# Aula 00

## *Matemática p/ TJ-RO (Técnico Judiciário) - 2021 - Pré-Edital*

Autor:

**Equipe Exatas Estratégia Concursos**

01 de Abril de 2021

## Sumário

# APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com enorme alegria que damos início ao nosso **Curso de Matemática p/ TJ-RO (Técnico Judiciário).**

O curso contemplará toda a abordagem teórica da disciplina, bem como a parte prática com a resolução de muitas questões, visando uma preparação eficiente para concurso público.

Assim, procure realizar o estudo das aulas em PDF, realizando as **marcações** do material para otimizar as suas futuras **revisões**. Além disso, não deixe de realizar as **questões**. Elas serão essenciais para lhe auxiliar na fixação do conteúdo.

Além do livro digital, você também terá acesso a videoaulas, esquemas, slides e dicas de preparação no estudo da Matemática. Ademais, você poderá fazer perguntas sobre as aulas em nosso **fórum de dúvidas**.

Quanto à **metodologia de estudo**, vale dizer que as aulas em PDF têm por característica essencial a **didática**. O curso todo se desenvolverá com uma leitura de fácil compreensão e assimilação. Isso, contudo, não significa superficialidade. Pelo contrário, sempre que necessário e importante, os assuntos serão aprofundados.

Com essa estrutura e proposta, pretendemos conferir segurança e tranquilidade para uma **preparação completa**, **sem necessidade de recurso a outros materiais didáticos**. Fique tranquilo que abordaremos todos os tópicos exigidos para o seu concurso.

Cumpre destacar que este material conta originariamente com a produção intelectual do professor Alex Lira. Nosso curso também contemplará as videoaulas ministradas pelos professores Brunno Lima e Carlos Henrique, além de conteúdos desenvolvidos pela nossa equipe de professores do Estratégia Concursos.

Aproveito a oportunidade para apresentá-los:

**Prof. Djefferson Maranhão**:

Olá, amigos do Estratégia Concursos, tudo bem? Meu nome é Djefferson Maranhão, professor de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduado em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Desde 2015, sou Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar). Antes, porém, exerci os cargos de Analista de Sistemas na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar). Já estive na posição de vocês e sei o quanto a vida de um concurseiro é um tanto atribulada! São vários assuntos para se dominar em um curto espaço de tempo. Por isso, contem comigo para auxiliá-los nessa jornada rumo à aprovação. Um grande abraço.

**Prof. Eduardo Mocellin:**

Olá, concurseiros! Meu nome é Eduardo Mocellin e sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos. Graduei-me em Engenharia Mecânica-Aeronáutica pelo Instituto Tecnológico de

Aeronáutica (ITA). Sou Oficial Engenheiro de carreira da Aeronáutica. Fui aprovado, tendo sido classificado dentro das vagas oferecidas, nos concursos de admissão à Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM), à Academia da Força Aérea (AFA) e ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Contem comigo nessa caminhada!

Instagram: *@prof.eduardo.mocellin*

**Prof. Francisco Rebouças:**

Fala, alunos! Sou Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Graduei-me em Engenharia Aeroespacial pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) e atualmente trabalho como Oficial Engenheiro na Força Aérea Brasileira. Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!

**Prof. Luana Brandão:**

Oi, pessoal! O meu nome é Luana Brandão e sou professora de Estatística do Estratégia Concursos. Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação?

**Prof. Vinicius Veleda:**

Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sulamericano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória!

Instagram: *@viniciusveleda*

Bons estudos!

Equipe Exatas.

# CRONOGRAMA DE AULAS

Vejamos a distribuição das aulas:

| AULAS | TÓPICOS ABORDADOS | DATA |
|---|---|---|
| **Aula 00** | Conjuntos numéricos e operações com conjuntos | 01/04/2021 |
| **Aula 01** | Probabilidade | 05/04/2021 |
| **Aula 02** | Porcentagem | 08/04/2021 |
| **Aula 03** | Função do 1º e 2º Grau | 12/04/2021 |
| **Aula 04** | Equações e Inequações | 15/04/2021 |
| **Aula 05** | Progressão Aritmética e Geométrica (P.A. e P.G.) | 19/04/2021 |
| **Aula 06** | Juros simples | 22/04/2021 |
| **Aula 07** | Juros Compostos | 26/04/2021 |
| **Aula 08** | Geometria | 29/04/2021 |
| **Aula 09** | Princípios de contagem | 03/05/2021 |
| **Aula 10** | Produtos notáveis | 06/05/2021 |
| **Aula 11** | Unidades de medida: distância, massa, tempo, área, volume e capacidade. | 10/05/2021 |
| **Aula 12** | Representação na Reta | 13/05/2021 |
| **Aula 13** | Problemas de raciocínio | 17/05/2021 |
| **Aula 14** | Noções de estatística, gráficos e medidas. | 20/05/2021 |

# TEORIA DOS CONJUNTOS

## 1. Introdução

Dificilmente você achará um edital de concurso público em que a disciplina de Matemática tenha sido cobrada e cujo conteúdo programático não esteja presente o tópico **Conjuntos**.

Trata-se de assunto da mais alta importância para o entendimento da ciência matemática.

Ao fazer um apanhado das questões de concursos públicos que cobram Conjuntos, notamos que existem basicamente **dois tipos de questões**:

1) As que exploram a **teoria de conjuntos**;

2) As que exigem a representação de determinados grupos por meio de diagramas, a fim de descobrirmos a **quantidade de elementos** em cada conjunto apresentado.

Convém, portanto, que nos dediquemos a relembrar os principais conceitos relacionados à teoria de conjuntos. Daí, observaremos como essa temática tem sido explorada pelas bancas examinadoras.

Logo em seguida, você me acompanhará à parte mais importante deste estudo, em que utilizaremos as operações fundamentais aplicáveis aos conjuntos com a finalidade de descobrirmos o número de elementos que compõe determinados conjuntos.

Por fim, analisaremos a composição dos conjuntos numéricos fundamentais e abordaremos os intervalos numéricos, ferramentas importantes na resolução de diversas questões.

Portanto, nosso objetivo ao final deste tópico é que você conheça bem a teoria fundamental dos conjuntos, desenvolva habilidade na aplicação das operações entre conjuntos, consigam determinar com precisão a quantidade de elementos que fazem parte dos conjuntos apresentados nas questões de concursos e relembre a composição dos conjuntos numéricos fundamentais.

## 2. Conceito

Os conceitos de **conjunto**, de **elemento** e de **relação de pertinência** são considerados **conceitos primitivos** em Matemática. O que isso significa? Isso quer dizer que tais termos **não têm uma definição formal** e devem ser entendidos de modo intuitivo.

Apesar disso, a ideia que devemos ter de conjunto é a da linguagem corrente, que é associada à de coleção, elenco, lista, etc. Ou seja, trata-se de um **agrupamento de objetos com características ou propriedades comuns**.

**Conjuntos**

**É uma *coleção* de objetos ou elementos *bem definidos* que possuem *características em comum*.**

Por sua vez, **cada um dos membros integrantes de um conjunto** é denominado **elemento**. Nesse sentido, veja a seguir alguns conjuntos conhecidos e seus respectivos elementos:

| Conjuntos | Elementos |
|---|---|
| Conjunto das letras do nosso alfabeto | a, b, c, d, ..., z |
| Conjunto das vogais | a, e, i, o, u |
| Conjunto dos meses que têm somente 30 dias | Abril, junho, setembro, novembro |

No geral, os **conjuntos** são indicados por **letras maiúsculas** (A, B, C, ...), ao passo que os **elementos** considerados distintos dois a dois entre si são indicados por **letras minúsculas** (a, b, c, ...).

## 3. Relação de pertinência

Aqui estamos falando da **relação dos elementos com os conjuntos**. Assim, fica claro que **não se trata de relações entre conjuntos**.

Desse modo, se **x** é de elemento de um conjunto **A**, então dizemos que **x pertence ao conjunto A** e podemos indicar isso como:

$$x \in A$$

Por outro lado, se **x** não é um elemento de **A**, então dizemos que **x não pertence ao conjunto A** e podemos indicar isso como:

$$x \notin A$$

Por exemplo, sendo I o conjunto dos números ímpares compreendidos entre 1 e 10.

Bem, o número 5 é um elemento do conjunto I, pois satisfaz as duas condições impostas, ou seja, ele é ímpar e está compreendido entre 1 e 10. Logo:

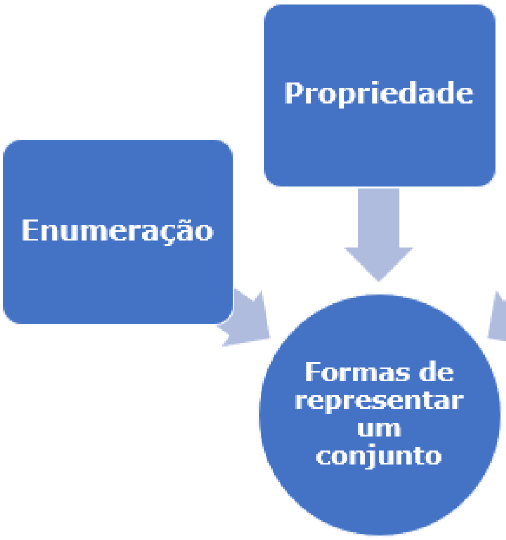
$$\mathbf{5 \in I}$$

Todavia, os números 4 e 13 não são elementos do conjunto I, já que 4 não é ímpar e 13, embora seja ímpar, não está compreendido entre 1 e 10. Assim:

$$\mathbf{4 \notin I \text{ e } 10 \notin I}$$

## 4. Representação de um conjunto e de seus elementos

Há vários modos de descrever os elementos que fazem parte de um conjunto. Neste tópico vamos conhecer as principais, quais sejam:



### 4.1. Representação por enumeração

Na **representação por enumeração** são alistados os elementos de um conjunto que possuem um atributo comum, apresentados, um após o outro, separados por vírgula e entre chaves.

Recorrendo à técnica da representação por enumeração, podemos descrever os seguintes conjuntos e seus respectivos elementos:

a) Conjunto R dos símbolos usados como algarismos romanos: R = {I, V, X, L, C, D, M};

b) Conjunto V das vogais: V = {a, e, i, o, u};

c) Conjunto das cores da bandeira nacional: {branco, azul, verde, amarelo}.

Esclarecemos, porém, que por vezes a representação por enumeração **não** permite alistar um a um todos os elementos de um conjunto. Por qual razão? Ora, isso acontece quando o número de elementos de um conjunto é muito grande ou quando o conjunto possui infinitos elementos. O que faremos nessas situações?

Muito simples, basta apresentarmos alguns dos elementos numa sequência, sugerindo, pela lei de sua formação, os demais elementos, que serão substituídos por **reticências**. Caso se trate de um conjunto finito, após as reticências, indica-se o último elemento.

Por exemplo:

1) O conjunto A dos números pares maiores do que 100:

**A = {102, 104, 106, 108, ...}** → Conjunto infinito

2) O conjunto B dos números ímpares positivos menores do que 200:

**B = {1, 3, 5, 7, 9, ..., 199}** → Conjunto finito

### 4.2. Repreensão por propriedade

Trata-se do método **mais formal** para definirmos um conjunto. Na **representação por propriedade**, os elementos são identificados por obedecerem a uma ou mais propriedades que são dadas numa expressão entre chaves, de forma que torne possível decidir se um objeto qualquer "x" pertence ou não ao conjunto em análise.

Utilizando o método da representação por propriedade vamos definir o conjunto N dos números inteiros maiores do que 12:

$$N = \{x \mid x \in Z \; e \; x > 12\}$$

Perceba que usamos uma linguagem bem formal, própria da matemática, que pode ser lida como: "**N** é o conjunto dos elementos de **x**, tal que **x** pertence ao conjunto dos números inteiros e **x** é maior do que 12". Veja mais alguns exemplos:

$$A = \{x \mid x \text{ é } \boldsymbol{divisor\ positivo\ de\ 6}\}$$

Podemos ler assim: **A** é o conjunto dos elementos **x** tal que cada **x** é divisor positivo de 6.

$$B = \{y \mid y \text{ é } \boldsymbol{um\ algarismo\ romano}\}$$

Podemos ler assim: **B** é o conjunto dos elementos **y** tal que cada **y** é um algarismo romano.

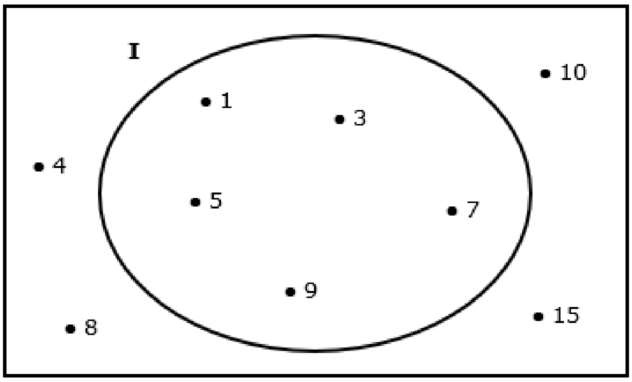
### *4.3. Representação por diagrama*

Sem sombra de dúvida esta será a forma de representar um conjunto mais utilizada por nós na resolução de questões. De fato, ela simplesmente despenca nas provas! Então, amigos, atenção total.

Na realidade, este método é bem similar à representação por enumeração. O que vai mudar é que, ao invés de utilizarmos chaves para definir o conjunto, vamos fazer uso dos **diagramas de Venn-Euler**.

Nesta representação, indicaremos cada conjunto por meio de **regiões do plano limitadas por curvas ou linhas poligonais fechadas**. Assim, os elementos de um conjunto são os pontos que estão **dentro** do contorno que o representa, ao passo que todos os pontos que estão **fora** da mesma região são considerados objetos que não são elementos daquele conjunto.

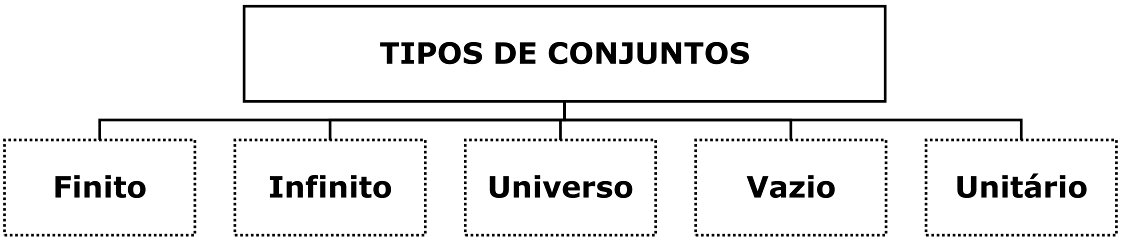
Vamos representar, por meio de um **diagrama**, o conjunto **I** dos números ímpares menores do que 10:



Note que temos alguns elementos que não pertencem ao conjunto I, por não obedecerem à lei de formação dele. Nesse sentido, estão foram do diagrama que representa o conjunto I.

# 5. Tipos de conjuntos

A depender da quantidade de elementos que agrupam, surgem os seguintes **tipos de conjuntos**:



## 5.1. Conjunto Finito

Um **conjunto finito** possui uma **quantidade limitada de elementos**. Na verdade, a maioria dos conjuntos que lidaremos são deste tipo, de modo que teremos condições de determinar a quantidade de seus elementos.

Para exemplificar, considere os seguintes conjuntos:

- ✓ O conjunto que representa a quantidade de funcionários registrada em uma empresa;
- ✓ O conjunto dos números inteiros que estão entre - 8 e 2 = {-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1}.

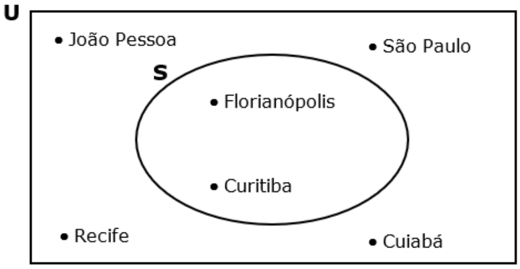
## 5.2. Conjunto Infinito

Um **conjunto infinito** possui uma **quantidade ilimitada de elementos**, de forma que não podemos determinar quantos termos ele possui. Por exemplo, são considerados infinitos o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros.

## 5.3. Conjunto Universo

Para evitar o aparecimento de paradoxos, admitimos a existência de um conjunto ao qual **pertencem todos os elementos com os quais estamos trabalhando**. Ele é chamado **Conjunto Universo**, é representado por um retângulo e indicado pela letra **U**. Assim, fica claro que teremos os mais diferentes Conjuntos Universo tantas forem as situações que surgem.

Por exemplo, de pesquisamos o MDC ou o MMC de determinados números, então o Conjunto Universo é composto pelos números naturais. Por outro lado, caso estejamos interessados em formar o conjunto S das capitais dos Estados da Região Sul do Brasil, então o Conjunto Universo correspondente terá como elementos todas as capitais brasileiras:



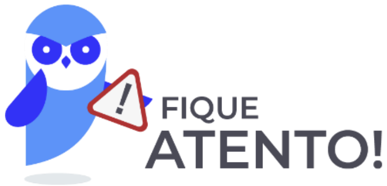
### 5.4. Conjunto Vazio

Ao conjunto que **não possui elementos** damos o nome de **conjunto vazio** e é representado por **Ø** ou por **{ }**.

Inclusive, cabe destacar que não existe representação do conjunto vazio num diagrama de Venn-Euler.

Por fim, é importante termos em mente que obtemos um conjunto vazio quando descrevemos um conjunto através de uma regra logicamente falsa. Veja alguns exemplos:

- ✓ A = {x | x ≠ x} = Ø
- ✓ B = {y | y é ímpar e múltiplo de 2} = Ø



Nunca confunda o conjunto vazio com o conjunto unitário {Ø}, pois, nesse caso, o símbolo de vazio passa a ser um elemento. Assim, **não se escreve Ø = {Ø}**. Além disso, é um erro confundir também o conjunto vazio com o conjunto unitário {0}, cujo único elemento é o zero, de modo **que não escrevemos Ø = {0}**.

### 5.5. Conjunto Unitário

Mais uma vez o entendimento do conceito é bem intuitivo. Dizemos que um conjunto é **unitário** quando **possui apenas um elemento**. São exemplos:

Na verdade, podem existir uma infinidade de conjuntos unitários: {6}, {3}, {laranja}, etc.

## 6. Subconjuntos e Relação de Inclusão

Dizemos que o conjunto **B** é um **subconjunto** do conjunto **A** quando todos os elementos do conjunto **B** também são elementos de **A**. Nesse sentido, quando **B** é um subconjunto de **A** podemos afirmar que **B está contido em A**, e indicamos isso por:

$$B \subset A$$

Além disso, dizer que **B** está contido em **A** é o mesmo que afirmar que **A contém B**. Nesse caso, usamos a seguinte notação:

$$\boldsymbol{A} \supset \boldsymbol{B}$$

Dessa maneira, podemos concluir que:

$$B \subset A \quad \leftrightarrow \quad A \supset B$$
$$\text{“}B \text{ está contido em } A\text{”} \quad \leftrightarrow \quad \text{“}A \text{ contém } B\text{”}$$

Por exemplo, o conjunto **B = {3, 4}** é um **subconjunto** do conjunto **A = {1, 2, 3, 4, 5}** e podemos anotar isso como **B ⊂ A** ou **A ⊃ B**, pois todos os elementos de **B** também são elementos de **A**.

No entanto, meu caro, se **pelo menos um** dos elementos de **B** **não pertencer** ao conjunto **A**, então **B** **não será um subconjunto** de **A** e diremos que **B não está contido em A** ou que **A não contém B**, simbolizando por:

$$B \not\subset A \text{ ou } A \not\supset B$$

Veja o caso do conjunto **M = {3, 4}**. Ele não é subconjunto do conjunto **N = {2, 4, 6, 8, 10}** e podemos anotar isso como **M ⊄ N**, pois alguns dos elementos de **M** não pertencem a **N**.

Note que na **relação de pertinência** temos uma correspondência **entre elemento e conjunto**, ao passo que na **relação de inclusão** há uma correspondência **entre conjuntos**.

### *6.1. Propriedades da relação de inclusão*

A relação de inclusão tem algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:

| | | |
|---|---|---|
| **PROPRIEDADES DA INCLUSÃO** | **O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto** | $\emptyset \subset A$, para qualquer conjunto A |
| | **Qualquer conjunto é subconjunto de si mesmo** | $A \subset A$, para qualquer conjunto A |
| | **Conjuntos iguais são subconjuntos um do outro** | Para A = B, temos:<br>$A \subset B$ e $B \subset A$ |
| | **Todo conjunto A é subconjunto do conjunto universo** | $A \subset U$, para qualquer conjunto A |
| | **Relação transitiva** | Se $A \subset B$ e $B \subset C$,<br>então $A \subset C$ |

### *6.2. Quantidade de subconjuntos*

Se um conjunto **A** possui **n** elementos, então ele possui **$2^n$ subconjuntos**.

Considere o conjunto **A = {1}**. Bem, esse conjunto só possui um único elemento (e já sabemos que ele é um conjunto unitário), então o número de subconjuntos é igual a:

$$2^1 = 2$$

Quais seriam esses subconjuntos?

✓ Subconjunto 1 = ∅

✓ Subconjunto 2 = {1}

Todo conjunto possuirá o **conjunto vazio** e **ele mesmo** como subconjuntos.

