hoje é sábado e amanhã trabalharei.

b) Hoje não é sábado e amanhã trabalharei.

c) Hoje não é sábado ou amanhã trabalharei.

d) Se hoje não é sábado, amanhã trabalharei.

e) Se hoje não é sábado, amanhã não trabalharei.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

h: "Hoje é sábado."

a: "Amanhã trabalharei."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **h→~a**:

h→~a: “**Se** [hoje é sábado], **então** [amanhã **não** trabalharei].”

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(h→~a) ≡ h∧~(~a)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

~(h→~a) ≡ h∧a

Logo, a negação pode ser descrita por:

h∧a: “[Hoje é sábado] **e** [amanhã trabalharei].”

Gabarito: Letra A.

85.(FGV/ALERO/2018) A negação lógica da sentença “Se como demais, então passo mal” é

a) “Se não como demais, então não passo mal”.

b) “Se não como demais, então passo mal”.

c) “Como demais e não passo mal”.

d) “Não como demais ou passo mal”.

e) “Não como demais e passo mal”.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Como demais."

m: "Passo mal."

A proposição composta original pode ser definida pela condicional **d→m**:

d→m: “**Se [**como demais**]**, **então [**passo mal**]**.”

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~(d→m) ≡ d∧~m

Logo, a negação pode ser descrita por:

d∧~m: “**[**Como demais**]** **e** **[não** passo mal**]**.”

Gabarito: Letra C.

86.(FGV/CONDER/2013) A negação lógica da sentença “Se como demais e não faço exercícios físicos então engordo” é

a) “Se não como demais e faço exercícios físicos então não engordo.”

b) “Se como demais e não faço exercícios físicos então não engordo.”

c) “Como demais e não faço exercícios físicos e não engordo.”

d) “Se não engordo então não como demais ou faço exercícios físicos.”

e) “Não como demais ou faço exercícios físicos ou não engordo.”

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "Como demais."

f: "Faço exercícios físicos."

e: "Engordo."

Observe que a proposição composta original é dada por **(d∧~f) → e**:

(d∧~f) → e: “**Se** [(como demais) **e** (**não** faço exercícios físicos)], **então** [engordo].”

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~[(d∧~f) → e] ≡ (d∧~f) ∧~ e

Logo, a negação pode ser descrita por:

(d∧~f) ∧~ e: "[Como demais] **e** [**não** faço exercícios físicos] **e** [**não** engordo]."

Gabarito: Letra C.

87. (FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença “Joana gosta de leite e não gosta de café”.

Sabe-se que a sentença dada é falsa.

Deduz-se que:

a) Joana não gosta de leite e não gosta de café;

b) Se Joana gosta de leite, então ela não gosta de café;

c) Joana gosta de leite ou gosta de café;

d) Se Joana não gosta de café, então ela não gosta de leite;

e) Joana não gosta de leite ou não gosta de café.

Comentários:

Ao informar que "*a sentença dada é falsa*", podemos deduzir corretamente que a negação da sentença é verdadeira. A questão pede, portanto, para negarmos a sentença original.

A primeira equivalência a ser utilizada diante a negação de uma conjunção é a equivalência de De Morgan.

Sejam as proposições simples:

l: "Joana gosta de leite."

k: "Joana gosta de café."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **l∧~k**:

l∧~k:"**[**Joana gosta de leite**]** **e** **[não** gosta de café**]**."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(l∧~k) ≡ ~l∨~(~k)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

~(l∧~k) ≡ ~l∨k

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~l∨k: "**[**Joana **não** gosta de leite**]** **ou** **[**Joana gosta de café**]**."

Note que não temos essa negação como resposta.

"E agora, professor? Será que erramos em alguma coisa?"

Não, caro aluno! Primeiro, perceba que já podemos **eliminar as alternativas C e E**, pois elas apresentam disjunções inclusivas diferentes da que obtemos. Além disso, a **alternativa A pode ser eliminada**, pois a negação de uma conjunção nunca será outra conjunção. **Resta-nos as alternativas B e D, que são condicionais**. Logo, temos que dar um jeito de transformar **~l∨k** em uma condicional.

Para transformar **~l∨k** em uma condicional, devemos utilizar a **equivalência transformação da disjunção inclusiva em condicional**: **p∨q ≡ ~p→q**. A equivalência é realizada do seguinte modo:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela condicional (→); e**

- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~l∨k ≡ ~(~l)→k

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

~l∨k ≡ l→k

Ficamos com:

l→k: "**Se** [Joana gosta de leite]**, então** [Joana gosta de café]."

Note que ainda não temos resposta. Podemos ainda usar a equivalência **contrapositiva** em **l→k**. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

l→k ≡ ~k→~l

Ficamos com:

~k→~l: "**Se** [Joana **não** gosta de café]**, então** [Joana **não** gosta de leite]."

Agora sim chegamos no gabarito! **Alternativa D**.

—

Uma **forma mais simples de se resolver** a questão requer que o aluno se lembre de duas equivalências que são mais raras: as **negações da conjunção para a forma condicional**. Lembre-se das seguintes equivalências:

- **~(p∧q) ≡ p→~q**
- **~(p∧q) ≡ q→~p**

Para essa questão, devemos negar **l∧~k**, isto é, devemos obter ~**(l∧~k)**. Utilizando essas duas equivalências, temos:

- **~(l∧~k) ≡ l→~(~k)**, isto é, **~(l∧~k) ≡ l→k**,
- **~(l∧~k) ≡ ~k→~l**

Note que, na segunda equivalência, obtemos que a negação da conjunção em questão é **~k→~l:**

~k→~l: "**Se** [Joana **não** gosta de café]**, então** [Joana **não** gosta de leite]."

Novamente, **alternativa D** corresponde à negação requerida.

Gabarito: Letra D.

88. (FGV/IBGE/2019) Considere a sentença: "Se corro ou faço musculação, então fico cansado".

Uma sentença logicamente equivalente a essa é:

a) Se não corro ou faço musculação, então não fico cansado;

b) Se não corro e não faço musculação, então não fico cansado;

c) Não corro e não faço musculação ou fico cansado;

d) Corro ou faço musculação e não fico cansado;

e) Não corro ou não faço musculação e fico cansado.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

k: "Corro."

m: "Faço musculação."

f: "Fico cansado."

A proposição original pode ser descrita por **k∨m → f**.

k∨m → f: " **Se** **[(**corro**)** **ou** **(**faço musculação**)]**, **então** **[**fico cansado**]**."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto disjunções inclusivas como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

<u>Contrapositiva</u>

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

k∨m → f ≡ ~f→~(k∨m)

O consequente obtido, **~(k∨m)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

$$k \vee m \rightarrow f \equiv \sim f \rightarrow \sim k \wedge \sim m$$

Ficamos com:

~f → ~k∧~m: "**Se** [**não** fico cansado], **então** [(**não** corro) **e** (**não** faço musculação)]."

Não temos essa resposta nas alternativas. Devemos testar a segunda equivalência.

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$k \vee m \rightarrow f \equiv \sim(k \vee m) \vee f$$

O primeiro termo obtido, **~(k∨m)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

$$k \vee m \rightarrow f \equiv \sim k \wedge \sim m \vee f$$

Ficamos com:

(~k∧~m) ∨ f: "[**Não** corro] **e** [**não** faço musculação] **ou** [fico cansado]."

Gabarito: Letra C.

89.(FGV/TRT 12/2017) Considere a sentença: "Se Pedro é torcedor do Avaí e Marcela não é torcedora do Figueirense, então Joana é torcedora da Chapecoense".

Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é:

a) Se Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense, então Joana não é torcedora da Chapecoense.

b) Se Pedro não é torcedor do Avaí e Marcela é torcedora do Figueirense, então Joana não é torcedora da Chapecoense.

c) Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense ou Joana é torcedora da Chapecoense.

d) Se Joana não é torcedora da Chapecoense, então Pedro não é torcedor do Avaí e Marcela é torcedora do Figueirense.

e) Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense e Joana é torcedora da Chapecoense.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

p: "Pedro é torcedor do Avaí."

m: "Marcela é torcedora do Figueirense."

j: "Joana é torcedora do Chapecoense."

A proposição original pode ser descrita por **p∧~m → j**.

p∧~m → j: " **Se** [(Pedro é torcedor do Avaí) **e** (Marcela **não** é torcedora do Figueirense)], **então** [Joana é torcedora do Chapecoense]."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto disjunções inclusivas como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Contrapositiva

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

p∧~m → j ≡ ~j→~(p∧~m)

O consequente obtido, **~(p∧~m)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

p∧~m → j ≡ ~j → ~p∨~(~m)

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

p∧~m → j ≡ ~j → ~p∨m

Ficamos com:

~j → ~p∨m: "**Se** [Joana **não** é torcedora do Chapecoense], **então** [(Pedro **não** é torcedor do Avaí) **ou** (Marcela é torcedora do Figueirense)]."

Não temos essa resposta nas alternativas. Devemos testar a segunda equivalência.

