

Aula 00

Bizu Estratégico p/ PC-BA (Escrivão)

Autor:

**Arthur Fontes da Silva Jr, Evandro
Oliveira, Leonardo Mathias, Maria
Clara de Lima Leal**

28 de Janeiro de 2021

BIZU ESTRATÉGICO DE ESTATÍSTICA (PC-BA)

Olá, prezado aluno. Tudo certo?

Neste material, traremos uma seleção de *bizus* da disciplina de **Estatística** para o concurso da **Polícia Civil da Bahia**.

O objetivo é proporcionar uma revisão rápida e de alta qualidade aos alunos por meio de tópicos que possuem as maiores chances de incidência em prova.

Todos os *bizus* destinam-se a alunos que já estejam na fase avançada da revisão (já estudaram grande parte do conteúdo teórico da disciplina e, nos últimos dias, precisam revisar por algum material bem curto e objetivo).

Evandro Oliveira



@evandroazo

Leonardo Mathias



@profleomathias



ANÁLISE ESTATÍSTICA

Primeiramente, vamos dar uma olhadinha no conteúdo de Estatística do seu edital:

NOÇÕES DE ESTATÍSTICA: 1 Estatística descritiva e análise exploratória de dados: gráficos, diagramas, tabelas, medidas descritivas (posição, dispersão, assimetria e curtose). 2 Probabilidade. 2.1 Definições básicas e axiomas. 2.2 Probabilidade condicional e independência. 3 Técnicas de amostragem: amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados.

Como não temos muitas questões de Estatística de banca Vunesp, construímos nossa análise estatística somando questões: FCC + Vunesp. Conhecendo esta estatística e detonando a teoria e questões deste Bizu, você estará pronto(a) para mandar super bem na prova!

Estatística (Área Policial)	
Assunto	% de cobrança
1. Estatística descritiva e análise exploratória de dados	49%
2. Probabilidade	19%
3. Técnicas de amostragem	32%



Prezado aluno, neste material abordaremos de maneira abrangente, porém muito focada, os três assuntos com maior incidência nas provas da Banca Vunesp dentro da disciplina Estatística. Mesmo quando os editais cobram outros assuntos da Estatística, estes três assuntos que veremos são os mais relevantes!

De maneira geral, os Bizus aqui selecionados abrangem TODO o seu edital – mas é importante lembrar que aqui estão os pontos de maior incidência dentro de cada aspecto do edital. Temos as fórmulas mais comuns, as deduções mais relevantes, os comentários mais importantes – tudo selecionado a dedo para te fornecer um excelente material.

Diferentemente de todos os outros Bizus, eu sugiro que você utilize os Bizus de Estatística (e demais disciplinas de 'exatas') de uma forma adicional. Você pode utilizar este Bizu como um começo para o seu resumo. A ideia é que você faça adições e comentários neste material para assim construir o seu próprio resumo com muito menos esforço do que se fosse construir um resumo do zero. Como a disciplina possui muitas fórmulas, ter todas as que mais importam aqui consolidadas e comentadas, será de grande valia para sua revisão final!

Os Bizus estão assim divididos entre os assuntos:

Estatística – PC-BA		
Assunto	Bizus	Caderno de Questões (Vunesp+FCC+Cespe)
Estatística descritiva e análise exploratória de dados	1 a 8	https://questoes.estrategiaconcursos.com.br/cadernos/f976a85e-5fb3-4c71-a4da-a8ebb8d91fea
Probabilidade	9 a 11	https://questoes.estrategiaconcursos.com.br/cadernos/8cacbba-9d9c-4b80-8d15-b4a92dc01e32
Técnicas de Amostragem	12 a 16	https://questoes.estrategiaconcursos.com.br/cadernos/ad336aba-a1b4-450f-9fc6-18f1dcc72c47



Apresentação

Olá, futuro(a) Policial Civil da Bahia! Antes de darmos início aos nossos trabalhos, farei uma breve apresentação:



Sou o Evandro Oliveira, 36 anos, natural de Viçosa-MG.

De formação, sou Engenheiro de Produção e Contador, com pós graduações em Auditoria, Controladoria e Direito Tributário, além de ter iniciado os cursos de Engenharia de Alimentos e Medicina Veterinária.

