Estratégia Concursos

Aula 00

Física p/ PC-PA (Papiloscopista) - Pós-Edital

Autor:
Vinicius Silva

16 de Novembro de 2020

Sumário

1. Introdução 2
2. Movimento Harmônico Simples 2
2.1 Conceito 3
2.2. Cinemática do MHS 4
3. Dinâmica do MHS 14
4. Análise energética do MHS 15
5. Pêndulo Simples 18
6. Sistema Massa-Mola 21
7. Ondas em cordas 25
7.1 Conceito 25
7.2 Grandezas associadas às ondas. 26
7.3 Velocidade de propagação de uma onda 29
7.4 A relação de Taylor e a velocidade das ondas em cordas 32
7.5 Classificação das ondas em cordas. 34
7.6 Energia transmitida pelas ondas 36
7.7 Ondas estacionárias 38
7.8 Função de Onda 42
8. Questões propostas 46
9. Questões comentadas 60
10. Gabarito 133
11. Principais fórmulas utilizadas na aula 134

1. INTRODUÇÃO

Olá futuros Papiloscopistas da **PCPA!**

Olha, esse cargo é realmente muito desafiador, pois se trata de um cargo altamente técnico, você vai se sentir dentro de **"CSI".** Já pensou em trabalhar desvendando mistérios de crimes aparentemente sem solução? Se você está empolgado pelo seu trabalho, vamos nos empolgar em aprender a **Física** de que você precisará para fazer uma excelente prova no concurso.

O conteúdo da aula de hoje é a **ondulatória**, matéria importantíssima no dia a dia do Papilo. O conteúdo a ser cobrado na PCPA segue abaixo (detalhe, igual ao da PF):

Oscilações e ondas: movimento harmônico simples; energia no movimento harmônico simples; ondas em uma corda; energia transmitida pelas ondas; ondas estacionárias; equação de onda.

É um conteúdo básico de ondulatória, pois não envolve a parte de acústica, que é bem longa.

Fora isso, temos MHS e ondas em cordas, ondas estacionárias e equação de onda, basicamente.

2. MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

A parte de MHS pode ser o que tenha uma maior dificuldade, no entanto, vamos tornar sua vida mais fácil, notadamente nessa parte da matéria, pois a teoria será dada de forma bem lenta, compassada e na medida certa da sua prova. Quanto aos exercícios dessa parte da aula, teremos vários, uma quantidade boa de questões sobre esse assunto, pois no último concurso da PF, ele foi cobrado pelo CESPE de forma bem geral, abordando muitos conceitos, vamos inclusive resolver a questão dessa prova, que você já viu na aula 00.

2.1 CONCEITO

O conceito de MHS é muito importante, por se tratar de um tema que pode ser cobrado em uma questão teórica.

O MHS é um movimento **periódico, oscilatório**, cuja **força** resultante obedece à seguinte equação:

$$F_r = -K.x$$

Assim, para que um movimento seja considerado um MHS, é necessário que ele preencha os **três requisitos** acima.

Movimento oscilatório é aquele no qual o corpo oscila entre duas posições, a máxima e a mínima.

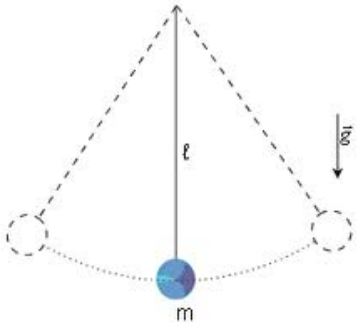
Movimento periódico é aquele que se repete com o tempo, possuindo um período de oscilação.

A força resultante deve, portanto, ser proporcional à elongação (posição).

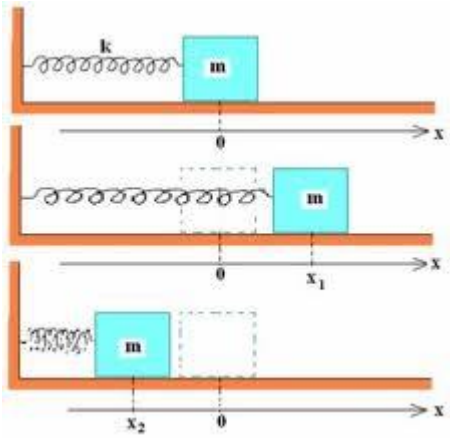
Existem diversos exemplos de movimentos periódicos que não são harmônicos simples, como, por exemplo, o movimento circular e uniforme, que é periódico, mas não é harmônico simples.

Alguns exemplos de MHS:

- **Pêndulo Simples:**



- **Sistema Massa-Mola horizontal e vertical:**



Esses dois exemplos acima serão estudados com profundidade no decorrer dessa aula.

Compreendido o conceito de MHS, vamos verificar a **cinemática** desse movimento de acordo comas equações desse movimento.

2.2. CINEMÁTICA DO MHS

Quando estudamos a cinemática de um movimento, estamos preocupados em determinar três grandezas em função do tempo, que são a **posição, a velocidade e a aceleração**.

Essas três grandezas definem a cinemática de qualquer movimento.

Assim, devemos encontrar a função horária da posição, da velocidade e da aceleração.

a) função horária da posição:

A demonstração da equação horária da posição é na verdade uma resolução de uma **equação diferencial bem complexa (matéria de nível superior em exatas)**, o que, obviamente não vamos fazer, nosso curso é focado na sua aprovação, não estou aqui para mostrar demonstrações complexas, e sim para fazer você passar no seu concurso.

O que vamos fazer aqui nessa aula é mostrar a você a equação pronta. Alguns autores de ensino médio deduzem essa equação por meio de uma comparação do **MCU** com o **MHS**, contudo não acho necessário fazer demonstrações adaptadas para entender esse assunto, o que o candidato deve saber é trabalhar com as variáveis da equação.

A equação da posição é uma **equação harmônica** (função cosseno):

$$x = A.\cos(\omega.t + \varphi_0)$$

Onde:

- **x é a posição** do corpo que está em MHS.
- **A é a amplitude do movimento**, ou seja, o módulo da posição máxima ou mínima.
- **ω é a pulsação**, ou seja a frequência angular.
- **φ_0 é a fase inicial**.
- **t é o tempo**.

Essas caraterísticas da equação devem ser bem entendidas para conseguirmos resolver as questões abordadas pelas bancas em concursos passados.

A pulsação é igual à **velocidade angular** do corpo que estaria movimentando-se em **MCU**. Na verdade, basta você utilizar as relações entre ω e T e ω e f, o que vai ser cobrado de você é apenas essa ideia, ou seja, relacionar essas variáveis.

Assim,

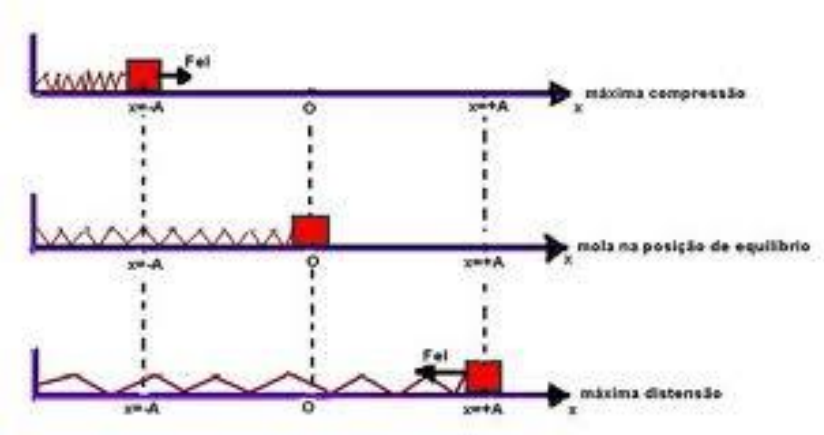
$$\omega = \frac{2.\pi}{T}$$

$$ou$$

$$\omega = 2.\pi.f$$

A pulsação é dada em **rad/s (unidade SI).** É como se fosse uma frequência angular, pois mede o número de vezes que certo ângulo é percorrido em certo intervalo de tempo.

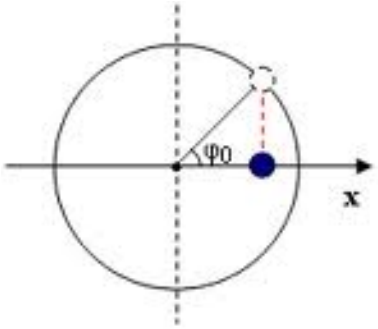
A amplitude, como já dito é a posição máxima ou posição mínima ocupada pelo corpo em **MHS**. Veja na figura abaixo a máxima e a mínima compressão, bem como a posição de equilíbrio, na qual a mola encontra-se relaxada.



No sistema massa mola acima você pode notar as posições de máxima distensão e de mínima distensão.

A fase inicial (φ_0) é a posição angular inicial de um corpo em MHS, e é dada em radianos, é como se fosse a posição inicial de um MCU que é tomado por referência para analisar o MHS.

Na figura abaixo, veja o ângulo inicial, quando o corpo azul está realizando um MHS, enquanto o corpo tracejado (projeção) está realizando um MCU. É aquela história da comparação entre os dois movimentos que eu lhe falei que ocorre.

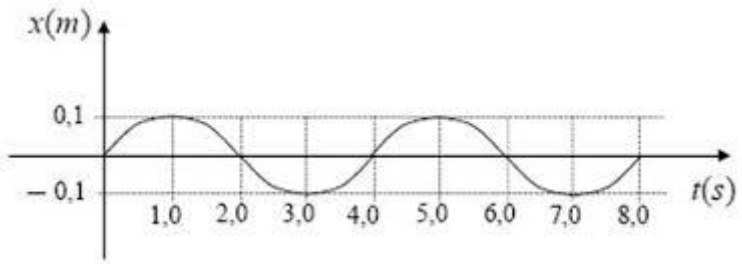


Na figura acima, a esfera azul está realizando um MHS em torno da origem da circunferência, e sua projeção realiza um MCU, conforme já dito anteriormente, e essa comparação é muito utilizada para deduzir as equações que estamos apenas citando.

Pois bem, a posição angular inicial está representada na figura pela letra grega φ_0. É como se fosse um ângulo inicial para o MCU, a posição inicial da projeção do MHS sobre circunferência no instante inicial igual a zero.

Não se preocupe tanto com a matemática envolvida nesse tipo de questão, envolvendo as equações, geralmente elas apenas pedem que você identifique as grandezas, o ideal é saber quem é quem na equação.

Graficamente, a posição em função do tempo seria representada na forma do gráfico abaixo, basta colocar um lápis na ponta de uma mola ideal em oscilação harmônica, a figura obtida é a seguinte:



O que você deve saber bem é identificar as grandezas relativas ao **MHS.**

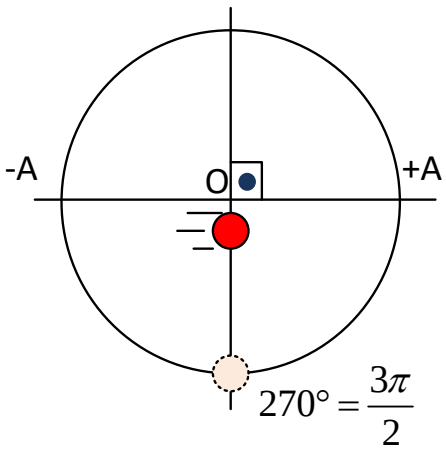
Podemos afirmar então que a **amplitude**, que é a posição máxima ou mínima que o corpo ocupa, vale **0,1m.**

Podemos ainda dizer que o período, que é o **tempo para completar um ciclo**, vale 4s, pois é nesse tempo que um corpo completa um ciclo de oscilação. Logo, a frequência valerá ¼ Hz = 0,25Hz.

$$T = \frac{1}{f} \; ou \; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} = 0,25Hz$$

A pulsação seria então, $\omega = 2.\pi.f = 2.\pi.0,25 = 0,5\pi rad/s$.

A fase inicial corresponde ao ângulo formado quando corpo passa pela origem, deslocando-se no sentido dos valores positivos de "x".



Note que o corpo em MHS está na origem, indo para os pontos positivos, logo o ângulo é igual a 270°.

b) função horária da velocidade

A função horária da velocidade pode ser obtida por meio da **derivada da função do espaço em função do tempo**, contudo não vamos fazer isso, pois foge aos objetivos desse curso, vamos mostrar a equação e entender cada termo dela.

$$v = -\omega.A.sen(\omega.t + \varphi_0)$$

A velocidade é uma função senoidal do argumento $\omega t+\varphi_0$.

Os termos da equação **são os mesmos que vimos anteriormente** para o caso da equação da posição.

A velocidade admite um valor máximo e mínimo, acompanhemos o raciocínio abaixo, isso foi cobrado na prova de **Papiloscopista da PF - 2012**.

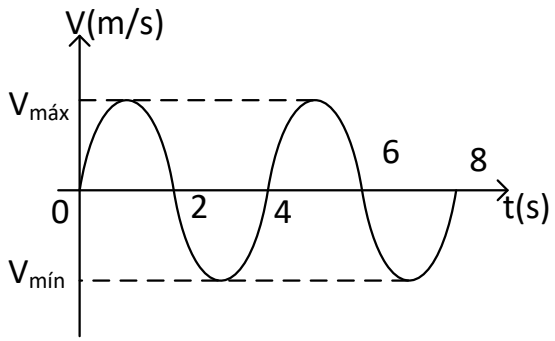
- A velocidade é uma função do seno de um ângulo
- O seno de um ângulo possui **valor mínimo igual a menos um**.
- Então o valor máximo da velocidade será obtido quando o **seno do ângulo for igual a menos um**, pois temos um sinal negativo no início da expressão da velocidade.

Logo o valor máximo da velocidade será:

$$v_{MÁX} = \omega.A$$

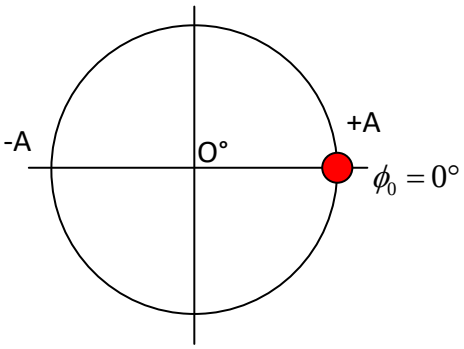
O valor máximo da velocidade será atingido quando o corpo estiver passando pela **posição chamada de origem**, na origem a velocidade do corpo em **MHS** é máxima.

O gráfico de velocidade pode ser dado por:



Vamos encarar o gráfico acima como um exemplo, no qual devemos determinar a pulsação, o período, e a equação da velocidade, bem como a velocidade máxima. Admita que a amplitude de oscilação seja de 10cm, para efeito de cálculo, e que no instante de tempo t = 0 o corpo passa pela posição +A (amplitude positiva).

- A = 10cm = 0,1m
- Período: é simples de notar que o tempo para que um ciclo se complete é de 4s. T = 4s.
- A fase inicial é dada pelo ângulo correspondente à posição inicial. Vamos comparar o MHS e o MCU para determinar a fase inicial.



Logo, a fase inicial vale 0°.

- A pulsação ω será dada pela relação entre ω e T, por exemplo.

$$\omega = \frac{2.\pi}{T} = \frac{2.\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad/s$$

Desta forma, podemos afirmar que temos todos os dados necessários para a montagem da equação da velocidade.

$$V = -\omega.A sen(\omega.t + \phi_0)$$
$$V = -0,5\pi.sen(0,5\pi + 0°)$$
$$V = -0,5\pi.sen(0,5\pi)$$

A velocidade máxima do corpo é dada quando o sen(0,5π) vale -1, ou seja, na equação da velocidade:

$$V = -0,5\pi.sen(0,5\pi)$$
$$V = -0,5\pi.(-1)$$
$$V = 0,5\pi\ m/s$$

Essa é a velocidade máxima permitida ao corpo que realiza o MHS dado pelo gráfico.

Na prova da **PCDF** é muito provável uma questão para análise de gráfico. Fique ligado!

c) função horária da aceleração:

A aceleração, é o último ente cinemático que você precisa aprender para descrever bem a cinemática do MHS. Ela também é uma função harmônica, e pode ser obtida derivando a função horária da velocidade em relação ao tempo.

Essa derivada também foge aos objetivos do nosso curso, portanto, vamos ter de apenas citar a equação e perceber suas particularidades.

$$a = -\omega^2.A.\cos(\omega.t + \varphi_0)$$

As constantes que aparecem na equação acima são as mesmas verificadas nas equações da velocidade e da posição.

Aqui eu faço uma pausa para lhe contar um segredo: essas equações são realmente muito chatas e complexas, cheias de letras gregas e realmente parece que estamos falando grego, mas relaxe, tenha em mente que você precisa ser funcional na prova, fala o que o examinador pede e saiba que isso você vai aprender com o nosso curso.

Bom, as variáveis serão irrelevantes nesse momento, uma vez que já discutimos bastante essas ideias.

Você deve perceber então que a aceleração também admite um valor máximo, que será atingido quando o cosseno do ângulo for igual a menos um.

Assim,

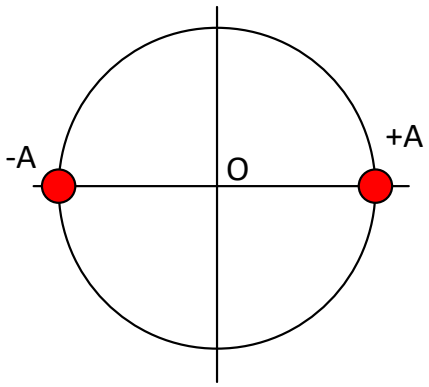
$$a_{MAX} = \omega^2 . A$$

Vamos agora tentar descobrir em que posição essa aceleração ocorre.

Essa aceleração é atingida quando o corpo está nas extremidades, ou seja nos pontos de posição máxima e mínima, ou seja, nas amplitudes.

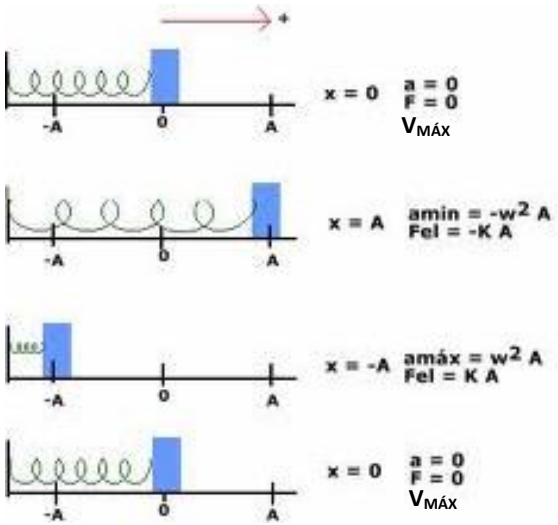
É nesse ponto que o cos($\omega t+\varphi_0$) vale -1 ou 1.

Logo,



Nessas posições a **aceleração é máxima** e a **velocidade é mínima**.

Podemos resumir as condições de velocidade máxima e aceleração máxima de acordo com a figura abaixo.



d) Relação entre x e v:

Vamos determinar uma equação envolvendo a posição e a velocidade sem envolver a grandeza tempo, para que tenhamos uma equação como a de Torricelli, que vimos no MRUV.

$$x = A.\cos(\omega.t + \varphi_0)$$

$$v = -\omega.A.sen(\omega.t + \varphi_0)$$

$$\cos(\omega.t + \varphi_0) = \frac{x}{A} \Rightarrow \cos^2(\omega.t + \varphi_0) = \left(\frac{x}{A}\right)^2$$

$$sen(\omega.t + \varphi_0) = -\frac{v}{\omega A} \Rightarrow sen^2(\omega.t + \varphi_0) = \left(-\frac{v}{\omega A}\right)^2$$

$$somando:$$

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(-\frac{v}{\omega A}\right)^2 = 1 \quad (relação\ \ fundamental\ da\ trigonometria)$$

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1$$

Assim, temos uma relação entre v e x, que não envolve a grandeza tempo.

e) Relação entre a aceleração e a posição.

A aceleração também pode ser dada em função da posição, vemos ver como seria essa equação.

$$x = A.\cos(\omega.t + \varphi_0)$$
$$a = -\omega^2.A.\cos(\omega.t + \varphi_0)$$
$$dividindo:$$
$$\frac{x}{a} = \frac{1}{-\omega^2} = a = -\omega^2.x$$

3. DINÂMICA DO MHS

Ao estudarmos a dinâmica do MHS, devemos nos preocupar em conhecer a força que rege o movimento, e já sabemos que se trata de uma força proporcional à elongação (posição).

Já sabemos que a aceleração pode ser dada em função da posição, então vamos tentar chegar a uma equação para o período e frequência.

$$a = -\omega^2.x \quad multiplicando\ por\ (-m)$$
$$-m.a = m.\omega^2.x$$
$$F_r = m.\left(\frac{2.\pi}{T}\right)^2.x$$
$$k.\cancel{x} = m.\left(\frac{2.\pi}{T}\right)^2.\cancel{x}$$
$$T^2 = \frac{m.(2\pi)^2}{k}$$
$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$$

A frequência será determinada pela relação entre f e T, já consagrada nas aulas de movimento circular, o conceito é o mesmo.

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad f = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Assim, podemos dizer que o período e a frequência de um movimento harmônico dependem apenas da **constante de força** e da **massa oscilante**.

4. ANÁLISE ENERGÉTICA DO MHS

Vamos fazer agora uma análise energética do MHS, observando em que pontos temos cada tipo de energia.

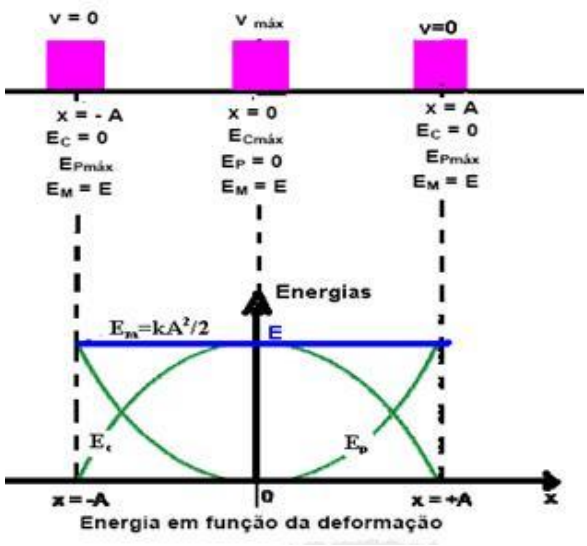
O MHS é um **sistema mecânico**, no qual a energia é do tipo mecânica e sendo mecânica será fruto de dois tipos de energia, que são a **potencial e a cinética**.

$$E_{MHS} = E_{Cinética} + E_{Potencial}$$

A energia potencial será a energia potencial elástica, fruto da deformação da mola (elástica).

$$E_{MHS} = \frac{m.v^2}{2} + \frac{k.\Delta x^2}{2}$$

Graficamente,



Entendendo a figura acima, podemos resumi-la da seguinte forma:

- No ponto de elongação nula, ou seja, **na origem** a energia é apenas **do tipo cinética**, uma vez que a mola não está deformada nesse ponto.
- Nos **pontos de elongação máxima (pontos de inversão do movimento)**, a energia mecânica é apenas do tipo **potencial elástica**, pois são pontos de inversão de movimento, no qual a **velocidade se anula**.

O cálculo da **energia mecânica total** será feito da seguinte forma:

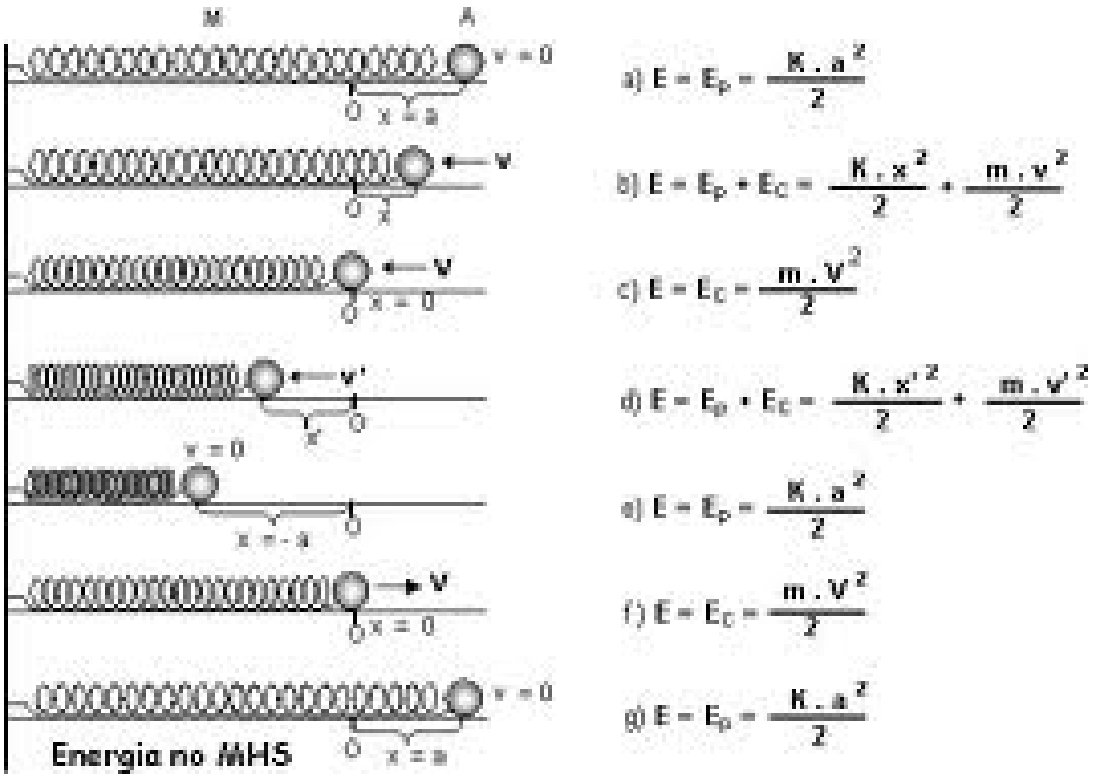
- Se o sistema é conservativo, ou seja, a energia mecânica é constante, então podemos utilizar o fato de que a energia é apenas potencial elástica nos pontos de inversão do movimento e calcular a energia mecânica.

$$E_{MHS} = 0 + \frac{k.A^2}{2}$$

$$E_{MHS_{Total}} = \frac{k.A^2}{2}$$

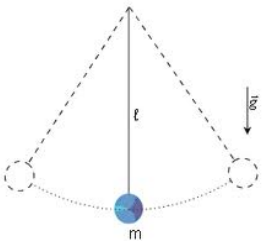
Essa energia se mantém constante, pois os atritos são desprezíveis, o sistema é do tipo conservativo.