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$p \wedge \sim m \rightarrow j \equiv \sim(p \wedge \sim m) \vee j$$

O primeiro termo obtido, **~(p∧~m)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

$$p \wedge \sim m \rightarrow j \equiv \sim p \vee \sim(\sim m) \vee j$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original:

$$p \wedge \sim m \rightarrow j \equiv \sim p \vee m \vee j$$

Ficamos com:

~p∨ m ∨ j: "[Pedro **não** é torcedor do Avaí] **ou** [Marcela é torcedora do Figueirense] **ou** [Joana é torcedora do Chapecoense]."

Gabarito: Letra C.

90.(FGV/MPE RJ/2019) Considere a sentença: "Se não estou cansado, então vejo televisão ou vou ao cinema".

A negação lógica dessa sentença é:

a) Se estou cansado, então não vejo televisão e não vou ao cinema;

b) Se estou cansado, então vejo televisão ou vou ao cinema;

c) Se não vejo televisão e não vou ao cinema, então estou cansado;

d) Não estou cansado e não vejo televisão e não vou ao cinema;

e) Estou cansado ou vejo televisão ou vou ao cinema.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estou cansado."

v: "Vejo televisão."

a: "Vou ao cinema."

A sentença original pode ser descrita por **~e → (v∨a)**.

~e → (v∨a): "**Se [não** estou cansado**]**, **então [(**vejo televisão**) ou (**vou ao cinema**)]**."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~[~e → (v∨a)] ≡ ~e ∧~(v∨a)

O segundo termo obtido, **~(v∨a)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "ou" pelo "e".** Temos:

~[~e → (v∨a)] ≡ ~e ∧~v ∧ ~a

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~e ∧~v ∧ ~a: "**[Não** estou cansado**] e [não** vejo televisão**] e [não** vou ao cinema**]**."

Gabarito: Letra D.

91.(FGV/CONDER/2013) Solange afirmou: "Se é domingo e faz sol então eu vou à praia".

O cenário para o qual a afirmativa de Solange é falsa é

a) sábado, chove e Solange foi à praia.

b) domingo, chove e Solange foi à praia.

c) sábado, faz sol e Solange foi à praia.

d) domingo, faz sol e Solange não foi à praia.

e) sábado, faz sol e Solange não foi à praia.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "É domingo."

s: "Faz sol."

p: "Vou à praia."

A afirmação de Solange pode ser descrita por **d∧f → p**.

d∧f → p: " **Se** **[**(é domingo) **e** (faz sol)**]**, **então** **[**vou à praia**]**."

Ao considerarmos a afirmação verdadeira, **o cenário em que essa afirmação é falsa ocorre quando se nega d∧f → p**.

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

d∧f → p ≡ d∧f ∧ ~p

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

d∧f ∧ ~p: "**[**É domingo**]** **e** **[**faz sol**]** **e** **[não** vou à praia**]**."

Isso significa que o cenário para o qual a afirmativa de Solange é falsa é "*domingo, faz sol e Solange não foi à praia*".

Gabarito: Letra D.

92. (VUNESP/ISS-GRU/2019) A alternativa que corresponde à equivalente lógica da proposição composta: "se as frutas estão maduras, então é tempo de colheita", é:

a) as frutas não estão maduras ou é tempo de colheita.

b) se não é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.

c) as frutas estão maduras, e é tempo de colheita.

d) não é tempo de colheita, e as frutas não estão maduras.

e) se é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

f: "As frutas estão maduras."

t: "É tempo de colheita."

A proposição composta original pode ser descrita por **f→t**:

f→t: "**[**Se as frutas estão maduras**]**, **então** **[**é tempo de colheita**]**."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto uma disjunção inclusiva como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p ∨ q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)

Para aplicar a primeira equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Ficamos com:

~t→~f: "**Se** [**não** é tempo de colheita], **então** [as frutas **não** estão maduras]."

Note que não temos resposta para esse caso.

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (∨); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Ficamos com:

~f ∨ t: "[As frutas **não** estão maduras] **ou** [é tempo de colheita]."

Note que a letra A apresenta essa segunda equivalência.

Gabarito: Letra A.

93.(VUNESP/PC SP/2018) Considere a afirmação: “Mateus não ganha na loteria ou ele compra aquele carrão”. Uma afirmação equivalente a essa afirmação é:

a) Se Mateus não ganha na loteria, então ele não compra aquele carrão.

b) Mateus ganha na loteria ou ele compra aquele carrão.

c) Se Mateus ganha na loteria, então ele compra aquele carrão.

d) Mateus ganha na loteria e não compra aquele carrão.

e) Ou Mateus não compra aquele carrão ou ele não ganha na loteria.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

g: "Mateus ganha na loteria".

a: "Mateus compra aquele carrão".

A afirmação do enunciado pode ser escrita por: **~g V a**:

"[Mateus **não** ganha na loteria] **ou** [ele compra aquele carrão]."

Para transformar a disjunção inclusiva em uma condicional, podemos usar a equivalência **pVq ≡~p→q.** Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (V) pela condicional (→); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

~gVa ≡ ~(~g)→a

A dupla negação de uma proposição simples corresponde à proposição original. Logo, temos:

~gVa ≡ g→a

A condicional obtida pode ser descrita por:

g→a: "**Se** [Mateus ganha na loteria], **então** [ele compra aquele carrão]."

Gabarito: Letra C.

94. (VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação "Pedro distribuiu amor e Pedro colheu felicidade" é:

a) Pedro não distribuiu amor e Pedro não colheu felicidade.

b) Pedro não distribuiu ódio e Pedro não colheu infelicidade.

c) Pedro não distribuiu amor ou Pedro não colheu felicidade.

d) Pedro distribuiu ódio e Pedro colheu infelicidade.

e) Se Pedro colheu felicidade, então Pedro distribuiu amor.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

a: "Pedro distribuiu amor."

f: "Pedro colheu felicidade."

A proposição original pode ser escrita pela conjunção **a∧f**:

a∧f: "[Pedro distribuiu amor] **e** [Pedro colheu felicidade]."

Para realizar a negação de uma conjunção, usa-se a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da conjunção;**
- **Troca-se a conjunção (∧) pela disjunção inclusiva (∨).**

Em outras palavras, **negam-se as duas proposições e troca-se o "e" pelo "ou"**. Para o caso em questão, temos:

~(a∧f) ≡ ~a∨~f

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~a∨~f: "[Pedro **não** distribuiu amor] **ou** [Pedro **não** colheu felicidade]."

Gabarito: Letra C.

95.(VUNESP/PC SP/2018) Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação – Leonardo é dentista ou Marcelo não é médico – é:

a) Leonardo é dentista e Marcelo é médico.

b) Leonardo não é dentista ou Marcelo não é médico.

c) Ou Leonardo não é dentista ou Marcelo é médico.

d) Leonardo não é dentista e Marcelo é médico.

e) Se Leonardo é dentista, então Marcelo não é médico.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

l: "Leonardo é dentista."

m: "Marcelo é médico."

A proposição original pode ser descrita por **l ∨~m**:

l ∨~m: "[Leonardo é dentista] **ou** [Marcelo **não** é médico]."

Para realizar a negação de uma disjunção inclusiva, usa-se a equivalência **~(p∨q) ≡ ~p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Negam-se ambas as parcelas da disjunção inclusiva;**
- **Troca-se a disjunção inclusiva (∨) pela conjunção (∧).**

Em outras palavras, **nega-se as duas proposições e troca-se o "ou" pelo "e"**. Para o caso em questão, temos:

$$\sim(\mathbf{l} \vee \sim\mathbf{m}) \equiv \sim\mathbf{l} \wedge \sim(\sim\mathbf{m})$$

A dupla negação de uma proposição corresponde à proposição original. Logo:

$$\sim(\mathbf{l} \vee \sim\mathbf{m}) \equiv \sim\mathbf{l} \wedge \mathbf{m}$$

Logo, a negação requerida pode ser descrita por:

~l ∧ m: "[Leonardo **não** é dentista] **e** [Marcelo é médico]".

Gabarito: Letra D.

96. (VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação " Se a demanda aumenta, então os preços tendem a subir" é:

a) Se os preços não tendem a subir, então a demanda não aumenta.

b) Ou os preços tendem a subir, ou a demanda aumenta.

c) Se a demanda não aumenta, então os preços não tendem a subir.

d) A demanda aumenta ou os preços não tendem a subir.

e) Os preços não tendem a subir, e a demanda aumenta.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

d: "A demanda aumenta."

p: "Os preços tendem a subir."

A proposição original é dada por **d→p**:

d→p: "**Se** [a demanda aumenta], **então** [os preços tendem a subir]."

Para realizar a negação de uma condicional, usa-se a equivalência **~(p→q) ≡ p∧~q**. Para aplicar essa equivalência, devemos seguir o seguinte procedimento:

- **Mantém-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela conjunção (∧); e**
- **Nega-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$\sim(\mathbf{d} \rightarrow \mathbf{p}) \equiv \mathbf{d} \wedge \sim\mathbf{p}$$

Logo, a negação pode ser descrita por:

d∧~p: "[A demanda aumenta] **e** [os preços **não** tendem a subir]."