Após 7 anos de trabalho na iniciativa privada, decidi me dedicar ao serviço público buscando melhorar meu equilíbrio “trabalho x família”. Foram 3 anos e meio de muito estudo e abdicção.

A foto ao lado representa a conclusão de 4.700 horas líquidas de estudos em busca da aprovação e posse! Hoje sou Auditor Fiscal da Receita Estadual de Alagoas, estado paradisíaco que recebeu a mim e à minha família muito bem.

No meu currículo, carrego algumas reprovações que me ajudaram muito a crescer: TCE-PE, TCM-RJ e SEFAZ-BA. Quanto às aprovações: AJAA TRT11, AJAA TRT24, Oficial de Inteligência da ABIN, SEFAZ-RS, ISS-Manaus, ISS-Uberlândia e, claro, SEFAZ-AL.

Atualmente além de Auditor Fiscal, trabalho na Coruja elaborando Bizus, comentando questões, elaborando questões inéditas, escrevendo peças comerciais e, claro, como Coach de futuros aprovados!

Conto brevemente minha história aqui para que você saiba duas coisas:

1. Darei sempre o meu máximo pela sua aprovação, usando uma visão de aluno aprovado, com foco no que realmente importa; e
2. Com dedicação e perseverança, é possível ser aprovado(a) no concurso dos seus sonhos.

Agora, vamos logo ao que realmente interessa: sua aprovação!

Evandro Oliveira



Estatística descritiva e Análise exploratória de dados

1) Estatística descritiva e Análise exploratória de dados

✓ Propriedades importantes sobre Somatórios:

$$\sum (a_i + b_i) = \sum a_i + \sum b_i$$

$$\sum (ka_i) = k \cdot \sum (a_i), \text{ sendo } k \text{ uma constante real.}$$

✓ Propriedades importantes sobre Média Aritmética.

- i. A média aritmética sempre existe e é única.
- ii. A média aritmética \bar{x} de uma lista de números satisfaz $m \leq \bar{x} \leq M$, em que m e M são, respectivamente, o menor e o maior dos números.
- iii. Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante c de todos os valores de uma lista de números, a média da lista fica aumentada (ou diminuída) desta constante.

✓ Média Geométrica:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

✓ Média Harmônica:

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

2) Estatística descritiva e análise exploratória de dados: gráficos, diagramas e tabelas

- i) **Diagrama de ramos e folhas:** é uma forma de apresentar os dados em rol. Coloca-se uma coluna com as dezenas (as dezenas serão os ramos). Na segunda coluna, ficam dispostas as unidades correspondentes (as unidades serão as folhas, que ficam ligadas aos ramos).
- ii) **Gráfico de Colunas ou Barras Justapostas:** para dados agrupados por valor ou por atributo.
- iii) **Gráfico de Setores (ou de Pizza):** vantagem de mostrar rapidamente a relação percentual (relativa) com o total de observações.
- iv) **Gráfico de Linhas:** usado, sobretudo, na representação de séries temporais.
- v) **Gráfico de Hastes ou Bastões:** utilizado para representar dados não-agrupados em classes, o que normalmente ocorre com dados discretos.
- vi) **Histograma:** muito utilizado na representação gráfica de dados agrupados em classes (distribuição de frequências), o que ocorre normalmente com dados contínuos. O gráfico relacionará as classes com suas respectivas frequências através de retângulos contíguos.

3) Estatística descritiva e análise exploratória de dados: medidas descritivas – quartil/decil/percentil

✓ Medidas separatrizes também são chamadas de “quantis”. Servem para dividir um conjunto de dados em partes.