Agora, considere o conjunto **B = {1, 2}**. Levando em conta que esse conjunto possui dois elementos, então o número de subconjuntos é igual a:

$$2^2 = 4$$

Nesse caso, os subconjuntos de **B** são os seguintes:

✓ Subconjunto 1 = {}

✓ Subconjunto 2 = {1}

✓ Subconjunto 3 = {2}

✓ Subconjunto 4 = {1, 2}

Por fim, tome o conjunto **C = { }**. Isso mesmo, quantos subconjuntos possui o **conjunto vazio**? Bem, esse conjunto não possui nenhum elemento, então o número de subconjuntos é igual a:

$$2^0 = 1$$

E qual seria esse subconjunto?

✓ Subconjunto 1 = { }

Exatamente, apenas ele mesmo, o conjunto vazio. Talvez você diga:

*Isso jamais cairia num concurso; é muito fácil!*

Concordo com você que descobrir a quantidade de subconjuntos de um conjunto é realmente muito fácil, pois basta utilizar uma fórmula de fácil aplicabilidade. Porém, a boa notícia é que isso pode sim ser cobrado no seu concurso; aliás, veja algumas questões exigidas por algumas das principais bancas examinadoras do país!

**(SUSEP/2006) Indique quantos são os subconjuntos do conjunto {1,2,3,4}.**

a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16

**RESOLUÇÃO:**

A **quantidade de subconjuntos de um conjunto é dada por** $2^n$, em que **n** corresponde ao número de elementos do conjunto. No caso desta questão, o conjunto apresentado possui **quatro elementos**, os números 1, 2, 3 e 4, então o número de subconjuntos é igual a:

$$\mathbf{2^4 = 16}$$

**Gabarito: E**.

**(TC-DF/2012) Em um conjunto E de empresas, indica-se por $E_x$ o subconjunto de E formado pelas empresas que já participaram de pelo menos x procedimentos licitatórios, em que x = 0, 1, 2, ..., e por $N_x$ a quantidade de elementos do conjunto $E_x$. Julgue o item seguinte, a respeito desses conjuntos.**

Se x e y forem números inteiros não negativos e $x < y$, então $E_y \subset E_x$.

**RESOLUÇÃO:**

Vamos trabalhar com um exemplo a fim de facilitar o entendimento. Suponhamos que **x = 1** e **y = 2**, de forma que $x < y$. Bem, $E_y$ representa as empresas que participaram de pelo menos dois procedimentos {2, 3, 4, 5, ...}, enquanto que $E_x$ representa as empresas que participaram de pelo menos um procedimento {1, **2, 3, 4, 5, ...**}.

Assim, o conjunto de quem participou de PELO MENOS 1 procedimento licitatório **contém** aqueles que fizeram PELO MENOS 2. Em outras palavras, o conjunto de quem participou de PELO MENOS 2 procedimentos licitatórios **está contido** no conjunto daqueles que fizeram PELO MENOS 1, de modo que $E_y \subset E_x$.

**Gabarito: Certo**.

**(ANATEL/2012) Para cada x = 0, 1, 2, 3 ou 4, a partir de um conjunto E de pessoas, $E_x$ corresponde ao conjunto de indivíduos do conjunto E que são clientes de pelo menos x operadoras de telefonia móvel e $N_x$, à quantidade de elementos de $E_x$. Considerando essas informações, julgue o item que se segue.**

Para cada x do conjunto {0, 1, 2, 3, 4}, tem-se que $N_4 > N_x$.

**RESOLUÇÃO:**

Sejam **$E_4$** e **$E_3$** os conjuntos das pessoas que são clientes de pelo menos 4 operadoras e de pelo menos 3 operadoras, respectivamente. Ora, todo mundo que é elemento de **$E_4$** também é elemento de **$E_3$**. Isso acontece porque para quem é cliente de 4 operadoras (elemento de $E_4$), é correto afirmar que também é cliente de pelo menos 3 operadoras. Assim, **$E_4$ está contido em $E_3$**.

Seguindo o mesmo raciocínio, descobrimos que **$E_3$ está contido em $E_2$**; e que **$E_2$ está contido em $E_1$**.
Dessa forma, considerando que **$N_4$** é a quantidade de indivíduos que é cliente de pelo menos 4 operadoras, essa quantia é **menor** **ou igual** a qualquer outro valor de **$N_x$**, justamente porque **$E_4$** é o menor dos conjuntos.

**Gabarito: Errado**.

### *6.3. Conjunto das partes de um conjunto*

Dado um conjunto **A** qualquer, chamamos de **conjunto das partes de A** o conjunto que **reúne todos os subconjuntos possíveis de A**, sendo simbolizado por **P(A)**.

$$P\ (A)\ =\ \{x\ |\ x\ \subset\ A\}$$

Por exemplo, seja **A = {1, 2, 3}**. O conjunto das partes de **A** é:

$$\boldsymbol{P(A)\ =\ \{\emptyset;\ \{1\};\ \{2\};\ \{3\};\ \{1;\ 2\};\ \{1;\ 3\};\ \{2;\ 3\};\ A\}}$$

Cada um dos elementos de P(A) é um dos subconjuntos de A. Portanto, o número de elementos de P(A) é sempre igual ao total de subconjuntos possíveis de A, ou seja: $2^n$.

## 7. Relação de Igualdade

Dizemos que dois conjuntos **A** e **B** são **iguais** quando **todos os elementos de A pertencem ao conjunto B e, reciprocamente, todos os elementos de B pertencem ao conjunto A**.

$$A = B \leftrightarrow A \subset B \; e \; B \subset A$$

Caso tenhamos **pelo menos um elemento que não pertence a ambos conjuntos**, dizemos que os conjuntos são **diferentes**, e denotamos isso por:

$$\boldsymbol{A \neq B}$$

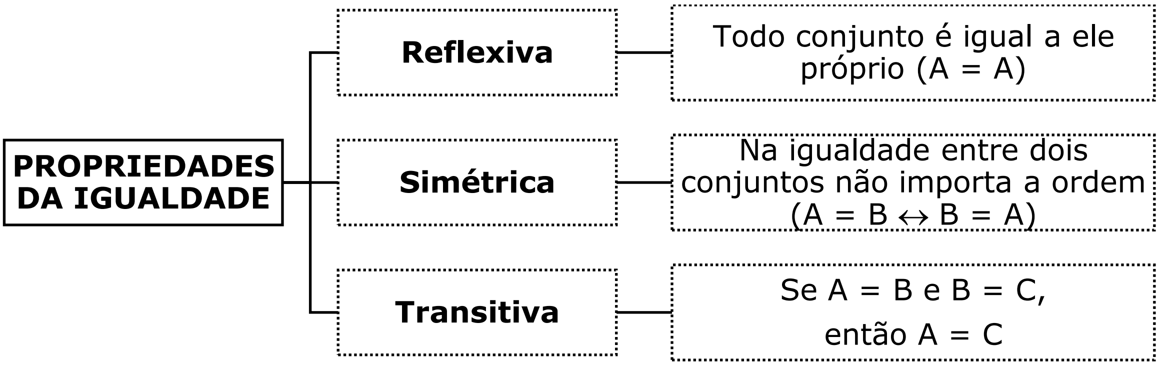
Por exemplo, considere os conjuntos $\boldsymbol{A = \{1, 3, 5, 7, 9, ...\}}$ e $\boldsymbol{B = \{x \mid x}$ é $\boldsymbol{inteiro, positivo\ e\ ímpar\}}$. Daí, concluímos que **A = B**. Por outro lado, os conjuntos $\boldsymbol{A = \{1, 2, X\}}$ e $\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, X\}}$ são **diferentes** entre si, já que nem todos os elementos coincidem.

**ESCLARECENDO!**

Na definição de **igualdade entre conjuntos** a ordem entre os elementos não interfere em nada. Por exemplo, os conjuntos {a; b; c; d} e {d; c; b; a} são iguais.

### 7.1. Propriedades da relação de igualdade

A relação de igualdade tem algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:



## 8. Operações entre conjuntos

Uma operação entre dois conjuntos é uma regra capaz de estabelecer um conjunto como resultado da operação para aquele par de conjuntos dados.

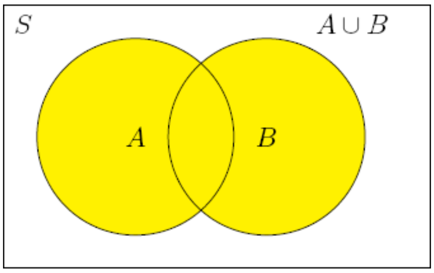
Na realidade, pessoal, poderíamos criar inúmeras operações diferentes bastando, para tanto, estabelecer uma regra nova para cada operação desejada. Na prática, porém, é possível fazer quase tudo com umas poucas operações convenientemente escolhidas que estudaremos a seguir.

## *8.1. União de Conjuntos*

A **união** entre dois conjuntos, $A \cup B$, é o conjunto formado pela **reunião dos elementos de A e de B**. Simbolicamente temos:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \; ou \; x \in B\}$$

Note que todo elemento **x** compreendido pelo conjunto união deve pertencer a **pelo menos um dos conjuntos**. A **representação gráfica** da união entre dois conjuntos é dada pelo seguinte diagrama:

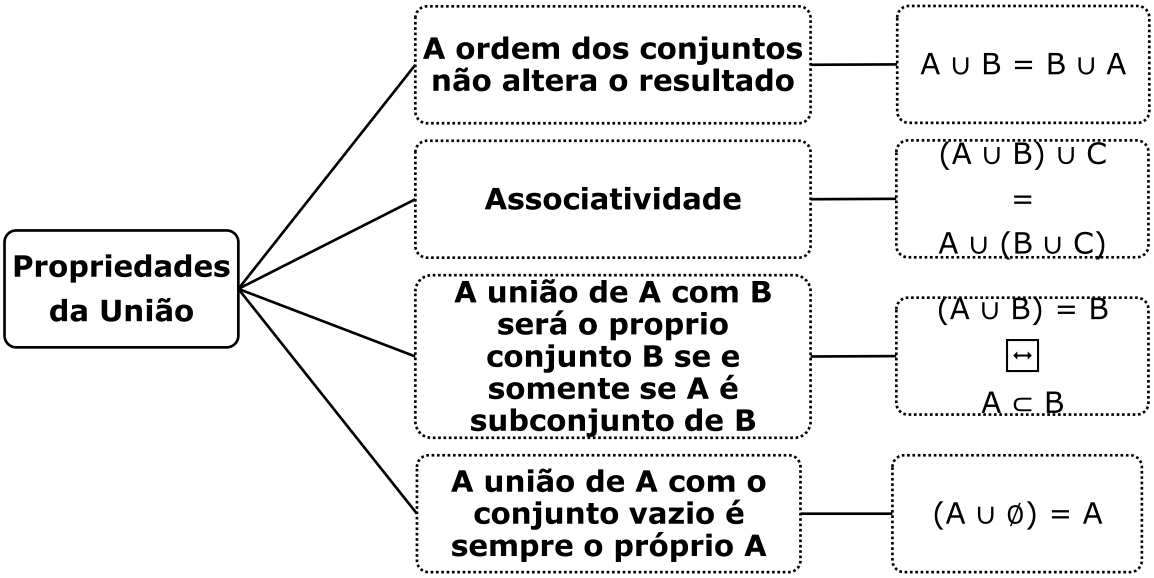


Sejam dois conjuntos **A = {0, 2, 4, 6}** e **B = {0, 1, 2, 3, 4, 5}**. Vamos determinar o conjunto **C**, formado pelos elementos que pertencem a **A** ou a **B**. Note que **C** corresponde à **união** entre os conjuntos **A** e **B**, uma vez que se trata da reunião dos elementos de **A** e de **B**. Logo:

$$\boldsymbol{C = A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}}$$

### *8.1.1. Propriedades da União*

A operação de igualdade entre conjuntos possui algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:

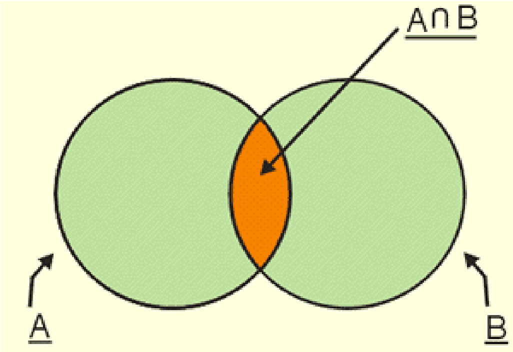


### 8.2. Interseção de Conjuntos

A interseção entre dois conjuntos, **A ∩ B**, é o conjunto formado pelos **elementos que são comuns aos dois conjuntos**. Simbolicamente temos:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \; e \; x \in B\}$$

A **representação gráfica** da interseção entre dois conjuntos é dada pelo seguinte desenho:



Sejam dois conjuntos **A = {0, 1, 3, 5, 7}** e **B = {4, 5, 6}**. Vamos determinar o conjunto **C**, formado pelos elementos que pertencem a **A** e a **B**, simultaneamente.

Note que **C** corresponde à **interseção** entre os conjuntos **A** e **B**, uma vez que se trata dos elementos comuns a **A** e **B**. Logo:

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \{\mathbf{5}\}$$

#### 8.2.1. Conjuntos Disjuntos

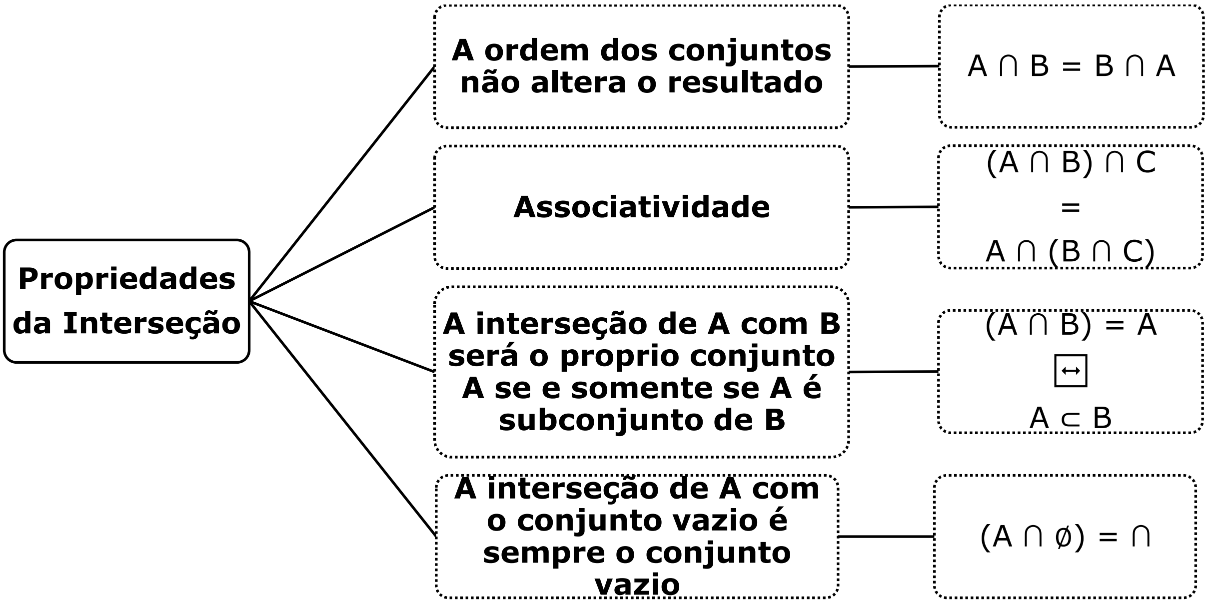
Dois conjuntos quaisquer são chamados **disjuntos** se e somente se sua **interseção é o conjunto vazio**.

$$A \; e \; B \; são \; disjuntos \leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

Para exemplificar, considere os conjuntos **A = {0, 1, 2, 3, 4}** e **B = {6, 7, 8}**. Repare que a interseção entre **A** e **B** não possui nenhum elemento, o que nos possibilita concluir que eles são disjuntos entre si.

#### 8.2.2. Propriedades da Interseção

A operação de interseção entre conjuntos possui algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:



**(SUSEP/2006) Dados o conjunto $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e o conjunto $B = \{x \mid x \in Z, 0 < x < 10\}$, onde Z é o conjunto dos números inteiros, obtenha o conjunto $C = A \cap B$.**

a) $C = A$
b) $C = \{2, 4, 6, 8\}$
c) $C = \{x \mid x \in Z, x \leq 10\}$
d) $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
e) $C = \phi$ *onde* $\phi$ é *o conjunto vazio*

**RESOLUÇÃO:**

Inicialmente, percebemos que o conjunto **B** foi definido pela **representação por propriedade**, correspondendo aos inteiros maiores do que 0 e menores do que 10. Assim, podemos representá-lo **por enumeração** da seguinte forma:

$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}}$$

Por sua vez, o conjunto **C** corresponde à **interseção entre A e B**. Para fazer a interseção, tomamos os elementos que **pertencem simultaneamente aos dois conjuntos**:

$$\boldsymbol{A = \{2, 4, 6, 8, 10\}}$$
$$\boldsymbol{B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}}$$
$$\boldsymbol{C = (A \cap B) = \{2, 4, 6, 8\}}$$

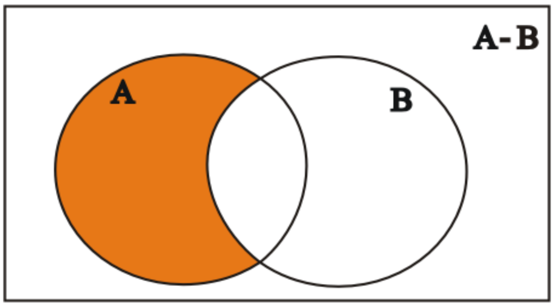
**Gabarito: B.**

### 8.3. Diferença de Conjuntos

A diferença entre dois conjuntos, **A – B**, é o conjunto formado pelos **elementos de A que não pertencem a B**. Simbolicamente temos:

$$A - B = A \setminus B = \{x \mid x \in A \; e \; x \notin B\}$$

A **representação gráfica** da diferença entre dois conjuntos (A – B) é dada pelo seguinte desenho:



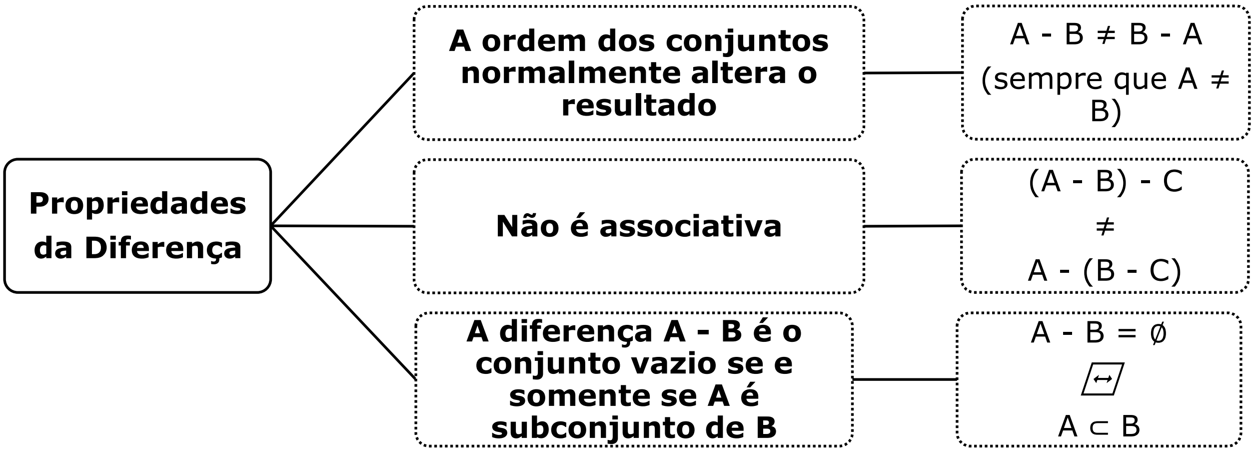
Sejam dois conjuntos **A = {1, 2, 3, 4, 5}** e **B = {2, 4, 6, 8}**. Vamos determinar o conjunto **C**, formado pelos elementos que pertencem a **A** e não pertencem a **B**.

Note que **C** é o **conjunto diferença** entre **A** e **B**, uma vez que se trata dos elementos de **A** que não pertencem a **B**. Logo:

$$C = A - B = \{1, 3, 5\}$$

#### 8.3.1. Propriedades da Diferença

A operação de diferença entre conjuntos possui algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:



**Propriedades da Diferença**

**A ordem dos conjuntos normalmente altera o resultado** — $A - B \neq B - A$ (sempre que $A \neq B$)

**Não é associativa** — $(A - B) - C \neq A - (B - C)$

**A diferença A - B é o conjunto vazio se e somente se A é subconjunto de B** — $A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B$

HORA DE
PRATICAR!