Utilizando a **propriedade comutativa**, podemos trocar **d** e ~**p** de posição na conjunção acima. Ficamos com:

~p∧d: "[Os preços **não** tendem a subir] **e** [a demanda aumenta]."

Gabarito: Letra E.

97. (VUNESP/TCE-SP/2017) Se a afirmação " Ou Renato é o gerente da loja ou Rodrigo é o dono da loja" é verdadeira, então uma afirmação necessariamente verdadeira é:

a) Renato é o gerente da loja e Rodrigo é o dono da loja.

b) Renato é o gerente da loja se, e somente se, Rodrigo não é o dono da loja.

c) Se Renato não é o gerente da loja, então Rodrigo não é o dono da loja.

d) Se Renato é o gerente da loja, então Rodrigo é o dono da loja.

e) Renato é o gerente da loja.

Comentários:

Vamos definir as proposições simples:

p: "Renato é o gerente da loja."

q: "Rodrigo é o dono da loja."

Nesse caso, a afirmação é uma **disjunção exclusiva** dada por **p⊻q**.

Temos que procurar nas alternativas uma resposta equivalente ao "ou exclusivo". Sabemos que existe a seguinte equivalência para esse caso:

$$p \veebar q \equiv {\sim}(p \leftrightarrow q)$$

Observe que a **alternativa B** nos dá uma bicondicional representada por **p↔~q**. Nesse momento, é importante lembrar a equivalência da negação da bicondicional:

$${\sim}(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow {\sim}q$$

Assim, temos que o "ou exclusivo" do enunciado é equivalente a **p↔~q**, pois ele é equivalente a **~(p↔ q)**.

Gabarito: Letra B.

98.(VUNESP/Pref. SP/2015) Considere a afirmações I, II, III e IV a seguir:

I. Sou economista se, e somente se, sou responsável.

II. Sou economista e responsável, ou, não sou economista e não sou responsável.

III. Sou economista se, e somente se, não sou responsável.

IV. Sou economista e não sou responsável, ou, não sou economista e sou responsável.

As afirmações II, III e IV, em relação à afirmação I, são, respectivamente,

a) uma negação, uma equivalente, e uma negação.

b) uma equivalente, uma equivalente, e uma negação.

c) uma negação, uma negação, e uma equivalente.

d) uma equivalente, uma negação, e uma equivalente.

e) uma equivalente, uma negação, e uma negação.

Comentários:

Vamos atribuir nomes às proposições simples:

p: "Sou economista."

q: "Sou responsável."

As afirmações I, II, III e IV podem ser escritas por:

I. $p \leftrightarrow q$

II. $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

III. $p \leftrightarrow \sim q$

IV. $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

Sabemos da teoria vista que **III e IV são formas de se negar a bicondicional** e, por eliminação, podemos marcar a **letra E**.

Para fins didáticos, podemos verificar se a afirmação II é de fato equivalente à bicondicional.

Lembre-se que **SEMPRE** podemos recorrer à **tabela-verdade** para verificar se duas proposições são equivalentes. Isso porque, pela definição de equivalências, temos:

> Duas proposições **A** e **B** são **equivalentes** quando todos os **valores lógicos** (V ou F) assumidos por elas **são iguais** para **todas as combinações de valores lógicos atribuídos às proposições simples que as compõem**.

Observe que $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ é equivalente à bicondicional, pois apresenta os mesmos valores lógicos de $p \leftrightarrow q$ para todas as combinações de valores lógicos atribuídos a **p** e a **q**.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F
F	V	V	F	F	F	F	F
F	F	V	V	F	V	V	V

Gabarito: Letra E.

99. (VUNESP/ISS-Campinas/2019) Uma proposição logicamente equivalente à afirmação "Se Marcos é engenheiro, então Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga" é apresentada na alternativa:

a) Se Roberta não é enfermeira ou Ana não é psicóloga, então Marcos não é engenheiro.

b) Ana é psicóloga, Marcos é engenheiro e Roberta é enfermeira.

c) Se Marcos não é engenheiro, então Roberta não é enfermeira e Ana não é psicóloga.

d) Se Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga, então Marcos é engenheiro.

e) Roberta não é enfermeira, Ana não é psicóloga e Marcos não é engenheiro.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

m: "Marcos é engenheiro."

r: "Roberta é enfermeira."

a: "Ana é psicóloga."

A afirmação do enunciado pode ser modelada por **m → (r∧a)**.

m → (r∧a): "**Se** **[**Marcos é engenheiro**]**, **então** **[(**Roberta é enfermeira**)** **e** **(**Ana é psicóloga**)]**."

Existem duas equivalências clássicas para a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (**contrapositiva**)
- **p→q ≡ ~p∨q**

Observe que não há nas alternativas o conectivo "ou" sendo usado sem uma condicional "**se...então**". Logo, devemos usar a equivalência contrapositiva. Para aplicar essa equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Invertem-se as posições do antecedente e do consequente; e**
- **Negam-se ambos os termos da condicional.**

Para o caso em questão, temos:

$$m \rightarrow (r \wedge a) \equiv \sim(r \wedge a) \rightarrow \sim m$$

~(r∧a) pode ainda ser desenvolvido por De Morgan com a equivalência **~(p∧q) ≡ ~p∨~q.**

$$m \rightarrow (r \wedge a) \equiv (\sim r \vee \sim a) \rightarrow \sim m$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

(~r ∨~a)→ ~m: "**Se** [(Roberta **não** é enfermeira) **ou** (Ana **não** é psicóloga)], **então** [Marcos **não** é engenheiro]."

Gabarito: Letra A.

100.(VUNESP/CM Tatuí/2019) Se estou com pressa e o computador travou, então não consigo fazer o trabalho. Uma afirmação que seja logicamente equivalente à afirmação anterior é:

a) Se não consigo fazer o trabalho, então o computador travou e estou com pressa.

b) Se não consigo fazer o trabalho, então não estou com pressa e o computador não travou.

c) Estou com pressa e o computador travou ou não consigo fazer o trabalho.

d) Não estou com pressa ou o computador não travou, ou não consigo fazer o trabalho.

e) Estou com pressa ou o computador travou, e não consigo fazer o trabalho.

Comentários:

Sejam as proposições simples:

e: "Estou com pressa."

k: "O computador travou."

f: "Consigo fazer o trabalho."

A afirmação do enunciado pode ser expressa por **(e∧ k)→~f**.

(e∧ k)→~f: " **Se** [(estou com pressa) **e** (o computador travou)], **então** [**não** consigo fazer o trabalho]."

As alternativas apresentam tanto condicionais quanto disjunções inclusivas como equivalentes. Devemos, portanto, testar as duas equivalências fundamentais que envolvem a condicional:

- **p→q ≡ ~q→~p** (contrapositiva)
- **p→q ≡ ~p∨q** (transformação da condicional em disjunção inclusiva)
-

Contrapositiva

Realizando a contrapositiva em (**e∧ k**)→~**f**, temos:

$$(e\wedge k)\rightarrow\sim f \equiv \sim(\sim f)\rightarrow\sim(e\wedge k)$$

O consequente obtido, **~(e∧k)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

$$(e\wedge k)\rightarrow\sim f \equiv f\rightarrow(\sim e \vee \sim k)$$

A proposição equivalente pode ser escrita por:

f → (~ **e** V~ **k**): "**Se** [consigo fazer o meu trabalho], **então** [(**não** estou com pressa) **ou** (o meu computador **não** travou)]."

Não temos essa resposta nas alternativas. Devemos testar a segunda equivalência.

Transformação da condicional em disjunção inclusiva

Para aplicar a segunda equivalência, devemos realizar o seguinte procedimento:

- **Nega-se o primeiro termo;**
- **Troca-se a condicional (→) pela disjunção inclusiva (V); e**
- **Mantém-se o segundo termo.**

Para o caso em questão, temos:

$$(e\wedge k)\rightarrow\sim f \equiv \sim(e\wedge k)\vee\sim f$$

O primeiro termo obtido, **~(e∧k)**, pode ainda ser desenvolvido por De Morgan. Nesse caso, **nega-se as duas parcelas e troca-se o "e" pelo "ou".** Temos:

$$(e\wedge t)\rightarrow\sim f \equiv (\sim e \vee \sim k)\vee\sim f$$

A equivalência resultante corresponde à **alternativa D**:

(~**e** V ~**k**) V~**f**: "[**Não** estou com pressa] **ou** [o computador **não** travou], **ou** [**não** consigo fazer o trabalho]."

Observação: a vírgula presente na frase se refere aos parênteses da parcela (**~eV~t**). A vírgula, assim como os parênteses, poderiam ser movidos de lugar por conta da **propriedade associativa**:

$$(\sim e \vee \sim t)\vee\sim f \equiv \sim e\vee(\sim t\vee\sim f)$$

Gabarito: Letra D.

LISTA DE QUESTÕES

Imediatamente depois das questões do **CESPE**, incluímos mais quatro questões de **bancas diversas** sobre o tópico de **álgebra de proposições**. **Considero esses dois blocos suficientes para a sua preparação**, pois essas questões são as que apresentam um **nível de dificuldade mais elevado**.