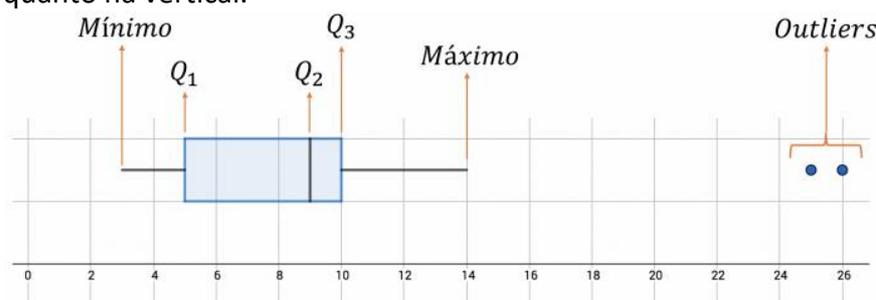
IMPORTANTE: para calcular uma medida separatriz, precisamos dispor os dados em ordem crescente (ou decrescente). Quando os dados estão ordenados, dizemos que os eles estão dispostos em “rol”.

- **Quartis:** São sempre 3 quartis que dividem os dados em 4 partes de mesma frequência. Cada parte conterá 25% dos dados.
 - Primeiro quartil (Q_1) – valor situado de tal modo na série que uma quarta parte (25%) dos dados é menor que ele e as três quartas partes restantes (75%) são maiores.
 - Segundo quartil (Q_2) – evidentemente, coincide com a mediana ($Q_2 = M_d$) e separa os 50% menores dos 50% maiores.
 - Terceiro quartil (Q_3) – valor situado de tal modo que as três quartas partes (75%) dos termos são menores que ele e uma quarta parte (25%) é maior.

A diferença $Q_3 - Q_1$ é denominada amplitude interquartílica.

A metade desse valor, $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ é denominada amplitude semi-interquartílica ou desvio quartílico.

- **Decis:** dividem a distribuição em 10 partes de mesma frequência.
- **Percentis:** dividem a distribuição em 100 partes de mesma frequência.
- **Box plot:** gráfico que utiliza os quartis para representação dos dados. Pode ser representado tanto na horizontal quanto na vertical.



4) Estatística descritiva e análise exploratória de dados: medidas descritivas - mediana

- ✓ **Mediana ou valor mediano (M_d):** medida de posição; definida como número que se encontra no centro de uma série de números, estando estes dispostos segundo uma ordem; separa o conjunto em dois subconjuntos de mesmo número de elementos.

Estando ordenados os dados numéricos e sendo n o número de elementos, o valor mediano será:

- O termo de ordem $\frac{n+1}{2}$, se n for ímpar.

- A média aritmética dos termos de ordem $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$, se n for par.

O valor da mediana pode coincidir ou não com um elemento da série. Quando o número de elementos da série é ímpar, há coincidência. O mesmo não acontece, porém, quando esse número é par.



✓ **Mediana para dados agrupados em classes:**

$$M_d = l_i + \left[\frac{\frac{n}{2} - f_{acant}}{f_i} \right] \cdot h$$

Em que:

- l_i é o limite inferior da classe mediana.
- f_{acant} é a frequência acumulada da classe anterior à classe mediana.
- f_i é a frequência simples da classe mediana
- h é a amplitude da classe mediana

✓ **Propriedades da mediana:**

- Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante c de todos os valores de uma lista de números, a mediana da lista fica aumentada (ou diminuída) desta constante.
- Multiplicando-se (ou dividindo-se) uma constante c de todos os valores de uma lista de números, a mediana da lista fica multiplicada (ou dividida) por esta constante.
- A soma dos módulos dos desvios da sequência de números x_i em relação a um número k é mínima se k for a mediana dos números.

5) Estatística descritiva e análise exploratória de dados: medidas descritivas - moda

✓ **Propriedades da Moda:**

- Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante c de todos os valores de uma variável, a moda do conjunto fica aumentada (ou diminuída) dessa constante.
- Multiplicando-se (ou dividindo-se) todos os valores de uma variável por uma constante c , a moda do conjunto fica multiplicada (ou dividida) por essa constante.

✓ **Moda de Pearson:** deve ser utilizada apenas quando o problema pedir expressamente.

$$M_o = 3 \cdot M_d - 2\bar{x}$$

✓ **Moda de Czuber:** utilizada para o cálculo da moda para dados agrupados em intervalos de classe.

$$M_o = l_i + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right] \cdot h \quad \text{ou} \quad M_o = l_i + \left[\frac{f_M - f_{ant}}{(f_M - f_{ant}) + (f_M - f_{post})} \right] \cdot h$$

Se a classe modal for a primeira ou a última, basta fazer $f_{ant} = 0$ (se for a primeira) ou $f_{post} = 0$ (se for a última).