Na figura abaixo temos vários pontos nos quais faz-se uma análise energética do sistema.



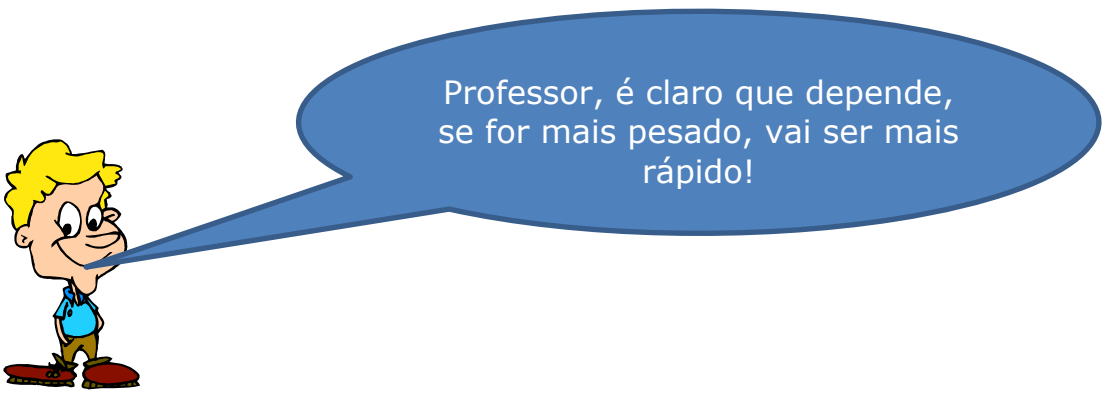
5. PÊNDULO SIMPLES

O pêndulo simples é um sistema que oscila em **MHS** muito **comum de aparecer em questões**, vamos destrinchá-lo para que qualquer questão desse assunto fique "no papo" para vocês.



Vamos fazer uma pergunta logo de início, para que vocês pensem sobre o problema do pêndulo.

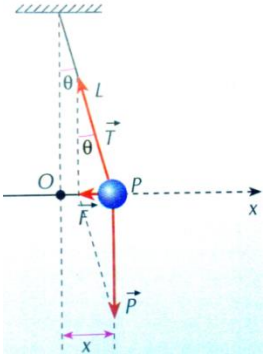
"o período de oscilação do pêndulo simples depende da massa oscilante?"



Cuidado, Aderbal!

Eu não diria isso com tanta certeza. Vamos mostrar o período do pêndulo simples com todas as suas características.

No caso do pêndulo simples, temos a seguinte disposição das forças:



A figura acima mostra as forças que atuam no pêndulo durante seu movimento. Note que a força "F" é responsável por trazer o corpo de volta para a posição de equilíbrio "O". Logo, se mostrarmos que a força "F" é do tipo F = - K.x, então estaremos diante de um exemplo de MHS.

Da figura acima, aplicando tg(θ) ao triângulo vermelho, podemos notar que a força "F" é dada por:

$$F = - mg\ tg\ (\theta)$$

Acontece que para ângulos pequenos há uma aproximação muito boa entre a **tangente** e o **seno** do ângulo.

A aproximação é a seguinte: $\theta \cong$ **tg (θ) = sen (θ) = X/L** (aqui, lembre-se de que o seno de um ângulo é igual ao cateto oposto ("x" na figura) ao ângulo, dividido pela hipotenusa ("L" comprimento do fio).

Com essa aproximação, a força restauradora pode ser reescrita agora como:

$$\mathbf{F = - mg\ X/L}$$

Desta forma, fica provado que a força restauradora no pêndulo simples de pequenas oscilações (θ_{Max} = 10°), onde vale a aproximação acima, é do tipo F = - K.x, ou seja, proporcional ao deslocamento ("x").

Sem maiores digressões, podemos afirmar que o movimento do pêndulo simples é **periódico** (se repete a cada período) e **oscilatório** (oscila em torno da posição de equilíbrio "O").

Finalmente, após provar que o movimento do pêndulo só é harmônico simples para pequenas oscilações, apresento abaixo as fórmulas para os cálculos do período de oscilação e da frequência de um pêndulo de comprimento **L** em um local cuja aceleração da gravidade é **g**.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\cancel{m}}{\cancel{m}.g/L}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

A frequência será dada pelo inverso do período:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

Período e frequência de um pêndulo simples

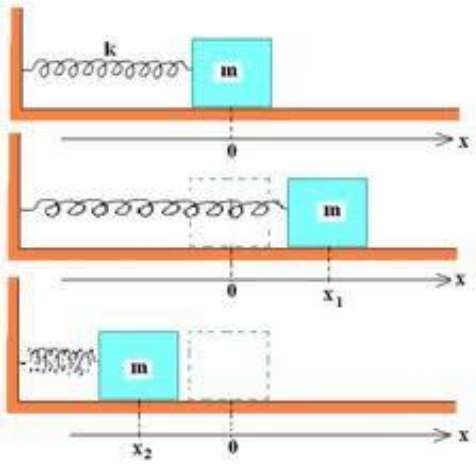
Perceba que tanto o período de oscilação, como também a frequência **não dependem da massa oscilante**. Isso nos permite responder à pergunta inicial com segurança.

O período e a frequência não dependem da massa oscilante (veja que ela foi cancelada na demonstração das fórmulas).

Cuidado para você não errar como o Aderbal, a Física tem esses mistérios. Aparentemente uma coisa bem óbvia está incorreta, e é isso que a banca adora colocar em questões.

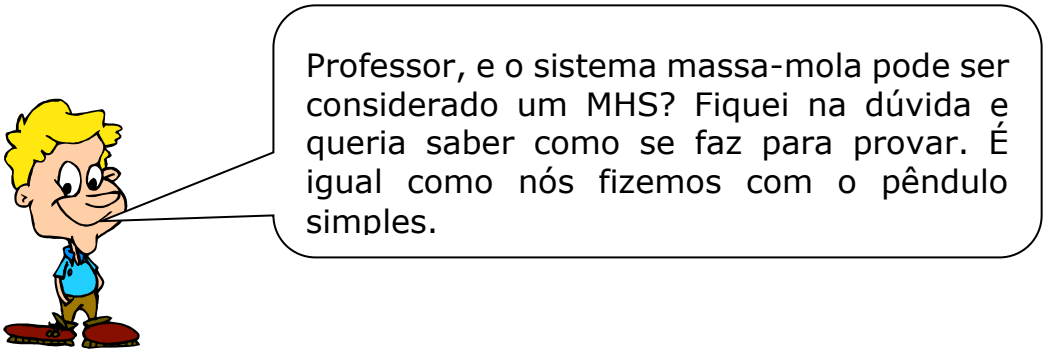
O que de mais importante havia para falar sobre o pêndulo simples foi dito acima, fora isso, é memorizar as observações que foram feitas a respeito do MHS em geral.

6. Sistema Massa-Mola



No sistema massa mola também temos algumas fórmulas matemáticas para memorizar, mais uma vez as mais importantes são a do período e da frequência.

Veja ainda que a análise energética que foi feita nas páginas anteriores levou em conta o sistema massa mola, portanto é importante lembrar das energias no MHS.



Aderbal e suas perguntas sempre muito pertinentes.

Aderbal, o sistema massa-mola **é sim um MHS**, como já dissemos anteriormente, e, diga-se de passagem, um dos mais importantes. Você deve conhecer todos os seus detalhes para qualquer prova.

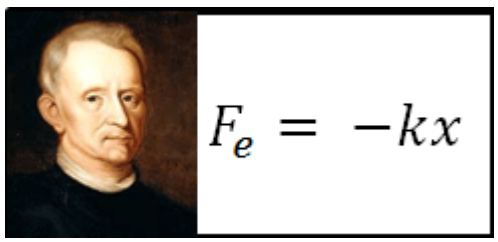
Vamos relembrar as condições de existência de um MHS:

- **Periódico**
- **Oscilatório**
- **Força restauradora do tipo F = - K.x**

Está na cara que o sistema massa-mola é **periódico (se repete com o tempo) e oscilatório (oscila em torno de uma posição fixa – origem)**, falta comprovar se existe uma força do tipo F = - K.x restaurando o movimento.

A única força que está restaurando o sistema para a sua posição de equilíbrio é a força elástica da mola, que **ao ser comprimida "empurra"** o corpo de volta para a posição "O", e **ao ser esticada "puxa"** o corpo para a posição de equilíbrio.

E a força elástica obedece a uma lei chamada lei de Hooke, de tal forma que pode ser escrita da seguinte maneira:



$$F_e = -kx$$

O cara acima é o tal de Robert Hooke e ao lado a sua equação para a força elástica que surge quando comprimimos ou esticamos uma mola, onde "K" é a constante elástica da mola e "X" é a deformação à qual ela fica sujeita.

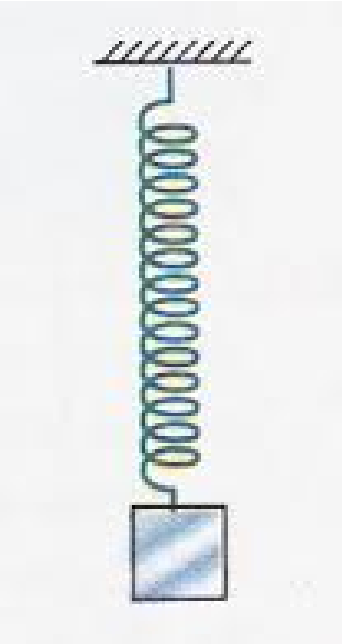
Você então já deve ter percebido que a força restauradora do sistema massa-mola é do tipo F = -K.x. Portanto está provado que o sistema massa-mola é um MHS.

As fórmulas para o cálculo do período e da frequência são:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad e \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

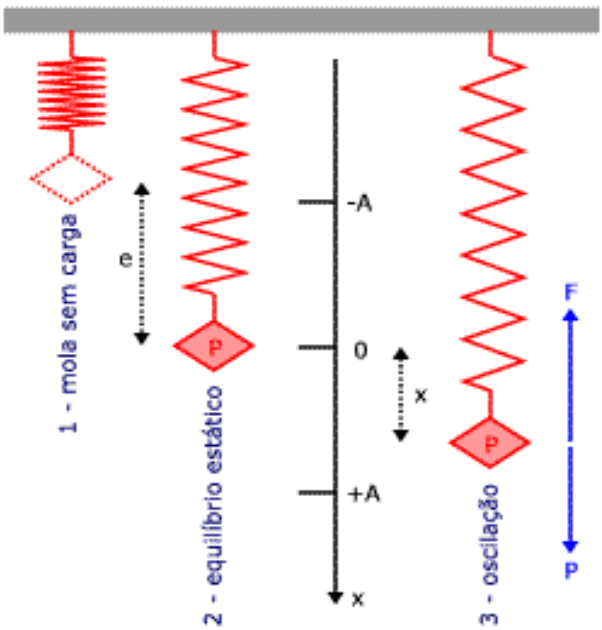
Onde, **"m" é a massa oscilante e "K" é a constante elástica da mola.** Observe que no sistema massa-mola o período e a frequência dependem da massa oscilante, diferentemente do pêndulo simples, onde a massa oscilante é indiferente.

Obs.: O Sistema massa mola vertical é semelhante a esse sistema massa mola mostrado anteriormente, no entanto, além da força elástica, outra força atuará no corpo, é a força peso, já que este será vertical.



O período do movimento acima é o mesmo período de um sistema massa mola horizontal.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad e \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$



A força restauradora será dada pela diferença entre a força elástica e o peso do corpo.

$$F_{el} - P = F_{\text{Res}}$$
$$K.(x + A) - P = F_{\text{Res}}$$
$$K.x + K.A - P = F_{\text{Res}}$$

Note, por outro lado, que o peso do corpo equilibra a força elástica que aparece no corpo quando ele está em repouso, na posição de equilíbrio.

$$P = F_{el\ inicial} = K.A$$
$$K.x + K.A - P = F_{\text{Res}}$$
$$F_{\text{Res}} = K.x$$

Portanto, a força restauradora é a mesma força restauradora do movimento horizontal do sistema massa mola, o que nos leva ao mesmo período e à mesma frequência.

7. ONDAS EM CORDAS

No edital da **PF-2012** constava o conteúdo de ondas em cordas. Porém, para conhecer as ondas em cordas você precisa conhecer o conceito de onda e as **principais grandezas associadas às ondas**.

7.1 CONCEITO

As ondas dividem-se quanto a sua natureza em mecânicas ou eletromagnéticas, cada uma tenho um conceito diferente.

- Onda mecânica é toda perturbação causada em um meio material por conta de uma propagação de energia, sem que as partículas do meio sejam transportadas. (som, ondas em cordas, ondas na água)
- Onda eletromagnética é um conjunto de dois campos (um magnético, outro elétrico) que oscilam perpendicularmente um ao outro. (exemplos: luz, microondas, ondas de rádio)

Vamos dar uma aprofundada nas ondas eletromagnéticas, principalmente na luz durante a aula de óptica geométrica, na qual vamos tecer os principais comentários a respeito dessa onda eletromagnética particular.

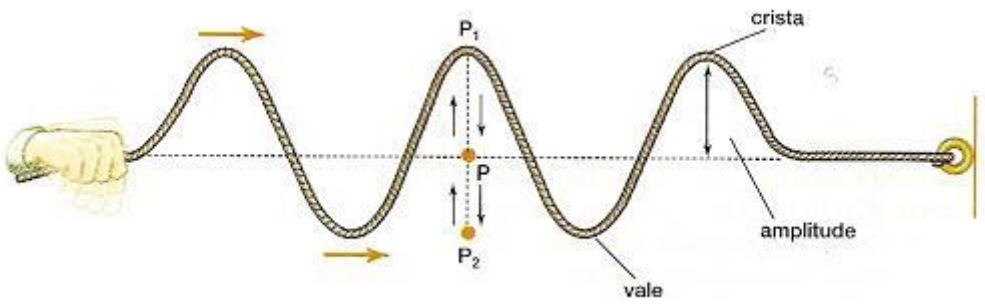
Bom, esse é o conceito de onda. Agora devemos aprender as principais grandezas associadas a uma onda, e para isso, vamos usar já o exemplo da onda em corda, prevista no edital para Papiloscopista que serve de base para esse curso.

7.2 GRANDEZAS ASSOCIADAS ÀS ONDAS.

a) Amplitude

Amplitude é a ordenada máxima que um ponto do meio vibracional pode ocupar quando a onda se propaga nele.

Vamos ver no exemplo abaixo a representação da amplitude, para que você entenda de forma mais simples.



Na figura acima você percebe uma onda em uma corda que se propaga da esquerda para a direita.

A amplitude de uma onda é a distância entre o eixo horizontal da corda em repouso (eixo tracejado) e uma crista ou vale. A crista é o ponto máximo de oscilação de uma onda e o vale é o ponto mínimo de oscilação de um pondo da corda.

A amplitude é dada em "**m**" no SI.

Vou aproveitar o ensejo para lhe informar que os pontos da corda apenas vibram na vertical, de acordo com a definição de onda mecânica **os pontos da corda não se movem da esquerda para a direita, quem se move na direção horizontal é a onda. ISSO É MUITO IMPORTANTE!**

O que foi destacado acima serve de base para a classificação da onda em corda, mas disso falamos daqui a pouco quando formos classificar uma onda em corda.

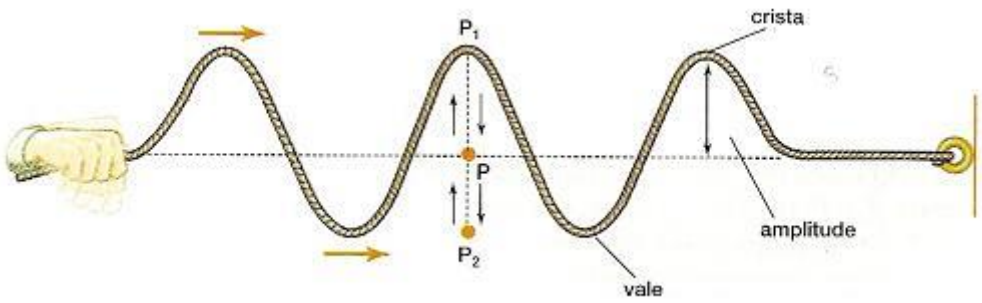
Entendido o que é amplitude, vamos a um exemplo simples.

Exemplo:

b) Período e frequência

O período de uma onda é o intervalo de tempo que leva para um ponto da corda completar uma oscilação ou ciclo.

Veja a figura abaixo:



Período é o tempo que leva para o ponto P subir até P_1, voltar e descer até P_2 e finalmente concluir a oscilação voltando à posição originária.

Esse tempo é chamado de período de oscilação. Se quisermos colocar uma fórmula para o seu cálculo, seria ela então:

$$T = \frac{\Delta t}{n}$$

Onde Δt é o intervalo de tempo decorrido e n é o número de oscilações realizadas naquele intervalo de tempo.

O período é dado em **segundos (s)**, no SI.

A frequência de uma onda, por sua vez, é o número de vezes que um ciclo se repete em um intervalo de tempo. Se você perceber o conceito, é justamente o inverso do período.

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

A unidade da frequência é o **Hz (s^{-1}).**

Se você perceber bem, vai notar que os conceitos de frequência e período são inversos, o que nos permite escrever uma relação entre as duas grandezas:

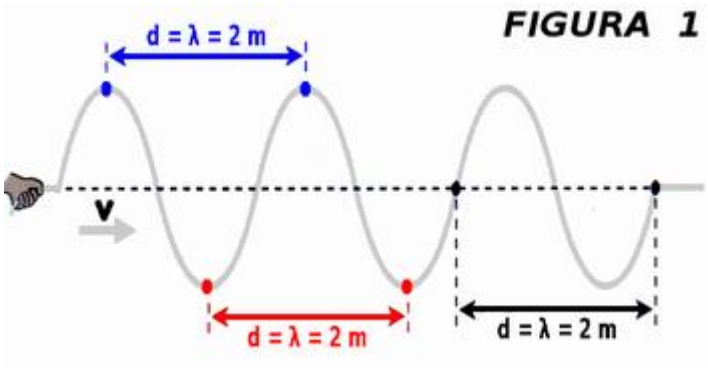
$$T = \frac{1}{f} \quad ou \quad f = \frac{1}{T}$$

Essa relação é a mesma do MHS, e os conceitos também, por isso você deve ter se sentido bem tranquilo em relação a esse tópico.

c) Comprimento de onda

Esse é sem dúvida um tema muito relevante para a sua prova. Saber identificar o comprimento de onda em uma onda propagando-se em uma corda é fundamental.

Na figura abaixo você vai identificar bem todas as três formas que o comprimento de onda pode aparecer em sua prova.



A distância correspondente ao comprimento de onda pode ser dada de três formas:

- Distância entre duas cristas
- Distância entre dois vales
- Distância entre dois pontos fixos horizontais iguais aos pontos pretos acima.

Existe uma definição de comprimento de onda bem complexa, que é:

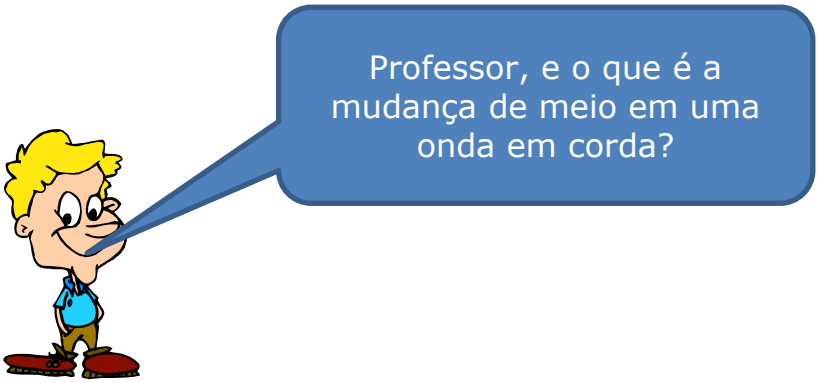
"Comprimento de onda é a distância entre dois pontos de mesma ordenada em fase"

Você não precisa entender esse conceito, o que vai cair na sua prova é a identificação do comprimento de onda em um caso prático, como o do exemplo acima.

7.3 VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA

A velocidade de uma onda é algo realmente desafiador, pois cai muito em prova, pode ser abordado de muitas formas em uma questão, mas é muito simples de entender, principalmente para você que investiu no seu futuro e está fazendo um curso focado na sua prova da **PCDF.**

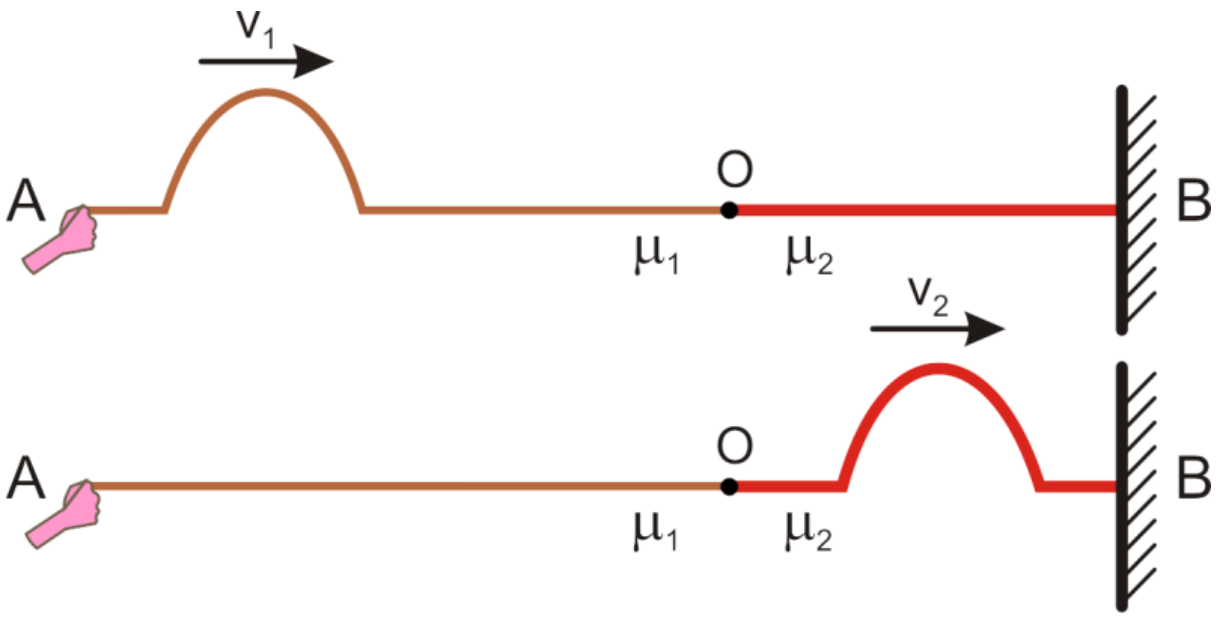
A velocidade de uma onda é constante para um mesmo meio, ou seja ela é uma grandeza associada a uma onda que permanece constante e com o mesmo valor ate que o meio de propagação da onda modifique-se.



Ótima pergunta Aderbal!

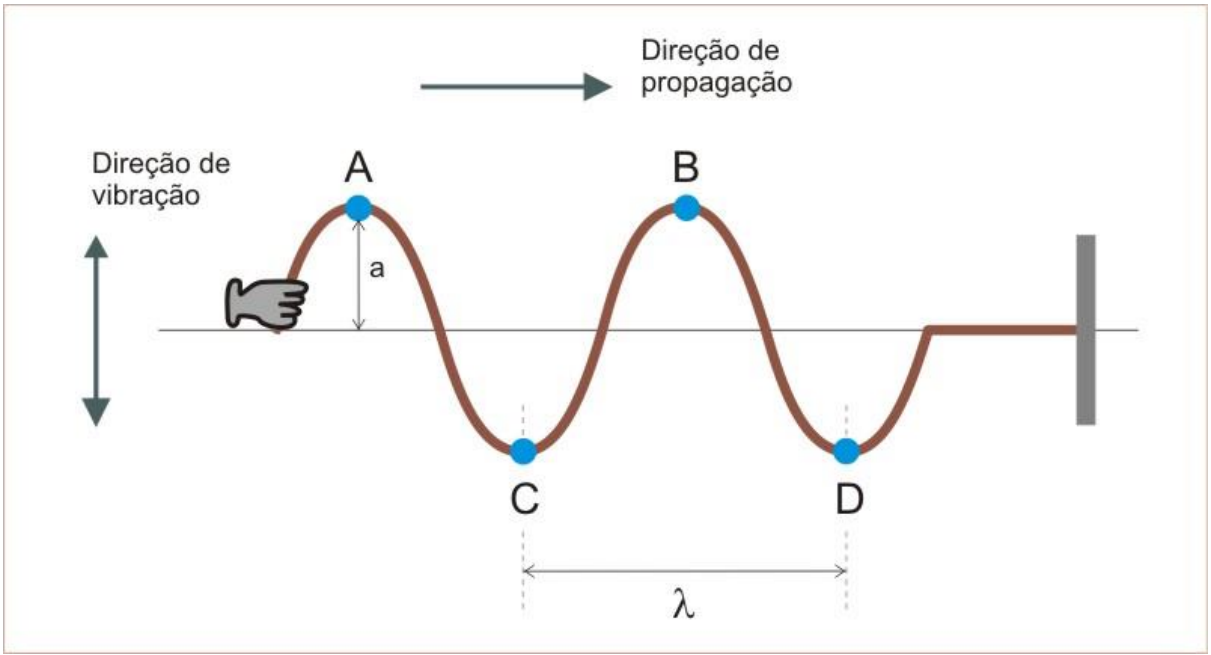
A mudança de meio ocorre quando modifica-se a corda, ou seja, as características da corda (comprimento, massa, densidade linear, material de que é feita...).

