Estratégia Concursos

Aula 00

Conhecimentos Específicos II (Módulo Elétrica) p/ SSP-SE Perícias (Perito-Eng Eletrônica)Pré-Edital

Autor:
Mariana Moronari

01 de Fevereiro de 2021

Sumário

1. Lei de Coulomb 11
1.1. Força e carga elétrica 11
1.2. Tipos de força 13
1.3. Lei de Coulomb 15
1.3.1. Força elétrica x Força gravitacional 17
2. Campo elétrico 21
2.1. Intensidade de campo elétrico 22
2.2. Campo elétrico de uma carga puntiforme 23
2.3. Distribuição contínua de cargas 25
2.4. Densidade de fluxo elétrico 27
2.4.1. Linhas de campo elétrico 28
2.5. Lei de Gauss 31
3. Diferença de potencial 34
3.1. Energia potencial elétrica 34
3.2. Potencial elétrico 36
3.3. Capacitores e capacitância 38
3.4. Capacitores de placas paralelas 40
3.4.1. Campo elétrico de uma carga distribuída ao longo de um plano infinito 40
3.4.2. Campo elétrico produzido por duas placas paralelas carregadas com cargas opostas 42
3.4.3. Capacitância de um capacitor de placas paralelas 43
3.4.4. Dielétrico entre as placas do capacitor 43

4. *Lista de questões* 47

5. *Questões comentadas* 51

6. *Referências bibliográficas* 69

7. *Gabarito* 70

APRESENTAÇÃO PESSOAL

Olá querido(a) aluno(a),

Seja bem-vindo(a) ao nosso curso específico para o concurso público da **Secretaria de Estado da Segurança Pública de Sergipe (SSP-SE).**

É uma satisfação ter a oportunidade de contribuir para sua aprovação. Meu nome é **Mariana Moronari** e serei responsável módulo de Engenharia Elétrica para o concurso do ITEP-RN.

Sou formada em Engenharia de Energia e mestra em Ciências Mecânicas pela Universidade de Brasília (UNB). Atualmente, estou lecionando exclusivamente para concursos na área de engenharia elétrica.

Conte comigo para o que você precisar! Estou à disposição.

A partir de agora, temos um objetivo em comum...

Sua adequada, eficiente e priorizada preparação!

RAIO X ESTRATÉGICO

Começo com uma pergunta:

Quais **assuntos e temas mais exigidos** nos editais de **concursos públicos** para engenharia elétrica?

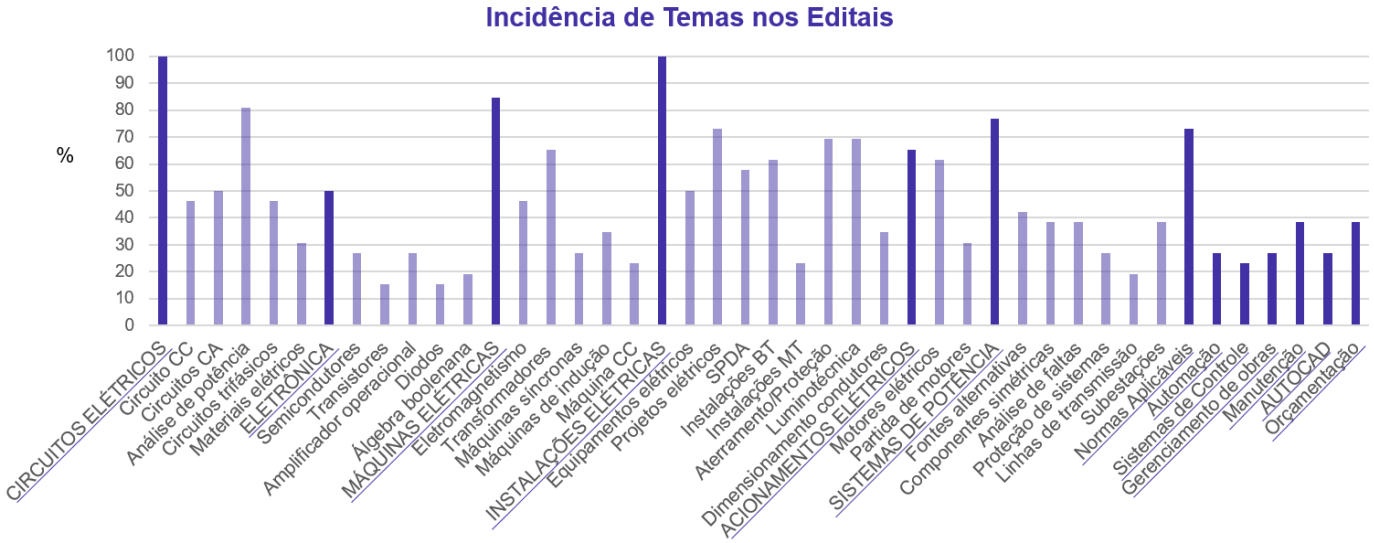
Para respondê-la, realizamos um **Raio X estratégico**, no qual analisamos os **editais mais recentes** (2018-1019) de concursos de engenharia elétrica (prefeituras, universidades, conselhos regionais, entre outros).

Então, eu vou apresentá-lo para que você tenha uma visão geral de estudo para a área de engenharia elétrica para concursos públicos.

Tivemos um pouco de dificuldade com a generalidade dos conteúdos cobrados em alguns editais, pois eles não especificavam os assuntos dentro de temas que, muitas vezes, coincidiam até com nomes de algumas disciplinas que cursamos na graduação (por exemplo, Máquinas elétricas).

Dessa forma, classificamos os assuntos dentro de **"grandes áreas"** (e assim vou chamar devido à quantidade subtemas que podem ser cobrados dentro delas) para ter um panorama geral do conteúdo programático.

O resultado que obtivemos foi o gráfico de incidência de temas nos editais mais atuais de engenharia elétrica.



Perceba que **Circuitos Elétricos** e **Instalações Elétricas** são, disparados, os temas mais cobrados pelos editais. Eles foram exigidos em **100% dos editais** analisados! São seguidas de máquinas e sistema elétrico de potência. Isso faz todo o sentido, pois elas são disciplinas fundamentais na graduação de engenharia elétrica.

Note também que alguns temas são mais abrangentes que outros e, assim, contemplam vários assuntos dentro deles...

É importante ressaltar que existe uma grande diversidade de temas dentro dos editais e alguns não foram apresentados no gráfico devido à sua baixa incidência. Mas que, eventualmente, pode ser abordado em nossas aulas por serem fundamentos para o entendimento de outras partes da matéria.

A análise dos editais nos permite também verificar as **tendências** mais atuais sobre a exigência de determinados temas. Ultimamente, as bancas estão cobrando, por exemplo, o conteúdo de **fontes alternativas de energia**, mesmo quando a parte de geração não é especificada no edital.

O tipo de concurso e o perfil da banca influenciam diretamente nos conteúdos programáticos dos editais.

Agora, pensando na dificuldade em saber o que, de fato, vai cair em prova...

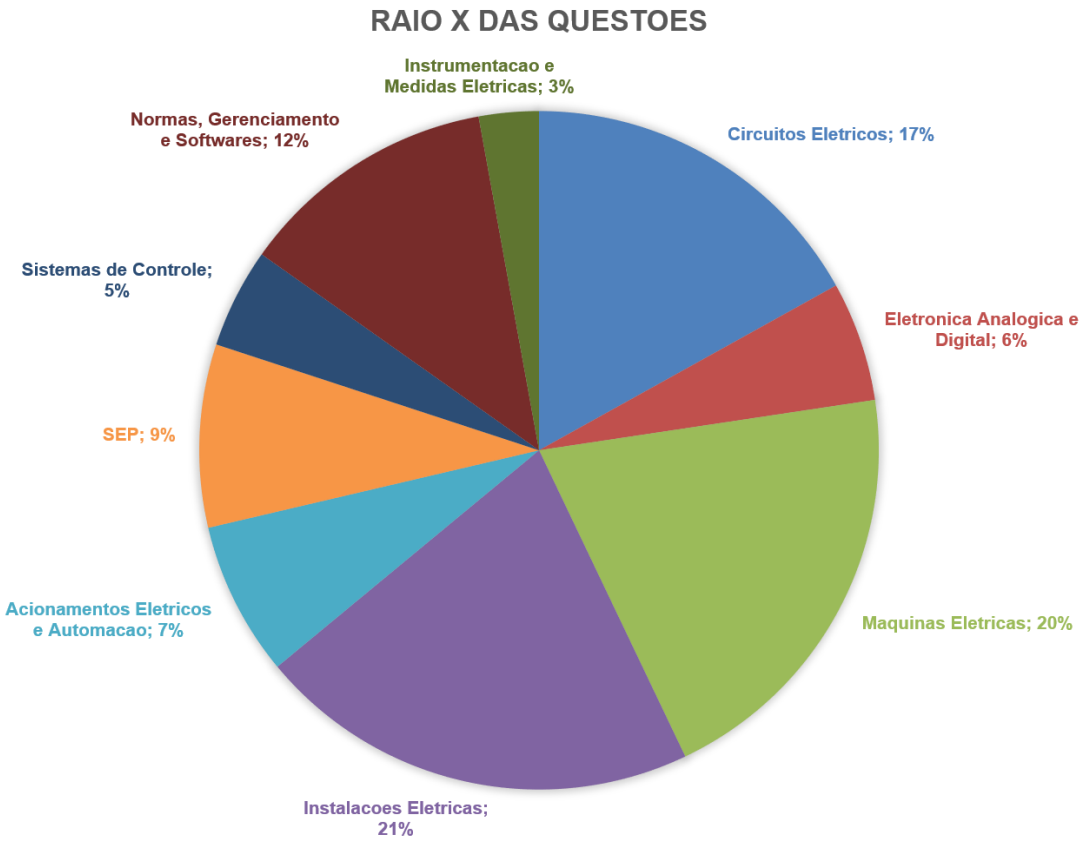
Como podemos aumentar a nossa **assertividade**?

Ora, apenas analisando as provas já aplicadas!

Dessa forma, nós também analisamos as provas aplicadas com o objetivo de terminar quais foram os temas mais representativos!

Pense comigo! Temas muito exigidos nos editais, não necessariamente são temas representativos. Pode ocorrer de um tema muito cobrado, ter apenas uma ou duas questões em prova.

Foram analisadas cerca de 40 provas, totalizando aproximadamente 1000 questões. O gráfico abaixo representa os resultados obtidos para as grandes áreas.



Perceba que os resultados desse gráfico correspondem também aos resultados obtidos na análise dos editais. O que aumenta ainda mais a nossa confiança de que o conteúdo programático do curso está em conformidade com as exigências atuais.

CRONOGRAMA/ METODOLOGIA

O curso está focado no **edital de 2017** e no **Conteúdo Programático** abordando o conteúdo que você precisa estudar para a prova.

Dessa forma, o ponto de partida para sua elaboração foram os **temas e assuntos** cobrados no último edital, bem como aqueles que estão sendo ultimamente cobrados pela banca (AOCP) em outros processos seletivos.

A análise do edital e da última prova fornece um embasamento estatístico e um feeling para determinar a prioridade e profundidade do conteúdo abordado nas aulas. Por isso, nós criamos um cronograma considerando essas duas análises!

Evidencio que as aulas foram divididas conforme a quantidade de subtemas cobrados dentro das "grandes áreas" especificadas no conteúdo programático do último edital. Logo, algumas aulas foram divididas em partes para poder contemplar os tópicos mais importantes e indispensáveis de seu estudo.

Segue abaixo o cronograma de aulas. Qualquer alteração, iremos te manter informado(a).

PLANEJAMENTO GERAL		
AULAS	**CONTEÚDO**	**DATA (postagem)**
AULA 00	**Fundamentos de Eletricidade**	Profa. Mariana Moronari 01/02/2021
AULA 01	**Circuitos Elétricos em Corrente Contínua**	Profa. Mariana Moronari 08/02/2021
AULA 02	**Circuitos Elétricos em Corrente Alternada e Trifásicos**	Profa. Mariana Moronari 15/02/2021
AULA 03	**Fundamentos de Magnetismo e Transformadores**	Profa. Mariana Moronari 22/02/2021
AULA 05	**Instalações Elétricas Prediais**	Profa. Mariana Moronari 08/03/2021
AULA 07	**Segurança em Instalações Elétricas (Parte I)**	Profa. Mariana Moronari 22/03/2021
AULA 09	**Segurança em Instalações Elétricas (Parte II)**	Profa. Mariana Moronari 05/04/2021

AULA 10	**Componentes Simétricos e Análise de Faltas**	Profa. Mariana Moronari 12/04/2021
AULA 11	**Tópicos avançados**	Profa. Mariana Moronari 19/04/2021
AULA 04	**Máquinas Elétricas**	Prof. Samuel Carvalho 01/03/2021
AULA 06	**Instalações elétricas industriais e Acionamentos elétricos**	Prof. Samuel Carvalho 15/03/2021
AULA 08	**Subestações e equipamentos elétricos**	Prof. Samuel Carvalho 29/03/2021

Não posso deixar de destacar que a resolução das questões traz uma bagagem muito importante para o entendimento, treinamento e memorização do conteúdo. Principalmente, na área de exatas.

Portanto, a nossa **metodologia** está baseada na apresentação da teoria envolvida, mas, principalmente, na aplicação dessa teoria à **resolução das questões**. Pois, sabemos o quanto seu tempo é precioso!

A intenção é que você use seu tempo estudando apenas aquilo que responderá as questões, sem ir além.

Com o nosso curso, você poderá relembrar e treinar os pontos mais importantes, focando sempre na forma e no nível de profundidade que eles são cobrados. Vamos **priorizar o seu tempo e o seu esforço** no que realmente importa, ok?

Afinal, você já deu um dos primeiros e mais importantes passos, que é a definição de um objetivo: passar no concurso específico para o cargo de perito criminal de engenharia elétrica do ITEP-RN!

Além disso, teremos videoaulas! Mas lembre-se... Essas aulas destinam-se a complementar a preparação. Quando estiver cansado(a) do estudo ativo (leitura e resolução de questões) ou até mesmo para a revisão, abordaremos alguns pontos da matéria por intermédio dos vídeos.

Com essa outra didática, você disporá de um conteúdo complementar para a sua preparação. Ao contrário do PDF, evidentemente, as videoaulas podem não atender todos os pontos que vamos analisar nos nossos livros eletrônicos. Nosso foco é, sempre, o estudo ativo!

Eventualmente, ressalto que algumas alterações podem ocorrer de forma a adaptar o cronograma para contemplar temas ou subtemas que acharmos necessários para sua preparação.

Com objetivo de **otimizar os seus estudos**, você encontrará oportunamente, em nossa plataforma (Área do aluno), alguns recursos que irão auxiliar bastante a sua aprendizagem, tais como **"Resumos"**,

“Slides” e **“Mapas Mentais”** dos conteúdos mais importantes desse curso. Essas ferramentas de aprendizagem irão te auxiliar no domínio da matéria que você não pode ir para a prova sem saber.

Deixarei meu contato para quaisquer dúvidas ou sugestões. Estarei à sua disposição para respondê-las, afinal é a partir dessas dúvidas que a matéria será fixada em sua mente!

Terei o prazer em orientá-lo(a) da melhor forma possível nesta caminhada que estamos iniciando.

E-mail: *moronari.mariana@gmail.com*;
Instragram: *@profa.moronari.mariana*

Conto com todo seu interesse e empolgação para que tenhamos um alto grau de aproveitamento neste curso!

Dito tudo isso, já podemos partir para a nossa Aula 00!

Um grande abraço,

Profa. Mariana Moronari

“Uma mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original.”

Albert Einstein

1. Lei de Coulomb

A teoria eletromagnética e a teoria de circuitos elétricos são duas teorias fundamentais em que se apoiam os ramos da engenharia elétrica.

Iniciaremos o nosso estudo com os fundamentos de eletricidade, pois os princípios e leis do eletromagnetismo governam os sistemas elétricos. Como engenheiros elétricos, precisamos entender esses princípios a fim de projetar e analisar os sistemas. Os fundamentos do magnetismo serão abordados em outra aula, quando tratarmos da parte inicial da matéria de máquinas elétricas.