**(CGU/2002) Se $\boldsymbol{A = \{x \in R| -1 < x < 1\}}$, $\boldsymbol{B = \{x \in R|0 \leq x < 2\}}$ e $\boldsymbol{C = \{x \in R\,| -1 \leq x < 3\}}$, então o conjunto $(A\ \cap\ B)\ -\ (B\ \cap\ C)$ é dado por:**

a) $\{x\ \in\ R\,|\ -1\ \leq\ x\ < 0\}$
b) $\{x\ \in\ R\,|\ 0\ \leq\ x\ < 1\}$
c) $\phi$
d) $\{x\ \in\ R\,|\ 0\ \leq\ x\ < 3\}$
e) $\{x\ \in\ R\,|\ 2\ <\ x\ < 3\}$

**RESOLUÇÃO:**
Nosso objetivo é determinar o seguinte conjunto:

$$\boldsymbol{(A\ \cap\ B)\ -\ (B\ \cap\ C)}$$

Primeiro, para uma melhor visualização, vamos enumerar os elementos dos conjuntos **A**, **B** e **C**:

$\boldsymbol{A\ =\ \{0\}}$
$\boldsymbol{B\ =\ \{0, 1\}}$
$\boldsymbol{C\ =\ \{-1, 0, 1, 2\}}$

Em seguida, precisamos descobrir a **interseção** de cada uma das partes. Desse modo, iremos tomar os elementos que pertencem aos dois conjuntos, simultaneamente:

$\boldsymbol{(A\ \cap\ B)\ =\ \{0\}\ =\ \{x\ \in\ R\,|\,0\ \leq\ x\ < 1\}}$
$\boldsymbol{(B\ \cap\ C)\ =\ \{0, 1\}\ =\ \{x\ \in\ R\,|\,0\ \leq\ x\ < 2\}}$

Finalmente, fazemos a **diferença** entre as duas interseções, tomando os elementos que pertencem a **A ∩ B** e não pertencem a **B ∩ C**. Todavia, observem que a primeira interseção abrange os números reais de 0 a 1 (incluindo o zero). Já a segunda interseção abrange os números reais de 0 a 2 (incluindo o zero). A que conclusão chegamos? Ora, é possível afirmar que **o conjunto A ∩ B está contido em B ∩ C**. Dessa forma, não existem elementos que pertençam à primeira interseção e não pertencem à segunda interseção, de modo que:

$$\boldsymbol{(A\ \cap\ B) - (B\ \cap\ C)}\ =\ \emptyset$$

**Gabarito: C.**

**(ANEEL/2006) X e Y são dois conjuntos não vazios. O conjunto X possui 64 subconjuntos. O conjunto Y, por sua vez, possui 256 subconjuntos. Sabe-se, também, que o conjunto Z = X ∩ Y possui 2 elementos. Desse modo, conclui-se que o número de elementos do conjunto P = Y - X é igual a:**
a) 4

b) 6
c) 8
d) vazio
e) 1

**RESOLUÇÃO:**

Se um conjunto **A** possui **n** elementos, então ele possui **$2^n$ subconjuntos**. Bem, o enunciado afirma que o conjunto **X** possui **64 subconjuntos**, de modo que:

$$2^n = 64$$
$$2^n = 2^6$$
$$\boldsymbol{n = 6}$$

Dessa maneira, o conjunto **X** possui **6 elementos**. Em seguida, a questão diz que o conjunto **Y** tem **256 subconjuntos**. Logo:

$$2^n = 256$$
$$2^n = 2^8$$
$$\boldsymbol{n = 8}$$

Assim, concluímos que o conjunto **Y** possui **8 elementos**. Além disso, foi dito que a **interseção** entre **X** e **Y** tem 2 elementos. Suponhamos que tais elementos sejam **a** e **b**:

$$X \cap Y = \{a, b\}$$

Bem, o conjunto **X** tem ao todo 6 elementos, de modo que ele possui 4 elementos além de **a** e **b**:

$$X = \{a, b, c, d, e, f\}$$

De modo similar, o conjunto **Y** possui 6 elementos além de **a** e **b**, pois é composto por 8 elementos. Todavia, esses outros elementos são diferentes dos adicionais que o conjunto **X** possui, caso contrário haveria mais de 2 elementos em comum. Logo:

$$Y = \{a, b, g, h, i, j, k, l\}$$

Agora, a diferença Y – X corresponde ao conjunto dos elementos de Y que não pertencem a X, isto é:

$$\boldsymbol{Y - X = \{g, h, i, j, k, l\}}$$

Portanto, o número de elementos do conjunto **Y - X** é igual a **6**, o que torna a **letra B** a alternativa correta.

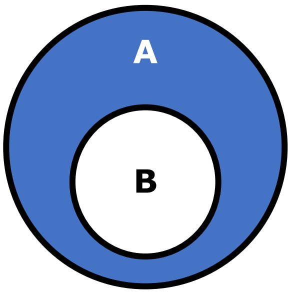
**Gabarito: B.**

### *8.3.2. Complementar de um conjunto*

O complementar de um conjunto é um caso particular da diferença entre dois conjuntos. Assim, dados dois conjuntos **A** e **B**, com **B ⊂ A**, **a diferença A - B chama-se complementar de B em relação a A**. Simbolizamos como:

$$C_A^B = \overline{B} = A - B$$

A **representação gráfica** do complemento do conjunto **B** em relação ao conjunto **A** é dada pelo seguinte desenho:



Dados os conjuntos **A = {0, 1, 2, 3, 4}** e **B = {2, 3}**, vamos determinar o **conjunto complementar** de B em relação a A.

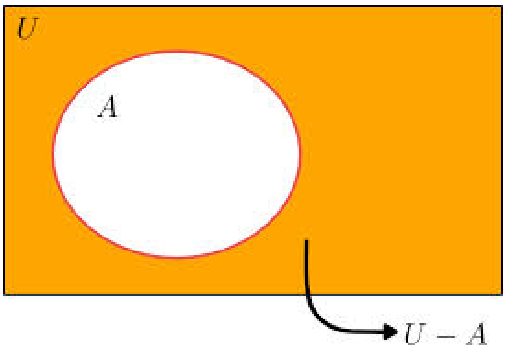
Bem, o conjunto complementar é um caso particular da diferença entre conjuntos. Nessa situação, o complementar de B em relação a A é, na verdade, **o que falta para o conjunto B ficar igual ao conjunto A**. Logo:

$$C_A^B = A - B = \{0, 1, 4\}$$

Agora, é apropriado fazermos um destaque para um caso especial. Trata-se do **complementar de um conjunto A em relação ao conjunto universo U**. Batizamos este conjunto de **A'**, que é formado por **todos os elementos que não pertencem ao conjunto A**, ou seja:

$$C_U^A = A' = U - A = \{x \mid x \notin A\}$$

A **representação gráfica** do complemento do conjunto **A** em relação ao conjunto Universo é dada pelo seguinte desenho:



### *8.3.2.1. Propriedades do Complementar de um Conjunto*

A operação de complementar de um conjunto possui algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:

**PROPRIEDADES DO COMPLEMENTO**

| | |
|---|---|
| O complemento de um conjunto A em relação a ele próprio é o conjunto vazio | $C_A^A = \emptyset$ |
| O complemento do conjunto vazio em relação a um conjunto A é o próprio conjunto A | $C_A^\emptyset = A$ |
| O complemento do complemento de um conjunto A é o próprio conjunto | $\bar{\bar{A}} = A$ |
| **1ª Lei de Morgan**<br>O complementar da União de dois ou mais conjuntos é a Interseção dos complementares desses mesmos conjuntos | $(\overline{A \cup B}) = \bar{A} \cap \bar{B}$ |
| **2ª Lei de Morgan**<br>O complementar da Interseção de dois ou mais conjuntos é a União dos complementares desses mesmos conjuntos | $(\overline{A \cap B}) = \bar{A} \cup \bar{B}$ |

## 9. Número de elementos dos conjuntos

As informações deste tópico são as mais importantes desta aula! Na verdade, podemos dizer que tudo o que estudamos até o momento no tópico foi para nos preparar para ter sucesso no que veremos agora. Isso acontece porque a esmagadora maioria das questões de concursos que tratam de conjuntos tomam por base o conhecimento do que abordaremos a seguir. Portanto, atenção total!

Consideremos dois conjuntos **A** e **B**, de modo que o **número de elementos** (também chamado de **cardinal**) do conjunto **A** seja **n(A)** e o número de elementos do conjunto **B** seja **n(B)**. Agora, tomemos o número de elementos da interseção **A ∩ B** por **n(A ∩ B)** e o número de elementos da união **A ∪ B** por **n(A ∪ B)**. Assim, podemos definir a seguinte equação:

$$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

Como dissemos, **essa equação é a parte mais importante deste tópico**, de modo que a chamaremos de **equação fundamental dos conjuntos**. Nesse sentido, você verá como ela é útil na resolução de diversas questões. Portanto, fica claro que essa **vale a pena decorar**! Aliás, nem precisa decorar, é melhor entendê-la. De fato, o conceito de União de conjuntos indica que estamos reunindo ou adicionando os elementos dos conjuntos envolvidos na operação, de modo que:

$$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B)} \ (\boldsymbol{I})$$

Entretanto, é preciso eliminar aqueles elementos que fazem parte, simultaneamente, dos dois conjuntos. E é justamente por isso que existe a subtração da **interseção** na equação apresentada. Todavia, caso os conjuntos em análise sejam **disjuntos** entre si, isto é **A ∩ B = ∅**, então utilizaremos a equação (I). Além disso, caso tenhamos 3 (três) conjuntos, adicionando-se um conjunto **C** por meio do seu cardinal **n(c)**, a quantidade de elementos da união entre eles é dada pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)}$$

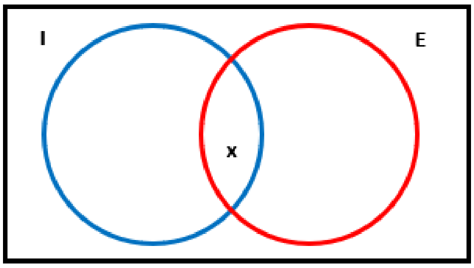
Por fim, trazemos para você a seguinte equação que pode ser bastante útil na resolução das questões de concursos públicos, por meio da qual obtemos a **quantidade de elementos do conjunto diferença**:

$$\boldsymbol{n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)}$$

Por exemplo, de um grupo de 300 alunos de línguas, somente 170 estudam inglês e somente 180 estudam espanhol, Considerando que, nesse grupo, ninguém estude qualquer outro idioma, quantos alunos dedicam-se tanto ao estudo da língua de Shakespare quanto ao da de Cervantes? Este é um típico modelo das questões que veremos a seguir e que você se deparará na sua prova. Diante da importância deste tópico, mostraremos **três formas diferentes de resolver este exercício**. Ficará a seu critério escolher qual o mais apropriado, sendo que haverá casos que poderemos aplicar até mais de um desses métodos. Ok? Vamos lá!

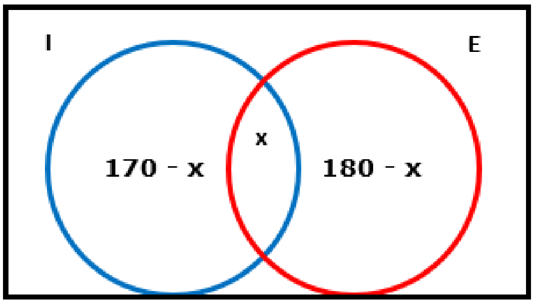
## 1º MODO: USO DE DIAGRAMAS

Considere o diagrama a seguir em que **I** representa o conjunto de todos os alunos que estudam Inglês e **E**, o de todos os alunos que estudam Espanhol. O **x** representa o número de alunos que estudam os dois idiomas.



Uma vez que **x** representa uma parte dos 170 alunos que estudam Inglês, restam **170 – x** que estudam Inglês, mas que não estudam Espanhol.

Do mesmo modo, **x** também representa parte dos 180 alunos que estudam Espanhol, restando **180 – x** que estudam Espanhol, mas não estudam Inglês.



Como a soma dos três números deve dar 300, fazemos:

$$\mathbf{(170 - \boldsymbol{x}) + \boldsymbol{x} + (180 - \boldsymbol{x}) = 300}$$

$$170 + 180 - x = 300$$

$$350 - x = 300$$

$$\boldsymbol{X} = \mathbf{50}$$

## 2º MODO: ANÁLISE DA INTERSEÇÃO

Se somarmos o número de alunos de inglês (170) com o de alunos de Espanhol (180), teremos 170 + 180 = 350, ou seja, **50 alunos a mais** do que o total de alunos de línguas do grupo, que é 300.

Isso ocorreu porque, ao somarmos os dois números, acabamos tomando duas vezes o número daqueles que se dedicam ao estudo **dos dois idiomas**, ou seja, trata-se de **interseção** entre os dois conjuntos. Logo, **o número de alunos que estudam Inglês e Espanhol é 50**.

## 3º MODO: APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO FUNDAMENTAL

Sejam:

**n(I)**: número de alunos que estudam Inglês;
**n(E)**: número de alunos que estudam Espanhol.

Temos os seguintes dados: $\boldsymbol{n(I) = 170;\ n(E) = 180;\ n(I \cup E) = 300.}$

Aplicando a fórmula do **número de elementos da união**:

$$\boldsymbol{n(I \cup E) = n(I) + n(E) - n(I \cap E)}$$

$$300 = 170 + 180 - n(I \cap E)$$

$$n(I \cap E) = 350 - 300$$

$$\boldsymbol{n(I \cap E) = 50}$$

Como era de esperar, usando os três métodos chegamos ao mesmo resultado. Você perceberá ao longo das demais questões que, invariavelmente, utilizaremos um dos três métodos demonstrados.

**(TRT-PE/2018) Em uma empresa com 120 funcionários, 42 recebem vale-transporte e 95 recebem vale-refeição. Sabendo que todos os funcionários da empresa recebem ao menos um desses dois benefícios, o total de funcionários que recebem ambos os benefícios é igual a**

(A) 25.
(B) 17.
(C) 15.
(D) 19.
(E) 20.

**RESOLUÇÃO:**

Podemos resolver essa questão usando o macete para problemas com 2 conjuntos em que é solicitada a interseção. Basta somar as quantidades de elementos dos dois conjuntos (42 + 95 = 137) e subtrair o total (120), ficando com 137 – 120 = 17 pessoas na interseção, ou seja, pessoas que recebem os dois benefícios.

**Gabarito: B.**

## 10. Conjuntos Numéricos

Chamamos de **conjuntos numéricos** aqueles em que todos os seus elementos são números, de modo que existem infinitas possibilidades de formação para tais conjuntos. Todavia, neste tópico vamos focar nos **conjuntos numéricos fundamentais**.

É muito provável que você já tenha visto o conteúdo a seguir há muuuuito tempo atrás, ainda nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Entretanto, cabe relembrá-los agora!

### *10.1. Números Naturais*

Os **números naturais** têm esse nome por serem aqueles mais intuitivos, de "contagem natural". Simbolizamos por um ℕ (**n** maiúsculo). Ele é formado por todos os números inteiros não negativos, tendo como primeiro elemento o número zero:

$$\mathbb{N} = \{\mathbf{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots}\}$$

Na descrição anterior, as **reticências** que aparecem à direita indicam que o conjunto dos números naturais possui **infinitos** elementos.

Um importante **subconjunto de** ℕ é chamado de ℕ* e é dado por todos os **números naturais estritamente positivos**, ou seja, o conjunto ℕ excluindo-se o zero.

$$\mathbb{N}^* = \{\mathbf{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots}\}$$

Em relação aos números naturais, é muito importante que tenhamos em mente os seguintes conceitos básicos:

a) **Sucessor**: é o **próximo número natural**. Isto é, o sucessor de 2 é 3, e o sucessor de 21 é 22. Genericamente falando, o sucessor do número "n" é o número "n + 1".

Inclusive, podemos afirmar que **todo número natural possui um sucessor**!

b) **Antecessor**: é o **número natural anterior**. Isto é, o antecessor de 2 é 1, e o antecessor de 21 é 20. Genericamente falando, o antecessor do número "n" é o número "n - 1".

Observe que o número natural **zero não possui antecessor**, pois é o primeiro número desse conjunto.

c) **Números consecutivos**: são **números em sequência**. Assim, {2,3,4} são números consecutivos, porém {2, 5, 4} não são. Em termos genéricos, {n-1, n e n+1} são números consecutivos.

d) **Números naturais pares**: {0, 2, 4...}. Número par é aquele que, **ao ser dividido por 2, não deixa resto**. Por isso o zero também é par.

e) **Números naturais ímpares**: {1, 3, 5...}. **Ao serem divididos por 2, deixam resto 1**.

### *10.2. Números Inteiros*

Os **números inteiros** são os **números naturais e seus respectivos opostos** (negativos). Simbolizamos por um ℤ (z maiúsculo).

$$\mathbb{Z} = \{\mathbf{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\ldots}\}$$

Observe que todos os elementos do conjunto dos números naturais também pertencem ao conjunto Z, de modo que **ℕ é um subconjunto de ℤ**:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

Além disso, na tabela a seguir destacamos importantes **subconjuntos de ℤ**:

| Conjunto | Descrição |
|---|---|
| $\mathbb{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\ldots\}$ | Conjunto dos números inteiros não nulos |
| $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4\ldots\} = \mathbb{N}$ | Conjunto dos números inteiros não negativos |
| $\mathbb{Z}_- = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0\}$ | Conjunto dos números inteiros não positivos |
| $\mathbb{Z}_+^* = \{1, 2, 3, 4\ldots\} = \mathbb{N}^*$ | Conjunto dos números inteiros positivos |
| $\mathbb{Z}_-^* = \{\ldots, -4, -3, -2, -1\}$ | Conjunto dos números inteiros negativos |

Por fim, trazemos a sua atenção um conceito básico, mas cujo entendimento é de grande importância. Estamos falando da **relação de ordem** no âmbito do conjunto **Z**, que consiste em **comparar dois números inteiros** a fim de decidir qual é o **maior** e qual é o **menor** entre eles.

Assim, dados dois números inteiros distintos, **x** e **y**, uma e somente uma das duas situações seguintes será verdadeira:

**x < y** (x é menor do que y) **OU** **x > y** (x é maior do que y)

Nesse sentido, algumas **regras** deverão ser observadas para determinar a ordem entre os números inteiros:

- ✓ Qualquer número positivo é maior do que zero;
- ✓ Qualquer número negativo é menor do que zero;
- ✓ O número zero não é positivo nem negativo;
- ✓ Entre dois **números positivos**, o **menor** é sempre o de **menor valor absoluto** (valor sem sinal). Por exemplo, temos que 2 < 5 e 9 > 4.
- ✓ Entre dois **números negativos**, o **menor** é sempre o de **maior valor absoluto** (valor sem sinal). Por exemplo, temos que -1 > -4 e -7 < -6.

### *10.3. Números Racionais*

O conjunto dos **números racionais** abrange os **quocientes** ou resultados de divisões entre números inteiros, daí a origem do seu símbolo $\mathbb{Q}$ (**q** maiúsculo).

Dessa maneira, os elementos deste conjunto **podem ser representados na forma da divisão de dois números inteiros**. Isto é, são aqueles números que podem ser escritos na forma $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ (lê-se: a dividido por b), em que **a** e **b** são números inteiros.

Observe que todos os elementos do conjunto dos números inteiros também pertencem ao conjunto $\mathbb{Q}$, de modo que $\mathbb{Z}$ **é um subconjunto de** $\mathbb{Q}$:

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Inclusive, salientamos que **o zero também faz parte dos Números Racionais**, pois é plenamente possível escrever $\frac{0}{1}$. Porém, quando escrevemos um número racional na forma $\frac{a}{b}$, o denominador (isto é, o número B) nunca é zero.

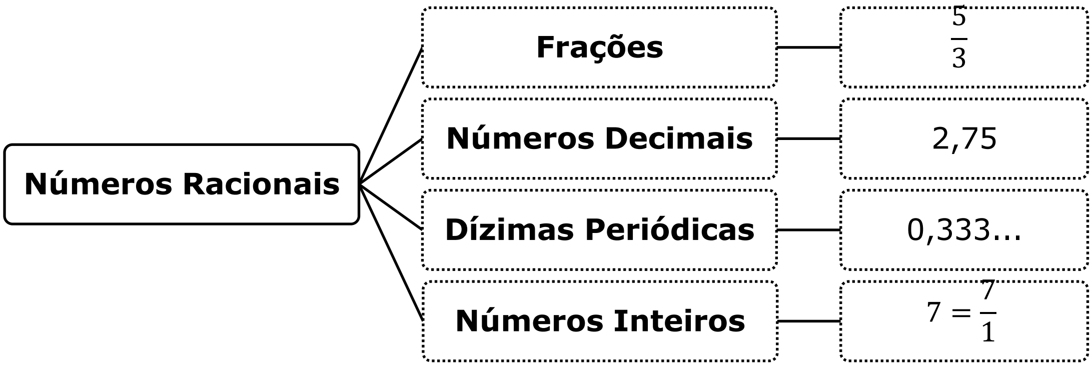
*Porque isso acontece mesmo, professor?*

Isso ocorre porque **a divisão de um número por zero é impossível** (exceto $\frac{0}{0}$, cujo valor é indeterminado).

Portanto, agora podemos definir formalmente o conjunto dos números racionais:

$$\mathbb{Q} = \left\{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}, \textbf{em que a e b} \in \mathbb{Z}, \textbf{com b} \neq \mathbf{0}\right\}$$

Além disso, destacamos que no conjunto dos números racionais temos basicamente 4 tipos de números:



Assim, toda **fração**, todo **número decimal**, toda **dízima periódica** e todo **número inteiro** pertencem ao conjunto $\mathbb{Q}$.

Por fim, similarmente ao que fizemos para os números inteiros, apresentamos importantes subconjuntos de **Q**:

| Conjunto | Descrição |
|---|---|
| $\mathbb{Q}^* = \{x \in Q \mid x \neq 0\}$ | Conjunto dos números racionais não nulos |
| $\mathbb{Q}_+ = \{x \in Q \mid x \geq 0\}$ | Conjunto dos números racionais não negativos |
| $\mathbb{Q}_- = \{x \in Q \mid x \leq 0\}$ | Conjunto dos números racionais não positivos |
| $\mathbb{Q}_+^* = \{x \in Q \mid x > 0\}$ | Conjunto dos números racionais positivos |
| $\mathbb{Q}_-^* = \{x \in Q \mid x < 0\}$ | Conjunto dos números racionais negativos |

### *10.4. Números Irracionais*

Os **Números Irracionais**, simbolizados por **I** (**i** maiúsculo), são aqueles que, ao contrário dos Racionais, **não podem ser obtidos da divisão de dois inteiros** e são formados por uma **sequência infinita de algarismos**. Tratam-se, portanto, de **dízimas não periódicas**, ou seja, números decimais com infinitas casas decimais que não se repetem.