Como forma de complementar o estudo, incluímos, após esses dois blocos, algumas questões da **FCC**, da **FGV**, e da **VUNESP**. **A depender da sua estratégia de estudos, pode ser conveniente pular essas questões**.

Questões CESPE

1 - Equivalências fundamentais

1.(CESPE/SEFAZ AL/2020) P: "Se o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa fica prejudicado, então os servidores públicos que atuam nesse setor padecem.".

A proposição P é equivalente à proposição "Se os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem, então o trabalho dos servidores públicos que atuam no setor Alfa não fica prejudicado."

2.(CESPE/TJ-SE/2014) Considerando que P seja a proposição "Se os seres humanos soubessem se comportar, haveria menos conflitos entre os povos", julgue o item seguinte.

A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Se houvesse menos conflitos entre os povos, os seres humanos saberiam se comportar".

3.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

A proposição "Se Sônia é baixa, então Sônia pratica ginástica olímpica." é logicamente equivalente à sentença "Se Sônia é alta, então Sônia não pratica ginástica olímpica."

4.(CESPE/MDIC/2014) A proposição "Se o interessado der três passos, alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo" é equivalente à proposição "Se o interessado não der três passos, não alugará a pouca distância uma loja por um valor baixo".

5.(CESPE/ANVISA/2016) Considerando os símbolos normalmente usados para representar os conectivos lógicos, julgue os itens seguintes, relativos a lógica proposicional e à lógica de argumentação. Nesse sentido, considere, ainda, que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas.

A sentença "Alberto é advogado, pois Bruno não é arquiteto" é logicamente equivalente à sentença "Bruno é arquiteto, pois Alberto não é advogado".

6.(CESPE/TRT17/2013) Considerando a proposição P: "Se estiver sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido, aquele funcionário público será leniente com a fraude ou dela participará", julgue o item seguinte relativo à lógica sentencial.

A proposição P é equivalente a "Se aquele funcionário público foi leniente com a fraude ou dela participou, então esteve sob pressão dos corruptores ou diante de uma oportunidade com baixo risco de ser punido".

7.(CESPE/CEF/2014) Considerando a proposição "Se Paulo não foi ao banco, ele está sem dinheiro", julgue o item seguinte.

A proposição em apreço equivale à proposição "Paulo foi ao banco e está sem dinheiro".

8.(CESPE/TRE-GO/2015) P: Se L for um triângulo retângulo em que a medida da hipotenusa seja igual a c e os catetos meçam a e b, então $c^2 = a^2 + b^2$.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

A proposição P será equivalente à proposição $(\neg R) \vee S$, desde que R e S sejam proposições convenientemente escolhidas.

9.(CESPE/PF/2018) P: "A nomeação do novo servidor público ocorre para reposição de vacância em área essencial, ou o candidato aprovado não será nomeado".

A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Se não for para reposição de vacância em área essencial, então o candidato aprovado não será nomeado".

10.(CESPE/CAM DEP/2014) C: O candidato X me dará um agrado antes da eleição ou serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer depois de eleito.

A proposição C é equivalente à seguinte proposição: "Se o candidato X não me der um agrado antes da eleição, serei atingido por uma benfeitoria que ele fizer após ser eleito".

2 – Negação da conjunção e da disjunção inclusiva (Leis de De Morgan)

11.(CESPE/MDIC/2014) A negação da proposição "A Brasil Central é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade e lá o preço dos aluguéis é alto" está corretamente expressa por "A Brasil Central não é uma das ruas mais movimentadas do centro da cidade ou lá o preço dos aluguéis não é alto".

12. (CESPE/SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem." é corretamente expressa por "Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem."

13.(CESPE/TRE MS/2013) A negação da proposição "Crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo" é equivalente a

a) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários ou não é um mau negócio para o mundo.

b) Não crescer além de certo porte é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

c) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, mas um mau negócio para o mundo.

d) Não crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

e) Crescer além de certo porte não é um ótimo negócio para empresários, nem um mau negócio para o mundo.

14.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) A negação da proposição "O IPTU, eu pago parcelado; o IPVA, eu pago em parcela única" pode ser escrita como

a) "Eu pago o IPTU em parcela única ou pago o IPVA parcelado".

b) "Eu não pago o IPTU parcelado e não pago o IPVA em parcela única".

c) "Eu não pago o IPTU parcelado e pago o IPVA parcelado".

d) "Eu não pago o IPTU parcelado ou não pago o IPVA em parcela única".

e) "Eu pago o IPTU em parcela única e pago o IPVA parcelado".

15.(CESPE/SERPRO/2013) A negação da proposição "O síndico troca de carro ou reforma seu apartamento" pode ser corretamente expressa por "O síndico não troca de carro nem reforma seu apartamento".

16.(CESPE/PC MA/2018) A qualidade da educação dos jovens sobe ou a sensação de segurança da sociedade diminui.

Assinale a opção que apresenta uma proposição que constitui uma negação da proposição.

a) A qualidade da educação dos jovens não sobe e a sensação de segurança da sociedade não diminui.

b) A qualidade da educação dos jovens desce ou a sensação de segurança da sociedade aumenta.

c) A qualidade da educação dos jovens não sobe ou a sensação de segurança da sociedade não diminui.

d) A qualidade da educação dos jovens sobe e a sensação de segurança da sociedade diminui.

e) A qualidade da educação dos jovens diminui ou a sensação de segurança da sociedade sobe.

17. (CESPE/MEC/2014) A negação da proposição "O candidato é pós-graduado ou sabe falar inglês" pode ser corretamente expressa por "O candidato não é pós-graduado nem sabe falar inglês".

18.(CESPE/DETRAN-DF/2009) Considerando que A, B e C sejam proposições, que os símbolos $\vee$ e $\wedge$ representam os conectivos "ou" e "e", respectivamente, e que o símbolo $\neg$ denota o modificador negação, julgue o item a seguir.

A proposição $(A \vee B) \wedge [(\neg A) \wedge (\neg B)]$ é sempre falsa.

19.(CESPE/BNB/2018) Julgue o item que se segue, a respeito de lógica proposicional.

Se P e Q forem proposições simples, então a proposição $\neg[P \vee (\neg Q)] \leftrightarrow [(\neg P) \wedge Q]$ é uma tautologia.

3 – Negação da condicional

20. (CESPE/ANVISA/2016) Julgue o seguinte item, relativo a raciocínio lógico, a princípios de contagem e probabilidade e a operações com conjuntos.

A sentença "Se João tem problemas cardíacos, então ele toma remédios que controlam a pressão." pode ser corretamente negada pela sentença "João tem problemas cardíacos e ele não toma remédios que controlam a pressão".

21.(CESPE/EBSERH/2018) A respeito de lógica proposicional, julgue o item que se segue.

A negação da proposição "Se o fogo for desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico, será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma." é equivalente à proposição "O fogo foi desencadeado por curto-circuito no sistema elétrico e não será recomendável iniciar o combate às chamas com extintor à base de espuma."

22.(CESPE/MPOG/2015) Considerando a proposição P: “Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar”, julgue o item a seguir.

A negação da proposição P pode ser corretamente expressa por “João não se esforçou o bastante, mas, mesmo assim, conseguiu o que desejava”.

23. (CESPE/COGE-CE/2019) P1: Se os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou se a obra foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura não foi aprovada.

Assinale a opção correspondente à proposição equivalente à negação da proposição P1.

a) “Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista ou a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.

b) “Os recursos foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.

c) “Os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, mas a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.

d) “Se os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada, então a prestação de contas da prefeitura foi aprovada”.

e) “Se a prestação de contas da prefeitura foi aprovada, então os recursos não foram aplicados em finalidade diversa da prevista e a obra não foi superfaturada”.

24.(CESPE/SEFAZ-RS/2018) Se P, Q e R são proposições simples, então a proposição $\neg[P \rightarrow (Q \rightarrow R)]$ é equivalente a

a) $(R \rightarrow Q) \rightarrow P$

b) $(\sim P) \rightarrow [(\sim Q) \rightarrow (\sim R)]$.

c) $(\sim P) \wedge Q \wedge R$

d) $P \wedge Q \wedge (\sim R)$.

e) $(\sim P) \rightarrow (Q \rightarrow R)$

4 – Outras equivalências e negações

25. (CESPE/TCE-RS/2013) Com base na proposição P: “Quando o cliente vai ao banco solicitar um empréstimo, ou ele aceita as regras ditadas pelo banco, ou ele não obtém o dinheiro”, julgue o item que se segue.

A negação da proposição “Ou o cliente aceita as regras ditadas pelo banco, ou o cliente não obtém o dinheiro” é logicamente equivalente a “O cliente aceita as regras ditadas pelo banco se, e somente se, o cliente não obtém o dinheiro”

26.(CESPE/PC-CE/2012) Considere as proposições:

P1: Se se deixa dominar pela emoção ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

P2: Se não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins.

A proposição formada pela conjunção de P1 e P2 é logicamente equivalente à proposição "Se se deixa dominar pela emoção ou não tem informações precisas ao tomar decisões, então o policial toma decisões ruins".