Esse capítulo, essencialmente, se concentrará no estudo da eletrostática e eletrodinâmica (estudo das cargas em repouso e em movimento). Depois de introduzir o conceito de força e carga elétrica, apresentaremos a Lei de Coulomb, que, basicamente, descreve a força elétrica exercida por uma carga em outra.

Evidencio que são indiscutíveis a importância e as diversas áreas de aplicações desse tema. Transmissão de energia elétrica e proteção contra descargas atmosféricas são, por exemplo, áreas associadas que necessitam de um conhecimento aprofundado sobre eletrostática para que seja possível projetar equipamentos adequados.

1.1. Força e carga elétrica

- Vamos começar com um raciocínio bem interessante...

Considere uma força semelhante à força gravitacional que varie predominantemente com o inverso do quadrado da distância, mas que seja cerca de bilhões de bilhões de bilhões de bilhões de vezes mais intensa. Essa força é responsável pela atração e repulsão entre dois tipos de "matéria", que podemos chamar de matéria positiva e matéria negativa.

A **repulsão elétrica** entre dois elétrons é 10^{42} **vezes maior** que sua atração gravitacional.

Diferentemente da gravidade (onde há apenas atração), matérias do mesmo tipo se repelem e de tipos diferentes se atraem.

As **cargas elétricas elementares** são constituídas, no nível atômico, pelos e**létrons** e pelos **prótons** que formam os átomos. Os elétrons os prótons contêm cargas de sinais opostos e

mesmo módulo, sendo a carga do elétron negativa e do próton positiva. O nêutron, como o próprio nome sugere, não possui carga elétrica.

Toda matéria é uma mistura de prótons positivos e elétrons negativos, que estão se atraindo e repelindo por esta força extraordinária (Força elétrica). Entretanto, o balanço de forças é tão perfeito, que, quando você está próximo de uma outra pessoa, não é capaz de sentir força alguma.

E mesmo um pequeno desbalanceamento poderia ser sentido! Se você estiver a uma distância de um braço de alguém e cada um de vocês tiver um por cento a mais de prótons, a força de repulsão seria extremamente grande.

Professora, mas quão grande seria? O suficiente para erguer o edifício Empire State?

Não!

Para erguer o monte Everest?

Também não!

Saiba que a repulsão seria suficiente para erguer um “peso” igual ao de toda a Terra!

As cargas existem em dois tipos, positivas e negativas justamente porque seus efeitos tendem a se cancelar.

Se você tiver $+q$ e $-q$ no mesmo ponto, eletricamente será como se ali não houvesse carga nenhuma.

Isso pode parecer óbvio demais para merecer um comentário, mas vamos continuar explorando outras possibilidades...

E se os dois tipos não tendessem a se cancelar?

Os sistemas estariam sujeitos a forças imensas, por exemplo, uma batata explodiria se esse cancelamento tivesse uma imperfeição tão mínima quanto uma parte em 10^{10}.

O fato extraordinário é que as cargas positivas e negativas ocorrem em quantidades exatamente iguais, em um grau de precisão fantástico, de forma que seus efeitos se tornam praticamente neutralizados.

Outro ponto importante é que **a carga é conservada**, não podendo ser criada ou destruída. Ou seja, o que existe hoje sempre existiu.

Uma carga positiva pode “aniquilar” uma carga negativa equivalente, mas uma carga positiva ou negativa não pode simplesmente desaparecer por si só.

Dessa forma, a carga total do universo está fixada para todo sempre. Essa é a chamada **conservação global** de carga!

A conservação global permite que uma carga desapareça em São Paulo e reapareça imediatamente em Brasília (isso não afetaria o total), mas sabemos que isso não acontece. Se a carga estivesse em São Paulo e fosse para Brasília, teria de ter atravessado algum trajeto contínuo de um lugar para outro. Isso se chama conservação local da carga.

Oportunamente veremos como formular uma lei matemática precisa que expressa a conservação local de cargas, chamada de equação de continuidade.

1.2. Tipos de força

A mecânica nos diz como um sistema irá se comportar quando estiver sujeito a uma determinada força. Existem quatro forças fundamentais conhecidas (atualmente) na física.

1. Forte;
2. Eletromagnética;
3. Fraca;
4. Gravitacional.

Mas você pode estar se perguntando, onde está o atrito? Onde está a força “normal” que não nos deixa atravessar o chão? Onde está a força de impacto entre duas bolas de bilhar que que colidem?

A resposta é que todas essas forças são **eletromagnéticas!**

De fato, não é exagero dizer que vivemos em um mundo eletromagnético, pois praticamente todas as forças que sentimos no nosso dia a dia, com exceção da gravidade, tem origem eletromagnética. A força eletromagnética está relacionada praticamente com todos os fenômenos físicos que encontramos no nosso cotidiano, pois as interações entre os átomos são regidas pelo eletromagnetismo.

As **forças eletromagnéticas**, além de serem preponderantemente dominantes no dia a dia, são as únicas totalmente compreendidas.

A teoria do eletromagnetismo (ramo da física que estuda a relação entre a eletricidade e o magnetismo) pode ser sintetizada pelas **equações de Maxwell**, conhecidas como as leis de Gauss, Faraday e Ampère. Na física, ela é considerada uma das teorias mais suscintas e bem acabadas.

As **forças fortes**, que mantêm prótons e nêutrons unidos no núcleo atômico, têm **alcance extremamente curto** e, portanto, não as “sentimos”, apesar do fato de sem cem vezes mais fortes do que as forças elétricas. As **forças fracas**, que respondem por certos tipos de decaimentos radioativos, não só têm **curto alcance**, como são, antes de mais nada, muito mais fraca do que as eletromagnéticas.

Como sabemos, os átomos são formados por um núcleo de prótons positivos com elétrons negativos ao seu redor. Então, você poderia se perguntar: “se esta força elétrica é tão extraordinária, por que os prótons e os elétrons não caem uns em cima dos outros? Se eles querem estar numa mistura compacta, por que não fica ainda mais compactos?”

A resposta está intimamente relacionada com o efeito quântico. Ao tentar confinar elétrons numa região muito próxima dos prótons, de acordo com princípio da incerteza, estes elétrons adquiriam um momento quadrático médio que aumentaria à medida que os elétrons fossem confinados. É este movimento, exigido pelas leis da mecânica quântica, que impede a atração elétrica de juntar ainda mais as cargas.

Você também poderia fazer a seguinte pergunta: “O que mantém os núcleos coesos?” No núcleo existem vários prótons, todos positivos. Por que a repulsão não os afasta?

Acontece que dentro do núcleo existem, além das forças elétricas, forças não-elétricas, chamada de **forças nucleares** ou **força forte**. Estas forças fortes são mais intensas que as forças elétricas, o que as permite manter os prótons unidos, apesar de existir repulsão devido as forças elétricas.

Entretanto, as forças fortes possuem curto alcance e sua intensidade diminui mais rapidamente que $1/r^2$. Este fato possui um a importante consequência, ou seja, se um núcleo tiver muitos prótons, ele se torna muito grande e estes prótons não conseguirão se manter unidos. Um exemplo é o urânio, com 92 prótons.

As forças fortes atuam principalmente entre cada próton (ou nêutron) e seus vizinhos mais próximos, enquanto a as forças elétricas atuam em distâncias maiores, criando uma repulsão entre cada próton e todos e todos os outros prótons presentes no núcleo. Quanto mais prótons houver no núcleo, mais forte será a repulsão elétrica.

No caso do urânio, o desbalanceamento de forças é tão delicado que está prestes a se estilhaçar devido às forças elétricas. Se este núcleo de urânio for perturbado, ou seja, “cutucado”, ele se partirá em dois pedaços, cada um com carga positiva e estes pedaços se afastarão pela repulsão elétrica. A energia liberada neste processo é a energia de uma bomba atômica. Essa energia é usualmente chamada de energia “nuclear”, mas é, na verdade, uma energia “elétrica” liberada quando as forças elétricas superam as forças fortes.

É claro que existe também uma teoria clássica para a gravidade (lei da gravitação universal) e outra que é relativística (a teoria da relatividade geral de Einstein), mas nenhuma teoria quântica satisfatória foi construída para a gravidade (embora muita gente esteja trabalhando nisso).

Atualmente existe uma teoria muito bem-sucedida (embora excessivamente complicada) para as interações fracas e uma candidata extraordinariamente atraente (chamada **cromodinâmica**) para as interações fortes.

Todas essas teorias tiram suas inspirações da eletrodinâmica e nenhuma delas pode alegar verificação conclusiva no estágio atual. Portanto, a eletrodinâmica, uma teoria maravilhosamente completa, tornou-se uma espécie de paradigma dos cientistas.

A **eletrodinâmica** é um ramo da eletricidade responsável pelo estudo do comportamento das cargas elétricas **em movimento**. E a **eletrostática** se destina ao estudo das cargas elétricas quando elas estão **em repouso**.

Nós iniciaremos nosso estudo sobre eletricidade com a eletroestática!

1.3. Lei de Coulomb

A eletrostática é caracterizada pelos campos eletrostáticos.

Um **campo eletrostático** é gerado por uma distribuição de cargas estáticas. Ou seja, eles são **invariáveis no tempo**.

Ao longo da nossa discussão, assumiremos que o campo elétrico está no vácuo, mesmo que o campo elétrico em um meio material possa ser tratado, por conveniência, em outra situação.

A lei de Coulomb e a lei de Gauss são as duas leis fundamentais que governam a eletrostática. A lei de Coulomb é uma lei mais geral que pode ser aplicada a qualquer configuração de cargas e a lei de Gauss é utilizada quando a distribuição de cargas é simétrica.

Vamos nos concentrar inicialmente na lei de Coulomb...

A lei de Coulomb descreve a interação eletrostática entre partículas carregadas. Ela pode ser resumida em três afirmações:

- Existem duas, e somente duas, espécies de cargas elétricas: a **positiva** e **negativa**.
- A força de interação entre duas cargas pontuais atua ao longo da linha que as une e é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.
- Essa força também é proporcional ao produto das cargas, ou seja, é **repulsiva para cargas de mesmo sinal** e **atrativa para cargas de sinais opostos**.

Note que o termo pontual significa que o tamanho das cargas é pequeno em comparação as dimensões do sistema.

O engenheiro francês Charles Augustin de Coulomb estudou a interação entre partículas carregadas em 1784.

A lei de Coulomb pode ser formulada matematicamente da seguinte forma:

$$F = \frac{K|q_1||q_2|}{r^2}$$

onde $|q_1|$ e $|q_2|$ são os módulos das cargas, r é distâncias entre as cargas e K é uma constante de proporcionalidade. Essa equação é uma expressão escalar, ou seja, fornece informação sobre o módulo da força.

Nas descrições de problemas, o sentido e a direção devem ser atribuídos. Se as cargas possuem sinais contrários, as observações de coulomb estabelecem que a força é atrativa, assim, o sentido da força que atua em $\mathbf{q_1}$ é de $\mathbf{q_1}$ para $\mathbf{q_2}$, enquanto a força que atua em $\mathbf{q_2}$ é de $\mathbf{q_2}$ para $\mathbf{q_1}$ e a direção é a linha que passa pelas duas cargas (Figura 1).

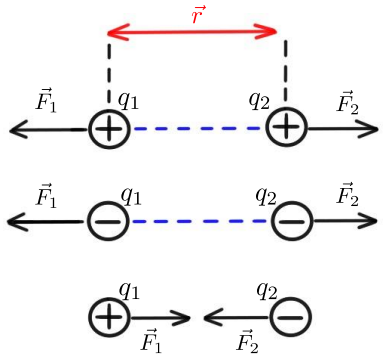


Figura 1- Representação da linha de ação da força eletrostática entre partículas.

Ao utilizar a lei de Coulomb, deve-se considerar que cargas opostas se atraem e cargas de mesmo sinal se repelem, lembrando que a força é newtoniana, isto é, a força coulombiana obedece à terceira lei de Newton.

Para escrever a lei de Coulomb na forma vetorial, é preciso considerar o fato de que a força atua ao longo da linha que une as cargas, sendo positiva se as cargas tiverem o mesmo sinal e negativa se possuírem sinais opostos.

Considerando $\overrightarrow{F_1}$ a força que age sobre a carga q_1 (em virtude da presença da carga q_2) e $\vec{r}_{1,2}$ é o vetor que parte de q_2 a q_1 cujo módulo é $r_{1,2}$, temos:

$$\vec{F}_1 = \frac{Kq_1q_2}{r_{1,2}^2}\frac{\vec{r}_{1,2}}{r_{1,2}} = \frac{Kq_1q_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}$$

onde $\hat{r} = \vec{r}_{1,2}/|r|_{1,2}$ é o vetor unitário na direção de $\vec{r}_{1,2} = \overrightarrow{r_1} - \overrightarrow{r_2}$.

Para obter a força elétrica sobre a carga q_2 , é preciso apenas permutar os índices 1 e 2. É importante observar nessa equação que q_1 e q_2 são quantidades positivas e negativas das cargas, que devem ser atribuídas cada uma com seu sinal na equação vetorial. O resultado fornecido (Fig. 2) é o vetor força eletrostática, que apresenta informações sobre módulo, direção e sentido da interação.

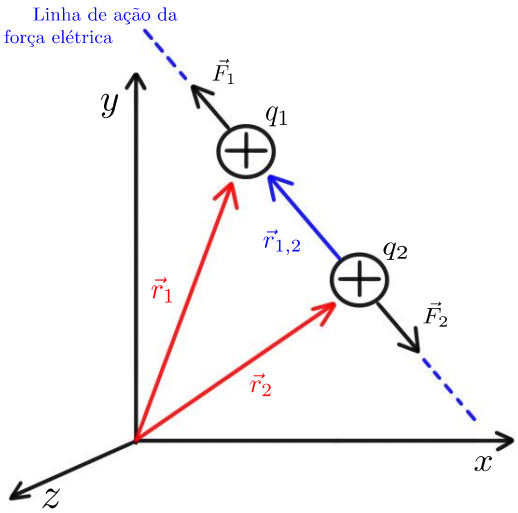


Figura 2- Aplicação vetorial da Lei de Coulomb

A constante de proporcionalidade é chamada de constante eletrostática, essa constante é utilizada para ajustar valores e dimensões, pois os resultados fornecidos pela lei de Coulomb devem ser coerentes em um sistema de unidades. No sistema internacional de unidades (SI), a força é representada em Newtons (N), as cargas elétricas em coulombs (C) e a distância, em metros (m). O valor de K utilizado é dada por:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \ \frac{Nm^2}{C^2}$$

onde $\epsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12} \ C^2/Nm^2$, que é conhecida como permissividade elétrica no vácuo. Podemos reescrever a equação da seguinte maneira:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\hat{r}$$

Temos um **dipolo elétrico** quando duas cargas pontuais de **igual magnitude e sinais opostos** estão separadas por uma pequena distância.

1.3.1. Força elétrica x Força gravitacional

A intensidade da força gravitacional F_g entre dois corpos de massa m_1 e m_2 é dada pela lei da gravitação de Newton:

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Perceba que podemos comparar essa intensidade com a intensidade da força elétrica de Coulomb definida na seção anterior.

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Essas leis dependem do inverso do quadrado das distâncias entre os centros dos corpos que interagem e envolvem a propriedade de interação à distância entra as partículas. Note também que, na gravitação, sempre haverá atração!

Considere a interação ente duas partículas α (núcleo do átomo de Hélio). A massa da partícula α equivale a $6{,}64 \times 10^{-27}\ \text{kg}$ e sua carga $(+2e)$ equivale a $3{,}2 \times 10^{-19}\ \text{C}$.

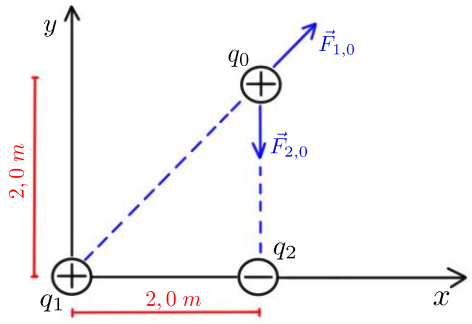
Vamos então comparar a repulsão elétrica das partículas α com a atração gravitacional entre elas. Utilizando as equações da força elétrica de coulomb e da força gravitacional, temos que a razão F_e/F_g é dada por

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G}\frac{q^2}{m^2} = \frac{9\cdot 10^9 (3{,}2\cdot 10^{-19})^2}{6{,}67\cdot 10^{-11}(6{,}64\cdot 10^{-27})^2} = 3{,}1\cdot 10^{35}$$

O resultado acima revela o quanto a força gravitacional nesse caso é desprezível em comparação com a força elétrica. Isto é sempre verdade para interação entre partículas atômicas e subatômicas. Se compararmos dois corpos do tamanho de uma pessoa e de um planeta, em geral, esses dois sistemas não estão carregados, ou seja, a carga líquida positiva é aproximadamente igual a carga líquida negativa e dessa forma a força elétrica é muito menor do que a força gravitacional.