Ou seja, quando uma onda passa de uma corda mais fina para uma mais grossa, conforme o desenho abaixo:



As cordas acima são diferentes, portanto as velocidades são diferentes também.

Agora que você já conhece as particularidades da velocidade, vamos aprender a equação fundamental da ondulatória, que vai relacionar a velocidade de propagação, o comprimento de onda e a frequência da onda.



Na figura acima, note que a onda percorre uma distância igual a um comprimento de onda enquanto decorre o tempo correspondente a um período de oscilação.

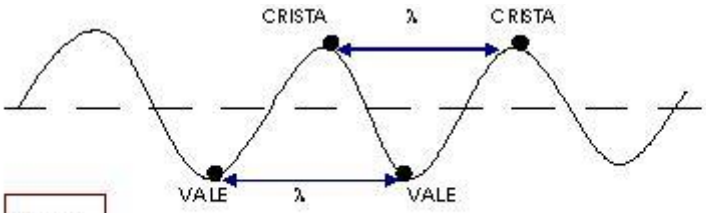
Logo, aplicando a ideia de velocidade:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} = \lambda . \frac{1}{T}$$
$$V = \lambda . f$$

Essa é a equação fundamental da ondulatória. Essa equação se aplica a todos os tipos de onda, independentemente de sua natureza ou classificação segundo qualquer critério.

Essa equação vai ser muito discutida em nosso curso, até na aula de fluorescência.

Resumindo:



$f = \frac{1}{T}$ $\quad V = \lambda f$

f= freqüência (Hz)
t = T = tempo (s)
s = λ = comprimento da onda (m)
V = velocidade da onda (m/s)

$\lambda = \frac{V}{f}$ O comprimento da onda é inversamente proporcional à freqüência.

7.4 A RELAÇÃO DE TAYLOR E A VELOCIDADE DAS ONDAS EM CORDAS

A relação de Taylor foi introduzida por esse estudioso para fornecer-nos uma fórmula específica para o cálculo da velocidade das ondas em cordas tensas, ou seja, cordas submetidas à uma força de tração.

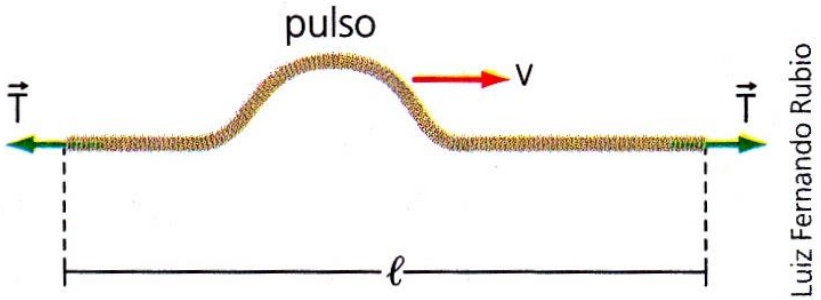
Essa fórmula envolve duas grandezas que são específicas de cada corda, portanto, ela só serve para o cálculo da velocidade de ondas em cordas, e não para todo tipo de onda.

Observe que as ondas em cordas são apenas um tipo de onda que temos na natureza, que está repleta de outros exemplos.

Vejamos então a relação de Taylor:

Imagine que você tenha uma corda tensa (submetida a uma força de tração) na forma da figura abaixo.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$



A velocidade da onda será dada pela fórmula acima, onde:

- T é a força de tração a qual está submetida a corda
- μ é a densidade linear de massa.

A densidade linear de massa é a razão entre a massa da corda e o respectivo comprimento da corda.

$$\mu = \frac{m}{L}$$

A unidade SI é o **kg/m**, uma vez que a massa é dada em **kg** e o comprimento da corda em **m**.

A fórmula acima costuma aparecer em toda prova do banca que cobra velocidade de ondas em cordas, quando o edital prevê essa parte do conteúdo de ondas, saiba que ele esta dizendo "vai cair uma de relação de Taylor".

A demonstração da equação acima é um pouco complexa, e leva em conta o teorema do impulso e a segunda lei de Newton, assunto não abordado nesse curso, portanto, deixo a demonstração para uma pesquisa depois do seu concurso, não vá perder tempo com aquilo que não contribui para a sua aprovação. O ideal é saber resolver questões sobre o assunto e não a demonstração em si.

7.5 CLASSIFICAÇÃO DAS ONDAS EM CORDAS.

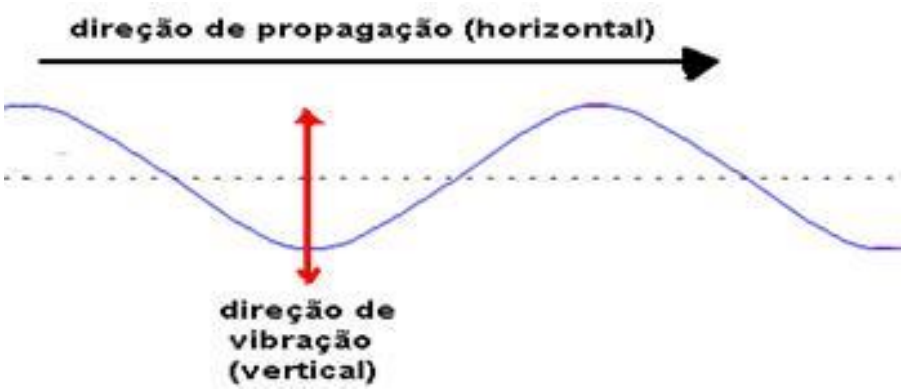
Vamos comentar agora sobre a classificação das ondas em cordas.

As ondas em cordas, como já dito antecipadamente, são ondas mecânicas, que se propagam em um meio material, que é justamente a própria corda.

Além disso, as ondas em cordas, quanto à direção de propagação

o e de vibração, as ondas em cordas são ditas transversais, ou seja, sua direção de vibração é perpendicular à direção de propagação.

Veja na figura abaixo a propagação da onda em corda e a direção de vibração.



Outro tipo de classificação de onda quanto à direção de propagação é a longitudinal, em cuja direção de vibração é a mesma direção de propagação.

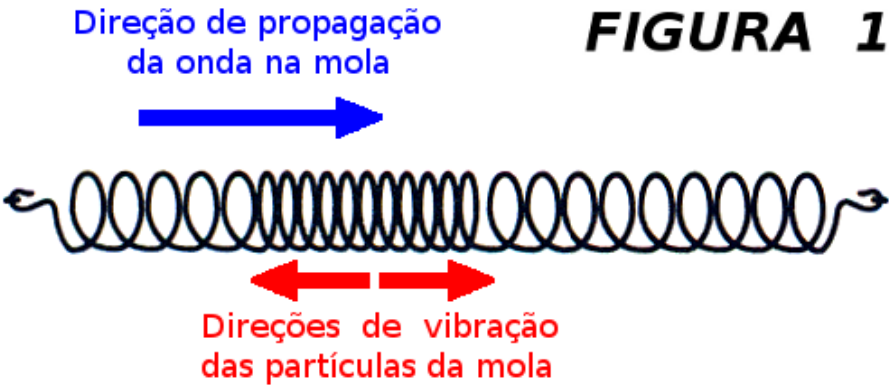
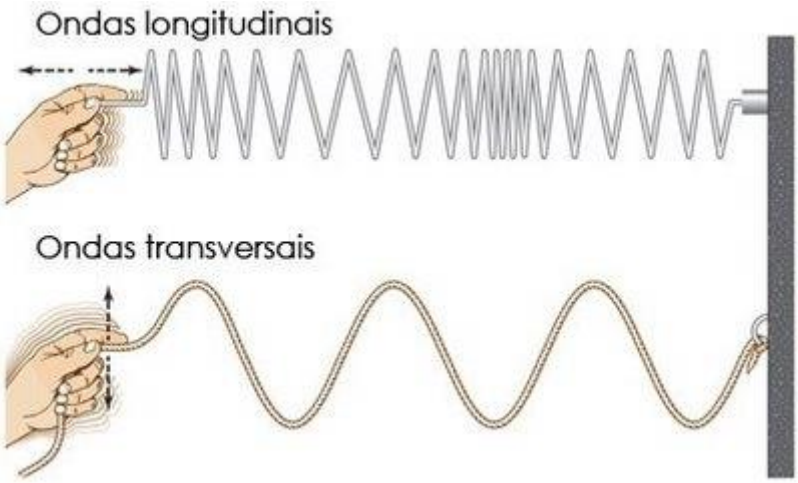


FIGURA 1

Veja que a vibração tem a mesma direção de propagação. O som é um bom exemplo de onda no dia a dia que é longitudinal.

Resumindo:



Além disso, as ondas em cordas também podem ser classificadas quando às dimensões de propagação.

Como a onda em uma corda só se propaga na própria dimensão da corda, ela é dita **unidimensional.**

Ainda existem as ondas **planas**, e **esféricas**, que são as ondas **bidimensionais** e **tridimensionais**.

Resumindo, as ondas em cordas são:

- **Transversais**
- **Mecânicas**
- **Unidimensionais**

Essa classificação pode ser abordada em uma prova sem o menor problema, por meio de uma questão teórica.

7.6 ENERGIA TRANSMITIDA PELAS ONDAS

Esse ponto é muito rápido, afinal de contas não devem ser cobradas fórmulas matemáticas, muito menos algo mais aprofundado acerca desse tema .

Aqui o que você deve ter em mente primeiramente é o fato de que a energia nas ondas em cordas é transmitida pela fonte, que vibra em movimentos verticais, perpendiculares à direção de propagação.

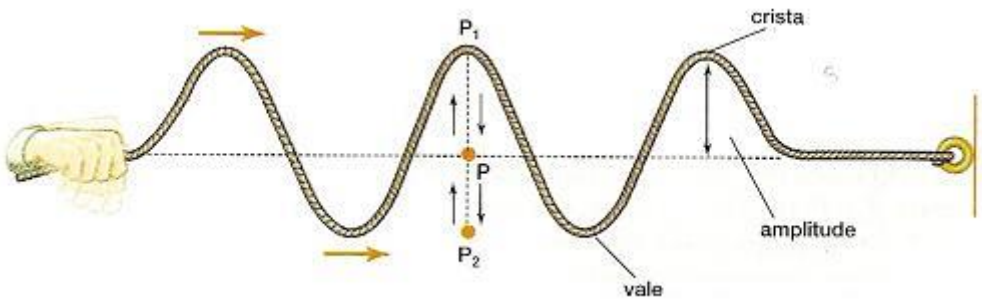
O que ocorre na onda é justamente o transporte de energia para todos os pontos da corda. Em uma situação ideal, poderíamos dizer que uma onda transmite energia para todos os pontos de forma igual, ou seja, a mesma energia é propagada para todos os pontos da corda. Lembre-se de que apenas energia é transportada pela onda a matéria (partículas da corda) apenas sofrem vibração vertical.

Pois bem, para entender um pouco mais sobre a energia vamos apenas dizer que ela é proporcional à amplitude da onda, aquela que você aprendeu nos itens anteriores. À amplitude está ligada a intensidade, que, por sua vez, está ligada à energia transportada.

$$E \propto A^2$$

Vamos perceber a veracidade dessa observação através de um exemplo.

Imagine que você está segurando uma corda e provocando uma sucessão de pulsos que se torna uma onda, na forma da figura abaixo.



A energia transmitida para os pontos da corda é do tipo potencial gravitacional, ou seja, a energia sai do alimento que você consumiu, que serviu para movimentar a sua mão em movimentos periódicos verticais para cima e para baixo, que acabou transmitindo-se para o meio (corda) servindo para levantar os pontos da corda.

Essa energia que serve para levantar um ponto de uma corda é do tipo potencial gravitacional, ou seja, a energia transmitida pela mão serve para elevar os pontos da corda à certa altura (amplitude), e se quisermos aumentar essa amplitude, devemos aumentar a energia da onda, vibrando com amis energia, fazendo com que a amplitude aumente. Viu como a energia está ligada à amplitude da onda.

Nessa mesma toada, podemos afirmar que a energia da onda também depende da frequência dela, ou seja, se precisarmos de uma frequência maior, devemos fornecer mais energia à onda, fazendo com que ela vibre mais, completando mais ciclos no mesmo intervalo de tempo.

$$E \propto f^2$$

Resumindo, a energia de uma onda em uma corda está ligada à amplitude e à frequência da onda.

Sei que é muito difícil cair em uma prova a fórmula para o cálculo da energia associada a uma onda em uma corda, no entanto, prefiro errar por excesso a errar por falta.

Em livros de ensino superior é possível verificar uma fórmula bem complexa, cuja demonstração foge aos objetivos desse curso, que é dad por:

$$\Delta E_{média} = \frac{1}{2}.\mu.\omega^2 A^2.\Delta x$$

Cabe a nós identificar cada uma dessas variáveis.

- μ é a densidade linear de massa da corda, ou seja, a quantidade de massa dividida pelo comprimento da corda.
- ω é a pulsação, a frequência angular, e você já sabe como calcular, lembre-se das relações que essa grandeza tem com a frequência e com o período.
- "A" é a amplitude da onda, fácil de perceber.
- Δx é a variação da posição da onda, como se fosse o espaço percorrido pela onda. Perceba que ao percorrer um espaço qualquer, a onda precisa variar a energia, para que os pontos seguintes sofram movimentos verticais, atingindo as cristas e os vales.

Bom, essa parte de energia está muito bem explicada, eu acredito, você vai ter muito sucesso se cair uma questão sobre esse assunto em sua prova, e se cair a fórmula acima, tenho certeza que apenas você vai garantir a questão, pois acho muito difícil esse tema ser abordado com essa riqueza de detalhes.

Parabéns por ter adquirido o curso e estar estudando pelo melhor material de Física do mercado editorial para concursos.

7.7 ONDAS ESTACIONÁRIAS

Nesse ponto vamos ter fórmulas matemáticas para memorizar e também devemos saber aplica-las ao caso concreto, ou seja, aos problemas que serão abordados em sua prova.

Ondas estacionárias, são ondas que formam-se a partir da interferência das ondas que se propagam em uma corda em sentidos contrários. Veja na figura abaixo.

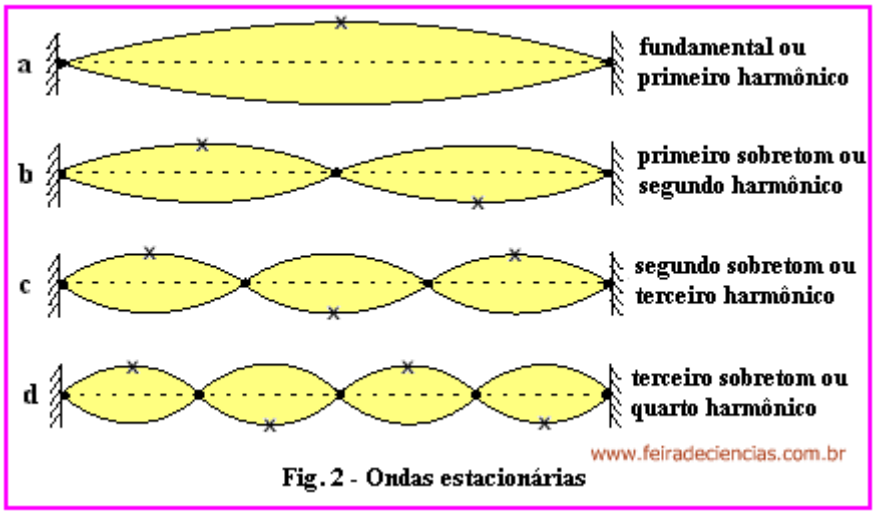


Fig. 2 - Ondas estacionárias

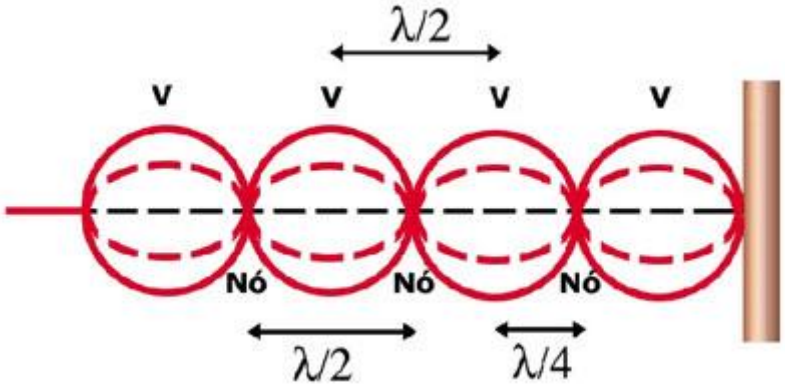
A amplitude será a amplitude de cada uma das ondas, nesse ponto é importante você se ligar, muita gente pensa que não haverá amplitude resultante, pois as ondas interferem em sentidos contrários.

Mas não caia em cascas de banana, a amplitude da onda estacionária resultante é a amplitude de cada uma das ondas interferentes.

Na figura acima, você viu que as ondas estacionárias aparecem em harmônicos e cada um deles tem a sua particularidade.

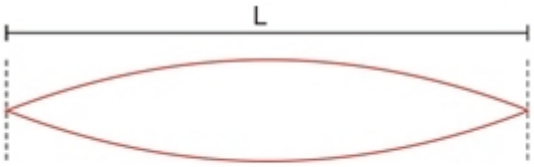
Antes disso você precisa saber o que é um nodo e um antinodo, é simples, um nodo ou ponto nodal é o ponto representado pela bolinha preta na figura acima, por outro lado, os antinodos ou pontos antinodais (conhecidos como pontos ventrais) são aqueles representados pelos pontos que são cristas ou vales, representados pelos "x" na figura acima.

A figura abaixo resume as ideias vistas acima:



Identificados os pontos e características ligadas às ondas estacionárias, vamos verificar como conhecer a fórmula da frequência de vibração da corda vibrante.

Bom, o primeiro ponto que vamos analisar é o primeiro harmônico que não possui nenhum nodo intermediário.



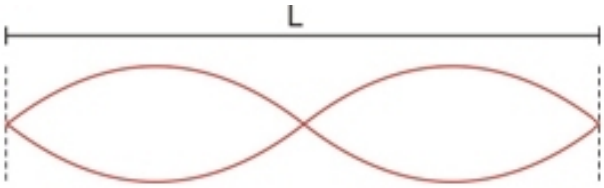
$$\lambda_1 = 2L, \quad f_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{2L}$$

Note que o comprimento da corda é idêntico à metade do comprimento de onda.

$$\frac{\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = 2.L$$

$$f_1 = \frac{V}{\lambda} = \frac{1.V}{2.L}$$

Para o segundo harmônico:



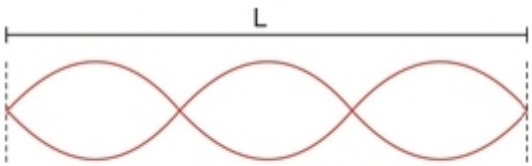
$$\lambda_2 = L = \frac{2L}{2}, \quad f_2 = \frac{V}{\lambda_2} = \frac{2V}{2L} = \frac{V}{L}$$

Note que ao introduzirmos um nodo intermediário, o comprimento do fio ficou idêntico ao comprimento de onda da onda.

$$\lambda = L \Rightarrow \lambda = L$$

$$f_2 = \frac{V}{\lambda} = \frac{2.V}{2.L}$$

Para o terceiro harmônico:



$$\lambda_3 = \frac{2L}{3}, \quad f_3 = \frac{3V}{2L}$$

Note que no terceiro harmônico temos a presença de 2 nodos intermediários.

$$\frac{3\lambda}{2} = L \Rightarrow \lambda = \frac{2.L}{3}$$

$$f_3 = \frac{V}{\lambda} = \frac{V}{\frac{2.L}{3}} = \frac{3.V}{2.L}$$

Agora, acredito que você já notou um certo padrão de acordo com o número do harmônico.

Podemos portanto generalizar a fórmula para:

$$f_n = \frac{n.V}{2.L}$$

Onde,

- **f_n é a frequência da onda**
- **n é o número do harmônico**
- **L é o comprimento da corda**
- **V é a velocidade da onda na corda**

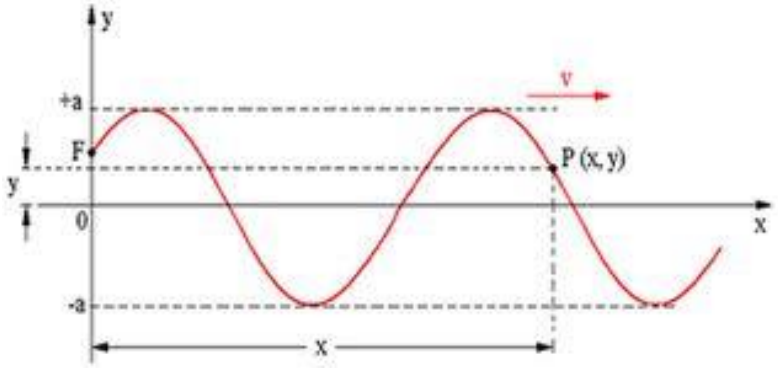
Essa fórmula é muito comum em provas, ela costuma aparecer misturada com outras fórmulas que você está aprendendo nesta aula.

7.8 Função de Onda

Vamos estudar nesse tópico a função de onda, que nada mais é do que uma representação matemática dos pontos de uma onda. É muito comum em provas da

FUNIVERSA a utilização dessa ferramenta matemática para que você retire informações importantes acerca das características das ondas.

Vamos verificar o formato dessa função matemática e observar as como retirar as principais características da onda por meio da análise da função.



Na figura acima você pode perceber a propagação de uma onda em uma corda, e P é um ponto do meio (corda) que em certo momento estará sob a ação da onda em questão.

Esse ponto apenas vibra na direção vertical enquanto a onda propaga-se para a direita. **A onda não propaga matéria**, **apenas energia**, então os pontos da corda que estão vibrando não se movimentam para a direita, quem se move progressivamente é a onda.

Pois bem, superada essa fase inicial, vamos montar a função matemática que vai relacionar os valores de x e y.

Como a onda é harmônica, os pontos da corda estão oscilando em MHS, então podemos partir da equação da posição do MHS:

$$y = a.\cos(\omega.t + \varphi_0)$$

O ponto P, em x, oscilará em MHS também, no entanto, a onda demora um certo tempo para chegar em P, o que nos permite organizar a função acima da seguinte forma:

$$y_P = a.\cos[\omega.(t - t_0) + \varphi_0]$$

Onde t_0 é o tempo que onda leva para percorrer a distância x. Mas esse tempo é facilmente calculável por meio da velocidade da onda.

$$t_0 = \frac{x}{V} = \frac{x}{\lambda.f}$$

Substituindo,

$$y_P = a.\cos[\omega.(t - \frac{x}{\lambda.f}) + \varphi_0]$$

$$y_P = a.\cos[\omega.t - \frac{\omega.x}{\lambda.f} + \varphi_0]$$

$$y_P = a.\cos[\frac{2\pi}{T}.t - \frac{\frac{2\pi}{T}.x}{\lambda.f} + \varphi_0]$$

$$y_P = a.\cos[\frac{2\pi}{T}.t - \frac{2\pi}{\lambda}.x + \varphi_0]$$

$$y_P = a.\cos[2\pi.(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0]$$

Existem outras maneiras de expressar a função de onda acima. Vejamos.

$$y = Asen(\omega t - bx + \theta_0)$$

$$onde\ \theta_0 = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$$

$$ou$$

$$y = A\cos(bx - \omega t + \gamma)$$

$$oriundada\ do\ \ fato\ que \cos\alpha = \cos(-\alpha)$$

$$ou$$

$$y = Asen(bx - \omega t + \delta)$$

$$onde\ \delta = \pi - \theta_0$$

Em qualquer das formas acima, observe que:

- **O coeficiente de t é $\omega = 2\pi/T$ ou $\omega = 2\pi f$**
- **O coeficiente de x é b = $2\pi/\lambda$**

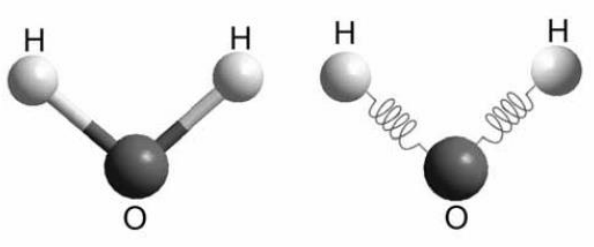
Essa função costuma aparecer com frequência em provas, portanto saibamos aplica-la em nossas questões.