CUIDADO: Para utilizar a fórmula de Czuber, as amplitudes das classes devem ser todas iguais.

✓ **Moda de King:** não leva em consideração o valor da frequência da classe modal no cálculo da moda; levamos em consideração apenas as frequências das classes adjacentes.

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}} \right] \cdot h$$

CUIDADO: Para utilizar a fórmula de King, as amplitudes das classes devem ser todas iguais.



6) Estatística descritiva e análise exploratória de dados: medidas descritivas – dispersão

- i. **Amplitude total (ou simplesmente amplitude):** é a diferença entre o maior elemento e o menor elemento. Em inglês, a amplitude é chamada de “range”.

$$A = x_{m\acute{a}x} - x_{m\acute{i}n}$$

ii. Amplitude interquartílica:

A diferença $Q_3 - Q_1$ é denominada amplitude interquartílica.

A metade desse valor, $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ é denominada amplitude semi-interquartílica ou desvio quartílico.

iii. Desvio – propriedades importantes:

A soma dos desvios tomados em relação à média aritmética é sempre nula.

A soma dos quadrados dos desvios é mínima quando os desvios são calculados em relação à média aritmética.

A soma dos módulos (valores absolutos) dos desvios é mínima quando os desvios são calculados em relação à mediana.

iv. Desvio Absoluto Médio (ou Desvio Médio):

$$D_M = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

v. Variância e Desvio Padrão

Variância: é a média aritmética dos quadrados dos desvios.

Desvio padrão: é a raiz quadrada da variância.

É importante notar também que a variância e o desvio padrão só serão iguais a zero se todos os elementos forem iguais.

Se os elementos forem todos iguais, todos os desvios serão iguais a zero. Consequentemente, a variância será nula e também o desvio padrão.

Símbolos para a variância e desvio padrão

Variância populacional $\rightarrow \sigma^2$

Variância amostral $\rightarrow s^2$

Desvio padrão populacional $\rightarrow \sigma$

Desvio padrão amostral $\rightarrow s$



Variância Populacional $\rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$

Variância Populacional $\rightarrow \sigma^2 = \overline{X^2} - (\bar{X})^2$

Variância Amostral $\rightarrow s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$

ou

Variância Amostral $\rightarrow s^2 = \left[\overline{X^2} - (\bar{X})^2 \right] \cdot \frac{n}{n-1}$

▪ **Propriedades importantes do Desvio Padrão:**

- i. Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante **c** de todos os valores de uma lista de números, o desvio padrão não é alterado.
- ii. Multiplicando-se (ou dividindo-se) uma constante **c** de todos os valores de uma lista de números, o desvio padrão da lista fica multiplicado (ou dividido) por esta constante.

▪ **Propriedades importantes da Variância:**

- i. Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante **c** de todos os valores de uma lista de números, a variância não é alterada.
- ii. Multiplicando-se (ou dividindo-se) uma constante **c** de todos os valores de uma lista de números, a variância da lista fica multiplicado (ou dividido) pelo quadrado dessa constante.

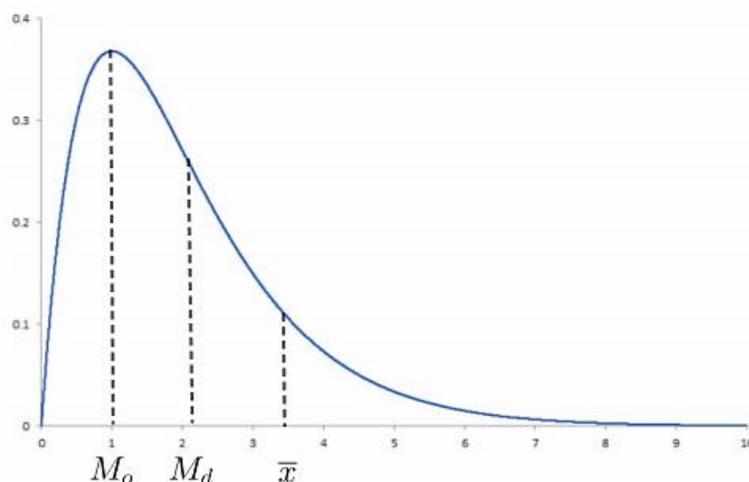
vi. **Coefficiente de Variação:** é a razão entre o desvio padrão e a média; quanto menor o coeficiente de variação, mais homogêneo será o conjunto.