Vamos aplicar os conhecimentos adquiridos nesse capítulo?!

(Equipe – Estratégia - 2019) Considere portadores de cargas localizados fixamente. A carga $\mathbf{q_1 = +25\ nC}$ está sobre a origem do plano cartesiano, a carga $\mathbf{q_2 = -15\ nC}$ está sobre o eixo x em $x = 2{,}0\ \text{m}$ e a carga $\mathbf{q_0 = +20\ nC}$ está no ponto $x = 2{,}0\text{m}$ e $y = 2{,}0\text{m}$ como mostra (figura). Determine a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica resultante sobre a carga $\mathbf{q_0}$.



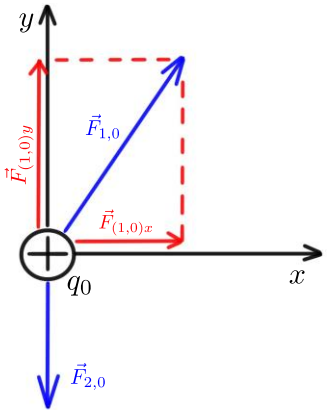
Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica resultante sobre a carga q_0. O procedimento para resolver esta questão consiste em inicialmente determinar o módulo das forças elétricas $|\vec{F}_{1,0}|$ e $|\vec{F}_{2,0}|$. Essas forças agem sobre a carga q_0.

$$|\vec{F}_{1,0}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1 q_0|}{r_{1,0}^2} = \frac{(8,99\times10^9\ N.m^2/C^2)(25\times10^{-9}\ C)(20\times10^{-9}\ C)}{(2\sqrt{2}\ m)^2} =$$
$$= 5,62\times10^{-7}\ N$$

$$|\vec{F}_{2,0}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_2 q_0|}{r_{2,0}^2} = \frac{(8,99\times10^9\ N.m^2/C^2)(15\times10^{-9}\ C)(20\times10^{-9}\ C)}{(2,0\ m)^2} =$$
$$= 6,74\times10^{-7}\ N$$

O próximo passo é analisar o diagrama de corpo livre sobre a carga q_0, com o objetivo de identificar e determinar as componentes vetoriais das forças aplicadas sobre ela.



Como o vetor $\vec{F}_{1,0}$ faz um ângulo de $\theta = 45°$ em relação ao semieixo positivo dos x's, temos:

$$F_{(1,0)x} = F_{(1,0)y} = |\vec{F}_{1,0}|\cos 45° = |\vec{F}_{1,0}|\sin 45° = 3,97\times10^{-7}\ N$$

Dessa forma a força resultante sobre q_0 é dada por:

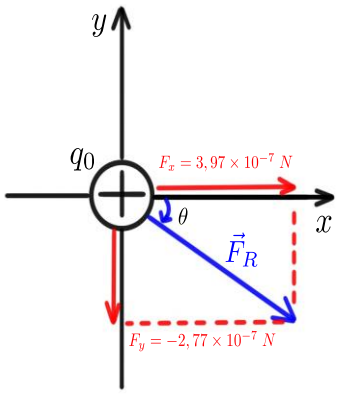
$$\begin{aligned}\vec{F}_R &= \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0} \\ &= (F_{(1,0)x} + F_{(2,0)x})\,\hat{i} + (F_{(1,0)y} + F_{(2,0)y})\,\hat{j} = \\ &= (3,97 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{i} + (3,97 \times 10^{-7}\ N\ - 6,74 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{j} = \\ &= (3,97 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{i}\ + (-2,77 \times 10^{-7}\ N)\,\hat{j}\end{aligned}$$

A intensidade da força resultante é dada por:

$$\begin{aligned}|\vec{F}_R| &= \sqrt{(3,97 \times 10^{-7})^2 + (-2,77 \times 10^{-7})^2} = \\ &= 4,84 \times 10^{-7}\ N\end{aligned}$$

Considerando a direção θ de $\overrightarrow{F_R}$ em relação ao semieixo positivo dos x's no sentido horário (ângulo negativo), temos:

$$\begin{aligned}\tan\theta &= \frac{F_y}{F_x} = \frac{-2,77}{3,97} = -0,698 \\ \theta &= \tan^1(-0,698) = -34,9°\end{aligned}$$



2. CAMPO ELÉTRICO

O campo elétrico é uma entidade abstrata criada por distribuições de cargas e existe em todos pontos do espaço. As distribuições de cargas no espaço vazio (vácuo) afetam todos os pontos do espaço produzindo em cada ponto um valor de campo elétrico. Uma carga de prova pode revelar a existência desse campo elétrico pela força elétrica nela exercida.

Professora, seria possível visualizar de forma mais concreta o campo elétrico?

Uma forma de visualizar o campo elétrico de forma mais concreta é caracterizar a distribuição do campo no espaço utilizando o conceito de linha de campo. As linhas de campo são curvas tangentes em cada ponto à direção do campo elétrico.

Dessa forma, podemos determinar imediatamente a direção do campo em cada um dos seus pontos apenas com uma linha de campo elétrico. Sua trajetória tem a função de ilustrar a distribuição do campo elétrico no espaço. Para cargas pontuais afastadas umas das outras, as linhas de campo elétrico são caracterizadas por serem radiais (Fig. 3).

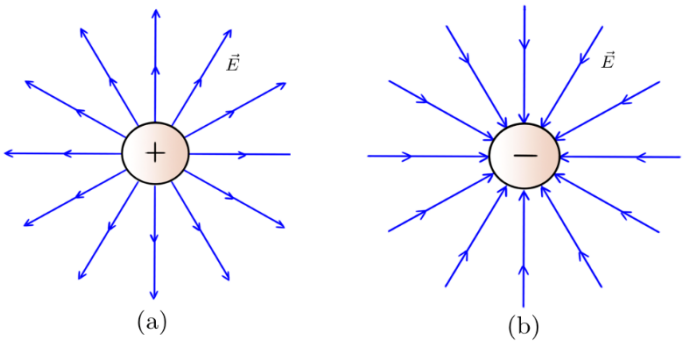


Figura 3-Campo elétrico de uma carga pontual.

O campo elétrico $\vec{E}$ é tridimensional e tem simetria de revolução em qualquer eixo que passa pela carga.

A força elétrica exercida por uma carga sobre a outra é um exemplo claro de uma força que atua à distância, o que é similar à força gravitacional.

Você pode me perguntar...

Imaginando que uma partícula carregada (posicionada em algum ponto do espaço) seja removida repentinamente, será que a força elétrica exercida sobre a segunda partícula (que está a uma certa distância $\vec{r}$) varia instantaneamente?

Sabendo que uma carga produz um campo elétrico $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço e este campo exerce uma força elétrica sobre uma segunda carga. Então, será o campo $\vec{E}$ na posição da segunda partícula que exercerá a força sobre ela, e não a primeira carga (a qual está a certa distância).

Saiba que as perturbações no campo elétrico se propagam no espaço com a velocidade da luz ($c \approx 299.792{,}459\ m/s$). Dessa forma, se carga for deslocada repentinamente, a força que ela exerce através de seu campo elétrico sobre a segunda carga (a uma distância $\vec{r}$) não muda antes de um intervalo de tempo de $|\vec{r}|/c$.

2.1. Intensidade de campo elétrico

Para verificarmos se existe campo elétrico em um dado local do espaço, coloca-se no referido local um corpo carregado, chamado de carga teste ou carga de prova (q_0).

A **carga teste** é uma carga elétrica de valor bastante pequeno (desprezível), ou seja, a perturbação causada por ela também será desprezível.

Quando carga teste sofre a ação de uma força elétrica, concluímos que existe um campo elétrico nessa região. O campo elétrico nessa região é produzido por outra carga e não pela carga teste.

O vetor **intensidade de campo elétrico** **E** é dado pela **força por unidade de carga** imersa nesse campo elétrico.

Assim, podemos definir o campo elétrico operacionalmente por:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F_O}}{q_0}$$

onde q_0 é carga teste e $\overrightarrow{F_0}$ é a força elétrica gerada pela carga fonte. A unidade da intensidade de campo elétrico no sistema internacional de unidades, é N/C. Aqui precisamos fazer algumas considerações:

- A equação acima fornece a intensidade do Campo Elétrico e não o campo elétrico em si. No entanto, essa denominação não é utilizada na prática, de modo que a grandeza acima é geralmente chamada simplesmente de campo elétrico;

- O limite aplicado acima é apenas formal, pois a carga é quantizada e não pode assumir valores menores em módulo do que a carga do elétron;
- Apesar da definição operacional ser dada em função da carga de teste, o campo elétrico é uma propriedade da carga fonte;
- Em medidas experimentais, a carga de prova deve ter o menor valor possível, para que o campo gerado por ela não perturbe significativamente a distribuição de carga fonte cujo campo se quer mensurar;
- O vetor intensidade de campo elétrico está na mesma direção que a força elétrica.

Dessa forma, podemos considerar simplesmente que o vetor intensidade de campo elétrico é dado por:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Nas próximas seções, iremos descrever o campo elétrico gerado por cargas pontuais e por distribuições contínuas de cargas.

2.2. Campo elétrico de uma carga puntiforme

Quando a distribuição de uma carga fonte corresponde a uma carga puntiforme Q, é fácil descrever o campo elétrico que ela produz. O local onde essa carga fonte se encontra é denominado ponto A, e o local onde desejamos determinar o campo elétrico é denominado ponto B. O vetor unitário $\hat{r}$ é igual o deslocamento $\vec{r}$ que une os pontos A e B dividido pela distância $|\vec{r}| = r$, ou seja, $\hat{r} = \vec{r}/r$.

Se colocarmos uma carga teste q_0 em B a uma distância r da carga fonte, o módulo da força elétrica é dado pela Lei de Coulomb:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qq_0}{r^2}$$

Dessa forma, o módulo do campo elétrico E no ponto B é dado por:

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

Observe que o campo elétrico no ponto B depende da distribuição da carga fonte Q. Utilizando o vetor unitário, podemos escrever uma expressão vetorial para o campo elétrico que fornece seu módulo, direção e sentido.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

A expressão acima determina o vetor campo elétrico em determinado ponto. Porém, uma vez que o campo elétrico pode variar de um ponto para outro, ele não é dado por uma única grandeza vetorial, mas por um conjunto de grandezas vetoriais, cada uma das quais associada a um ponto desse espaço.

O **campo elétrico** $\vec{E}$ é um exemplo de um **campo vetorial**. Podemos representar as componentes do campo elétrico, por exemplo, em um sistema de coordenadas cartesianas (x, y, z) por $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$,$E_z(x, y, z)$.

É de extrema importância entendermos bem sobre o sentido dessas grandezas vetoriais para que possamos resolver corretamente as questões! Vamos então analisar o sentido do campo elétrico e da força entre as cargas...

O sentido do vetor campo elétrico de uma carga fonte carregada positivamente e negativamente é ilustrado pela Figura (4).

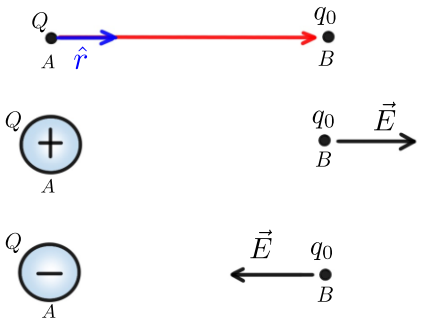


Figura 4- Comportamento do vetor campo elétrico de uma carga fonte positiva e negativa.

Ou seja, perceba que a linha de força para o vetor campo elétrico para uma carga positiva tem o sentido de "sair" da carga e para uma carga negativa possui o sentido de entrar!

Quando a carga teste sofre a ação de uma força elétrica, conclui-se que o campo elétrico detectado é produzido por outras cargas e não por q_0, pois sua carga elétrica é desprezível.

Portanto, quando o campo elétrico $\vec{E}$ é conhecido em um dado ponto do espaço, a força elétrica $\vec{F}$ que atua sobre uma carga teste q_0 é simplesmente $\vec{F}_0 = q_0\,\vec{E}$.

Professora, mas qual será o sentido dessa força?

Isso dependerá da relação de atração ou repulsão entre a carga fonte e a carga teste. Considerando que a carga fonte está carregada positivamente (*Q+*):

- Quando q_0 também for **positiva**, $\vec{F}_0$ que age sobre a carga terá o **mesmo sentido** de $\vec{E}$, pois haverá uma força de repulsão entre as cargas.

- Quando q_0 **for negativa**, $\vec{F}_0$ e $\vec{E}$ terão **sentidos contrários**, pois o sentido do campo elétrico permanecerá "saindo" da carga fonte e, agora, a força entre as cargas será de atração!

O comportamento da força e do campo elétrico gerado por uma carga fonte carregada positivamente sobre uma carga teste pode der visualizado na Figura (5).

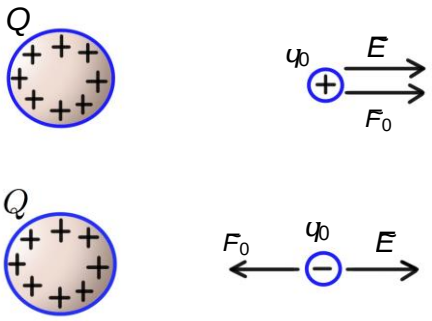


Figura 5-comportamento da força e do campo elétrico sobre uma carga teste.

Observe que o mesmo raciocínio pode ser utilizado quando a carga teste está carregada negativamente. Dessa forma, podemos concluir que o sentido da força elétrica e do campo elétrico será determinado pela **carga teste!**

Se a carga teste for **positiva**, o campo elétrico e a força elétrica terão **o mesmo sentido**! Se a carga teste for **negativa**, o campo elétrico e a força elétrica terão **sentidos contrários**!

Em alguns casos, o **módulo e a direção do campo são constantes** em uma certa região do espaço e, assim, teremos um **Campo Uniforme.** Um bom exemplo é o campo elétrico no interior de um condutor. Caso exista um campo elétrico no interior de um condutor, o campo exerce uma força sobre cada carga existente no interior do condutor, produzindo um movimento das cargas livres. Por definição, não existe nenhum movimento efetivo em uma situação eletrostática.

2.3. Distribuição contínua de cargas

Até agora nós consideramos somente forças e campos elétricos de cargas pontuais. Ou seja, cargas que ocupam um pequeno espaço físico. No entanto, também devemos considerar "corpos" carregados eletricamente com uma distribuição de cargas.

A carga elétrica é quantizada a nível microscópio e, portanto, as distribuições de carga são discretas. Porém existem situações em que o acúmulo de cargas é tão grande que podemos considerar a carga como

uma grandeza distribuída de forma contínua, semelhante à descrição de massa específica (utilizando o conceito de densidade linear λ, superficial σ e volumétrica ρ).

Da mesma forma, consideramos um elemento de comprimento (dx), superfície (dA) ou volume (dV) que seja grande o suficiente para conter uma quantidade relevante de portadores de carga e, ainda sim, esse elemento seja suficiente pequeno em comparação com as dimensões do sistema em análise.

A Figura (6) representa um sistema carregado com uma distribuição contínua de carga Q e volume V.