27.(CESPE/PRF/2012) Um jovem, visando ganhar um novo smartphone no dia das crianças, apresentou à sua mãe a seguinte argumentação: "Mãe, se tenho 25 anos, moro com você e papai, dou despesas a vocês e dependo de mesada, então eu não ajo como um homem da minha idade. Se estou há 7 anos na faculdade e não tenho capacidade para assumir minhas responsabilidades, então não tenho um mínimo de maturidade. Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança. Se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança. Logo, se sou tratado como criança, mereço ganhar um novo smartphone no dia das crianças".

Com base nessa argumentação, julgue o item a seguir.

A proposição "Se não ajo como um homem da minha idade, sou tratado como criança, e se não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança" é equivalente a "Se não ajo como um homem da minha idade ou não tenho um mínimo de maturidade, sou tratado como criança"

5 - Questões com mais de um item

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue os itens a seguir.

28.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: "Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz".

29.(CESPE/SEFAZ DF/2020) A proposição "O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito" é uma maneira correta de negar a proposição P.

Texto para as próximas questões

Considerando a proposição P: "Se João se esforçar o bastante, então João conseguirá o que desejar", julgue os itens a seguir.

30.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "João não se esforça o bastante ou João conseguirá o que desejar" é logicamente equivalente à proposição P.

31.(CESPE/MPOG/2015) A proposição "Se João não conseguiu o que desejava, então João não se esforçou o bastante" é logicamente equivalente à proposição P.

Texto para as próximas questões

Julgue os itens, considerando a proposição P a seguir.

P: "O bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio nem deixa de fazer aquela que prejudique seus interesses".

32.(CESPE/PF/2018) A proposição P é logicamente equivalente à proposição: "Não é verdade que o bom jornalista faça reportagem em benefício próprio ou que deixe de fazer aquela que prejudique seus interesses".

33.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: "O bom jornalista faz reportagem em benefício próprio e deixa de fazer aquela que não prejudique seus interesses".

34.(CESPE/PF/2018) A negação da proposição P está corretamente expressa por: "Se o bom jornalista não faz reportagem em benefício próprio, então ele deixa de fazer aquela reportagem que prejudica seus interesses".

Texto para as próximas questões

Considere a proposição P a seguir.

P: Se não condenarmos a corrupção por ser imoral ou não a condenarmos por corroer a legitimidade da democracia, a condenaremos por motivos econômicos.

Tendo como referência a proposição apresentada, julgue os itens seguintes.

35.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Se não condenarmos a corrupção por motivos econômicos, a condenaremos por ser imoral e por corroer a legitimidade da democracia".

36.(CESPE/TC-DF/2014) A proposição P é logicamente equivalente à proposição "Condenaremos a corrupção por ser imoral ou por corroer a legitimidade da democracia ou por motivos econômicos".

6 – Questões com mais de uma equivalência

37. (CESPE/CBM AL/2017) A respeito de proposições lógicas, julgue o item a seguir.

Considere que P e Q sejam as seguintes proposições:

P: Se a humanidade não diminuir a produção de material plástico ou não encontrar uma solução para o problema do lixo desse material, então o acúmulo de plástico no meio ambiente irá degradar a vida no planeta.

Q: A humanidade diminui a produção de material plástico e encontra uma solução para o problema do lixo desse material ou o acúmulo de plástico no meio ambiente degradará a vida no planeta.

Nesse caso, é correto afirmar que as proposições P e Q são equivalentes.

38.(CESPE/BACEN/2013) P1: O governo quer que a ferrovia seja construída, há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção e não haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação.

A negação da proposição P1 estará corretamente expressa por "O governo não quer que a ferrovia seja construída, não há necessidade de volumosos investimentos iniciais na construção ou haverá demanda suficiente por sua utilização nos primeiros anos de operação".

39.(CESPE/EMAP/2018) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e de argumentação.

Se P e Q são proposições lógicas simples, então a proposição composta S = $[P \rightarrow Q] \leftrightarrow [Q \vee (\sim P)]$ é uma tautologia, isto é, independentemente dos valores lógicos V ou F atribuídos a P e Q, o valor lógico de S será sempre V

40.(CESPE/PGE-PE/2019) Acerca da lógica sentencial, julgue o item que se segue.

Se P, Q, R e S forem proposições simples, então as proposições $P \vee R \rightarrow Q \wedge S$ e $(\sim Q) \vee (\sim S) \rightarrow (\sim P) \wedge (\sim R)$ serão equivalentes

41. (CESPE/SERPRO/2013) Considerando que o símbolo lógico $\wedge$ corresponda à conjunção "e"; $\vee$, à disjunção "ou"; $\rightarrow$, à condicional "se..., então"; $\leftrightarrow$, à bicondicional "se, e somente se"; $\sim$ corresponda à negação "não"; P, Q e R sejam proposições simples; e S seja a seguinte proposição composta: $[P \wedge \sim(Q \vee R)] \rightarrow [R \wedge (P \leftrightarrow Q)]$, julgue o próximo item.

A negação de S – $\sim S$ – pode ser corretamente expressa por $[\sim P \vee (Q \vee R)] \wedge [(\sim R) \vee \sim(P \leftrightarrow Q)]$.

42. (CESPE/TCE-ES/2012) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras — V — ou falsas — F —, de forma que um julgamento exclui o outro, e são simbolizadas por letras maiúsculas, como P, Q, R e S. A partir de proposições conhecidas, novas proposições podem ser construídas usando-se símbolos especiais. Alguns desses símbolos são apresentados na tabela abaixo.

símbolo	nome	notação	leitura	valor
~	negação	~P	não P	contrário ao de P: V, se P for F; ou F, se P for V
∧	conjunção	P∧Q	P e Q	V, se P e Q forem V; caso contrário, será F
∨	disjunção	P∨Q	P ou Q	F, se P e Q forem F; caso contrário, será V
→	condicional	P→Q	se P, então Q	F, se P for V e Q for F; caso contrário, será V
↔	bicondicional	P↔Q	P se, e somente se, Q	V, se P e Q tiverem os mesmos valores; caso contrário, será F

Considerando as definições acima e a proposição {(P∨Q)→[R∧(~S)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)], julgue o item a seguir.

Essa proposição é logicamente equivalente à proposição {[(~R)∨S]→[(~P)∧(~Q)]}∨[(P∧S)↔(Q∧R)].

43. (CESPE/SEFAZ-ES/2010) Considerando os símbolos lógicos ¬ (negação), ∧ (conjunção), ∨ (disjunção), → (condicional) e as proposições

S:(p∧¬q)∨(¬p∧r)→q∨r

e

T:((p∧¬q)∨(¬p∧r))∧(¬q∧¬r)

julgue o item que se segue.

As proposições compostas ¬S e T são equivalentes, ou seja, têm a mesma tabela-verdade, independentemente dos valores lógicos das proposições simples p, q, e r que as constituem.

7 – Álgebra de proposições

44.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

Independentemente de quem seja culpado, a proposição {P→(¬Q)}→{Q∨[(¬Q)∨R]} será sempre verdadeira, isto é, será uma tautologia.

45.(CESPE/PF/2018) As proposições P, Q e R a seguir referem-se a um ilícito penal envolvendo João, Carlos, Paulo e Maria:

P: "João e Carlos não são culpados".

Q: "Paulo não é mentiroso".

R: "Maria é inocente".

Considerando que ~X representa a negação da proposição X, julgue o item a seguir.

As proposições $P\wedge(\sim Q)\rightarrow(\sim R)$ e $R\rightarrow[Q\wedge(\sim P)]$ são equivalentes.

46.(CESPE/TRE-GO/2015)

Q: Se L for um número natural divisível por 3 e por 5, então L será divisível por 15.

Julgue o item que se segue, acerca de lógica proposicional.

Se L for um número natural e se U, V e W forem as seguintes proposições:

U: " é divisível por 3";

V: "é divisível por 5";

W: "é divisível por 15";

então a proposição ¬Q, a negação de Q, poderá ser corretamente expressa por $U\wedge V\wedge(\neg W)$.

47.(CESPE/TJ SE/2014) Julgue o próximo item, considerando os conectivos lógicos usuais ¬, ∧, ∨, →, ↔ e que P, Q e R representam proposições lógicas simples.

A proposição $[P\rightarrow(Q\wedge R)]\leftrightarrow\{[(\neg P)\vee Q]\wedge[(\neg P)\vee R]\}$ é uma tautologia.

48.(CESPE/AFT/2013)

P	Q	R	S
V	V	V	
V	V	F	
V	F	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	V	F	
F	F	V	
F	F	F	

A tabela acima corresponde ao início da construção da tabela-verdade da proposição S, composta das proposições simples P, Q e R. Julgue o item seguinte a respeito da tabela-verdade de S.

Se $S = (P\wedge Q)\vee(P\wedge R)$, então a última coluna da tabela-verdade de S conterá, de cima para baixo e na ordem em que aparecem, os seguintes elementos: V, F, V, V, F, V, F e F.

49.(CESPE/CADE/2014) Considerando os conectivos lógicos usuais e que as letras maiúsculas representem proposições lógicas simples, julgue o item seguinte acerca da lógica proposicional.