Para exemplificar, na obtenção da raiz quadrada do algarismo 2 e do algarismo 3, nos deparamos com números irracionais:

$$\sqrt{\mathbf{2}} = \mathbf{1,414213562373095}\ldots$$

$$\sqrt{\mathbf{3}} = \mathbf{1,732050807568877}\ldots$$

Da mesma forma, o conhecido número **π** ("pi"), muito utilizado na trigonometria, possui infinitas casas decimais que não se repetem como em uma dízima periódica, o que faz dele um número irracional:

$$\boldsymbol{\pi} = \mathbf{3,1415926535..}$$

### 10.5. Números Reais

O conjunto dos **Números Reais**, simbolizado por um $\mathbb{R}$ (**r** maiúsculo), é formado pela **união dos números Racionais e Irracionais**:

$$\mathbb{R} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R} \mid \mathbf{x} \in \mathbb{Q} \ \mathbf{ou} \ \mathbf{x} \in \mathbf{I}\}$$

Desta forma, podemos dizer que o conjunto dos Números Naturais está contido no dos Inteiros, que está contido no dos Racionais, que está contido no dos Reais:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Além disso, também afirmamos que o conjunto dos Números Irracionais está contido no dos Números Reais:

$$\boldsymbol{I} \subset \mathbb{R}$$

Por fim, apresentamos importantes subconjuntos dos números reais:

| Conjunto | Descrição |
|---|---|
| $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$ | Conjunto dos números reais não nulos |
| $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ | Conjunto dos números reais não negativos |
| $\mathbb{R}_- = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$ | Conjunto dos números reais não positivos |
| $\mathbb{R}_+^* = \{x \in R \mid x > 0\}$ | Conjunto dos números reais positivos |
| $\mathbb{R}_-^* = \{x \in R \mid x < 0\}$ | Conjunto dos números reais negativos |

**(Pref Guaxupé/2010) Marque a afirmativa verdadeira:**

a) Todo número real é racional.
b) Todo número inteiro não é natural.
c) Todo número irracional é real.
d) Todo número racional não é inteiro.
e) Todo número racional é natural.

**RESOLUÇÃO:**

Em cada alternativa é apresentada uma afirmação a respeito de possíveis associações entre os conjuntos numéricos. Nesse sentido, precisamos ter em mente as seguintes relações:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$
$$I \subset \mathbb{R}$$

Agora precisamos analisar cada alternativa:

a) Todo número real é racional. => **Errado**, na verdade todos os racionais pertencem ao conjunto dos números reais, mas o contrário sem sempre é verdade.

b) Todo número inteiro não é natural. => **Errado**, todos os naturais pertencem ao conjunto dos números inteiros.

c) Todo número irracional é real. => **Certo**, esse é o nosso gabarito, pois todo irracional pertence ao conjunto dos números reais.

d) Todo número racional não é inteiro. => **Errado**, o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais.

e) Todo número racional é natural. => **Errado**, já que existem racionais que não são naturais.

**Gabarito: C.**

**(SUSEP/2006) Indique qual dos números abaixo é um número irracional.**

a) 0
b) 0,5
c) 0,33...
d) 1/3
e) π, que mede a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro.

**RESOLUÇÃO:**

Os **Números Irracionais** são aqueles que **não podem ser obtidos da divisão de dois inteiros** e são formados por uma sequência infinita de algarismos. Um dos principais membros dessa classe é o conhecido número π ("pi"), que possui infinitas casas decimais que não se repetem como em uma dízima periódica, o que faz dele um número irracional:

$$\boldsymbol{\pi = 3,1415926535\ldots}$$

**Gabarito: E.**

**(SEFAZ-ES/2008) Sejam A = {n ∈ $N_+$; n é par}, B = {n ∈ $N_+$; n é ímpar} e C = {n ∈ $N_+$; n é primo}, em que $N_+$ é o conjunto dos números naturais estritamente positivos. Com base nesses dados, julgue o item a seguir.**

O conjunto $N_+ - (A \cup B)$ é vazio.

**RESOLUÇÃO:**

Note que a **união** entre os conjuntos A e B abrange todos os números naturais positivos que são pares ou ímpares. Logo:

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{N}_+$$

Por sua vez, a **diferença** entre tais conjuntos é dada por:

$$\mathbf{N}_+ - (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) = \mathbf{N}_+ - \mathbf{N}_+ = \emptyset$$

**Gabarito: Certo.**

# QUESTÕES COMENTADAS

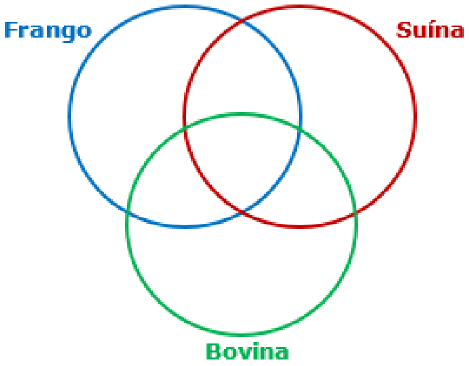
**Texto para as próximas questões**

**Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.**

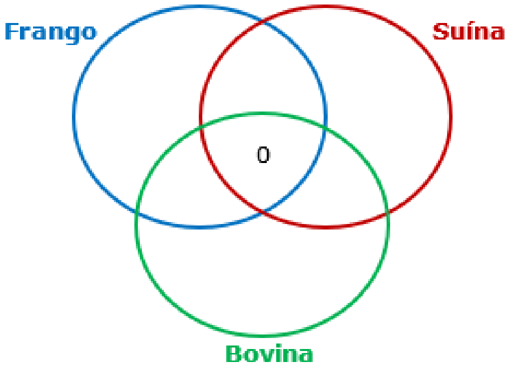
1. **(CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.**

**RESOLUÇÃO:**

No seguinte diagrama iremos inserir a distribuição dos produtos nos contêineres:



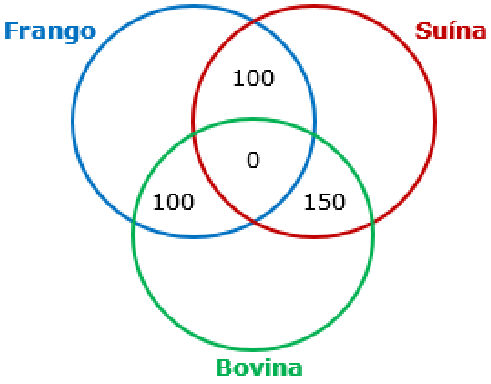
O enunciado informa que nenhum contêiner foi carregado com os três produtos. Logo:



Com relação às interseções de dois conjuntos, o enunciado apresenta as seguintes:

- 100 foram carregados com frango e carne bovina
- 150 foram carregados com carne suína e bovina

- 100 foram carregados com franco e carne suína



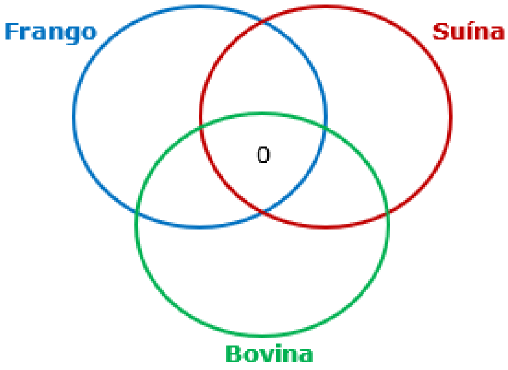
É dito que há ao todo 450 contêineres com carne suína. Porém, já alocamos 100 + 150 = 250 deles, de modo que restam 450 – 250 = **200**, que terão apenas carne **suína**. Portanto, o item está **errado**, pois afirmou que seriam 250 contêineres nesta situação.

**Gabarito: Errado.**

2. **(CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.**

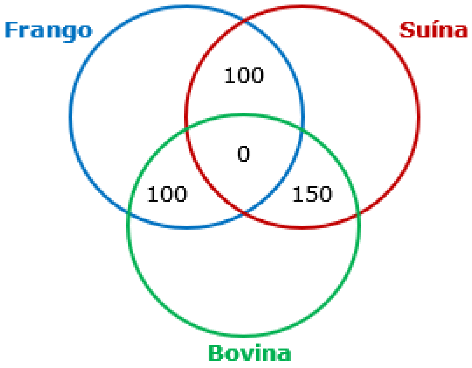
**RESOLUÇÃO:**

O enunciado informa que nenhum contêiner foi carregado com os três produtos. Logo:



Com relação às interseções de dois conjuntos, o enunciado apresenta as seguintes:

- 100 foram carregados com frango e carne bovina
- 150 foram carregados com carne suína e bovina
- 100 foram carregados com franco e carne suína



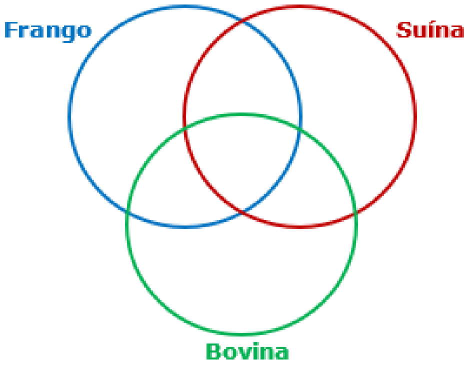
É dito que há ao todo 300 contêineres com carne bovina. Porém, já alocamos 100 + 150 = 250 deles, de modo que restam 300 – 250 = **50**, que terão apenas carne **bovina**.

**Gabarito: Certo.**

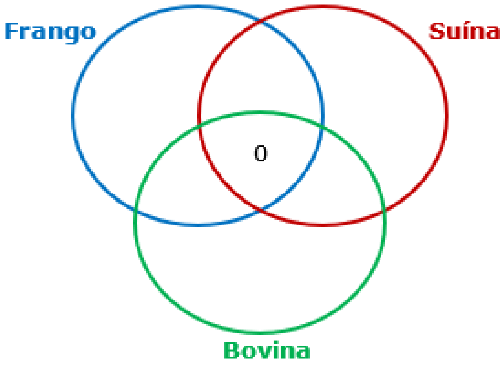
3. **(CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.**

**RESOLUÇÃO:**

No seguinte diagrama iremos inserir a distribuição dos produtos nos contêineres:

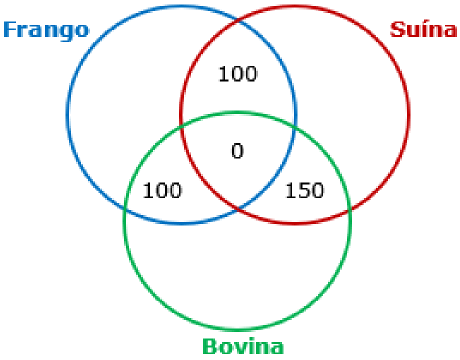


O enunciado informa que nenhum contêiner foi carregado com os três produtos. Logo:

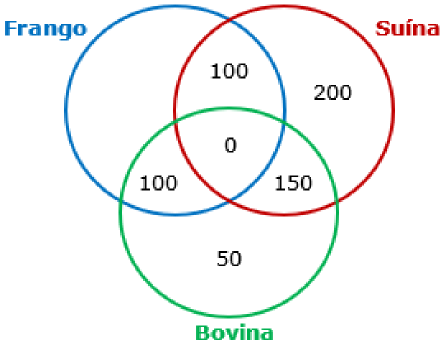


Com relação às interseções de dois conjuntos, o enunciado apresenta as seguintes:

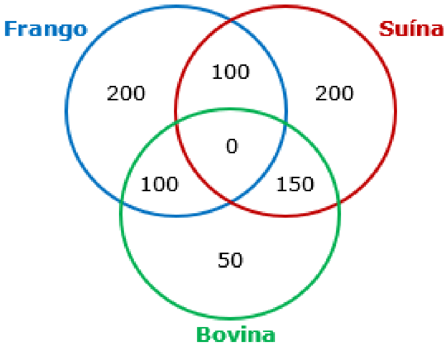
- 100 foram carregados com frango e carne bovina
- 150 foram carregados com carne suína e bovina
- 100 foram carregados com franco e carne suína



É dito que há ao todo 450 contêineres com carne suína. Porém, já alocamos 100 + 150 = 250 deles, de modo que restam 450 – 250 = **200**, que terão apenas carne **suína**. Também existem ao todo 300 contêineres com carne bovina. Porém, já alocamos 100 + 150 = 250 deles, de modo que restam 300 – 250 = **50**, que terão apenas carne **bovina**.



Até agora computamos 100 + 100 + 200 + 150 + 50 = 600 contêineres, de forma que para completar 800, faltam **200**, que terão apenas **frango**.



Portanto, o número de contêineres que terão **frango** congelado é dado por: $200 + 100 + 100 = \mathbf{400}$.

**Gabarito: Certo.**

4. **(CESPE/Polícia Federal/2018) Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue.**

Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

**RESOLUÇÃO:**
Conforme as informações apresentadas no enunciado, temos:

$$n(A\ ou\ B) = 25$$
$$n(B) = 11$$
$$n(A\ e\ B) = 6$$

Dessa forma, ficamos com:

$$n(A\ ou\ B) = n(A) + n(B) - n(A\ e\ B)$$
$$25 = n(A) + 11 - 6$$
$$\boldsymbol{n(A) = 20}$$

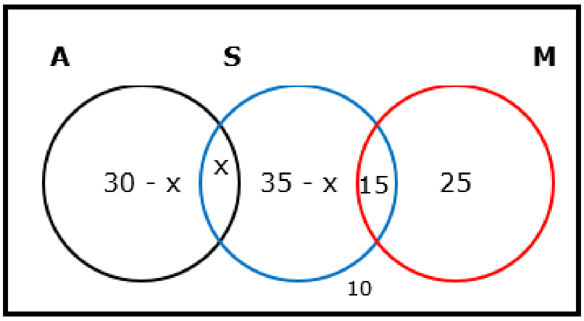
Portanto, se considerarmos que 11 passageiros estiveram no país B, então realmente **mais de 15 estiveram em A**.

**Gabarito: Certo.**

5. **(CESPE/DPU/2016) Na zona rural de um município, 50% dos agricultores cultivam soja; 30%, arroz; 40%, milho; e 10% não cultivam nenhum desses grãos. Os agricultores que produzem milho não cultivam arroz e 15% deles cultivam milho e soja. Considerando essa situação, julgue o item que se segue.**

Em exatamente 30% das propriedades, cultiva-se apenas milho.

**RESOLUÇÃO:**
O diagrama a seguir representa a situação exposta no enunciado, sendo que os valores estão em termos percentuais:



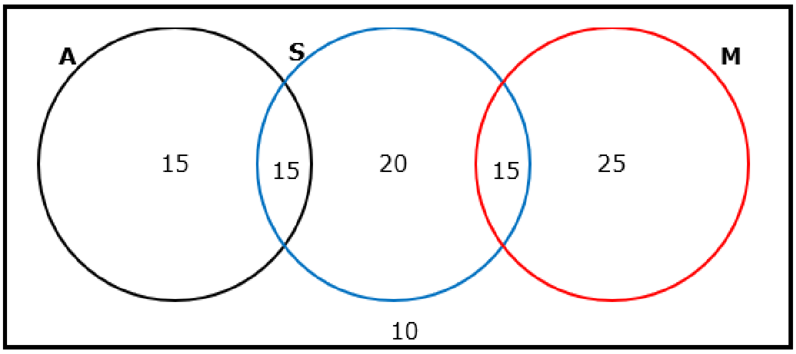
Como chegamos a esses valores? Bem, vamos detalhar os cálculos:

- ✓ Os conjuntos **A** e **M** não se tocam, porque foi dito que os agricultores que produzem milho não cultivam arroz;
- ✓ Existem 10% fora dos círculos relativos àqueles que não cultivam nenhum dos grãos;
- ✓ Há 15% na interseção entre **M** e **S**, correspondentes aos que cultivam milho **e** soja;
- ✓ Visto que o total de milho é 40%, e como já foram alocados 15% na interseção com o conjunto **S**, então restam 40 – 15 = 25% que plantam apenas milho;
- ✓ Seja **x** o percentual de agricultores que plantam arroz **e** soja. A fim de completar os 30% que cultivam arroz, faltam **30 – x por cento**;
- ✓ Em soja há 50% e já foram alocados **15 + x por cento**, faltando **35 – x** para completar.

Muito bem, agora precisamos calcular o valor de x, sabendo que a soma de todos os percentuais deve resultar em 100%:

$$25 + 15 + (35 - x) + x + (30 - x) + 10 = 100$$
$$115 - x = 100$$
$$\boldsymbol{x = 15}$$

Assim, podemos ajustar o nosso diagrama:



Portanto, temos cultivo de milho em apenas 25% dos casos, e não em exatamente 30% das propriedades, como informou o enunciado.

**Gabarito: Errado.**

6. **(CESPE /INSS/2016) Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, $\boldsymbol{B \subset C}$, então $\boldsymbol{(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B}$.**

**RESOLUÇÃO:**

O enunciado apresenta a seguinte relação:

$$(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$$

$$(C - A) \cap (A \cup B) = C \cap B$$

Aplicando a **propriedade distributiva**, temos:

$$[C \cap (A \cup B)] - [A \cap (A \cup B)] = C \cap B$$

Considerando que B está contido em C, então C ∩ B = B. Além disso, visto que A ∪ B está contido em C, então C ∩ (A ∪ B) = (A ∪ B). Ademais, levando em conta que A está contido em A ∪ B, temos que A ∩ (A ∪ B) = A. Assim, tais operações resultam:

$$(A \cup B) - A = B$$
$$B - (B \cap A) = B$$

Bem, essa igualdade só será válida no caso de a interseção entre A e B for nula, o que não foi dito no enunciado.

**Gabarito: Errado.**

7. **(CESPE/INSS/2016) Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:**

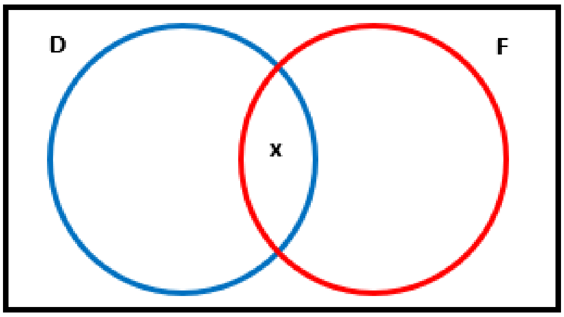
**A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e**
**B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).**

**Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante). A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não fumantes). Com base nessas informações, julgue o item.**

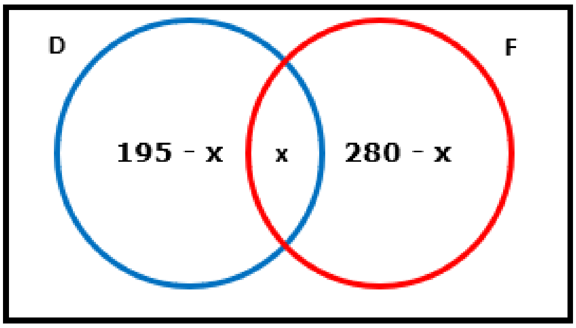
Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

**RESOLUÇÃO:**

Considere o diagrama a seguir em que **D** representa o conjunto dos **diabéticos** no grupo **A** e **F**, o dos **fumantes** no grupo **A**. O **x** corresponde ao número de pessoas que são **diabéticos e fumantes**.



Uma vez que **x** representa uma parte dos 195 diabéticos, restam **195 – x** que têm diabetes, mas que não fumam. Do mesmo modo, **x** também representa parte dos 280 fumantes, restando **280 – x** que fumam, mas não têm diabetes.



Como a soma dos três números deve dar 400, fazemos:

$$\mathbf{(195 - \boldsymbol{x}) + \boldsymbol{x} + (280 - \boldsymbol{x}) = 400}$$
$$475 - x = 400$$
$$\boldsymbol{x} = \mathbf{75}$$

Portanto, temos que 195 – 75 = **120** pessoas do grupo **A** são diabéticas e não são fumantes, o que torna o item **certo**.

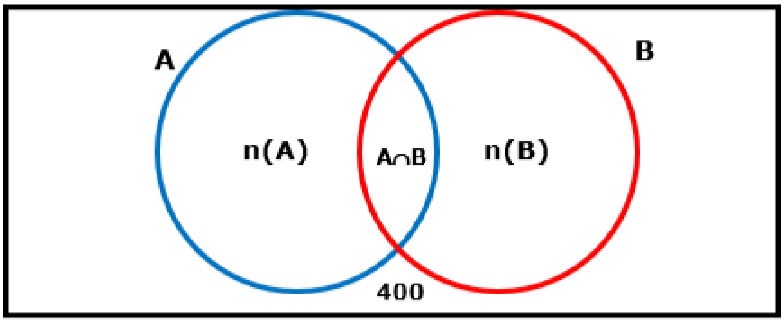
**Gabarito: Certo.**

8. **(CESPE/Polícia Federal/2014) A partir de uma amostra de 1.200 candidatos a cargos em determinado concurso, verificou-se que 600 deles se inscreveram para o cargo A, 400 se inscreveram para o cargo B e 400, para cargos distintos de A e de B. Alguns que se inscreveram para o cargo A também se inscreveram para o cargo B. A respeito dessa situação hipotética, julgue o item subsecutivo.**

Menos de 180 candidatos se inscreveram no concurso para os cargos A e B.