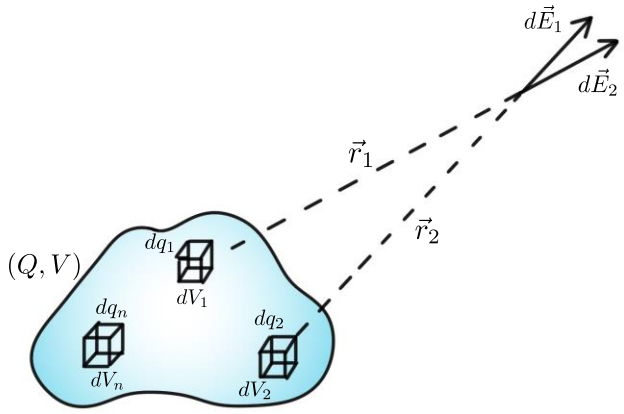


Figura 6-Campo elétrico de uma distribuição contínua de cargas.

Com o objetivo de descrever o campo elétrico gerado por uma carga pequena o suficiente para ser tratada como carga puntiforme sobre um ponto P , podemos utilizar a Lei de Coulomb para quantificar o módulo do campo elétrico nessa região do espaço.

É usual denotar a densidade de cargas volumétrica por ρ_V , temos então para este caso que:

$$dq = \rho_V \, dV$$

Logo,

$$\left|d\vec{E}\right| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq|}{r^2}$$

A carga total Q do sistema em análise é dada por:

$$Q = dq_1 + dq_2 + dq_3 + \cdots + dq_n$$

Ou seja, a carga total é dada pela superposição de todos os elementos de cargas que compõe o sistema total!

O módulo do campo elétrico total no ponto P é calculado por meio da integração do campo de todos os elementos de carga. Portanto,

$$|d\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq_1|}{r_1^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq_2|}{r_2^2} + \cdots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|dq_n|}{r_n^2}$$

Integrando,

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \frac{\rho_V}{r^2}dV$$

Essa fórmula pode ser aplicada para calcular o módulo do vetor intensidade de campo elétrico de diferentes distribuições, como linha, superfície e volume de carga, considerando sempre o sistema de coordenadas que melhor descreverá a geometria do problema!

2.4. Densidade de fluxo elétrico

A densidade de fluxo elétrico **D** está relacionada com a intensidade do campo elétrico **E** por meio da seguinte relação:

$$\vec{D} = \epsilon_0\vec{E}$$

A constante ϵ_0 é denominada como a constante de permissividade do espaço livre. Ela é dada em henry/metro (F/m) e equivale a:

$$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$$

A densidade de fluxo elétrico também pode ser relacionada com o fluxo elétrico. Por definição, **o fluxo do campo elétrico E** através de uma superfície orientada ***dS*** é calculado como a integral do produto escalar entre estes dois vetores. Dessa forma, temos que

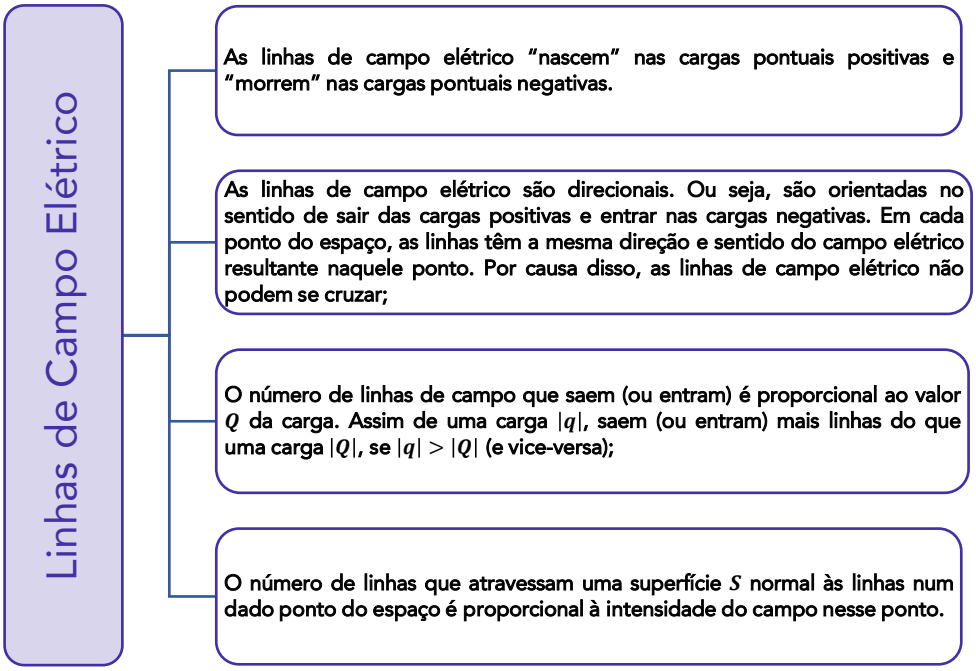
$$\psi = \int_S \vec{D}\cdot\overrightarrow{dS}$$

Onde o fluxo elétrico ψ é dado em C e a densidade de fluxo em C/m^2.

Perceba que, se a densidade de fluxo elétrico $\vec{D}$ estiver normal à superfície $\overrightarrow{dS}$, eles serão paralelos. Dessa forma, o produto escalar entre os dois vetores poderá ser retirado da equação, dado que o cos 0° será igual a um!

2.4.1. Linhas de campo elétrico

As linhas de campo elétrico têm propriedades que as tornam muito úteis. Essas propriedades são:



As linhas de campo da Figura 3 satisfazem todas as condições acima.

As linhas de campo **saem da carga positiva** e **entram na carga negativa**.

Como o campo elétrico é radial, as linhas são retas partindo da origem em todas as direções, orientadas para fora no caso em que Q é positiva e para dentro no caso em que Q é negativa.

Para verificar a última propriedade, vamos considerar uma carga pontual $+q$ envolta por uma superfície S esférica de raio r, como mostra a Figura (7).

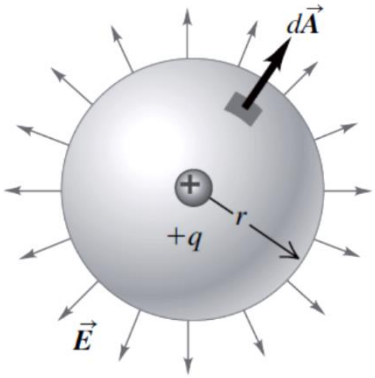


Figura 7-Carga puntiforme "+q" envolvida por uma superfície esférica S fechada. Fonte: YOUNG, HUGH.

Raciocine comigo...

Por essa superfície passam N linhas de campo, distribuídas de forma homogênea por uma área equivalente a

$$A = 4\pi R^2$$

O campo é proporcional a esse valor. Ou seja,

$$E \propto \frac{N}{4\pi R^2}$$

Como N é fixo, temos então que $E \propto \frac{1}{R^2}$, o que está totalmente de acordo com a Equação para o campo elétrico gerado por uma carga pontual.

Pela terceira propriedade, o número de linhas de campo N é proporcional a carga Q ($N \; \alpha \; Q$). O que também está de acordo com a equação para o campo elétrico.

Querido (a) aluno(a),

Agora, vamos fazer uma análise de forma mais aprofundada para situação ilustrada pela Figura 7 com o objetivo de entendermos a importância da aplicação do fluxo elétrico...

Como o campo elétrico de uma carga pontual tem simetria esférica radial (Fig. 7), o campo $\vec{E}$ tem módulo constante em cada ponto da superfície e está na direção normal à superfície. Ou seja, podemos retirar o produto escalar e os termos constantes da equação.

Aplicando essas conclusões na equação do fluxo elétrico, temos que:

$$\psi = \int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_S \epsilon_0 E \, dS = \epsilon_0 E \int_S dS$$

Sabendo que a área superficial de uma esfera equivale a $4\pi r^2$, então

$$\psi = \epsilon_0 E\ (4\pi r^2)$$

Substituindo o campo elétrico por sua respectiva equação (definida na seção 2.2), temos

$$\psi = \epsilon_0\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}(4\pi r^2) = Q$$

Agora vamos tirar algumas conclusões...

- Note que o fluxo elétrico de pende apenas da carga Q dentro da superfície;
- Perceba também que não importa o raio e nem a forma da superfície.

Isso ocorre porque o fluxo elétrico está associado ao número de linhas de campo que atravessam a superfície S (no caso considerado, esse número é sempre fixo)!

A forma da superfície S também não importa, pois o número de linhas de campo atravessará a superfície S de qualquer formato que seja colocado em volta da carga.

A Figura (8) representa justamente a situação em que a carga puntiforme Q está envolvida por superfícies de diferentes formatos.

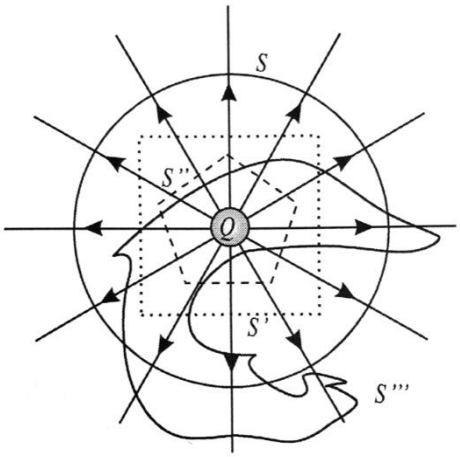


Figura 8-Carga puntiforme Q envolvida por superfícies fechadas de formas diferentes. Fonte: MACHADO, KLEBER.

Na Figura 8, podemos visualizar que o número de linhas que atravessam as superfícies $S, S' e S''$ é igual a 12. No caso da superfície S''', de formato arbitrário, as linhas cruzam para fora 14 vezes, ao passo que para dentro há 2 cruzamentos, num total líquido de $14 - 2 = 12$ cruzamentos para fora da superfície.

Isso significa que o fluxo por qualquer uma dessas superfícies fechadas é o mesmo! Apenas é mais fácil calculá-lo para o caso da superfície fechada esférica, porque ela acompanha a simetria do campo elétrico.

Esse tipo de superfície, que facilita o cálculo do fluxo elétrico e explora a simetria da distribuição de cargas, é conhecida como **superfície gaussiana**.

O cálculo para outras superfícies é mais complicado, mas o resultado final seria idêntico. Ou seja, para qualquer superfície fechada, teremos:

$$\psi = \int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = Q$$

Essa equação depende apenas da carga dentro da superfície!

Uma linha de fluxo elétrico é uma trajetória ou uma linha imaginária desenhada de tal modo que sua orientação em qualquer ponto é a orientação do campo elétrico no ponto. Logo, são linhas para as quais o vetor densidade de fluxo elétrico D é tangencial a cada ponto.

2.5. Lei de Gauss

Até agora foi analisado a situação onde existia apenas uma única carga pontual dentro da superfície. No entanto, se tivermos várias cargas pontuais, deveremos considerar a carga líquida total Q_{total} dentro da superfície.

Esse resultado nos leva à lei de Gauss. Essa importante lei estabelece que:

O **fluxo total** ψ através de qualquer superfície fechada é igual à **carga total envolvida** por essa superfície.

Dessa forma, temos que:

$$\psi = \int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = Q_{total}$$

As cargas podem estar localizadas em qualquer lugar no seu interior, não necessariamente no centro.

Esta é a primeira Lei de Maxwell da Eletrostática escrita na forma integral.

Considerando a situação em que a superfície gaussiana envolve uma distribuição contínua de carga de densidade volumétrica, teremos:

$$\rho_V = dq/dV$$

Ou seja,

$$Q_{total} = \int_V \rho_V \, dV$$

Então, a Lei de Gauss pode ser reescrita como:

$$\int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_V \rho_V \, dV$$

Aplicando o teorema da divergência à lei de Gauss para campos elétricos, obtermos a primeira equação de Maxwell no formato diferencial e integral.

$$\int_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_V \nabla \cdot \vec{D} \, dv$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_V$$

O teorema da divergência basicamente relaciona uma integral de volume com uma integral de superfície.

Perceba que a equação na forma integral e na forma diferencial são, apenas, formas diferentes de expressar a lei de Gauss.

A lei de Gauss é de extrema importância, pois representa uma maneira mais fácil de se determinar o vetor intensidade de campo elétrico $\vec{E}$ para distribuições simétricas de carga, tais como:

- uma carga pontual;
- uma linha infinita de cargas;
- uma superfície cilíndrica infinita de cargas;
- uma distribuição esférica de cargas.

Convém salientar que se a distribuição não for simétrica, a lei de Gauss permanece válida da mesma forma! Portanto,

> A **lei de Gauss** é um caso especial da **lei de Coulomb**!

Para aplicar a lei de Gauss, devemos verificar a existência de simetria. Uma vez identificada a distribuição simétrica de cargas, podemos construir a nossa superfície gaussiana de modo que o vetor intensidade de campo elétrico $\vec{E}$ seja normal à superfície e, assim, poderemos retirar o produto escalar da integral.

3. DIFERENÇA DE POTENCIAL

Nesta seção, estabeleceremos a relação entre o campo elétrico e potencial elétrico e calcularemos o potencial elétrico para várias distribuições de carga. Também calcularemos a energia potencial elétrica.

Quando uma partícula carregada se desloca em um campo elétrico, o campo exerce uma força que realiza um trabalho sobre a partícula. Esse trabalho realizado pode ser expresso em termos de energia potencial elétrica.

Tal como a energia potencial gravitacional dependente da altura em que se encontra a massa sobre a superfície terrestre, a energia potencial elétrica depende da posição da partícula carregada no campo elétrico.

Oportunamente descreveremos energia potencial elétrica usando um novo conceito, chamado de **potencial elétrico** ou simplesmente **potencial**.

Em circuitos, a **diferença de potencial** entre dois pontos é, geralmente, chamada de **voltagem**.

Os conceitos de potencial e de voltagem são cruciais para a compreensão do funcionamento de um circuito elétrico.

3.1. Energia potencial elétrica

Para poder definir a energia potencial elétrica associada à força elétrica, precisamos antes saber se a força elétrica é conservativa.

Uma forma matemática para determinar se a força elétrica é conservativa ou não é calcular o rotacional da força elétrica ($\vec{\nabla} \times \vec{F}$). Se ela for conservativa, o rotacional deve se anular

($\vec{\nabla} \times \vec{F} = \mathbf{0}$). Outro modo de verificar isso (agora de um ponto de vista mais físico) é calcular o trabalho realizado pela força elétrica ao levar a carga de um ponto a outro. Em equilíbrio, ela deve ser independente da trajetória descrita pela carga.

O conceito de energia potencial elétrica não se restringe apenas ao caso especial do campo elétrico uniforme. Portanto, é útil calcular o trabalho realizado sobre uma carga de teste q_0 que se move no campo elétrico produzido por uma única carga puntiforme estática q (carga fonte). Considere um deslocamento radial, como apresentado na Figura (9) de um ponto a até um ponto b.

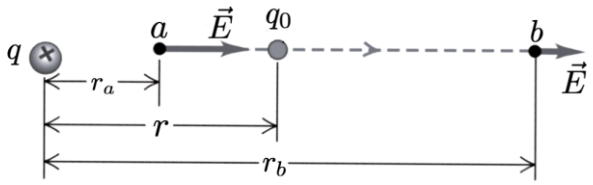


Figura 9-Carga teste q0 movendo-se na presença de campo elétrico. Fonte: YOUNG, HUGH.

A força sobre q_0 é dada pela Lei de Coulomb e é variável ao longo do percurso.

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}$$

A força elétrica não é constante durante o deslocamento, ou seja, é preciso quantificar o trabalho utilizando a forma integral. Assim,

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\, dr$$

$$W_{a\to b} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

A integral acima independe do caminho percorrido pela carga. Ela depende apenas dos pontos inicial e final da trajetória. Além disso, se o ponto final coincide com o inicial, o trabalho realizado é nulo.

Estas duas características são particulares às forças conservativas!

Portanto, a força elétrica é conservativa. Sendo assim, é possível definir uma energia potencial elétrica associada a ela. A energia potencial elétrica está relacionada ao trabalho realizado ao deslocar a carga elétrica. O trabalho realizado pela força elétrica no deslocamento da carga é feito à custa de uma

variação contrária na energia potencial elétrica interna U do sistema isolado formado pelas duas cargas. Logo,

$$\Delta U = -W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Note que, se as duas cargas têm o mesmo sinal, quando elas se afastam uma das outras, a energia potencial elétrica diminui, pois $r_b > r_a$. Quando elas se aproximam, a energia aumenta. Já quando as cargas têm sinais contrários, a energia potencial aumenta quando elas se afastam e diminui quando elas se aproximam. Além disso, como todo tipo de energia, a energia potencial elétrica é medida em joules (J) no SI.