A proposição $[(P \vee Q) \wedge (R \vee S)] \leftrightarrow [Q \wedge (R \vee S)] \vee [(P \wedge R) \vee (P \wedge S)]$ é uma tautologia.

Bancas diversas – Álgebra de proposições

50.(IADES/Hemocentro DF/2017) Assinale a alternativa que apresenta uma tautologia.

A) p∨(q∨~p)

B) (q→p)→(p→q)

C) p→(p→q∧¬q)

D) p∨~q→(p→~q)

E) p∨q→p∧q

51.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) A proposição p∧¬(q∧r) é equivalente a:

A) (p∧¬q)∧(p∧¬r)

B) (p∨¬q)∧(p∨¬r)

C) (p∧¬q)∨(p∧¬r)

D) (¬p∨q)∧(¬p∨r)

E) (¬p∧q)∨(¬p∧r)

52. (IBFC/TJ PE/2017) As expressões E1: (p∧r) ∨ (~p∧r) e E2 : (q ∨ s) ∧ (~q ∨ s) são compostas pelas quatro proposições lógicas p, q, r e s.

Os valores lógicos assumidos pela expressão E1 ∧ E2 são os mesmos valores lógicos da expressão:

A) r v s

B) ~r ∧ ~s

C) ~r ∨ s

D) r v ~s

E) r ∧ s

53.(ANPAD/2018) Considere E(p,q) uma proposição lógica composta a partir de p e q tal que E(p,q)↔p∧q é uma contradição.

A proposição E(p,q)∧p é logicamente equivalente à proposição:

A) p∧~q

B) p∨~q

C) ~p∧q

D) ~p∨~q

E) ~p∧~

Questões Complementares

54. (FCC/TCE-CE/2015) A afirmação que é logicamente equivalente à afirmação: "Se faço karatê, então sei me defender" é

a) Se não faço karatê, então não sei me defender.

b) Se sei me defender, então faço karatê.

c) Se não sei me defender, então não faço karatê.

d) Se não sei me defender, então faço karatê.

e) Se faço karatê, então não sei me defender.

55.(FCC/SEFAZ BA/2019) Suponha que a negação da proposição "Você é a favor da ideologia X" seja "Você é contra a ideologia X". A proposição condicional "Se você é contra a ideologia A, então você é a favor da ideologia C" é equivalente a

a) Você é a favor da ideologia A e você é a favor da ideologia C.

b) Ou você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C, mas não de ambas.

c) Você é a favor da ideologia A ou você é contra a ideologia C.

d) Você é a favor da ideologia A ou você é a favor da ideologia C.

e) Você é contra a ideologia A e você é contra a ideologia C.

56. (FCC/METRO SP/2016) Se a proposição "Laura estuda de dia e trabalha de noite" é falsa, do ponto de vista da lógica é verdade que Laura

a) estuda de noite e trabalha de dia.

b) não estuda de dia nem trabalha de noite.

c) não estuda de dia ou trabalha de noite.

d) não estuda de dia ou não trabalha de noite.

e) estuda de noite ou trabalha de dia.

57.(FCC/DPE RS/2017) Considere a afirmação:

Ontem trovejou e não choveu.

Uma afirmação que corresponde à negação lógica desta afirmação é

a) se ontem não trovejou, então não choveu.

b) ontem trovejou e choveu.

c) ontem não trovejou ou não choveu.

d) ontem não trovejou ou choveu.

e) se ontem choveu, então trovejou.

58.(FCC/FCRIA/2018) A negação da afirmação “ Chove e faz frio “ é:

a) Não chove ou faz frio.

b) Não chove ou faz calor.

c) Não chove e não faz frio.

d) Faz frio e não chove.

e) Faz calor e chove.

59. (FCC/SEFAZ-SC/2018) A negação da proposição “se eu estudo, eu cresço” pode ser escrita como:

a) “se eu não estudo, eu não cresço”.

b) “se eu não cresço, eu não estudo”.

c) “cresço e não estudo”.

d) “estudo e não cresço”.

e) “se eu cresço, eu não estudo”.

60.(FCC/TRT11/2017) A frase que corresponde à negação lógica da afirmação: Se o número de docinhos encomendados não foi o suficiente, então a festa não acabou bem, é

a) Se o número de docinhos encomendados foi o suficiente, então a festa acabou bem.

b) O número de docinhos encomendados não foi o suficiente e a festa acabou bem.

c) Se a festa não acabou bem, então o número de docinhos encomendados não foi o suficiente.

d) Se a festa acabou bem, então o número de docinhos encomendados foi o suficiente.

e) O número de docinhos encomendados foi o suficiente e a festa não acabou bem.

61.(FCC/SEFAZ SP/2006) Se p e q são proposições, então a proposição $p \wedge (\sim q)$ é equivalente a

a) $\sim(p \rightarrow \sim q)$

b) $\sim(p \rightarrow q)$

c) $\sim q \rightarrow \sim p$

d) $\sim(q \rightarrow \sim p)$

e) $\sim(p \vee q)$

62. (FCC/Pref. SJRP/2019) Considere a proposição: “Se Alberto está estudando, então é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro”. Uma proposição equivalente a essa é

a) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova ou não é dia 29 de fevereiro.

b) Se Alberto não está estudando, então não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro.

c) Se é véspera de prova ou é dia 29 de fevereiro, então Alberto está estudando.

d) Se Alberto está estudando, então é véspera de prova e é dia 29 de fevereiro.

e) Se não é véspera de prova e não é dia 29 de fevereiro, então Alberto não está estudando.

63.(FCC/MANAUSPREV/2015) Considere a afirmação: Se os impostos sobem, então o consumo cai e a inadimplência aumenta. Uma afirmação que corresponde à negação lógica dessa afirmação é

a) Se o consumo não cai ou a inadimplência não aumenta, então os impostos não sobem.

b) Os impostos sobem e o consumo não cai ou a inadimplência não aumenta.

c) Se os impostos não sobem, então o consumo aumenta e a inadimplência cai.

d) Os impostos não sobem e o consumo não cai e a inadimplência não aumenta.

e) Se os impostos não sobem, então o consumo não cai e a inadimplência não aumenta.

64.(FCC/SEFAZ PE/2015) Observe a afirmação a seguir, feita pelo prefeito de uma grande capital.

Se a inflação não cair ou o preço do óleo diesel aumentar, então o preço das passagens de ônibus será reajustado.

Uma maneira logicamente equivalente de fazer esta afirmação é:

a) Se a inflação cair e o preço do óleo diesel não aumentar, então o preço das passagens de ônibus não será reajustado.

b) Se a inflação cair ou o preço do óleo diesel aumentar, então o preço das passagens de ônibus não será reajustado.

c) Se o preço das passagens de ônibus for reajustado, então a inflação não terá caído ou o preço do óleo diesel terá aumentado.

d) Se o preço das passagens de ônibus não for reajustado, então a inflação terá caído ou o preço do óleo diesel terá aumentado.

e) Se o preço das passagens de ônibus não for reajustado, então a inflação terá caído e o preço do óleo diesel não terá aumentado.

65.(FCC/ALMS/2016) Se João canta ou Maria sorri, então Josefa chora e Luiza não grita. Do ponto de vista lógico, uma afirmação equivalente a afirmação anterior é

a) Se Luiza grita ou Josefa não chora, então João não canta e Maria não sorri.

b) Se João não canta ou Maria não sorri, então Josefa não chora e Luiza grita.

c) João canta ou Maria sorri, e Josefa não chora e Luiza grita.

d) Se João canta, então Josefa chora e se Maria sorri, então Luiza grita.

e) Se Luiza não grita e Josefa chora, então João canta ou Maria sorri.

66. (FCC/SEFAZ PE/2015) Antes da rodada final do campeonato inglês de futebol, um comentarista esportivo apresentou a situação das duas únicas equipes com chances de serem campeãs, por meio da seguinte afirmação:

"Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele vença sua partida e que o Chelsea perca ou empate a sua."

Uma maneira equivalente, do ponto de vista lógico, de apresentar esta informação é: "Para que o Arsenal seja campeão, é necessário que ele

A) vença sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua."

B) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua."

C) empate sua partida e o Chelsea perca a sua ou que ele vença a sua partida e o Chelsea não vença a sua."

D) vença sua partida e o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida e o Chelsea empate a sua."

E) vença sua partida ou o Chelsea perca a sua e que ele vença a sua partida ou o Chelsea empate a sua."

67.(FCC/SEFAZ SP/2006) Dentre as alternativas abaixo, assinale a correta.

a) As proposições **$\sim(p \wedge q)$** e **$(\sim p \vee \sim q)$** não são logicamente equivalentes.

b) A negação da proposição "Ele faz caminhada se, e somente se, o tempo está bom", é a proposição "Ele não faz caminhada se, e somente se, o tempo não está bom".

c) A proposição **$\sim[p \vee \sim(p \wedge q)]$** é logicamente falsa.

d) A proposição "Se está quente, ele usa camiseta", é logicamente equivalente à proposição "Não está quente e ele usa camiseta".

e) A proposição "Se a Terra é quadrada, então a Lua é triangular" é falsa.