**RESOLUÇÃO:**
Definiremos os seguintes conjuntos:
**A** = conjuntos dos candidatos que se inscreveram para o cargo A;
**B** = conjuntos dos candidatos que se inscreveram para o cargo B.

Representaremos por um retângulo o **conjunto universo** da questão, que é formado por todos os candidatos ao concurso. E dentro dele, desenharemos os conjuntos **A** e **B**. Já o número 400, fora dos círculos, indica o número de candidatos que não se inscreveram a nenhum dos cargos **A** e **B**.



Ora, se são 1.200 candidatos no total e 400 deles se inscreveram para outros cargos, então:

$$\mathbf{1.200 - 400 = 800}$$

Isso significa que 800 candidatos se inscreveram para **A ou B**, de forma que:

$$\boldsymbol{n(A \cup B) = 800}$$

Aplicando a fórmula do **número de elementos da união**:

$$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$
$$800 = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$800 = 600 + 400 - n(A \cap B)$$
$$\boldsymbol{n(A \cap B)} = 600 + 400 - 800 = \mathbf{200}$$

Portanto, **200 candidatos se inscreveram para A e B**, de modo que o item está **errado**.

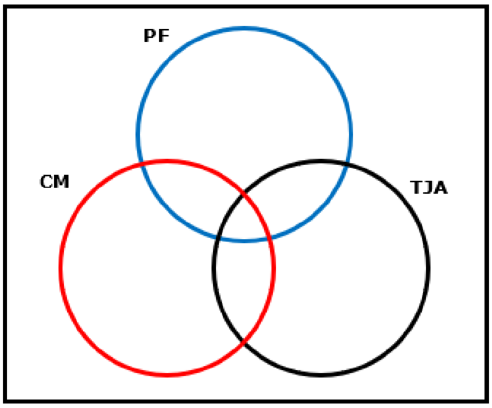
**Gabarito: Errado.**

9. **(CESPE/PM-CE/2014) Uma pesquisa realizada com um grupo de turistas que visitaram, em Fortaleza, a praia do Futuro (PF), o teatro José Alencar (TJA) e a catedral Metropolitana (CM) apresentou as seguintes informações:**
**- 70 turistas visitaram a PF;**
**- 80 turistas visitaram o TJA;**
**- 70 turistas visitaram a CM;**
**- 30 turistas visitaram apenas a PF;**
**- 50 turistas visitaram a CM e o TJA;**
**- 25 turistas visitaram a PF e a CM;**
**- 20 turistas visitaram esses três pontos turísticos;**
**- cada um dos turistas visitou pelo menos um dos três pontos turísticos.**
**Com base nessas informações, julgue o item a seguir.**

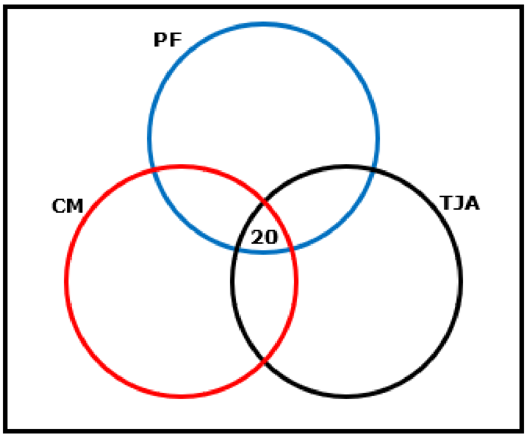
O número de turistas que visitou a PF e o TJA é superior a 30.

**RESOLUÇÃO:**

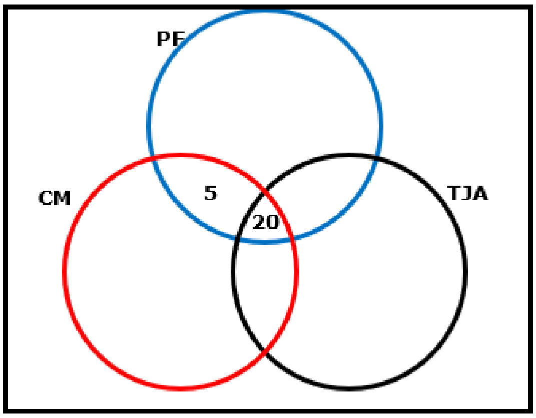
Façamos um diagrama para representar as quantidades de cada conjunto.



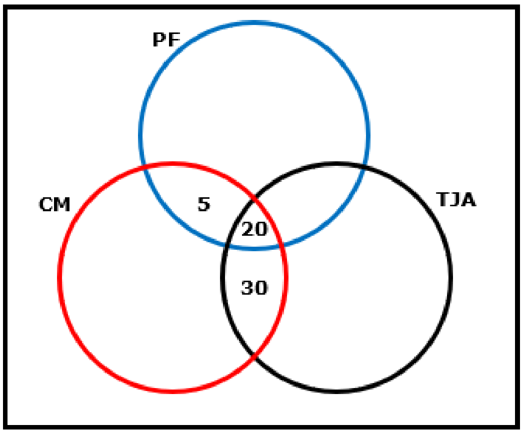
O enunciado afirma que 20 turistas visitaram os três pontos turísticos:



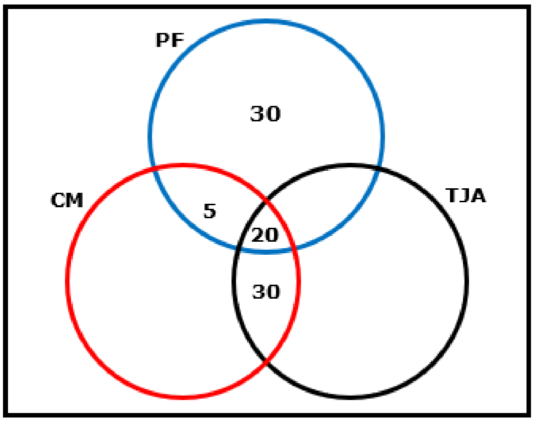
Em seguida, é dito que 25 turistas visitaram PF e CM. Utilizando a técnica descrita no 1º método de resolução, precisamos subtrair a interseção (isto é, 20), a fim de encontrar turistas que visitaram exclusivamente PF e CM. Logo:



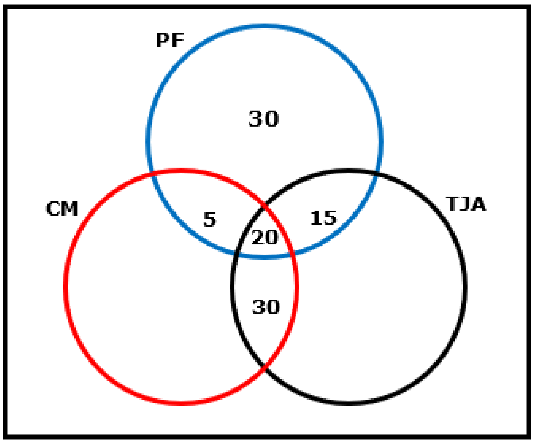
Também foi informado que 50 turistas visitaram CM e TJA. Com a interseção já foram alocados 20 destes 50, de modo que faltam 30.



30 turistas visitaram apenas a PF. Assim:



Além disso, é dito que 70 visitaram a PF. Já alocamos 30 + 20 + 5 = 55. Faltam 15:



A interseção entre os conjuntos dos turistas que visitaram PF e TJA apresenta 20 + 15 = 35 elementos. Logo, 35 pessoas visitaram a PF e o TJA.

**Gabarito: Certo.**

**10. (CESPE/PM-CE/2014) Uma pesquisa realizada com um grupo de turistas que visitaram, em Fortaleza, a praia do Futuro (PF), o teatro José Alencar (TJA) e a catedral Metropolitana (CM) apresentou as seguintes informações:**

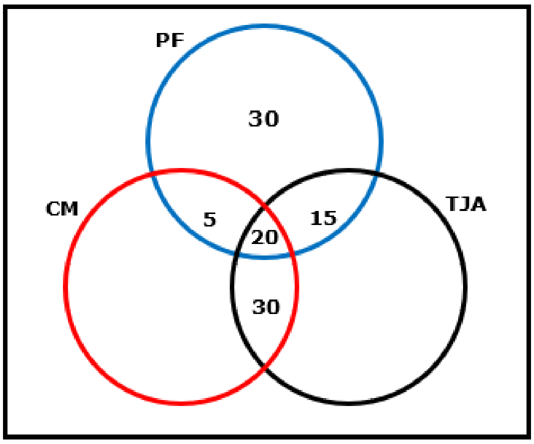
**- 70 turistas visitaram a PF;**
**- 80 turistas visitaram o TJA;**
**- 70 turistas visitaram a CM;**
**- 30 turistas visitaram apenas a PF;**
**- 50 turistas visitaram a CM e o TJA;**
**- 25 turistas visitaram a PF e a CM;**
**- 20 turistas visitaram esses três pontos turísticos;**
**- cada um dos turistas visitou pelo menos um dos três pontos turísticos.**

**Com base nessas informações, julgue o item a seguir.**

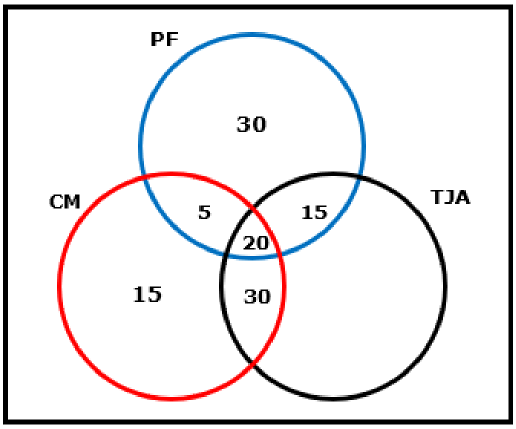
O número de turistas que visitou apenas a CM é inferior a 10.

**RESOLUÇÃO:**

Bem, o último diagrama que obtivemos no item anterior indica:



O enunciado também nos informa que ***70 turistas visitaram a CM***. Já alocamos 30 + 20 + 5 = 55. Para completar 70, faltam ***15***. Logo:



Perceba, meu caro aluno, que **15 turistas visitaram apenas a CM**, o que torna o item **errado**.

**Gabarito: Errado.**

**11. (CESPE/PM-CE/2014) Uma pesquisa realizada com um grupo de turistas que visitaram, em Fortaleza, a praia do Futuro (PF), o teatro José Alencar (TJA) e a catedral Metropolitana (CM) apresentou as seguintes informações:**

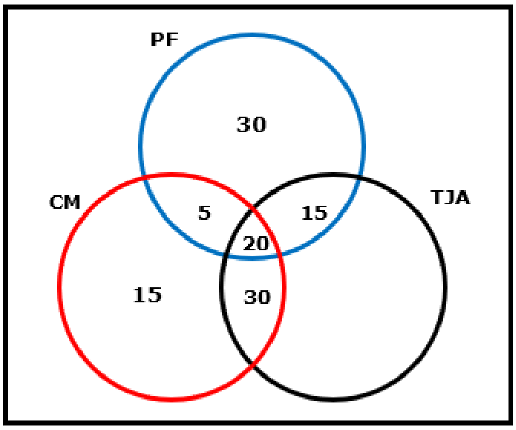
**- 70 turistas visitaram a PF;**
**- 80 turistas visitaram o TJA;**
**- 70 turistas visitaram a CM;**
**- 30 turistas visitaram apenas a PF;**
**- 50 turistas visitaram a CM e o TJA;**
**- 25 turistas visitaram a PF e a CM;**
**- 20 turistas visitaram esses três pontos turísticos;**
**- cada um dos turistas visitou pelo menos um dos três pontos turísticos.**

**Com base nessas informações, julgue o item a seguir.**

O número de turistas que visitou pelo menos dois dos três pontos turísticos é superior a 75.

**RESOLUÇÃO:**

O diagrama a que chegamos no item anterior demonstra o seguinte:



Considerando apenas as interseções, temos: 15 + 20 + 30 + 5 = 70 pessoas. Logo, **70 turistas visitaram dois ou mais pontos turísticos**. Portanto, o item está ***errado*** ao afirmar que o número de turistas que visitou pelo menos dois dos três pontos turísticos é superior a 75.

**Gabarito: Errado.**

**12. (CESPE/SEFAZ-ES/2013) Ao analisar uma listagem de 1.000 contribuintes com alguma pendência com a fazenda pública, um servidor constatou que, no último ano, 300 deles não tinham efetuado o pagamento do IPTU, 450 não haviam pagado o IRPF e outros 500 não haviam pagado o IPVA de algum veículo em seu nome. Constatou também que esses contribuintes deviam ou um ou os três tributos. Nesse caso, a quantidade de contribuintes que deviam os três tributos é igual a**

a) 115.
b) 125.

c) 135.
d) 95.
e) 105.

**RESOLUÇÃO:**
Sejam **A**, **B** e **C** os conjuntos dos contribuintes que deviam IPTU, IRPF e IPVA, respectivamente. Somando as quantidades de contribuintes em cada conjunto, obtemos:

$$300 + 450 + 500 = \mathbf{1.250}$$

Já percebemos um problema! Ora, **o total deveria ser igual a 1.000**, que corresponde ao número de contribuintes na listagem. O problema é que houve contribuintes com dívidas nos três impostos. Tais contribuintes foram contados 3 vezes, uma em cada conjunto. Como resolver isso? Vejamos...

Seja **x** a quantidade de contribuintes que pertencem aos três conjuntos. No montante obtido de 1.250, **x** foi computado 3 vezes. Bem, uma destas três vezes seria correta. Já as outras duas foram indevidas, tornando-se mera repetição. Daí, precisamos eliminar a contagem indevida, a fim de chegarmos ao valor 1.000. Assim:

$\mathbf{1.250 - 2x = 1.000}$
$1.250 - 1.000 = 2x$
$250 = 2x$
$\mathbf{x = 125}$

Portanto, **a quantidade de contribuintes que deviam os três tributos é igual a 125**.
**Gabarito: B.**

**13. (CESPE/ANATEL/2012) Para cada x = 0, 1, 2, 3 ou 4, a partir de um conjunto E de pessoas, $E_x$ corresponde ao conjunto de indivíduos do conjunto E que são clientes de pelo menos x operadoras de telefonia móvel e $N_x$, à quantidade de elementos de $E_x$. Considerando essas informações, julgue o item que se segue.**

Se x e y forem elementos do conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $x \leq y$, então, $E_y$ será um subconjunto de $E_x$.

**RESOLUÇÃO:**
A resolução inicial é idêntica à questão anterior. Sejam:
- **$E_4$**: conjunto das pessoas clientes de pelo menos 4 operadoras;
- **$E_3$**: conjunto das pessoas clientes de pelo menos 3 operadoras;

Ora, todo mundo que é elemento de **$E_4$** também é elemento de **$E_3$**. Isso acontece porque para quem é cliente de 4 operadoras (elemento de $E_4$), é correto afirmar que também é cliente de pelo menos 3 operadoras. Assim, **$E_4$ está contido em $E_3$**. Seguindo o mesmo raciocínio, descobrimos que **$E_3$ está contido em $E_2$**; e que **$E_2$ está contido em $E_1$**. Bem, é dito que $x \leq y$. Então, como vimos, **$E_y$ é subconjunto de $E_x$**. Por exemplo, se **$x = 3$** e **$y = 4$**, obtemos **$E_4$** e **$E_3$**. E, como já constatamos **$E_4$ é subconjunto de $E_3$**.

**Gabarito: Certo**.

14. **(CESPE/Polícia Federal/2012) Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas – aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual – e a pornografia infantil – envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais. Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.**

Dez denúncias foram classificadas apenas como crime de tráfico de pessoas.

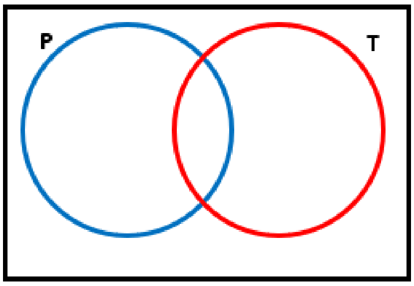
**RESOLUÇÃO:**

Inicialmente, definiremos os seguintes **conjuntos**:

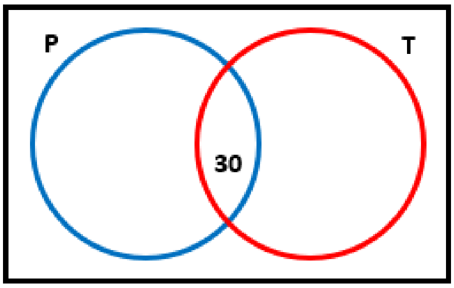
**P**: conjunto das denúncias que se enquadram como pornografia infantil;

**T**: conjunto das denúncias que se enquadram como tráfico de pessoas.

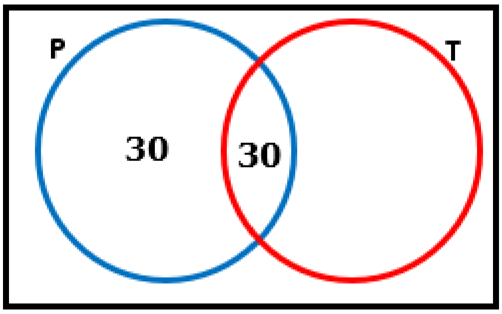
Em seguida, montamos um **diagrama** para indicar as quantidades de crimes de cada tipo:



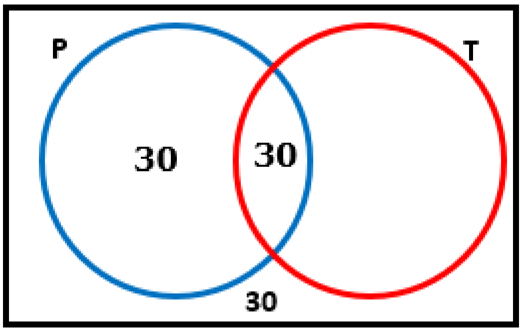
Bem, o enunciado afirma que 30 denúncias se enquadravam como tráfico de pessoas **e** como pornografia infantil;



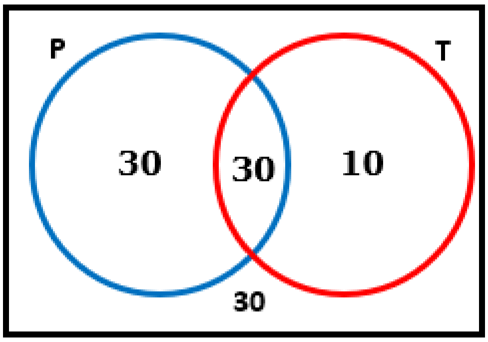
Além disso, foi informado que 60 denúncias se referem à pornografia infantil. Utilizando a técnica descrita no 1º método de resolução, precisamos subtrair a interseção (isto é, 30), a fim de encontrar as denúncias que se enquadram exclusivamente como pornografia infantil. Logo:



Ademais, sabemos que 30 denúncias não se enquadram em nenhum dos casos acima:



Por fim, para completar as 100 denúncias, faltam 10 crimes, que só podem ocupar a única região restante do diagrama:



Portanto, **10 denúncias se referem a crimes classificados apenas como tráfico de pessoas**, o que torna o item **certo**.

**Gabarito: Certo.**

15. **(CESPE/Polícia Federal/2012) Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas – aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual – e a pornografia infantil – envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais. Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.**

Os crimes de tráfico de pessoas foram mais denunciados que os de pornografia infantil.

**RESOLUÇÃO:**
Conforme vimos no item anterior, existem 10 + 30 = **40 denúncias que se enquadram como tráficos de pessoas**, enquanto que 30 + 30 = **60 denúncias se enquadram como pornografa infantil**. Portanto, os crimes de tráfico de pessoas **não** foram mais denunciados que os de pornografia infantil, o que torna o item **errado**.
**Gabarito: Errado.**

16. **(CESPE/Polícia Civil-CE/2012) Dos 420 detentos de um presídio, verificou-se que 210 foram condenados por roubo, 140, por homicídio e 140, por outros crimes. Verificou-se, também, que alguns estavam presos por roubo e homicídio. Acerca dessa situação, julgue o item seguinte.**

Menos de 60 dos detentos estavam presos por terem sido condenados por roubo e homicídio.

**RESOLUÇÃO:**
Sejam:
**R**: conjunto dos detentos condenados por roubo;
**H**: conjunto dos detentos condenados por homicídio.

Vamos ainda considerar que:
**n(R)**: número dos detentos condenados por roubo;
**n(H)**: número dos detentos condenados por homicídio.

Devemos ter em mente que o número de roubos OU homicídio é dado pelo número total de detentos subtraído do número de detentos que não cometeram nenhum dos dois crimes. Logo:

$$\boldsymbol{n(R\ ou\ H)\ =\ 420 - 140\ =\ 280}$$

Aplicando a fórmula do **número de elementos da união**:

$$\boldsymbol{n(R \cup H) = n(R) + n(H) - n(R \cap H)}$$
$$280 = 210 + 140 - n(R \cap H)$$
$$\boldsymbol{n(R \cap H) = 70}$$

Visto que 70 é maior que 60, o item está **errado**.
**Gabarito: Errado.**

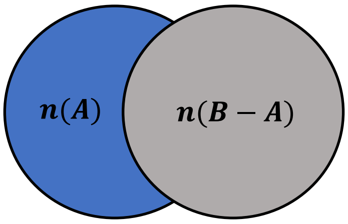
**17. (CESPE/SEFAZ-ES/2008) Considere que A e B sejam conjuntos finitos e não-vazios e sejam $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$ e $s_6$ os seguintes números inteiros:**

- **$s_1$: quantidade de elementos do conjunto A;**
- **$s_2$: quantidade de elementos do conjunto B;**
- **$s_3$: quantidade de elementos do conjunto A ∪ B;**
- **$s_4$: quantidade de elementos do conjunto A ∩ B;**
- **$s_5$: quantidade de elementos do conjunto A\B;**
- **$s_6$: quantidade de elementos do conjunto B\A.**

**Com base nessas informações, julgue o item seguinte.**

Para quaisquer conjuntos A e B nas condições especificadas, $s_3 = s_1 + s_6$.