As questões envolvendo esse tema são geralmente para identificar o **a** e o **b** vistos acima.

Chegamos ao final da aula de ondulatória, focada no edital da PF-2012 para o cargo de Papiloscopista, edital que provavelmente será o mesmo da PCDF, para o mesmo cargo.

8. QUESTÕES PROPOSTAS

1. (CESPE – UNB – POLÍCIA FEDERAL – PAPILOSCOPISTA – 2012)

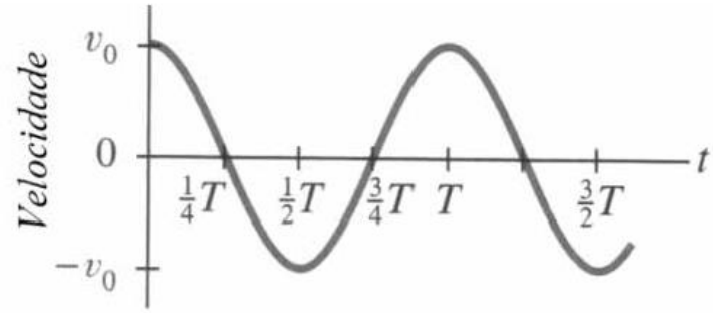


A figura acima ilustra duas representações pictóricas de ligações químicas em uma molécula de água. Considere o modelo molecular clássico para uma ligação covalente entre os átomos de hidrogênio e oxigênio representada por molas via potencial quadrático do tipo $V(r) = \frac{1}{2}k(r - r_0)^2$, em que k é a constante elástica da mola e r_0, a distância de equilíbrio. O estiramento máximo ou amplitude da ligação química O – H é A e m_H representa a massa do hidrogênio. Nesse modelo, assume-se que o oxigênio esteja fixo na origem do sistema de coordenadas. No instante inicial (t = 0), o átomo de hidrogênio se localiza na posição de estiramento máximo e, em seguida, é liberado. Com base na figura e nas informações apresentadas, julgue os itens seguintes.

1.1 velocidade máxima do átomo de hidrogênio — vmax — é tal que $V_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m_H}}$

1.2 A energia mecânica total desse oscilador harmônico simples, quando em movimento, é inversamente proporcional ao quadrado da amplitude A.

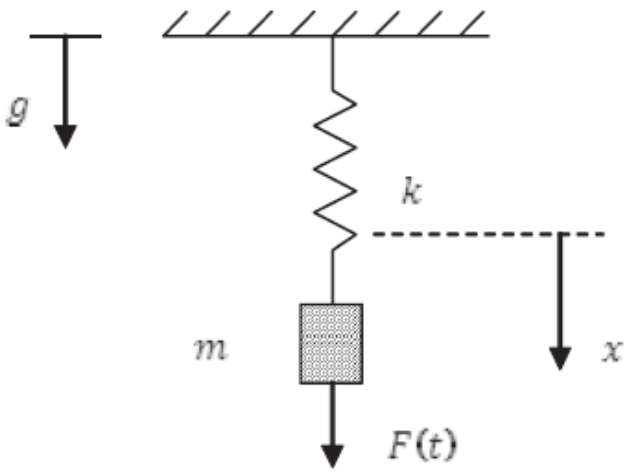
1.3 Se a equação horária de onda para o movimento do átomo de hidrogênio for expressa por $r(t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + r_o$, então a velocidade desse átomo, em função do tempo t, estará corretamente representada pelo gráfico abaixo, em que T é o período do movimento oscilatório.



2. (CESPE – UNB – PREF. BOA VISTA – ENGENHEIRO MECÂNICO) A rigidez combinada k_c do sistema de molas ilustrado na figura abaixo é dada por $k_c = k_1 + k_2$, em que k_1 e k_2 são as constantes elásticas das molas.



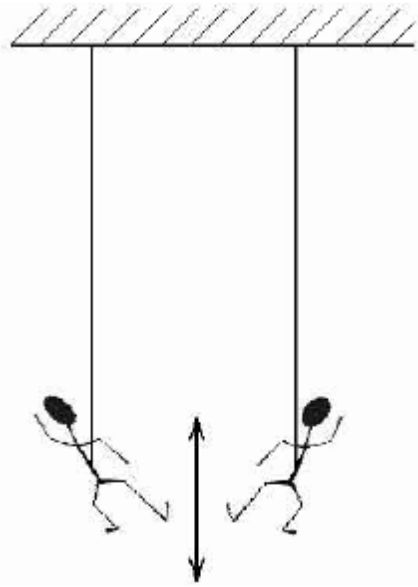
3. (CESPE – UNB – FUB – ENGENHEIRO MECÂNICO)



A figura acima ilustra um sistema massa-mola em que g é a aceleração da gravidade, a mola é linear, de constante elástica k tal que a força elástica exercida sobre a massa m é proporcional ao deslocamento na direção x. É imposta ao sistema uma força externa expressa pela relação $F(t) = F_0.\text{sen}(\omega t)$. A linha tracejada marca a posição de repouso do sistema, na ausência da força. Com base nas informações apresentadas na figura, julgue o item a seguir.

3.1. No caso de não haver força externa sobre o sistema e a posição inicial da massa for diferente da posição de equilíbrio, o movimento descrito pelo sistema é um movimento harmônico simples, cuja frequência de oscilação depende da constante elástica da mola e da aceleração da gravidade.

4. (CESPE – UNB – HEMOBRÁS – ENGENHEIRO MECÂNICO)



A figura acima mostra João, de 82 kg, e Maria, de 52 kg, oscilando para cima e para baixo em cordas bungee jump idênticas. Considerando que ambos oscilam sob movimento harmônico simples de igual amplitude, julgue os itens seguintes.

4.1. Ambos oscilam com o mesmo período.

4.2. A oscilação de Maria possui uma frequência maior.

4.3. Desprezando a energia gravitacional, é correto afirmar que a energia de oscilação de ambos é igual.

4.4. A velocidade máxima alcançada por João é maior que a alcançada por Maria.

5. (CESPE – UNB – MPU – ENGENHEIRO MECÂNICO) Com relação às vibrações de um sistema amortecido com um único grau de liberdade, julgue os itens subsequentes.

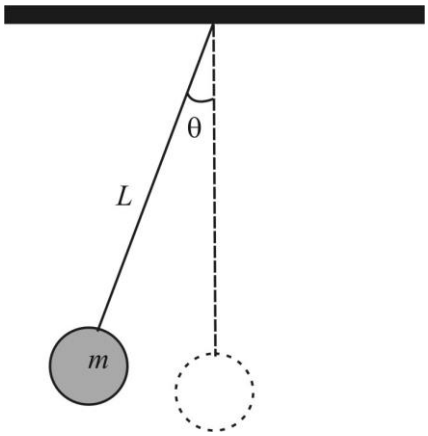
5.1. Quando molas são posicionadas em série, forças diferentes são desenvolvidas em cada mola quando deformadas e, dessa forma, a deformação sofrida por cada mola é diferente e depende das constantes elásticas individuais.

5.2. Suponha que a frequência natural do sistema mecânico coincida exatamente com a frequência de vibração devido à operação do sistema. Nesse caso, há surgimento de ressonância.

5.3. A frequência natural de vibração de um sistema massa-mola é função apenas da massa e da rigidez da mola.

5.4. Em um sistema massa-mola com n molas posicionadas em paralelo, a constante elástica equivalente k_{eq} é obtida por meio da expressão $k_{eq} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}$, em que k_i é a constante elástica da mola i.

6. (CESPE – CBM-DF – 2011) Um sistema físico que representa aproximadamente as propriedades de um movimento harmônico simples (MHS) é o pêndulo simples, que é constituído por um objeto de massa *m* suspenso por um fio ideal (sem massa e não extensível) de comprimento *L* e cuja outra extremidade é fixa, conforme ilustrado na figura abaixo. O módulo da força restauradora em um pêndulo simples é dado por: em $F = -mg.tg(\theta)$, que θ é o ângulo que o fio faz com a direção vertical. Entretanto, a aproximação de MHS só é válida quando o pêndulo executa oscilações de pequena amplitude, o que permite que a força restauradora no pêndulo simples seja diretamente proporcional ao afastamento lateral x do objeto suspenso em relação à posição de equilíbrio.



Considerando as informações acima e com base na teoria dos movimentos harmônicos simples e do pêndulo simples, julgue os próximos itens.

6.1. Caso a massa *m* do objeto suspenso seja duplicada, a frequência desse pêndulo será quatro vezes maior que a anterior.

6.2. Para se medir, com razoável grau de aproximação, a aceleração da gravidade em determinado ponto da superfície da Terra, é suficiente medir-se o período de um pêndulo simples de comprimento *L* conhecido.

6.3. Sabendo-se que a aproximação *tg* $(\theta) \cong$ *sen* (θ), justificável para ângulos pequenos, é correto afirmar que a constante de proporcionalidade, ao se considerar que o pêndulo simples executa um MHS, é igual a *mg/L*.

7. (CESPE – UNB – PERÍCIA OFICIAL – ALAGOAS) Considere que um bloco de 0,5 kg oscile ao longo do eixo x sobre uma superfície sem atrito, preso a uma mola ideal. Considere, ainda, que a equação $V_x(t)=4\text{sen}(8\pi t - \pi/2)$ descreva a velocidade do bloco em função do tempo, em que o comprimento é dado em metros e o tempo em segundos. Acerca do movimento desse bloco, julgue os itens seguintes.

7.1 A amplitude da oscilação é igual a 4 m.

7.2 A aceleração máxima do bloco é $32\pi m/s^2$.

7.3 A constante elástica da mola é igual a $32\pi^2 N/m$.

7.4 Em t=0,125 s, a partícula passa pela posição x = 4 m.

7.5 O período de oscilação do bloco é igual a $\pi/2$ segundos.

8. (CESPE-UNB – PRF – 2013) Considerando que um corpo de massa igual a 1,0kg oscile em movimento harmônico simples de acordo com a equação $x(t) = 6,0\cos\left[3\pi.t + \frac{\pi}{3}\right]$, em que t é o tempo, em segundos, e x(t) é dada em metros, julgue os itens que se seguem.

8.1 A força resultante que atua no corpo é expressa por $F(t) = -(3.\pi)^2 x(t)$.

8.2 O período do movimento é igual a 0,5s.

9. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO) Considere que duas crianças estejam brincando em dois balanços presos em uma única barra de ferro, com uma pequena folga que a permite vibrar na horizontal. A equação de deslocamento que dita o movimento de um dos balanços, desconsiderando-se o amortecimento, é dada por x(t) = 1,6 × cos(0,5t). Com base nessa situação, julgue os itens seguintes.

9.1 O fenômeno de ressonância ocorrerá caso as cordas dos dois balanços tenham o mesmo comprimento e suportem crianças de mesma massa.

9.2 Esse sistema é de movimento harmônico simples, cuja aceleração a(t) é proporcional ao quadrado da velocidade angular e ao negativo do deslocamento, dado, nesse caso, pela expressão a(t) = -0,4 × cos(0,5t).

9.3 A frequência natural de oscilação desse sistema é superior a 0,7 Hz.

10. (CESPE – UNB – POLÍCIA CIVIL/AC – PERITO CRIMINAL) Considere um sistema massa-mola, onde a constante elástica é igual a k = 5,46 N/cm. Uma vez colocado para oscilar, observa-se que, em determinado instante, os valores da posição, da velocidade e da aceleração são, respectivamente, iguais a x = -0,27 m, v = -32,6

m/s e a = -214 m/s^2. Tendo como referência a situação acima, julgue os itens subsequentes.

10.1 A massa do bloco em oscilação pode ser determinada.

10.2 Não há condições para se determinar a amplitude da oscilação.

10.3 A frequência com que esse sistema oscila é única.

11. (CESPE – UNB – PETROBRÁS – GEOFÍSICO JÚNIOR) A energia mecânica de um corpo de massa m = 1 kg, preso a uma mola de massa desprezível que oscile e que tenha sua posição dada pela equação x(t) = 2 cos[3πt + π] cm, com t dado em segundos, é igual a

A. π^2 J.

B. $1,8\pi^2$ J.

C. $2,0\pi^2$ J.

D. $3,0\pi^2$ J.

E. $6,0\pi^2$ J.

12. (CESPE – UNB - SEDUC/ES – PROFESSOR DE FÍSICA) O estudo dos fenômenos ondulatórios constitui parte importante da física, tendo reflexos em diversas áreas como a óptica, a acústica, o eletromagnetismo e a teoria quântica. Com relação aos movimentos ondulatórios e à propagação de ondas, julgue os itens seguintes

12.1. Todo movimento periódico também é um movimento harmônico.

12.2. A aceleração de um corpo que executa um MHS é inversamente proporcional ao seu deslocamento.

13. (CESPE/INMETRO/2001) Fenômenos ópticos e sonoros são, em grande parte, manifestações que pertencem a uma classe mais geral de fenômenos ditos ondulatórios. A respeito dos fenômenos descritos nas opções, julgue-as como corretas ou erradas.

13.1. Todo sistema oscilante tem comportamento de onda.

13.2. Ao se impulsionar um pêndulo de comprimento L uma vez a cada $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ segundos, em que g é a aceleração da gravidade, ocorrerá o fenômeno da ressonância, que resulta em um aumento considerável da amplitude de oscilação.

14. (CESPE/CBM/ES/2008) A velocidade de uma onda mecânica depende somente das propriedades do meio no qual ela se propaga. Com relação a suas propriedades e seus mecanismos de propagação, julgue os itens subsequentes.

14.1 Pelo movimento transversal da mão pode-se produzir um pulso que se propague em uma corda esticada que tenha uma de suas extremidades presa a uma parede. Para diminuir o tempo que o pulso leva para se propagar do ponto em que for gerado até a parede, deve-se diminuir a amplitude do movimento das mãos.

15. (CESPE – UNB – CBM/DF - 2011 - OFICIAL) Duas fontes luminosas — $y_1(t)$ e $y_2(t)$ — que projetam luz são representadas, respectivamente, pelas funções $y_1(t) = 0{,}04\text{sen}[\omega t]$ e $y_2(t) = 0{,}04\text{sen}[\omega t + 3\pi/2]$. Com base nessa informação, sabendo que as grandezas físicas são medidas em unidades do Sistema Internacional de Medidas e considerando que 1,4 seja o valor aproximado para 2½, julgue os próximos itens.

15.1 As ondas y1(t) e y2(t) possuem a mesma frequência e a mesma velocidade de propagação.

15.2 Ao se propagarem em um meio com índice de refração igual a 4/3, as ondas representadas pelas funções $y_1(t)$ e $y_2(t)$ mudam a velocidade de propagação, nesse meio, para 3/4 da velocidade de propagação dessas ondas no vácuo.

15.3 A propagação de ondas harmônicas em determinado meio pode produzir uma região de interferência destrutiva, sendo nula a energia obtida dessas ondas.

16. (CESPE-UNB - CBM-ES – OFICIAL COMBATENTE) Ondas mecânicas são perturbações que se propagam em um meio elástico, carregando energia, como as ondas concêntricas formadas na superfície de um lago logo após se atirar nele uma

pedra. Alguns conceitos matemáticos que tipicamente associamos a ondas são os mesmos que possibilitam descrever movimentos oscilatórios, como os observados em um pêndulo simples ou em um sistema massa-mola. Uma característica comum a todos esses sistemas é a existência de uma força restauradora, como a força elástica exercida por uma mola. Com relação aos fenômenos ondulatórios em geral, julgue os itens subsequentes.

16.1 Considere que uma das cordas de um instrumento de cordas tenha massa de 20,0 g e comprimento de 1,0 m. Nessa situação, para produzir um tom com o dobro da frequência dessa corda, é necessário trocá-la por outra com massa de 10,0 g e comprimento de 2,0 m.

16.2 As ondas que se propagam na superfície da água em regiões mais profundas deslocam-se com velocidade maior que as que se propagam em regiões mais rasas. Esse comportamento das ondas, atribuído ao fenômeno de difração, explica o poder de destruição dos tsunamis, ou ondas gigantes.

16.3 Em um pêndulo simples, a força restauradora é a força elástica da corda à qual o objeto está preso.

16.4 Conhecida a constante elástica da mola, é possível calcular a energia mecânica total de um sistema massa-mola medindo-se a amplitude máxima de seu movimento.

17. (CESPE – UNB – PERÍCIA OFICIAL – ALAGOAS) Considerando que um corpo pontual varie sua posição em um espaço, de acordo com as seguintes relações parametrizadas: $x(t) = 4\cos\left(\frac{2\pi t}{30}\right); y(t) = 4sen\left(\frac{2\pi t}{30}\right); z(t) = 0$, em que t representa o tempo em segundos, julgue os itens seguintes.

17.1 O módulo do vetor aceleração é constante, independente do tempo.

17.2 No período de tempo de t = 0 s a t = 7,5 s, enquanto, em módulo, a posição x diminui, a posição y aumenta.

17.3 O vetor que determina a taxa de variação espacial no tempo é igual tanto nas coordenadas x quanto em y.

18. (CESPE – UNB – PERÍCIA OFICIAL – ALAGOAS) Considere que uma onda se propague ao longo de uma corda ideal esticada, de densidade linear igual a 0,05 kg/m, obedecendo a função y(x,t) = (0,5)sen[π (0,5x + 2,5t)], em que o comprimento é expresso em metros e o tempo em segundos. Com relação a essa onda, julgue os itens que se seguem.

18.1 A onda se propaga na direção - x.

18.2 A tensão na corda é de 1,25 N.

18.3 A taxa média de energia transportada pela onda ao longo da corda é superior a 1 W.

18.4 Se uma segunda onda descrita pela equação y'(x,y) = (0,5)sen[π(0,5x + 2,5t + 0,5)] passar a se propagar na corda, na mesma direção e sentido, junto com a primeira, a amplitude da onda resultante será igual a 1m.

18.5 O comprimento de onda é igual a 0,5 m.

18.6 A velocidade de propagação da onda é igual a 2,5πm/s.

19. (CESPE – UNB – SEDUC/CE – PROFESSOR DE FÍSICA) Duas ondas sonoras unidimensionais propagam-se em um mesmo meio, com a mesma velocidade, ao longo de uma direção x, de tal modo que a variação da pressão P, para cada uma delas, é dada da seguinte expressão no sistema de unidades MKS: onda sonora I: $\Delta P = \sin(0,5\pi x - \pi t)$ e onda sonora II: $\Delta P = \sin(Cx - 0,8\pi t)$, em que a constante C é desconhecida.

19.1 Assinale a opção que apresenta o comprimento, em metros, da onda sonora I.

A 4,0

B 2,0

C 1,5
D 3,5
E 3,0

19.2 Assinale a opção que apresenta a frequência da onda II, em Hz.

A 0,8
B 0,2
C 0,4
D 0,5
E 0,6

19.3 Nas equações das ondas apresentadas, a constante C é igual a

A 0,4 π.
B 0,2 π.
C 0,1 π.
D 0,3 π.
E 0,5 π.

20. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO) Ao manusear instrumento musical, um musicista prendeu uma corda com o dedo esquerdo, a uma distância de 0,5 m da extremidade em que ela está fixa, impedindo a corda de vibrar nesse ponto e não a empurrando contra o braço do instrumento, e, com a mão direita, fez vibrar a corda. Considerando que a tensão dessa corda, que apresenta 20,0 g de massa e 1,50 m de comprimento, seja igual a 300 N e que a velocidade do som no ar seja de 300 m/s, julgue os itens subsequentes.

20.1 A velocidade da onda na corda é superior a 140 m/s.

20.2 A corda irá vibrar no 4.º harmônico com uma onda de comprimento igual a 0,5 m.

21. (CESPE – UNB – POLÍCIA CIVIL/AC – PERITO CRIMINAL) A equação y = 0,25 sen (1,14x) × cos (274t) descreve, matematicamente, a vibração de uma corda presa pelas suas extremidades. Considerando que os dados dessa equação estão no sistema internacional de unidades (SI), julgue os itens seguintes.

21.1 Pode-se determinar, por meio dessa equação, a velocidade das ondas componentes cuja superposição resulta nessa onda estacionária.

21.2 É impossível determinar o comprimento da onda estacionária descrita na equação acima, já que não é dado o comprimento da corda.

21.3 A amplitude das ondas estacionárias cuja superposição resulta nessa onda estacionária é igual a 0,25 m.

22. (CESPE – UNB – SEDUC/AM – PROFESSOR DE FÍSICA) Uma diferença importante entre um sistema massa-mola, uma corda vibrante ou um tubo sonoro é o fato de, no sistema massa-mola, haver apenas uma frequência natural, ao passo que nos outros o número de frequências naturais tende ao infinito, dependendo das condições de contorno do material. Por exemplo, para um fio preso nas extremidades, a uma distância L, a relação entre a tensão aplicada, T, e a velocidade de propagação, v, de uma onda é do tipo $V \propto T^{\frac{1}{2}}$. Considerando essas informações, julgue os itens seguintes.

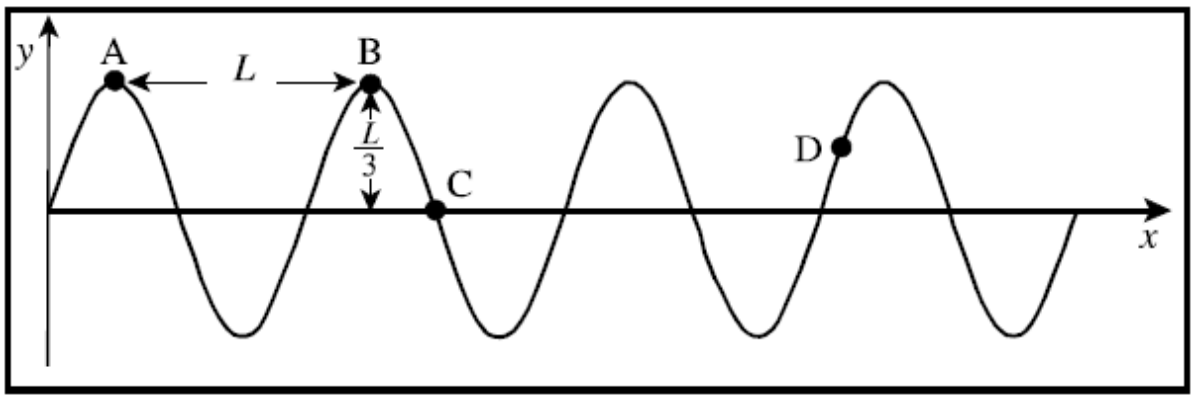
22.1 Se a tensão em um fio vibrante for aumentada, o número de nodos aumenta.

22.2 Uma corda vibrante de comprimento L, presa nas extremidades, apresenta um conjunto de n frequências naturais de vibração dadas por $f_n = \frac{nV}{2.L}$, em que v é a velocidade de propagação da onda nessa corda.

23. (CESPE – UNB – CBM/ES – SOLDADO COMBATENTE) A velocidade de uma onda mecânica depende somente das propriedades do meio no qual ela se propaga. Com relação a suas propriedades e seus mecanismos de propagação, julgue o item abaixo.

23.1 Pelo movimento transversal da mão, pode-se produzir um pulso que se propague em uma corda esticada que tenha uma de suas extremidades presa a uma parede. Para diminuir o tempo que o pulso leva para se propagar do ponto em que for gerado até a parede, deve-se diminuir a amplitude do movimento das mãos.

24. (CESPE-UNB – CEFET/PA)



A figura acima ilustra um instantâneo de uma onda que se propaga em uma corda, para a direita e com velocidade constante. Considerando essa figura, assinale a opção correta.

A. O período da onda é igual a L.

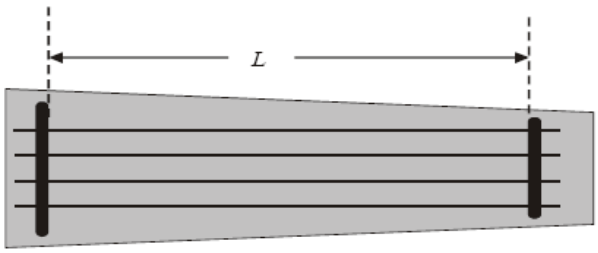
B. O comprimento de onda é igual a L/3.

C. A velocidade instantânea do ponto C da corda é nula.

D. A amplitude da oscilação da onda é igual a L.

E. A velocidade instantânea do ponto D da corda tem o sentido de y negativo.

25. (CESPE-UNB - CBM-DF – CFO/2006)



(TEXO PARCIALMENTE OMITIDO)

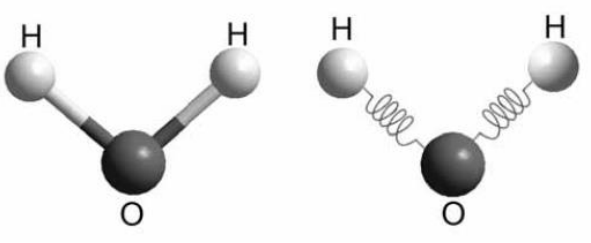
Entre outras qualidades, os nanotubos descritos no texto anterior possuem excelente condutividade elétrica e resistência mecânica cem vezes maior que a do aço e, ao mesmo tempo, flexibilidade e elasticidade, o que os torna um material atrativo e interessante para a produção de fios fortes e ultraleves, denominados nanofios. São essas características que os credenciam a diversas aplicações em ciência e tecnologia. A figura acima mostra o esquema de um instrumento de cordas idealizado que usa nanofios para compor as cordas, que são esticadas e têm as extremidades fixas. Ao se tocar as cordas, elas vibram emitindo som. O movimento das cordas corresponde a ondas estacionárias descritas pela equação $y = A\,\mathrm{sen}(kx)\,\mathrm{sen}(\omega t)$, em que A, k e T são constantes, y e x representam deslocamentos e t é o tempo. A partir dessas informações, julgue os itens que se seguem.