68. (FGV/CGM Niterói/2018) Considere a sentença:

"Se Arlindo é baixo, então Arlindo não é atleta."

Assinale a opção que apresenta a sentença logicamente equivalente à sentença dada.

a) "Se Arlindo não é atleta, então Arlindo é baixo."

b) "Se Arlindo não é baixo, então Arlindo é atleta."

c) "Se Arlindo é atleta, então Arlindo não é baixo."

d) "Arlindo é baixo e atleta."

e) "Arlindo não é baixo e não é atleta."

69.(FGV/Pref. Salvador/2017) Considere a sentença:

“Se Juvenal foi trabalhar, então Rosalva não saiu de casa”.

É correto concluir que

a) “Juvenal foi trabalhar ou Rosalva não saiu de casa”.

b) “Juvenal foi trabalhar e Rosalva não saiu de casa”.

c) “se Juvenal não foi trabalhar, então Rosalva saiu de casa”.

d) “se Rosalva não saiu de casa, então Juvenal foi trabalhar”.

e) “se Rosalva saiu de casa, então Juvenal não foi trabalhar”.

70.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença “Se Marta gosta de pescar, então ela gosta de siri”. Uma sentença equivalente à sentença dada é:

a) Se Marta não gosta de pescar, então ela não gosta de siri;

b) Se Marta gosta de siri, então ela gosta de pescar;

c) Se Marta gosta de siri, então ela não gosta de pescar;

d) Se Marta não gosta de siri, então ela não gosta de pescar;

e) Se Marta não gosta de pescar, então ela gosta de siri.

71.(FGV/BANESTES/2018) Considere a afirmação:

Se um carro não tem gasolina então não anda.

Considere, agora, as afirmações seguintes:

I. Se um carro tem gasolina então anda.

II. Se um carro não anda então não tem gasolina.

III. Se um carro anda então tem gasolina.

É/são logicamente equivalente(s) à afirmação dada:

a) somente I;

b) somente II;

c) somente III;

d) somente I e II;

e) I, II e III.

72.(FGV/TJ SC/2018) Uma sentença logicamente equivalente à sentença “Se Pedro é torcedor da Chapecoense, então ele nasceu em Chapecó” é:

a) Se Pedro não é torcedor da Chapecoense, então ele não nasceu em Chapecó;

b) Se Pedro nasceu em Chapecó, então ele é torcedor da Chapecoense;

c) Pedro é torcedor da Chapecoense e não nasceu em Chapecó;

d) Pedro não é torcedor da Chapecoense ou nasceu em Chapecó;

e) Pedro é torcedor da Chapecoense ou não nasceu em Chapecó.

73.(FGV/ALERO/2018) Considere a afirmação:

"Se um animal não tem dentes então não morde".

Uma afirmação logicamente equivalente é

a) "Se um animal tem dentes então morde."

b) "Se um animal não morde então não tem dentes."

c) "Se um animal morde então tem dentes."

d) "Existe um animal que não tem dentes e morde."

e) "Um animal não tem dentes ou morde."

74.(FGV/TRT 12/2017) O salão principal do tribunal está preparado para um evento comemorativo e diversas pessoas foram convidadas a comparecer. Na porta do salão está um funcionário que recebeu instruções sobre as pessoas que podem entrar e uma delas foi:

"Se tiver carteira de advogado pode entrar."

É correto concluir que:

a) se João entrou então tem carteira de advogado;

b) quem não tem carteira de advogado não pode entrar;

c) se Pedro não pode entrar então não tem carteira de advogado;

d) quem é advogado, mas não tem carteira, pode entrar;

e) todos os que entraram são advogados.

75.(FGV/CGE MA/2014) Considere a sentença: "Se Geraldo foi à academia então Jovelina foi ao cinema."

É correto concluir que

a) se Geraldo não foi à academia então Jovelina não foi ao cinema.

b) se Jovelina foi ao cinema então Geraldo foi à academia.

c) Geraldo foi à academia ou Jovelina foi ao cinema.

d) Geraldo foi à academia e Jovelina foi ao cinema.

e) Geraldo não foi à academia ou Jovelina foi ao cinema.

76.(FGV/IBGE/2019) Considere a sentença: "Rubens tem mais de 18 anos e sabe dirigir".

A negação lógica dessa sentença é:

a) Rubens não tem mais de 18 anos e não sabe dirigir;

b) Rubens não tem mais de 18 anos ou não sabe dirigir;

c) Rubens tem mais de 18 anos e não sabe dirigir;

d) Rubens não tem mais de 18 anos e sabe dirigir;

e) Rubens tem mais de 18 anos ou sabe dirigir.

77.(FGV/BANESTES/2018) A secretária disse ao advogado:

"Fechei a janela e não mexi nos papéis".

Algum tempo depois, o advogado descobriu que o que disse a secretária não era verdade.

É correto concluir que a secretária:

a) fechou a janela e mexeu nos papéis;

b) não fechou a janela e não mexeu nos papéis;

c) não fechou a janela e mexeu nos papéis;

d) fechou a janela ou não mexeu nos papéis;

e) não fechou a janela ou mexeu nos papéis.

78.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Alda gosta de maçã e não gosta de banana". A negação da sentença dada é:

a) Alda não gosta de maçã e gosta de banana;

b) Alda não gosta de maçã e não gosta de banana;

c) Alda não gosta de maçã ou gosta de banana;

d) Alda não gosta de maçã ou não gosta de banana;

e) Alda gosta de maçã e gosta de banana.

79. (FGV/CODEMIG/2015) Em uma empresa, o diretor de um departamento percebeu que Pedro, um dos funcionários, tinha cometido alguns erros em seu trabalho e comentou:

"Pedro está cansado ou desatento."

A negação lógica dessa afirmação é:

a) Pedro está descansado ou desatento.

b) Pedro está descansado ou atento.

c) Pedro está cansado e desatento.

d) Pedro está descansado e atento.

e) Se Pedro está descansado então está desatento.

80.(FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Pedro gosta de moqueca ou não é capixaba". Um cenário no qual a sentença dada é FALSA é:

a) Pedro gosta de moqueca e nasceu no Rio de Janeiro;

b) Pedro gosta de moqueca e nasceu em São Paulo;

c) Pedro não gosta de moqueca e nasceu no Rio de Janeiro;

d) Pedro não gosta de moqueca e nasceu em Minas Gerais;

e) Pedro não gosta de moqueca e nasceu no Espírito Santo.

81. (FGV/SEFIN-RO/2018) Considere a sentença

"Se Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates é torcedor do Rondoniense".

A negação lógica dessa sentença é:

a) "Se Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

b) "Se Arquimedes não é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates é torcedor do Rondoniense".

c) "Se Arquimedes não é torcedor do Ji-Paraná, então Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

d) "Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná e Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

e) "Arquimedes é torcedor do Ji-Paraná ou Sócrates não é torcedor do Rondoniense".

82.(FGV/Pref. Angra/2019) Considere a sentença:

"Se pratico esportes, então fico feliz".

A negação lógica dessa sentença é

a) "Se não pratico esportes, então não fico feliz."

b) "Se não pratico esportes, então fico feliz."

c) "Se pratico esportes, então não fico feliz."

d) "Pratico esportes e não fico feliz."

e) "Não pratico esportes e fico feliz."

83.(FGV/BANESTES/2018) Considere a afirmação:

"Quem rouba é preso. "

A negação dessa afirmação é:

a) Alguém rouba e não é preso;

b) Quem não é preso não roubou;

c) Quem não rouba não é preso;

d) Quem rouba não é preso;

e) Alguém não rouba ou não é preso.

84.(FGV/TCE-SE/2015) Considere a afirmação: "Se hoje é sábado, amanhã não trabalharei."

A negação dessa afirmação é:

a) Hoje é sábado e amanhã trabalharei.

b) Hoje não é sábado e amanhã trabalharei.

c) Hoje não é sábado ou amanhã trabalharei.

d) Se hoje não é sábado, amanhã trabalharei.

e) Se hoje não é sábado, amanhã não trabalharei.

85.(FGV/ALERO/2018) A negação lógica da sentença "Se como demais, então passo mal" é

a) "Se não como demais, então não passo mal".

b) "Se não como demais, então passo mal".

c) "Como demais e não passo mal".

d) "Não como demais ou passo mal".

e) "Não como demais e passo mal".

86.(FGV/CONDER/2013) A negação lógica da sentença "Se como demais e não faço exercícios físicos então engordo" é

a) "Se não como demais e faço exercícios físicos então não engordo."

b) "Se como demais e não faço exercícios físicos então não engordo."

c) "Como demais e não faço exercícios físicos e não engordo."

d) "Se não engordo então não como demais ou faço exercícios físicos."

e) "Não como demais ou faço exercícios físicos ou não engordo."

87. (FGV/BANESTES/2018) Considere a sentença "Joana gosta de leite e não gosta de café".

Sabe-se que a sentença dada é falsa.