**RESOLUÇÃO:**
Vamos indicar por $\boldsymbol{n(x)}$ o número de elementos de um conjunto qualquer **x**. O item afirma que: $\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B - A)}$. A **representação gráfica** dos conjuntos é a seguinte:



Repare que em azul temos o conjunto **A**. Os elementos que estão nessa região correspondem a $\boldsymbol{n(A)}$. Já em cinza temos a área correspondente a $\boldsymbol{n(B - A)}$, isto é, elementos que pertencem a **B** e não pertencem a **A**. Somando as duas quantidades, de fato, temos **a quantidade de elementos da união de A ou de B.**

**Gabarito: Certo.**

**18. (CESPE/SEFAZ-ES/2008) Considere que A e B sejam conjuntos finitos e não-vazios e sejam $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$ e $s_6$ os seguintes números inteiros:**

- **$s_1$: quantidade de elementos do conjunto A;**
- **$s_2$: quantidade de elementos do conjunto B;**
- **$s_3$: quantidade de elementos do conjunto A ∪ B;**
- **$s_4$: quantidade de elementos do conjunto A ∩ B;**
- **$s_5$: quantidade de elementos do conjunto A\B;**
- **$s_6$: quantidade de elementos do conjunto B\A.**

**Com base nessas informações, julgue o item seguinte.**

Para quaisquer conjuntos A e B nas condições especificadas, $s_3 + s_4 = s_1 + s_2$.

**RESOLUÇÃO:**

O item afirma que:

$$\boldsymbol{n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)}$$

Passando para o outro lado o número de elementos da interseção entre os conjuntos **A** e **B**, chegamos à equação do **número de elementos da união**:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Assim, o item está certo ao apresentar uma equação que se aplica para quaisquer conjuntos **A** e **B**.

**Gabarito: Certo.**

**19. (CESPE/SEFAZ-ES/2008) Considere que A e B sejam conjuntos finitos e não-vazios e sejam $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$ e $s_6$ os seguintes números inteiros:**

- **$s_1$: quantidade de elementos do conjunto A;**
- **$s_2$: quantidade de elementos do conjunto B;**
- **$s_3$: quantidade de elementos do conjunto A ∪ B;**
- **$s_4$: quantidade de elementos do conjunto A ∩ B;**
- **$s_5$: quantidade de elementos do conjunto A\B;**
- **$s_6$: quantidade de elementos do conjunto B\A.**

**Com base nessas informações, julgue o item seguinte.**

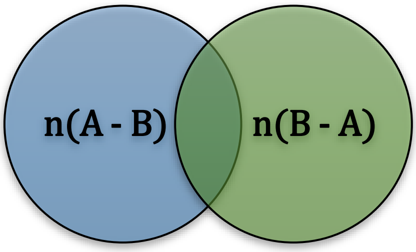
Para quaisquer conjuntos A e B nas condições especificadas, $s_3 = s_5 + s_6$.

**RESOLUÇÃO:**

Neste item afirmou-se que:

$$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A)}$$

Vamos representar os dois conjuntos no seguinte diagrama



Em azul temos a região correspondente a **A – B**, isto é, elementos que pertencem a **A** e não pertencem a **B**. Já em verde claro temos a região correspondente a **B – A**, isto é, elementos que pertencem a **B** e não pertencem a **A**. Note que, somando as duas quantidades, **não temos o número de elementos da união**, pois faltou incluir a região de cor verde escuro, composta pela **interseção** dos conjuntos.

**Gabarito: Errado.**

20. **(CESPE/SEGER-ES/2008) Uma conferência internacional reunirá representantes dos seguintes países: Alemanha, Argentina, Bolívia, Brasil, Canadá, Chile, Colômbia, Escócia, Estados Unidos da América, França, Inglaterra, Peru, Suíça, Uruguai e Venezuela. Se B é o conjunto formado pelos países que participarão da conferência e não pertencem à América do Sul, então o número de subconjuntos formados a partir dos elementos de B é igual a 128.**

**RESOLUÇÃO:**

Inicialmente é preciso notar que o **conjunto universo** para o caso desta questão é formado por todos os países que participarão da conferência internacional. Logo:

**U = {Alemanha, Argentina, Bolívia, Brasil, Canadá, Chile, Colômbia, Escócia, Estados Unidos da América, França, Inglaterra, Peru, Suíça, Uruguai e Venezuela}**.

Além disso, foi informado que o **conjunto B** é formado pelos países que participarão da conferência, mas não pertencem à América do Sul. Logo:

**B = {Alemanha, Canadá, Escócia, Estados Unidos da América, França, Inglaterra, Suíça}**.

Por fim, o enunciado exige que descubramos o **número de subconjuntos** formados a partir dos elementos de **B**. Bem, para determinarmos essa quantidade basta sabermos quantos elementos possui o conjunto em análise, já que o número de subconjuntos é dado por $2^n$, em que **n** é o número de elementos do conjunto. Assim, como **B** possui **7 elementos**, o número de subconjuntos de B é igual a:

$$\mathbf{2^7 = 128}$$

**Gabarito: Certo.**

21. **(CESPE/SEFAZ-ES/2008) Sejam $\boldsymbol{A = \{n \in N+;\ n \text{ é } par\}}$, $\boldsymbol{B = \{n \in N+; n \text{ é } ímpar\}}$ e $\boldsymbol{C = \{n \in N_+; n \text{ é } primo\}}$, em que $N_+$ é o conjunto dos números naturais estritamente positivos. Com base nesses dados, julgue o item a seguir.**

O conjunto $C \cap A$ é vazio.

**RESOLUÇÃO:**

O conjunto **A** abrange todos os números naturais que são **pares** e positivos. Já o conjunto **C** é formado por todos números **primos**. O item afirma que a interseção entre tais conjuntos não possui elementos. Para demonstrar que isso é **falso**, basta conseguir um exemplo que nega o contido na afirmação. Nesse sentido, temos o **número 2** que pertence tanto ao conjunto **A**, pois é natural positivo e par, como ao conjunto **C**, visto que é primo. Desse modo, existe pelo menos um elemento comum aos conjuntos A e C.

**Gabarito: Errado**.

22. **(FCC/CL-DF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a**

a) 126
b) 144
c) 138
d) 132
e) 108

**RESOLUÇÃO:**

O enunciado informa que o total de pessoas que frequenta pelo menos um curso é 150 – 15 = 135. Como 90 alunos frequentam o curso de inglês e 72, o de francês, temos:

$$n(F\ ou\ I) = n(F) + n(I) - n(F\ e\ I)$$
$$135 = 72 + 90 - n(F\ e\ I)$$
$$\boldsymbol{n(F\ e\ I) = 27}$$

Assim, há 27 pessoas que frequentam os dois cursos. Portanto, concluímos que 135 – 27 = 108 pessoas frequentam apenas um curso. Isso já nos permite marcar a letra E como opção correta. Mas, vamos prosseguir para detalhar o número de alunos que frequentam apenas o curso de francês e apenas o curso de inglês. Já que 72 pessoas estudam francês, então 72 – 27 = 45 frequentam apenas o curso de francês. Como 90 estudam inglês, então 90 – 27 = 63 frequentam apenas o curso de inglês. Dessa forma, confirmamos que **o total de pessoas que frequenta apenas um curso é igual a 45 + 63 = 108**.

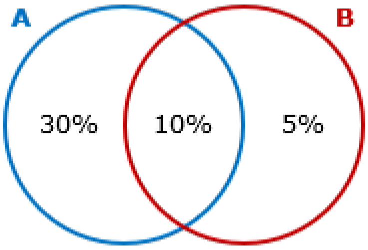
**Gabarito: E.**

23. **(FCC/Detran-MA/2018) Em relação a todos os agentes de trânsito de uma cidade, 40% possuem diploma de curso superior e 15% pretendem se aposentar nos próximos dois anos. Sabe-se ainda que os agentes com diploma de curso superior que pretendem se aposentar nos próximos dois anos representam 10% do total de agentes. Dessa forma, o percentual de agentes de trânsito dessa cidade que não possuem diploma de curso superior nem pretendem se aposentar nos próximos dois anos é igual a**

(A) 35%.
(B) 40%.
(C) 45%.
(D) 50%.
(E) 55%.

**RESOLUÇÃO:**

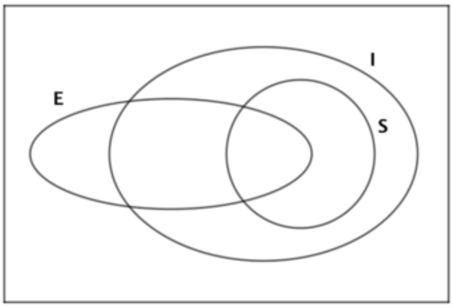
Sejam **A** e **B**, respectivamente, o grupo de pessoas com diploma de curso superior e o grupo que pretende se aposentar nos próximos dois anos. É dito que **n(A) = 40%** e **n(B) = 15%**. É dito que os agentes com diploma de curso superior e que pretendem se aposentar nos próximos dois anos representam 10% do total, ou seja, **n (A ∩ B) = 10%**. No diagrama a seguir estão descritas essas informações:



Assim, fica claro que o total de pessoas com curso superior ou que pretendem se aposentar nos próximos dois anos é de 45% (30% + 10% + 5%), de modo que 100 – 45 = **55%** não atendem a nenhum desses dois critérios.

**Gabarito: E.**

24. **(FCC/ALESE/2018) O diagrama representa algumas informações sobre a escolaridade dos moradores de um município.**



**Dados:**

**I: conjunto de todos os moradores que concluíram um curso de inglês.**

**E: conjunto de todos os moradores que concluíram um curso de espanhol.**

**S: conjunto de todos os moradores que concluíram o Ensino Superior.**

**Em todas as seis regiões do diagrama, há pelo menos um morador representado. Assim, é correto afirmar que se um morador dessa cidade**

(A) concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente concluiu um curso de espanhol.

(B) concluiu um curso de inglês e um de espanhol, então ele necessariamente concluiu o Ensino Superior.

(C) não concluiu um curso de espanhol, então ele necessariamente não concluiu o Ensino Superior.

(D) não concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente não concluiu um curso de espanhol.

(E) não concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente não concluiu o Ensino Superior.

**RESOLUÇÃO:**

Vamos analisar cada alternativa à luz do diagrama apresentado.

*(A) concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente concluiu um curso de espanhol.*

**Errado**. Existem pessoas que concluíram o curso de inglês e que não estão dentro do conjunto E, ou seja, não concluíram espanhol.

*(B) concluiu um curso de inglês e um de espanhol, então ele necessariamente concluiu o Ensino Superior.*

**Errado**. Repare que a interseção entre E e I não está completamente dentro do conjunto S. Ou seja, existem pessoas que fizeram inglês e espanhol, mas não têm nível superior.

*(C) não concluiu um curso de espanhol, então ele necessariamente não concluiu o Ensino Superior.*

**Errado**. Existem pessoas que estão em S (concluíram ensino superior) e não estão em E (não fizeram espanhol).

*(D) não concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente não concluiu um curso de espanhol.*

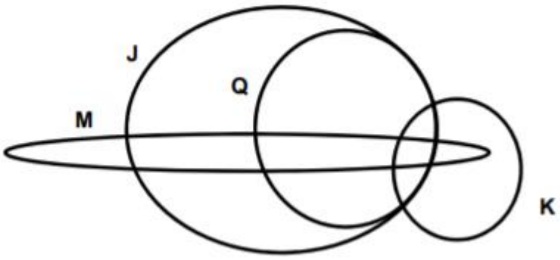
**Errado**. Existe uma região de E que não faz parte de I, ou seja, existem pessoas que não concluíram o curso de inglês mas concluíram o de espanhol.

*(E) não concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente não concluiu o Ensino Superior.*

**Certo**. O conjunto S está contido no conjunto I. Ou seja, todo mundo que concluiu ensino superior também concluiu inglês. Se alguém não concluiu o curso de inglês, certamente também não concluiu o ensino superior.

**Gabarito: E.**

25. **(FCC/TRT 2ª Região/2018) Considere os conjuntos, suas respectivas intersecções e a existência de elementos em todas as regiões do diagrama.**



**A partir dessas informações é correto concluir que**

(A) há elemento de M que seja elemento apenas de M e Q.

(B) qualquer elemento de J que não seja elemento de Q é elemento de M.

(C) há elemento de K que, além de ser de K, é também elemento de J, mas apenas de J.

(D) os elementos de M, que também são elementos de Q, não são apenas elementos desses dois conjuntos.

(E) todo e qualquer elemento de Q é elemento de pelo menos mais dois conjuntos.

**RESOLUÇÃO:**

Vamos analisar cada alternativa, com base no diagrama apresentado:

*(A) há elemento de M que seja elemento apenas de M e Q*. **ERRADO**, não há região que pertença apenas a M e Q.

*(B) qualquer elemento de J que não seja elemento de Q é elemento de M*. **ERRADO**, existem elementos de J que não são de Q e nem são de M (estão em K).

*(C) há elemento de K que, além de ser de K, é também elemento de J, mas apenas de J*. **ERRADO**, a interseção entre K e J também faz parte de Q.

*(D) os elementos de M, que também são elementos de Q, não são apenas elementos desses dois conjuntos*. **CERTO**. Os elementos de M que também fazem parte de Q são também elementos de J.

*(E) todo e qualquer elemento de Q é elemento de pelo menos mais dois conjuntos*. **ERRADO**, pois existe uma região de Q que faz parte de apenas mais um conjunto: J.

**Gabarito: D.**

**26. (FCC/SEFAZ-SC/2018) Em uma pesquisa sobre a preferência dos consumidores, quatro fragrâncias de um detergente foram apresentadas a um grupo de 200 pessoas:**

**– lavanda – coco – limão – maçã**

**Cada pessoa entrevistada teve de escolher as fragrâncias que julgava agradáveis, escolhendo, no mínimo, uma e, no máximo, as quatro. Tabulados os dados da pesquisa, concluiu-se que:**

**– nenhuma pessoa entrevistada gostou de exatamente duas fragrâncias.**

**– 120 das pessoas entrevistadas gostaram da fragrância de coco, mas nenhuma delas gostou apenas dessa fragrância.**

**– 10 pessoas gostaram apenas da fragrância de lavanda e outras 10 gostaram apenas da fragrância de limão.**

**– 85 das pessoas entrevistadas não gostaram da fragrância de maçã.**

**– todas as pessoas entrevistadas que gostaram da fragrância de maçã gostaram, também, da fragrância de limão.**

**– todas as pessoas entrevistadas que gostaram das fragrâncias de lavanda e coco não gostaram da fragrância de maçã.**

**As duas fragrâncias mais escolhidas pelos entrevistados foram**

(A) lavanda e maçã.

(B) limão e lavanda.

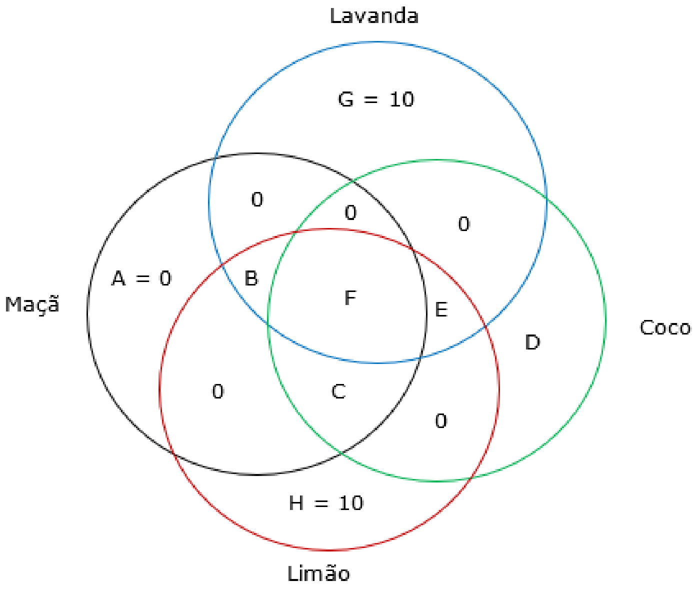
(C) limão e coco.

(D) maçã e limão.

(E) lavanda e coco.

**RESOLUÇÃO:**

Conforme os dados obtidos por meio da entrevista, temos o seguinte diagrama (as letras indicadas representam regiões do diagrama, sendo que onde está marcado "0" é porque não há elementos de acordo com as informações apresentadas):



Note que as conclusões obtidas com os entrevistados nos permitem concluir os seguintes dados para as regiões indicadas no diagrama:

F + C + E = 120

B + F + C = 115

D + G + B + H = 80 → D + B = 60

H + D + E + G = 85 → D + E = 65

B + C + D + E + F = 180

Assim, cada fragrância escolhida abrangerá as seguintes regiões:

Lavanda: B + E + F + G = B + E + F + 10

Maçã: B + C + F = 115
Limão: B + C + E + F + H = B + C + E + F + 10
Coco: C + D + E + F = C + F + 65

Veja que **Limão é maior que Maçã e Lavanda** por incluir mais regiões. Logo, limão já é uma das fragrâncias mais escolhidas pelos entrevistados. Além disso, note que **Lavanda** possui um número maior de regiões abrangidas em comparação a Maçã e Coco.

**Gabarito: B.**

**27. (FCC/TRT-11/2017) Uma construtora convoca interessados em vagas de pedreiros e de carpinteiros. No dia de apresentação, das 191 pessoas que se interessaram, 113 disseram serem aptas para a função pedreiro e 144 disseram serem aptas para a função carpinteiro. A construtora contratou apenas as pessoas que se declararam aptas em apenas uma dessas funções. Agindo dessa maneira, o número de carpinteiros que a construtora contratou a mais do que o número de pedreiros foi igual a**
(A) 19.
(B) 12.
(C) 65.
(D) 47.
(E) 31.

**RESOLUÇÃO:**
Se somarmos as quantidades dos que se declararam pedreiros com os que se declararam carpinteiros, temos $113 + 144 = \mathbf{257}$. Obviamente, isso é MAIS do que **191**, que é o total de pessoas.
Na realidade, a diferença $257 - 191 = \mathbf{66}$ é o número de pessoas aptas às duas profissões, ou seja, corresponde à quantidade de pessoas que se encontram na **interseção**! Assim, os que são APENAS **pedreiros** somam 113 – 66 = **47**, e os que são APENAS **carpinteiros** são 144 – 66 = **78**. Todavia, o objetivo da questão consiste em obtermos o número de carpinteiros que a construtora contratou A MAIS do que o número de pedreiros, de modo que a diferença é de 78 - 47 = **31**.

**Gabarito: E.**

**28. (FCC/TRT-11/2017) Para um concurso foram entrevistados 970 candidatos, dos quais 527 falam inglês, 251 falam francês, 321 não falam inglês nem francês. Dos candidatos entrevistados, falam inglês e francês, aproximadamente,**
(A) 11%.
(B) 6%.
(C) 13%.
(D) 18%.
(E) 9%.

**RESOLUÇÃO:**

Somando as pessoas que falam inglês (572), as que falam francês (251) e as que não falam nenhum dos idiomas (321), temos 527 + 251 + 321 = **1.099** pessoas. Veja que esse número é superior ao total (970) em 1.099 – 970 = **129** pessoas. Bem, essa diferença é justamente a **intersecção**, de modo que temos **129 pessoas falando ambas as línguas**. Agora, em relação ao total, essas pessoas representam, aproximadamente:

$$\frac{129}{970} = 0{,}132 \approx \mathbf{13}\%$$

**Gabarito: C.**

**29. (IDECAN/Ministério da Saúde/2017) Certo clube fez um questionário com seus associados a fim de saber a finalidade dos mesmos em pertencerem ao clube. Após a pesquisa, os associados foram divididos em: praticantes de esportes, interessados em lazer e frequentadores da piscina. Assim a pesquisa constatou que: 68% dos associados eram frequentadores da piscina; 44% dos associados estavam interessados em lazer; 41% dos associados eram praticantes de esportes; 18% dos associados estavam interessados em lazer e eram praticantes de esportes; 24% dos associados eram frequentadores da piscina e eram praticantes de esportes; e, 25% dos associados eram frequentadores da piscina e estavam interessados em lazer. Sabendo que o número de associados que eram frequentadores da piscina, praticantes de esportes e que estavam interessados em lazer é 252, então o número de associados desse clube é:**

A) 1.400
B) 1.500
C) 1.600
D) 1.700
E) 1.800

**RESOLUÇÃO:**

Sejam **A**, **B** e **C** os conjuntos que representam, respectivamente, os praticantes, os interessados e os frequentadores. Assim, podemos aplicar a fórmula do **número de elementos da união**:

$$\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)}$$
$$100\% \;=\; 68\% \;+\; 44\% \;+\; 41\% - 18\% - 24\% - 25\% \;+ n(A \cap B \cap C)$$
$$100\% = 86\% + n(A \cap B \cap C)$$
$$\boldsymbol{n(A \cap B \cap C) = 14\%}$$

Então, concluímos que 14% dos associados correspondem aos 252 que fazem parte dos 3 conjuntos simultaneamente. Assim, o total de associados (100%) é:

14% —— 252
100% —— x

Agora multiplicamos os termos diagonais, obtendo:

$$14\% \times x = 252 \times 100\%$$

$$\boldsymbol{x} = \frac{252 \times 100}{14} = 100 \times 18 = \mathbf{1.800}$$

**Gabarito: E.**

30. **(ESAF/DNIT/2013) Uma escola oferece reforço escolar em todas as disciplinas. No mês passado, dos 100 alunos que fizeram reforço escolar nessa escola, 50 fizeram reforço em Matemática, 25 fizeram reforço em Português e 10 fizeram reforço em Matemática e Português. Então, é correto afirmar que, no mês passado, desses 100 alunos, os que não fizeram reforço em Matemática e nem em Português é igual a:**

a) 15
b) 35
c) 20
d) 30
e) 25

**RESOLUÇÃO:**
Sejam:
**M**: conjunto dos alunos que fizeram reforço em matemática;
**P**: conjunto dos alunos que fizeram reforço em português.