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

vii. **Variância Relativa:** é o quadrado do Coeficiente de Variação ($VR = C_v^2$).

7) Estatística descritiva e análise exploratória de dados: medidas descritivas – assimetria

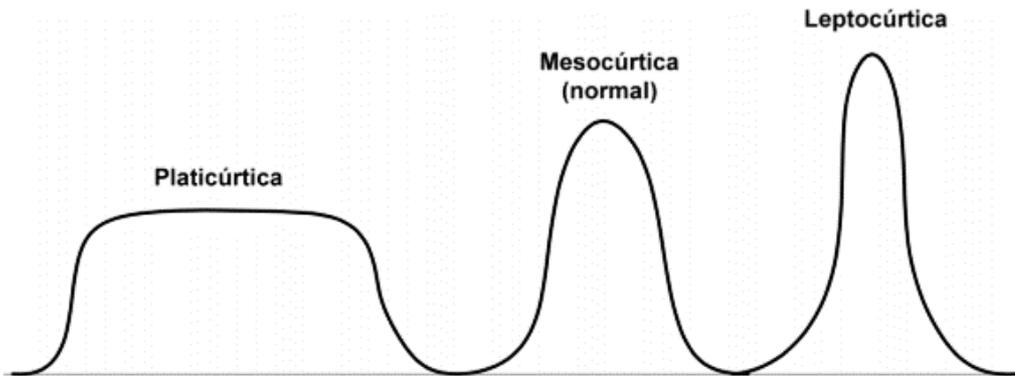
- ✓ Quando a distribuição é simétrica, a média, a mediana e a moda coincidem com o termo central.
- ✓ A média sempre estará posicionada na cauda. Assim, se a curva é assimétrica à direita, a média estará à direita. Se a curva é assimétrica à esquerda, a média estará à esquerda.
- ✓ A moda corresponderá ao ponto mais alto da curva e a mediana estará entre a média e a moda.



- ✓ Distribuição assimétrica à direita (caso da imagem acima): $\bar{x} > M_d > M_o$
- ✓ Distribuição assimétrica à esquerda: $\bar{x} < M_d < M_o$



8) Estatística descritiva e análise exploratória de dados: medidas descritivas – curtose



Probabilidade

9) Probabilidade – definições básicas e axiomas

- ✓ **Espaço Amostral:** é o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento.
- ✓ **Evento:** é todo subconjunto do espaço amostral.
 - Quando o evento é igual ao espaço amostral, dizemos que o evento é certo.
 - Quando o evento é igual ao conjunto vazio, dizemos que o evento é impossível.
- **Probabilidade** = $\frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$
- **União de dois eventos:** denotado por $A \cup B$ e ocorre se e somente se ao menos um dos eventos ocorrerem. Podemos dizer que $A \cup B$ ocorre se e somente se A ou B (ou ambos) ocorrerem.
 - Se $A \cup B = U$, dizemos que A e B são eventos exaustivos.
- **Interseção de dois eventos:** denotado por $A \cap B$ e ocorre se e somente se os dois eventos ocorrerem (A e B ocorrerem).
 - Se $A \cap B = \emptyset$, dizemos que A e B são eventos mutuamente exclusivos (ou excludentes).
- **Complementar de um evento:** denotado por \bar{A} e ocorre se e somente se não ocorre A .
- **Definições Axiomáticas e Propriedades (sejam A e B eventos quaisquer):**
 - Se A é um evento qualquer, então $0 \leq P(A) \leq 1$
 - Se A é um evento qualquer, então $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
 - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 - $P(A) \geq 0$; sempre
 - $P(U) = 1$; sempre
 - Se A e B são eventos mutuamente excludentes ($A \cap B = \emptyset$), então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