25.1 Em cada corda do instrumento descrito, pode-se gerar ondas estacionárias de qualquer frequência.

25.2 O movimento das cordas do instrumento pode ser corretamente descrito como uma combinação de duas ondas progressivas, isto é, $y = \frac{A}{2}\cos(kx - \omega t) - \frac{A}{2}\cos(kx + \omega t)$.

9. QUESTÕES COMENTADAS

1. (CESPE – UNB – POLÍCIA FEDERAL – PAPILOSCOPISTA – 2012)



A figura acima ilustra duas representações pictóricas de ligações químicas em uma molécula de água. Considere o modelo molecular clássico para uma ligação covalente entre os átomos de hidrogênio e oxigênio representada por molas via potencial quadrático do tipo $V(r) = \frac{1}{2}k(r - r_0)^2$, em que k é a constante elástica da mola e r_0, a distância de equilíbrio. O estiramento máximo ou amplitude da ligação química O – H é A e m_H representa a massa do hidrogênio. Nesse modelo, assume-se que o oxigênio esteja fixo na origem do sistema de coordenadas. No instante inicial (t = 0), o átomo de hidrogênio se localiza na posição de estiramento máximo e, em seguida, é liberado. Com base na figura e nas informações apresentadas, julgue os itens seguintes.

1.1 velocidade máxima do átomo de hidrogênio — $v_{máx}$ — é tal que $V_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m_H}}$

Resposta: Item correto.

Comentário:

Essa questão já foi resolvida na aula demonstrativa, utilizando-se a velocidade máxima no **MHS,** no entanto, vamos utilizar uma solução alternativa, na qual vamos usar a conservação da energia para o caso acima.

Note que no momento em que a velocidade é máxima a energia mecânica está toda acumulada na forma de energia cinética.

Podemos então usar a fórmula da energia cinética e da energia mecânica no MHS.

$$E_{cin} = E_{Mec}$$

$$\frac{m.V_{máx}^{\cancel{2}}}{\cancel{2}} = \frac{K.A^2}{\cancel{2}}$$

$$V_{máx} = \frac{K.A^2}{m}$$

$$V_{máx} = A.\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Ou seja, encontramos a velocidade máxima do MHS de forma mais simples, do que a que utilizamos na aula demonstrativa. Essa é a vantagem de você que investiu na sua aprovação da **PCDF,** você tem a chance de conhecer soluções alternativas mais simples.

1.2 A energia mecânica total desse oscilador harmônico simples, quando em movimento, é inversamente proporcional ao quadrado da amplitude A.

Resposta: incorreto.

Comentário:

Esse item é simples, durante o nosso curso, mais precisamente na aula de movimento harmônico simples, vamos fazer a análise energética desse movimento, e você verá que se trata de um sistema conservativo, no qual a energia mecânica é constante.

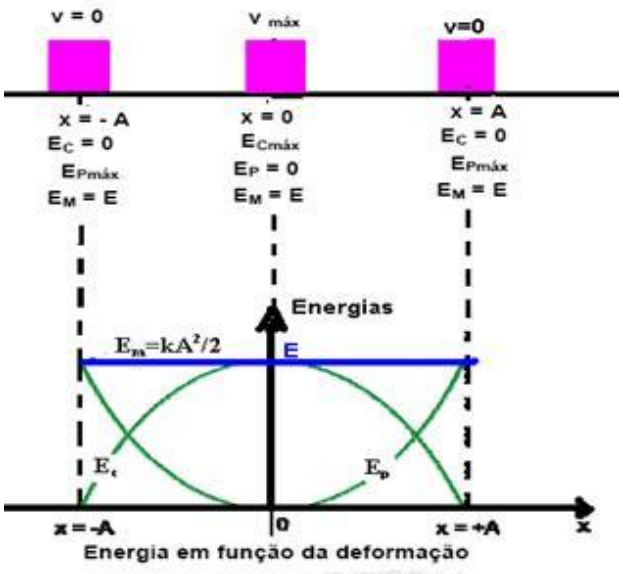
Os dois tipos de energia presentes no MHS descrito no enunciado são as energias potencial elástica (deformação da mola) e energia cinética (velocidade do corpo).

Podemos dizer que a equação que relaciona esses dois tipos de energia e a energia mecânica é:

$$E_{mec} = E_{cin} + E_{pot_{el}}$$

Vamos encontrar uma fórmula que possa nos fornecer a energia mecânica em função dos dados conhecidos.

Perceba que a energia potencial elástica é máxima nas extremidades do movimento, nos pontos de inversão do movimento, pois nesses pontos a velocidade é mínima (zero) e toda a energia mecânica está concentrada na forma de energia potencial elástica. Observe a figura abaixo:



Energia em função da deformação

Do gráfico acima podemos perceber que quando a deformação vale A, a energia cinética é mínima (zero, ponto de inversão de movimento) e a energia potencial é máxima. Desta forma, toda a energia mecânica está concentrada na forma de energia potencial elástica.

$$E_{mec} = \cancel{E_{cin}} + E_{pot_{el}}$$

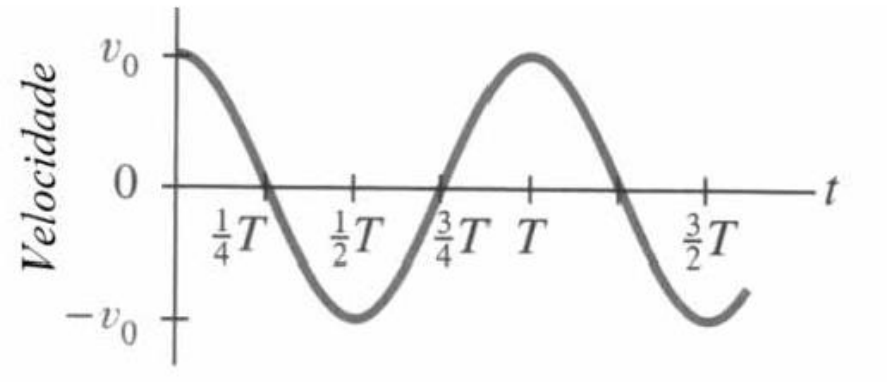
$$E_{mec} = \frac{k.(\Delta x)^2}{2}$$

$$E_{mec} = \frac{k.A^2}{2}$$

Desta forma, podemos afirmar que a energia mecânica pode ser dada pela expressão acima, que nos permite dizer que a energia é **diretamente proporcional ao quadrado da amplitude.**

Desta forma o item está incorreto.

1.3 Se a equação horária de onda para o movimento do átomo de hidrogênio for expressa por $r(t) = Acos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + r_o$, então a velocidade desse átomo, em função do tempo t, estará corretamente representada pelo gráfico abaixo, em que T é o período do movimento oscilatório.



Resposta: Incorreto.

Comentário:

Esse foi um item um pouco mais complicado, pois ele requer do candidato o conhecimento do gráfico de (V x t).

Para isso devemos conhecer a equação da velocidade em função do tempo, ou seja, a função horária da velocidade, que foi mostrada no comentário do primeiro item. Vamos a equação:

$$V = -\omega.A.sen\left(\omega.t + \phi_0\right)$$

Podemos verificar que a equação da posição fornecida nos remete a uma fase inicial ($\varphi_0 = 0$) veja:

$$r(t) = A\cos\left(\frac{2.\pi}{T}.t\right) + r_0$$

$$x(t) = A\cos\left(\frac{2.\pi}{T}.t + \phi_0\right)$$

Note que r_0 é apenas uma constante, que não tem relevância para a equação da velocidade.

Logo, como o $\varphi_0 = 0$, a equação da velocidade pode ser dada por:

$$V = -\omega.A.sen\left(\omega.t\right)$$

$$V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.t\right)$$

Vamos agora verificar quais os valores de V para cada um dos valores de t, de acordo com a tabela seguinte:

T	V

0	0
(¼)T	$-v_0$
(½)T	0
(¾)T	v_0
T	0
(5/4)T	$-v_0$
(3/2)T	0

$$V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.t\right)$$

$$p/t = 0 \Rightarrow V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.0\right) = 0$$

$$p/t = \frac{1}{4}.T \Rightarrow V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.\frac{T}{4}\right) = -\omega.A = -v_0$$

$$p/t = \frac{1}{2}.T \Rightarrow V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.\frac{T}{2}\right) = 0$$

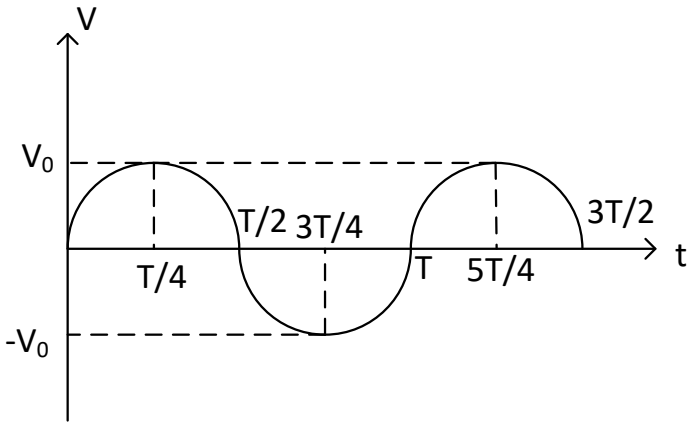
$$p/t = \frac{3}{4}.T \Rightarrow V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.\frac{3.T}{4}\right) = -\omega.A.(-1) = v_0$$

$$p/t = T \Rightarrow V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.T\right) = 0$$

$$p/t = \frac{5}{4}T \Rightarrow V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.\frac{5.T}{4}\right) = -\omega.A = -v_0$$

$$p/t = \frac{3}{2}T \Rightarrow V = -\omega.A.sen\left(\frac{2.\pi}{T}.\frac{3T}{2}\right) = 0$$

Note que o gráfico seria o representado abaixo:



Portanto, **o gráfico sugerido está incorreto**, basta verificar os valores obtidos no quadro acima, que destoam daqueles verificados no gráfico sugerido.

Não era necessário montar o gráfico, bastava verificar que os valores não condizem com a realidade cinemática do **MHS**.

2. (CESPE – UNB – PREF. BOA VISTA – ENGENHEIRO MECÂNICO) A rigidez combinada k_c do sistema de molas ilustrado na figura abaixo é dada por $k_c = k_1 + k_2$, em que k_1 e k_2 são as constantes elásticas das molas.



Resposta: Item incorreto.

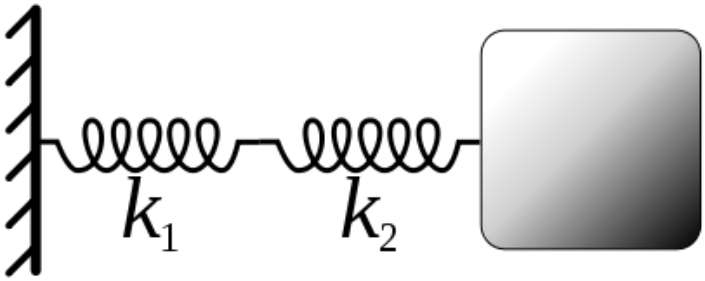
Comentário:

As molas, presentes nos sistemas oscilantes, podem ser associadas de duas formas, em série ou em paralelo.

Em série, a mesma força estará atuando em ambas as molas, por outro lado, em paralelo, as molas terão a mesma deformação.

As associações de molas podem ser substituídas por uma mola equivalente cuja fórmula para o cálculo da constante elástica dependerá do tipo de associação.

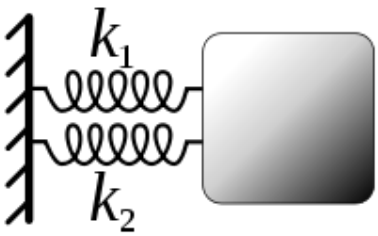
Veja:



A primeira associação é denominada associação em série, e podemos calcular a constante equivalente pela fórmula:

$$K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

Uma característica importante sobre a associação em série é o fato de as molas estarem submetidas à mesma força, porém a deformação delas é diferente, dependendo da constante elástica de cada mola.



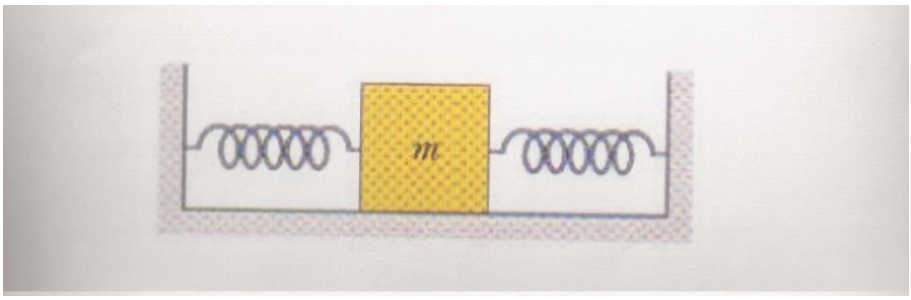
A segunda associação mostrada na figura acima é conhecida como associação em paralelo e a fórmula para o cálculo da constante equivalente é:

$$K_{eq} = K_1 + K_2$$

Nesse caso a deformação é a mesma. A força é diferente em cada mola, justamente por conta da constante elástica de cada mola ser diferente, em tese; pois se forem iguais, as forças também serão iguais.

É importante conhecer essas características além da fórmula para o cálculo da constante.

Outro detalhe é uma associação casca de banana que costuma cair em provas. O que você diria se visse uma associação como a da figura abaixo, diria que era uma associação em série ou paralelo?



Cuidado! Se você pensou que a associação acima é em série, você errou.

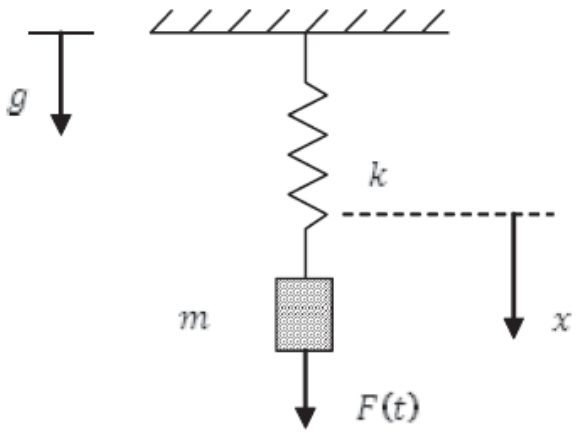
Veja, o que define o tipo de associação é o fato de as molas estarem submetidas à mesma deformação ou à mesma força.

No caso acima as molas experimentam a mesma deformação. Se você puxar o bloco para a esquerda ou direita, invariavelmente haverá uma deformação de igual valor para as duas molas, o que nos leva à conclusão de que a associação acima é do tipo paralelo, e não série.

Na nossa questão, note que na figura do item, temos uma típica **associação em série**, cuja constante de mola equivalente será dada por:

$$K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

3. (CESPE – UNB – FUB – ENGENHEIRO MECÂNICO)



A figura acima ilustra um sistema massa-mola em que g é a aceleração da gravidade, a mola é linear, de constante elástica k tal que a força elástica exercida sobre a massa m é proporcional ao deslocamento na direção x. É imposta ao sistema uma força externa expressa pela relação $F(t) = F_0.\text{sen}(\omega t)$. A linha tracejada marca a posição de repouso do sistema, na ausência da força. Com base nas informações apresentadas na figura, julgue o item a seguir.

3.1. No caso de não haver força externa sobre o sistema e a posição inicial da massa for diferente da posição de equilíbrio, o movimento descrito pelo sistema é um movimento harmônico simples, cuja frequência de oscilação depende da constante elástica da mola e da aceleração da gravidade.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Não havendo a força externa F, que torna o sistema um sistema massa mola vertical forçado, teremos um sistema clássico, com a particularidade de ser vertical, no entanto, vimos na parte teórica do nosso curso que o fato de o sistema ser vertical não modifica o cálculo do período do movimento.

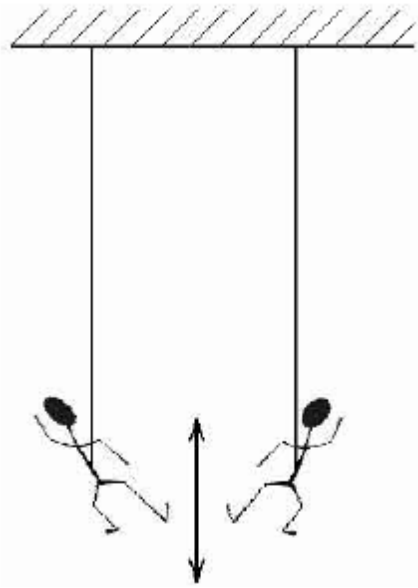
Assim, o período será dado por:

$$T = 2.\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad e \quad f = \frac{1}{2.\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Ou seja, não dependerá da gravidade, mas apenas da constante de mola e da massa do corpo oscilante.

Essa foi fácil eim!

4. (CESPE – UNB – HEMOBRÁS – ENGENHEIRO MECÂNICO)



A figura acima mostra João, de 82 kg, e Maria, de 52 kg, oscilando para cima e para baixo em cordas bungee jump idênticas. Considerando que ambos oscilam sob movimento harmônico simples de igual amplitude, julgue os itens seguintes.

4.1. Ambos oscilam com o mesmo período.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

O sistema descrito será um sistema massa mola vertical, mais uma vez, como o da questão anterior, no entanto, a função da mola está sendo exercida pela corda elástica.

Assim, o período de oscilação depende apenas da massa oscilante e da constante de mola.

$$T = 2.\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

Ou seja, o período será **diretamente proporcional à raiz quadrada da massa oscilante**, e como a **massa de João é maior que a de Maria**, então o período de oscilação de João é maior do que o de Maria.

4.2. A oscilação de Maria possui uma frequência maior.

Resposta: Item correto.

Comentário.

As frequências serão inversamente proporcionais às raízes quadradas das massas de cada corpo, de acordo com a seguinte fórmula:

$$f = \frac{1}{2.\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Assim, a frequência de oscilação de Maria será maior que a de João.

Poderíamos também ter chegado a essa conclusão pelo simples fato do período de Maria ser **menor** que o de João, o que faz com que sua frequência seja **maior,** pois frequência e período são inversamente proporcionais.

4.3. Desprezando a energia gravitacional, é correto afirmar que a energia de oscilação de ambos é igual.

Resposta: Item correto.

Comentário:

A energia de oscilação será dada apenas pela energia potencial elástica e pela energia cinética, conforme visto na parte teórica, a energia mecânica de ambos então será igual a:

$$E_{MEC} = E_{CIN} + E_{POT}$$
$$\frac{K.A^2}{2} = E_{CIN} + E_{POT_{EL}}$$

Como a amplitude é a mesma para ambos, então podemos afirmar que a energia mecânica de cada sistema oscilante será a mesma.

Note que é fundamental o item ter considerado desprezível a energia potencial gravitacional, pois se isso não tivesse sido dito, o item estaria incorreto, pois haveria diferenças entre as energia potenciais gravitacionais.

4.4. A velocidade máxima alcançada por João é maior que a alcançada por Maria.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

A velocidade máxima será alcançada quando no sistema oscilante a energia potencial elástica for nula, pois assim, toda a energia mecânica será do tipo cinética, o que implica velocidade máxima.

$$E_{MEC} = E_{CIN} + E_{POT}$$
$$\frac{K.A^2}{2} = E_{CIN\ MÁX}$$
$$\frac{m.V_{MAX}{}^2}{2} = \frac{KA^2}{2}$$
$$V_{MAX}{}^2 = \frac{KA^2}{m}$$

Como a amplitude é a mesma para ambos, então a velocidade máxima alcançada por João, que tem maior massa, é menor que a atingida por Maria, uma vez que a massa desta última é menor, e de acordo com a expressão acima a velocidade máxima é inversamente proporcional à massa.

5. (CESPE – UNB – MPU – ENGENHEIRO MECÂNICO) Com relação às vibrações de um sistema amortecido com um único grau de liberdade, julgue os itens subsequentes.

5.1. Quando molas são posicionadas em série, forças diferentes são desenvolvidas em cada mola quando deformadas e, dessa forma, a deformação sofrida por cada mola é diferente e depende das constantes elásticas individuais.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Quando as molas são posicionadas em série, as molas ficam sujeitas às **mesmas forças**, no entanto as deformações são distintas, pois dependem da constante elástica de cada mola.

Assim, podemos resumir da seguinte forma:

- Forças iguais.
- Deformações distintas.

Veja que mais uma vez o CESPE cobrou a parte de associação de molas, no entanto, o fez na base conceitual e não apenas cobrando a fórmula direta.

5.2. Suponha que a frequência natural do sistema mecânico coincida exatamente com a frequência de vibração devido à operação do sistema. Nesse caso, há surgimento de ressonância.

Resposta: Item correto.

Comentário:

O princípio da ressonância, fenômeno ondulatório muito interessante, é justamente esse, ou seja, a **frequência da força externa agindo no sistema coincide, tem o mesmo valor, da frequência de oscilação natural do sistema físico**.

A ressonância é o fenômeno que ocorre quando um sistema vibratório atinge a mesma frequência de vibração de outro, quando isso acontece dizemos que eles entraram em ressonância.

Para que ela aconteça, é necessário que ambos os sistemas possuam a **mesma frequência**.

Um bom exemplo de ressonância do som são os tubos sonoros, que vamos detalhar mais adiante, mas que são apenas tubos nos quais o ar dentro deles pode ressoar, isto é entrar em ressonância com a vibração externa.

A maioria dos instrumentos de sopro funcionam dessa forma, baseados nesse fenômeno.

Assim, podemos dizer que haverá ressonância e a amplitude será aumentada, podendo levar à ruptura do sistema oscilante.

Lembre-se de que ressonância requer frequências idênticas, e implica amplitudes aumentadas isso é o mais importante para o seu concurso, caso venha a cair esse fenômeno ondulatório.

5.3. A frequência natural de vibração de um sistema massa-mola é função apenas da massa e da rigidez da mola.

Resposta: item correto.

Comentário:

Mais um item muito simples, pois ele exige do candidato apenas o conhecimento da fórmula da frequência de oscilação de um sistema massa mola. Vejo que essa é uma tendência do **CESPE,** ou seja, trate de decorar essa fórmula, pelo menos para saber de que grandezas dependerá a frequência e o período de um oscilador massa mola.

Acredito que poderá cair sim uma questão envolvendo esse conhecimento.

$$f = \frac{1}{2.\pi}\sqrt{\frac{K}{m}}$$

5.4. Em um sistema massa-mola com n molas posicionadas em paralelo, a constante elástica equivalente k_{eq} é obtida por meio da expressão $k_{eq} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}$, em que k_i é a constante elástica da mola i.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Estou notando ainda que o **CESPE** gosta de cobrar conhecimentos relativos à associação de molas.

Hoje estou empolgado com dicas de prova, estou querendo acertar alguma questão da sua prova e vou atirar para o mesmo lado que acredito que o **CESPE** vai atirar. Vamos torcer para que eu esteja certo e ficar ligado nas dicas.

Bom, mas voltando à questão, sabemos que numa associação de molas em paralelo, a constante elástica equivalente é definida por:

$$K_{eq} = K_1 + K_2 + ... + K_n$$

A constante elástica equivalente será a soma das constantes individuais.

A expressão acima pode ser escrita sob a forma de somatório, da seguinte forma:

$$K_{eq} = \sum_{i=1}^{n} K_i$$

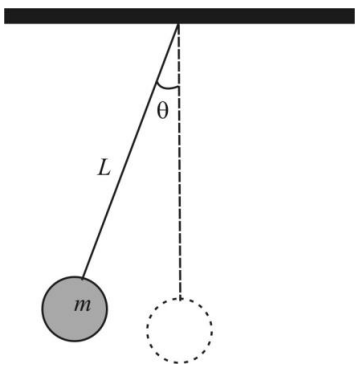
Ou seja, o item está incorreto.

Caso o item tivesse falado em associação **em série**, o inverso da constante equivalente é igual à soma dos inversos das constantes individuais.

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + ... + \frac{1}{K_n}$$

$$K_{eq} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{K_i}}$$

6. (CESPE – CBM-DF – 2011) Um sistema físico que representa aproximadamente as propriedades de um movimento harmônico simples (MHS) é o pêndulo simples, que é constituído por um objeto de massa *m* suspenso por um fio ideal (sem massa e não extensível) de comprimento *L* e cuja outra extremidade é fixa, conforme ilustrado na figura abaixo. O módulo da força restauradora em um pêndulo simples é dado por: em $F = -mg.tg(\theta)$, que θ é o ângulo que o fio faz com a direção vertical. Entretanto, a aproximação de MHS só é válida quando o pêndulo executa oscilações de pequena amplitude, o que permite que a força restauradora no pêndulo simples seja diretamente proporcional ao afastamento lateral x do objeto suspenso em relação à posição de equilíbrio.



Considerando as informações acima e com base na teoria dos movimentos harmônicos simples e do pêndulo simples, julgue os próximos itens.

6.1. Caso a massa *m* do objeto suspenso seja duplicada, a frequência desse pêndulo será quatro vezes maior que a anterior.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

O pêndulo simples consiste em um corpo de massa "m" suspenso por um fio leve (não possui massa) e inextensível (não "estica") preso a um teto fixo. O corpo pode executar um movimento harmônico simples quando submetido à oscilação em torno da posição de equilíbrio.

O período de oscilação e a frequência são dados de acordo com a fórmula abaixo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad e \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

Período e frequência de um pêndulo simples

Perceba que tanto o período de oscilação, como também a frequência **não dependem da massa oscilante**. Isso nos permite responder ao item com segurança.