Vamos ainda considerar que:
$\boldsymbol{n(M)}$: número de alunos que fizeram reforço em matemática;
$\boldsymbol{n(P)}$: número de alunos que fizeram reforço em português.

Temos os seguintes dados: $\boldsymbol{n(M) = 50}$; $\boldsymbol{n(P) = 25}$; $\boldsymbol{n(M \cap P) = 10}$.

A última quantidade indica o número de elementos na interseção. Ou seja, a quantidade de alunos que fizeram reforço nas duas disciplinas. Aplicando a fórmula do **número de elementos da união**:

$$\boldsymbol{n(M \cup P) = n(M) + n(P) - n(M \cap P)}$$
$$n(M \cup P) = 50 + 25 - 10$$
$$\boldsymbol{n(M \cup P) = 65}$$

Assim, 65 alunos fizeram reforço em matemática ou português. Logo, 100 – 65 = **35 não fizeram reforço em matemática nem em português**.

**Gabarito: B.**

31. **(ESAF/CGU/2012) Em um grupo de 120 empresas, 57 estão situadas na Região Nordeste, 48 são empresas familiares, 44 são empresas exportadoras e 19 não se enquadram em nenhuma das classificações acima. Das empresas do Nordeste, 19 são familiares e 20 são exportadoras. Das empresas familiares, 21 são exportadoras. O número de empresas do Nordeste que são ao mesmo tempo familiares e exportadoras é**

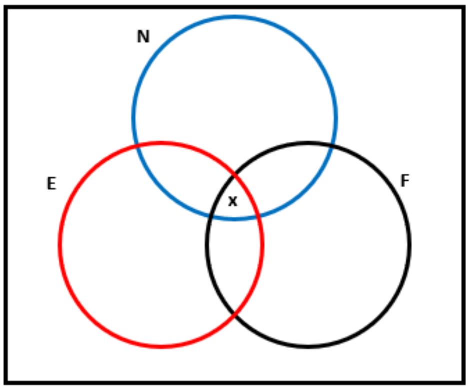
a) 21.
b) 14.
c) 16.
d) 19.
e) 12.

**RESOLUÇÃO:**

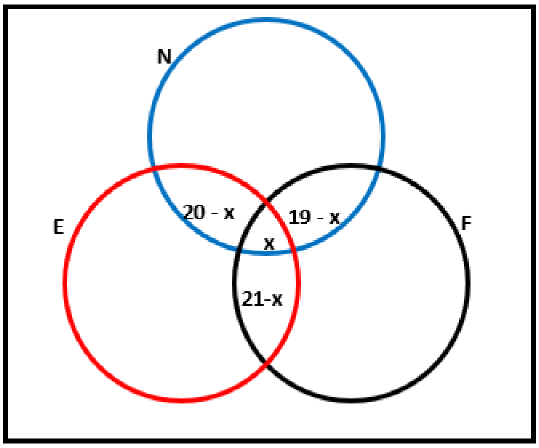
Temos os seguintes dados:

1) o grupo tem 120 empresas
2) 57 estão situadas na Região Nordeste
3) 48 são empresas familiares
4) 44 são empresas exportadoras
5) 19 não se enquadram em nenhuma das classificações acima.
6) das empresas do Nordeste, 19 são familiares e 20 são exportadoras.
7) das empresas familiares, 21 são exportadoras

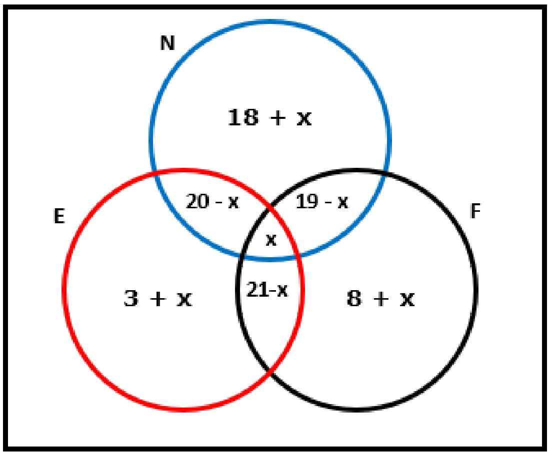
Das 120 empresas, 19 não se enquadram em nenhum desses grupos (informação 5). Logo, 120 – 19 = **101 empresas se enquadram em pelo menos um desses grupos**. Seja **x** a quantidade de empresas que faz parte dos três conjuntos:



Bem, das empresas do nordeste, 20 são exportadoras. Já alocamos **x**. Faltam **20 – x**. Além disso, 19 são familiares. Já alocamos **x**, faltam **19 – x**. Das empresas familiares, 21 são exportadoras. Já alocamos **x**. Faltam **21 – x**:



Agora completamos o diagrama, de modo que o conjunto preto tenha 48 elementos, o azul tenha 57 e o vermelho tenha 44, tudo conforme a descrição do enunciado:



Agora somamos todas essas quantidades. O resultado tem que ser igual a 101, que é o número de empresas que pertence a pelo menos uma das categorias:

$$(18 + x + 19 - x + x + 20 - x) + 8 + x + 21 - x + 3 + x = 101$$

Entre parênteses temos todos os elementos do conjunto azul (nordeste). Já sabemos que esse conjunto tem 57 empresas. Logo:

$$57 + 8 + x + 21 - x + 3 + x = 101$$
$$x + 89 = 101$$
$$\boldsymbol{x = 12}$$

Portanto, o número de empresas do Nordeste que são ao mesmo tempo familiares e exportadoras é **12**, de forma que a alternativa correta é a **letra E**. Aproveitamos para apresentar **outra solução possível** para esta questão. Sejam **A**, **B** e **C** os conjuntos que representam, respectivamente, as empresas do

Nordeste, familiares e exportadoras. Assim, podemos aplicar a fórmula do **número de elementos da união**:

$$\boldsymbol{n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C)}$$
$$101=57+48+44-19-20-21+x$$
$$101=89+x$$
$$\boldsymbol{x=12}$$

**Gabarito: E.**

**32. (ESAF/SUSEP/2010) Sejam A e B dois conjuntos quaisquer e sejam A ∩ B, A ∪ B e A\B, respectivamente, as operações de interseção, união e diferença entre eles. Seja ∅ o conjunto vazio, U o conjunto universo e seja $A^c$ = U \ A. A opção correta é:**

a) $(A\ \cap\ B)\ \cup\ (A^c\cup\ B^c)^c\ \ =\ U.$

b) $(A\ \cap\ B)\ \cap\ (A^c\cup\ B^c)^c\ =\emptyset.$

c) $(A\ \cap\ B)\ \cap\ (A^c\ \cup\ B^c)\ =\emptyset.$

d) $(A\ \cap\ B)\ \cup\ (A^c\ \cup\ B^c)\ \ =\ A\ \cup\ B.$

e) $(A\ \cup\ B)\ \cup\ (A^c\ \cup\ B^c)^c\ =\ U.$

**RESOLUÇÃO:**

Com a finalidade analisarmos adequadamente as alternativas apresentadas, precisamos considerar alguns conjuntos específicos que nos permitam abranger todas as situações tratadas nas opções de resposta, ou seja, que não sejam complementares, que não sejam mutuamente excludentes e que não estejam contido em outro. Nesse sentido, sejam:

- **A** = {1,2,3,4}
- **B** = {3,4,5,6}
- **U** = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Dessa maneira, para os conjuntos estabelecidos, temos:

- **$A^C$** = {5,6,7,8,9}
- **$B^C$** = {1,2,7,8,9}

Muito bem, agora estamos com os recursos necessários para analisarmos as alternativas:

a) $(A\ \cap\ B)\ \cup\ (A^c\cup\ B^c)^c\ \ =\ U.$

Inicialmente calculamos a interseção entre A e B:

$$A\ \cap\ B\ =\ \{\mathbf{3,4}\}$$

Em seguida, vamos determinar o segundo conjunto apresentado:

$$(A^c\cup\ B^c)\ =\ \{1{,}2{,}5{,}6{,}7{,}8{,}9\}$$

$$(A^c \cup B^c)^c = \{\mathbf{3,4}\}$$

Por fim, fazemos a união entre os dois conjuntos:

$$\{3{,}4\} \cup \{3{,}4\} = \{\mathbf{3,4}\}$$

Assim, o resultado não coincide com o conjunto universo, de modo que a alternativa está **errada**.
b) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c)^c = \emptyset$.
Já sabemos que:

$$A \cap B = \{\mathbf{3,4}\}$$
$$(A^c \cup B^c)^c = \{\mathbf{3,4}\}$$

Desse modo, entre esses dois conjuntos é **{3,4}**, que não coincide com o conjunto vazio, tornando a alternativa **errada**.

c) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c) = \emptyset$.
Da análise da opção “A”, obtivemos que:

$$A \cap B = \{\mathbf{3,4}\}$$
$$(A^c \cup B^c) = \{\mathbf{1,2,5,6,7,8,9}\}$$

Observe que os dois conjuntos não possuem elementos comuns, de modo que realmente a interseção entre ambos é **vazia**, tornando a alternativa **correta**.

d) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c) = A \cup B$.
Mais uma vez precisamos analisar relações entre os seguintes conjuntos:

$$A \cap B = \{\mathbf{3,4}\}$$
$$(A^c \cup B^c) = \{\mathbf{1,2,5,6,7,8,9}\}$$

A **união** entre esses conjuntos resulta no conjunto universo. Porém, esta alternativa afirma que a união resultaria na união entre **A** e **B**, de modo que está **errada**, já que tais conjuntos são diferentes entre si.

e) $(A \cup B) \cup (A^c \cup B^c)^c = U$.

Temos os seguintes conjuntos:

$$(A \cup B) = \{\mathbf{1,2,3,4,5,6}\}$$
$$(A^c \cup B^c)^c = \{\mathbf{3,4}\}$$

A união entre ambos dá origem ao conjunto **{1,2,3,4,5,6}**, que corresponde à união entre **A** e **B**, e não ao conjunto universo, contrariando o que afirma esta alternativa e, consequentemente, tornando-a **incorreta**.

**Gabarito: C.**

**33. (ESAF/MTE/2010) Em um grupo de pessoas, há 20 mulheres e 30 homens, sendo que 20 pessoas estão usando óculos e 36 pessoas estão usando calça jeans. Sabe-se que, nesse grupo, i) há 20% menos mulheres com calça jeans que homens com calça jeans, ii) há três vezes mais homens com óculos que mulheres com óculos, e iii) metade dos homens de calça jeans estão usando óculos. Qual a porcentagem de pessoas no grupo que são homens que estão usando óculos mas não estão usando calça jeans?**

a) 5%.
b) 10%.
c) 12%.
d) 20%.
e) 18%.

**RESOLUÇÃO**:

Seja **y** o número de homens com calça. Da informação i, temos que há **0,8y** mulheres usando calça jeans, pois o número de mulheres é 20% menor que o de homens. Além disso, sabemos que há 36 pessoas usando calça jeans. Logo:

$$y + 0{,}8y = 36$$
$$\boldsymbol{y = 20}$$

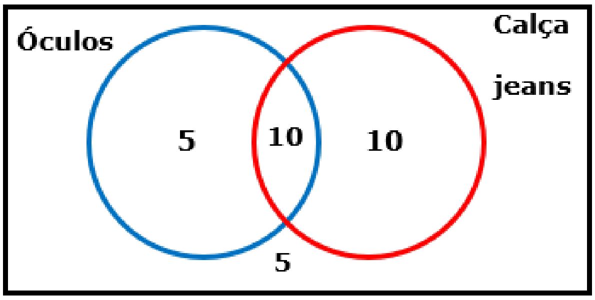
Assim, há 20 homens usando calça jeans. Da informação iii temos que metade dos 20 homens que usam calça jeans também usam óculos. Logo, 10 homens usam calça jeans e óculos. Seja **x** o número de mulheres com óculos. Da informação ii temos que há **3x** homens com óculos, pois o número de homens nessa situação é o triplo de mulheres. O número total de pessoas usando óculos é igual a 20. Logo:

$$\boldsymbol{x + 3x = 20}$$
$$4x = 20$$
$$\boldsymbol{x = 5}$$

Concluímos que há 5 mulheres usando óculos e 15 homens usando óculos. Vamos agora agrupar todas as informações sobre os homens:

- há 30 homens;
- 20 homens usam calça jeans;
- 10 homens usam calça jeans e óculos;
- 15 homens usam óculos.

Isso pode ser representado no seguinte diagrama:



É possível perceber que, para completar os 30 homens, deve haver 5 homens que não usam óculos e nem calça jeans. A questão pede a quantidade de homens que usam óculos, mas não usam calça jeans. Há 5 homens nessa situação, de modo que 5 homens em um total de 50 pessoas correspondem a **10%**.

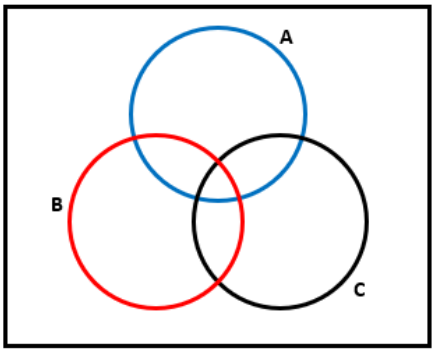
**Gabarito: B.**

**34. (ESAF/MPOG/2009) Em um grupo de 1.800 entrevistados sobre três canais de televisão aberta, verificou-se que 3/5 dos entrevistados assistem ao canal A e 2/3 assistem ao canal B. Se metade dos entrevistados assiste a pelo menos 2 canais e, se todos os que assistem ao canal C assistem também ao canal A, mas não assistem ao canal B, quantos entrevistados assistem apenas ao canal A?**

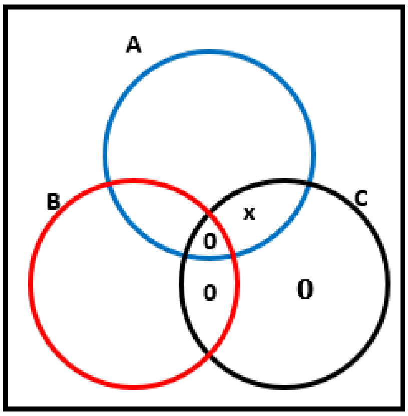
a) 1.080
b) 180
c) 360
d) 720
e) 108

**RESOLUÇÃO:**

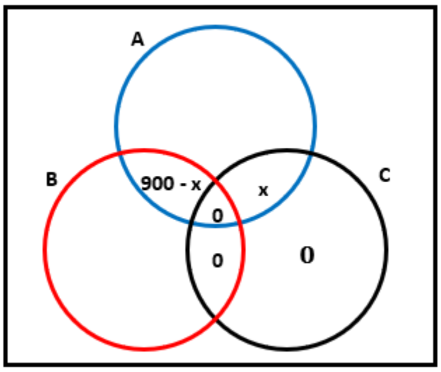
Vamos montar um diagrama:



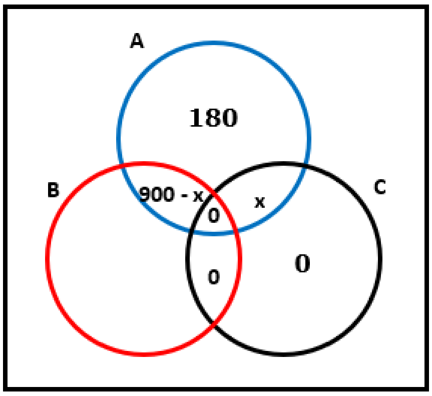
Em cada região desse diagrama iremos colocar a quantidade de pessoas correspondente. Todos que assistem ao canal **C** também assistem **A**, mas não assistem **B**, conforme afirmou o enunciado. Seja **x** a quantidade de pessoas que assistem **C**. Temos:



Metade dos entrevistados assiste pelo menos 2 canais. Temos 1.800 entrevistados. Então 900 pessoas assistem a pelo menos dois canais. Já alocamos **x** pessoas nessa situação. Assim, na região restante, teremos **900 – x** pessoas:



Sabemos que 1080 pessoas assistem ao canal **A** (= 3/5 de 1.800). Já alocamos x + (900 – x) = 900. Faltam 1080 – 900 = 180.



Portanto, **180 entrevistados assistem apenas ao canal A**.

**Gabarito: B.**

35. **(ESAF/MF/2009) Em um determinado curso de pós-graduação, 1/4 dos participantes são graduados em matemática, 2/5 dos participantes são graduados em geologia, 1/3 dos participantes são graduados em economia, 1/4 dos participantes são graduados em biologia e 1/3 dos participantes são graduados em química. Sabe-se que não há participantes do curso com outras graduações além dessas, e que não há participantes com três ou mais graduações. Assim, qual é o número mais próximo da porcentagem de participantes com duas graduações?**

a) 40%
b) 33%
c) 57%
d) 50%
e) 25%

**RESOLUÇÃO:**

Se somarmos todas as frações citadas no enunciado, deveríamos obter 100%, que é igual a 1. O que isso significa? Quer dizer que somando cada fração deveríamos obter a totalidade dos alunos. Logo:

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{2}{4}+\frac{2}{5}+\frac{2}{3}=\mathbf{\frac{94}{60}}$$

O resultado encontrado foi 94/60 ao invés de 1. Por que o resultado foi maior que 1?

Isso significa que há alunos com duas graduações, implicando que eles foram contados em duplicidade. Assim, foram contados mais de uma vez. Sim, amigos, devido a esses alunos o resultado foi maior que 1. Agora precisamos saber em quanto o resultado 1 foi extrapolado. Para isso, basta calcular:

$$\frac{94}{60}-1=\frac{94-60}{60}=\frac{34}{60}=\mathbf{56,66\%}$$

Assim, **56,66%** dos participantes foram contados duas vezes, indicando que **têm duas graduações**.

**Gabarito: C**.

36. **(ESAF/STN/2005) Considere dois conjuntos, A e B, onde $A=\{X_1,X_2,X_3,X_4\}$ e $B=\{X_1,X_5,X_6,X_4\}$. Sabendo-se que a operação Ψ é definida por $A\,\Psi\,B=(A-B)\cup(B-A)$, então a expressão $(A\,\Psi\,B)\,\Psi\,B$ é dada por:**

a) $\{X_1,X_5,X_4\}$
b) $\{X_1,X_2\}$
c) $\{X_1,X_2,X_3,X_4\}$
d) $\{X_4,X_6,X_5\}$
e) $\{X_1,X_6\}$

**RESOLUÇÃO:**

O nosso objetivo consiste em determinar $(\boldsymbol{A\,\Psi\,B})\,\boldsymbol{\Psi\,B}$. Inicialmente vamos calcular o que está entre parênteses, chamando esse conjunto de **C**:

$$C = (A \Psi B)$$
$$C = (A - B) \cup (B - A)$$

Note que precisamos obter **A – B**, que corresponde ao conjunto dos elementos de **A** que não pertencem a **B**:

$$A - B = \{X_2, X_3\}$$

De modo similar, temos que obter o conjunto **B – A**, formado pelo elementos de **B** que não pertencem a **A**:

$$B - A = \{X_5, X_6\}$$

Agora vamos determinar a **união** entre **A** e **B**, dada pelos elementos que pertencem a pelo menos um dos conjuntos:

$$C = (A - B) \cup (B - A) = \{X_2, X_3, X_5, X_6\}$$

Muito bom, atingimos a nossa meta inicial de calcular o que estava dentro do parênteses na operação apresentada pelo enunciado, de modo que podemos prosseguir com a expressão original:

$$(A \Psi B) \Psi B = C \Psi B$$
$$= (C - B) \cup (B - C)$$

Já sabemos que a **diferença** entre **C** e **B** diz respeito aos elementos de **C** que não pertencem a **B**. Do mesmo modo, a diferença entre **B** e **C** corresponde aos elementos de **B** que não pertencem a **C**:

$$= \{X_2, X_3\} \cup \{X_1, X_4\}$$
$$= \{\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2}, \boldsymbol{X_3}, \boldsymbol{X_4}\}$$

**Gabarito: C.**

**37. (Inédita) Uma cozinheira dispõe de 5 frutas para preparar uma salada. Sabendo que uma salada deve conter pelo menos duas frutas, é correto afirmar que podem ser preparadas 32 saladas.**

**RESOLUÇÃO:**

Calculando o número de subconjuntos, teremos **$2^5$ = 32 subconjuntos**, em que cada elemento é representado por uma fruta. Temos saladas com 1, 2, 3, 4, 5 e nenhuma fruta. Logo, temos que subtrair aquilo que não é salada, ou seja, os subconjuntos unitários e o subconjunto vazio, uma vez que **para ser salada deve conter no mínimo duas frutas**. Logo:

$$32 - 6 = \boldsymbol{26\ saladas}$$

**Gabarito: Errado.**

# LISTA DE QUESTÕES

**Texto para as próximas questões**

**Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.**

1. **(CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.**

2. **(CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.**

3. **(CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.**

4. **(CESPE/Polícia Federal/2018) Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue o item que se segue.**

   Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

5. **(CESPE/DPU/2016) Na zona rural de um município, 50% dos agricultores cultivam soja; 30%, arroz; 40%, milho; e 10% não cultivam nenhum desses grãos. Os agricultores que produzem milho não cultivam arroz e 15% deles cultivam milho e soja. Considerando essa situação, julgue o item que se segue.**

   Em exatamente 30% das propriedades, cultiva-se apenas milho.