Em problemas envolvendo cargas pontuais, é comum estabelecer uma posição de referência na qual a energia potencial é tomada como sendo nula.

Em geral, essa referência é considerada em $r_a \to \infty$. Dessa forma, a energia potencial elétrica de um sistema de duas cargas separadas por uma distância $\vec{r}$ equivale a

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r}$$

3.2. Potencial elétrico

Na seção anterior, analisamos a energia potencial elétrica U associada a uma carga teste q_0 em um campo elétrico. Com o objetivo de ter uma grandeza que leve informações apenas das cargas geradoras e que essa nova grandeza também esteja relacionada ao trabalho W de deslocar cargas, devemos considerar que:

O potencial elétrico pode ser definido como a energia potencial por unidade de carga.

Logo,

$$V = \frac{U}{q_0}$$

A energia potencial e a carga são grandezas escalares, de modo que o potencial elétrico é uma grandeza escalar. A unidade do potencial elétrico é o (J/C) que recebeu o nome de Volt (V) em homenagem a Alessandro Volt (1745 -1827), inventor da pilha voltaica.

Agora vamos analisar o mesmo caso da seção anterior sob a perspectiva do potencial elétrico!

Ou seja, ainda considerando o trabalho realizado pela força elétrica durante o deslocamento de a até b...

A variação de energia potencial elétrica é dada por:

$$\Delta U = -W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Portanto, a diferença de potencial elétrico entre os pontos a e b equivale a:

$$V_{ab} = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

Generalizando,

$$V_{ab} = V_b - V_a$$

Onde V_b e V_a são potenciais absolutos nos pontos B e A, respectivamente. Assim

A **diferença de potencial** pode ser considerada como o potencial de B com relação a A.

Considerando da mesma forma um ponto no infinito como referência, o potencial elétrico em qualquer ponto devido a uma carga pontual q (localizada na origem) é dado por:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Em que r é a distância entre a carga q e o ponto em que o potencial está sendo calculado. Quando q é positiva, o potencial por ela produzido é positivo em todos os pontos do espaço; quando é negativa, o potencial é negativo em qualquer ponto. Em ambos os casos, V é igual a zero para $r \to \infty$, ou seja, quando a distância entre a carga o ponto do espaço analisado é muito grande.

De maneira análoga, o potencial produzido por um conjunto de carga será:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Onde r_i é a distância entre a i-ésima carga q_i e o ponto onde o potencial está sendo calculado.

Assim como o campo elétrico total de um conjunto de cargas é dado pela soma vetorial de todos os campos elétricos produzidos pelas cargas individuais, o potencial elétrico produzido por um conjunto de cargas puntiformes é dado pela soma escalar dos potenciais produzidos pelas cargas individuais. No caso de uma distribuição contínua de cargas, temos:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

Onde r é a distância entre o elemento de carga dq e o ponto onde o potencial V está sendo calculado.

Em alguns problemas para os quais o campo elétrico seja fornecido ou facilmente obtido, é mais fácil calcular V a partir de $\vec{E}$. A força $\vec{F}$ sobre uma carga de teste q_0 é dada por $\vec{F} = q_0\,\vec{E}$; logo, pela análise do trabalho realizado pela força elétrica quando a carga de teste se move de a até b é dado por:

$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_a^b q_0\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Dividindo por q_0, encontramos

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

Essa equação pode ser utilizada para calcular a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer por meio do campo elétrico!

3.3. Capacitores e capacitância

Quando estudamos sobre campo e potencial elétrico, não podemos deixar de comentar sobre os capacitores!

Um **capacitor** é um dispositivo que **armazena energia** potencial elétrica e carga elétrica.

Para fazer um capacitor, basta colocar um isolante (ou imersos no vácuo) entre dois condutores. Para armazenar energia nesse dispositivo, deve-se transferir carga de um condutor para o outro, de modo que um deles fique com uma carga negativa e o outro fique com carga positiva de mesmo valor. É necessário realizar um trabalho para deslocar essas cargas até que se estabeleça uma diferença de potencial resultante entre os condutores. Assim, o trabalho realizado é armazenado sob forma de energia potencial elétrica.

A Figura (10) representa um capacitor constituído por um par de condutores a e b. Inicialmente, cada condutor possui carga líquida igual a zero e há transferência de elétrons de um condutor para o outro; dizemos, nesse caso, que o capacitor está carregando.

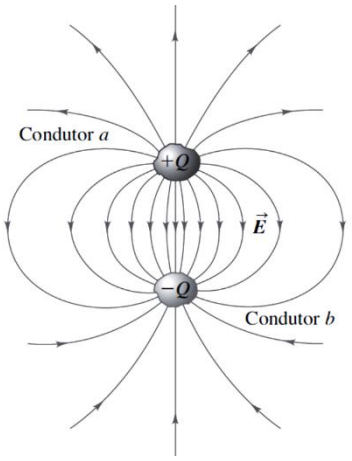


Figura 10-Capacitor constituído por qualquer par de condutores a e b. Fonte: GRIFFTIHS, DAVID.

O campo elétrico em qualquer ponto na região entre condutores é proporcional ao módulo Q da carga em cada condutor. Conforme foi mencionado anteriormente, a diferença de potencial entre dois pontos por meio do campo elétrico dada por:

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Podemos verificar, com a relação acima, que a diferença de potencial é proporcional ao campo elétrico. Consequentemente, a diferença de potencial também será proporcional à carga Q. Essa relação pode ser representada matematicamente por meio da capacitância, da seguinte forma:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Essa equação é utilizada para calcular a capacitância (C) característica do sistema formado pelos condutores. Note que tal expressão é uma definição operacional e que, na verdade, a capacitância é uma propriedade associada à geometria do arranjo formado pelos condutores e ao meio que existe entre eles. Logo,

A **capacitância** é uma **propriedade física** do capacitor!

A capacitância só pode ser alterada mediante a mudança da geometria dos condutores ou do meio entre eles (introduzindo-se um dielétrico no capacitor). Assim, os capacitores são classificados por sua capacitância C e, quando submetidos a uma certa diferença de potencial, adquirem uma carga Q.

Desta equação, pode-se obter a unidade da capacitância, que, no SI, é dada por C/V. Essa unidade recebe o nome especial de Farads, e ela é simbolizada por F.

ESCLARECENDO!

A **função do capacitor** é justamente **armazenar cargas**, que podem ser usadas posteriormente para alguma finalidade, tal como em unidade de flash das máquinas fotográficas, em um laser pulsante, nos sensores de *air bags* automotivas, receptores de rádio e televisão.

Encontraremos muitas aplicações oportunamente, no qual veremos o papel crucial desempenhado pelos capacitores nos circuitos de corrente alternada.

3.4. Capacitores de placas paralelas

Didaticamente iremos analisar uma sequência de problemas que ajudarão na imersão teórica do conteúdo sobre capacitores. Esse tipo de abordagem permite atacar os problemas sobre capacitores de placas paralelas com mais clareza, pois eles são, sem dúvida, o tipo de capacitor mais recorrente em provas. ok?

Então, vamos começar...

3.4.1. Campo elétrico de uma carga distribuída ao longo de um plano infinito

A Figura (11) ilustra um campo elétrico gerado por uma distribuição contínua de cargas em um plano infinito. Como o plano carregado com uma densidade de cargas σ é infinito, temos simetria de cargas. Assim, podemos concluir que o campo elétrico $\vec{E}$ gerado pelo plano carregado é perpendicular ao plano.

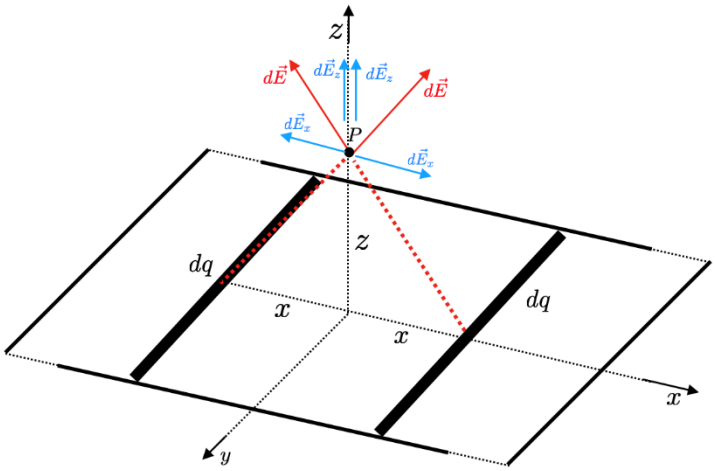


Figura 11- Campo elétrico de uma carga distribuída ao longo de um plano infinito.

Visualizando a figura acima, percebemos que qualquer elemento de carga dq produz um campo elétrico $d\vec{E}$ em um ponto P acima do plano de altura z.

Como o plano carregado tem dimensões muito maiores que a altura z, para cara elemento de caga dq escolhido, existe outro elemento de carga dq em uma posição simétrica produzindo um campo elétrico de mesma intensidade $d\vec{E}$. Dessa forma fica simples concluir que para cada par de elementos de cargas dq, as componentes $d\vec{E}_x$ irão se cancelar, sobrando apenas as componentes $d\vec{E}_z$ perpendiculares ao plano.

A expressão “infinito” deve ser encarada não apenas como algo extremamente grande, mas sim como uma comparação entre dimensões, por exemplo, as dimensões do plano (comprimento e largura) são muito grandes quando comparado com a distância $\boldsymbol{z}$ acima de plano onde vamos calcular o campo elétrico.

Já que sabemos que o campo produzido por um plano infinito é puramente perpendicular ao plano, o próximo passo é quantificar esse campo elétrico.

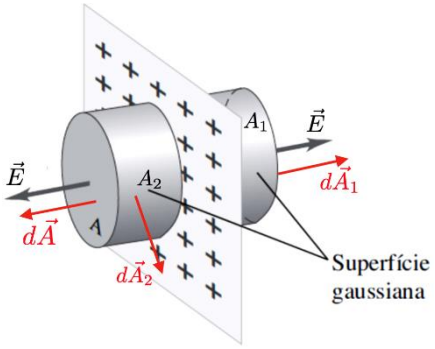


Figura 12-Superfície Gaussiana cilíndrica.

Utilizando uma superfície Gaussiana cilíndrica (Fig. 12), percebemos que a superfície é composta de três áreas para analisar o fluxo de campo elétrico. Aplicando a Lei de Gauss, temos

$$\int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = \frac{Q_T}{\epsilon_0}$$

$$\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{A_1} \vec{E} \cdot d\overrightarrow{A_1} + \int_{A_2} \vec{E} \cdot d\overrightarrow{A_2} = \frac{Q_T}{\epsilon_0}$$

A integral sobre a área A_2 é nula, pois o campo $\vec{E}$ está perpendicular ao elemento de área $d\vec{A}_2$. Logo,

$$\vec{E}.d\vec{A}_2 = 0$$

Outro detalhe importante é analisar a carga total Q_T envolvida pela superfície Gaussiana. Considerando que o plano está carregado de forma homogênea, a densidade superficial de carga deve ser constante para qualquer porção do plano. Comparando a densidade de todo o plano com área A' e a densidade da área envolvida pela superfície Gaussiana, temos

$$\sigma = \frac{Q_T}{A}$$

$$Q_T = \sigma A$$

Substituindo a carga envolvida Q_T em função da densidade de carga e da área envolvida pela superfície Gaussiana na Lei de Gauss, obtemos

$$2|\vec{E}|A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

3.4.2. Campo elétrico produzido por duas placas paralelas carregadas com cargas opostas

Considere placas paralelas grandes, as quais possuem cargas com módulos iguais com sinais contrários ($+\sigma$ e $-\sigma$).

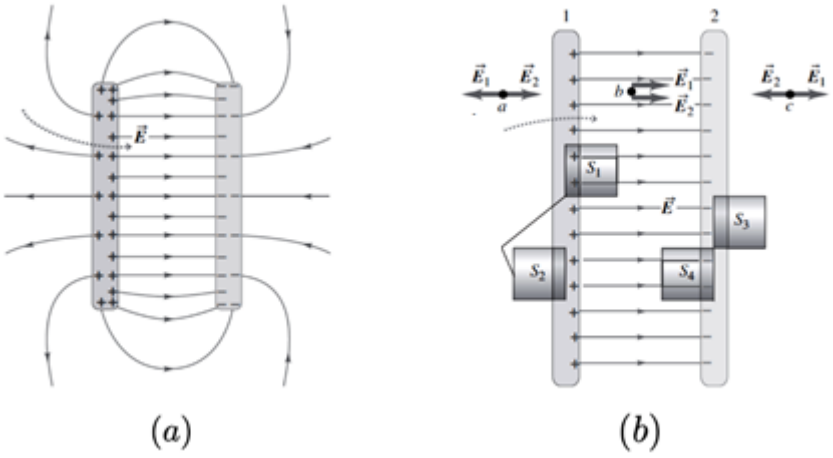


Figura 13-Capacitor de placas paralelas (a) Campo elétrico (b) Campo elétrico resultante no ponto b entre as placas. Fonte: Adaptado de YOUNG, HUGH.

A Figura 13 (a) mostra os efeitos de borda do capacitor de placas paralela. Como carga de sinais opostos se atraem, as cargas se acumulam nas superfícies opostas das placas, de modo que existe certo espalhamento e “encurvamento” das linhas de campo nas bordas das placas.

Quando as placas são muito grandes em comparação à distância entre elas, as cargas nas superfícies externas das placas são muito pequenas. Assim, desprezamos os efeitos de encurvamento, exceto sobre as bordas. Nesse caso, podemos supor que o campo elétrico é uniforme na região entre as placas.

Utilizando o resultado do plano infinito de cargas e utilizando o princípio da superposição, o campo elétrico resultante no ponto b (Figura 13-b), será

$$|\vec{E}_R| = |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2|$$

$$|\vec{E}_R| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}_R| = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

O campo elétrico é uniforme, sua direção é perpendicular ao plano das placas e seu módulo é independente da distância entre as placas.

3.4.3. Capacitância de um capacitor de placas paralelas

Esse capacitor é um dos mais simples e é construído por duas placas condutores paralelas, cada uma delas com área A, separadas por uma distância d pequena em comparação às suas dimensões.

Verificamos que o campo elétrico entre as placas paralelas do capacitor é dado por:

$$|\vec{E}_R| = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

O campo é uniforme e a distância entre as placas é d, logo a diferença de potencial entre as duas placas pode ser determinada utilizando a Equação 23,

$$V_{ab} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = |\vec{E}|d$$

$$V_{ab} = \frac{1}{\epsilon_0}\frac{Qd}{A}$$

Utilizando a definição de capacitância, temos que a capacitância para o capacitor de placas paralelas é dada por:

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

3.4.4. Dielétrico entre as placas do capacitor

Quase todos os capacitores possuem entre suas placas condutoras um material isolante (ou dielétrico). Colocar um dielétrico sólido entre as placas de um capacitor possui três objetivos que são:

- resolver o problema mecânico de manter duas grandes placas metálicas separadas por uma pequena distância, sem que entrem em contato;

- aumentar a diferença de potencial máxima entre as placas, quando submetido a um campo elétrico suficientemente elevado;
- aumentar a capacitância mantendo as dimensões do capacitor.

Sabemos que qualquer material isolante, quando submetido a um campo elétrico intenso, sofre uma ruptura dielétrica (uma ionização parcial que permite a condução através dele). Muitos materiais dielétricos conseguem suportar campos elétricos mais elevados do que o do ar, sem que ocorra ruptura do isolamento. Portanto, o uso de um dielétrico permite a sustentação de uma diferença de potencial mais elevada V, podendo assim o capacitor acumular maior quantidade de carga e energia.

Quando um dielétrico é inserido entre as placas de um capacitor, a capacitância é maior do que a capacitância do mesmo capacitor quando há vácuo entre as placas. Experimentalmente quando inserimos entre a placas um dielétrico descarregado (vidro, parafina ou poliestireno), o potencial diminui para um valor V. Como o potencial é inversamente proporcional à capacitância, ela irá aumentar quando o dielétrico for inserido.

No caso em que há vácuo entre as placas, consideramos a constante ϵ_0 (constante de permissividade elétrica do vácuo).