O item em apreço afirmava que ao **dobrar a massa "m"** do corpo oscilante, a **frequência quadruplicaria**. A afirmação é **incorreta**, pois a frequência e o período de oscilação não dependem da massa oscilante, mas apenas da **gravidade do local (g) e do comprimento (L) do pêndulo.** Assim, ao dobrar a massa, o período e a frequência permanecem constantes.

6.2. Para se medir, com razoável grau de aproximação, a aceleração da gravidade em determinado ponto da superfície da Terra, é suficiente medir-se o período de um pêndulo simples de comprimento *L* conhecido.

Resposta: Item correto.

Comentário:

Caso seja conhecido o comprimento "L" do fio, a aceleração da gravidade local pode ser calculada, bastando para isso efetuar a cronometragem do tempo de uma oscilação completa e após a coleta desse dado aplicar a fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Período do pêndulo simples

O único valor desconhecido seria o ”g”, que poderia então ser encontrado quando resolvêssemos a equação isolando o “g”.

$$T^2 = (2\pi)^2 \left(\sqrt{\frac{L}{g}}\right)^2$$

$$T^2 = (2\pi)^2 \frac{L}{g}$$

$$g = (2\pi)^2 \frac{L}{T}$$

6.3. Sabendo-se que a aproximação *tg* (θ) ≅ *sen* (θ), justificável para ângulos pequenos, é correto afirmar que a constante de proporcionalidade, ao se considerar que o pêndulo simples executa um MHS, é igual a *mg/L*.

Resposta: Item correto.

Comentário:

O item na verdade se resolve de maneira simples, vamos relembrar:

Em todo MHS a **força restauradora** do movimento deve ser do tipo:

$$F_R = - K.x$$

Onde "K" é uma constante de proporcionalidade e "x" é o deslocamento do corpo em relação à posição de equilíbrio.

A questão exigia que o candidato soubesse determinar a constante de proporcionalidade. Portanto, não era nada de simples. Mas se você observou a explanação **teórica** da aula de hoje, você deve estar lembrando-se de que a força restauradora no pêndulo simples, após algumas aproximações matemáticas e umas continhas é expressa da seguinte forma:

$$F = - mg X/L$$

Então tire o "X" da fórmula e veja o que sobra. Exatamente **mg/L**, que é a constante de proporcionalidade para o MHS do pêndulo. Item corretíssimo então. Se você tiver tido dúvida em entender a força restauradora colocada, volte um pouco na teoria e veja a demonstração do período do pendulo simples, onde tudo isso é comentado com riqueza de detalhes.

Agora se lembre! Tudo isso só é válido caso o **pêndulo seja de pequenas oscilações**, no máx. até 10°, acima disso, não podemos afirmar o que foi dito nesse comentário.

7. (CESPE – UNB – PERÍCIA OFICIAL – ALAGOAS - 2013) Considere que um bloco de 0,5 kg oscile ao longo do eixo x sobre uma superfície sem atrito, preso a uma mola ideal. Considere, ainda, que a equação $V_x(t)=4sen(8\pi t - \pi/2)$ descreva a velocidade do bloco em função do tempo, em que o comprimento é dado em metros e o tempo em segundos. Acerca do movimento desse bloco, julgue os itens seguintes.

7.1 A amplitude da oscilação é igual a 4 m.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Essa questão é para que você entenda como é a abordagem do CESPE no que diz respeito às equações do **MHS.** Eu havia falado que a ideia do CESPE é apenas solicitar a identificação de algumas variáveis da fórmula.

Primeiramente você nota que a equação fornecida foi a da velocidade. Lembre-se de como é essa equação genérica e compare com a equação fornecida.

$$V = -\omega.A sen(\omega t + \phi_0)$$

$$V_x(t) = 4sen(8\pi t - \frac{\pi}{2}) = 4sen\left(8\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Das equações, acima podemos afirmar que o produto, em módulo, ωA =4, e que ω = 8π rad/s.

Logo, podemos afirmar que a amplitude vale:

$$\omega A = 4$$
$$\omega = 8.\pi$$
$$A = \frac{1}{2\pi} m \cong 0{,}15m$$

Viu como o CESPE só requer que você saiba identificar as letrinhas da equação.

Note que na equação original fornecida, mudamos o valor de π/2 por 3π/2, pois subtrair π/2 é a mesma coisa de adicionar 3π/2.

Assim, podemos dizer que o item está incorreto. O examinador quis induzir você a erro, fazendo com que você lembrasse da equação da posição, que é:

$$x(t) = A\cos\left[\omega.t + \varphi_0\right]$$

Caso o candidato não tivesse segurança na fórmula iria pensar que o termo que multiplica a função trigonométrica era igual à amplitude e iria acabar pensando que o item estava correto. Cuidado!

7.2 A aceleração máxima do bloco é $32\pi m/s^2$.

A aceleração máxima também foi discutida na parte teórica, lá, vimos que ela vale:

$$a_{máx} = \omega^2 . A$$

$$a_{máx} = (8\pi)^2 . \frac{1}{\pi}$$

$$a_{máx} = 64\pi^2 . \frac{1}{2\pi} = 32\pi$$

Note que mais uma vez o nosso referencial teórico lhe leva à fáceis resoluções e saídas simples de problemas aparentemente complexos. A ideia do nosso curso é essa, vamos fazer você chegar a nota máxima com muita facilidade, você vai passar a gostar de Física.

7.3 A constante elástica da mola é igual a $32\pi^2 N/m$.

Resposta: Item correto.

Comentário:

Agora que você já conhece a pulsação, fica fácil determinar a constante elástica, pois basta que você tenha em mente a fórmula da frequência e a relação que existe entre frequência e pulsação.

$$\omega = 2.\pi.f$$

$$\omega = \cancel{2.\pi}.\frac{1}{\cancel{2\pi}}.\sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$8.\pi = \sqrt{\frac{K}{0,5}}$$

$$64\pi^2 = \frac{K}{0,5}$$

$$K = 32\pi^2 N/m$$

Questão muito boa de se fazer, bem simples e bem adequada ao nível do candidato desse concurso, que foi da Perícia Oficial da Polícia Civil de Alagoas, concurso bem recente, do ano de 2013, elaborado pelo CESPE, apostamos nessa tendência de questão para os próximos exames elaborados por essa banca.

7.4 Em t=0,125 s, a partícula passa pela posição x = 4 m.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Esse item é um pouquinho trabalhoso. Vamos primeiramente determinar a equação da posição, uma vez que é solicitado o valor da posição em função de um valor de tempo dado.

Você já conhece todas as variáveis necessárias à determinação dessa equação.

$$x(t) = A\cos\left[\omega.t + \varphi_0\right]$$

$$x(t) = 0{,}15.\cos\left[8.\pi t + \frac{3\pi}{2}\right]$$

Logo, basta encontrar o valor de x, quando t = 0,125s.

$$x(0{,}125) = 0{,}15.\cos\left[8.\pi.0{,}125 + \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$x(0{,}125) = 0{,}15\cos\left[\pi + \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$x(0{,}125) = 0{,}15\cos\left[\frac{5\pi}{2}\right]$$

$$x(0{,}125) = 0{,}15\cos\left[\frac{\pi}{2}\right] = 0$$

7.5 O período de oscilação do bloco é igual a $\pi/2$ segundos.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Para resolver esse item, basta conhecer a relação entre pulsação e período, que você viu na teoria dessa aula. Portanto, a resolução é bem simples:

$$\omega = \frac{2.\pi}{T}$$
$$8.\pi = \frac{2.\pi}{T}$$
$$T = \frac{2\pi}{8.\pi} = 0,25s$$

Bom, essa questão foi um excelente teste e exercício para que você saiba como realizar a análise das variáveis das equações do MHS e todas as suas nuances possíveis de serem cobradas em uma prova de concurso **CESPE.**

8. (CESPE-UNB – PRF – 2013) Considerando que um corpo de massa igual a 1,0kg oscile em movimento harmônico simples de acordo com a equação $x(t) = 6,0\cos\left[3\pi.t + \frac{\pi}{3}\right]$, em que t é o tempo, em segundos, e x(t) é dada em metros, julgue os itens que se seguem.

8.1 A força resultante que atua no corpo é expressa por $F(t) = -(3.\pi)^2 x(t)$.

Resposta: Item correto.

Comentário:

Essa questão envolve a equação da posição de um MHS, assunto bastante trabalhado por nós em nosso curso da PRF.

A equação de que estou falando é a seguinte:

$$x(t) = A\cos\left[\omega.t + \varphi_0\right]$$

Além disso, você deveria lembrar-se de que a força resultante em um MHS é proporcional à posição da seguinte forma:

$$F(t) = -K.x(t)$$

Onde K é a constante de força do movimento.

Foi visto também na parte teórica da aula 07, que existia uma relação entre a constante de força e a pulsação do movimento (ω).

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

Assim, para chegarmos ao resultado da força em função da posição, bastava olhar para a equação x(t), e verificar que $\omega = 3.\pi$, e aplicar na fórmula acima par encontrar K.

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$3.\pi = \sqrt{\frac{K}{1,0}}$$

$$K = (3.\pi)^2$$

Substituindo na fórmula da força:

$$F(t) = -(3.\pi)^2 .x(t)$$

8.2 O período do movimento é igual a 0,5s.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Questão de período de movimento harmônico simples.

Com os dados obtidos na questão anterior, bastava você lembrar-se de mais uma fórmula matemática vista em nossas aulas:

$$\omega = \frac{2.\pi}{T}$$
$$T = \frac{2.\pi}{\omega}$$
$$T = \frac{2.\pi}{3.\pi}$$
$$T = \frac{2}{3}s \cong 0,67s$$

Portanto, o período é superior a 0,5s.

Mais uma questão que nos mostra o padrão **CESPE** para o MHS. Questão bem atualizada, cobrada no concurso da **PRF de 2013**.

9. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO - 2013) Considere que duas crianças estejam brincando em dois balanços presos em um único fio, com uma que pode vibrar na horizontal. A equação de deslocamento que dita o movimento de um dos balanços, desconsiderando-se o amortecimento, é dada por x(t) = 1,6 × cos(0,5t). Com base nessa situação, julgue os itens seguintes.

9.1 O fenômeno de ressonância ocorrerá caso as cordas dos dois balanços tenham o mesmo comprimento e suportem crianças de mesma massa.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Nesse item o examinador aborda o fenômeno da ressonância em dois pêndulos simples.

Você lembra que eu comentei em questões anteriores que o fenômeno da ressonância entre dois sistemas oscilantes ocorre quando eles oscilam em frequências iguais.

Logo, para que os pêndulos mencionados no enunciado são de mesmo tamanho, ou seja, possuem o mesmo **L**. Portanto, para que eles tenham a mesma frequência, basta que estejam submetidos a mesma aceleração da gravidade, uma vez que a frequência de um pêndulo simples é dad por:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

Assim, a massa oscilante não interfere em nada na ocorrência da ressonância, pois não influencia na frequência natural de oscilação do sistema.

9.2 Esse sistema é de movimento harmônico simples, cuja aceleração a(t) é proporcional ao quadrado da velocidade angular e ao negativo do deslocamento, dado, nesse caso, pela expressão a(t) = -0,4 × cos(0,5t).

Resposta: item correto.

Comentário:

O item mais uma vez contempla um tema tratado na nossa teoria. A relação entre a aceleração e a posição ou deslocamento que é dada por:

$$a = -\omega^2 x$$

Assim, podemos dizer que a aceleração é proporcional ao quadrado da velocidade angular e ao negativo do deslocamento sim, o que torna o item, até aqui, correto.

Agora precisamos apenas montar a equação horária da aceleração do **MHS.**

$$a = -\omega^2 A\cos\left(\omega t + \phi_0\right)$$

Para encontrar as variáveis necessárias à montagem da equação acima, basta que você tenha há em mente a equação horária que foi fornecida no enunciado, que é a da posição.

$$x(t) = A\cos\left(\omega t + \phi_0\right)$$
$$x(t) = 1,6.\cos\left(0,5t\right)$$
$$da\ comparação:$$
$$A = 1,6m$$
$$\omega = 0,5rad/s$$
$$\phi_0 = 0$$

Voltando à equação horária da aceleração:

$$a = -0,25.1,6.\cos\left(0,5t + 0\right)$$
$$a = -0,4.\cos\left(0,5t\right)$$

Veja que nessa questão o examinador forneceu uma equação horária e solicitou outra. Fácil de responder depois da exposição da teoria.

9.3 A frequência natural de oscilação desse sistema é superior a 0,7 Hz.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Depois dos outros itens comentados, fica fácil de perceber que a frequência de oscilação será dada por:

$$\omega = 0,5 rad/s$$
$$2.\pi.f = 0,5$$
$$f = \frac{0,5}{2.\pi} = \frac{1}{4.\pi} \cong 0,08 Hz$$

Veja que a questão nos solicitou apenas a memorização das fórmulas e o reconhecimento das variáveis nas equações e dados fornecidos. Não foi uma questão contextualizada.

10. (CESPE – UNB – POLÍCIA CIVIL/AC – PERITO CRIMINAL) Considere um sistema massa-mola, onde a constante elástica é igual a k = 5,46 N/cm. Uma vez colocado para oscilar, observa-se que, em determinado instante, os valores da posição, da velocidade e da aceleração são, respectivamente, iguais a x = -0,27 m, v = -32,6 m/s e a = -214 m/s^2. Tendo como referência a situação acima, julgue os itens subsequentes.

10.1 A massa do bloco em oscilação pode ser determinada.

Essa questão requer um pouco de raciocínio, no que diz respeito à manipulação das fórmulas vistas durante a aula.

Veja que ele não nos forneceu nenhuma equação horária, apenas os valores de x, v e a em certo instante.

Vamos ver que a massa pode ser determinada, pois os dados fornecidos são suficientes para tanto.

Se eu parasse o comentário por aqui, todos iriam encher o fórum de dúvidas querendo saber qual a massa do bloco, já que eu estou afirmando que dá para calcular.

Mas é claro que eu vou determinar a massa, não se preocupe (rsrsrsrs)

Lembre-se de que há uma relação entre a aceleração e a posição do corpo em MHS.

$$a = -\omega^2.x$$
$$mas,$$
$$\omega = \frac{2.\pi}{T}$$
$$então,$$
$$a = -\frac{4.\pi^2}{T^2}.x$$

Como sabemos a posição e a aceleração para certo instante, podemos encontrar a massa utilizando a fórmula do período.

$$a = -\frac{4.\pi^2}{T^2}.x$$
$$a = -\frac{\cancel{4.\pi^2}}{\cancel{4.\pi^2}.\left(\frac{m}{K}\right)}.x$$
$$\left(\frac{m}{K}\right) = \frac{x}{a} \Rightarrow m = -\frac{K.x}{a}$$
$$m = -\frac{5,46.10^2.(-0,27)}{214}$$
$$m = -0,70kg$$

Você já deve estar se perguntando por que a massa ficou negativa.

Entendo que houve um pequeno erro no enunciado, pois a posição e a aceleração são negativas e isso não pode ocorrer em um MHS. A posição é sempre contrária à aceleração. No entanto, vamos calcular a massa apenas em módulo e desprezar esse pequeno equívoco que a banca cometera no enunciado. Nada que retire o brilho da questão.

10.2 Não há condições para se determinar a amplitude da oscilação.

Comentário:

Item incorreto.

Lembre-se de que há uma relação entre a **posição e a velocidade**, essa equação foi mostrada e demonstrada na parte teórica, observe:

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{v^2}{\omega^2 A^2}=1$$

Ou seja, sabemos a frequência angular ω do item anterior, então podemos calcular a amplitude por meio da equação acima.

Vamos calcular então:

$$\frac{x^2}{A^2}+\frac{v^2}{\omega^2 A^2}=1$$
$$\frac{(-0,27)^2}{A^2}+\frac{(-32,6)^2}{\frac{k}{m}.A^2}=1$$
$$\frac{0,073}{A^2}+\frac{1062,7}{\frac{546}{0,7}.A^2}=1$$
$$57+1062,7=780A^2$$
$$A=1,2m$$

10.3 A frequência com que esse sistema oscila é única.

Comentário:

Item correto.

A frequência possui valor constante, já calculado nos itens anteriores.

$$f=\frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{K}{m}}$$

Como a massa oscilante é a mesma, assim como a constante elástica, teremos então a mesma frequência.

Esse tipo de sistema que possui apenas uma frequência de oscilação é chamado sistema oscilante de grau de liberdade igual a um.

11. (CESPE – UNB – PETROBRÁS – GEOFÍSICO JÚNIOR) A energia mecânica de um corpo de massa m = 1 kg, preso a uma mola de massa desprezível que oscile e que

tenha sua posição dada pela equação x(t) = 2 cos[3πt + π] cm, com t dado em segundos, é igual a

A. π^2 J.
B. $1,8\pi^2$ J.
C. $2,0\pi^2$ J.
D. $3,0\pi^2$ J.
E. $6,0\pi^2$ J.

Comentário:

Resposta: QUESTÃO NULA.

A questão foi anulada pela banca certamente por conta da falta de alternativa correta dentre as opções.

Veja que está sendo solicitada a energia mecânica do sistema massa mola, fórmula já trabalhada nessa aula e também cobrada pelo **CESPE** em outras provas.

Cuidado com essas questões envolvendo energia no sistema massa mola, pois elas são muito frequentes, mas são fáceis também.

$$E_{Mec} = \frac{K.A^2}{2}$$

Portanto devemos encontrar a constante da mola e a amplitude.

Esses dados serão facilmente encontrados por meio da análise da equação horária da posição que foi fornecida.

A equação fornecida foi a seguinte:

$$x(t) = 2\cos[3\pi t + \pi]$$

$$x(t) = A.\cos[\omega.t+\varphi_0]$$

Daí, podemos encontrar a amplitude do movimento, que vale 2 cm.

Podemos ainda dizer que $\omega = 3\pi$ rad/s.

Então,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$3.\pi = \sqrt{\frac{k}{1}}$$
$$k = 9.\pi^2$$

Aplicando então os dados encontrados na equação da energia mecânica:

$$E_{Mec} = \frac{9.\pi^2.(2.10^{-2})^2}{2}$$
$$E_{Mec} = \frac{9.\pi^2.4.10^{-4}}{2}$$
$$E_{Mec} = 18.\pi^2.10^{-4}\,J$$

Note então que o que deve ter ocorrido com a questão foi um erro de digitação ou então algum erro de unidade no enunciado, que previu a distância em centímetros.

Apesar de merecer reparo, a ideia da questão é muito boa.

12. (CESPE – UNB - SEDUC/ES – PROFESSOR DE FÍSICA) O estudo dos fenômenos ondulatórios constitui parte importante da física, tendo reflexos em diversas áreas como a óptica, a acústica, o eletromagnetismo e a teoria quântica. Com relação aos movimentos ondulatórios e à propagação de ondas, julgue os itens seguintes

12.1. Todo movimento periódico também é um movimento harmônico.

Comentário:

Item incorreto.

Lembre-se da condição de existência de um MHS: o movimento deve ser **periódico, oscilatório e a força restauradora deve ser proporcional à posição. (F_r = -Kx).**

Logo, não podemos generalizar, dizendo que todo movimento periódico (que se repete em intervalos de tempo iguais) é **MHS.**

Um bom exemplo de movimento que é periódico e não é oscilatório é o movimento circular e uniforme – **MCU,** ele é periódico, pois se repete sempre em intervalos de tempo iguais, no entanto não é oscilatório, tampouco a força restauradora obedece à condição acima.

12.2. A aceleração de um corpo que executa um MHS é inversamente proporcional ao seu deslocamento.

Comentário:

Item incorreto.

A questão acima versa sobre aquela relação que existe entre a aceleração e a posição no MHS. Veja que é muito importante ler toda a teoria antes de partir para as questões comentadas. A nossa teoria contém muitas dicas importantes e que são suficientes para resolução de muitas questões de concursos elaborados pelo **CESPE.**

A relação supramencionada é a seguinte:

$$a = -\omega^2 .x$$

Assim, veja que à medida que a posição aumenta, a aceleração aumenta também, sendo, portanto, **grandezas diretamente proporcionais**.

$$\frac{a}{x} = -\omega^2 (const.)$$

13. (CESPE/INMETRO/2001) Fenômenos ópticos e sonoros são, em grande parte, manifestações que pertencem a uma classe mais geral de fenômenos ditos ondulatórios. A respeito dos fenômenos descritos nas opções, julgue-as como corretas ou erradas.

13.1. Todo sistema oscilante tem comportamento de onda.

Resposta: item incorreto.

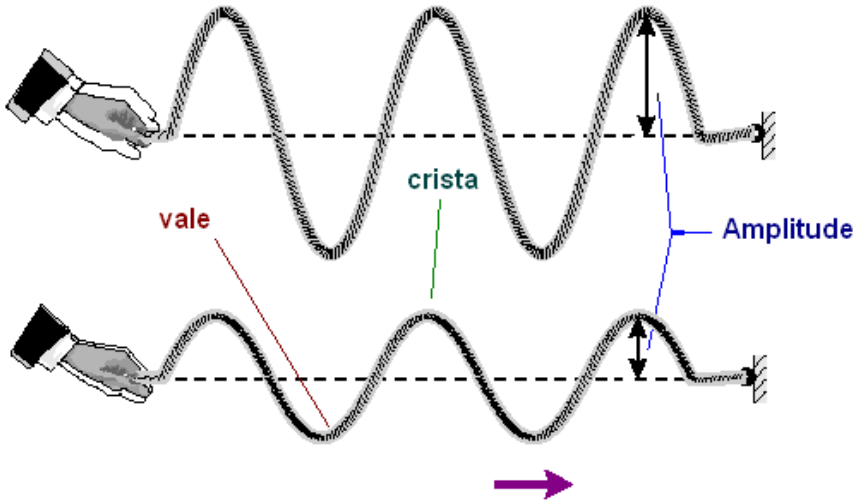
Comentário:

A nossa afirmativa, diz que **todo** sistema oscilante é uma onda, vocês acham que estaria correta?

Não pessoal, não está correta, pois está generalizando demais, aqui é igual ao Direito Constitucional quando ele diz que nunca haverá pena de morte, em hipótese alguma.

Na verdade, para que um sistema oscilante seja caracterizado como uma onda, precisamos que esse sistema transporte energia aos pontos que compõem esse sistema, **mas não transporte matéria** em hipótese alguma, e há sistemas oscilantes que transportam matéria, esses sistemas então apesar de serem oscilantes não poderiam ser ondas.

Note no exemplo abaixo que os pontos da corda não são deslocados na direção e sentido de propagação da onda, eles apenas oscilam entre as posições máximas e mínimas que são conhecidas como cristas e vales, respectivamente. Observe a figura:



Portanto a afirmativa está errada por conta da generalização, para que estivesse correta deveria estar escrita da seguinte forma:

"Todo sistema oscilante **que transporta energia em um meio, sem que haja transporte de matéria**, é uma onda".

13.2. Ao se impulsionar um pêndulo de comprimento L uma vez a cada $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ segundos, em que g é a aceleração da gravidade, ocorrerá o fenômeno da ressonância, que resulta em um aumento considerável da amplitude de oscilação.

Resposta: item correto.

Comentário:

Bom, no caso do item acima basta comprovarmos que a perturbação externa é causada a cada ciclo completo de oscilação do pêndulo. Desta forma poderemos afirmar que a perturbação externa tem a mesma frequência de oscilação do pêndulo e os dois vão entrar em ressonância.

O fato é que a perturbação externa é causada a cada oscilação do pêndulo sim, pois ela é feita a cada intervalo de $2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ e esse é justamente o intervalo de tempo que um pêndulo de comprimento "L" localizado em um local onde a aceleração da gravidade é "g" leva para completar um ciclo de oscilação. Essa fórmula matemática nos remete justamente ao valor do período de oscilação de um pêndulo simples.

Portanto, por perturbar o movimento vibracional do pêndulo na mesma frequência que a de oscilação do sistema, essa perturbação externa gera ressonância e consequentemente um aumento razoável na amplitude de oscilação do pêndulo.

14. (CESPE/CBM/ES/2008) A velocidade de uma onda mecânica depende somente das propriedades do meio no qual ela se propaga. Com relação a suas propriedades e seus mecanismos de propagação, julgue o item subsequente.

14.1 Pelo movimento transversal da mão pode-se produzir um pulso que se propague em uma corda esticada que tenha uma de suas extremidades presa a uma parede. Para diminuir o tempo que o pulso leva para se propagar do ponto em que for gerado até a parede, deve-se diminuir a amplitude do movimento das mãos.

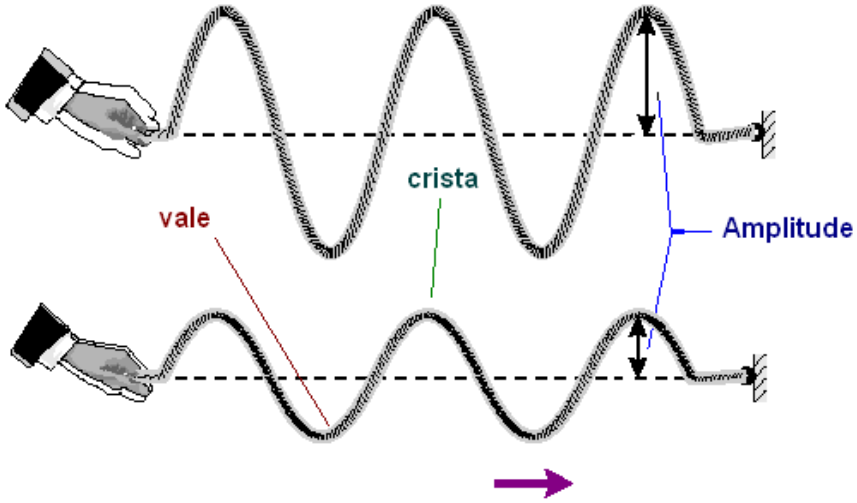
Resposta: Item incorreto.