6. **(CESPE /INSS/2016) Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que A, $\boldsymbol{B \subset C}$, então $\boldsymbol{(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B}$.**

7. **(CESPE/INSS/2016) Uma população de 1.000 pessoas acima de 60 anos de idade foi dividida nos seguintes dois grupos:**

   **A: aqueles que já sofreram infarto (totalizando 400 pessoas); e**
   **B: aqueles que nunca sofreram infarto (totalizando 600 pessoas).**

**Cada uma das 400 pessoas do grupo A é ou diabética ou fumante ou ambos (diabética e fumante). A população do grupo B é constituída por três conjuntos de indivíduos: fumantes, ex-fumantes e pessoas que nunca fumaram (não fumantes). Com base nessas informações, julgue o item.**

Se, das pessoas do grupo A, 280 são fumantes e 195 são diabéticas, então 120 pessoas desse grupo são diabéticas e não são fumantes.

8. **(CESPE/Polícia Federal/2014) A partir de uma amostra de 1.200 candidatos a cargos em determinado concurso, verificou-se que 600 deles se inscreveram para o cargo A, 400 se inscreveram para o cargo B e 400, para cargos distintos de A e de B. Alguns que se inscreveram para o cargo A também se inscreveram para o cargo B. A respeito dessa situação hipotética, julgue o item subsecutivo.**

   Menos de 180 candidatos se inscreveram no concurso para os cargos A e B.

9. **(CESPE/PM-CE/2014) Uma pesquisa realizada com um grupo de turistas que visitaram, em Fortaleza, a praia do Futuro (PF), o teatro José Alencar (TJA) e a catedral Metropolitana (CM) apresentou as seguintes informações:**
   **- 70 turistas visitaram a PF;**
   **- 80 turistas visitaram o TJA;**
   **- 70 turistas visitaram a CM;**
   **- 30 turistas visitaram apenas a PF;**
   **- 50 turistas visitaram a CM e o TJA;**
   **- 25 turistas visitaram a PF e a CM;**
   **- 20 turistas visitaram esses três pontos turísticos;**
   **- cada um dos turistas visitou pelo menos um dos três pontos turísticos.**
   **Com base nessas informações, julgue o item a seguir.**
   O número de turistas que visitou apenas a CM é inferior a 10.

10. **(CESPE/PM-CE/2014) Uma pesquisa realizada com um grupo de turistas que visitaram, em Fortaleza, a praia do Futuro (PF), o teatro José Alencar (TJA) e a catedral Metropolitana (CM) apresentou as seguintes informações:**
    **- 70 turistas visitaram a PF;**
    **- 80 turistas visitaram o TJA;**
    **- 70 turistas visitaram a CM;**
    **- 30 turistas visitaram apenas a PF;**
    **- 50 turistas visitaram a CM e o TJA;**
    **- 25 turistas visitaram a PF e a CM;**
    **- 20 turistas visitaram esses três pontos turísticos;**
    **- cada um dos turistas visitou pelo menos um dos três pontos turísticos.**
    **Com base nessas informações, julgue o item a seguir.**

    O número de turistas que visitou apenas a CM é inferior a 10.

11. **(CESPE/PM-CE/2014) Uma pesquisa realizada com um grupo de turistas que visitaram, em Fortaleza, a praia do Futuro (PF), o teatro José Alencar (TJA) e a catedral Metropolitana (CM) apresentou as seguintes informações:**

**- 70 turistas visitaram a PF;**
**- 80 turistas visitaram o TJA;**
**- 70 turistas visitaram a CM;**
**- 30 turistas visitaram apenas a PF;**
**- 50 turistas visitaram a CM e o TJA;**
**- 25 turistas visitaram a PF e a CM;**
**- 20 turistas visitaram esses três pontos turísticos;**
**- cada um dos turistas visitou pelo menos um dos três pontos turísticos.**
**Com base nessas informações, julgue o item a seguir.**

O número de turistas que visitou pelo menos dois dos três pontos turísticos é superior a 75.

12. **(CESPE/SEFAZ-ES/2013) Ao analisar uma listagem de 1.000 contribuintes com alguma pendência com a fazenda pública, um servidor constatou que, no último ano, 300 deles não tinham efetuado o pagamento do IPTU, 450 não haviam pagado o IRPF e outros 500 não haviam pagado o IPVA de algum veículo em seu nome. Constatou também que esses contribuintes deviam ou um ou os três tributos. Nesse caso, a quantidade de contribuintes que deviam os três tributos é igual a**

a) 115.
b) 125.
c) 135.
d) 95.
e) 105.

13. **(CESPE/ANATEL/2012) Para cada x = 0, 1, 2, 3 ou 4, a partir de um conjunto E de pessoas, $E_x$ corresponde ao conjunto de indivíduos do conjunto E que são clientes de pelo menos x operadoras de telefonia móvel e $N_x$, à quantidade de elementos de $E_x$. Considerando essas informações, julgue o item que se segue.**

Se x e y forem elementos do conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ e $x \leq y$, então, $E_y$ será um subconjunto de $E_x$.

14. **(CESPE/Polícia Federal/2012) Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas – aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual – e a pornografia infantil – envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais. Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em**

**relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.**

Dez denúncias foram classificadas apenas como crime de tráfico de pessoas.

15. **(CESPE/Polícia Federal/2012) Em uma página da Polícia Federal, na Internet, é possível denunciar crimes contra os direitos humanos. Esses crimes incluem o tráfico de pessoas – aliciamento de homens, mulheres e crianças para exploração sexual – e a pornografia infantil – envolvimento de menores de 18 anos de idade em atividades sexuais explícitas, reais ou simuladas, ou exibição dos órgãos genitais do menor para fins sexuais. Com referência a essa situação hipotética e considerando que, após a análise de 100 denúncias, tenha-se constatado que 30 delas se enquadravam como tráfico de pessoas e como pornografia infantil; outras 30 não se enquadravam em nenhum desses dois crimes e que, em relação a 60 dessas denúncias, havia apenas a certeza de que se tratava de pornografia infantil, julgue o item subsequente, acerca dessas 100 denúncias analisadas.**

    Os crimes de tráfico de pessoas foram mais denunciados que os de pornografia infantil.

16. **(CESPE/Polícia Civil-CE/2012) Dos 420 detentos de um presídio, verificou-se que 210 foram condenados por roubo, 140, por homicídio e 140, por outros crimes. Verificou-se, também, que alguns estavam presos por roubo e homicídio. Acerca dessa situação, julgue o item seguinte.**

    Menos de 60 dos detentos estavam presos por terem sido condenados por roubo e homicídio.

17. **(CESPE/SEFAZ-ES/2008) Considere que A e B sejam conjuntos finitos e não-vazios e sejam $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$ e $s_6$ os seguintes números inteiros:**
    - **$s_1$: quantidade de elementos do conjunto A;**
    - **$s_2$: quantidade de elementos do conjunto B;**
    - **$s_3$: quantidade de elementos do conjunto $A \cup B$;**
    - **$s_4$: quantidade de elementos do conjunto $A \cap B$;**
    - **$s_5$: quantidade de elementos do conjunto $A \backslash B$;**
    - **$s_6$: quantidade de elementos do conjunto $B \backslash A$.**

    **Com base nessas informações, julgue o item seguinte.**

    Para quaisquer conjuntos A e B nas condições especificadas, $s_3 = s_1 + s_6$.

18. **(CESPE/SEFAZ-ES/2008) Considere que A e B sejam conjuntos finitos e não-vazios e sejam $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$ e $s_6$ os seguintes números inteiros:**
    - **$s_1$: quantidade de elementos do conjunto A;**
    - **$s_2$: quantidade de elementos do conjunto B;**
    - **$s_3$: quantidade de elementos do conjunto $A \cup B$;**

- **$s_4$: quantidade de elementos do conjunto A ∩ B;**
- **$s_5$: quantidade de elementos do conjunto A\B;**
- **$s_6$: quantidade de elementos do conjunto B\A.**

**Com base nessas informações, julgue o item seguinte.**

Para quaisquer conjuntos A e B nas condições especificadas, $s_3 + s_4 = s_1 + s_2$.

19. **(CESPE/SEFAZ-ES/2008) Considere que A e B sejam conjuntos finitos e não-vazios e sejam $s_1$, $s_2$, $s_3$, $s_4$, $s_5$ e $s_6$ os seguintes números inteiros:**

- **$s_1$: quantidade de elementos do conjunto A;**
- **$s_2$: quantidade de elementos do conjunto B;**
- **$s_3$: quantidade de elementos do conjunto A ∪ B;**
- **$s_4$: quantidade de elementos do conjunto A ∩ B;**
- **$s_5$: quantidade de elementos do conjunto A\B;**
- **$s_6$: quantidade de elementos do conjunto B\A.**

**Com base nessas informações, julgue o item seguinte.**

Para quaisquer conjuntos A e B nas condições especificadas, $s_3 = s_5 + s_6$.

20. **(CESPE/SEGER-ES/2008) Uma conferência internacional reunirá representantes dos seguintes países: Alemanha, Argentina, Bolívia, Brasil, Canadá, Chile, Colômbia, Escócia, Estados Unidos da América, França, Inglaterra, Peru, Suíça, Uruguai e Venezuela. Se B é o conjunto formado pelos países que participarão da conferência e não pertencem à América do Sul, então o número de subconjuntos formados a partir dos elementos de B é igual a 128.**

21. **(CESPE/SEFAZ-ES/2008) Sejam $A = \{n \in N+;\ n \text{ é } par\}$, $B = \{n \in N+; n \text{ é } \acute{\imath}mpar\}$ e $C = \{n \in N_+; n \text{ é } primo\}$, em que $N_+$ é o conjunto dos números naturais estritamente positivos. Com base nesses dados, julgue o item a seguir.**

O conjunto $C \cap A$ é vazio.

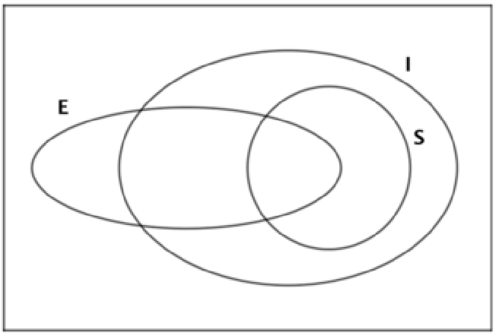
22. **(FCC/CL-DF/2018) Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a**

a) 126
b) 144
c) 138
d) 132
e) 108

23. **(FCC/Detran-MA/2018) Em relação a todos os agentes de trânsito de uma cidade, 40% possuem diploma de curso superior e 15% pretendem se aposentar nos próximos dois anos. Sabe-se ainda que os agentes com diploma de curso superior que pretendem se aposentar nos próximos dois anos representam 10% do total de agentes. Dessa forma, o percentual de agentes de trânsito dessa cidade que não possuem diploma de curso superior nem pretendem se aposentar nos próximos dois anos é igual a**

(A) 35%.
(B) 40%.
(C) 45%.
(D) 50%.
(E) 55%.

24. **(FCC/ALESE/2018) O diagrama representa algumas informações sobre a escolaridade dos moradores de um município.**



**Dados:**

**I: conjunto de todos os moradores que concluíram um curso de inglês.**

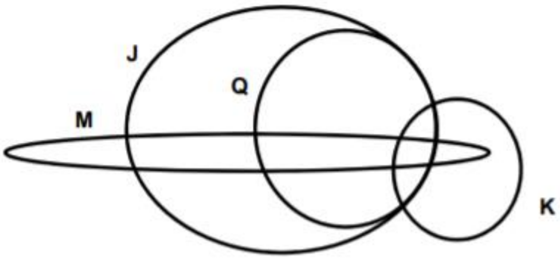
**E: conjunto de todos os moradores que concluíram um curso de espanhol.**

**S: conjunto de todos os moradores que concluíram o Ensino Superior.**

**Em todas as seis regiões do diagrama, há pelo menos um morador representado. Assim, é correto afirmar que se um morador dessa cidade**

(A) concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente concluiu um curso de espanhol.
(B) concluiu um curso de inglês e um de espanhol, então ele necessariamente concluiu o Ensino Superior.
(C) não concluiu um curso de espanhol, então ele necessariamente não concluiu o Ensino Superior.
(D) não concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente não concluiu um curso de espanhol.
(E) não concluiu um curso de inglês, então ele necessariamente não concluiu o Ensino Superior.

25. **(FCC/TRT 2ª Região/2018) Considere os conjuntos, suas respectivas intersecções e a existência de elementos em todas as regiões do diagrama.**



**A partir dessas informações é correto concluir que**

(A) há elemento de M que seja elemento apenas de M e Q.

(B) qualquer elemento de J que não seja elemento de Q é elemento de M.

(C) há elemento de K que, além de ser de K, é também elemento de J, mas apenas de J.

(D) os elementos de M, que também são elementos de Q, não são apenas elementos desses dois conjuntos.

(E) todo e qualquer elemento de Q é elemento de pelo menos mais dois conjuntos.

26. **(FCC/SEFAZ-SC/2018) Em uma pesquisa sobre a preferência dos consumidores, quatro fragrâncias de um detergente foram apresentadas a um grupo de 200 pessoas:**

**− lavanda − coco − limão − maçã**

**Cada pessoa entrevistada teve de escolher as fragrâncias que julgava agradáveis, escolhendo, no mínimo, uma e, no máximo, as quatro. Tabulados os dados da pesquisa, concluiu-se que:**

**− nenhuma pessoa entrevistada gostou de exatamente duas fragrâncias.**

**− 120 das pessoas entrevistadas gostaram da fragrância de coco, mas nenhuma delas gostou apenas dessa fragrância.**

**− 10 pessoas gostaram apenas da fragrância de lavanda e outras 10 gostaram apenas da fragrância de limão.**

**− 85 das pessoas entrevistadas não gostaram da fragrância de maçã.**

**− todas as pessoas entrevistadas que gostaram da fragrância de maçã gostaram, também, da fragrância de limão.**

**− todas as pessoas entrevistadas que gostaram das fragrâncias de lavanda e coco não gostaram da fragrância de maçã.**

**As duas fragrâncias mais escolhidas pelos entrevistados foram**

(A) lavanda e maçã.

(B) limão e lavanda.

(C) limão e coco.

(D) maçã e limão.

(E) lavanda e coco.

27. **(FCC/TRT-11/2017) Uma construtora convoca interessados em vagas de pedreiros e de carpinteiros. No dia de apresentação, das 191 pessoas que se interessaram, 113 disseram serem aptas para a função pedreiro e 144 disseram serem aptas para a função carpinteiro. A construtora contratou apenas as**

**pessoas que se declararam aptas em apenas uma dessas funções. Agindo dessa maneira, o número de carpinteiros que a construtora contratou a mais do que o número de pedreiros foi igual a**

(A) 19.
(B) 12.
(C) 65.
(D) 47.
(E) 31.

28. **(FCC/TRT-11/2017) Para um concurso foram entrevistados 970 candidatos, dos quais 527 falam inglês, 251 falam francês, 321 não falam inglês nem francês. Dos candidatos entrevistados, falam inglês e francês, aproximadamente,**

(A) 11%.
(B) 6%.
(C) 13%.
(D) 18%.
(E) 9%.

29. **(IDECAN/Ministério da Saúde/2017) Certo clube fez um questionário com seus associados a fim de saber a finalidade dos mesmos em pertencerem ao clube. Após a pesquisa, os associados foram divididos em: praticantes de esportes, interessados em lazer e frequentadores da piscina. Assim a pesquisa constatou que: 68% dos associados eram frequentadores da piscina; 44% dos associados estavam interessados em lazer; 41% dos associados eram praticantes de esportes; 18% dos associados estavam interessados em lazer e eram praticantes de esportes; 24% dos associados eram frequentadores da piscina e eram praticantes de esportes; e, 25% dos associados eram frequentadores da piscina e estavam interessados em lazer. Sabendo que o número de associados que eram frequentadores da piscina, praticantes de esportes e que estavam interessados em lazer é 252, então o número de associados desse clube é:**

A) 1.400
B) 1.500
C) 1.600
D) 1.700
E) 1.800

30. **(ESAF/DNIT/2013) Uma escola oferece reforço escolar em todas as disciplinas. No mês passado, dos 100 alunos que fizeram reforço escolar nessa escola, 50 fizeram reforço em Matemática, 25 fizeram reforço em Português e 10 fizeram reforço em Matemática e Português. Então, é correto afirmar que, no mês passado, desses 100 alunos, os que não fizeram reforço em Matemática e nem em Português é igual a:**

a) 15
b) 35
c) 20
d) 30

e) 25

31. **(ESAF/CGU/2012) Em um grupo de 120 empresas, 57 estão situadas na Região Nordeste, 48 são empresas familiares, 44 são empresas exportadoras e 19 não se enquadram em nenhuma das classificações acima. Das empresas do Nordeste, 19 são familiares e 20 são exportadoras. Das empresas familiares, 21 são exportadoras. O número de empresas do Nordeste que são ao mesmo tempo familiares e exportadoras é**

a) 21.
b) 14.
c) 16.
d) 19.
e) 12.

32. **(ESAF/SUSEP/2010) Sejam A e B dois conjuntos quaisquer e sejam A ∩ B, A ∪ B e A\B, respectivamente, as operações de interseção, união e diferença entre eles. Seja ∅ o conjunto vazio, U o conjunto universo e seja $A^c$ = U \ A. A opção correta é:**

a) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c)^c = U.$
b) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c)^c = \emptyset.$
c) $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c) = \emptyset.$
d) $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c) = A \cup B.$
e) $(A \cup B) \cup (A^c \cup B^c)^c = U.$

33. **(ESAF/MTE/2010) Em um grupo de pessoas, há 20 mulheres e 30 homens, sendo que 20 pessoas estão usando óculos e 36 pessoas estão usando calça jeans. Sabe-se que, nesse grupo, i) há 20% menos mulheres com calça jeans que homens com calça jeans, ii) há três vezes mais homens com óculos que mulheres com óculos, e iii) metade dos homens de calça jeans estão usando óculos. Qual a porcentagem de pessoas no grupo que são homens que estão usando óculos mas não estão usando calça jeans?**

a) 5%.
b) 10%.
c) 12%.
d) 20%.
e) 18%.

34. **(ESAF/MPOG/2009) Em um grupo de 1.800 entrevistados sobre três canais de televisão aberta, verificou-se que 3/5 dos entrevistados assistem ao canal A e 2/3 assistem ao canal B. Se metade dos entrevistados assiste a pelo menos 2 canais e, se todos os que assistem ao canal C assistem também ao canal A, mas não assistem ao canal B, quantos entrevistados assistem apenas ao canal A?**

a) 1.080
b) 180
c) 360

d) 720
e) 108

**35. (ESAF/MF/2009) Em um determinado curso de pós-graduação, 1/4 dos participantes são graduados em matemática, 2/5 dos participantes são graduados em geologia, 1/3 dos participantes são graduados em economia, 1/4 dos participantes são graduados em biologia e 1/3 dos participantes são graduados em química. Sabe-se que não há participantes do curso com outras graduações além dessas, e que não há participantes com três ou mais graduações. Assim, qual é o número mais próximo da porcentagem de participantes com duas graduações?**

a) 40%
b) 33%
c) 57%
d) 50%
e) 25%

**36. (ESAF/STN/2005) Considere dois conjuntos, A e B, onde $A = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ e $B = \{X_1, X_5, X_6, X_4\}$. Sabendo-se que a operação Ψ é definida por $A\ \Psi\ B = (A - B) \cup (B - A)$, então a expressão $(A\ \Psi\ B)\ \Psi\ B$ é dada por:**

a) $\{X_1, X_5, X_4\}$
b) $\{X_1, X_2\}$
c) $\{X_1, X_2, X_3, X_4\}$
d) $\{X_4, X_6, X_5\}$
e) $\{X_1, X_6\}$

**37. (Inédita) Uma cozinheira dispõe de 5 frutas para preparar uma salada. Sabendo que uma salada deve conter pelo menos duas frutas, é correto afirmar que podem ser preparadas 32 saladas.**

# GABARITO

1. ERRADO
2. CERTO
3. CERTO
4. CERTO
5. ERRADO
6. ERRADO
7. CERTO
8. ERRADO
9. CERTO
10. ERRADO
11. ERRADO
12. LETRA B
13. CERTO
14. CERTO
15. ERRADO
16. ERRADO
17. CERTO
18. CERTO
19. ERRADO
20. CERTO
21. ERRADO
22. LETRA E
23. LETRA E
24. LETRA E
25. LETRA D
26. LETRA B
27. LETRA E
28. LETRA C
29. LETRA E
30. LETRA B
31. LETRA E
32. LETRA C
33. LETRA B
34. LETRA B
35. LETRA C
36. LETRA C
37. ERRADO

# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
# PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.