No entanto, devemos também considerar a **permissividade elétrica** do material quando utilizamos um **dielétrico!**

Ela pode ser calculada pela seguinte relação:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Assim, a capacitância C de um capacitor de placas paralelas preenchido com um dielétrico de constante dielétrica ϵ_r será dada por

$$C = \epsilon_r C_0 = \epsilon \frac{A}{d}$$

Onde C_0 é a capacitância do capacitor desconsiderando a inserção do dielétrico entre as placas.

Quando consideramos o material dielétrico entre as placas, devemos considerar a permissividade do material dielétrico e não a permissividade do espaço livre!

Estudaremos sobre os materiais elétrico de forma mais aprofundada no próximo capítulo! Agora, vamos aplicar os conhecimentos adquiridos neste capítulo em uma questão de concurso.

HORA DE PRATICAR!

(Perito Criminal ITEP-RN- Instituto AOCP – 2017) Um capacitor de placas paralelas com dielétrico de poliestireno possui intensidade de campo elétrico de $10\ kV/m$, sendo que a distância entre as placas é de $1,5\ mm$. Assinale a alternativa que apresenta o valor da densidade superficial de cargas livres nas placas do capacitor em questão. Considerar $\epsilon_r = 2,55$ para o poliestireno.

(A) $113{,}2\ nC/m^2$

(B) $225{,}4\ nC/m^2$

(C) $2{,}5\ nC/m^2$

(D) $1000\ nC/m^2$

(E) $254\ nC/m^2$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você determine o valor da densidade superficial de cargas nas placas do capacitor.

Podemos solucionar essa questão de várias maneiras. Você pode utilizar as equações desenvolvidas referente aos capacitores com dielétricos ou utilizar o conceito de campo elétricos entre as lâminas do capacitor com ou sem dielétrico.

Sabemos que o campo entre as placas de um capacitor com placas paralelas é dado por $E_0 = \sigma/\epsilon_0$, quando entre as placas há vácuo. De forma análoga, par um capacitor de placas paralelas com dielétrico, o campo é dado por:

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{\epsilon A}$$

Sendo que,

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

Logo, temos a seguinte expressão:

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Sabemos também que ao alterar o meio entre as placas, não se modifica a geometria dos capacitores, permitindo que a densidade superficial de carga das placas se mantenha. Como o problema forneceu a permissividade relativa $\epsilon_r = 2{,}55$, temos

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 2,55 \\ \epsilon &= \epsilon_r \epsilon_0 = (8,85.10^{-12}) \times (2,55) \\ \epsilon &= 225,67.10^{-13} C^2/N.m^2 \end{aligned}$$

Como o campo elétrico é dado por $E = \sigma/\epsilon$,

$$\begin{aligned} \sigma &= E\epsilon = (225,67.10^{-13}) \times (10^4) \\ \sigma &= 225,7\ nC/m^2 \end{aligned}$$

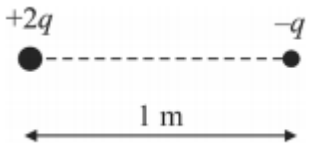
Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

4. LISTA DE QUESTÕES

HORA DE PRATICAR!

1. **(CESPE – TCE-PR – Eng. Elétrica - 2016) Considerando-se a figura precedente, que ilustra duas cargas elétrica de sinais contrários, $+2q$ e $-q$, separadas de $1,0\ m$, é correto afirmar que o campo elétrico resultante é nulo no ponto sobre a linha reta (horizontal) que passa pelas cargas localizado**



A) entre cargas e mais próximo da carga negativa.
B) a menos de $2\ m$ à direita da carga negativa.
C) a mais de $2\ m$ à direita da carga negativa.
D) entre as cargas e mais próximo da carga positiva.
E) a mais de $2\ m$ à esquerda da carga positiva.

2. **(UFPR - Pref. Municipal de Curitiba – Eng. Eletricista – 2019) Duas esferas iguais, eletricamente carregadas com $+140\ \mathrm{mC}$ e $-154\ \mathrm{mC}$, e separadas de uma distância fixa d se atraem com uma força de intensidade $6,6\ \mathrm{mN}$ (d é suficientemente grande para que os raios das esferas possam ser desconsiderados). Em seguida, mantidas nas mesmas posições, as duas esferas são colocadas eletricamente em contato até que as cargas se redistribuam (o condutor usado é suficientemente fino para que se despreze a carga distribuída sobre ele). Depois de removido esse condutor, a força de interação entre as duas esferas passa a ser de:**

Obs.: O valor de k_0 pode ser considerado como $9\ x10^9\ N/m^2C^{-2}$.

(A) $15\ \mu N$ (repulsão)

(B) $150\ \mu N$ (atração).

(C) $150\ \mu N$ (repulsão).

(D) $2904\ mN$ (atração)

(E) 2904 mN (repulsão).

3. (CESPE - SLU -DF – Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item abaixo, acerca de eletromagnetismo.

A força que atua sobre uma carga pontual colocada em um campo elétrico produzido por outra carga pontual terá a mesma direção do vetor intensidade do campo elétrico.

4. (CESPE - SLU -DF– Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item a seguir.

Em um campo eletrostático, a diferença de potencial entre dois pontos depende da trajetória entre esses pontos; assim, o campo realiza trabalho quando uma carga se movimenta em trajetória fechada dentro desse campo.

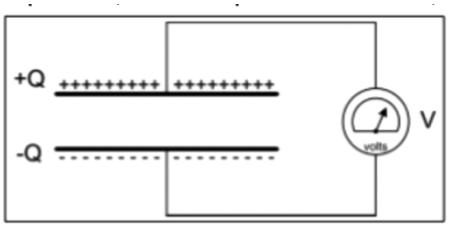
5. (CESPE - SLU-DF– Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item a seguir.

Assim como as linhas de fluxo elétrico, as linhas de fluxo magnético são sempre fechadas sobre si mesmas.

6. (UFPR - ITAIPU – Eng. Elétrica – 2019) Duas pequenas esferas condutoras, idênticas, possuem cargas de $2,0 \times 10^{-9}\ C$ e $-0,5 \times 10^{-9}\ C$. Assinale a alternativa que apresenta, respectivamente, a força entre elas quando estiverem separadas por $4\ cm$, e a força entre elas quando forem postas em contato e novamente separadas por $4\ cm$.

A) $-0{,}86 \times 10^{-5}\ N$ e $4{,}58 \times 10^{-6}\ N$
B) $0{,}56 \times 10^{-5}\ N$ e $3{,}16 \times 10^{-6}\ N$
C) $-0{,}20 \times 10^{-5}\ N$ e $1{,}82 \times 10^{-6}\ N$
D) $0{,}32 \times 10^{-5}\ N$ e $1{,}95 \times 10^{-6}\ N$
E) $0{,}44 \times 10^{-5}\ N$ e $-2{,}20 \times 10^{-6}\ N$

7. (CS UFG - profissional de Engenharia (SANEAGO) – Eng. Elétrica – 2019) A figura a seguir mostra um capacitor de placas paralelas. As placas do capacitor estão separadas por ar e o capacitor está carregado com carga Q. Nesta condição, a diferença de potencial ente as placas do capacitor, medida pelo voltímetro, é V. O voltímetro é ideal. Em um segundo momento, foi introduzido um material dielétrico (constante dielétrica superior à do ar) entre a placas do capacitor. Nesta nova condição, a diferença de potencial entre as placas do capacitor



A) Sofre redução.
B) Sofre aumento.
C) Permanece constante.
D) Diminui para zero.

8. (IADES – Analista Legislativo (ALEGO) – Engenheiro Eletricista – 2019) Duas placas condutoras retangulares de comprimento x e largura y são colocadas em paralelo a uma distância d uma da outra, e, entre elas é inserido um dielétrico com permissividade relativa ε_r. Esse conjunto possui capacitância C. Com base nessas informações, é correto afirmar que, se

A) O dielétrico for trocado para um dielétrico com um terço de ε_r, C será triplicada.
B) d for dobrada, C será dobrada.
C) x e d forem dobrados, C não se alterará.
D) y e d forem dobrados, C quadruplicará.
E) x for triplicada, C será diminuída para um terço do valor original.

9. (EBSERH-AOCP-Engenheiro eletricista-2016) Sobre as equações de Maxwell, assinale a alternativa correta.

A) A equação$\nabla \times \vec{B} = 0$ estabelece que o campo magnetostático apresenta fontes e sumidouros distintos.

B) A equação $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ define que o campo magnetostático é conservativo, considerando $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \neq 0$

C) A equação $\rho_V = \nabla \cdot \vec{D}$ estabelece que a densidade de volumétrica de carga é igual a divergência da densidade de fluxo elétrico.

D) A equação $\rho_V = \nabla \cdot \vec{D}$ estabelece que a densidade volumétrica de fluxo magnético é igual ao gradiente da densidade de fluxo elétrico.

E) A equação $\vec{E} = -\nabla \cdot \mathrm{V}$ define que $\vec{E}$ é o gradiente de V, em que a direção de $\vec{E}$ é a mesma em que V cresce.

10. (EBSERH-AOCP-Engenheiro eletricista-2016) O Engenheiro Eletricista utiliza o conhecimento de Campos Elétricos para analisar e projetar equipamentos e processos que envolvam eletricidade, sendo isso de importância fundamental para o exercício da sua profissão. De acordo com as definições de Campos Elétricos Estáticos, assinale a alternativa correta.

A) Uma linha de fluxo elétrico é definida como uma trajetória cuja orientação, em qualquer ponto, é a orientação do campo magnético nesse ponto.

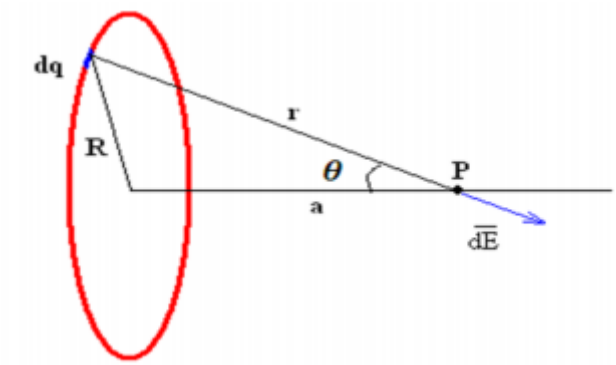
B) Quando duas cargas pontuais de igual magnitude e sinais opostos estão separadas por uma pequena distância, há o surgimento de um dipolo elétrico.

C) A densidade de corrente em um ponto é o produto vetorial da corrente de magnetização e da corrente de campo através de uma área ortonormal àquele ponto.

D) Um condutor perfeito apresenta campo eletrostático em seu interior.

E) A densidade de corrente em um ponto é o produto escalar da corrente de magnetização e da corrente de campo através de uma área ortogonal àquele ponto.

11. (EBSERH-HE-UFSCAR- AOCP-Engenheiro Eletricista-2015) Tem-se um anel uniformemente carregado com carga q, cujo centro está localizado a uma distância a em relação a um ponto P qualquer de seu eixo de simetria, conforme ilustra a figura a seguir. Caso o raio R do anel seja muito maior que a distância do seu centro ao ponto P, é correto afirmar que o campo elétrico produzido pelo anel no ponto P é igual a



A) 1

B) -1

C) 0

D) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

E) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

12. (UFFS-AOCP-Engenheiro Elétrico- 2016) Um Engenheiro Eletricista calculou a capacitância de um capacitor de placas paralelas, com duas placas de 20 cm x 20 cm cada, separadas uma da outra por uma distância de 5 mm, tendo dielétrico feito de cerâmica. Assinale a alternativa que corresponde ao valor da capacitância calculada, considerando a permissividade relativa da cerâmica como sendo 7.500 e a constante dielétrica absoluta para o vácuo (ou ar) de ϵ_0 =8,854.10^{-12} F/m.

A) A capacitância calculada foi de C=1000.10^{-9} F.

B) A capacitância calculada foi de C=332,24.10^{-12} F.

C) A capacitância calculada foi de C=531,24.10^{-9} F.

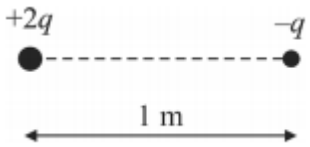
D) A capacitância calculada foi de C=60.000.10^{-9} F.

E) A capacitância calculada foi de C=781,24.10^{-6} F.

5. QUESTÕES COMENTADAS

HORA DE PRATICAR!

1. (CESPE – TCE-PR – Eng. Elétrica - 2016) Considerando-se a figura precedente, que ilustra duas cargas elétrica de sinais contrários, $+2q$ e $-q$, separadas de $1,0\ m$, é correto afirmar que o campo elétrico resultante é nulo no ponto sobre a linha reta (horizontal) que passa pelas cargas localizado



A) entre cargas e mais próximo da carga negativa.
B) a menos de 2 m à direita da carga negativa.
C) a mais de 2 m à direita da carga negativa.
D) entre as cargas e mais próximo da carga positiva.
E) a mais de 2 m à esquerda da carga positiva.

Resolução e comentários:

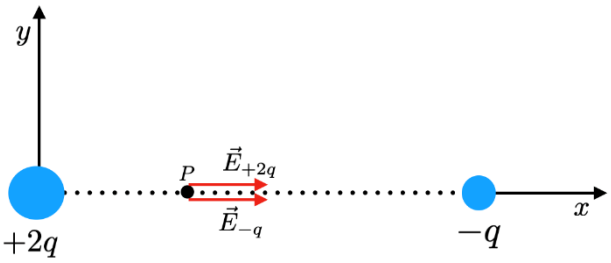
A questão solicita que você determine o ponto no qual o campo elétrico é nulo. Ela explora conceitos básico da Lei de Coulomb na forma de campo elétrico. Muitos alunos deslizam no caráter vetorial da força e do campo elétrico. Questão clássica sobre campo elétrico nulo na presença de duas cargas.

Campo elétrico entre as cargas:

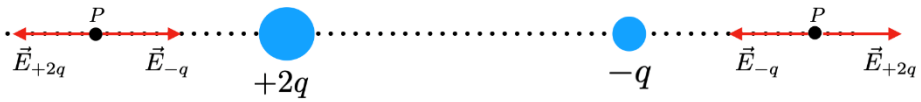
Vamos começar analisando os itens (a) e (d) no qual afirmam que o ponto de campo elétrico resultante está entre as cargas.

Sabemos que cargas positivas produzem no espaço em todas as direções um campo de afastamento, enquanto cargas negativas produzem um campo de aproximação. Na Figura abaixo apresenta graficamente um ponto arbitrário $\boldsymbol{P}$ entre as cargas e seus devidos campos elétricos.

Nessa situação (cargas de sinais opostos) é impossível obter um campo elétrico nulo, pois os dois vetores têm a mesma direção e sentido.



Um local possível para o ponto $\boldsymbol{P}$ representar o campo elétrico resultante nulo será à direta de $-\boldsymbol{q}$ ou à esquerda de $+\boldsymbol{2q}$, como mostra a Figura.



Campo elétrico à direita da carga (-q):

Pelo que foi explanado, o ponto P poderia estar à direita da carga negativa e à esquerda da carga positiva. Certo? Sim! Só que para o campo elétrico ser nulo isso só poderia acontecer no caso específico em que as cargas tivessem o mesmo valor em módulo.

No caso da questão, como a carga positiva tem uma magnitude maior, a única possibilidade dos campos elétricos resultantes de cada carga se anularem vai ser a situação em que o ponto P estiver mais perto da carga de menor magnitude (no nosso caso, a negativa).

Mas porque, professora?

Pela própria equação do campo elétrico (que depende de forma diretamente proporcional de *q* e inversamente proporcional da distância a *r),* podemos observar que, para compensar o valor da carga positiva, a distância tem que ser maior.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$$

O ponto P sempre estará do lado da carga mais fraca em módulo!

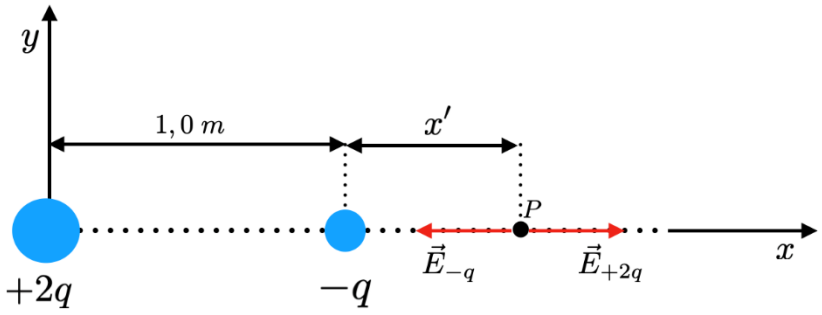
Pense o seguinte...