Comentário:

A afirmativa está errada.

Foi visto na parte teórica que a velocidade de propagação de onda depende das características do meio de propagação, e é constante para um mesmo meio.

A experiência citada no item é a da figura seguinte:



A amplitude está indicada na figura e ela não influencia na velocidade da onda, na verdade a amplitude está ligada diretamente à energia conduzida pela onda, conforme visto na parte teórica. Ondas de **grande amplitude** carregam **mais energia** para o meio, enquanto que ondas de **pequenas amplitudes** carregam **pouca energia**.

Desta forma, podemos afirmar que nesta corda a velocidade de propagação da onda depende do material de que é feita a corda, de sua massa, e da força de tração a qual ela está submetida, inclusive há uma fórmula matemática conhecida como equação de Taylor, que nos permite calcular a velocidade de uma onda em uma corda homogênea, observe:

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Equação de Taylor para o cálculo da velocidade de ondas em cordas. (vista na parte teórica do curso)

Na fórmula, **T é o valor da força de tração e μ é a densidade linear de massa da corda, que na verdade é a razão entre a massa da corda e o seu comprimento: m/L.**

Essa era, portanto, uma questão que envolvia a relação de Taylor de forma teórica.

15. (CESPE – UNB – CBM/DF - 2011 - OFICIAL) Duas fontes luminosas — $y_1(t)$ e $y_2(t)$ — que projetam luz são representadas, respectivamente, pelas funções $y_1(t) = 0{,}04\text{sen}[\omega t]$ e $y_2(t) = 0{,}04\text{sen}[\omega t + 3\pi/2]$. Com base nessa informação, sabendo que as grandezas físicas são medidas em unidades do Sistema Internacional de Medidas e considerando que 1,4 seja o valor aproximado para 2½, julgue os próximos itens.

15.1 As ondas $y_1(t)$ e $y_2(t)$ possuem a mesma frequência e a mesma velocidade de propagação.

Resposta: item correto.

Comentário:

A luz é uma onda eletromagnética e por esse motivo ela possui a mesma velocidade o tempo inteiro, ou seja, para uma mesmo meio de propagação a luz se propaga com velocidade constante e igual a $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Em relação à frequência, vamos analisar as equações de onda fornecidas.

As funções apresentadas na questão ilustram na verdade o **MHS da fonte**, pois não há a presença de "x" nas equações. O que foi colocado pelo enunciado é a equação da vibração harmônica perpendicular à direção de propagação.

Veja abaixo como seria a função de onda.

$$y = A\cos(\omega t - bx + \varphi_0)$$

Onde,

- "A" é a amplitude do movimento
- ω é a frequência angular que pode relacionar-se com o período e a frequência da seguinte maneira: $\omega = 2\pi/T$ ou $\omega = 2\pi f$
- "b" é uma constante igual a $2\pi/\lambda$
- φ_0 é a fase inicial da fonte

Existem outras maneiras de expressar a função de onda. Vejamos.

$$y = Asen\left(\omega t - bx + \theta_0\right)$$
$$onde\ \theta_0 = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$$
$$ou$$
$$y = A\cos\left(bx - \omega t + \gamma\right)$$
$$oriundada\ do\ \ fato\ que\ \cos\alpha = \cos\left(-\alpha\right)$$
$$ou$$
$$y = Asen\left(bx - \omega t + \delta\right)$$
$$onde\ \delta = \pi - \theta_0$$

Em qualquer das formas acima, observe que:

- O coeficiente de t é $\omega = 2\pi/T$ ou $\omega = 2\pi f$
- O coeficiente de x é $b = 2\pi/\lambda$

A frequência também será a mesma, pois os coeficientes de "t" são os mesmos (ω) em ambas, assim elas possuem a mesma frequência, haja vista a relação $\omega = 2\pi f$.

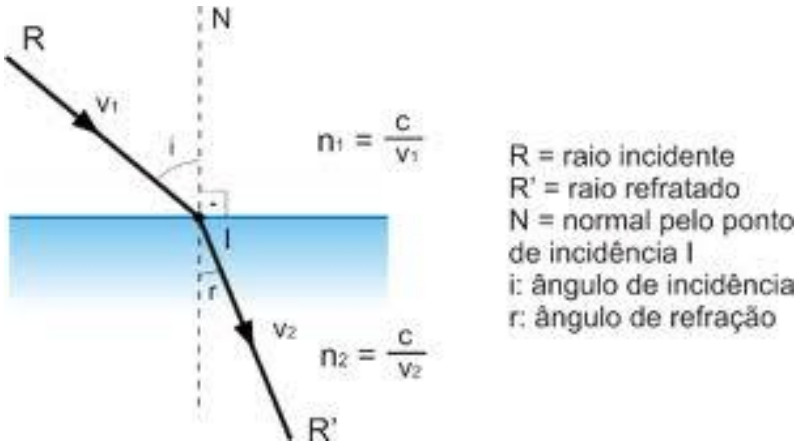
Como as velocidades são as mesmas e a frequência também, o comprimento de onda também é constante e igual para as duas ondas luminosas.

15.2 Ao se propagarem em um meio com índice de refração igual a 4/3, as ondas representadas pelas funções $y_1(t)$ e $y_2(t)$ mudam a velocidade de propagação, nesse meio, para 3/4 da velocidade de propagação dessas ondas no vácuo.

Resposta: Item correto.

Comentário:

A questão trata do assunto de refração de ondas, associado à lei de Snell para a refração. Veja esse fenômeno descrito na figura abaixo.



A equação oriunda do fenômeno é a seguinte:

$$\frac{Sen\, i}{Sen\, r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Lei de Snell para as ondas

Assim, pode-se afirmar que a velocidade das ondas depende do índice de refração do meio no qual ela se propaga.

Aplicando então essa relação ao nosso item:

$$\frac{V_{vácuo}}{V_{meio}} = \frac{n_{meio}}{n_{vácuo}}$$

$$\frac{V_{vácuo}}{V_{meio}} = \frac{4/3}{1}$$

$$V_{meio} = 3/4\, V_{vácuo}$$

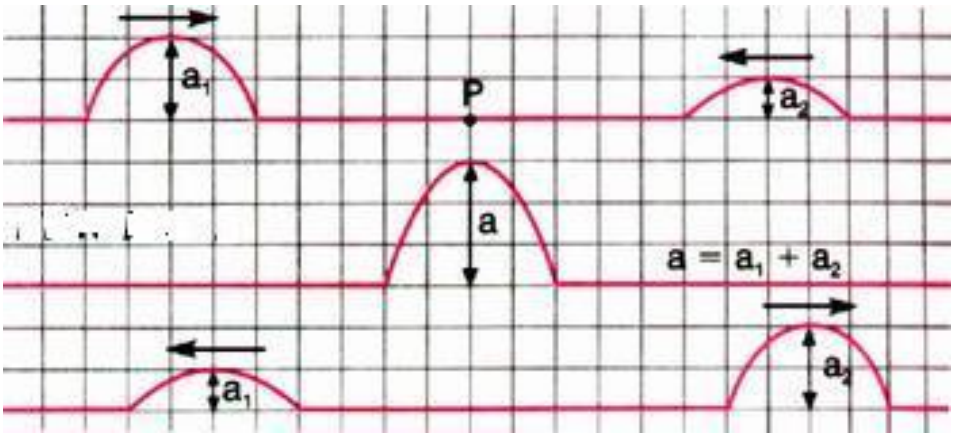
15.3 A propagação de ondas harmônicas em determinado meio pode produzir uma região de interferência destrutiva, sendo nula a energia obtida dessas ondas.

Resposta: Item incorreto.

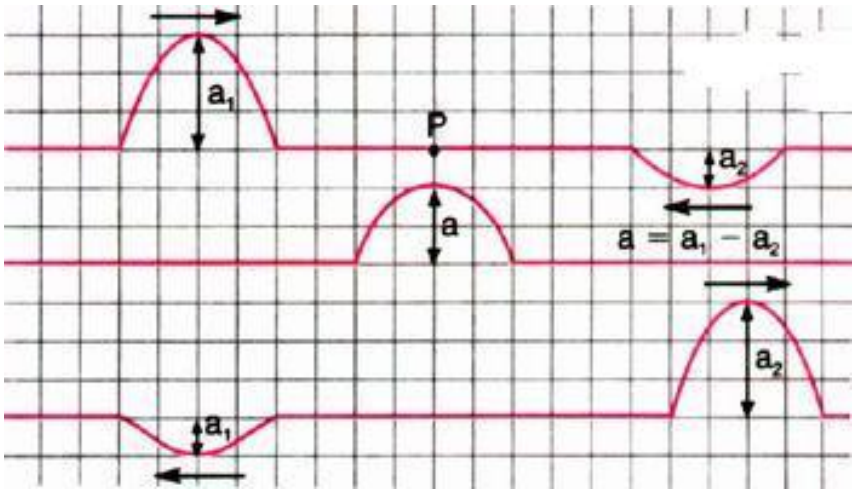
Comentário:

Cuidado com a pegadinha dessa questão. A interferência de ondas ocorre quando elas são postas a se propagar em um ponto do meio podendo-se obter uma região de **máxima intensidade ou de mínima intensidade**.

Em regiões de **máxima intensidade** dizemos que há **interferência construtiva**, enquanto que em regiões de **intensidade mínima** temos **interferência destrutiva**. O que vai ocorrer nesses pontos é uma superposição de ondas e suas amplitudes vão se somar. Observe a ilustração abaixo:



Na figura acima temos interferência construtiva.



Na figura acima temos interferência destrutiva

Portanto, caso tenhamos ondas com mesma amplitude, quando em interferência destrutiva, elas geram uma amplitude nula naquele ponto de interferência.

Contudo, **a energia das ondas não é nula**, na verdade a energia não pode ser destruída, esse é um princípio básico das ciências. **"Na natureza nada se cria, nada se perde, tudo se transforma".** E é exatamente baseado nesse princípio que vamos responder a essa questão.

No momento que duas ondas de mesma amplitude interferem de maneira destrutiva, temos nessa região uma redução de intensidade e uma transformação de energia. Observe que logo após as ondas interferirem elas voltam a ser o que eram antes de ocorrer o fenômeno. Caso tivéssemos uma energia nula na interferência destrutiva, não teríamos mais propagação de ondas, elas interfeririam e se destruiriam, restando, portanto, perdida a energia que elas carregavam inicialmente, o que violaria o princípio básico das ciências.

16. (CESPE-UNB - CBM-ES – OFICIAL COMBATENTE) Ondas mecânicas são perturbações que se propagam em um meio elástico, carregando energia, como as ondas concêntricas formadas na superfície de um lago logo após se atirar nele uma pedra. Alguns conceitos matemáticos que tipicamente associamos a ondas são os mesmos que possibilitam descrever movimentos oscilatórios, como os observados em um pêndulo simples ou em um sistema massa-mola. Uma característica comum a todos esses sistemas é a existência de uma força restauradora, como a força elástica exercida

por uma mola. Com relação aos fenômenos ondulatórios em geral, julgue os itens subsequentes.

16.1 Considere que uma das cordas de um instrumento de cordas tenha massa de 20,0 g e comprimento de 1,0 m. Nessa situação, para produzir um tom com o dobro da frequência dessa corda, é necessário trocá-la por outra com massa de 10,0 g e comprimento de 2,0 m.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Vamos encontrar a frequência de vibração da corda nas condições iniciais. Vamos adotar a vibração no harmônico fundamental, ou seja, no primeiro harmônico.

$$f_1 = \frac{V_1}{2.L_1} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu_1}}}{2.L_1} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L_1}}}}{2.L_1} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\frac{20}{1}}}}{2.1} = \frac{\sqrt{\frac{F}{20}}}{2} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{F}{5}}}{2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{5}}}{4}$$

Vamos considerar a mesma força de tração e calcular a frequência da segunda corda, verificando se o valor da frequência será o dobro.

$$f_2 = \frac{V_2}{2.L_2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\mu_2}}}{2.L_2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\frac{m}{L_2}}}}{2.L_2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{\frac{10}{2}}}}{2.2} = \frac{\sqrt{\frac{F}{5}}}{4} = f_1$$

Logo, veja que a frequência é a mesma, o que nos leva a concluir que o item está incorreto.

16.2 As ondas que se propagam na superfície da água em regiões mais profundas deslocam-se com velocidade maior que as que se propagam em regiões mais rasas.

Esse comportamento das ondas, atribuído ao fenômeno de difração, explica o poder de destruição dos tsunamis, ou ondas gigantes.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Nesse item, temos que guardar duas informações, aliás, se você quiser ler mais algo a respeito do *tsunami,* recomendo que pesquise. A afirmativa começa até correta, pois é verdade que ondas em locais mais profundos são mais rápidas, enquanto que em regiões mais rasas são mais lentas.

O fenômeno ondulatório que explica o fato de ondas passarem de profundidades diferentes modificando as suas velocidades é na verdade o fenômeno da **refração das ondas**.

A refração acontece quando qualquer tipo de onda passa de um meio de propagação para outro, cujas características são distintas, abaixo segue um exemplo de uma onda que se propaga de um meio para outro, mudando sua direção de propagação, velocidade e comprimento de onda. **Apenas o que não muda na refração é a frequência da onda**, que é uma característica exclusiva da fonte geradora das ondas.

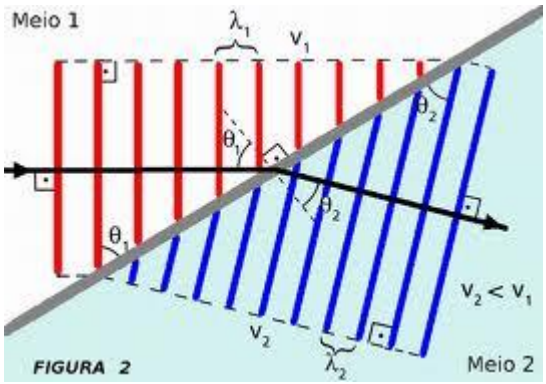
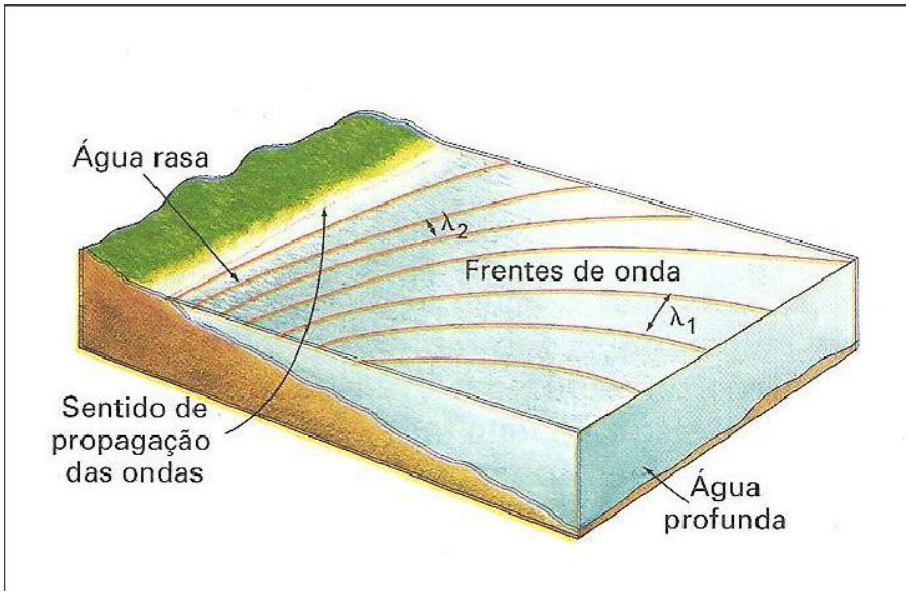


FIGURA 2

Podemos então considerar que são meios distintos a água em alta profundidade e a água rasa. Observe:



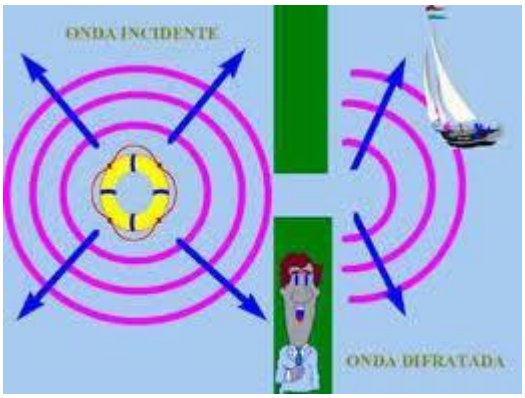
Por fim, convém lembrar que o fato gerador de um *tsunami* geralmente é um abalo sísmico que ocorre em alto mar devido às falhas de formação geológica da terra. Pode ser causado ainda por atividade vulcânica, por um grande deslocamento de terra ou gelo ou ainda pela queda de um meteorito.

Assim, o *tsunami* quando se aproxima da superfície da terra possui velocidade baixa, entretanto sua amplitude é altíssima, chegando a incríveis 30m. O seu poder de destruição está associado a sua intensidade que é uma função da amplitude (A), vimos isso na análise energética das ondas.

$$I = k \cdot A^2$$

O item está correto apenas no que diz respeito às velocidades das ondas em diferentes profundidades.

O fenômeno da difração não tem relação alguma com o poder de destruição da onda *tsunami*. A difração na verdade trata-se de um fenômeno ondulatório por meio do qual uma onda é capaz de contornar obstáculos. Observe a figura abaixo mostrando uma onda na água contornando um obstáculo graças ao fenômeno da difração.



Na figura acima você nota que uma onda gerada em uma região do lago consegue contornar os obstáculos e chegar ao outro lado atingindo uma embarcação graças à difração que ela sofre.

Ficou claro então que a difração não tem relação alguma com o poder de destruição de uma onda *tsunami*.

16.3 Em um pêndulo simples, a força restauradora é a força elástica da corda à qual o objeto está preso.

Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Essa é fácil, se você ainda não percebeu porque o item está errado, então volte algumas questões anteriores, na qual ficou demonstrado que a força restauradora em um pêndulo simples é do tipo:

$$F = - mg X/L$$

Portanto, sem maiores digressões, a força restauradora do movimento harmônico do pêndulo simples não é de natureza elástica. O examinador trocou as bolas, na verdade a **força elástica** é força restauradora no **sistema massa-mola** que foi trabalhado por nós nas questões anteriores.

16.4 Conhecida a constante elástica da mola, é possível calcular a energia mecânica total de um sistema massa-mola medindo-se a amplitude máxima de seu movimento.

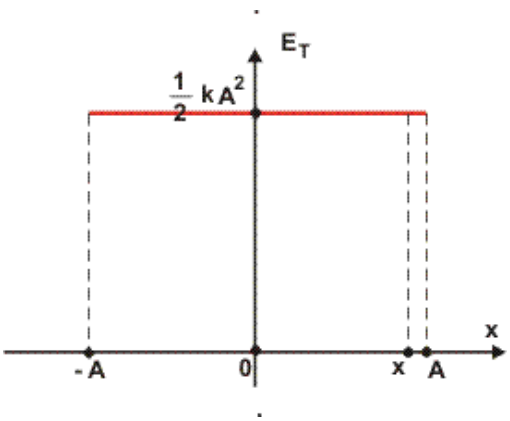
Resposta: Item correto.

Comentário:

Nobre Candidato, essa é fácil. Depois de tudo que explicamos acerca de sistema massa mola, fica fácil saber que a energia mecânica do sistema massa-mola pode ser calculada usando a constante elástica da mola e conhecendo também a amplitude do movimento. Abaixo segue a fórmula para que você não se esqueça dela no dia da prova.

$$E_{mec} = \frac{1}{2} KA^2$$

Se cair o gráfico, olha ele aí para não se confundir!



17. (CESPE – UNB – PERÍCIA OFICIAL – ALAGOAS - 2013) Considerando que um corpo pontual varie sua posição em um espaço, de acordo com as seguintes relações parametrizadas: $x(t) = 4\cos\left(\frac{2\pi t}{30}\right); y(t) = 4sen\left(\frac{2\pi t}{30}\right); z(t) = 0$, em que t representa o tempo em segundos, julgue os itens seguintes.

17.1 O módulo do vetor aceleração é constante, independente do tempo.

Resposta: Item correto.

Comentário:

Para calcular o vetor aceleração em módulo, vamos calcular as componentes x e y da aceleração do movimento, pois a componente z não existe, uma vez que não há movimento em z.

$$a_x = -\omega^2 . A . \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$a_x = -\left(\frac{2\pi}{30}\right)^2 . 4 \cos\left(\frac{2.\pi}{30} t\right) = a_x = \frac{16\pi^2}{900} . \cos\left(\frac{2.\pi}{30} t\right)$$

Em y, teremos a mesma ideia, no entanto, vamos modificar a equação fornecida para a posição no eixo y, para que ela seja dada em termos de cosseno, para isso vamos inserir o cosseno do complemento (90° - θ) do ângulo, pois o cosseno de um ângulo é igual ao seno do seu complemento.

$$y(t) = 4 . sen\left(\frac{2\pi}{30} t\right)$$

$$y(t) = 4 . \cos\left(\frac{2\pi}{30} t - 90°\right)$$

$$a_y = -\omega^2 . A . \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$a_y = -\left(\frac{2\pi}{30}\right)^2 . 4 \cos\left(\frac{2.\pi}{30} t - 90°\right) = a_y = -\frac{16\pi^2}{900} . sen\left(\frac{2.\pi}{30} t\right)$$

Vamos agora isolar o seno e o cosseno dos ângulos:

$$-\frac{a_x}{\frac{16\pi^2}{900}} = \cos\left(\frac{2.\pi}{30}t\right)$$

$$-\frac{a_y}{\frac{16\pi^2}{900}} = sen\left(\frac{2.\pi}{30}t\right)$$

$$\left(-\frac{a_x}{\frac{16\pi^2}{900}}\right)^2 + \left(-\frac{a_y}{\frac{16\pi^2}{900}}\right)^2 = 1$$

$$a_x^{\,2} + a_y^{\,2} = \frac{16\pi^2}{900} \cong 0{,}18 m/s^2$$

Ou seja, depois de determinarmos as acelerações e somando os quadrados (usando a relação fundamental da trigonometria) obtemos uma aceleração constante, que não depende do tempo.

17.2 No período de tempo de t = 0 s a t = 7,5 s, enquanto, em módulo, a posição x diminui, a posição y aumenta.

Resposta: Item correto.

Comentário:

O tempo fornecido 7,5s, equivale a um quarto de um período.

Vamos calcular a posição em x para os instantes de tempo t = 0s e t = 7,5s.

$$t = 0s \Rightarrow x(t) = 4.\cos\left(\frac{2\pi}{30}.0\right) = 4.\cos(0°) = 4m$$

$$t = 7,5s \Rightarrow x(t) = 4.\cos\left(\frac{2\pi}{30}.7,5\right) = 4.\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0m$$

Logo, em x, a posição diminui.

$$t = 0s \Rightarrow y(t) = 4.\text{s}en\left(\frac{2\pi}{30}.0\right) = 4.sen(0°) = 0m$$

$$t = 7,5s \Rightarrow y(t) = 4.\text{s}en\left(\frac{2\pi}{30}.7,5\right) = 4.sen\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4m$$

Logo, em y, a posição aumenta.

Essa questão versa sobre a aplicação dos valores de tempo em cada uma das equações fornecidas para que você chegue a uma conclusão.

17.3 O vetor que determina a taxa de variação espacial no tempo é igual tanto nas coordenadas x quanto em y.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

A taxa de variação espacial no tempo é a velocidade. Então o examinador solicita a velocidade nas direções x e y. Vamos montar essas equações.

$$y(t) = 4.sen\left(\frac{2\pi}{30}t\right)$$

$$y(t) = 4.\cos\left(\frac{2\pi}{30}t - 90°\right)$$

$$V_y = -\omega.A.sen(\omega t + \phi_0)$$

$$V_y = -\left(\frac{2\pi}{30}\right).4sen\left(\frac{2.\pi}{30}t - 90°\right) = V_y = \frac{4\pi}{15}.\cos\left(\frac{2.\pi}{30}t\right)$$

$$x(t) = 4\cos\left(\frac{2\pi t}{30}\right)$$

$$V_x = -\omega.A.\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$V_x = -\left(\frac{2\pi}{30}\right).4.s\,en\left(\frac{2\pi}{30}t\right) = V_x = -\frac{4\pi}{15}.sen\left(\frac{2.\pi}{30}t\right)$$

Logo, as velocidades apresentam equações distintas.

18. (CESPE – UNB – PERÍCIA OFICIAL – ALAGOAS - 2013) Considere que uma onda se propague ao longo de uma corda ideal esticada, de densidade linear igual a 0,05 kg/m, obedecendo a função y(x,t) = (0,5)sen[π (0,5x + 2,5t)], em que o comprimento é expresso em metros e o tempo em segundos. Com relação a essa onda, julgue os itens que se seguem.

18.1 A onda se propaga na direção - x.

Resposta: item correto.

Comentário:

Observando a equação, podemos dizer que a propagação da onda se dá na direção x e a vibração na direção y.

$$y(x,t) = (0,5)\text{sen}[\pi\,(0,5x + 2,5t)]$$

18.2 A tensão na corda é de 1,25 N.

Resposta: Item correto.

Comentário:

A ideia aqui é mesclar a relação de Taylor, com a função de onda.