Deduz-se que:

a) Joana não gosta de leite e não gosta de café;

b) Se Joana gosta de leite, então ela não gosta de café;

c) Joana gosta de leite ou gosta de café;

d) Se Joana não gosta de café, então ela não gosta de leite;

e) Joana não gosta de leite ou não gosta de café.

88. (FGV/IBGE/2019) Considere a sentença: "Se corro ou faço musculação, então fico cansado".

Uma sentença logicamente equivalente a essa é:

a) Se não corro ou faço musculação, então não fico cansado;

b) Se não corro e não faço musculação, então não fico cansado;

c) Não corro e não faço musculação ou fico cansado;

d) Corro ou faço musculação e não fico cansado;

e) Não corro ou não faço musculação e fico cansado.

89.(FGV/TRT 12/2017) Considere a sentença: "Se Pedro é torcedor do Avaí e Marcela não é torcedora do Figueirense, então Joana é torcedora da Chapecoense".

Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é:

a) Se Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense, então Joana não é torcedora da Chapecoense.

b) Se Pedro não é torcedor do Avaí e Marcela é torcedora do Figueirense, então Joana não é torcedora da Chapecoense.

c) Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense ou Joana é torcedora da Chapecoense.

d) Se Joana não é torcedora da Chapecoense, então Pedro não é torcedor do Avaí e Marcela é torcedora do Figueirense.

e) Pedro não é torcedor do Avaí ou Marcela é torcedora do Figueirense e Joana é torcedora da Chapecoense.

90.(FGV/MPE RJ/2019) Considere a sentença: "Se não estou cansado, então vejo televisão ou vou ao cinema".

A negação lógica dessa sentença é:

a) Se estou cansado, então não vejo televisão e não vou ao cinema;

b) Se estou cansado, então vejo televisão ou vou ao cinema;

c) Se não vejo televisão e não vou ao cinema, então estou cansado;

d) Não estou cansado e não vejo televisão e não vou ao cinema;

e) Estou cansado ou vejo televisão ou vou ao cinema.

91.(FGV/CONDER/2013) Solange afirmou: "Se é domingo e faz sol então eu vou à praia".

O cenário para o qual a afirmativa de Solange é falsa é

a) sábado, chove e Solange foi à praia.

b) domingo, chove e Solange foi à praia.

c) sábado, faz sol e Solange foi à praia.

d) domingo, faz sol e Solange não foi à praia.

e) sábado, faz sol e Solange não foi à praia.

92. (VUNESP/ISS-GRU/2019) A alternativa que corresponde à equivalente lógica da proposição composta: "se as frutas estão maduras, então é tempo de colheita", é:

a) as frutas não estão maduras ou é tempo de colheita.

b) se não é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.

c) as frutas estão maduras, e é tempo de colheita.

d) não é tempo de colheita, e as frutas não estão maduras.

e) se é tempo de colheita, então as frutas estão maduras.

93.(VUNESP/PC SP/2018) Considere a afirmação: "Mateus não ganha na loteria ou ele compra aquele carrão". Uma afirmação equivalente a essa afirmação é:

a) Se Mateus não ganha na loteria, então ele não compra aquele carrão.

b) Mateus ganha na loteria ou ele compra aquele carrão.

c) Se Mateus ganha na loteria, então ele compra aquele carrão.

d) Mateus ganha na loteria e não compra aquele carrão.

e) Ou Mateus não compra aquele carrão ou ele não ganha na loteria.

94. (VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação "Pedro distribuiu amor e Pedro colheu felicidade" é:

a) Pedro não distribuiu amor e Pedro não colheu felicidade.

b) Pedro não distribuiu ódio e Pedro não colheu infelicidade.

c) Pedro não distribuiu amor ou Pedro não colheu felicidade.

d) Pedro distribuiu ódio e Pedro colheu infelicidade.

e) Se Pedro colheu felicidade, então Pedro distribuiu amor.

95.(VUNESP/PC SP/2018) Uma afirmação que corresponde à negação lógica da afirmação – Leonardo é dentista ou Marcelo não é médico – é:

a) Leonardo é dentista e Marcelo é médico.

b) Leonardo não é dentista ou Marcelo não é médico.

c) Ou Leonardo não é dentista ou Marcelo é médico.

d) Leonardo não é dentista e Marcelo é médico.

e) Se Leonardo é dentista, então Marcelo não é médico.

96. (VUNESP/TCE-SP/2017) Uma afirmação que corresponda à negação lógica da afirmação " Se a demanda aumenta, então os preços tendem a subir" é:

a) Se os preços não tendem a subir, então a demanda não aumenta.

b) Ou os preços tendem a subir, ou a demanda aumenta.

c) Se a demanda não aumenta, então os preços não tendem a subir.

d) A demanda aumenta ou os preços não tendem a subir.

e) Os preços não tendem a subir, e a demanda aumenta.

97. (VUNESP/TCE-SP/2017) Se a afirmação " Ou Renato é o gerente da loja ou Rodrigo é o dono da loja" é verdadeira, então uma afirmação necessariamente verdadeira é:

a) Renato é o gerente da loja e Rodrigo é o dono da loja.

b) Renato é o gerente da loja se, e somente se, Rodrigo não é o dono da loja.

c) Se Renato não é o gerente da loja, então Rodrigo não é o dono da loja.

d) Se Renato é o gerente da loja, então Rodrigo é o dono da loja.

e) Renato é o gerente da loja.

98.(VUNESP/Pref. SP/2015) Considere a afirmações I, II, III e IV a seguir:

I. Sou economista se, e somente se, sou responsável.

II. Sou economista e responsável, ou, não sou economista e não sou responsável.

III. Sou economista se, e somente se, não sou responsável.

IV. Sou economista e não sou responsável, ou, não sou economista e sou responsável.

As afirmações II, III e IV, em relação à afirmação I, são, respectivamente,

a) uma negação, uma equivalente, e uma negação.

b) uma equivalente, uma equivalente, e uma negação.

c) uma negação, uma negação, e uma equivalente.

d) uma equivalente, uma negação, e uma equivalente.

e) uma equivalente, uma negação, e uma negação.

99. (VUNESP/ISS-Campinas/2019) Uma proposição logicamente equivalente à afirmação "Se Marcos é engenheiro, então Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga" é apresentada na alternativa:

a) Se Roberta não é enfermeira ou Ana não é psicóloga, então Marcos não é engenheiro.

b) Ana é psicóloga, Marcos é engenheiro e Roberta é enfermeira.

c) Se Marcos não é engenheiro, então Roberta não é enfermeira e Ana não é psicóloga.

d) Se Roberta é enfermeira e Ana é psicóloga, então Marcos é engenheiro.

e) Roberta não é enfermeira, Ana não é psicóloga e Marcos não é engenheiro.

100.(VUNESP/CM Tatuí/2019) Se estou com pressa e o computador travou, então não consigo fazer o trabalho. Uma afirmação que seja logicamente equivalente à afirmação anterior é:

a) Se não consigo fazer o trabalho, então o computador travou e estou com pressa.

b) Se não consigo fazer o trabalho, então não estou com pressa e o computador não travou.

c) Estou com pressa e o computador travou ou não consigo fazer o trabalho.

d) Não estou com pressa ou o computador não travou, ou não consigo fazer o trabalho.

e) Estou com pressa ou o computador travou, e não consigo fazer o trabalho.

GABARITO

1. CERTO
2. ERRADO
3. ERRADO
4. ERRADO
5. CERTO
6. ERRADO
7. ERRADO
8. CERTO
9. CERTO
10. CERTO
11. CERTO
12. ERRADO
13. LETRA A
14. LETRA D
15. CERTO
16. LETRA A
17. CERTO
18. CERTO
19. CERTO
20. CERTO
21. CERTO
22. ERRADO
23. LETRA A
24. LETRA D
25. CERTO
26. CERTO
27. CERTO
28. CERTO
29. ERRADO
30. CERTO
31. CERTO
32. CERTO
33. ERRADO
34. CERTO
35. CERTO
36. ERRADO
37. CERTO
38. CERTO
39. CERTO
40. CERTO
41. ERRADO
42. CERTO
43. CERTO
44. CERTO
45. ERRADO
46. CERTO
47. CERTO
48. ERRADO
49. CERTO
50. LETRA A
51. LETRA C
52. LETRA E
53. LETRA A
54. LETRA C
55. LETRA D
56. LETRA D
57. LETRA D
58. LETRA B
59. LETRA D
60. LETRA B
61. LETRA B
62. LETRA E
63. LETRA B
64. LETRA E
65. LETRA A
66. LETRA A
67. LETRA C
68. LETRA C
69. LETRA E
70. LETRA D
71. LETRA C
72. LETRA D
73. LETRA C
74. LETRA C
75. LETRA E
76. LETRA B
77. LETRA E
78. LETRA C
79. LETRA D
80. LETRA E
81. LETRA D
82. LETRA D
83. LETRA A
84. LETRA A
85. LETRA C
86. LETRA C
87. LETRA D
88. LETRA C
89. LETRA C
90. LETRA D
91. LETRA D
92. LETRA A
93. LETRA C
94. LETRA C
95. LETRA D
96. LETRA E
97. LETRA B
98. LETRA E
99. LETRA A
100. LETRA D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.