Como que o campo elétrico produzido pela carga de maior magnitude vai conseguir produzir um campo elétrico que vai "empatar" com o da mais fraca?

O módulo da carga positiva é maior, mas quando o ponto P está à direta da carga negativa, a distância *r* vai ser também maior. Ou seja, uma coisa vai compensar a outra.

Por outro lado, a carga negativa é mais fraca (por ter uma magnitude menor), mas está mais perto do ponto P. A questão agora é saber a que distância...

Então, vamos considerar o ponto $\boldsymbol{P}$ situado a direita da carga $-\boldsymbol{q}$, como mostra a próxima figura.



Calculando o campo resultante sobre o ponto $\boldsymbol{P}$ e já utilizando a condição de que nesse ponto o campo resultante é nulo, temos

$$\vec{E}_R = \vec{E}_{+2q} - \vec{E}_{-q} = 0$$

$$\vec{E}_{+2q} = \vec{E}_{-q}$$

Trabalhando a equação em módulo, ou seja, para que o campo resultante seja nulo é necessário que os módulos dos vetores campo elétrico sejam iguais.

$$\left|\vec{E}_{+2q}\right| = \left|\vec{E}_{-q}\right|$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q}{(x'+1)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x')^2}$$

Simplificando,

$$\frac{2}{(x'+1)^2} = \frac{1}{(x')^2}$$

Chegamos à seguinte equação do segundo grau:

$$x'^2 - 2x' - 1 = 0$$

Resolvendo,

$$x'_1 = 1 + \sqrt{2} \cong 2{,}41\ m$$

$$x'_1 = 1 - \sqrt{2} \cong -0{,}41\ m$$

Ou seja, o ponto P deve estar à direita da carga positiva, à uma distância de aproximadamente 2,41 metros. Vamos considerar a segunda raiz da equação? Não, pois o valor negativo significa que o ponto P estaria entre as cargas e, como já estudamos, o campo elétrico resultante nessa situação não

seria nulo. Matematicamente o valor do campo produzido por cada uma seriam iguais, mas fisicamente eles teriam o mesmo sentido.

Analisando cada alternativa,

A) A alternativa está **incorreta**, pois o campo elétrico resultante quando o ponto P está entre as cargas de sinais opostos não pode ser nulo.

B) A alternativa está **incorreta**, pois a menos de dois metros à direita da carga negativa não satisfaz a condição para o vetor resultante ser nulo.

C) A alternativa está **correta**. Conforme calculamos, o ponto P de fato deve estar a mais de 2 metros à direita da carga negativa (-q).

D) A alternativa está **incorreta**, pela mesma justificativa da letra A.

E) A alternativa está **incorreta**. Conforme foi analisado, o ponto P sempre estará do lado da carga mais fraca em módulo, que no caso é a negativa(-q) e não a positiva (+2q)!

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

2. (UFPR - Pref. Municipal de Curitiba – Eng. Eletricista – 2019) Duas esferas iguais, eletricamente carregadas com $+140\ \mathrm{mC}$ e $-154\ \mathrm{mC}$, e separadas de uma distância fixa d se atraem com uma força de intensidade $6,6\ \mathrm{mN}$ (d é suficientemente grande para que os raios das esferas possam ser desconsiderados). Em seguida, mantidas nas mesmas posições, as duas esferas são colocadas eletricamente em contato até que as cargas se redistribuam (o condutor usado é suficientemente fino para que se despreze a carga distribuída sobre ele). Depois de removido esse condutor, a força de interação entre as duas esferas passa a ser de:

Obs.: O valor de k_0 pode ser considerado como $9\ \mathrm{x}10^9\ \mathrm{N/m^2C^{-2}}$.

(A) $15\ \mu\mathrm{N}$ (repulsão)

(B) $150\ \mu\mathrm{N}$ (atração).

(C) $150\ \mu\mathrm{N}$ (repulsão).

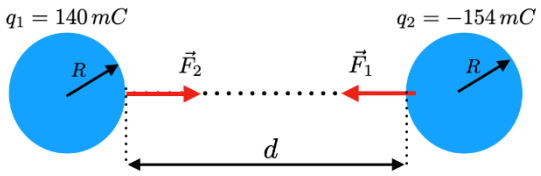
(D) $2904\ \mathrm{mN}$ (atração)

(E) $2904\ \mathrm{mN}$ (repulsão).

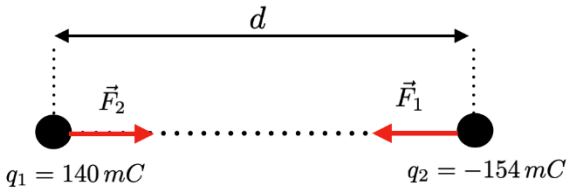
Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a força de interação entre as duas esferas após a redistribuição de cargas.

O problema explora conceitos de conservação da carga elétrica e aplicação direta da Lei Coulomb. A questão afirma que duas esferas iguais e carregadas com cargas diferentes, estão separadas por uma distância d. Essa distância d deve ser considerada grande o suficiente para que os efeitos eletrostáticos das esferas sejam análogos aos de cargas puntiformes, ou seja, deve-se desconsiderar os raios das esferas.



Considerando d muito grande, temos



Para solucionar o problema, iremos dividir a solução em três análises.

1. O valor de d é determinado utilizando a Lei de Coulomb. Sabendo que a interação entre as cargas obedece a terceira Lei de Newton, ou seja, as forças têm a mesma intensidade, direção e sentidos opostos, $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\vec{F}|$.

$$\begin{aligned} |\vec{F}| &= k_0 \frac{|q_1||q_2|}{d^2} = 6,6\ mN \\ &= \sqrt{k_0 \frac{|q_1||q_2|}{|\vec{F}|}} = \sqrt{(9.10^9) \times \frac{(140.10^{-3}) \times (154.10^{-3})}{(6,6).10^{-3}}} \\ d &= 171,46.10^{-3}\ m \end{aligned}$$

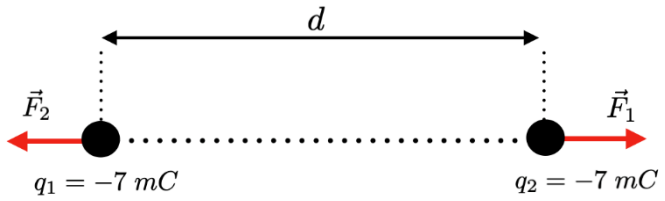
2. Quando as esferas forem conectadas, haverá um movimento em frações de segundos dos portadores de carga para atingir a nova condição de equilíbrio. No equilíbrio as duas esferas estarão no mesmo potencial V, pois qualquer diferença de potencial entre elas implicaria um campo elétrico no fio, portanto, uma corrente elétrica.

Após atingido o equilíbrio eletrostático, as cargas das duas esferas serão redistribuídas, pois temos um único condutor resultante do contato das duas esferas. Pelo princípio da conservação da carga elétrica, temos que a carga total do sistema antes do contato $(q_1 + q_2)$ deve ser igual a carga total do sistema após o contato $(q_1' + q_2')$.

Aprendemos que toda carga em excesso de um condutor em equilíbrio se distribui em sua superfície externa. Como as esferas têm as mesmas dimensões, então após a retirada do contato, as esferas dividirão a carga total, ou seja, $(q_1' + q_2') = (q + q)$.

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= 2q \\ q &= \frac{(q_1 + q_2)}{2} \\ &= -7.10^{-3}\ C \end{aligned}$$

3. Após a condição de equilíbrio devido o contato, as esferas restabelecem suas posições originais. Com o objetivo de quantificar a nova interação, aplicaremos novamente a Lei de Coulomb. Agora teremos uma interação repulsiva. Vamos escrever as novas interações da seguinte forma, $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F'}|$.



$$\begin{aligned} |\vec{F'}| &= k_0 \frac{|q_1||q_2|}{d^2} \\ &= (9.10^9) \times \frac{(7.10^{-3})^2}{(171,46.10^3)^2} \\ &= 1,5.10^{-5}\ N = 15.10^{-6}\ N = 15\ \mu C \end{aligned}$$

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

3. (CESPE - SLU -DF – Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item abaixo, acerca de eletromagnetismo.

A força que atua sobre uma carga pontual colocada em um campo elétrico produzido por outra carga pontual terá a mesma direção do vetor intensidade do campo elétrico.

Resolução e comentários:

Essa questão explora o conceito vetorial da lei de Coulomb e do campo elétrico. O vetor campo elétrico é dado pela força por unidade carga imersa nesse campo elétrico: $\vec{E} = \vec{F}q_0$. Essa expressão revela a natureza vetorial entre campo elétrico e força elétrica, ou seja, o campo e a força elétrica têm a mesma direção.

Lembre-se que o sentido entre o vetor força elétrica e o vetor campo elétrico dependerá da relação de atração ou repulsão entre as cargas analisada!

Se a carga teste for positiva, o campo elétrico e a força elétrica terão o mesmo sentido! Se a carga teste for negativa, o campo elétrico e a força elétrica terão sentidos contrários!

Portanto,

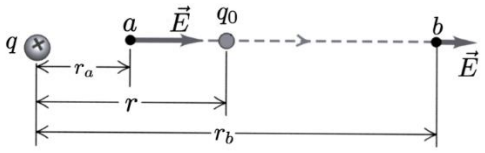
O item é **verdadeiro**.

4. (CESPE - SLU -DF– Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item a seguir.

Em um campo eletrostático, a diferença de potencial entre dois pontos depende da trajetória entre esses pontos; assim, o campo realiza trabalho quando uma carga se movimenta em trajetória fechada dentro desse campo.

Resolução e comentários:

A força eletrostática tem uma característica muito especial, ou seja, ela é conservativa!



O trabalho realizado pela força elétrica para transportar em equilíbrio uma carga em uma trajetória aberta de $\boldsymbol{a}$ até $\boldsymbol{b}$ é cada por:

O resultado mostra que o trabalho depende apenas das posições finais e iniciais, ou seja, independe da trajetória.

$$\frac{W_{a\to b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = V_a - V_b$$

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F}.d\vec{r} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}dr$$
$$= \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

As expressões acima relacionam a diferença de potencial com o trabalho, mostrando que a diferença de potencial também independe da trajetória.

Portanto,

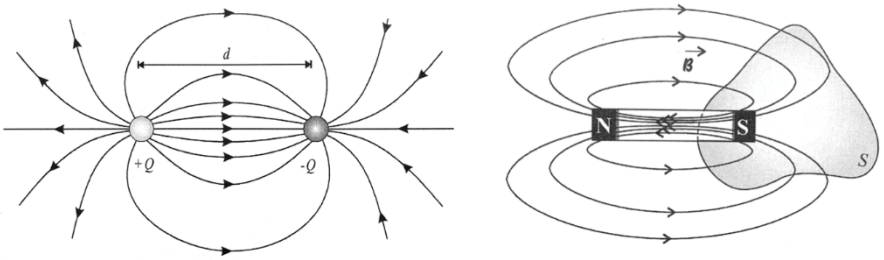
O item é **falso**.

5. (CESPE - SLU-DF– Eng. Elétrica – 2019) Julgue o item a seguir.

Assim como as linhas de fluxo elétrico, as linhas de fluxo magnético são sempre fechadas sobre si mesmas.

Resolução e comentários:

Na figura abaixo comparamos os campos elétrico (campo característico de um dipolo elétrico) e magnético (campo característico de um ímã).



(a) (b)

Perceba que o campo elétrico (dipolo) "nasce" na carga $+\boldsymbol{Q}$ e "morre" na carga $-\boldsymbol{Q}$, dessa forma, temos **linhas de campo aberto** para o campo elétrico.

As linhas de campo magnético são **linhas fechada**, elas entram pelo pólo sul e saem pelo pólo norte. Assim, quando envolvemos um dos pólos com uma superfície fechada $\boldsymbol{S}$, como mostra a Figura (b), o número de linhas de campo que atravessam a superfície fechada para fora é exatamente igual ao número de linhas que atravessam a superfície para dentro, o que faz com que o fluxo de campo magnético através da superfície fechada seja nulo.

Portanto,

O item é **falso**.

6. (UFPR - ITAIPU – Eng. Elétrica – 2019) Duas pequenas esferas condutoras, idênticas, possuem cargas de $2,0 \times 10^{-9}\ C$ e $-0,5 \times 10^{-9}\ C$. Assinale a alternativa que apresenta, respectivamente, a força entre elas quando estiverem separadas por $4\ cm$, e a força entre elas quando forem postas em contato e novamente separadas por $4\ cm$.

F) $-0{,}86 \times 10^{-5}\ N$ e $4{,}58 \times 10^{-6}\ N$
G) $0{,}56 \times 10^{-5}\ N$ e $3{,}16 \times 10^{-6}\ N$
H) $-0{,}20 \times 10^{-5}\ N$ e $1{,}82 \times 10^{-6}\ N$

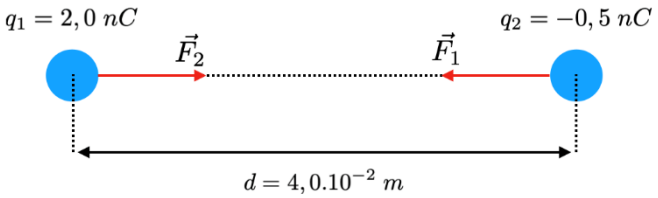
I) $0{,}32 \times 10^{-5}\ N$ e $1{,}95 \times 10^{-6}\ N$
J) $0{,}44 \times 10^{-5}\ N$ e $-2{,}20 \times 10^{-6}\ N$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a força entre as esferas quando elas estiverem separadas por $4\ cm$, e a força entre elas quando forem postas em contato e novamente separadas por $4\ cm$.

Vamos começar analisando a interação eletrostática utilizando a Lei de Coulomb...

Sabendo que $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$, temos



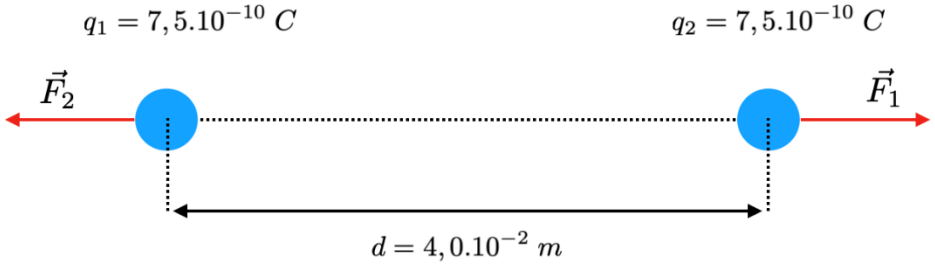
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{d^2}$$
$$= (9.10^9) \times \frac{(2.10^{-9}) \times (0,5.10^{-9})}{(4.10^{-2})^2}$$
$$= 0,56.10^{-5}\ N$$

Com essa análise já poderíamos definir o gabarito, mas vamos prosseguir com a resolução.

Próximo passo é verificar qual é carga final das esferas após o contato. Após o contato, o sistema ficará sob o mesmo potencial, de tal forma que a carga será redistribuída igualmente entre as esferas, pois elas são idênticas. Usando o princípio da conservação da carga, a carga total antes do contato ($\boldsymbol{q_1 + q_2}$) deverá ser igual a carga total após o contato ($\boldsymbol{q_1' + q_2' = 2q}$).

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2' = 2q$$
$$q_1 + q_2 = 2q$$
$$q = \frac{(2.10^{-9}) - (0,5.10^{-9})}{2}$$
$$q = 7,5.10^{-10}\ C$$

Agora vamos calcular a intensidade da nova interação após o contato e restabelecida a posição original das esferas.