A relação de Taylor nos fornece a velocidade de propagação de uma onda em uma corda tensa.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Estamos procurando o valor da força F, de tração no fio. Assim, precisamos de uma fórmula para o cálculo da velocidade de propagação da onda nessa corda. É algo bem simples, basta você utilizar a equação fundamental.

$$\lambda . f = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Para encontrar a frequência e o comprimento de onda, você deve analisar a função de onda que foi fornecida, e lembrar-se de que o valor que acompanha x é o produto de 2π pelo inverso do comprimento de onda, enquanto que o valor que acompanha t é o produto de 2π pelo inverso do período, conforme comentado na parte teórica de função de onda.

- O coeficiente de t é $\omega = 2\pi/T$ ou $\omega = 2\pi f$
- O coeficiente de x é $= 2\pi/\lambda$

Vamos então descobrir a frequência e o comprimento de onda:

$$y(x,t) = (0,5)\text{sen}[\pi\,(0,5x + 2,5t)]$$

$$y(x,t) = 0,5.sen[0,5\pi x + 2,5\pi t]$$
$$\frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2,5\pi \Rightarrow f = 1,25Hz$$
$$\frac{2\pi}{\lambda} = 0,5\pi \Rightarrow \lambda = 4m$$

Conhecida a frequência e o comprimento de onda, vamos determinar a tração, voltando à expressão da relação de Taylor:

$$\lambda.f = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$
$$4.1,25 = \sqrt{\frac{F}{0,05}}$$
$$5^2 = \frac{F}{0,05} \Rightarrow F = 1,25N$$

Portanto, o item está correto. Aqui utilizamos a ideia de Relação de Taylor, equação fundamental e também o conhecimento de função de onda.

18.3 A taxa média de energia transportada pela onda ao longo da corda é superior a 1W.

Resposta: item correto.

Comentário:

Essa questão realmente surpreendeu-me, ao versar sobre um tema tão específico, no entanto, comentado na teoria. Vamos utilizar uma formula de energia vista na parte teórica, que se mostra um pouco indigesta para a memorização.

$$\Delta E_{média} = \frac{1}{2}.\mu.\omega^2 A^2.\Delta x$$

Dividindo ambos os termos pelo intervalo de tempo, chegamos à potencia média, que é justamente a taxa de energia transportada por unidade de tempo.

$$\frac{\Delta E_{média}}{\Delta t} = \frac{1}{2}.\mu.\omega^2 A^2.\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$Pot_{média} = \frac{1}{2}.\mu.\omega^2 A^2.V$$

$$Pot_{média} = \frac{1}{2}.0,05.\left(2.\pi.f\right)^2.\left(0,5\right)^2.5$$

$$Pot_{média} = 0,5.0,05.4.\pi^2.1,25^2.0,25.5$$

$$Pot_{média} \cong 1,25^3 = 1,95W$$

Ou seja, utilizando a fórmula vista na parte teórica da nossa aula, a questão se tornou fácil, pois as constantes previstas na fórmula eram facilmente identificáveis nos dados fornecidos e na função de onda mencionada no enunciado.

18.4 Se uma segunda onda descrita pela equação y'(x,y) = (0,5)sen[π(0,5x + 2,5t + 0,5)] passar a se propagar na corda, na mesma direção e sentido, junto com a primeira, a amplitude da onda resultante será igual a 1m.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

A questão versa sobre o principio da superposição de ondas em cordas. Para entender a questão, vamos primeiramente entender o que é a fase da onda.

Fase é o ângulo que está dentro do parêntese.

$$y'(x,y) = 0,5.sen[\pi(0,5x + 2,5t + 0,5)]$$
$$fase: \pi(0,5x + 2,5t + 0,5)$$
$$y(x,t) = 0,5.sen[0,5\pi x + 2,5\pi t]]$$
$$fase: 0,5\pi x + 2,5\pi t$$

Há dois tipos de interferência nas ondas em cordas:

- Construtiva: a diferença de fase é um múltiplo de 2π.
- Destrutiva: a diferença de fase é um múltiplo de π.

Assim, devemos nos preocupar apenas em verificar qual a diferença de fase entre as fases das ondas interferentes.

$$fase: \pi(0,5x + 2,5t + 0,5)$$
$$fase: 0,5\pi x + 2,5\pi t$$
$$Dif.de\ \ fase: \pi(0,5x + 2,5t + 0,5) - [0,5\pi x + 2,5\pi t]$$
$$Dif.de\ \ fase: 0,5\pi$$

A diferença de fase não é π, nem 2π, mas está mais próxima de π do que de 2π. Assim, a interferência é parcialmente destrutiva, e as amplitudes não se somam, pois as amplitudes se somam apenas quando a interferência é do tipo construtiva, ou seja, quando a diferença de fase vale 2π.

A amplitude, portanto, é menor que a soma das amplitudes (0,5m+0,5m = 1,0m).

18.5 O comprimento de onda é igual a 0,5 m.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Essa é fácil! Depois de tudo que já comentamos, você já deve ter visto que o comprimento de onda vale 4m, o que torna o item incorreto.

18.6 A velocidade de propagação da onda é igual a 2,5πm/s.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Mais uma fácil, depois de tudo que foi comentado nos itens anteriores. Você viu que o comprimento de onda λ da onda em questão vale 4m, enquanto que a frequência de vibração vale 1,25Hz.

Assim, a velocidade, que é o produto das duas grandezas supracitadas, valerá V = 5m/s.

19. (CESPE – UNB – SEDUC/CE – PROFESSOR DE FÍSICA - 2013) Duas ondas sonoras unidimensionais propagam-se em um mesmo meio, com a mesma velocidade, ao longo de uma direção x, de tal modo que a variação da pressão P, para cada uma delas, é dada da seguinte expressão no sistema de unidades MKS: onda sonora I: $\Delta P = \sin(0,5\pi x - \pi t)$ e onda sonora II: $\Delta P = \sin(Cx - 0,8\pi t)$, em que a constante C é desconhecida.

19.1 Assinale a opção que apresenta o comprimento, em metros, da onda sonora I.

A. 4,0

B. 2,0

C. 1,5

D. 3,5

E. 3,0

Resposta: item A.

Comentário:

Mais uma questão envolvendo a ideia de função de onda, na qual vamos perceber que basta olhar para o coeficiente de x e aplicar o que já sabemos acerca da função de onda e suas principais características.

$$\Delta P = \sin(0,5\pi x - \pi t)$$
$$\frac{2.\pi}{\lambda} = 0,5\pi \Rightarrow \lambda = 4m$$

Note que era uma questão bem simples, baseada nas nossas dicas.

19.2 Assinale a opção que apresenta a frequência da onda II, em Hz.

A. 0,8
B. 0,2
C. 0,4
D. 0,5
E. 0,6

Resposta: item B

Comentário:

Mais uma questão envolvendo a ideia de função de onda e a observação de suas constantes.

$$\Delta P = \sin(Cx - 0,8\pi t)$$
$$2\pi.f = 0,8\pi$$
$$f = 0,4Hz$$

Note que a questão acima era de simples resolução, baseada nos comentários feitos a respeito da função de onda na parte teórica dessa aula.

19.3 Nas equações das ondas apresentadas, a constante C é igual a

A. 0,4 π.
B. 0,2 π.
C. 0,1 π.
D. 0,3 π.
E. 0,5 π.

Resposta: item A

Comentário:

Nesse ponto, vale a pena voltar ao enunciado e perceber que o examinador afirmou que as ondas possuem a mesma velocidade. Isso nos dará toda a base para a resolução.

Se as ondas possuem a mesma velocidade, vamos igualar a equação fundamental nas duas.

$$\lambda_1 . f_1 = \lambda_2 . f_2$$

Dos valores acima, já conhecemos λ_1 = 4m e f_2 = 0,4Hz. Vamos precisar encontrar a frequência da onda 1 e o comprimento de onda da onda 2. Para isso vamos voltar às funções de ondas respectivas.

$$\Delta P = \sin(Cx - 0,8\pi t)$$
$$\frac{2\pi}{\lambda_2} = C \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2\pi}{C}$$

$$\Delta P = \sin(0,5\pi x - \pi t)$$
$$2\pi f = \pi \Rightarrow f_1 = 0,5Hz$$

Aplicando os dados acima:

$$\lambda_1 . f_1 = \lambda_2 . f_2$$
$$4.0,5 = \frac{2\pi}{C}.0,4$$
$$C = 0,4\pi$$

20. (CESPE – UNB – FUB – FÍSICO - 2013) Ao manusear instrumento musical, um musicista prendeu uma corda com o dedo esquerdo, a uma distância de 0,5 m da extremidade em que ela está fixa, impedindo a corda de vibrar nesse ponto e não a empurrando contra o braço do instrumento, e, com a mão direita, fez vibrar a corda. Considerando que a tensão dessa corda, que apresenta 20,0 g de massa e 1,50 m de comprimento, seja igual a 300 N e que a velocidade do som no ar seja de 300 m/s, julgue os itens subsequentes.

20.1 A velocidade da onda na corda é superior a 140 m/s.

Resposta: item correto.

Comentário:

Nessa questão vamos aplicar a relação de Taylor, uma vez que foram fornecidos todos os dados necessários a sua utilização para o cálculo da velocidade da onda na corda tensa.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Antes vamos calcular a densidade linear de massa da corda:

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{0,02}{1,5} kg/m$$

Aplicando a fórmula de Taylor:

$$V = \sqrt{\frac{300}{\frac{0,02}{1,5}}} = \sqrt{\frac{450}{0,02}} = \sqrt{\frac{450}{0,02}} = 150 m/s$$

Portanto o item está correto, pois a velocidade de propagação da onda na corda é superior a 140m/s.

20.2 A corda irá vibrar no 4.º harmônico com uma onda de comprimento igual a 0,5 m.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Esse item envolve a ideia das ondas estacionárias em corda, bastante comentada na parte teórica dessa aula.

A ideia aqui é encontrar o número do harmônico, baseado na fórmula das ondas estacionárias em cordas.

$$f_n = \frac{n.V}{2.L}$$

O item também afirma que a vibração ocorrerá com comprimento de onda igual a 0,5m, o que implica uma frequência igual a:

$$V = \lambda . f$$
$$f = \frac{V}{\lambda} = \frac{150}{0,5} = 300Hz$$

Com essa frequência, a vibração dar-se-á:

$$f_n = \frac{n.V}{2.L} = f_n = \frac{n.150}{2.1,5} = 300$$
$$n = 6$$

Ou seja, na forma em que foi exposto no enunciado, a vibração ocorrerá no sexto harmônico.

21. (CESPE – UNB – POLÍCIA CIVIL/AC – PERITO CRIMINAL) A equação y = 0,25 sen (1,14x) × cos (274t) descreve, matematicamente, a vibração de uma corda presa pelas suas extremidades. Considerando que os dados dessa equação estão no sistema internacional de unidades (SI), julgue os itens seguintes.

21.1 Pode-se determinar, por meio dessa equação, a velocidade das ondas componentes cuja superposição resulta nessa onda estacionária.

Resposta: item correto.

Comentário:

Não é possível regressar às funções de onda que compunham essa onda estacionária. Para que isso fosse possível, deveríamos regressar a duas funções trigonométricas que, somadas e transformadas em produto, resultariam nessa função de onda fornecida no enunciado.

Portanto, essa equação que foi fornecida não nos permite encontrar a velocidade das ondas que superpostas resultam nessa onda estacionária.

21.2 É impossível determinar o comprimento da onda estacionária descrita na equação acima, já que não é dado o comprimento da corda.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

É plenamente possível encontrar o comprimento de onda da onda estacionária descrita na equação acima.

Lembre-se de que na função de onda a variável que multiplica **x** é sempre igual a:

$$\frac{2.\pi}{\lambda}$$

Assim, é plenamente possível efetuar o cálculo, vamos fazê-lo.

$$\frac{2.\pi}{\lambda} = 1{,}14$$
$$\lambda \cong 0{,}18m$$

21.3 A amplitude das ondas estacionárias cuja superposição resulta nessa onda estacionária é igual a 0,25 m.

Resposta: item correto.

Comentário:

Esse item é bem simples, baseado no que foi dito na teoria. Eu comentei na parte teórica que as ondas estacionárias possuem a mesma amplitude das ondas que superpostas formam a onda estacionária.

Assim, basta perceber o coeficiente da função trigonométrica fornecida vale 0,25, isso significa que a amplitude da onda resultante vale 0,25m, ou seja, as ondas superpostas também possuem amplitude igual a 0,25m, uma vez que não há mudança de amplitude.

$$y = \mathbf{0,25}\ \text{sen}\ (1,14x) \times \cos\ (274t)$$

Ou seja, a única grandeza associada às ondas superpostas, que pode ser determinada pela equação acima é a amplitude, que é a mesma das ondas interferentes.

As outras grandezas (período, comprimento de onda, frequência, velocidade) são impossíveis de determinar apenas com os dados fornecidos na equação da onda estacionária.

Bom, essa foi uma questão muito boa sobre o tema ondas estacionárias.

22. (CESPE – UNB – SEDUC/AM – PROFESSOR DE FÍSICA) Uma diferença importante entre um sistema massa-mola, uma corda vibrante ou um tubo sonoro é o fato de, no sistema massa-mola, haver apenas uma frequência natural, ao passo que nos outros o número de frequências naturais tende ao infinito, dependendo das condições de contorno do material. Por exemplo, para um fio preso nas extremidades, a uma distância L, a relação entre a tensão aplicada, T, e a velocidade de propagação, v, de uma onda é do tipo $V \propto T^{\frac{1}{2}}$. Considerando essas informações, julgue os itens seguintes.

22.1 Se a tensão em um fio vibrante for aumentada, o número de nodos aumenta.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

Vamos lembrar aqui da fórmula de Taylor e da fórmula da frequência de vibração das cordas vibrantes como ondas estacionárias.

Se a tensão no fio for aumentada, ocorre um aumento na velocidade da onda na corda.

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Aumentando-se a velocidade,

Mesclando as duas fórmulas:

$$f_n = \frac{n.\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2.L} = f_n = \frac{n}{2.L}.\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Aumentar o número de nodos significa aumentar o fator **n**, pois à medida que temos mais nodos, é porque estamos em harmônicos mais elevados.

As características da corda não vão se alterar, logo μ e L permanecem os mesmos. A fonte também não vai aumentar a frequência de vibração.

Portanto, o aumento da tração implica uma redução no número do harmônico, de modo a manter a constância da frequência.

22.2 Uma corda vibrante de comprimento L, presa nas extremidades, apresenta um conjunto de n frequências naturais de vibração dadas por $f_n = \frac{nV}{2.L}$, em que v é a velocidade de propagação da onda nessa corda.

Resposta: Item correto.

Comentário:

Questão simples, apenas colocando a fórmula das frequências em cordas vibrantes, que nós vimos na parte teórica, o item está correto.

23. (CESPE – UNB – CBM/ES – SOLDADO COMBATENTE) A velocidade de uma onda mecânica depende somente das propriedades do meio no qual ela se propaga. Com relação a suas propriedades e seus mecanismos de propagação, julgue o item abaixo.

23.1 Pelo movimento transversal da mão, pode-se produzir um pulso que se propague em uma corda esticada que tenha uma de suas extremidades presa a uma parede. Para diminuir o tempo que o pulso leva para se propagar do ponto em que for gerado até a parede, deve-se diminuir a amplitude do movimento das mãos.

Resposta: item incorreto.

Comentário:

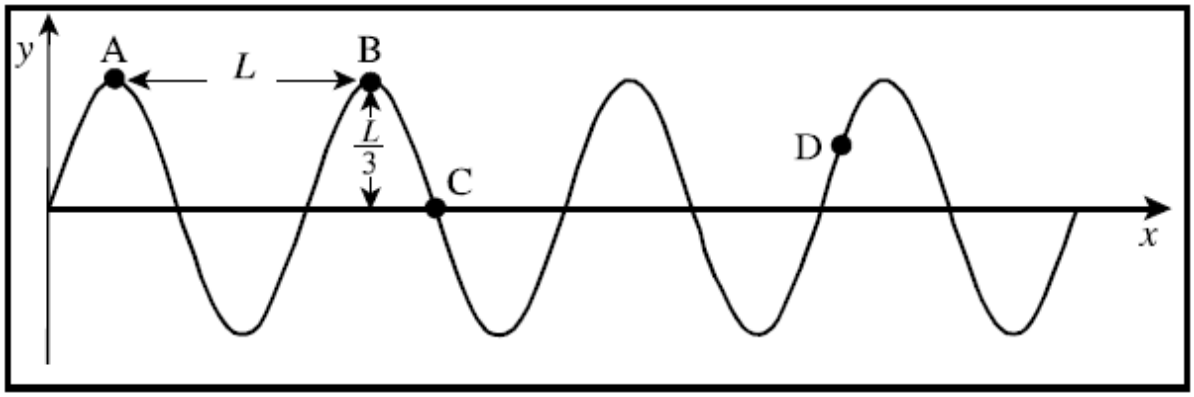
Para diminuir o tempo que leva para o pulso chegar até a extremidade presa na parede, deve-se aumentar a velocidade da onda, para que o pulso percorra o mesmo trajeto em um tempo menor.

Para que isso ocorra, deve modificar a força tensora ou as características da corda.

A amplitude do movimento das mãos está ligada à energia transmitida aos pontos, ou seja, se aumentarmos ou diminuirmos a amplitude do movimento vertical das mãos, estaríamos apenas aumentando ou diminuindo a energia transmitida às ondas, fazendo com que os pontos da corda subissem mais ou menos na vertical.

Assim, a amplitude nada que tem a ver com a velocidade das ondas.

24. (CESPE-UNB – CEFET/PA)



A figura acima ilustra um instantâneo de uma onda que se propaga em uma corda, para a direita e com velocidade constante. Considerando essa figura, assinale a opção correta.

A. O período da onda é igual a L.

B. O comprimento de onda é igual a L/3.

C. A velocidade instantânea do ponto C da corda é nula.

D. A amplitude da oscilação da onda é igual a L.

E. A velocidade instantânea do ponto D da corda tem o sentido de y negativo.

Resposta: item E.

Comentário:

A. (incorreto) O período é o tempo que um ponto da corda leva para subir e descer, ou seja, não é a distância entre duas cristas, conforme a figura.

B. (incorreto) O comprimento de onda é igual a distância entre duas cristas ou dois vales consecutivos, que, de acordo com a figura, é igual a L.

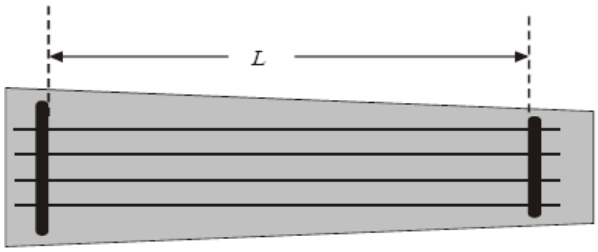
C. (incorreto) O ponto C da corda, na verdade está com velocidade diferente de zero, uma vez que ele permanece em constante oscilação. Assim, ele deve subir a medida

que a onda passa por ele, veja o perfil da onda antes do ponto C e perceba que ele deve subir a medida que a onda chega nele, então a velocidade dele não pode ser nula.

D. (incorreto) A amplitude de oscilação da onda é igual a distância vertical que vai do centro até uma crista ou um vale, e é igual a L/3.

E. (correto) Para entender esse item, verifique que o ponto C, a mediada que a onda passa por ele, propagando-se da esquerda para a direita, tende a descer, portanto, a sua velocidade é diferente de zero naquele instante e tem o sentido vertical para baixo, ou seja, sentido negativo do eixo y.

25. (CESPE-UNB - CBM-DF – CFO/2006)



(TEXO PARCIALMENTE OMITIDO)

Entre outras qualidades, os nanotubos descritos no texto anterior possuem excelente condutividade elétrica e resistência mecânica cem vezes maior que a do aço e, ao mesmo tempo, flexibilidade e elasticidade, o que os torna um material atrativo e interessante para a produção de fios fortes e ultraleves, denominados nanofios. São essas características que os credenciam a diversas aplicações em ciência e tecnologia. A figura acima mostra o esquema de um instrumento de cordas idealizado que usa nanofios para compor as cordas, que são esticadas e têm as extremidades fixas. Ao se tocar as cordas, elas vibram emitindo som. O movimento das cordas corresponde a ondas estacionárias descritas pela equação $y = A\,\mathrm{sen}(kx)\,\mathrm{sen}(\omega t)$, em que A, k e T são constantes, y e x representam deslocamentos e t é o tempo. A partir dessas informações, julgue os itens que se seguem.

25.1 Em cada corda do instrumento descrito, pode-se gerar ondas estacionárias de qualquer frequência.

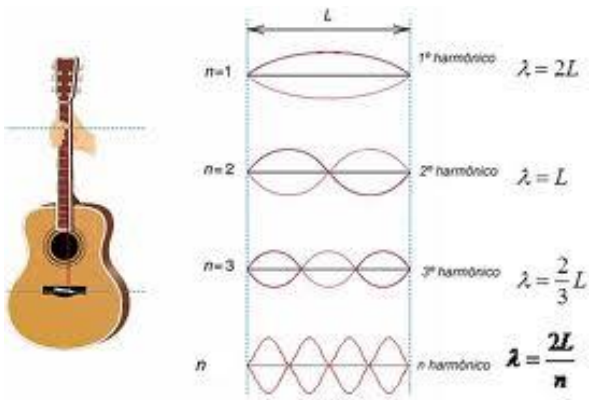
Resposta: Item incorreto.

Comentário:

Antes de qualquer coisa, o texto inicial foi omitido, pois não acrescenta nada a nossa questão, ele na verdade serve de base para uma questão de biologia presente na prova.

O assunto é novamente ondas estacionárias. Essas ondas são geradas pela superposição contínua entre ondas que geralmente propagam-se em cordas fixas em dois pontos. O violão é um exemplo onde temos ondas estacionárias sendo geradas.

Observe na figura abaixo ondas estacionárias sendo geradas em um fio preso nas suas duas extremidades.



Podemos afirmar então, da figura acima, que os comprimentos de onda são distintos a cada **harmônico** que é formado na corda do violão.

Um **harmônico** pode ser entendido como um modo de vibração de uma corda.

Assim, como temos comprimentos de onda pré-definidos para cada **harmônico**, não teremos qualquer frequência de vibração. As frequências das ondas já estão definidas de acordo com o **harmônico** de propagação.

As frequências de acordo com os **harmônicos** podem ser relacionadas com a velocidade, comprimento da corda e número do **harmônico**, de acordo com a fórmula abaixo:

$$V = \lambda \cdot f$$

$$V = \frac{2L}{n} \cdot f$$

$$f = \frac{nV}{2L}, \text{ onde n é o numero do harmônico}$$

25.2 O movimento das cordas do instrumento pode ser corretamente descrito como uma combinação de duas ondas progressivas, isto é, $y = \frac{A}{2}\cos(kx - \omega t) - \frac{A}{2}\cos(kx + \omega t)$.

Resposta: Item correto.

Comentário:

Aqui vamos precisar lembrar uma fórmula da trigonometria (matéria que ninguém suporta. rsrsrs).

Vamos relembrar então a fórmula do **cosseno da soma** e do **cosseno da diferença** de dois ângulos.

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - sen A sen B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + sen A sen B$$

Vamos aplicar as duas fórmulas na equação fornecida no item com a finalidade de encontrar a equação da onda resultante. Vejamos.

$$y = \frac{A}{2}\cos(kx - \omega t) - \frac{A}{2}\cos(kx + \omega t)$$

$$y = \frac{A}{2}\left[(\cos kx.\cos \omega t + senkx.sen\omega) - (\cos kx.\cos \omega t - senkx.sen\omega)\right]$$

$$y = \frac{A}{2}\left[2senkx.sen\omega t\right]$$

$$y = Asen(kx).sen(\omega t)$$

Portanto, vemos no quadro acima que a função de onda fornecida na questão na verdade pode ser reescrita de acordo com a equação acima.

Fica então comprovado que o item está correto.

10. GABARITO

01.CEE	**02.E**	**03.E**	**04.ECCE**	**05.ECCE**
06.ECC	**07.ECCEE**	**08.CE**	**09.ECE**	**10.CEC**
11.NULA	**12.EE**	**13.EC**	**14.E**	**15.CCE**
16.EEEC	**17.CCE**	**18.CCCEEE**	**19.ABA**	**20.CE**
21.CEC	**22.EC**	**23.E**	**24.E**	**25.EC**

11. PRINCIPAIS FÓRMULAS UTILIZADAS NA AULA

$$F_r = -K.x \qquad x = A.\cos(\omega.t + \varphi_0)$$

$$\omega = \frac{2.\pi}{T} \quad ou \quad \omega = 2.\pi.f \qquad v = -\omega.A.sen(\omega.t + \varphi_0) \qquad v_{MAX} = \omega.A$$

$$a = -\omega^2.A.\cos(\omega.t + \varphi_0) \qquad a_{MAX} = \omega^2.A \qquad \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{\omega^2 A^2} = 1 \qquad a = -\omega^2.x$$

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad f = \frac{1}{2\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad E_{MHS} = \frac{m.v^2}{2} + \frac{k.\Delta x^2}{2}$$

$$E_{MHS_{Total}} = \frac{k.A^2}{2} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad e \quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$I = \frac{Pot}{Área} = \frac{Pot}{4.\pi.R^2} \qquad V = \lambda.f \qquad \frac{V_1}{\lambda_1} = \frac{V_2}{\lambda_2}$$

$$y_P = a.\cos[2\pi.(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) + \varphi_0] \qquad \Delta E_{média} = \frac{1}{2}.\mu.\omega^2 A^2.\Delta x$$

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. 

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. 

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. 

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. 

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. 

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. 

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. 

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. 

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.