10) Probabilidade – definições básicas e axiomas – análise combinatória

- ✓ Arranjo: $A(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$
- ✓ Permutação Simples: $P_n = n!$
- ✓ Permutação com Elementos Repetidos: $P_{n'}^{ab} = \frac{n!}{a!b!}$
- ✓ Permutação Circular: $PC_n = (n - 1)!$



✓ Combinação Simples: $C_{n,p} = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

11) Probabilidade – Probabilidade Condicional e Independência

Probabilidade condicional: $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

- Se a ocorrência do evento A não influir no cálculo da probabilidade do evento B, os eventos são ditos independentes e neste caso, tem-se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- Os eventos A, B e C são independentes se e somente se:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A) \cdot P(C)$$

$$P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

Técnicas de Amostragem

12) Técnicas de Amostragem

- ✓ Em Estatística, definimos população um conjunto formado por elementos com pelo menos uma característica em comum.
- ✓ Definimos amostra qualquer subconjunto próprio da população.
- ✓ É muito importante a distinção entre o símbolo do parâmetro e o símbolo do estimador:

	Parâmetro	Estimador
Genérico	θ	$\hat{\theta}$
Média	μ	\bar{x}
Variância	σ^2	s^2
Desvio Padrão	σ	s
Coefficiente de Correlação	ρ	r

Erro amostral (ε) a diferença entre o estimador e o parâmetro populacional.

$$(\varepsilon = \hat{\theta} - \theta)$$

O valor do estimador varia em cada uma das possíveis amostras tiradas da população. Assim, o estimador pode ser considerado uma variável aleatória com distribuição igual à distribuição da população.

13) Técnicas de Amostragem - Amostragem Aleatória Simples (ou Casual ou Acidental)

- ✓ É aquela em que todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de serem selecionados.
- ✓ Para analisar as propriedades dos estimadores a partir de amostras aleatórias simples, devemos notar duas possibilidades:



- i. A população é infinita ou a amostragem foi feita com reposição a partir de uma população finita. Neste caso, os valores observados são independentes.
- ii. A população é finita e a amostragem foi feita sem reposição. Neste caso, os valores observados não são independentes.

14) Técnicas de Amostragem - Amostragem por Estratificação

- ✓ Para obter uma amostra estratificada, devemos dividir a população em estratos (subconjuntos). Em seguida, em cada estrato, realizamos uma amostra aleatória simples.
- ✓ É importante notar que os elementos dentro de cada estrato são bastante homogêneos, ou seja, apresentam uma baixa variabilidade. Por outro lado, entre os estratos há uma grande heterogeneidade, ou seja, uma grande variabilidade.
 - i. Alocação uniforme: são retirados o mesmo número de elementos de cada um dos estratos criados;
 - ii. Alocação proporcional: são retiradas quantidades variáveis de elementos de cada estrato criado; o número de elementos retirados de cada estrato é proporcional à quantidade total de elementos daquele estrato.

15) Técnicas de Amostragem - Amostragem por Conglomerados

- ✓ Na amostragem por conglomerados, assim como na amostragem por estratificação, também vamos dividir a população em subconjuntos. Entretanto, dividimos a população em conglomerados, sorteamos um (ou mais de um) conglomerado e entrevistamos todos os elementos daquele conglomerado.
- ✓ Há uma baixa variabilidade entre os subconjuntos e uma alta variabilidade dentro de cada subconjunto.
- ✓ Cuidado para não confundir a amostragem por estratificação com a amostragem por conglomerados.

16) Técnicas de Amostragem - Amostragem Sistemática

- ✓ Ordenamos os dados (pode ser qualquer ordenação; por exemplo, ordem alfabética) e, em seguida, vamos selecionando os elementos de 7 em 7, ou de 10 em 10, ou de 20 em 20, etc.



É isso, camarada.

Esperamos que tenha gostado do nosso Bizu!

Bons estudos!

"Comece onde você está, use o que você tem e faça o que você pode. "

Arthur Ashe.

Evandro Oliveira



@evandroazo

Leonardo Mathias



@profleomathias



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.