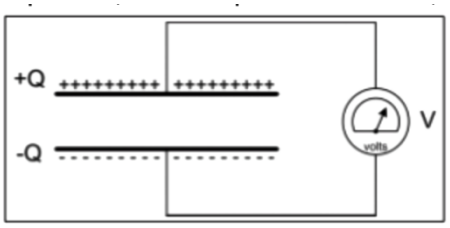
A força de repulsão será:

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1||q_2|}{d^2} \\ &= (9.10^9) \times \frac{(7,5.10^{-10})^2}{(4.10^{-2})^2} \\ &= 3,16.10^{-6}\ N \end{aligned}$$

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

7. (CS UFG - profissional de Engenharia (SANEAGO) – Eng. Elétrica – 2019) A figura a seguir mostra um capacitor de placas paralelas. As placas do capacitor estão separadas por ar e o capacitor está carregado com carga Q. Nesta condição, a diferença de potencial ente as placas do capacitor, medida pelo voltímetro, é V. O voltímetro é ideal. Em um segundo momento, foi introduzido um material dielétrico (constante dielétrica superior à do ar) entre a placas do capacitor. Nesta nova condição, a diferença de potencial entre as placas do capacitor



E) Sofre redução.
F) Sofre aumento.
G) Permanece constante.
H) Diminui para zero.

Resolução e comentários:

Essa questão exige do aluno conceitos qualitativos sobre o comportamento de dielétrico e capacitores. O que o aluno não pode esquecer é que ao inserir um dielétrico entre as placas dos capacitores, o potencial da placa diminui $\boldsymbol{V < V_0}$.

Outra informação importante é sobre a carga acumulada nas placas do capacitor. Para a carga $\boldsymbol{Q}$ ser alterada, as dimensões do capacitor (características geométricas) precisam ser modificadas. Dessa forma, ao inserir um dielétrico, o potencial diminui, a carga permanece constante e, consequentemente a capacitância vai aumentar $\boldsymbol{C = Q/V}$.

Portanto,

A **alternativa (A)** é o gabarito da questão.

8. (IADES – Analista Legislativo (ALEGO) – Engenheiro Eletricista – 2019) Duas placas condutoras retangulares de comprimento x e largura y são colocadas em paralelo a uma distância d uma da outra, e, entre elas é inserido um dielétrico com permissividade relativa ε_r. Esse conjunto possui capacitância C. Com base nessas informações, é correto afirmar que, se

F) O dielétrico for trocado para um dielétrico com um terço de ε_r, C será triplicada.
G) d for dobrada, C será dobrada.
H) x e d forem dobrados, C não se alterará.
I) y e d forem dobrados, C quadruplicará.
J) x for triplicada, C será diminuída para um terço do valor original.

Resolução e comentários:

O problema exige do aluno competências de análise quantitativa sobre o capacitor de placas paralelas. Sabemos que a capacitância é uma grandeza que varia diretamente com os parâmetros geométricos do capacitor (área das placas / dimensões) e com as características do meio inserido entre as placas. A capacitância tem uma relação inversamente proporcional com a distância entre as placas.

A expressão da capacitância para o capacitor de placas paralelas é dada por:

$$C = \frac{\kappa \varepsilon_0 A}{d}$$

A permissividade relativa é

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\kappa \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \kappa$$

Ou seja, a permissividade absoluta é a própria constante dielétrica.

Analisando cada item, temos:

(A) Utilizando um novo material com $\boldsymbol{\varepsilon_r' = \varepsilon_r/3}$, teremos a seguinte capacitância:

$$C' = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{3d} = \frac{C}{3}$$

A nova capacitância $\boldsymbol{C'}$ é um terço da capacitância original. (**item- Errado**)

(B) Dobrando a distância entre as placas, temos: $\boldsymbol{d' = 2d}$

$$C' = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{2d} = \frac{C}{2}$$

A nova capacitância diminui pela metade. (**item- Errado**)

(C) Como as placas têm formas retangulares, a área é $\boldsymbol{A = x.y}$. Se $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{d}$ são dobrados, temos:

$$C' = \frac{\kappa\varepsilon_0 (2xy)}{2d} = \frac{\kappa\varepsilon_0 (xy)}{d} = C$$

A nova capacitância não se altera. (**item- Correto**)

(D) Da mesma forma do item (c), dobrando $\boldsymbol{y}$ e $\boldsymbol{d}$ teremos a mesma capacitância original. (**item- Errado**)

(E) Se $\boldsymbol{x}$ for triplicado, a nova capacitância também será triplicada. (**item- Errado**)

$$C' = \frac{\kappa\varepsilon_0 (3xy)}{d} = 3C$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

9. (EBSERH-AOCP-Engenheiro eletricista-2016) Sobre as equações de Maxwell, assinale a alternativa correta.

A) A equação$\nabla \times \vec{B} = 0$ estabelece que o campo magnetostático apresenta fontes e sumidouros distintos.

B) A equação $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$ define que o campo magnetostático é conservativo, considerando $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \neq 0$

C) A equação $\rho_V = \nabla \cdot \vec{D}$ estabelece que a densidade de volumétrica de carga é igual a divergência da densidade de fluxo elétrico.

D) A equação $\rho_V = \nabla \cdot \vec{D}$ estabelece que a densidade volumétrica de fluxo magnético é igual ao gradiente da densidade de fluxo elétrico.

E) A equação $\vec{E} = -\nabla \cdot \mathrm{V}$ define que $\vec{E}$ é o gradiente de V, em que a direção de $\vec{E}$ é a mesma em que V cresce.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as alternativas acerca de fundamento de eletricidade e magnetismo. Para resolver a questão, vamos julgar cada alternativa separadamente.

A) A alternativa está **incorreta**. Na verdade, a equação $\nabla \cdot B = 0$ é uma das quatro equações de Maxwell e mostra que o campo magnetostático não tem fontes nem sumidouro. Assim, as linhas de campo magnético são sempre contínuas. Veremos sobre magnetismo de forma mais aprofundada em outra aula.

B) A alternativa está **incorreta**. Essa equação é a terceira equação de Maxwell (Lei de Ampere na forma diferencial e representa a característica de que o campo magnetostático não é conservativo.

C) A alternativa está **correta**. Essa equação representa a primeira equação de Maxwell e estabelece que a densidade de volumétrica de carga é igual a divergência da densidade de fluxo elétrico.

D) A alternativa está **incorreta**, pois essa equação trabalha com a divergência e não com o gradiente.

E) A alternativa está **incorreta**, pois , além dessa equação a está relacionada com o gradiente e não o divergente, o sinal negativo mostra que a direção de E é oposta à direção em que V cresce.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

10. (EBSERH-AOCP-Engenheiro eletricista-2016) O Engenheiro Eletricista utiliza o conhecimento de Campos Elétricos para analisar e projetar equipamentos e processos que envolvam eletricidade, sendo isso de importância fundamental para o exercício da sua profissão. De acordo com as definições de Campos Elétricos Estáticos, assinale a alternativa correta.

A) Uma linha de fluxo elétrico é definida como uma trajetória cuja orientação, em qualquer ponto, é a orientação do campo magnético nesse ponto.

B) Quando duas cargas pontuais de igual magnitude e sinais opostos estão separadas por uma pequena distância, há o surgimento de um dipolo elétrico.

C) A densidade de corrente em um ponto é o produto vetorial da corrente de magnetização e da corrente de campo através de uma área ortonormal àquele ponto.

D) Um condutor perfeito apresenta campo eletrostático em seu interior.

E) A densidade de corrente em um ponto é o produto escalar da corrente de magnetização e da corrente de campo através de uma área ortogonal àquele ponto.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você julgue as alternativas acerca de fundamento de eletricidade e magnetismo. Para resolver a questão, vamos julgar cada alternativa separadamente.

A) A alternativa está **incorreta**, pois a orientação a linha de fluxo elétrico é orientada conforme o campo elétrico e não magnético.

B) A alternativa está **correta**, pois temos um dipolo elétrico quando duas cargas pontuais de igual magnitude e sinais opostos estão separadas por uma pequena distância.

C) A alternativa está **incorreta**, a densidade de corrente em um dado ponto é a corrente através de uma área unitária normal àquele ponto.

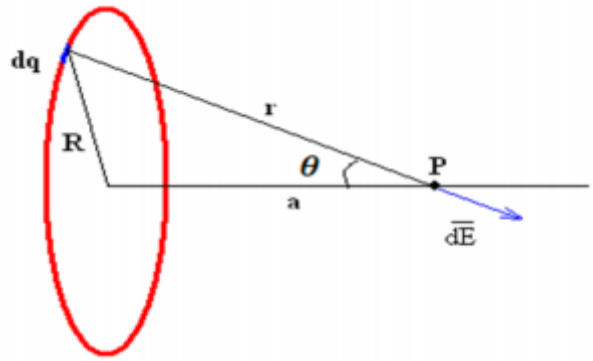
D) A alternativa está **incorreta**. Conforme estudamos na aula, um condutor perfeito não pode conter um campo elétrico em seu interior. Ele também é caracterizado por ser um corpo equipotencial. Ou seja, em qualquer ponto, o potencial é o mesmo.

E) A alternativa está **incorreta**, pela mesma justificativa da letra C.

Portanto,

A **alternativa (B)** é o gabarito da questão.

11. (EBSERH-HE-UFSCAR- AOCP-Engenheiro Eletricista-2015) Tem-se um anel uniformemente carregado com carga q, cujo centro está localizado a uma distância a em relação a um ponto P qualquer de seu eixo de simetria, conforme ilustra a figura a seguir. Caso o raio R do anel seja muito maior que a distância do seu centro ao ponto P, é correto afirmar que o campo elétrico produzido pelo anel no ponto P é igual a



A) 1

B) -1

C) 0

D) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$

E) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule o campo elétrico produzido pelo anel no ponto P, descrito pela figura.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a lei de Coulomb, explorando da simetria do problema para fazermos uma análise mais simples.

O anel carregado é um caso típico de distribuição de cargas, então, é bom que, de fato, você tenha o conhecimento de como calcular o campo elétrico em um anel carregado.

Conforme estudamos, o campo elétrico dE produzido por uma carga pontual dq é dado por:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

O ponto chave para resolver essa questão é olhar para a simetria do problema, considerando a própria figura do enunciado. Olhe pra ela e perceba que cada elemento de carga dq que compõem o anel vai produzir um campo dE no ponto P. A questão é que, se tomarmos um elemento de carga dq oposto e decompormos no esse vetor no eixo y, eles irão se anular nessa direção (apenas eixo Y!).

Em todas as direções que você olhar, vai sobrar apenas dE na direção do eixo x. Logo, por simetria, E_y=0.

Partindo desse princípio, temos que encontrar apenas a componente x do campo elétrico. E é assim que vamos proceder!

Pela decomposição vetorial temos que:

$$dE_x = dE cos\theta$$

Integrando dos dois lados,

$$E_x = \int dE cos\theta$$

Substituindo dE,

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r^2} cos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r^2} cos\theta$$

Pela figura e pela relação trigonométrica dentro do triângulo formado por *R*, *a* e *r*

$$r^2 = R^2 + a^2 \text{ e } cos\theta = \frac{a}{r}$$

Substituindo na expressão do campo elétrico,

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{(R^2+a^2)}\frac{a}{(R^2+a^2)^{\left(\frac{1}{2}\right)}}$$

Simplificando,

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq\ a}{(R^2+a^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{(R^2+a^2)^{3/2}}\int dq$$

Como a integral de dq é a cara total, chegamos ao seguinte resultado:

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{(R^2+a^2)^{3/2}}$$

Agora, basta analisarmos essa expressão de acordo com o que o enunciado solicita. Conforme o enunciado, caso o raio *R* seja muito maior do que a distância *a* do seu centro até o ponto P (R>>a) e apenas colocando R em evidência para podermos comparar esses parâmetros, temos que:

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{R^3(1+\left(\frac{a}{R}\right)^2)^{3/2}}$$

Se R>>a, então podemos desprezar o termo entre parêntese (elevado a 3/2)... Assim,

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{a}{R^3}$$

Consequentemente chegamos à seguinte conclusão, já que não temos essa expressão nas alternativas:

Se R>>a então o valor do campo elétrico se aproxima de 0, pois R ao cubo está no denominador da expressão.

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Adicionando um raciocínio, perceba que a alternativa D representa justamente o caso contrário em que a>>R , logo o termo entre parênteses ficará apenas em função de "a" e consequentemente, podemos fazer a simplificação de que :

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

De forma mais "instintiva", você também poderia pensar da seguinte forma...

Quando R>>a, é como se o ponto P estivesse no centro do anel. Ou seja, os elementos de cargas situadas em postos opostos iriam gerar elementos de campo elétrico que no final das contas iriam acabar se anulando em todas as direções.

É muito importante que você entenda esses tipos de análise para diferentes distribuições de cargas (as mais típicas) para que você tome essas conclusões de forma mais rápida e perspicaz no momento da prova! Fica a dica!

12. (UFFS-AOCP-Engenheiro Elétrico- 2016) Um Engenheiro Eletricista calculou a capacitância de um capacitor de placas paralelas, com duas placas de 20 cm x 20 cm cada, separadas uma da outra por uma distância de 5 mm, tendo dielétrico feito de cerâmica. Assinale a alternativa que corresponde ao valor da capacitância calculada, considerando a permissividade relativa da cerâmica como sendo 7.500 e a constante dielétrica absoluta para o vácuo (ou ar) de ϵ_0 =8,854.10^{-12} F/m.

A) A capacitância calculada foi de C=1000.10^{-9} F.

B) A capacitância calculada foi de C=332,24.10^{-12} F.

C) A capacitância calculada foi de C=531,24.10^{-9} F.

D) A capacitância calculada foi de C=60.000.10^{-9} F.

E) A capacitância calculada foi de C=781,24.10^{-6} F.

Resolução e comentários:

A questão solicita que você calcule a capacitância de um capacitor de placas paralelas que possui um dielétrico (cerâmica) entre as placas do capacitor.

O procedimento para resolver essa questão consiste em aplicar a fórmula para o cálculo da capacitância. Estudamos nessa aula que a capacitância C de um capacitor de placas paralelas preenchido com um dielétrico de constante dielétrica ϵ_r será dada por:

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Onde,

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Isolando ϵ e substituindo os dados fornecidos pelo enunciado da questão, temos que:

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = 7500 \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{(20x20)\cdot 10^{-4}}{5\cdot 10^{-3}}$$

$$C = 5{,}3124 \cdot 10^{-7} F$$

$$C = 531{,}24 \cdot 10^{-9} F$$

Portanto,

A **alternativa (C)** é o gabarito da questão.

Lembre-se sempre de tomar cuidado com as unidades de medida e as devidas conversões! A área foi dada em cm^2 e a distância em mm. Logo, tivemos que converter as unidades, respectivamente, para m^2 e m.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CHAVES, ALAOR. Física básica: Eletromagnetismo. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

TIPLER. PAUL ALLEN. Física para cientistas e engenheiros, volume 2: Eletricidade e magnetismo: Rio de Janeiro: Gen, 2012.

DA SILVA, CLAUDIO ELIAS. Eletromagnetismo: fundamentos e simulações. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014.

YOUNG, HUGH D. Física III: eletromagnetismo. São Paulo: Pearson Education do Brasil., 2009.

MACHADO, KLEBER DAUM. Teoria do eletromagnetismo. 2.ed. Vol I e II Ponta Grossa: Editora UEPG, 2005.

FEYNMAN, RICHARD P. The Feynman Lectures on Physics: The Definitive and Extended Edition, 2nd Edition. Porto Alegre: Artmed Editora S.A, 2008.

BESSONOV, L A; Applied Electricity for Engineers. Moscow: Mir, 1976.

MALVINO, A P. Eletrônica no Laboratório. São Paulo: Makron Books ,1994.

BOLTON, W. Análise de Circuitos Elétricos. São Paulo: Makron Books, 1994.

GRIFFTIHS, D. Eletrodinâmica. São Paulo: Person,2011.

SADIKU, M.O; ALEXANDER, C. K. Fundamentos de circuitos elétricos. 3ª Edição. México: McGraw-Hill, 2006.

7. GABARITO

1. Letra C
2. Letra A
3. Verdadeiro
4. Falso
5. Falso
6. Letra B
7. Letra A
8. Letra C
9. Letra C
10. Letra B
11. Letra C
12. Letra C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1.

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2.

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3.

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4.

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5.

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6.

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7.

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8.

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.